

02.54.01

C. N. E. A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO B.61-1954

DIRECCION NACIONAL DE LA ENERGIA ATOMICA.--

EMISION

Clases dictadas por el Profesor Dr. R. BOUCHEZ

Recopiladas por: Dra. MAGDALENA MOUJAN OTAÑO (MATEMATICA)

Dra. SONIA J. NASSIFF (RADIOQUIMICA).

ESTRUCTURA NUCLEAR.- EL MODELO UNIFORME DEL NUCLEO

1.- En el modelo uniforme o estadístico (Wigner-Feenberg), se suponen los movimientos de los nucleones tan complicados que el único tratamiento posible es el de los métodos estadísticos.- El campo de aplicación del modelo estadístico excluye a los núcleos livianos, en los que la estructura de capas tiene un efecto marcado; y a los muy pesados, en los que la repulsión coulombiana no puede ser considerada como una mera perturbación.- Se restringe por ello la aplicación a los valores $16 < A < 65$.- Este modelo se encuentra tratado por ejemplo en 1 y 2.- Aquí nos limitaremos solamente a comparar sus resultados con los de la experiencia.-

2.- Aplicación al cálculo de las energías de ligadura.-

La energía nuclear está dada por

$$E = V_p + T + C$$

V_p = energía potencial media

T = energía cinética media

C = energía de repulsión coulombiana obtenida suponiendo una repartición uniforme de los protones.-

En las hipótesis del modelo estadístico, se obtiene la fórmula de Weizsäcker-Bethe

$$E = -B = -\alpha A + \beta \frac{(N-Z)^2}{A} + \gamma A^{2/3} + \frac{kZ(Z-1)}{A} + \delta \quad (2.1)$$

$-\alpha A$: Término proporcional a la masa (aproximación grosera de la energía de ligadura)

$\beta \frac{(N-Z)^2}{A}$: Término debido al "efecto de simetría"

$\gamma A^{2/3}$: Término análogo a una tensión superficial

$\frac{3}{5} \frac{e^2}{F_0} \frac{Z(Z-1)}{A}$: Término de repulsión coulombiana

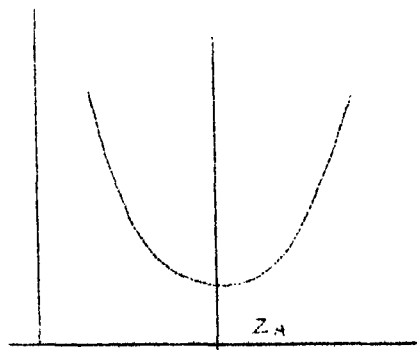
δ : Término de corrección

Bohr y Wheeler han llevado la fórmula de Weizsäcker-Bethe a

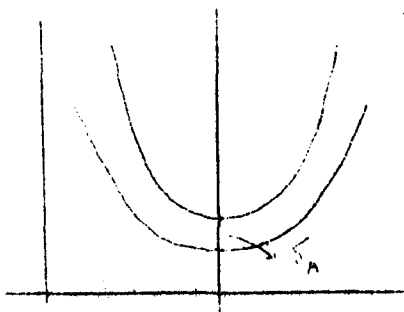
la forma

$$M(A, Z) = M(A, Z_A) + \frac{1}{2}(Z - Z_A)^2 \quad (2.2)$$

donde $M(A, Z_A)$ es la masa del isóbaro más estable de masa A . Para las masas, para un valor dado de A , se sitúan por lo tanto sobre una parábola.-



A impar

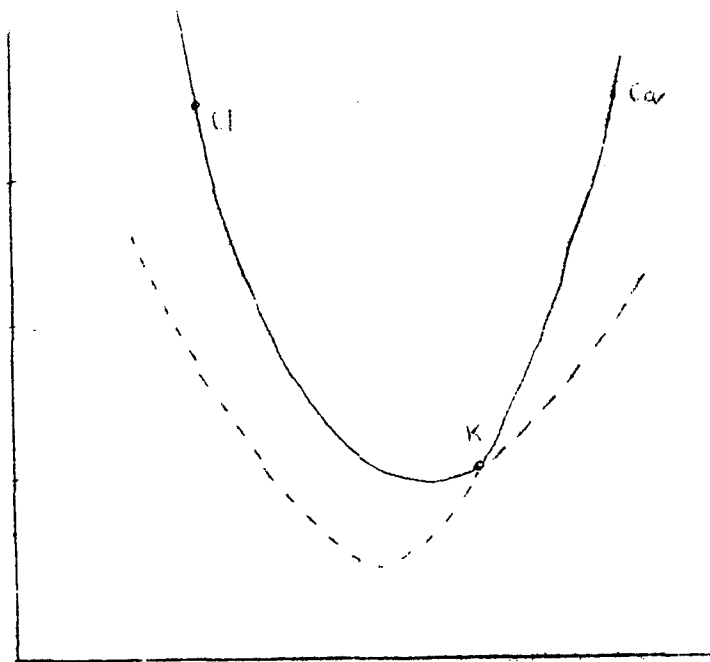


A par

La fórmula y la experiencia concuerdan para A impar, con una precisión del orden de los 200 ke v. Para A par, los núcleos par-par se sitúan sobre una parábola paralela (esto es, con los mismos Z_A y A , pero desplazadas hacia las energías de ligadura más pequeñas en δ_A .-

3.- La fórmula de Weizsäcker-Bethe, deducida del modelo estadístico, falla cuando aparecen los números mágicos.- Consideremos por ejemplo los isóbaros para $A = 39$

Tenemos dos parábolas, según sea $N = A - Z \geq 20$.- Ellas se cortan en el punto correspondiente al ^{39}K .- En ese caso es $N = 20$, número mágico.- Con este número de neutrones se completa una capa, y a partir de ese valor, la energía de ligadura es más débil, pues un nuevo neutrón se ubica en la capa próxima ($f_{\frac{1}{2}}$), y se halla menos ligado.- Los puntos representativos de los distintos isóbaros con $A = 39$ se ubican por eso sobre los dos arcos de parábolas distintas



///

que están marcados en la figura con línea llena (3).-

Las fluctuaciones que se presentan en las energías de ligadura y en las secciones eficaces de captura cuando el número de neutrones o protones es par, impar o mágico, se pueden corregir en gran parte si las energías de excitación se miden a partir no del nivel fundamental, sino desde un nivel característico, que es función continua del número de neutrones o protones.- En ese caso es posible aplicar la fórmula (2.1) (4).-

4.- Aplicación del modelo estadístico al cálculo de momentos magnéticos.

Cuando se trata de deducir del modelo de capas los momentos magnéticos nucleares, se encuentran dificultades cuando el número de protones excede en 1 a un número mágico.- Es lo que ocurre por ejemplo con el ${}_{21}^{41}\text{Sc}$, que tiene un protón más que el ${}_{20}^{40}\text{Ca}$, en el que las capas están completas y es $\mu = 0$.- De acuerdo con esto, debiera ser para el Sc: x .-

$$\mu = \mu_p \div L \quad L: \text{momento debido al impulso orbital, medido en magnetones nucleares.}$$

En la hipótesis de la estructura en capas, se obtendría entonces:

$$\mu = 2,79 \div 3$$

un valor muy superior al obtenido experimentalmente.-

Si en cambio, suponemos un momento orbital repartido uniformemente entre los nucleones, de acuerdo con el modelo estadístico, como Z/A es aproximadamente $\frac{1}{2}$, se tendrá:

$$\mu = 2,79 \div 3 \cdot \frac{1}{2} = 4,29$$

valor aproximadamente igual al experimental.-

MODELO ESTADISTICO.- REFERENCIA BIBLIOGRAFICA.-

- 1.- I. Goldin Weinberg.- J.M. Blatt.- Am. Journal of Physics 21.-Nº 2 -
1953.-
- 2.- Blatt - Weisskopf.- Theoretical Nuclear Physics.-
- 3.- R. Bouchez, J. Robert, J. Tobailem.- Effect de la structure
Nucleaire sur la loi statistique de l'energie de liaison.-
Institut du Radium.- Paris.- 1953.-
- 4.- H. Hurwitz, A. Bethe.- Phys. Rev. 81, 898.- 1951.-
- 5.- Ch. D. Coryell.- β decay energetics.- Ann. Rev. of Nuclear
Scienc., Nº 2, 1953, p.305.-

ESTRUCTURA NUCLEAR.- MAGNITUDES CARACTERISTICAS DE LOS NIVELES

5.- Los niveles están caracterizados por los valores de ciertas magnitudes características:

- a) La energía de ligadura: B
- b) El ancho del nivel: Γ
- c) El momento angular total: J
- d) La paridad: π

a) Energía de ligadura: Mediciones exactas de los pesos atómicos han demostrado que la masa de un núcleo no es igual a la suma de las masas de sus constituyentes.- Es decir, hay una diferencia entre la energía del núcleo y la suma de las energías de sus constituyentes cuando estos están en reposo y separados unos de otros.- Es decir:

$$B = Z M_p c^2 + (A - Z) M_n c^2 - M_{nuc} c^2 = c^2 \Delta M = \text{energía de ligadura}$$

La energía de ligadura de los estados excitados difiere de la que corresponde al estado fundamental en un valor igual a la "energía de excitación".-

b) Vida media: Se denomina vida media al tiempo que dura en promedio cada núcleo.- Por la relación de Heisenberg, $\Delta t \Delta E \geq \hbar$, la vida media de un núcleo excitado y la incertidumbre en su energía están relacionados por:

$$\Delta t \geq \frac{\hbar}{\Delta E} ; \text{ luego } \Gamma \geq \frac{\hbar}{T}$$

Γ : ancho del nivel

Por ejemplo, se tiene para un estado excitado del Li, $T = 10^{-8}$ seg.- La indeterminación está dada por

$$\Delta E = \frac{\hbar}{T} = \frac{1,28 \cdot 10^{-21}}{10^{-8}} \cdot 5,1 \cdot 10^5 = 6,5 \cdot 10^{-13} \text{ e.v}$$

(Se utiliza aquí el sistema de unidades relativistas universales, cuyas unidades son:

m_0 = masa del electrón en reposo

c = velocidad de la luz

h = constante de Planck/2

En ese sistema la unidad de longitud es la unidad de onda Compton:

$$\hbar / m_0 c = 3,85 \cdot 10^{-11} \text{ cm.}$$

En la determinación de la energía para un estado excitado ha de tenerse en cuenta no solamente la energía de la partícula emitida, sino también la energía de retroceso del núcleo (de unos 50 e.v.).- Esto supone la necesidad de efectuar una corrección sobre los valores de E determinados experimentalmente.-

c) Momento angular total: Se denominan constantes del movimiento a las magnitudes representadas por operadores que conmutan con H.- Es decir, si el operador A representa una constante del movimiento es:

$$[A H] = A H - H A = 0$$

En particular los operadores momento angular y paridad conmutan con H.-

El momento angular de una partícula se define clásicamente por:

$$\vec{l} = \vec{p} \times \vec{r}$$

Sus componentes son:

$$l_x = -(y p_z - z p_y) ; l_y = -(z p_x - x p_z) ; l_z = -(x p_y - y p_x)$$

y las correspondientes cuánticas:

$$l_x = -i\hbar (y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y}) ; l_y = -i\hbar (z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z}) ; l_z = -i\hbar (x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x})$$

Si H es simétrico esféricamente, estas tres componentes conmutan con H, pero no entre sí.- Es posible entonces elegir las autofunciones de H de modo que a la vez sean autofunciones de una de las componentes de \vec{l} , p.e.j. l_z .- El operador $\vec{l}^2 = l_x^2 + l_y^2 + l_z^2$ conmuta también con H y con l_x, l_y, l_z .- Las autofunciones de H y l_z son también entonces autofunciones de \vec{l}^2 , con autovalores $l(l+1)\hbar^2$:

$$\vec{l}^2 \psi_l = l(l+1)\hbar^2 \psi_l$$

l es el llamado número cuántico azimutal.- Los autovalores de l_z son los m_l :

$$l_z \psi_l^m = m_l \hbar \psi_l^m$$

m_l , número cuántico magnético, puede tomar los valores:

$$-l, -l+1, -l+2, \dots, l-2, l-1, l$$

El estado de una partícula de momento orbital \vec{l} está representado por cierta ψ_l^m , solución de la ecuación de Schroedinger para el H dado.- Si H es simétrico esféricamente es posible separar las variables, y se tiene:

$$\psi_l^m = f(r) Y_{l,m}(\theta, \varphi)$$

La experiencia muestra la necesidad de asignar a las partículas elementales un momento angular de spin, que en una dirección fija del espacio puede asumir los valores $\pm \frac{1}{2}\hbar$.- Se representa ese momento angular por un operador de componentes:

$$s_x = \frac{1}{2}\hbar \begin{pmatrix} & 1 \\ 1 & \end{pmatrix} \quad s_y = \frac{1}{2}\hbar \begin{pmatrix} & -i \\ i & \end{pmatrix} \quad s_z = \frac{1}{2}\hbar \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix}$$

Incluido el spin, el momento angular total de una partícula está definido por $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$, y el operador \vec{j}^2 toma los valores $j(j+1)$, siendo $j = l \pm \frac{1}{2}$.- El estado de la partícula de momento angular total j está representado por un spinor de dos componentes.-

$$(5.1) \quad \begin{array}{l} j = l + \frac{1}{2} \\ \phi_1 = \frac{1}{\sqrt{2l+1}} \sqrt{l+m+\frac{1}{2}} Y_{l,m+\frac{1}{2}}(r) \\ \phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2l+1}} \sqrt{l-m+\frac{1}{2}} Y_{l,m-\frac{1}{2}}(r) \end{array} \quad \begin{array}{l} j = l - \frac{1}{2} \\ \phi_1 = \frac{1}{\sqrt{2l+1}} \sqrt{l-m+\frac{1}{2}} Y_{l,m-\frac{1}{2}}(r) \\ \phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2l+1}} \sqrt{l+m+\frac{1}{2}} Y_{l,m+\frac{1}{2}}(r) \end{array}$$

Los coeficientes resultan de la serie de Clebsch-Gordan, que se obtiene por métodos de teoría de grupos.-

El tratamiento anterior es suficiente mientras la velocidad de la partícula sea pequeña (es el caso de los nucleones, $v/c \approx 0,17$).- En caso contrario el estado de la partícula estará representado por un spinor de cuatro componentes:

$$(5.2) \quad \begin{array}{l} j = l + \frac{1}{2} \\ \psi_1 = i \sqrt{\frac{l-m+1}{2j+2}} Y_{l,m-\frac{1}{2}} f_l \\ \psi_2 = i \sqrt{\frac{l+m+1}{2j+2}} Y_{l,m+\frac{1}{2}} f_l \\ \psi_3 = \sqrt{\frac{l+m}{2j}} Y_{l,m-\frac{1}{2}} g_l \\ \psi_4 = \sqrt{\frac{l-m}{2j}} Y_{l,m+\frac{1}{2}} g_l \end{array}$$

$$j = l + \frac{1}{2} \quad \psi_1 = i \sqrt{\frac{j+m}{2j}} Y_{j-\frac{1}{2}}^{m-\frac{1}{2}} f-l-1 \quad \psi_3 = \sqrt{\frac{j-m+1}{2j+2}} Y_{j+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} f-l-1 \quad (5.2')$$

$$\psi_2 = -i \sqrt{\frac{j-m}{2j}} Y_{j-\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} f-l-1 \quad \psi_4 = \sqrt{\frac{j+m+1}{2j+2}} Y_{j+\frac{1}{2}}^{m-\frac{1}{2}} f-l-1$$

que son solución de las ecuaciones de Dirac.- Como se verifica:

$$\left| \frac{f}{g} \right|^2 \approx \frac{v^2}{4c^2}$$

para $v \ll c$, son despreciables las componentes f y estas soluciones se reducen a las (5.1).-

En el caso relativista l y s dejan de ser buenos números cuánticos, debido al acoplamiento spin-orbital.-

Para un sistema de varias partículas, los \vec{j}_i se componen según un momento angular total \vec{J} , que es una constante del movimiento.-

Si la interacción spin-órbita es pequeña en relación a las restantes fuerzas, podemos componer los l_i por un lado, los s_i por otro, según L y S respectivamente.- Cada L será considerado como un número cuántico aproximado, que caracteriza a un nivel.- Si se introduce interacción spin-orbital, de pequeño valor, como una perturbación, cada nivel L se descompone en subniveles, según J ($= L + S, L + S - 1, \dots, L - S$).- Este es el caso del acoplamiento $L - S$ (Russell-Saunders), y su ejemplo típico es el de los electrones exteriores del átomo, para los cuales la interacción spin-orbital (por velocidad relativamente pequeña), puede considerarse despreciable respecto de la interacción coulombiana.-

En cambio, si la interacción spin-órbita deja de ser despreciable, deberá componerse cada \vec{l}_i con cada \vec{s}_i , según \vec{j}_i , y estos según los \vec{J} que se separarán al considerar las fuerzas restantes.- Este es el acoplamiento $j-j$, aplicable al caso de los electrones de las capas profundas del átomo, los cuales siendo la interacción coulombiana prácticamente despreciable comparada con la atracción nuclear y la interacción spin-orbital, se comportan en primera aproximación como independientes.-

En el caso del núcleo el tipo de acoplamiento depende del modelo que se elija.- En el modelo de capas de María Goeppert-Mayer se supone la existencia de una fuerte interacción spin-orbital, compatible con un acoplamiento $j-j$.-

d). Paridad: El hamiltoniano H es un invariante por simetrías, y en consecuencia, las autofunciones correspondientes se clasifican en pares e impares.- Funciones pares son las que permanecen invariadas en las simetrías, impares las que cambian de signo.- El factor ± 1 que multiplica a una función cuando sus variables independientes se transforman por una simetría es la paridad de la función.- La paridad de la función esférica $Y_{\ell m}$ es $(-1)^\ell$.- En consecuencia, para una partícula no relativista, según (3.1) la paridad es también $(-1)^\ell$.- Análogamente se muestra en la teoría de Dirac que, si bien el spinor (3.2) tiene componentes con paridades $(-1)^\ell$, $(-1)^{\ell \pm 1}$, al efectuarse una simetría el spinor resulta multiplicado por $(-1)^\ell$.-

Consideremos ahora dos partículas en campo central.- La paridad está dada por:

$$(-1)^{\ell_1} (-1)^{\ell_2} = (-1)^{\ell_1 + \ell_2}$$

Los posibles L están dados por:

$$L = \ell_1 + \ell_2, \ell_1 + \ell_2 - 1, \dots, |\ell_1 - \ell_2|$$

que dan una paridad distinta de la de $\ell_1 + \ell_2$.- Pero si se introduce una interacción entre las dos partículas, no se realizarán físicamente todos esos valores de L , y el estado fundamental, en el que la energía del sistema es mínima, puede corresponder a un valor de L bien determinado.- Sea p. ej. dos nucleones con $\ell = 1$.- Si se supone que las fuerzas predominantes son tipo Majorana, el estado más estable de los nucleones debe ser un estado simétrico de espacio, esto es, será un estado de paridad $+1$, lo que es posible para $L = 2$ y $L = 0$.- En consecuencia, dos nucleones en una capa p ($\ell = 1$), que darían una mezcla de estados $S \pm P \pm D$, al tenerse en cuenta la interacción dan una mezcla $S \pm D$.- La presencia de una interacción no central entre los nucleones puede dar lugar a una cierta proporción de estado P .-

ESTRUCTURA NUCLEAR.- CLASIFICACION ESPECTROSCOPICA DE LOS NIVELES.- CONFIGURACIONES PRINCIPALES.-

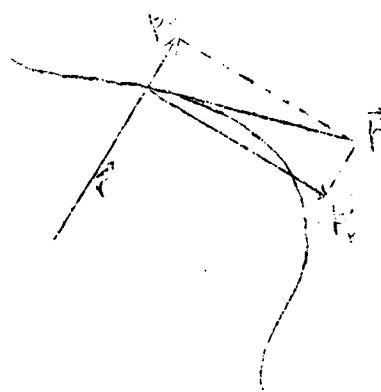
6.- Vamos a determinar los niveles energéticos del núcleo, en la hipótesis de que el potencial de interacción entre un nucleón aislado y los restantes que constituyen el núcleo tenga simetría cen-

tral.- Sea $V(r)$ ese potencial.- Desde el punto de vista clásico, la energía total del nucleón es:

$$H = V(r) \div \frac{p^2}{2m}$$

y como

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times \vec{p}'_r = \text{momento angular}$$



$$H = V(r) \div \frac{p_r^2}{2m} \div \frac{p'_r{}^2}{2m} \tag{6.1}$$

$$= V(r) \div \frac{p_r^2}{2m} \div \frac{L^2}{2mr^2}$$

La expresión cuántica correspondiente a (6.1) será:

$$H = V(r) + \frac{1}{2m} \left[p_{op}^2 + \frac{L_{op}^2}{r^2} \right] \tag{6.2}$$

donde

$$p_{op}^2 = \hbar^2 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right)$$

$$L_{op}^2 = \hbar^2 \left(\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right)$$

por la forma de estos operadores es posible, en la ecuación de Schrodinger del sistema:

$$H \psi = E \psi$$

Separar las variables.- Se tiene entonces:

$$\psi = R(r) Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$$

Las $Y_{\ell m}$ son funciones esféricas, autofunciones de L^2 con autovalores $\hbar^2 \ell(\ell+1)$.- En cuanto a la parte radial de ψ , puede determinarse la efectuando la sustitución:

$$\psi = \frac{\psi(r)}{r} Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$$

$\psi(r)$ satisface entonces la ecuación:

$$\psi'' + \psi \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - V(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{2m r^2} \right] = 0$$

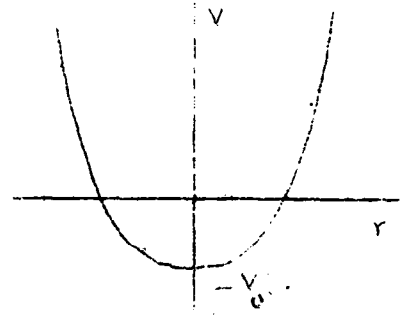
La distribución de los niveles de energía depende de la forma de $V(r)$.- En el caso particular:

$$V(r) = -V_0 \div \frac{1}{2} \kappa r^2$$

///

se obtienen niveles doblemente degenerados en m y λ .- Los valores de la energía (oscilador de tres dimensiones) están dados por:

$$E_n = h \left(n + \frac{3}{2} \right)$$



Con el potencial elegido, los niveles se ordenan según la

Tabla 6-I

n		Términos	Paridad	Número de neutrones o protonos en la capa saturada	Número total de neutrones o protones
0	0	1 s	+	2	2
1	1	1 p d	-	6	8
2	0,2	2 s + 1 d	+	12	20
3	1,3	2 p + 1 f	-	20	40
4	0,2, 4	3 s + 2 d + 1 g	+	30	70

(El número que precede al símbolo del término indica el número de veces que un término de esa clase ha aparecido.- P. ej., para $n = 0$, tenemos un s-término 1 s, para $n = 2$ un s término que indicamos con 2 s).-

Dado que los nucleones poseen un spin intrínseco, cada nivel λ ha de descomponerse según $j = \lambda \pm \frac{1}{2}$.- Corresponde una mayor energía de ligadura - un nivel más bajo - a los términos de mayor multiplicidad:

$$E(j = \lambda + \frac{1}{2}) > E(j = \lambda - \frac{1}{2})$$

La separación de los niveles según j crece con λ , y su valor es, como puede calcularse:

$$E(\lambda + \frac{1}{2}) - E(\lambda - \frac{1}{2}) = \frac{2\lambda + 1}{k^2}$$

Esta separación de niveles dá lugar a que la tabla 6-I se modifique del modo siguiente:

Tabla 6-II

Capas	Términos	Número de protones o neutrones que saturan la capa	Número total de neutrones o protones
I	$s_{\frac{1}{2}}$	2	2
II	$p_{\frac{3}{2}} + p_{\frac{1}{2}}$	6	8
IIa	$d_{\frac{5}{2}}$	6	14
III	$s_{\frac{3}{2}} + d_{\frac{3}{2}}$	6	20
IIIa	$f_{\frac{7}{2}}$	8	28
IV	$p_{\frac{3}{2}} + f_{\frac{5}{2}} + p_{\frac{1}{2}} + g_{\frac{9}{2}}$	22	50
V	$g_{\frac{7}{2}} + d_{\frac{5}{2}} + d_{\frac{3}{2}} + s_{\frac{1}{2}} + h_{\frac{11}{2}}$	32	82
VI	$h_{\frac{9}{2}} + f_{\frac{7}{2}} + f_{\frac{5}{2}} + p_{\frac{3}{2}} + p_{\frac{1}{2}} + i_{\frac{13}{2}}$	44	126

Como el efecto del acoplamiento spin-orbital es débil para $\zeta = 1$, la capa II queda invariada.- Para las capas siguientes, los términos de mayor multiplicidad de spin aparecen con energía tanto más baja (mayor energía de ligadura) cuanto mayor sea ζ .- Por ello, los términos $d_{\frac{5}{2}}$ de la tercera capa, $f_{\frac{7}{2}}$ de la cuarta dan lugar a la formación de capas intermedias, IIa, IIIa, respectivamente.- Cuando ζ se hace más grande, en lugar de formarse capas intermedias, los términos de multiplicidad más alta se incorporan a la capa anterior.- Como puede observarse, la última columna de la tabla reproduce la serie de los números mágicos.-

La aplicación del modelo de capas conduce a considerar al núcleo como formado por una parte saturada ($J = L = S = 0$) y una parte no saturada, responsable del momento magnético y cuadrupolo del sistema total.- Sea en primer lugar el caso $[0 + 1]$, la parte no saturada está constituida por un solo nucleón.- Tal es el caso del ${}^{17}_8\text{O}$, un neutrón en el nivel $5/2$; $J = j = 5/2$.- El momento magnético teórico coincide con el experimental:

$$\mu_{\text{exp}} = -1,9 \text{ magnetones nucleares}$$

$$j = 5/2$$

$$\mu_{\text{teor}} = g_L \ell + g_S$$

$$\left. \begin{array}{l} g_L = 0 \\ g_S = -1,9 \end{array} \right\} \text{ (neutrón)}$$

Pero el acuerdo entre la teoría y la experiencia es sólo parcial. El modelo falla en núcleos tales como ${}^{63}_{29}\text{Cu}$, ${}^{121}_{51}\text{Sb}$, etc, en los que el número de protones es un número mágico más 1, en los que podía esperarse que el momento magnético fuera debido sólo al protón adicional.

En el caso $[0 + n]$ ha de tenerse en cuenta la interacción entre los nucleones de la parte no saturada. El estado del núcleo estará representado por cierta $\sum a_L \psi_L$, con $\sum |a_L|^2 = 1$, (aparecerá una mezcla de términos correspondientes a $L, L \pm 2, \dots$).

La interacción de los nucleones de la parte no saturada puede dar lugar a una inversión de los niveles. Tal es el caso del As. La parte no saturada esta compuesta por cinco protones. Si no hubiera interacción ellos se agruparían en la capa IV, cuatro protones en $2 p_{3/2}$ y uno en $1 f_{5/2}$, dando por resultado $J = j = 5/2$. Pero en realidad se ubican cuatro en $f_{5/2}$ y uno en $2 p_{1/2}$.

MODELO DE CAPAS. REFERENCIA BIBLIOGRAFICA

1. Blatt-Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics
2. L. Rosenfeld. Nuclear Forces.
3. M. G. Mayer. Phys. Rev. 1949, 74, 235; 1949, 75, 1969.
4. R. Nataf-R. Bouchez. Journal de Physique et le radium, 1952, 13, 81.
5. B. Flowers, Nuclear Shell Model, Progress in Nuclear physics, 2-1952.
6. H. L. Pryce. Nuclear Shell Structure. Reports on Progress in Physics, XVII, 1954, p.1.-

7.- No hemos de describir aquí el proceso de emisión beta, ni entraremos en detalle acerca de los procedimientos experimentales que se utilizan para estudiarlo.- Nos limitaremos a proporcionar referencias bibliográficas sobre el tema.-

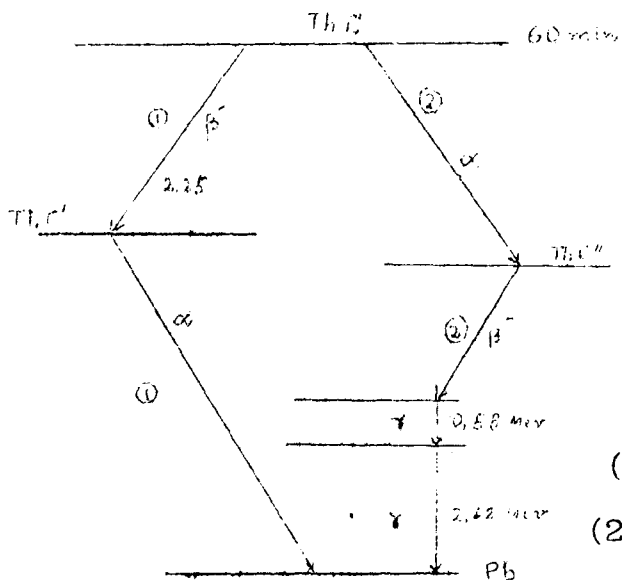
Tipos de procesos beta:

Mientras los electrones y antielectrones se distinguen fácilmente por el signo de su carga, no hay medio práctico de distinguir neutrinos de antineutrinos.- Ya que la expresión para la energía de interacción entre un nucleón y un par de leptones tiene una forma más simple cuando uno de los leptones está asociado con un antileptón de la otra clase, el proceso de caída beta⁻ se describe generalmente como la emisión de un electrón negativo y un antineutrino, mientras que la emisión beta⁺ consiste en la emisión de un positrón y un neutrino.-

Balance de energía en los procesos beta:

El balance de energía de los diferentes tipos de transiciones beta se establece fácilmente en términos de las masas de los núcleos que intervienen.- La diferencia de estas masas es igual, en el caso de transición β^+ ó β^- a la suma de las masas de los leptones emitidos, más su energía cinética, la que está dada por la E_{max} del espectro beta.- Del estudio de la distribución de intensidades de este espectro cerca de este E_{max} puede concluirse que la masa del neutrino es muy probablemente cero.-

Ej. Th.C.



$$\begin{aligned}
 (1) \quad E_{\beta^-} &= 2,25 \div 0,511 = 2,761 \\
 E_{\alpha} &= 8,776 \div 0,166 = \underline{8,942} \\
 (2) \quad E_{\alpha} &= 6,086 \div 0,114 = 6,201 \\
 E_{\beta^+} + E_{\gamma} &= 1,80 \div 0,511 \div 0,58 \div 2,62 = \\
 &= \underline{5,511} \\
 (1) \quad E_{\beta^-} + E_{\alpha} &= 11,703 \pm 0,01 \\
 (2) \quad E_{\alpha} + E_{\beta^-} + E_{\gamma} &= 11,72 \pm 0,01
 \end{aligned}$$

///

EMISION BETA.- GENERALIDADES.-Referencia bibliográfica:

- 1.- E.J. Konopinsky.- Rev. Mod. Phys., 15-1943, 209.-
- 2.- E.J. Konopinsky and L.M. Langer.- The experimental Clarification of the Theory of beta-decay.-**Annual Review** of Nuclear Science.- V. 2-1953, p. 261.-
- 3.- Ch. D. Coryell.- Beta-decay energetics.- **Ann.** Rev. of N.Sc. N^o 2 1953; p. 305.-
- 4.- T. Skyrme, Theory of beta decay, Progress in Nuclear Physics, Frisch, I, p. 115.

EMISION BETA.- PROBABILIDADES DE TRANSICION

8.- Consideremos en primer lugar una transición que afecte a un solo nucleón, que pasa de un estado U_i a un estado U_f , con emisión de un electrón y un neutrino.- La emisión del neutrino conviene interpretarla como absorción de un neutrino con energía negativa.- Los estados del electrón y el neutrino se representarán, respectivamente, con ψ y $\bar{\psi}$.-

Se supone muy pequeña la energía de interacción entre el nucleón y la parte leptónica (electrón + neutrino).- Si $\mathcal{H} = \mathcal{H}^0 + \mathcal{H}'$ es el hamiltoniano total, y $\mathcal{H}^0 U = E^0 U$ proporciona las autofunciones del sistema no perturbado, deberá verificarse:

$$|\langle U_f | \mathcal{H}' | U_i \rangle| \ll |\langle U_f | \mathcal{H}^0 | U_i \rangle|$$

Sea ΔE la diferencia entre las energías de los estados inicial y final.- Siendo $\hbar \Gamma_i$ el ancho del nivel i , para que una transición con i como nivel inicial se halle bien definida, debe ser:

$$\Delta E \gg \hbar \Gamma_i = \hbar / \Delta t$$

y como $E_{\min} = m_0 c^2 = 511 \text{ keV}$ (energía del electrón en reposo), debe cumplirse:

$$\Delta t \gg 1,28 \cdot 10^{-21} \text{ seg.}$$

9.- Probabilidades de transición:

La probabilidad de que el electrón sea emitido con energía entre E y $E \pm dE$, es, por unidad de tiempo:

$$P dE = 2\pi g^2 |H'_{fi}|^2 \rho_f dE \quad (9.1)$$

donde:

$$H'_{fi} = \int U_f^* \mathcal{H}' U_i d\tau$$

y $\rho_f(E_0, E)$ es la densidad de estados finales con energía total E_0 , energía del electrón igual a E .- (Véase p.ej. Fermi, Nuclear Physics, p. 75).- Pero no hay inconveniente en suponer a las funciones que caracterizan los estados del nucleón, U_i , U_f , normalizadas por intervalo unidad de energía E .- En ese caso la probabilidad de transición será:

$$P dE = 2\pi g^2 |H'_{fi}|^2 dE \quad (9.2)$$

y la probabilidad total, midiendo E en unidades $m_0 c^2$, esto es, reemplazando E por:

$$\xi = E/m_0 c^2$$

es:

$$P_{\beta} = \int_1^{\xi_0} P(\xi) d\xi \quad (9.3)$$

tomando la integral a partir de 1, correspondiente a los electrones en reposo.-

10.- Teoría de Fermi:

La idea de Fermi ha consistido en interpretar la emisión beta de modo análogo a la teoría de Dirac de la emisión de la luz.- En el caso de la luz, el operador de interacción entre el electrón y el campo emitido es:

$$H = e \vec{\alpha} \vec{A} \quad ; \quad \text{con } \vec{j} = e \vec{\alpha} \quad (\text{operador corriente}) \quad ; \quad \vec{A} = \text{potencial electromagnético}$$

Para la emisión beta, Fermi supuso, en primera instancia:

$$H = g (\psi^* \psi) Q$$

En forma más general se define: (1)

$$H = g \left[(\psi^* \Omega \psi) \Omega Q + (\psi^* \Omega \psi)^* \Omega Q \right] \quad (10.1)$$

con

$$Q U_n = U_p \quad ; \quad Q U_p = 0 \quad ; \quad Q^\dagger U_n = 0 \quad ; \quad Q^\dagger U_p = U_n$$

(Recuérdese que la función de ondas del nucleón depende de coordenadas espaciales, coordenadas de spin y coordenadas de carga-spin isotópico.- Indicamos con U_n la función de ondas del neutrón, con U_p la del protón).-

Definido de ese modo, el operador H puede aplicarse tanto a la emisión β^- como a la β^+ y a la captura K .- En efecto, uno solo de los términos, aplicado a una U_n ó U_p dá un resultado distinto de 0.-

Sobre Ω no hemos planteado aún ninguna suposición.- Ahora bien, para que la probabilidad sea un invariante en las transformaciones relativistas, el elemento de matriz H'_{fi} , integrado respecto del tiempo, debe ser un invariante en esas transformaciones:

))-----

(1) En el caso de intervenir varios nucleones, H estará dado por cierta \sum

$$\int_{f_i} H' dt = \iint U_f^* H U_i d\tau dt = \text{invariante}$$

Pero como elemento $d\tau dt$ es un invariante relativista, también debe serlo $(U_f^* H U_i) = (U_f^*, (\Psi^* \Omega \Psi) \Omega U_i) = (U_f^* \Omega U_i) (\Psi^* \Omega \Psi)$
El escalar $(\Psi^* \Omega \Psi)$ puede sacarse del paréntesis. Se demuestra que para que $U_f^* H U_i$ sea un invariante relativista, debe consistir en una combinación lineal de los siguientes términos:

$$\begin{aligned} J_1 = S &= (U_f^* \beta U_i) (\Psi^* \beta \Psi) & + \\ J_2 = V &= (U_f^* \alpha U_i) (\Psi^* \alpha \Psi) & + (U_f^* \alpha U_i) (\Psi^* \alpha \Psi) \\ J_3 = T &= (U_f^* \beta \sigma U_i) (\Psi^* \beta \sigma \Psi) & + (U_f^* \beta \alpha U_i) (\Psi^* \beta \alpha \Psi) \\ J_4 = A &= (U_f^* \sigma U_i) (\Psi^* \sigma \Psi) & + (U_f^* \gamma_5 U_i) (\Psi^* \gamma_5 \Psi) \\ J_5 = P &= (U_f^* \beta \gamma_5 U_i) (\Psi^* \beta \gamma_5 \Psi) \end{aligned}$$

Términos grandes

Términos pequeños

donde:

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix} \quad \alpha_1 = \begin{pmatrix} & & & 1 \\ & & & \\ & & & \\ 1 & & & \end{pmatrix} \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} & & & -i \\ & & & \\ & & & \\ i & & & \end{pmatrix}$$

$$\alpha_3 = \begin{pmatrix} & & 1 & \\ & & & -1 \\ & & & \\ 1 & & & \end{pmatrix} \quad \sigma_1 = -i \alpha_2 \alpha_3 \quad \sigma_2 = -i \alpha_3 \alpha_1$$

$$\sigma_3 = +i \alpha_1 \alpha_2 \quad \gamma_5 = -i \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$$

(S: escalar, V: vectorial, T: tensorial, A: axial, P: pseudoscalar).-

Fácilmente se verifica que entre los valores medios del operador \hat{F} que aparece en los "términos grandes", y los α y γ_5 que figuran en los "términos pequeños", existe la relación: $\langle \alpha \rangle / \langle \sigma \rangle = \frac{v}{c}$ $\frac{\langle \gamma_5 \rangle}{\langle \sigma \rangle} = \frac{v}{c}$

En efecto, se verifica: (1)

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} (FH - HF)$$

Si $H = -c \alpha p$, $F = x$, se tiene:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{c}{i\hbar} (-x \alpha p + \alpha p x)$$

luego:

$$\dot{x} = \frac{1}{i\hbar} c [\alpha_x (x p_x \pm i\hbar) - x \alpha_x p_x] = -c \alpha_x$$

(1).- Véase p. oj., Schiff - Quantum Mechanics, p. 316.-

Del mismo modo se obtiene:

$$v_y = -c \alpha_y ; \quad v_z = -c \alpha_z ; \quad \text{donde, como } \langle \sigma \rangle = 1 ,$$

Análogamente se demuestra que, es también $\frac{\langle \sigma_x \rangle}{\langle \sigma \rangle} = \frac{c \alpha_x}{c}$

La experiencia decidirá acerca de cual es la combinación lineal que conviene adoptar.-

11.- Las probabilidades de transición, por unidad de tiempo, se expresarán, por lo que hemos visto, como:

$$P_{fi}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \langle \psi_f | H' | \psi_i \rangle e^{i(E_f - E_i)t'/\hbar} \quad (11.1)$$

Conviene que el factor leptónico que aparece en el integrado solo contenga funciones ψ_+ , ψ_- , soluciones de las ecuaciones de Direc, correspondientes a energías positivas.- Para ello, recordemos que:

$$\psi_- = c \psi_+ \quad (11.2)$$

$$c = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

En ese caso, para la emisión β^- , tenemos emisión de un electrón con energía positiva, absorción de un neutrino con energía negativa, y el factor leptónico será:

$$\langle \psi_f | H' | \psi_i \rangle = \langle \psi_f | H' c | \psi_i \rangle = \langle \psi_f | H' \psi_+ \rangle$$

Para la emisión β^+ , emisión de un neutrino con energía positiva, de un electrón positivo, con energía positiva (que se interpreta como absorción de un electrón negativo con energía negativa), el factor leptónico es:

$$\langle \psi_f | H' | \psi_i \rangle = \langle \psi_f | H' c | \psi_i \rangle = \langle \psi_f | H' \psi_- \rangle$$

Para la captura K, emisión de un neutrino con energía positiva, absorción de un electrón en un estado estacionario (energía negativa).- Factor leptónico:

$$\langle \psi_f | H' | \psi_i \rangle = \langle \psi_f | H' c | \psi_i \rangle = \langle \psi_f | H' \psi_+ \rangle$$

12.- Sea una transición del estado i, caracterizado por J_i, M_i , al f, con J_f, M_f .- Si j_1, j_2 son los impulsos angulares del electrón y

///

el neutrino, respectivamente, por la conservación del momento angular, es, en la emisión:

$$\vec{J}_i - \vec{J}_f = \vec{j}_1 + \vec{j}_2 = \vec{k} \quad (12.1)$$

$$M_i - M_f = m_1 + m_2 = k$$

y en la captura:

$$\vec{J}_i - \vec{J}_f = \vec{j}_1 - \vec{j}_2 \quad (12.2)$$

$$M_i - M_f = m_1 - m_2$$

La fórmula (9.2) proporciona la probabilidad de transición del estado i al f .- Pero esa expresión depende de M_i y M_f , es decir, depende de la orientación de J_i , J_f .- En cambio:

$$\sum_{M_f} P(J_i M_i \rightarrow J_f M_f)$$

es independiente de M_i .- Puede entonces adoptarse para M_i el valor que resulte más cómodo para el cálculo, $M_i = J_i$ (se elige como eje z el que tiene la dirección y el sentido de J_i).-

En la hipótesis de que el electrón y el neutrino se crean en $r = R$, (radio del núcleo), la parte radial de ψ , φ , se aproxima con $(pR)^{j_1 - \frac{1}{2}}$, $(qR)^{j_2 - \frac{1}{2}}$, respectivamente.- Como $p = \hbar/\lambda$; $q = \hbar/\lambda$ y $\lambda \gg R$, los términos leptónicos decrecen rápidamente cuando crecen j_1 , j_2 .- Los productos $(pR)^{j_1 - \frac{1}{2}} \times (qR)^{j_2 - \frac{1}{2}}$ son aproximadamente del mismo orden para $j_1 + j_2 = k$.- En consecuencia, escribimos la probabilidad total de emisión como la suma:

$$P \, dE = \sum_{k=1}^{\infty} (P_{k-1}) \, dE$$

P_0 corresponde a las transiciones permitidas.- En la práctica, de los términos de la sumatoria se considera solamente el primero no nulo.- Cada término se escribe como:

$$P_{k-1}(E) \, dE = 2\pi g^2 \sum_{m_1} \sum_{j_1 + j_2 = k} \sum_{m_1, m_2} \left| \int (u_f^\dagger \Omega u_i) (\psi^\dagger \Omega \varphi) \, d\tau \right|^2 \, dE \quad (12.3)$$

Se efectúa la suma respecto de m_1 , m_2 para que P_{k-1} sea independiente de las orientaciones de j_1 , j_2 .- Los números cuánticos m_1 , m_2 deberán verificar las condiciones (12.1).-

El cálculo de las probabilidades de transición se efectúa suponiendo $J_i > J_f$. - Cuando la transición real corresponde a $J_i < J_f$, se recurre a la fórmula de Orstein-Burger, esto es, si P es la probabilidad de la transición $(J L) \rightarrow (J' L')$, y P' la de $(J' L') \rightarrow (J L)$, es:

$$P = \frac{2 J' + 1}{2 J + 1} P' \quad (12.4)$$

13.- Las probabilidades de transición y las reglas de selección:

Debido a la forma de los spinores Ψ , ψ , el producto escalar $(\Psi | \Omega \psi)$ se puede escribir como una combinación lineal de funciones esféricas:

$$(\Psi | \Omega \psi) = a_0 Y_0 + a_1 Y_1 + \dots \quad (1) \quad (13.1)$$

Que se transforma por rotaciones según:

$$D_0 + D_1 + \dots$$

Para que la densidad de probabilidad:

$$H_{fi} = (\psi_f^* | \Omega \psi_i) (\Psi | \Omega \Psi)$$

se mantenga invariada en las rotaciones, deberá mantenerse invariado el producto del factor nuclear $(\psi_f^* | \Omega \psi_i)$ por cada uno de los términos de (1). - Puede probarse que la invariancia por rotaciones de:

$$(\psi_f^* | \Omega \psi_i) Y_l$$

implica la existencia de un vector invariante en el espacio de:

$D_{J_i} \times D_{\Omega} \times D_{J_f} \times D_l$, esto es, este producto de representaciones debe contener la representación idéntica:

$$D_{J_i} \times D_{\Omega} \times D_{J_f} \times D_l \supset D_0 \quad (13.2)$$

Para que ello sea posible, siendo:

$$D_{J_i} \times D_{J_f} = D_{\Delta J} + D_{\Delta J+1} + \dots + D_{J_i+J_f}$$

hallaremos los posibles valores de ΔJ , (es decir, las reglas de selección para J) de acuerdo con la clase de representación que proporcionan los operadores Ω . - Así, tenemos:

$$A) \quad \Omega = \beta \sigma$$

a) Reglas de Selección para J

(1) Con Y_l indicamos una combinación lineal de funciones esféricas de orden l, \dots

Debe ser, o bien $\Delta J = 0$, pués en ese caso:

$$(D_{\Delta J} + D_{\Delta J+1} + \dots) \times D_1 \times D_0 = (D_0 + D_1 + \dots) \times D_1 = D_1 + (D_0 + D_1 + D_2 + \dots)$$

o bien $\Delta J = 1$, pués entonces:

$$(D_1 + D_2 + \dots) \times D_1 = D_0 + D_1 + D_2 + \dots$$

pero ya no $\Delta J = 2$, pués en ese caso:

$$(D_2 + D_3 + \dots) \times D_1 = (D_1 + D_2 + D_3) + D_2 + D_3 + D_4$$

que no contiene a D_0 . - De este modo obtenemos la primera regla de selección para J . - Si $\Omega = \beta \sigma$, el primer término de la serie en que se descompone el factor leptónico nos dá una probabilidad de transición distinta de 0, solo si:

$$\Delta J = 0, 1$$

Para el segundo término, en Y_1 , la representación del grupo de las rotaciones que dan las Y_1 es D_1 , y entonces:

$$(D_{\Delta J} + D_{\Delta J+1} + \dots) \times D_1 \times D_1 \supset D_0$$

y como

$$D_1 \times D_1 = D_0 + D_1 + D_2$$

debe ser:

$$\Delta J = 0, 1, 2$$

b) Reglas de selección para L:

Los operadores $\beta \sigma$ sólo actúan en el espacio del spin; en el espacio de las coordenadas se transforman por rotaciones según D_0 . - Los términos del producto escalar $(\psi_L^\dagger \Omega \psi_L)$ son productos de vectores del espacio de D_L por vectores del espacio $D_{L'}$, esto es, pertenecen al espacio de $D_L \times D_{L'}$; y como:

$$D_L \times D_{L'} = D_{\Delta L} + D_{\Delta L+1} + \dots$$

para el primer término, Y_0 , del factor leptónico, es:

$$(D_{\Delta L} + D_{\Delta L+1} + \dots) D_0 = D_{\Delta L} + D_{\Delta L+1} + \dots \quad \Delta L = 0$$

Para el segundo, Y_1 :

$$(D_{\Delta L} + D_{\Delta L+1} + \dots) D_1 = D_{\Delta L-1} + D_{\Delta L} + D_{\Delta L+1} + \dots \quad \Delta L = 1$$

c).- Paridad:

La invariancia de la densidad de probabilidad $(\psi^\dagger \beta \sigma \psi)$ implica la relación:

///

$$\pi(Y_p) \pi(L) \pi(U_i) \pi(\psi^* \rightarrow \psi) = 1 \quad (13.3)$$

entre las paridades. La paridad de Y_p es $(-1)^{\ell}$, luego

$$\pi(U_i) \pi(L) \pi(U_i) (-1)^{\ell} = 1$$

y para $L = \beta \sigma$, operador invariante en las simetrías, es

$$\pi(U_i) \pi(U_i) (-1)^{\ell} = 1 \quad \Delta \pi = (-1)^{\ell}$$

B) $L = \beta$

En este caso obtenemos, para Y_0 , $\Delta J = 0$, $\Delta L = 0$.

Las reglas de selección para J y L con interacción σ , $\beta \sigma$ (tipo Gamow-Teller) y con β , 1 (tipo Fermi), están dadas en las tablas siguientes.-

TABLA 13-I

Y_i	D_i	$\pi(Y_p)$	$D_{\beta \sigma} \times D_e$	$\Delta \pi$	ΔJ
Y_0	D_0	1	D_1	no	0, 1 [*]
Y_1	D_1	-1	$D_0 + D_1 + D_2$	sí	0, 1, 2
Y_2	D_2	1	$D_1 + D_2 + D_3$	no	0, 1, 2, 3

* La transición $0 \rightarrow 0$ resulta prohibida, puesto que

$$D_0 \times D_0 \times D_1 \times D_0 = D_1$$

TABLA 13.1'

Y_e	D_e	π	$D_{\beta\alpha} \times D_e$	$\Delta \pi$	ΔL
Y_0	D_0	1	D_0	no	0
Y_1	D_1	-1	D_1	sí	1
Y_2	D_2	1	D_2	no	0, 2

TABLA 13.2

Y_e	D_e	π	$D_{\beta\alpha} \times D_e$	$\Delta \pi$	ΔL	ΔJ
Y_0	D_0	1	D_0	no	0	0
Y_1	D_1	-1	D_1	sí	1	0, 1
Y_2	D_2	1	D_2	no	0, 2	0, 1, 2

14.- Transiciones permitidas:

Vamos a considerar en (12.3) el caso en que $j_1 + j_2 = 1$ (para lo cual debe ser $j_1 = j_2 = \frac{1}{2}$, y l_1, l_2 podrán tomar los valores 0 ó 1).- Supongamos que la interacción es de tipo Fermi, $\Omega = \beta$ (el supuesto de otra interacción conduce a una expresión idéntica para la probabilidad de transición.- Véase para el caso Gamow-Teller, Marshak, Phys. Rev. 61, 1942, 434).- En este caso se obtiene, según la tabla 13.2, $\Delta J = 0$, $\Delta L = 0$.- Según (12.3), para $k = 1$, es:

$$P_0 d\varepsilon = 2\pi g^2 \sum_{M'} | \langle J' m' | \beta | J M \rangle |^2 | M_f |^2 d\varepsilon \quad (14.1)$$

con:

$$M_f = \sum_{j_1 m_1, j_2 m_2} | \langle j_1 m_1, j_2 m_2 | \beta | J M \rangle |^2 \quad (14.2)$$

$$(\Psi \beta C \Psi) = \Psi_1 \Psi_4 - \Psi_2 \Psi_3 + \Psi_3 \Psi_2 - \Psi_4 \Psi_1 \quad (14.3)$$

pués:

$$\beta C = \begin{pmatrix} & & & +1 \\ & & -1 & \\ & +1 & & \\ -1 & & & \end{pmatrix}$$

Para que se verifique la relación (13.3) entre las paridades, debe ser $M(\psi^* \beta C \psi) = 1$.- Como la paridad de βC es $(-1)^{(L)}$, y las de ψ , ψ^* respectivamente $(-1)^{l_1}$, $(-1)^{l_2}$, tiene que ser $l_1 \neq l_2$. Para formar los productos (14.2), consideraremos entonces los siguientes casos:

Según (5.2):

a₁)

$$\begin{array}{ll} j_1 = 0 + \frac{1}{2} & j_2 = 1 - \frac{1}{2} \\ m_1 = \frac{1}{2} & m_2 = -\frac{1}{2} \\ \psi_1 = \frac{i}{\sqrt{3}} Y_1^0 f_0 & \psi_1 = 0 \\ \psi_2 = i \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} Y_1^1 f_0 & \psi_2 = -i Y_0^0 f_{-2} \\ \psi_3 = \frac{i}{\sqrt{3}} Y_0^0 g_0 & \psi_3 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} Y_1^1 g_{-2} \\ \psi_4 = 0 & \psi_4 = \frac{1}{\sqrt{3}} Y_1^0 g_{-2} \end{array}$$

Efectuando los productos, teniendo en cuenta que para el neutrino, para pequeños valores de qr es:

$$\begin{aligned} f_{-2} &= \left(\frac{q}{2r}\right)^{1/2} J_{1/2}(qr) \sim \left(\frac{q}{2r}\right)^{1/2} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} (qr)^{1/2} = \frac{q}{\sqrt{\pi}} \\ g_{-2} &= \left(\frac{q}{2r}\right)^{3/2} J_{3/2}(qr) \sim \left(\frac{q}{2r}\right)^{3/2} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} (qr)^{3/2} = \frac{q^2 r}{3\sqrt{\pi}} \end{aligned}$$

Siendo $q \sim \frac{\hbar}{\lambda}$, $\lambda \gg R$, en $r = R$ (radio nuclear) resultan despreciables los productos en los que aparezca g_{-2} , y en este caso, el único término que contribuye a M_f es:

$$\psi_3^* \psi_2 = -Y_0^0 g_0 f_{-2} \quad (b)$$

(1).- La paridad de βC es (-1) , pues en el caso de dos partículas su intercambio equivale a un cambio en las coordenadas, y en (14.3), el intercambio de ψ y ψ^* tiene el efecto de una multiplicación por (-1) .-

Es ahora; $m_1 = m_2 = \frac{1}{2}$. - En (5.2) se obtiene:

$$\psi_1 = Y_0^0 f_{-2} \quad \psi_2 = 0 \quad \psi_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} Y_1^0 g_{-2} \quad \psi_4 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} Y_1^1 g_{-2}$$

Al efectuar los productos, observamos que su contribución al valor

de M_ρ es despreciable. - Lo mismo ocurre en los casos $m_1 = m_2 = -\frac{1}{2}$,

y $m_1 = -\frac{1}{2}, m_2 = \frac{1}{2}$.

a₂):

$$j_{-1} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$j_2 = 0 + \frac{1}{2}$$

$$m_1 = \frac{1}{2}$$

$$m_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\psi_1 = Y_0^0 f_2$$

$$\psi_1 = i \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} Y_1^1 f_0^{(B)}$$

$$\psi_2 = 0$$

$$\psi_2 = i \frac{1}{\sqrt{3}} Y_0^0 f_0^{(B)}$$

$$\psi_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} Y_1^0 g_{-2}$$

$$\psi_3 = 0$$

$$\psi_4 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} Y_1^1 g_{-2}$$

$$\psi_4 = Y_0^0 g_0$$

En este caso, como $f_0 = \left(\frac{q}{2r}\right)^{\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{2}}$, el único término no despreciable es:

$$\psi_1 \psi_4 = Y_{00}^2 f_{-2} g_0^{(B)}$$

Los términos correspondientes a los restantes valores de m_1, m_2 no contribuyen apreciablemente:

$$|M_\rho|^2 = Y_{00}^4 \left(f_{-2}^{(B)2} g_0^2 + g_0^{(B)2} f_{-2}^2 \right)$$

Pero las funciones de Bessel $f_{-2}^{(B)}, g_0^{(B)}$ pueden aproximarse con:

$$f_{-2}^{(B)} = g_0^{(B)} \sim \frac{q}{\sqrt{\pi}}$$

y entonces:

$$|M_\rho|^2 = \frac{q^2}{\pi} \left(f_{-2}^2 + g_0^2 \right) Y_{00}^4$$

-o sea:

$$P(\epsilon) d\epsilon = 2\pi q^2 \langle \rho \rangle^2 \frac{q^2}{\pi} \left(g_0^2 + f_{-2}^2 \right) Y_{00}^4$$

y como:

$$Y_{00}^4 = \frac{1}{16\pi^2}$$

y por otra parte, $g_0^2 + f_{-2}^2$ puede aproximarse, para $r = R$, con:

$$g_0^2 + f_{-2}^2 \sim \frac{2\epsilon\rho}{\pi} \frac{1 + Y_0}{2} F_0^{(1)} \quad (1)$$

donde:

$$F_0 = 4(2\rho R)^{2Y_0-2} e^{-\pi \frac{\alpha_0 \epsilon}{\rho}} \left| \frac{\Gamma(Y_0 + i \frac{2\epsilon}{\rho})}{\Gamma(2Y_0 + 1)} \right|^2$$

(1) Marshak. op. cit. p. 435.-

y:
 $\lambda_0 = \sqrt{1 - \alpha^2 Z^2}$ $\alpha =$ constante de estructura fina

se tiene finalmente:

$$P(\epsilon) d\epsilon = \frac{q^2}{2\pi^2} \langle \beta \rangle^2 \frac{1 + \delta_0}{2} \epsilon p q^2 F_0 \quad (14.4)$$

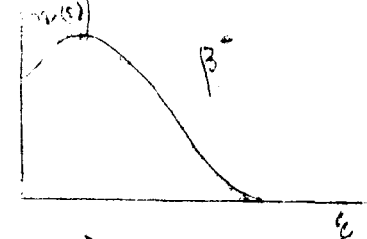
Dada la forma de F_0 , puede verificarse:

1) $F_0 \rightarrow 1$ si $Z \rightarrow 0$.- En efecto, en este caso:

$$\lambda_0 = 1 \quad e^{-\frac{\pi \alpha Z \epsilon}{p}} \rightarrow 0 \quad \Gamma(1) = 1 \quad \Gamma(2) = 2$$

$$F_0 = 4 \left| \frac{\Gamma(1)}{\Gamma(2)} \right|^2 = 1$$

2) Como $\epsilon^2 = 1 + p^2$, $\frac{\epsilon}{p} \rightarrow \infty$ cuando $p \rightarrow 0$.- Podemos entonces verificar la forma de la distribución de los electrones en las proximidades de $p = 0$ (es entonces $\epsilon = 1$).- En la emisión β^- , $Z > 0$, como:

$$\left| \Gamma(x + iy) \right|^2 \xrightarrow{y \rightarrow \infty} 2\pi y e^{-\pi y}$$


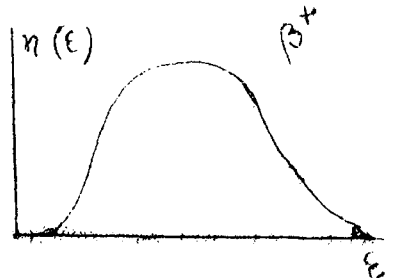
la probabilidad es proporcional a:

$$\epsilon p q^2 2\pi \frac{\epsilon}{p} e^{-\frac{\pi \alpha Z \epsilon}{p}} = 2\pi \epsilon^2 q^2$$

En la emisión β^+ , reemplazando en F_0 , Z por $-Z$, hallamos que la probabilidad es proporcional a:

$$\epsilon p q^2 2\pi \frac{\epsilon}{p} e^{-2\pi \frac{\alpha Z \epsilon}{p}}$$

que tiende a 0 con p .



15.- Masa del Neutrino:

Si la masa del neutrino es distinta de 0, la energía total puesta en juego, ϵ_0 , es igual a la energía máxima de los electrones más el equivalente en energía de la masa del neutrino en reposo.- Suponemos que la máxima densidad en la distribución electrónica corresponde a igualdad de impulsos del electrón y el neutrino:

$$p = q$$

que podemos escribir como:

$$\sqrt{\epsilon_m^2 - 1} = \sqrt{\epsilon_v^2 - \nu^2} \quad \text{con } \epsilon_v = \epsilon_0 - \epsilon_m$$

entonces: $\epsilon_m^2 - 1 = (\epsilon_0 - \epsilon_m)^2 - \nu^2$

$$\epsilon_m = \frac{\epsilon_0^2 + 1 - \nu^2}{2\nu \epsilon_0} \approx \frac{\epsilon_0^2 + 1}{2\epsilon_0}$$

///

La energía cinética de los electrones es $W = \xi - 1$, luego la energía cinética para la cual la densidad es máxima es:

$$W_m = \frac{\xi_0^2 + 1}{2\xi_0} - 1 = \frac{(\xi_0 - 1)^2}{2\xi_0}$$

$$\xi_0 = \text{energía total} = W_0 + 1 + \nu, \text{ luego } W_m = \frac{(W_0 + \nu)^2}{2(W_0 + 1 + \nu)} \sim \frac{W_0}{2} \frac{W_0 + 2\nu}{W_0 + 1 + \nu}$$

En el caso del radio E, se obtienen experimentalmente los resultados:

$$W_0 = 1, 2 \text{ Mev}; \quad W_m = 350 \text{ kev.}$$

Estos resultados muestran que la masa del neutrino debe ser muy pequeña, del orden de 1/100 de la del electrón.-

16.- Diagrama de Kurie:

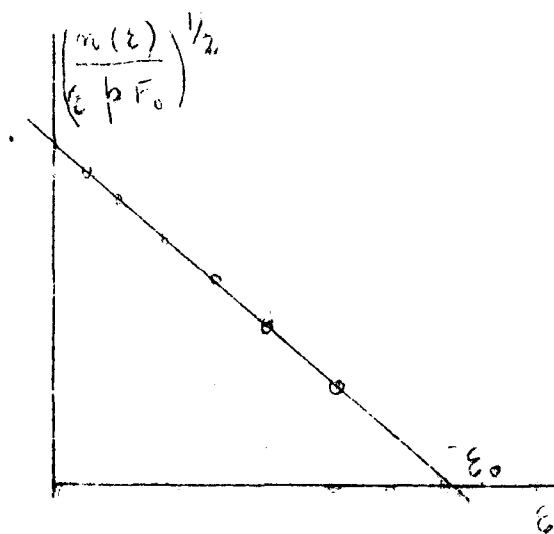
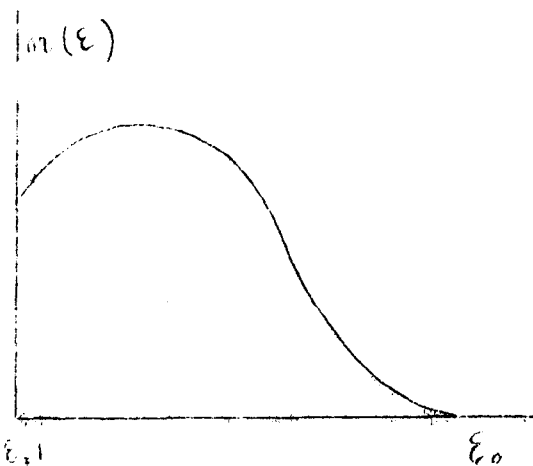
De acuerdo con (14.3), el número de electrones con energías entre ξ y $\xi + d\xi$ es proporcional a $\xi p q^2 F_0 d\xi$.- Sea ese número $n(\xi) d\xi$. Es en consecuencia:

$$\frac{n(\xi)}{\xi p F_0} = q^2; \quad q^2 = (\xi_0 - \xi)^2 \quad (m_\nu \sim 0)$$

y por lo tanto:

$$\sqrt{\frac{n(\xi)}{\xi p F_0}} = \xi_0 - \xi$$

La representación según ξ de $(n/\xi p F_0)^{\frac{1}{2}}$ está dada así por una recta.- Este diagrama tiene la ventaja de no requerir el conocimiento de ξ_0 , sino que permite determinarla por extrapolación lineal.-



17.- La integración de (14.3) proporciona la probabilidad total de emisión en una transición permitida:

$$P_0 = \int_1^{\epsilon_0} P(\epsilon) d\epsilon = \frac{q^2}{2\pi^3} \langle \Omega \rangle^2 \frac{1 + \gamma_0}{2} \int_1^{\epsilon_0} \epsilon |p q|^2 d\epsilon \quad (17.1)$$

Definimos el período de la transición:

$$P_0 = L_2 / T$$

(El período definido de este modo coincide con el período observado sólo en el caso de una transición simple, no así cuando la transición del estado i al f se efectúe por distintos caminos).-

Reemplazando en (17.1)

$$\frac{1}{T} = \frac{q^2}{2\pi^3 L_2} \left[\frac{1 + \gamma_0}{2} \int_1^{\epsilon_0} \epsilon |p q|^2 d\epsilon \right] |M|^2; \quad M_0 = \langle \Omega \rangle$$

que se escribe:

$$\frac{1}{T} = \frac{f_0}{T_0} |M|^2$$

o sea:

$$f_0 T = T_0 / |M|^2 \quad (17.2)$$

18.- Elemento de matriz nuclear:

Como hemos visto, σ , α , γ_0 verifican:

$$\langle \alpha \rangle / \langle \sigma \rangle \sim \frac{v}{c} \quad \langle \gamma_0 \rangle / \langle \sigma \rangle \sim \frac{v}{c}$$

Por ello, al calcular las probabilidades de transición para transiciones permitidas, (que dan $M \neq 0$ para los operadores σ , $\beta\sigma$ ó $1, \beta$), podemos, en primera aproximación, limitarnos a los términos grandes de (10.2), que contienen los operadores $1, \beta$ ó $\sigma, \beta\sigma$.- Se despreciarán, en esa aproximación, las pequeñas componentes de U_i, U_f .- La matriz β puede entonces identificarse con la matriz unidad.-

El elemento de matriz nuclear $|M|^2$, puede expresarse como:

$$|M|^2 = |M_p|^2 |a|^2 \quad (18.1)$$

La parte angular $|a|^2$ puede obtenerse a partir de la serie de Clebsch-Gordan.- En cuanto a la parte radial:

$$M_p = \int G_i(r) G_f(r) r^2 dr \quad (18.2)$$

deberá cumplirse:

$$|M_p| \leq 1$$

19.- Transiciones superpermitidas:

El estudio estadístico de las transiciones permitidas permi

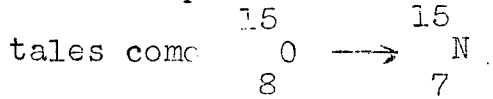
te separarlas en dos grupos.- Uno, el más numeroso, comprende las transiciones con:

$$f_0 T \sim 10^5 \text{ a } 10^6 \text{ seg.}$$

y el otro las de:

$$f_0 T \sim 10^3 \text{ a } 10^4 \text{ seg.}$$

Este último es el grupo de las transiciones superpermitidas.- Comprende las transiciones entre núcleos espejos ($N - Z = \pm 1$),



y las que tienen lugar entre ciertos núcleos livianos, con $A = 4n \pm 2$ por ejemplo $\begin{matrix} 6 & & 6 \\ & \text{He} & \longrightarrow & \text{Li} \end{matrix}$.

20.- Elemento de matriz nuclear en las transiciones superpermitidas:

En el caso: $n \rightarrow p$

(radioactividad del neutrón), se halla:

$$f_0 T = T_0 / M^2 = 1300 \pm 250 \text{ seg.}$$

En este caso (también puede suponérselo en el caso ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He}$), admitimos que:

$$U_i = U_f$$

Es entonces, para cualquiera de las interacciones supuestas:

$$\langle U_f | \Omega | U_i \rangle = |M|^2 = 1$$

y con ello $f_0 T = T_0$.- Hemos obtenido de este modo (puesto que T puede medirse, y f_0 se calcula a partir de la energía máxima W_0).-

$$T_0 = 1300 \pm 250 \text{ seg.}$$

Conocido T_0 , determinamos $|M|^2 = |a|^2 |M_p|^2$ para las demás transiciones.- La parte angular $|a|^2$ depende del tipo de interacción adoptado (en este caso, Fermi o Gamow-Teller).- La experiencia muestra que ambas se hallan presentes.- En efecto, la transición:



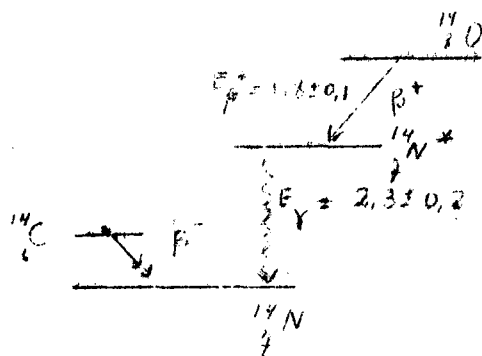
para la cual $\Delta J = 1$, sin cambio de paridad, resulta permitida en el caso Gamow-Teller, prohibida en el caso Fermi.- Por otra parte, en el caso de las transiciones:



los estados excitados tienen exactamente la energía que difiere de

la del estado fundamental de ^{10}C y ^{14}O sólo en un valor igual a la diferencia de energías coulombianas.- Ambas transiciones pueden por ello interpretarse como transiciones $0 \rightarrow 0$, prohibidas en el caso Gamow-Teller.-

La primera de ambas transiciones está representada en el diagrama adjunto.-



Resulta necesario en consecuencia, suponer una mezcla de interacciones:

$$H = C_t H_t + C_f H_f$$

con H_t interacción tipo tensorial (Gamow-Teller), H_f interacción tipo Fermi, y:

$$C_t^2 + C_f^2 = 1$$

Es entonces:

$$\begin{aligned} |M|^2 &= C_t^2 |M_t|^2 + C_f^2 |M_f|^2 \\ &= |M_f|^2 (C_t |a_t|^2 + C_f |a_f|^2) \end{aligned}$$

Se supone que los términos cruzados pueden despreciarse (condición de Fierz).-

21.- Núcleos espejos:

Como la experiencia muestra, en estos núcleos la diferencia entre las energías de los estados inicial y final es de origen fundamentalmente coulombiano.- En consecuencia, puede postularse la igualdad de las configuraciones inicial y final.- En la tabla 21-1 consideramos seis transiciones características de esta clase, comparadas con el caso $n \rightarrow p$.- Para estas seis transiciones una pura interacción Gamow-Teller implicaría $M_f \gg 1$.- Sea por ejemplo:

$$\begin{array}{ccc} 15 & 15 \\ 0 & \rightarrow & N.- \text{ Debe ser:} \\ 8 & & 7 \end{array}$$

$$|a|^2 f_0 T = T_0 / |M_f|^2 \gg \left(\frac{1300 \pm 250}{\dots} \right) = T_0$$

///

y en consecuencia:

$$(|a_t|^2 c_t^2 + |a_f|^2 c_f^2) (3500 \pm 300) = \left(\frac{1}{9} c_t^2 + c_f^2\right) (3500 \pm 300) \geq T_0$$

o sea:

$$\left(\frac{1 - c_f^2}{9} + c_f^2\right) (3500 \pm 300) \geq T_0$$

Es entonces:

$$c_f^2 \geq 0,20$$

Con esto hemos hallado una cota inferior para la proporción de interacción Fermi.-

22.- Transiciones entre núcleos livianos:

En la tabla 22.1, se muestran algunas de estas transiciones.-

Sea por ejemplo el caso ${}^6\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li}$.- Es $a_f = 0$, y

$$|a_t|^2 c_t^2 f_0 T \geq \frac{T_0}{|M_p|^2} = 2(1 + c_t^2) \cdot 815 \geq T_0$$

o sea

$$c_f^2 \leq 0,30$$

cota superior para la proporción de interacción tipo Fermi.-

23.- Resultados compatibles con estos se obtienen con el diagrama de Kofoed-Hansen y Winter.- Sea la expresión:

$$\frac{y}{x} = T_0 / |M_p|^2 = \frac{T}{|M_p|^2} [a_t^2 (1-x) + a_f^2 x]$$

si los datos concuerdan con un solo par de valores y , x , todas las rectas deben pasar por un punto.- Un ajustamiento de los resultados que se obtienen para la intersección de la recta representativa de ${}^6\text{He}$ con las que corresponden a núcleos espejos conduce a los valores de (21.1) y (22.1).- (Véase Phys. Rev. 1952, 86, 428).-

24.- Si se supone:

$$c_f^2 \approx 0,25$$

es:

$$c_f^2 / c_t^2 \approx \frac{1}{3}$$

Esto, definido σ tal que $\langle \sigma \rangle = 1$ (esto es, cuando las componentes de σ son $\frac{\sigma}{\sqrt{3}}$, $\frac{\sigma}{\sqrt{3}}$, $\frac{\sigma}{\sqrt{3}}$).- Con $\langle \sigma \rangle^2 = 3$, resulta: $\frac{c_f^2}{c_t^2} = 1$

///

TABLA 21-I

TRANSICION	ESTADOS INICIAL Y FINAL	$f_0 T$	$H = H_L$		$H = H_f$	
			$ a_i ^2$	$T_0 / M_{fi} ^2$	$ a_f ^2$	$T_0 / M_{fi} ^2$
$n \rightarrow p$	$s_{\frac{1}{2}} \rightarrow s_{\frac{1}{2}}$	1200 ± 250	1	1200 ± 250		
$^{13}_7 N \rightarrow ^{13}_6 C$	$p_{\frac{1}{2}} \rightarrow p_{\frac{1}{2}}$	4900 ± 300	$\frac{7}{9}$	545 ± 30	1	4900 ± 300
$^{15}_8 O \rightarrow ^{15}_7 N$	$p_{\frac{1}{2}} \rightarrow p_{\frac{1}{2}}$	3520 ± 300	$\frac{7}{9}$	390 ± 30	1	3520 ± 300
$^{33}_{14} C \rightarrow ^{33}_{16} S$	$d_{\frac{3}{2}} \rightarrow d_{\frac{3}{2}}$	4000 ± 400	$\frac{7}{5}$	800 ± 80	1	4000 ± 400
$^{35}_{17} A \rightarrow ^{35}_{19} Cl$	$d_{\frac{3}{2}} \rightarrow d_{\frac{3}{2}}$	3400 ± 400	$\frac{7}{5}$	820 ± 80	1	3400 ± 400
$^{37}_{19} K \rightarrow ^{37}_{18} A$	$d_{\frac{3}{2}} \rightarrow d_{\frac{3}{2}}$	3240	$\frac{7}{5}$	850	1	3240
$^{39}_{20} Ca \rightarrow ^{39}_{19} K$	$d_{\frac{3}{2}} \rightarrow d_{\frac{3}{2}}$	3100	$\frac{7}{5}$	620	1	3100

TABLA 22-I

TRANSICION	ESTADOS I - F	$f_0 T$	$ a_i ^2$	$T_0 / M_{fi} ^2$	$ a_f ^2$	$T_0 / M_{fi} ^2$
$^6_2 He \rightarrow ^6_3 Li$	$p_{\frac{3}{2}} \rightarrow p_{\frac{3}{2}}$	815	2	1630	0	
$^{14}_8 O \rightarrow ^{14}_7 N$	$p_{\frac{1}{2}} \rightarrow p_{\frac{1}{2}}$	3150	0		2	6300
$^{18}_9 F \rightarrow ^{18}_8 O$	$d_{\frac{3}{2}} \rightarrow d_{\frac{3}{2}}$	7320	$\frac{2}{3}$	2480	0	

DIAGRAMA DE KOFOED-HANSEN, WINTER

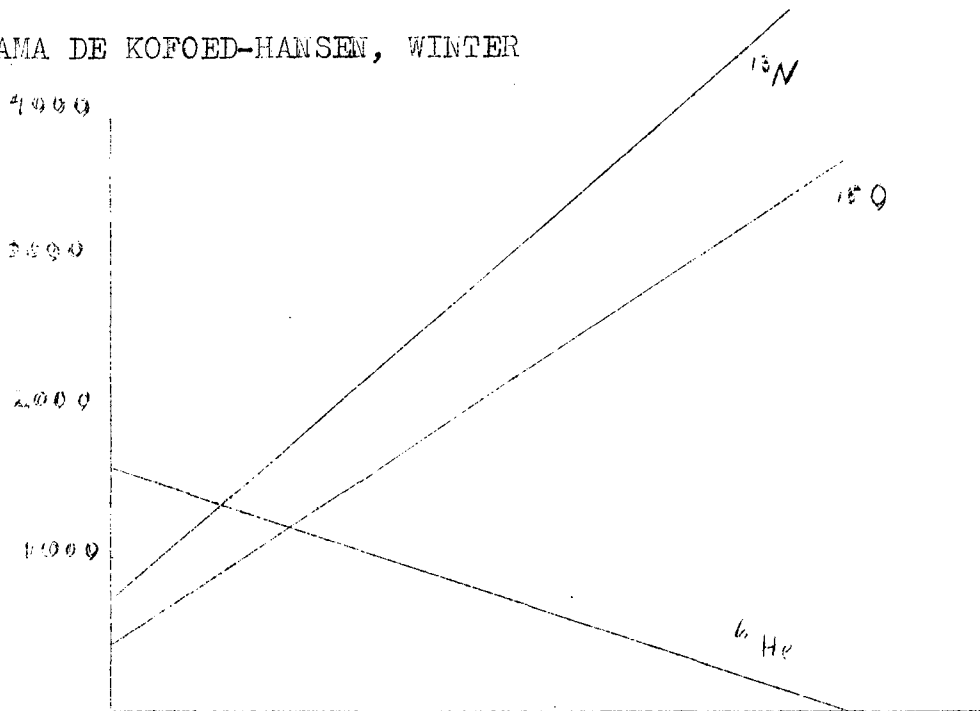


TABLA 25-I

Trans. prohibida	ΔL	ΔJ	$\Delta \pi$	$\langle \zeta_2 \rangle$		Interacción			
$0 \rightarrow 0$	0	0	no	$\langle \beta \gamma_0 \rangle$	$\langle \gamma_0 \rangle$	S	V	Terms. princ.	
		0, 1		$\langle \beta \sigma \gamma_0 \rangle$	$\langle \sigma \gamma_0 \rangle$	T	A		
		0, 2		0, 1, 2	$\langle \beta \alpha \gamma_0 \rangle$	$\langle \alpha \gamma_0 \rangle$	T	V	Terms. sec.
				0, 1	$\langle \beta \gamma_5 \gamma_1 \rangle$	$\langle \gamma_5 \gamma_1 \rangle$	P	A	
$0 \rightarrow 0$	1	0, 1	si	$\langle \beta \gamma_1 \rangle$	$\langle \gamma_1 \rangle$	S	V		
		0, 1, 2		$\langle \beta \sigma \gamma_1 \rangle$	$\langle \sigma \gamma_1 \rangle$	T	A		
		0, 1		$\langle \beta \alpha \gamma_1 \rangle$	$\langle \alpha \gamma_1 \rangle$	T	V		
		0		$\langle \beta \gamma_5 \gamma_0 \rangle$	$\langle \gamma_5 \gamma_0 \rangle$	P	A		
$1 \rightarrow 0$	2	0, 1, 2	no	$\langle \beta \gamma_2 \rangle$	$\langle \gamma_2 \rangle$	S	V		
		0, 1, 2, 3		$\langle \beta \sigma \gamma_2 \rangle$	$\langle \sigma \gamma_2 \rangle$	T	A		
		0, 1, 2		$\langle \beta \alpha \gamma_2 \rangle$	$\langle \alpha \gamma_2 \rangle$	T	V		
		0, 1		$\langle \beta \gamma_5 \gamma_1 \rangle$	$\langle \gamma_5 \gamma_1 \rangle$	P	A		

25.- Transiciones prohibidas:

Para las transiciones permitidas bastaba con las interacciones de tipo Fermi o Gamow-Teller.- En el caso de transiciones prohibidas ($\Delta L > 0$) puede ser necesario introducir otro tipo de interacción.- En la Tabla 25.I están indicadas las reglas de selección que resultan según se suponga interacción S, T, V, A o P, que resultan de las relaciones:

$$\begin{aligned} D_J \times D_{J'} \times D_{\Omega} \times D_{\sigma} &\supset D_0 \\ D_L \times D_{L'} \times D_{\Omega} \times D_{\sigma} &\supset D_0 \\ \Delta \pi &= \pi_{J'} \pi_{\Omega} \end{aligned}$$

En general el número cuántico L no está bien definido, y los estados inicial y final se expresarán como:

$$\begin{aligned} U_i &= \sum_k a_k U_k & U_f &= \sum_{k'} a_{k'} U_{k'} \\ \sum_k |a_k|^2 &= \sum_{k'} |a_{k'}|^2 = 1 \end{aligned}$$

Es entonces:

$$P = \sum_{L'} \sum_L P(JL \rightarrow J'L') |a_{L'}|^2 |a_L|^2 = \sum_m P_m$$

y:

$$P_m = |a_m|^2 \langle U_f | \Omega (4 \times \Omega 4) | U_i \rangle^2$$

y se escribirá:

$$P_m = |a_m|^2 | \langle \Omega \rangle |^2 L_m^2$$

En particular, hemos hallado ya:

$$L_0 = \epsilon p q^2 F_0 \frac{1 + \gamma_p}{2}$$

En el caso de las transiciones permitidas, habíamos defini

do:

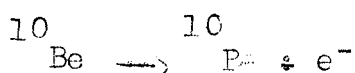
$$f_0 T = T_0 / |M|^2$$

Análogamente. en transiciones con $\Delta L = n$, será:

$$f_n T = T_n / |M|^2$$

donde f_n se calcula a partir de las funciones radiales para el electrón y para el neutrino.-

Sea por ejemplo la transición



Por la fórmula (12.3), recurriendo a las funciones radiales del electrón y el neutrino para $j_1 + j_2 = 3$, se obtiene:

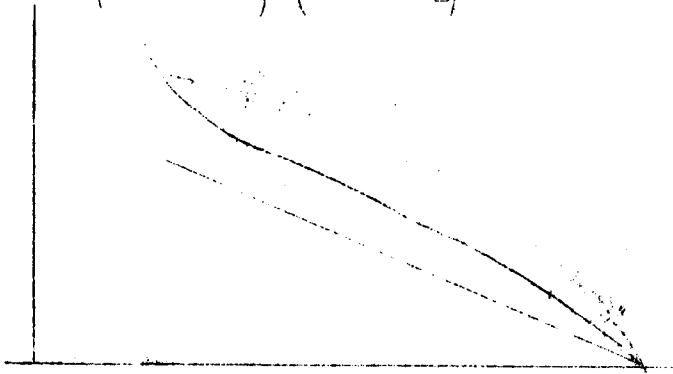
$$P_{\xi} d\xi = \frac{G^2}{2\pi^3} |\langle \beta \sigma \gamma_2 \rangle|^2 \xi p q^2 D_2 \frac{R^4}{225} F_0$$

con:

$$D_2 = 4^4 + \frac{10}{3} p^2 q^2 + p^4$$

Si se representan $(n(\xi)/K_0)^{1/2}$, $(n(\xi)/K_2)^{1/2}$ con $K_0 = \xi p F_0$, $K_2 = \xi p D_2 F_0$

se obtiene:



es decir, se logra un diagrama lineal con la corrección K_2 .- Los resultados experimentales concuerdan de este modo con la teoría.- Análogamente, la consideración del valor $f_0 T$, que resulta igual a $5 \cdot 10^3$ seg., nos conduce a un valor de la probabilidad total muy pequeño (transición muy prohibida).- En cambio la expresión:

$$f_2^T = T \sqrt{|M_n|^2}$$

conduce a un valor adecuado para el elemento de matriz nuclear.-

26. Transiciones prohibidas de forma "unica": $\Delta L = n, \Delta J = n + 1, n \geq 1.$

Estas transiciones dan elementos de matriz distintos de cero solo en las interacciones A o T. Además, de los terminos

$$\langle U_f | \beta^T Y_n^{M'} | U_i \rangle$$

el único distinto de cero, para $M = J$, es:

$$\langle U_{J'}^{M'} | \beta^T Y_n^{-M} | U_J^M \rangle$$

con $J' = J - (n + 1), M' = J', M = J, \beta = (\tau_x - i \sigma_y) / \sqrt{2}$

Del mismo modo, en (1s.3), la suma respecto de m_1 y m_2 , con $m_1 + m_2 = \Delta M$, se reduce al término en $m_1 = j_1, m_2 = j_2$. Efectuado el cálculo, (12.3) se expresa como

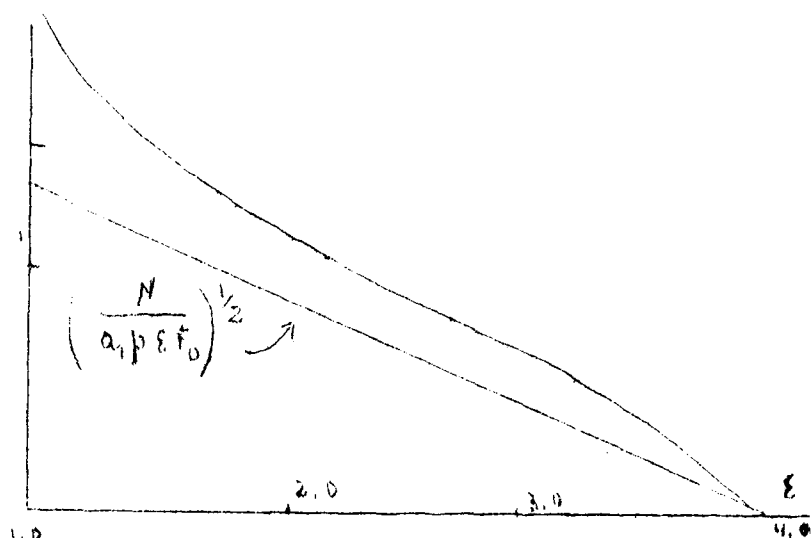
$$F_n(\epsilon) d\epsilon = q^2 | \langle \beta^T Y_n^{M'} \rangle |^2 \epsilon | p q^2 F_0 d_{n\epsilon} R_n^{2n}$$

Los a_n y sus aproximaciones para $\gamma_r = r + 1, F_r = F_0$, están dados en la tabla siguiente

TABLA 26-I

ΔL	ΔJ	$ M_n $	a_n	$\sim a_n$	EJS
1	2	$\langle \beta^T Y_1^1 \rangle$	$\left(\frac{1+\gamma_0}{2} F_0 q^2 + \frac{2+\gamma_1}{4} F_1 p^2 \right) \frac{1}{F_0 10^7}$	$q^2 + p^2 \equiv D_1$	$^{91}\text{Y} \quad ^{137}\text{Cs}$ $^{38}\text{Ce} \quad ^{90}\text{Sr}$ ^{214}Te
2	3	$\langle \beta^T Y_2^2 \rangle$	$\left(\frac{1+\gamma_0}{2} F_0 q^4 + \frac{10}{3} \frac{2+\gamma_1}{4} F_1 q^2 p^2 + \frac{3+\gamma_2}{6} F_2 p^4 \right) \frac{1}{F_0 225}$	$q^4 + 10 p^2 q^2 + p^4 \equiv D_2$	^{10}Be
3	4	$\langle \beta^T Y_3^3 \rangle$	$\left(\frac{1+\gamma_0}{2} F_0 q^6 + \frac{2+\gamma_1}{4} F_1 q^4 p^2 + \frac{7}{6} \frac{3+\gamma_2}{6} F_2 q^2 p^4 + \frac{4+\gamma_3}{8} F_3 p^6 \right) \frac{1}{F_0 (105)^2}$	$q^6 + 7 q^4 p^2 + 7 q^2 p^4 + p^6$	^{40}K

El primer espectro que se observó de esta clase fué el del ^{91}Y , (Langer y Price, 1949).- En la figura está representado su diagrama de Kurie, sin corregir, y corregido por el factor $1/a_1$. Otras transiciones de esta clase aparecen en la tabla 26-I.-



Para este tipo de transiciones se obtiene:

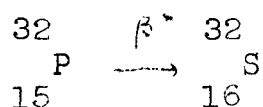
$$f_0 T \sim 10^7 - 10^{10} \text{ seg.}$$

$$f_1 T \sim 5 \cdot 10^9 - 10^{10} \text{ seg.}$$

Una excepción la constituye el ^{124}Sb , con un valor de $8 \cdot 10^{11}$.- Este valor excepcional puede deberse a un mayor orden de prohibición en L ($\Delta L = 3$).-

27.- Transiciones L -prohibidas:

En las transiciones permitidas, $\Delta L = 0$, $\Delta J = 0, 1$, $f_0 T$ varía entre 10^4 y 10^6 seg.- Pero existen ciertos núcleos en los que siendo $\Delta J = 1$, el valor de $f_0 T$ es demasiado grande (entre 10^8 y 10^9 seg.).- Tal es el caso de ^{14}C y ^{32}P :



Esta discrepancia en el valor de $f_0 T$ puede explicarse con un ΔL no permitido ($\Delta L = 2$).-

28.- Otras transiciones prohibidas: $\Delta L = n$, $\Delta J = n$, $n - 1$

A) Transiciones prohibidas de primer orden, $\Delta L = 1$, $\Delta J = 0, 1$, con cambio de paridad.- Este tipo de transiciones comprenden de núcleos con $Z > 60$.-

Los núcleos de este grupo verifican generalmente $f_0 T \sim 10^6 - 10^8$ segundos.-

En el caso $\Delta J = 1$, ^{se hallan} las transiciones de ^{147}Pm , ^{185}W , ^{140}Ba , ^{141}La , ^{141}Ce , y, contra lo que ocurre en la mayor parte de estos casos, sus espectros se hallan libres, total o parcialmente, de la superposición de transiciones concurrentes.-

Al caso $\Delta J = 0$, pertenecen ^{16}N , Ra E", Ra E.-

Este último es particularmente interesante, pues de acuerdo con los estudios de Petschek y Marshak, su espectro sólo puede ser interpretado en la hipótesis de una interacción pseudoescalar.-

B).- Transiciones de 2º orden.- $\Delta L = 2$, $\Delta J = 2$.-

Pertenecen a este grupo ^{36}Cl , ^{99}Te , ^{135}Cs , ^{137}Cs , con vidas medias que verifican $f_0 T \sim 10^{12} - 10^{13}$.-

29.- Formas de interacción nucleón-leptón comparadas con la experiencia:

De acuerdo con la tabla 25-1, las transiciones permitidas, para las cuales $\Delta L = 0$, $\Delta J = 0, 1$, interpretarse mediante una mezcla de interacciones del tipo FERMI y GAMOW-TELLER; y por lo que vimos al estudiar las transiciones superpermitidas, ambas deben hallarse presentes.- Por esto, si C_1, C_2, C_3, C_4 son las respectivas proporciones en interacciones S, V, T, A, se tiene:

$$P_S d\varepsilon = \frac{g^2}{2\pi^3} \frac{1+\gamma_0}{2} \varepsilon p q^2 \left\{ (C_1^2 + C_2^2) |\langle 1 \rangle|^2 + (C_3^2 + C_4^2) |\langle \sigma \rangle|^2 \pm \frac{2\gamma}{\varepsilon} [C_1 C_2 |\langle 1 \rangle|^2 + C_3 C_4 |\langle \sigma \rangle|^2] \right\} d\varepsilon$$

Puesto que el diagrama de Kurie de estas transiciones es lineal, debemos admitir que la contribución de los términos cruzados no supera un 10% del total.- Supondremos entonces que las interacciones S y V, T y A, respectivamente, no intervienen juntas en el proceso.- Esto restringe las posibilidades a las combinaciones:

S T P S A P V T P V A P

Análogas consideraciones sobre las transiciones de primero y segundo orden eliminan las combinaciones S A, A P, V T.- Esto restringe las posibilidades a V A o S T P.- Sin que se haya llegado a conclusiones definitivas, el caso del Ra E favorece la adopción de la combinación S T P.-

REFERENCIA BIBLIOGRAFICA

PROBABILIDADES DE TRANSICION. TEORIA DE FERMI:

R. Nataf: R. Bouchez, Journal de Physique et le Radium, 13, No 2, 81, 1952.

Id. 13, No 4, 190, 1952.

Konopinsky, Rev. Mod. Phys. 15, 209, 1943.

Konopinsky-Langer, Ann. Rev. of Nuclear Science, 2, 261, 1953.

Wu, Physica XVIII, 989, 1952.

TRANSICIONES PERMITIDAS Y SUPERPERMITIDAS

Nataf-Bouchez, J. de Ph. et le Ra. 14, No 4, 218, 1953.

Kofoed-Hansen, Winter. Phys. Rev. 86, 428, 1952.

Sherr, Muether, White, Phys. Rev., 75, 282, (1949)

Nataf. Physica XVIII, 1013, 1952.

TRANSICIONES PROHIBIDAS

Marshak, Phys. Rev, 61, 434, 1942

Warchaw, Phys. Rev. 80, 111, 1951

Petschek-Marshak, Phys. Rev., 85, 698, 1952.

OTROS TEMAS VINCULADOS CON TRANSICIONES β

DOBLE DESINTEGRACION

Furry, Phys. Rev 56, 1184.

M.G. Mayer, Phys. Rev, 48, 312, 1935.

R.G. Winter, 83, 1070, 1951, id .

Jones, 85, 1941, 1952, id.

Inghram-Reynolds, 78, 822, 1950, id.

FRENAMIENTO INTERNO

Knipp-Uhlenbeck, Physica, 3, 425, 1946.

Bloch, Phys. Rev. 50, 472, 1936.

Chang-Falscoff, 76, 365, 1949, id .

Morrison-Schiff, 58, 24, 1940, id.

Rasetti, 89, 679, 1953, id.

Horowitz, J. de Ph. et le Ra. 13, 429, 1952

Michailovichs, J. de Ph. et le Ra, Enero 1954.