

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN MARTÍN
COMISIÓN NACIONAL DE ENERGÍA ATÓMICA
INSTITUTO DE TECNOLOGÍA
"Prof. Jorge A. Sabato"**

**Estudio de la dispersión de rayos X bajo condiciones
mamográficas como fuente de información en
profundidad ^(*)**

por Lic. Ana Betina Ríos

Directores

**Dr. Héctor Somacal
Dr. Alejandro Valda**

^(*) Tesis para optar al título *Doctora en Ciencia y Tecnología, Mención Física*

República Argentina

2017

Resumen

El objetivo general de esta tesis es contribuir a la evaluación de la factibilidad del uso de la dispersión de rayos X como fuente de información en diagnóstico mamográfico localizado. En particular, esta tesis está orientada a obtener información en profundidad bajo las posibilidades tecnológicas corrientes en un centro de imágenes mamarias. Para las energías típicamente involucradas en diagnóstico mamográfico, la dispersión coherente domina la dispersión hacia ángulos delanteros que se produce en los materiales que mayoritariamente componen la mama. Asimismo, la sección eficaz diferencial de la dispersión coherente muestra una dependencia con la estructura del material bajo dichas condiciones. Por lo tanto, la señal de dispersión contiene información cualitativamente diferente respecto de la información brindada por las imágenes de transmisión.

Una de las principales cuestiones abordadas en este trabajo es la determinación experimental de la señal de dispersión simple producida en un objeto extenso empleando un haz polienergético típico de mamografía, un detector digital de imágenes portátil y un dispositivo de colimación sencillo que limita la sección transversal del haz incidente sobre el objeto. La imagen de dispersión fue determinada de forma indirecta, mediante la sustracción entre una imagen en presencia del objeto dispersor y una en ausencia del mismo. Para lograr una medida cuantitativa de la señal de dispersión, fue preciso tomar en consideración la respuesta no lineal del detector. La componente de dispersión simple fue aislada mediante la sustracción de la componente de dispersión múltiple, cuya contribución fue modelada a partir de simulaciones Monte Carlo.

La correlación entre la señal de dispersión simple y la composición del objeto es relativamente compleja bajo las condiciones de trabajo consideradas, a saber: el espesor de los objetos dispersores, el uso de haces polienergéticos y de un detector sin capacidades espectroscópicas. En esta tesis, este problema es abordado a través de un modelo algebraico de acuerdo al cual la señal de dispersión simple proveniente de un objeto extenso puede ser calculada como la suma de un conjunto apropiado de *patrones elementales*. El desempeño del modelo propuesto se evaluó por comparación con simulaciones Monte Carlo y mediciones experimentales. Además, se analizó la validez de las suposiciones del modelo. Este modelo ofrece una buena interpretación de la señal de dispersión –tanto coherente como incoherente– proveniente de un objeto extenso, constituyendo así una vía para plantear el problema inverso.

Los resultados obtenidos muestran que es posible lograr información en profundidad sobre la composición de un objeto a partir de pocas (incluso una) medición de dispersión.

Abstract

The aim of this thesis is to contribute to the feasibility assessment of the use of X-ray scattering as a source of information in localized mammographic diagnosis by using technology available in a breast imaging centre. For energies typically involved in mammography, coherent scatter dominates the scattering signal because of its strong tendency for forward scattering produced in breast tissue components. In addition, under such conditions, the differential cross section for the coherent scattering shows a dependency with the material structure. Therefore, the scattering signal carries qualitatively different information regarding the information provided by the transmission imaging.

One of the main issues addressed in this work is the experimental determination of the single-scattering signal issued from a thick object irradiated with a polyenergetic beam typically used in mammography, by means of a portable digital imaging detector and a simple collimation device that narrows the incident beam on the object. The scatter image was indirectly determined by subtraction of a pair of images acquired respectively with and without the presence of the analyzed object. In order to achieve a quantitative measurement of the scattering signal, it was necessary to take into account the non-linear response of the detector. The single scattering component was isolated by subtracting the multiple scattering component whose contribution was modeled by Monte Carlo simulations.

The correlation between scattering signal and object composition is rather complex because of the working conditions considered, i.e. object thickness, the use of polyenergetic beams and the use of a detector without spectroscopic capabilities. In this thesis, this issue was approached by means of an algebraic model according to which the single scattering from a thick object can be calculated as the sum of an appropriate set of elementary patterns. The performance of the proposed model was evaluated through Monte Carlo simulations and experimental measurements. In addition, the validity of the model assumptions was analyzed. This model provides a good interpretation of the scattering signal –both coherent and incoherent– produced by a thick object, thus constituting a way to pose the inverse problem. The results obtained show that it is possible to acquire depth-resolved information about the composition of an object from a few (even one) dispersion measurements.

Agradecimientos

En primer lugar, me siento profundamente agradecida por el sistema público de educación en mi país, que me ha cobijado como estudiante desde edad muy temprana y del que me gratifica continuar siendo parte hoy, como docente.

Agradezco a CONICET, UNSAM y CNEA, las tres instituciones que han dado marco al desarrollo de esta tesis. También al Instituto de Oncología Ángel Roffo, donde he desarrollado las actividades experimentales. En especial a Silvia, Romina, Nicolás y el resto de los trabajadores del servicio de imágenes que han tenido siempre una gran calidez. También a Rosana Pirchio, que generosamente me ha facilitado el equipamiento dosimétrico y su invaluable predisposición a toda consulta.

Agradezco muy especialmente a mis directores, Cacho Somacal y Alejandro Valda, fundamentalmente por la confianza que depositaron en mí para el desarrollo de esta tesis en el marco de una nueva línea de investigación en la ECyT-UNSAM.

Infinitas gracias para esos amigos de la vida, que hacen más gratos a los momentos gratos y más llevaderos a los que no los son. A mis padres, por el constante apoyo que hace mucho más fácil hacer lo que se quiere hacer. En especial a mi papá, que me ha regalado palabras precisas y oportunas como pocos. Y más que a nadie, gracias a Alexis, mi amor y mi compañero. Gracias, totales!

Índice General

Introducción	1
Objetivos	2
Organización de esta tesis	2
Capítulo 1. El problema abordado	5
1.1 Dispersión coherente a bajos momentos transferidos: efecto de la estructura del material.....	6
1.2 Dispersión coherente como fuente de información en medicina: antecedentes	8
1.3 Condiciones específicas del trabajo realizado	12
1.4 El abordaje propuesto	14
Capítulo 2. Modelado de la dispersión coherente en simulaciones Monte Carlo con PENELOPE	19
Resumen.....	19
2.1 Modelado de la dispersión coherente en los paquetes de simulación Monte Carlo	19
2.2 Construcción de tablas de factores de forma moleculares híbridas (experimental-teóricas)	21
2.3 Evaluación de autoconsistencia	23
2.3.1 Error en la función de distribución de probabilidad (Err_{fdp}).....	24
2.3.2 Error en el muestreo aleatorio (Err_{ma})	25
2.3.3 Recuperación de factores de forma experimentales.....	26
2.4 Evaluación por comparación con otros códigos Monte Carlo y con mediciones	28
2.4.1 Distribución radial de la dispersión coherente en agua.....	29
2.4.2 Distribución angular de la dispersión en PMMA.....	30
2.5 Discusión	31
2.6 Conclusión	34
Capítulo 3. Caracterización del tubo de rayos X y del detector de imágenes para la medición de imágenes de dispersión.....	35
Resumen.....	35
3.1 Contextualización de la caracterización realizada	35

3.2	Caracterización de la salida del tubo de rayos X y calidad del haz	38
3.2.1	Salida del tubo de rayos X a partir de mediciones del kerma	38
3.2.2	Capa hemirreductora (CHR).....	40
3.2.3	Rendimiento y CHR bajo condiciones de atenuación de interés.....	41
3.3	Caracterización del detector de imágenes	42
3.3.1	Uniformidad de la imagen	42
3.3.2	Artefactos en las imágenes	45
3.3.3	Respuesta del detector en función del kerma	48
3.3.3.1	Propiedad de transferencia de señal bajo diferentes condiciones de atenuación	49
3.3.3.2	Comportamiento no lineal y variación de la ganancia con la calidad del haz	51
3.3.3.3	Definición de la función de linealización	54
3.3.4	Resolución espacial	57
3.3.4.1	Medición de la MTF_{pre} mediante el método de borde.....	61
3.3.4.2	Modelado de la resolución del detector de imágenes	64
3.3.5	Componentes del ruido estocástico a bajas exposiciones.....	66
3.4	Discusión.....	68
3.5	Conclusión.....	70
Capítulo 4. Medición del patrón de dispersión en condiciones mamográficas		71
	Resumen	71
4.1	Ideas generales	71
4.2	Consideraciones acerca de la medición de la imagen de dispersión con el dispositivo experimental empleado	73
4.3	Medición indirecta de la imagen de dispersión.....	78
4.3.1	Medición directa de la imagen de transmisión y la imagen del haz.....	81
4.3.2	Obtención de la imagen de dispersión.....	84
4.3.3	Análisis de la repetibilidad y reproducibilidad	87
4.4	Obtención del patrón de dispersión.....	92
4.4.1	Aproximación de la componente de dispersión múltiple	92
4.4.2	Patrón de dispersión para diferentes objetos dispersores	94
4.5	Discusión.....	96
4.6	Conclusión.....	100
Capítulo 5. Modelo algebraico para la obtención de información en profundidad a partir de patrones de dispersión		101

Resumen.....	101
5.1 Objetivos y antecedentes	101
5.2 El modelo.....	103
5.2.1 Bases del modelo	103
5.2.2 Aproximación de los patrones elementales.....	105
5.2.3 La matriz del sistema (W).....	108
5.2.4 Implementación.....	109
5.3 Evaluación del desempeño del modelo.....	111
5.3.1 Comparación con simulaciones Monte Carlo	112
5.3.2 Comparación con experimentos.....	115
5.3.3 Efectos y limitaciones de la consideración de L centros dispersores.....	116
5.3.4 Efectos y limitaciones de las simplificaciones en el tratamiento de la atenuación en una lámina.....	122
5.3.5 Efectos y limitaciones de la aproximación de la atenuación de los fotones en el exceso de camino.....	126
5.3.6 Sensibilidad del modelo frente a inexactitudes en la distribución espectral del haz transmitido.....	128
5.4 Obtención de información en profundidad a partir de patrones de dispersión: ensayos preliminares	131
5.4.1 Elección de un estimador por exploración de un espacio reducido de estimadores.....	132
5.4.1.1 Identificación y caracterización de una inhomogeneidad	132
5.4.1.2 Caracterización de una región diferencia entre dos objetos desconocidos.....	136
5.4.2 Reconstrucción de objetos compuestos por 2 y 3 materiales mediante MLEM.....	138
5.4.3 Caracterización de la distribución de un material en una región del espacio a partir de patrones de dispersión experimentales	141
5.5 Discusión	142
5.6 Conclusiones.....	148
Capítulo 6. Conclusiones generales y perspectivas	149
6.1 Conclusiones.....	149
6.1.1 Sobre la herramienta de simulación Monte Carlo.....	149
6.1.2 Sobre las mediciones de patrones de dispersión en condiciones mamográficas	149
6.1.3 Sobre la obtención de información en profundidad a partir del patrón de dispersión	150

6.2	Perspectivas.....	151
Anexo I:	STP en función de la fluencia de energía.....	153
	Conversión de DAK a fluencia de energía	153
	Ajuste lineal.....	155
	Ajuste cuadrático-lineal.....	156
Anexo II:	Asimetría del haz.....	159
Anexo III:	Determinación del valor de energía E^* para acotar el error en Dp derivado de despreciar el endurecimiento del haz en la lámina.....	165
Anexo IV:	Producción científica directamente relacionada con esta tesis	167

Lista de Figuras

Figura 1.1: Coeficientes de atenuación másico en agua para dispersión incoherente, coherente y absorción fotoeléctrica (datos extraídos de la base de datos EPDL97). Se superponen asimismo tres espectros típicamente generados para mamografía referidos según la notación ánodo/filtro.....	5
Figura 1.2: Factores de forma según la aproximación MAI (calculados a partir de los factores de forma atómicos en EPDL97 [22] considerando la composición ICRU, tal como se emplean en el código Monte Carlo PENELOPE [34]) y valores experimentales reportados por Poletti et al. [16].....	8
Figura 1.3: Esquema de la geometría del problema planteado (si $dod \gg t$, entonces $\theta \approx \theta'$).	10
Figura 1.4: El patrón de dispersión $F_S(\mathbf{R})$ integra la dispersión simple producida en el objeto de espesor t y detectada en un arreglo de detectores elementales de área dA	14
Figura 2.1: Factores de forma para agua líquida como función del momento transferido. Se comparan los valores teóricos empleado por PENELOPE-2008, de acuerdo a MAI, y los valores experimentales reportados por Poletti et al. [16].....	21
Figura 2.2: Esquema de la construcción de la tabla híbrida experimental-teórica de factores de forma moleculares. Arriba a la izquierda: factores de forma experimentales. Arriba a la derecha: luego de la conversión de unidades, el remuestreo y normalización, los datos experimentales están adaptados al formato de las tablas que emplea PENELOPE. Abajo a la izquierda: factores de forma según MAI empleada por defecto en PENELOPE. Abajo a la derecha: la tabla híbrida se construye mediante la sustitución –en la región $q < q_{tr}$ –, de los factores de forma teóricos por los factores de forma experimentales adaptados.	23
Figura 2.3: Error en la función distribución de probabilidad como función del momento transferido ($q < q_{tr}$), para (a) agua y PMMA, (b) tejidos adiposo y glandular, (c) CIRS3070 y Nylon.	25
Figura 2.4: Error en el muestreo aleatorio en función del momento transferido en (a) agua, (b) PMMA, (c) tejido adiposo y (d) tejido glandular. Las curvas continuas corresponden a los cálculos usando tablas híbridas (eje izquierdo) y las curvas de trazos a los cálculos usando tablas teóricas (eje derecho).....	26

- Figura 2.5: Comparación entre los valores experimentales de factores de forma, FF_{exp} [16] y aquellos obtenidos a partir de la simulación MC, FF_{sim} , para los cuatro materiales de trabajo. Las barras de error en FF_{sim} corresponden a las fluctuaciones estadísticas.27
- Figura 2.6: Descripción esquemática de las tres configuraciones simuladas y asociadas a los trabajos de (a) Neitzel et al., (b) Leliveld y (c) Muntz et al. Las figuras no están en escala.....28
- Figura 2.7: Distribución radial de la dispersión coherente normalizada al área del anillo de detección y a la intensidad del haz primario. Se comparan los resultados reportados por Neitzel et al. con nuestros resultados usando tablas híbridas en PENELOPE-2008. El dispersor es un volumen de agua de (a) 10 cm y (b) 20 cm de espesor. Las barras de error indican las fluctuaciones estadísticas de las simulaciones.29
- Figura 2.8: Distribución radial de la dispersión coherente normalizada al área del anillo de detección y a la intensidad del haz primario. Se comparan los resultados obtenidos usando la tabla híbrida y la tabla teórica (MAI), en la configuración propuesta por Neitzel et al.....30
- Figura 2.9: Distribución angular de la dispersión proveniente del bloque de PMMA de 4 cm de espesor en una geometría como la esquematizada en la Figura 2.6 (b). (a) Comparación entre los resultados reportados por Leliveld y los resultados obtenidos empleando PENELOPE con tablas híbridas. (b) Comparación entre los resultados obtenidos usando tablas híbridas o teóricas en PENELOPE. Las fluctuaciones estadísticas están dentro de los límites de los símbolos. Todas las curvas están normalizadas al punto de mayor intensidad.....31
- Figura 2.10: Distribución angular de la dispersión proveniente del bloque de PMMA de 4 cm de espesor en una geometría como la esquematizada en la Figura 2.6 (c). (a) Comparación entre los resultados experimentales reportados por Muntz et al. y los resultados obtenidos empleando PENELOPE con tablas híbridas. (b) Comparación entre los resultados obtenidos usando tablas híbridas o teóricas en PENELOPE. Las barras de error indican las fluctuaciones estadísticas de las simulaciones. Todas las curvas están normalizadas al punto de intensidad máxima.31
- Figura 2.11: Distribuciones bidimensionales (8 cm x 8 cm) de la dispersión producida en cuatro objetos de espesor 0,5 cm a 7 cm del detector. La energía considerada es 15 keV. Se consideran todas las componentes de dispersión: coherente, incoherente y múltiple. La dispersión coherente se modela empleando tablas híbridas (arriba) o tablas teóricas (abajo).34

- Figura 3.1: Equipamiento empleado en la medición de imágenes de dispersión.
 (a) El mamógrafo cuya fuente fue empleada en esta tesis es un Senographe DMR(GE). (b) El detector de imágenes empleado es un RadEye 1 EV. 36
- Figura 3.2: (a) Esquema conceptual del dispositivo experimental para la medición de IT (no está en escala). (b) Diagrama de las dos componentes, P y D , que componen la imagen IT medida en presencia de un atenuador/dispersor. Aquí se representa un caso ideal donde P y D pueden discriminarse mediante segmentación espacial, dado que $P(x,y) = 0$ para $x^2 + y^2 > \rho^2$ y $D(x,y) = 0$ para $x^2 + y^2 < \rho^2$, siendo ρ el radio del haz primario..... 36
- Figura 3.3: Rendimiento del tubo de rayos X. (a) Ajuste proporcional a las mediciones de kerma en función de Q . (b) Rendimiento en función de Q . Las barras de error están contenidas en los puntos. 39
- Figura 3.4: Fotos de las condiciones de medición de rendimiento en las condiciones de atenuación de interés. (a) vista general. (b) Acercamiento a la bandeja compresora (ubicada cerca del tubo) sobre la que se apoyan los atenuadores de PMMA..... 41
- Figura 3.5: (a) Imagen de oscuridad (OS). En (b), (c) y (d) se muestra la variación del valor medio en la imagen de oscuridad a lo largo del curso de un experimento (en experimentos diferentes). Cada imagen de oscuridad se calcula como el promedio de 10 adquisiciones. El tiempo de integración se indica en la figura. 43
- Figura 3.6: Imágenes de ganancia adquiridas a (a) 303 μGy y (b) 1893 μGy 44
- Figura 3.7: Ilustración de artefactos. (a) Se muestra un patrón de bandas horizontales en una imagen de oscuridad. Este artefacto puede explicarse por interferencia electromagnética. (b) Se muestra una imagen de oscuridad adquirida después de realizar la medición de una imagen en geometría colimada. La mancha circular clara que se observa en la imagen se debe a señal residual de la adquisición anterior. (c) Se muestra una imagen del haz colimado en la que las filas de píxeles sobre las que incide el haz directo presentan una menor intensidad a la esperada. (d) Se muestra una imagen en la cual el registro de los datos ha fallado. 46
- Figura 3.8: Ejemplo de la utilización de la exploración de parámetros globales de las imágenes para detectar anomalías en las imágenes adquiridas debido a la presencia de artefactos. Se muestran los valores de los parámetros para cada una de las imágenes en una serie de adquisiciones que consiste en irradiaciones con campo extenso y diferentes valores de Q ; (a) valor

100% s/m y (b) coordenadas del centro de masa (X_m, Y_m). Los dos puntos anómalos tienen un comportamiento que se aparta respecto del conjunto de los puntos de la serie.....	47
Figura 3.9: Ejemplo de la utilización de la exploración de parámetros globales de las imágenes para detectar anomalías en las imágenes adquiridas debido a la presencia de artefactos. Se muestran 100% s/m de cada una de las imágenes en una serie de adquisiciones de imágenes de oscuridad.	48
Figura 3.10: Foto del experimento de medición de STP bajo condición de atenuación con 2 cm de PMMA. La parte del detector más cercana a la pared del tórax corresponde a la parte superior de las imágenes.	50
Figura 3.11: Las tres STPs medidas para 0, 1 y 2 cm de PMMA sobre la bandeja compresora. Cada una corresponde a diferentes calidades del haz, como se señala en la leyenda. (a) VP vs Q. (b) VP vs DAK. Las barras de error se estiman como la desviación estándar de los VP en la ROI. La STP para atenuación de 1 cm de PMMA queda parcialmente "trunca" a altas exposiciones debido a que las dos imágenes adquiridas a 70 mAs, último punto previsto en instancia de medición, debieron ser descartadas tras la exploración de parámetros globales.	51
Figura 3.12: Ajustes lineales a las STPs en función de DAK. (a) Residuo porcentual ($D\%$) en función de DAK. (b) Ajuste lineal a las STPs medidas en la región de bajas exposiciones.	52
Figura 3.13: Ganancia promedio de los pixeles del detector en función de DAK, calculada como el cociente entre el valor de pixel medio VP y el DAK.....	53
Figura 3.14: Ganancia –estimada como la pendiente del ajuste lineal de la STP– en función de la calidad del haz (CHR). Las barras de error asociadas a los puntos es el error estándar de los ajustes lineales de la STP. La pendiente del ajuste, de $3,8 \mu\text{Gy}^{-1} \text{ mm Al}^{-1}$, se interpreta como la razón de cambio de ganancia por milímetro de espesor de aluminio de la CHR.....	53
Figura 3.15: Evaluación del ajuste cuadrático-lineal a la STP 0 cm. (a) Correlación para todos los DAK_c probados. (b) Residuos porcentuales en función de DAK para los 5 mejores ajustes. La leyenda indica el DAK_c correspondiente a cada uno de los ajustes. Se observa que $\text{DAK}_c = 451,8 \mu\text{Gy}$ maximiza la correlación y minimiza los residuos.	56
Figura 3.16: Ajuste no lineal a las STPs en la región de bajas exposiciones.	57
Figura 3.17: Error de linealización. Residuo porcentual de la inversa de la STP.	57
Figura 3.18: Esquema en dos etapas para describir los efectos de la resolución limitada de un sistema de detección digital.	58

- Figura 3.19: Ilustración de las mediciones para calcular MTF_{pre} en sentido horizontal. (a) Foto del posicionamiento. (b) Imagen adquirida. En magenta se señala la ROI empleada..... 61
- Figura 3.20: MTF_{pre} para 1514 μGy en el intervalo de frecuencias $f < f_N = 10,42 \text{ mm}^{-1}$. (a) MTF_{pre} horizontal y vertical comparadas con la función de apertura. (b) Diferencia porcentual entre MTF_{pre} horizontal y vertical..... 63
- Figura 3.21: (a) Ilustración de la derivación de la $MTF_{preSuav}$. La escala de frecuencias está calibrada en unidades de frecuencia de Nyquist del detector cuya respuesta queremos simular. (b) $fMTF_{pre}$ generado por revolución de la $MTF_{preSuav}$. El rango de frecuencias en sentido vertical y horizontal se extiende entre $-8 f_N$ y $8 f_N$ 65
- Figura 3.22: Comparación de (a) ESF y (b) MTF_{pre} experimental (rojo) y derivada de los bordes ideales sobre los que se aplica el modelo de resolución del detector (azul)..... 66
- Figura 3.23: Varianza en una imagen en función de la exposición a partir de diferencia entre imágenes. Se ajusta una función lineal $y = \alpha + \beta x$, con $\alpha = (0,15 \pm 0,03) \mu\text{Gy}^2$ y $\beta = (0,0162 \pm 0,0002) \mu\text{Gy}$ ($R^2 = 0,998$). 68
- Figura 3.24: Efecto de la resolución del detector sobre distintas entradas ideales: pulsos de sección circular de diámetro 1, 2 y 4 mm. Se considera la resolución modelada por $fMTF_{pre}$ y el muestreo. Se muestran perfiles horizontales de las imágenes de salida simuladas. El eje horizontal está expresado en unidades de pixeles de detector digital (48 μm). 70
- Figura 4.1: Esquema del dispositivo experimental. dod : distancia objeto-detector, t : espesor del material, ρ : radio de la apertura del colimador que conforma el haz incidente sobre el objeto. La imagen de transmisión (IT) bajo estas condiciones comprende tanto la radiación primaria como la distribución en 2π de la radiación dispersa. 72
- Figura 4.2: Distribución radial de la energía E_{media} de los fotones que conforman a la imagen IT para dos dispersores de PMMA de diferente espesor. Curvas obtenidas a partir de simulaciones MC ($dod = 5,105 \text{ cm}$, espectro emitido por la fuente: Rh/Rh-27 kVp). Las líneas horizontales indican la energía media del espectro que incide sobre el detector bajo las condiciones de atenuación asociadas a cada una de las tres STP medidas. 74
- Figura 4.3: Ilustración de una IT simulada por MC. Se considera un haz de 2 mm de diámetro a 52 cm de la fuente, $dod = 5,105 \text{ cm}$, un dispersor de PMMA ($t = 2 \text{ cm}$) y un detector ideal integrador de energías (keV por

pixel), 10^8 fotones simulados. (a) Imagen IT en dos escalas de grises lineales dentro del rango indicado. Imagen de 1024×512 pixeles, pixel de $48 \mu\text{m}$ de lado. (b) Perfil horizontal central de IT normalizado a 1 en el máximo en escala semilogarítmica (perfil filtrado con un promediado de 3 vecinos).76

Figura 4.4: (a) Fracción de dispersión simple (coherente e incoherente) respecto de la radiación primaria (transmitida sin interactuar) (b) Fracción de dispersión detectada (simple y múltiple) respecto de radiación incidente sobre el dispersor. Las líneas punteadas sólo se muestran para facilitar la observación de la tendencia en la serie discreta de datos simulada. Se simularon 10^5 fotones, se muestran las barras de error en el gráfico (para espesores para los cuales el error porcentual es menor al 5%). Las fracciones se estiman en función del número de fotones incidentes sobre un área de detección circular de radio $R = 1 \text{ cm}$ a una distancia $dod = 2,5 \text{ cm}$ del objeto dispersor.....77

Figura 4.5: Perfil de las imágenes obtenidas al aplicar $O_{\text{Muestreo}}O_{\text{MTF}}\{\cdot\}$ sobre $D(x,y)$, $P(x,y)$ e $IT(x,y)$ obtenidas por simulaciones MC, dividido el máximo de P . En las simulaciones se considera un haz de 2 mm de diámetro a 52 cm de la fuente, un dispersor de PMMA ($t = 2 \text{ cm}$) y un detector ideal ($dod = 5,105 \text{ cm}$). (a) Curvas en escala semilogarítmica, (b) Curvas en escala lineal en un acercamiento en la región de bajas intensidades.78

Figura 4.6: Esquema conceptual de los dispositivos experimentales para la medición de (a) IT o de (b) IH (no está en escala). La diferencia entre ambos consiste exclusivamente en la presencia o ausencia del objeto dispersor. Un esquema más detallado puede verse en la Figura 4.1.....79

Figura 4.7: Esquema de modelado de la degradación de la señal durante el proceso de detección, aplicado sobre la distribución incidente $IT(x,y)$80

Figura 4.8: Doble concepción de $IT'[i,j]$. Por un lado (vía superior), puede interpretarse como una versión suavizada y discreta de la distribución que incide en la superficie del detector $IT(x,y)$. Por otro lado (vía inferior) puede interpretarse como una imagen experimental $IT_{\text{exp}}[i,j]$ con intensidad linealizada. Ambas coincidirían si el modelado del detector fuera perfecto.....80

Figura 4.9: (a) IH_{exp} ; (b) perfil de IH_{exp} señalado en (a). Se considera un haz conformado por un colimador de 2 mm de diámetro ubicado a 52 cm de la fuente del mamógrafo.....83

Figura 4.10: Ilustración de una IT experimental. Se considera un haz conformado

- por un colimador de 2 mm de diámetro a 52 cm de la fuente del mamógrafo, un dispersor de PMMA ($t = 2$ cm) y el detector digital de imágenes ($dod = 5,105$ cm). (a) Imagen en dos escalas de grises lineales dentro del rango indicado. (b) Perfil central de IT normalizado a 1 en el máximo en escala semilogarítmica (filtrado con un promediado de 3 vecinos). 84
- Figura 4.11: Resultado de la linealización sobre IT_{exp} e IH_{exp} . Se comparan (a) IT_{exp} con $IT'[i,j]$ y (b) IH_{exp} con $IH'[i,j]$. Se muestra perfiles horizontales centrados (respecto de P) normalizados al máximo (los perfiles se filtraron con un promediado de 3 vecinos). Se muestra todo el rango del perfil en escala semilogarítmica. El eje horizontal se muestra en centímetros, medidos desde el centro del haz primario. 85
- Figura 4.12: ID' mostrada en dos escalas de grises producida por un bloque de $t = 2$ cm de PMMA. $n_T = 31$, $no_T = 8$, $n_H = 15$ y $no_H = 4$ 86
- Figura 4.13: ID' experimental (a) PMMA. $t = 1$ cm, $dod = 5,105$ cm. $n_T = 5$, $no_T = 4$, $n_H = 11$ y $no_H = 3$. $Q_T = 60$ mAs, $Q_H = 25$ mAs. (b) PMMA. $t = 1,7$ cm, $dod = 5,105$ cm. $n_T = 5$, $no_T = 3$, $n_H = 11$ y $no_H = 3$. $Q_T = 100$ mAs, $Q_H = 25$ mAs. (c) PMMA. $t = 2,2$ cm, $dod = 5,105$ cm. $n_T = 6$, $no_T = 2$, $n_H = 11$ y $no_H = 2$. $Q_T = 140$ mAs, $Q_H = 25$ mAs..... 87
- Figura 4.14: ID' experimental. (a) PMMA. $t = 3$ cm, $dod = 4,15$ cm. $n_T = 5$, $no_T = 2$, $n_H = 1$ y $no_H = 1$. $Q_T = 180$ mAs, $Q_H = 25$ mAs. (b) Agua ($t = 2,3$ cm) en contenedor (pared de espesor 0,1 cm), $dod = 2,4$ cm. $n_T = 40$, $no_T = 9$, $n_H = 14$ y $no_H = 4$. $Q_T = 140$ mAs, $Q_H = 25$ mAs..... 87
- Figura 4.15: Se muestra el CV% dentro de anillos de ID. La curva azul corresponde al CV en una ID obtenida a partir de una única IT y una única IH ($n_T = no_T = n_H = no_H = 1$). La curva roja corresponde al CV en una ID obtenida a partir de todos los datos experimentales medidos ($n_T = 31$, $no_T = 8$, $n_H = 15$ y $no_H = 4$)...... 89
- Figura 4.16: Histograma de ID (PMMA, $t = 2$ cm) en la región $0,25 \text{ cm} < r < 1 \text{ cm}$. Se compara con la curva suavizada con la que fue contrastado para estimar la relación señal-ruido en ≈ 80 90
- Figura 4.17: (a) Histogramas de tres IDs obtenidas a partir de adquisiciones realizadas en la misma sesión experimental. (b) Coeficiente de variación entre los histograma de ID obtenidas con únicas IT e IH (curvas verdes y roja en (a)), estimado para $r > 0,25$ cm como $CV = 100 \% \times |Prim - \acute{U}lt| / (Prim + \acute{U}lt)$ 91
- Figura 4.18: Reproducibilidad. (a) En azul, el histograma de la ID' mostrada en

la Figura 4.12 (Exp1: $n_T = 31$, $no_T = 8$, $n_H = 15$ y $no_H = 4$). En rojo, el histograma de la ID' obtenida a partir de mediciones realizadas 40 días después (Exp2: $n_T = 5$, $no_T = 2$, $n_H = 11$ y $no_H = 3$). En ambos casos se utilizó PMMA, $t = 2$ cm, $\Delta r = 48 \mu\text{m}$. (b) Coeficiente de variación entre ambos experimentos, estimado para $r > 0,25$ cm como $CV_{12} = 100 \% \times |Exp_1 - Exp_2| / (Exp_1 + Exp_2)$92

Figura 4.19: (a) Distribución radial de la fracción de dispersión múltiple que compone a ID, obtenida por simulaciones MC para diferentes espesores de PMMA ($\Delta r = 48 \mu\text{m}$, $dod = 5,105$ cm, Rh/Rh-27 kVp, $\rho = 1$ mm). Los ajustes lineales a cada uno de los conjuntos de datos no se muestran en la figura para una visualización más clara de los datos simulados. (b) Parámetros del ajuste lineal de la componente de dispersión múltiple para los espesores considerados en (a). R^2 de 0,972, 0,985, 0,989, y 0,990 para 0,5 cm, 1 cm, 1,5 cm y 2 cm, respectivamente.....93

Figura 4.20: Eje vertical: intensidad total de dispersión múltiple normalizada a la radiación primaria estimada a partir de la integral de la recta que describe la función radial. Eje horizontal: integral bajo el histograma radial de ID. Ambos datos se estiman a partir de simulaciones MC, para diferentes configuraciones entre las que se encuentran los casos experimentales. Se observa una regularidad entre ambas magnitudes para el conjunto de casos analizados. Las etiquetas indican el espesor del dispersor considerado (en cm). En la leyenda se indica el material y la distancia objeto-detector.94

Figura 4.21: Patrones de dispersión. $\Delta r = 48 \mu\text{m}$. Comparación entre experimento y MC (a) $t = 1$ cm, $dod = 5,105$ cm. $n_T = 5$, $no_T = 4$, $n_H = 11$ y $no_H = 3$. $Q_T = 60$ mAs, $Q_H = 25$ mAs. (b) PMMA. $t = 1,7$ cm, $dod = 5,105$ cm. $n_T = 5$, $no_T = 3$, $n_H = 11$ y $no_H = 3$. $Q_T = 100$ mAs, $Q_H = 25$ mAs. (c) PMMA. $t = 2$ cm, $dod = 5,105$ cm. $n_T = 31$, $no_T = 8$, $n_H = 15$ y $no_H = 3$. $Q_T = 140$ mAs, $Q_H = 25$ mAs. (d) PMMA. $t = 2,2$ cm, $dod = 5,105$ cm. $n_T = 6$, $no_T = 2$, $n_H = 11$ y $no_H = 2$. $Q_T = 140$ mAs, $Q_H = 25$ mAs.95

Figura 4.22: Patrones de dispersión $\Delta r = 48 \mu\text{m}$. Comparación entre experimento y MC. PMMA. $t = 3$ cm, $dod = 4,15$ cm. $n_T = 5$, $no_T = 2$, $n_H = 1$ y $no_H = 1$. $Q_T = 180$ mAs, $Q_H = 25$ mAs.95

Figura 4.23: Patrones de dispersión. $\Delta r = 48 \mu\text{m}$. Comparación entre experimento y MC. Agua ($t = 2,3$ cm) en contenedor (pared de espesor 0,1 cm), $dod = 2,4$ cm. $n_T = 40$, $no_T = 9$, $n_H = 14$ y $no_H = 4$. $Q_T = 140$ mAs, $Q_H = 25$ mAs.95

- Figura 5.1: El patrón elemental f_i representa la contribución a F_s proveniente de una lámina (representada en verde) y que alcanza el detector, cuando el objeto en el cual está inserta la lámina es irradiado por un haz con distribución espectral $N_0(E)$. f_i está normalizado a la intensidad del haz transmitido $N_t(E)$ a través del objeto..... 104
- Figura 5.2: ζ representa la trayectoria en dos tramos de un fotón que se dispersa a una dada profundidad del objeto en dirección al elemento detector en la posición $\mathbf{R}$ 106
- Figura 5.3: La distribución primitiva $Dp(\theta)$ representa la distribución angular por unidad de ángulo sólido de la dispersión simple producida en un objeto delgado de espesor Δl cuando el mismo es irradiado por un haz $N_p(E)$ 106
- Figura 5.4: Esquema de tres objetos compuestos por la misma proporción de los mismos dos materiales ($K = 2$), pero con diferente distribución. El espectro transmitido es el mismo en los tres casos. Se espera que las diferencias en los patrones de dispersión producidos por uno y otro objeto sean adecuadamente predichos por el modelo, empleando la misma matriz $\mathbf{W}$ 108
- Figura 5.5: (a) Diagrama de una $\mathbf{W}$ con $J = 9$, $K = 2$, $L = 9$. (b) Esquema de objeto dispersor como yuxtaposición de láminas, cada una de las cuales contribuye con un patrón elemental presente en $\mathbf{W}$. λ es la variable binaria que representa al objeto esquematizado. (c) Esquema explicativo de la combinación lineal $\mathbf{F}_s = \mathbf{W} \cdot \lambda$. Las columnas que no son negras representan los patrones elementales de $\mathbf{W}$ que contribuyen a conformar el patrón $\mathbf{F}_s$ para el objeto descrito por λ , en este caso con peso igual a 1..... 109
- Figura 5.6: Matriz con los excesos de camino Δt_{jl} para una geometría de detección anular con $J = 500$ anillos de radio $0 < r < 2,5$ cm y $\Delta r = 0,005$ cm sobre un plano a distancia $dod = 5$ cm del objeto de espesor $t = 5$ cm, modelado por $L = 50$ láminas de $\Delta l = 0,1$ cm de espesor. Cada fila se asocia a un elemento detector y cada columna a la posición de una lámina en el objeto..... 111
- Figura 5.7: Patrón de dispersión simulado por MC y suavizada con filtro Savitzky–Golay de longitud 50 y orden 2 (MCsg). Corresponde a la dispersión generada en 5 cm de PMMA irradiados con un haz de 24 keV, distribución radial con $\Delta r = 0,005$ cm. La versión suavizada se empleó en la evaluación cuantitativa del modelo a través del ECMsg (5.23)..... 112
- Figura 5.8: (a) Patrón de dispersión para un objeto homogéneo de 5 cm de espesor de agua al ser irradiado por $N_0(E)$: fuente de Rh/Rh-27 kVp en

aire a 52 cm del objeto ($dod = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). La curva roja corresponde a la simulación MC completa. La curva azul es la predicción del modelo, $\Delta l = 0,1$ cm (ECMsg = $6,6 \times 10^{-11}$). La curva negra representa una inadecuada implementación del modelo, con $N_p(E) = N_0(E)$ (ECMsg = $8,4 \times 10^{-9}$). (b) Matriz **W** a partir de la que se genera el patrón de dispersión acorde al modelo mostrado en (a). Detalles sobre la construcción de **W** en el texto. 113

Figura 5.9: (a) Patrón de dispersión para tres objetos homogéneos de 5 cm de espesor de agua, PMMA y tejido adiposo al ser irradiado por $N_0(E)$: fuente de Rh/Rh-27 kVp en aire a 52 cm del objeto ($dod = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). Se compara la predicción del modelo con simulaciones MC completas. Las predicciones del modelo (con $\Delta l = 0,1$ cm) se realizan con una **W** diferente para cada uno de los tres objetos. En cada caso, **W** se construye a partir de Dp con $N_p(E) = N_t(E)$, donde $N_t(E)$ se corresponde con la atenuación en el material que constituye al objeto. ECMsg: $6,6 \times 10^{-11}$ (agua), $4,1 \times 10^{-11}$ (PMMA) y $3,3 \times 10^{-11}$ (adiposo). (b) Distribución espectral del haz transmitido a través de cada uno de los tres objetos. 114

Figura 5.10: (a) Patrones de dispersión para tres objetos inhomogéneos de 5 cm de espesor. Los objetos combinan 3 cm de agua con 2 cm de PMMA, siguiendo tres distribuciones diferentes de los materiales, esquematizados en la Figura 5.4. Se compara la predicción del modelo con simulaciones MC completas. (b) Matriz **W** empleada para generar los tres patrones de dispersión mostrados en (a). Detalles sobre la construcción de **W** en el texto. ECMsg: $3,4 \times 10^{-11}$ (distrib.1), $6,2 \times 10^{-11}$ (distrib.2), $4,7 \times 10^{-11}$ (distrib.3). 115

Figura 5.11: Patrones de dispersión para tres objetos inhomogéneos de 5 cm de espesor. Los objetos combinan 3 cm de agua con 2 cm de tejido adiposo, siguiendo tres distribuciones diferentes de los materiales, esquematizados en la Figura 5.4. Se compara la predicción del modelo con simulaciones MC completas. ECMsg: $1,2 \times 10^{-11}$ (distrib.1), $3,2 \times 10^{-11}$ (distrib.2), $3,1 \times 10^{-11}$ (distrib.3). 115

Figura 5.12: Patrón de dispersión producido por (a) agua ($t = 2,3$ cm, $dod = 2,4$ cm) y (b) PMMA ($t = 2$ cm, $dod = 5,105$ cm) bajo las condiciones experimentales. Se compara la predicción del modelo con la medición experimental. 116

Figura 5.13: Esquema de los L centros puntuales dispersores considerados dentro del volumen del objeto que es irradiado. 117

- Figura 5.14: Efecto de la suposición de L centros dispersores separados por una distancia Δl en dirección z . Se muestra el patrón de dispersión producido por un objeto de PMMA, espesor $t = 5$ cm, irradiado con un haz monoenergético de 24 keV ($\Delta r = 0,005$ cm, $dod = 5$ cm). En rojo se muestra el patrón de dispersión obtenido por simulaciones MC. En azul, el patrón predicho por el modelo con $\Delta l = 2,5$ cm. Los dos patrones elementales, f_1 y f_2 , se muestran en celeste. 117
- Figura 5.15: Desplazamiento frecuencial en función de la profundidad de emisión, debido a la disminución de la magnificación de la señal de dispersión en el dominio espacial. 118
- Figura 5.16: Restricción en el espesor de la lámina debido a la consideración de L centros dispersores en la geometría con $dod \approx t$. (a) Miembro izquierdo de (5.32) (curva continua) y la restricción del miembro derecho (línea de trazos) para $r_{max} = 2,5$ cm y $f_c = 1,20$ cm⁻¹ –con $\pi/(\omega_0 r_{max}) \approx 0,17$, estimación realizada para PMMA a 24 keV–. (b) Patrón de dispersión, $t = 5$ cm, PMMA, 24 keV, $\Delta r = 0,005$ cm, $dod = 5$ cm. En azul, predicho por el modelo con $\Delta l = 2,5$ cm. En rojo, predicho por el modelo con $\Delta l = 1$ cm. Puede verse la simulación MC completa de este patrón en la Figura 5.14. 120
- Figura 5.17: Máximo valor de $\Delta l/t$ para garantizar que el modelo reproduzca adecuadamente la componente frecuencial $\omega_0 = 2\pi f_c$ del patrón elemental en función de f_c . El punto representa la situación detallada en la Figura 5.16. La región destacada en rojo comprende el intervalo de f_c estimado para los materiales y el rango de energía de interés para una geometría donde $t = dod = 5$ cm y $r_{max} = 2,5$ cm. 121
- Figura 5.18: Efecto de la sección transversal del haz. Se muestra el patrón de dispersión producido por $t = 2$ cm de PMMA ($dod = 5,105$ cm, $\Delta r = 0,0048$ cm). Se compara la predicción del modelo ($\Delta l = 0,1$ cm) con simulaciones MC completas para el caso en que el objeto es irradiado con un haz idealmente estrecho y con un haz colimado (colimador de radio 0,1 cm). (ECMsg: $7,7 \times 10^{-12}$ para el haz idealmente estrecho y $3,2 \times 10^{-11}$ para el haz colimado). 121
- Figura 5.19: Comparación entre la $E_{media}^s(\theta)$ con la E_{media} y la E_{ef} para diferentes espectros transmitidos $N_t(E)$. Los espectros $N_t(E)$ fueron definidos a partir de un espectro $N_0(E)$, modelado de acuerdo a Boone, atenuado en 52 cm de aire y en un espesor t de agua. En (a) y (b) $N_0(E)$ corresponde al espectro Rh/Rh-27 kVp y los espesores de agua considerados son en $t = 2$ cm y $t = 5$ cm respectivamente. En (c) y (d) el espesor de agua

- considerado es $t = 5$ cm y el espectro $N_0(E)$ corresponde a una fuente de Mo/Mo-30 kVp y W/Al-50 kVp respectivamente.....124
- Figura 5.20: Cota del error en D_p derivada de despreciar el endurecimiento del haz en una lámina del objeto para cuatro espesores Δl de la lámina. $N_t(E)$ corresponde a un espectro Rh/Rh-27 kVp atenuado en 52 cm de aire y (a) $t = 2$ cm de agua o (b) $t = 5$ cm de agua.125
- Figura 5.21: Efecto del endurecimiento en la lámina. Patrón de dispersión producido por $t = 5$ cm de agua ($dod = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). Se compara la predicción del modelo –considerando $\Delta l = 0,1$ cm y $\Delta l = 1$ cm– con simulaciones MC completas para el caso en que el objeto es irradiado con (a) Mo/Mo-30 kVp (ECMsg: $4,0 \times 10^{-11}$ para $\Delta l = 0,1$ cm y $3,5 \times 10^{-10}$ para $\Delta l = 1$ cm) o (b) Rh/Rh-27 kVp (ECMsg: $3,6 \times 10^{-11}$ para $\Delta l = 0,1$ cm y $1,6 \times 10^{-10}$ para $\Delta l = 1$ cm).126
- Figura 5.22: Variación de la predicción del modelo cuando se introduce la simplificación de pequeños ángulos (5.44). (a) Caso de la geometría experimental empleada para la medición del patrón de dispersión de 2,3 cm de agua ($t = 2,3$ cm, $dod = 2,4$ cm, $r < 1$ cm). La comparación de $\mathbf{W}\lambda$ con el patrón experimental fue mostrada previamente en la Figura 5.12 (a). (b) Caso de un dispersor de agua en otra geometría ($t = 5$ cm, $dod = 5$ cm, $r < 2,5$ cm). La predicción del modelo se compara con simulaciones MC.128
- Figura 5.23: Patrón de dispersión para un objeto homogéneo de 5 cm de espesor de (a) tejido adiposo, (b) tejido glandular o (c) PMMA, al ser irradiado por $N_0(E)$: fuente de Rh/Rh-27 kVp en aire a 52 cm del objeto ($dod = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). La curva roja corresponde a la simulación MC completas. La curva azul es la predicción del modelo (con $\Delta l = 0,1$ cm) a partir de $\mathbf{W}$ calculada considerando $\tilde{N}_t(E)$ la distribución espectral transmitida en 5 cm de agua.129
- Figura 5.24: Patrón de dispersión para objetos inhomogéneos de 5 cm de espesor compuestos por dos materiales al ser irradiado por $N_0(E)$: fuente de Rh/Rh-27 kVp en aire a 52 cm del objeto ($dod = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). Se consideran tres distribuciones de materiales esquematizadas en la Figura 5.4, con 3 cm de agua y 2 cm de (a) PMMA o de (b) tejido glandular. Se comparan las simulaciones MC completas con la predicción del modelo (con $\Delta l = 0,1$ cm) a partir de $\mathbf{W}$ calculada considerando $\tilde{N}_t(E)$ la distribución espectral transmitida en 5 cm de agua.130
- Figura 5.25: Patrón de dispersión para objetos inhomogéneos de 5 cm de espesor

- compuestos por dos materiales al ser irradiado por $N_0(E)$: fuente de Rh/Rh-27 kVp en aire a 52 cm del objeto ($d_{od} = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). Se considera una inhomogeneidad de 0,6 cm de agua –cerca de la superficie de salida del haz– en un bloque de (a) PMMA o (b) tejido adiposo. La curva roja corresponde a la simulación MC completas. La curva azul es la predicción del modelo (con $\Delta l = 0,1$ cm) a partir de $\mathbf{W}$ calculada considerando $\tilde{N}_t(E)$ la distribución espectral transmitida en 5 cm de agua. 130
- Figura 5.26: Arreglo 2D en un espacio (P_{inh}, L_{inh}) donde se representan los valores de ECM para cada uno de los estimadores evaluados (soporte: tejido adiposo). El punto aislado arriba a la izquierda corresponde al estimador homogéneo, el resto de las filas del arreglo corresponde a $L_{inh} = 0:L$ (filas) y las columnas indican la posición de la inhomogeneidad P_{inh} . La visualización se realiza luego de una transformación logarítmica en base 10 para reducir el contraste. 135
- Figura 5.27: Esquema de dos objetos de composición arbitraria e idéntica, a excepción de un conjunto de láminas que definen una región δ donde los objetos son diferentes, pero homogéneos. 136
- Figura 5.28: (a) Esquema de un modelo simple de mama comprimida. Consiste en 3,6 cm de tejido glandular (verde) entre dos capas de tejido adiposo de 0,5 cm de espesor (celeste) y comprimida por dos placas de PMMA de 0,2 cm de espesor (naranja). (b) Mismo modelo pero con una alteración dada por el engrosamiento de una pared que –en lugar de ser de 0,5 cm como en (a)– es de 0,7 cm. Espesor total: $t = 5$ cm en ambos objetos..... 137
- Figura 5.29: Reconstrucción por MLEM de un objeto compuesto por tres capas: tejido adiposo (1 cm), agua (3 cm) y PMMA (1 cm). (a) Esquema del objeto y del estimador λ' reconstruido. (b) Solución al problema inverso mediante MLEM (400 iteraciones) y binarización. (c) Patrón de dispersión obtenido mediante simulaciones MC completas a partir del cual se realizó la reconstrucción; se compara con el patrón de dispersión correspondiente al estimador obtenido ($\mathbf{W}\lambda'$) y al objeto de acuerdo al modelo ($\mathbf{W}\mathbf{O}$). 140
- Figura 5.30: Reconstrucción por MLEM de un modelo simple de mama. (a) Esquema del objeto y del estimador λ' reconstruido. (b) Solución al problema inverso mediante MLEM (400 iteraciones) y binarización. (c) Patrón de dispersión obtenido mediante simulaciones MC completas a partir del cual se realizó la reconstrucción; se compara con el patrón de dispersión correspondiente al estimador obtenido ($\mathbf{W}\lambda'$) y al objeto de

acuerdo al modelo (WO).....	141
Figura 5.31: Esquema de las consideraciones supuestas en la construcción de W	141
Figura I.1: Los puntos azules representan los pares ordenados ($CHR, \mu_{tr}/\rho$) de los espectros simulados (Tabla I.1). La curva azul representa el ajuste potencial $\mu_{tr}/\rho = f(CHR) = a CHR^b$ ($a = 0,419 \pm 0,002$, $b = -0,772 \pm 0,005$, $R^2 = 0,99985$). Los cuadrados rojos identifican los μ_{tr}/ρ estimados para las CHR medidas experimentalmente bajo condiciones de medición de STP0, STP1 y STP2 a partir del ajuste.	154
Figura I.2: Las tres STPs medidas para 0, 1 y 2 cm de PMMA sobre el compresor, correspondiéndose a diferentes calidades del haz tal como se señala en la leyenda. (a) VP vs Q. (b) VP vs Ψ	155
Figura II.1: Foco grueso. Campo 9×9 . Rh/Rh-27 kVp. Q = 25 mAs. Colimador de Au, $\rho = 0,5$ mm. Variación en la orientación y posición del colimador: (a) orientación y posición de referencia, (b) girado 180° , (c) desplazado, alejado de la pared del tórax.....	159
Figura II.2: Foco grueso. Campo 9×9 . Rh/Rh-27 kVp. Q = 25 mAs. Colimador de Au, $\rho = 0,5$ mm. Variación lateral de la posición del sistema detector-colimador (desplazamiento solidario). (a) 1 cm a la derecha de la posición de referencia (a) 1 cm a la izquierda de la posición de referencia (las mayores intensidades del fondo, comparativamente con las imágenes de la Figura II.1 se explican por un insuficiente bloqueo del campo.	159
Figura II.3: Foco grueso. Campo 9×9 . Rh/Rh-27 kVp. Q = 25 mAs. Colimador de Au, $\rho = 1$ mm (a) IH_{exp} , distancia colimador-detector de 10 cm (b) perfil de IH_{exp} tomado sobre la línea azul trazada en (a); (c) perfil de otra IH_{exp} (no mostrada) adquirida con distancia colimador-detector de 17 cm. La curva roja representa el perfil que se obtiene cuando un colimador secundario elimina parcialmente la asimetría del haz.	160
Figura II.4: Foco grueso. Campo 9×9 . Colimador de Au, $\rho = 0,5$ mm. Variación de tensión de operación y carga: (a) Rh/Rh-27 kVp. Q = 25 mAs. (b). Rh/Rh-40 kVp. Q = 6 mAs.....	160
Figura II.5: Foco grueso. Rh/Rh-27 kVp. Q = 25 mAs. Colimador de Au, $\rho = 1$ mm. Variación del tamaño de campo (en cm): a) 9×9 , b) 13×18 , c) 17×22	161
Figura II.6: Campo 9×9 . Rh/Rh-27 kVp. Q = 25 mAs. Colimador de Au, $\rho = 0,5$ mm. Variación del tamaño del foco: a) foco grueso, b) foco fino.	161
Figura II.7: (a) Senographe DMR. Campo 9×9 . Mo/Mo-27 kVp. Q = 25 mAs.	

Colimador de Au, $\rho = 0,5$ mm (b) Amulet FDR de Fujifilm. Campo 9×9 . Mo/Mo-27 kVp. $Q = 20$ mAs. Colimador de Au, $\rho = 1$ mm.	161
Figura II.8: Comparación del histograma radial de IH completa o la hemi-imagen inferior multiplicada por 2.	162
Figura III.1: E^* para agua calculado como $E^* = \ln(\Delta I A)/B$	166

Lista de Tablas

Tabla 2.1: Principales características asociadas a las configuraciones asociadas a los trabajos de Neitzel et al., Leliveld y Muntz et al.....	28
Tabla 3.1: Rendimiento a 62 cm de la fuente y CHR bajo cuatro condiciones de atenuación de interés.....	42
Tabla 3.2: Ajustes lineales a las series STPs medidas. Se muestran el coeficiente de correlación lineal (R^2), las diferencias porcentuales máximas entre el ajuste y la medición (D_{max} %) y los coeficientes del ajuste.	52
Tabla 3.3: Coeficientes del modelo no lineal para la STP	57
Tabla 3.4: Cálculos para caracterizar la MTF (según norma CEI)	63
Tabla 3.5: Comparación entre la MTF_{pre} y la MTF_{preSim} según norma CEI.	66
Tabla 4.1: Coeficientes del modelo cuadrático-lineal para la STP en función de la fluencia de energía $f_{\Psi}:VP = f_{\Psi}(\Psi)$ con $f_{\Psi}(\Psi) = a \Psi^2 + b \Psi$ si $\Psi < \Psi_c$ y $f_{\Psi}(\Psi) = c \Psi + d$ si $\Psi > \Psi_c$. ρ_p es el coeficiente de Pearson y $D_{max}\%$ la diferencia porcentual máxima entre el ajuste y los datos.....	75
Tabla 4.2: Parámetros experimentales en las adquisiciones empleadas para la determinación de IT_{exp} e IH_{exp}	82
Tabla 5.1: Evaluación de la predicción de patrones de dispersión –mediante EMsg– para objetos diversos empleando el modelo propuesto, a partir de una única $\mathbf{W}$ construida considerando $\tilde{N}_t(E)$ igual la distribución espectral transmitida en 5 cm de agua. Se indica R^2 entre $N_t(E)$ y $\tilde{N}_t(E)$ para cada una de las composiciones consideradas.....	131
Tabla 5.2: Identificación y caracterización de una inhomogeneidad por evaluación de cada estimador en el conjunto solución reducido. Se comparan cada objeto a reconstruir (única inhomogeneidad de agua de longitud L_{inhO} y posición P_{inhO}) con el mejor estimador en términos del valor de EMsg dentro del conjunto evaluado ($N_{est} = 1276$), $D = \lambda' \cdot \mathbf{O}/L$. La matriz $\mathbf{W}$ empleada considera $K = 2$ (material soporte y agua) con $\tilde{N}_t(E)$ para atenuación en 5 cm de agua.....	134
Tabla 5.3: Identificación y caracterización de una inhomogeneidad por evaluación de cada estimador en el conjunto solución reducido. Se comparan cada objeto a reconstruir (única inhomogeneidad de agua de longitud L_{inhO} y posición P_{inhO}) con el mejor estimador en términos del valor de EMsg dentro del conjunto evaluado ($N_{est} = 1276$). La matriz $\mathbf{W}$ empleada considera $K = 2$ (material soporte y agua) con $\tilde{N}_t(E)$ para atenuación en 5 cm de tejido adiposo.	135

Tabla 5.4: Caracterización de una región diferencial entre dos objetos desconocidos por evaluación de cada estimador en el conjunto solución reducido. Se muestran los siete mejores estimadores (por minimización del ECM) de la región δ . Para cada uno se indica la longitud y posición de δ , así como la composición en cada uno de los modelos de mama k_A y k_B , con: $k = 1$ para tejido adiposo, $k = 2$ para tejido glandular, $k = 3$ para PMMA y $k = 4$ para agua. El estimador N° 3 es el que corresponde al objeto en estudio.....	138
Tabla 5.5 Reconstrucción por MLEM de patrones simulados por MC. Se comparan cada objeto a reconstruir (única inhomogeneidad de agua de longitud L_{inhO} y posición P_{inhO}) con el estimador . La matriz $\mathbf{W}$ empleada considera $K = 2$ (material soporte y agua) con $\tilde{N}_t(E)$ para atenuación en 5 cm de agua. En blanco el material soporte y en negro el agua. $D = \lambda' \cdot \mathbf{O}/L$. Cuando aparecen inhomogeneidades múltiples, no se indica L_{inh} y P_{inh}	139
Tabla 5.6: Reconstrucción de datos experimentales. Identificación de espesor y posición del objeto de PMMA. 210 iteraciones. Entre paréntesis la diferencia porcentual entre el espesor y distancia reconstruido en relación a los parámetros experimentales.....	142
Tabla I.1: CHR y μ_{tr}/ρ para el espectro emitido por el tubo –según modelo de Boone– y el espectro incidente sobre el detector bajo diferentes condiciones de atenuación –obtenido por simulaciones MC–.	154
Tabla I.2: μ_{tr}/ρ estimado para el haz incidente sobre el detector y rendimiento del tubo –en términos de fluencia de energía– bajo cada una de las condiciones de atenuación consideradas en la medición de las STPs (STP0, STP1 y STP2).....	155
Tabla I.3: Ajustes lineales a las series STPs medidas en función de Ψ . Se muestra el coeficiente de correlación lineal (R^2), las diferencias porcentuales máximas entre el ajuste y la medición ($D_{max} \%$) y los coeficientes del ajuste.....	156
Tabla I.4: Coeficientes del modelo no lineal para la STP en función de Ψ	156
Tabla I.5: Coeficientes del modelo cuadrático-lineal para la STP en función de la fluencia de energía. $VP_c = f_\Psi(\Psi_c)$	157
Tabla IV.1: Ajuste exponencial del coeficiente de atenuación lineal total, $\mu(E) = \mu_0 + Ae^{-BE}$ en el rango de energías comprendido ente 15 keV y 30 keV.....	165

Introducción

La mamografía consiste básicamente en una imagen de transmisión de rayos X de la mama. Los tejidos que conforman la mama, principalmente tejido adiposo y tejido glandular, tienen coeficientes de atenuación similares y las lesiones malignas tienen típicamente un comportamiento radiográfico similar a ellos. En consecuencia, la mamografía constituye una imagen de bajo contraste. Dado que las diferencias de atenuación disminuyen al incrementar la energía, el uso de espectros poco penetrantes (comparativamente con otras técnicas radiológicas, con energías de pocas decenas de keV) tiene por objeto maximizar el contraste, aunque con la limitación derivada del incremento en la absorción y –por lo tanto– en la dosis.

Por otro lado, la mamografía es una imagen proyección 2D de una estructura 3D. Por lo tanto, la superposición de tejidos en la imagen es inherente a la técnica y puede conducir al enmascaramiento de lesiones (conduciendo a falsos negativos) o a la simulación de lesiones inexistentes (falsos positivos). Además de la superposición de tejidos, la proyección 2D de un objeto 3D con un haz divergente conduce a una serie de distorsiones geométricas, como el efecto de la profundidad del objeto sobre su tamaño proyectado o el efecto de inclinación sobre la longitud proyectada de un objeto inclinado [1].

Idealmente, las imágenes basadas en transmisión –como por ejemplo la mamografía o la tomosíntesis– están formadas por radiación primaria (fotones que han atravesado el objeto en estudio sin participar de ninguna interacción). Sin embargo, en toda práctica que involucre rayos X tienen lugar diferentes tipos de interacción y la radiación transmitida comprende no sólo la radiación primaria sino también la radiación secundaria o dispersa. La radiación dispersa representa una fuente de ruido que degrada la calidad de la imagen de transmisión en términos de resolución espacial y contraste, por lo que se desarrollan diferentes estrategias tendientes a reducir su impacto. Estas estrategias generalmente caen en dos categorías: aquellas que buscan reducir la detección de la radiación dispersa y aquellas que buscan modelarla y sustraerla mediante post-procesamiento de las imágenes [2]–[6].

Debido a que la mamografía en ocasiones no es un estudio concluyente, suelen indicarse otras prácticas que contribuyan a obtener información suficiente para arribar a un diagnóstico. La utilización de otras modalidades de imágenes de transmisión que aportan información volumétrica, como la tomosíntesis, vienen ocupando un rol creciente en la práctica clínica durante los últimos años. También es relevante el rol de modalidades basadas en ultrasonido o resonancia magnética para determinados casos clínicos, en especial en el caso de mamas densas o alto riesgo de cáncer. En muchas ocasiones, los médicos indican estudios más invasivos como biopsias para lograr el diagnóstico. [7]–[10].

El uso de detección digital de imágenes se hace cada vez más extendido. Si bien no resulta trivial la sustitución de la tecnología analógica por la digital, ciertamente el hecho de disponer de las imágenes digitales facilita la implementación de procesamiento computacionales tendientes a maximizar el uso de la información en ellas disponibles para realizar el diagnóstico. Esta tesis está motivada por la búsqueda de una estrategia que haga factible la obtención de información en profundidad a partir de imágenes de dispersión en contexto de diagnóstico mamográfico. Si se cuenta con la capacidad de analizar adecuadamente la radiación dispersa en relación al medio material en el cual es producida, entonces la dispersión puede tratarse como fuente de información y no de ruido.

En materiales tejido-equivalentes y a energías de pocas decenas de keV, la dispersión ocurre esencialmente mediante dos mecanismos: dispersión coherente y dispersión incoherente. Ambas componentes serán consideradas en esta tesis. Sin embargo, se pone énfasis en la contribución de la dispersión coherente debido a que hacia ángulos delanteros –donde típicamente en mamografía se ubica el detector– ésta es la componente predominante. Además, la dispersión coherente permite acceder a información cualitativamente diferente respecto de la información brindada por las imágenes de transmisión. Esto se debe a que la sección eficaz diferencial de la dispersión coherente muestra una dependencia con la estructura del material [11]–[17].

Objetivos

El objetivo general de este trabajo es contribuir a la evaluación de la factibilidad del uso de la dispersión de rayos X como fuente de información en diagnóstico mamográfico localizado empleando tecnología disponible y accesible en un centro de imágenes mamarias.

Los objetivos específicos son:

- Establecer una herramienta confiable de simulación Monte Carlo.
- Lograr una medida cuantitativa de la señal de dispersión emitida desde un objeto extenso empleando una fuente polienergética con espectros típicamente empleados en diagnóstico mamográfico, un sistema de colimación y un detector digital de imágenes.
- Proponer una estrategia de análisis de la señal de dispersión que permita obtener información en profundidad acerca de la composición del objeto del cual proviene.

Organización de esta tesis

En el Capítulo 1 se describe el marco general del desarrollo de esta tesis. En el Capítulo

2, se describe y valida la incorporación del efecto de la estructura del material sobre la sección eficaz diferencial coherente en el paquete de simulación Monte Carlo PENELOPE. En el Capítulo 3 se aborda la caracterización experimental del tubo de rayos X de un mamógrafo convencional y de un detector digital portátil. En el Capítulo 4, se realizan las mediciones experimentales de la señal de dispersión de rayos X con un haz colimado. En el Capítulo 5 se propone y evalúa un modelo algebraico de la dispersión simple y se ensayan algunas técnicas de inversión del mismo para obtener información sobre la composición del objeto a partir de la señal de dispersión simple. Finalmente, el Capítulo 6 se refiere a las conclusiones generales del trabajo y las perspectivas futuras.

Capítulo 1. El problema abordado

La dispersión de rayos X con energías de algunas decenas de keV en materiales tejido-equivalentes ocurre mediante los siguientes dos mecanismos: dispersión coherente (Rayleigh) y dispersión incoherente (Compton). Ambas interacciones tienen una notablemente menor probabilidad de ocurrencia que la absorción fotoeléctrica en el intervalo de energías empleado en mamografía. En la Figura 1.1 se muestran los coeficientes de atenuación másicos en función de la energía para la dispersión coherente, la dispersión incoherente y la absorción fotoeléctrica en agua. En materiales tejido-equivalentes, la probabilidad de la dispersión incoherente es mayor a la probabilidad de la dispersión coherente para energías mayores a 15 keV. Sin embargo, dado que la dispersión coherente ocurre preferentemente hacia ángulos delanteros, la señal de dispersión a ángulos delanteros está dominada por la dispersión coherente en este intervalo de energías [11], [17]–[19]. Por otro lado, a estas energías y ángulos delanteros, las distancias de correlación de la interferencia en la dispersión coherente conducen a una dependencia de la sección eficaz diferencial coherente con la estructura del material [11]–[17]. Esto hace que la señal de dispersión hacia ángulos delanteros contenga información adicional respecto a la suministrada por imágenes de transmisión. Por estos motivos la dispersión coherente será especialmente relevante en el trabajo desarrollado en esta tesis.

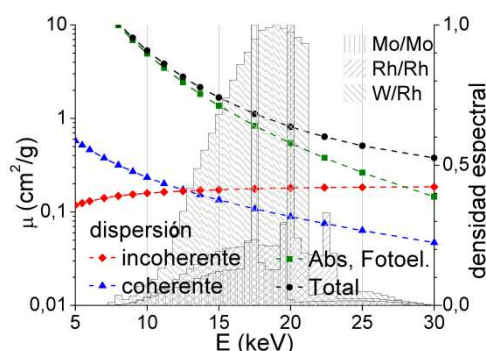


Figura 1.1: Coeficientes de atenuación másicos en agua para dispersión incoherente, coherente y absorción fotoeléctrica (datos extraídos de la base de datos EPDL97). Se superponen asimismo tres espectros típicamente generados para mamografía referidos según la notación ánodo/filtro.

En la próxima sección se describe la dispersión coherente y el efecto de la estructura del material. En la siguiente, se repasan brevemente los antecedentes reportados en la bibliografía sobre el uso de la dispersión coherente como fuente de información en medicina. Luego, explicitamos las condiciones específicas del problema abordado, conforme al objetivo planteado. Por último, describimos de forma general la estrategia seguida a lo largo de la tesis.

1.1 Dispersión coherente a bajos momentos transferidos: efecto de la estructura del material

La sección eficaz diferencial atómica de la dispersión coherente de fotones no polarizados por electrones ligados de un átomo libre puede describirse a partir de la aproximación de factores de forma, como la sección eficaz diferencial Thomson modulada por el cuadrado del factor de forma atómico [20]:

$$\frac{d\sigma_{coh}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{Th}}{d\Omega} [FF_a(x, Z)]^2, \quad (1.1)$$

con $FF_a(x, Z)$ el factor de forma atómico en función del momento transferido en la interacción x para el elemento de número atómico Z y $d\sigma_{Th}/d\Omega$ la sección eficaz Thomson por unidad de ángulo sólido que, para un electrón libre, está dada por:

$$\frac{d\sigma_{Th}}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 (1 + \cos(\theta)^2), \quad (1.2)$$

siendo θ el ángulo de dispersión del fotón y r_0 el radio clásico del electrón. El momento x relaciona el ángulo de dispersión θ con la energía E del fotón incidente a través de:

$$x = \frac{E}{hc} \sin(\theta/2). \quad (1.3)$$

Los factores de forma atómicos FF_a describen la interferencia entre la radiación emitida por los diferentes electrones del átomo y pueden expresarse como la transformada de Fourier de la densidad electrónica del mismo. Para densidades electrónicas esféricas no relativistas de Hartree-Fock, estos factores de forma están tabulados por Hubbell et al. [21]. La base de datos EPDL97 [22] contiene una tabulación más detallada de los factores de forma atómicos [23], [24].

Pero si en lugar de átomos aislados nos interesa algún medio denso, se requiere de una aproximación para los factores de forma moleculares. Cuando el momento transferido es alto puede despreciarse la interferencia interatómica e intermolecular, por lo que el modelo de átomo libre o independiente (MAI) o “modelo de gas libre” es una buena aproximación para los factores de forma moleculares. Este modelo supone que los fotones interactúan individualmente con átomos individuales. En este caso, los factores de forma moleculares se pueden calcular a partir de los factores de forma atómicos mediante la regla aditiva:

$$\frac{[FF_{MAI}(x)]^2}{M} = \sum_i \left(\frac{w_i}{A_i} \right) [FF_a(x, Z_i)]^2, \quad (1.4)$$

donde M es el peso molecular, w_i es la fracción másica del elemento de número atómico Z_i y A_i es la masa atómica del elemento.

Sin embargo, a medida que disminuye el momento transferido se hacen cada vez más relevantes los efectos de interferencia resultantes de la superposición coherente de ondas dispersadas por diferentes átomos o moléculas - En consecuencia, MAI no

representa una buena aproximación para el factor de forma molecular, ya que no toma en cuenta el ordenamiento espacial de los átomos y moléculas en el material. Los factores de forma moleculares que consideren los efectos de interferencia intra e intermolecular pueden determinarse experimentalmente. En la bibliografía hay disponibles tabulaciones de factores de forma experimentales para varios materiales tejido-equivalentes. Hay diferentes formas de encarar el problema de la medición de los factores de forma, cuestión que es discutida, por ejemplo, por King et al. [25] y por Johns y Wismayer [26].

Muchas de las mediciones de factores de forma experimentales reportadas en la bibliografía fueron realizadas mediante técnicas que emplean fuentes monoenergéticas (o casi monoenergéticas) –con lo cual la relación entre x y θ es unívoca (o casi)– y la curva de factores de forma como función de x puede construirse a partir del conteo a diferentes ángulos de dispersión (ADXRD, por sigla inglesa de *angular dispersive X-ray diffraction*). Un ejemplo es el trabajo de Kosanetzky et al. [17], donde emplean un difractómetro operado en modo reflexión, usando la línea K_{α} del cobalto. En ese trabajo, se reportan de forma gráfica los factores de forma para diferentes materiales tanto biológicos como sintéticos para $x < 5 \text{ nm}^{-1}$. Un dispositivo similar emplean Tartari et al. [15][27]. Otro ejemplo de mediciones de factores de forma empleando un difractómetro es el trabajo de Poletti et al. [16], donde se reportan tabulaciones para agua, algunos plásticos, algunos tejidos y varios materiales tejido-equivalentes. El dispositivo experimental empleado por Poletti et al. consiste básicamente en un difractómetro operado en modo transmisión con ánodo de Mo operado a 30 kVp y un monocromador de grafito que selecciona la línea K_{α} (17,44 keV), además de un sistema de colimación y un detector de NaI(Tl) para medir la dispersión variando el ángulo. Las mediciones recorren un intervalo de momentos desde $0,2 \text{ nm}^{-1}$ hasta 8 nm^{-1} . El dispersor tiene entre unos 5 y 8 mm de diámetro y se realizan correcciones de fondo, polarización, dispersión incoherente y dispersión múltiple antes de la normalización. Detalles sobre el dispositivo experimental y el análisis de los datos pueden encontrarse en [28] y [29]. Otra vía para contar con un haz monoenergético es el empleo de sincrotrones. Peplow y Verghese emplearon haces de 5 keV y 30 keV generados por un sincrotrón [30]. En ese trabajo emplean una geometría de modo de transmisión para muestras sólidas y de reflexión para muestras líquidas y biológicas y usan un detector NaI. Allí se reportan tablas para 16 materiales diferentes –incluyendo agua, tejidos biológicos y materiales sintéticos–.

Los factores de forma también pueden medirse empleando haces polienergéticos y un detector con buena resolución en energía colocado en una posición fija, de manera que registre la dispersión a un ángulo de dispersión θ fijo (EDXRD, por sigla inglesa de *energy dispersive X-ray diffraction technique*). Así, la curva de factores de forma como función de x puede ser construida a partir de una medición espectroscópica. Por

ejemplo, en King et al. [25][31] y en Kidane et al. [32] se reportan mediciones para diversos materiales tejido-equivalentes obtenidas empleando un tubo de rayos X con ánodo de W (operado a 121 kVp en el primer caso y a 80 kVp en el segundo) y un espectrómetro de germanio hiperpuro (HPGe). King et al. ensayaron también un tercer abordaje para la medición de factores de forma empleando un detector de imágenes y un espectro de rayos X polienergético. La pérdida de resolución en x se suple en este caso, aunque con limitaciones, por una estrategia de reconstrucción basada en la inversión de una matriz que modela los factores dependientes de la energía [33].

La variabilidad entre los factores de forma experimentales medidos para diferentes materiales evidencia el efecto de la estructura del material a bajos momentos transferidos. A medida que aumenta el momento transferido, los factores de forma experimentales tienden a MAI. En la Figura 1.2 se comparan los factores de forma para dos materiales: tejido adiposo y agua. Las curvas punteadas muestran los factores de forma calculados según MAI y las curvas de trazo continuo los factores de forma experimentales reportados por Poletti et al. [16].

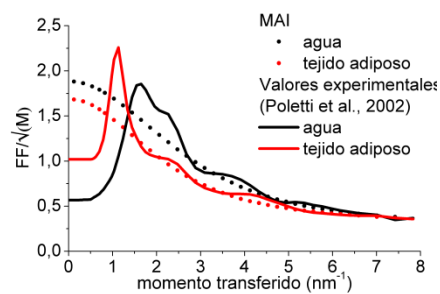


Figura 1.2: Factores de forma según la aproximación MAI (calculados a partir de los factores de forma atómicos en EPDL97 [22] considerando la composición ICRU, tal como se emplean en el código Monte Carlo PENELOPE [34]) y valores experimentales reportados por Poletti et al. [16].

1.2 Dispersión coherente como fuente de información en medicina: antecedentes

Sobre la base de las evidencias de la variabilidad entre materiales de la sección eficaz diferencial de la dispersión coherente –incluyendo diferencias entre tejidos normales y alterados– se han propuesto en las últimas décadas diversas estrategias tendientes a caracterizar muestras biológicas mediante la señal de dispersión como fuente de información con potencial diagnóstico [35]–[43]. Se basan en mediciones de la distribución de dispersión coherente mediante técnicas como las descritas para la determinación experimental de factores de forma. Las propiedades del material que pueden estudiarse a través de estas mediciones dependen del intervalo de momentos transferidos que involucre el estudio. Por ejemplo, en Fernández et al. [42] estudian la estructura de las fibras de colágeno a partir de mediciones a muy bajo momento transferido (SAXS, *small-angle x-ray scattering*). Otros trabajos –como Oliveira et al.

[35]– abordan la caracterización de muestras biológicas mamarias a partir de mediciones a momentos un poco mayores, donde la variación en la sección eficaz diferencial puede asociarse al contenido de ácidos grasos y agua (WAXS, *wide-angle x-ray scattering*). Otros autores, como Conceição et al. [44], buscan integrar la información obtenible a partir de mediciones en diferentes rangos de momentos. En general, se busca distinguir entre tejidos normales y alterados mediante la aplicación de diferentes estrategias de clasificación basadas en análisis estadísticos o análisis de picos de la señal de dispersión.

Una aplicación de la dispersión coherente es su utilización como mecanismo de contraste para formar una imagen proyección 2D de un objeto. Típicamente, la formación de la imagen proyección de dispersión parte del barrido de la superficie del objeto en estudio con un haz colimado y la detección de la señal de dispersión emitida a un dado ángulo (o momento transferido) para cada una de las posiciones del haz. Luego, el conjunto de mediciones es organizado en una imagen. En esa imagen, la posición de cada pixel está asociada a cada una de las posiciones del haz en el barrido. La intensidad del pixel está asociada a la intensidad de la dispersión al ángulo de medición. Un ejemplo experimental de construcción de este tipo de proyecciones de dispersión es el trabajo de Harris et al. [45]. En ese trabajo, las mediciones se realizan empleando como fuente el haz de un sincrotrón (de 17,4 keV) y un detector de imágenes con la entrada colimada para definir el ángulo de aceptación de la radiación dispersa que es detectada. El objeto dispersor es un fantoma construido por tejido mamario normal y alterado de unos 3 cm de espesor. Harris et al. muestran que el contraste entre tejido normal y tejido alterado puede ser hasta 60-100 % mayor en la imagen de dispersión que en la imagen de transmisión. Landheer y Johns [46] también realizan mediciones de imágenes proyección de dispersión, en este caso de un fantoma de cerdo, empleando como fuente un sincrotrón (≈ 33 keV) y un detector de imágenes para medir la señal de dispersión. En este trabajo, el detector no es colimado y permite la medición de la dispersión en diferentes direcciones. En consecuencia, logran generar varias imágenes de proyección (cada una asociada a un ángulo de dispersión) a partir de un solo barrido. Leclair y Johns [47] estudian por otra parte la variación del contraste en una imagen de dispersión con el momento transferido considerado en la detección de la imagen de dispersión. Otros autores, por ejemplo Cunha et al. [48], han simulado por Monte Carlo la formación de proyecciones de dispersión. En general se destaca en las imágenes de dispersión un mejor contraste, pero también una mayor incidencia del ruido, que en las imágenes proyección de transmisión. Una imagen proyección de dispersión, al igual que una imagen proyección de transmisión, carece de información en profundidad.

Para la caracterización de muestras cuyo espesor no es suficientemente delgado y para analizar la presencia de inhomogeneidades en la dirección del haz de irradiación, debe lograrse discriminar la señal de dispersión en relación a la profundidad en la que es producida dentro del objeto. El principal abordaje de este problema en la literatura es

mediante la tomografía computada de dispersión coherente (CSCT, sigla inglesa de *Coherent Scatter Computed Tomography*), que básicamente consiste en la aplicación de técnicas de reconstrucción tomográfica a un conjunto de imágenes proyección de dispersión [49]–[52].

Consideremos la irradiación de un objeto de espesor t con un haz colimado monoenergético de energía E en dirección paralela al eje Z . Consideremos un plano de detección a distancia dod del objeto y un elemento de detección de área dA cuya posición $\mathbf{R}$ está definida por un ángulo θ' (Figura 1.3).

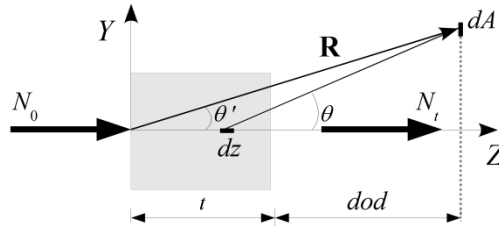


Figura 1.3: Esquema de la geometría del problema planteado (si $dod \gg t$, entonces $\theta \approx \theta'$).

El número de fotones detectados en dA luego de haber sufrido una única dispersión en el objeto, en una interacción que tiene lugar en un elemento de espesor dz ubicado a una profundidad z dentro del objeto está dada por $dN_s(\theta')$:

$$dN_s(\theta') = N_0 T_p(z) n_0(z) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [z, x(z, \theta)] \right)_{tot} d\Omega(z, \theta) T_s(z, \theta) dz, \quad (1.5)$$

N_0 : número de fotones incidentes en el objeto con energía E ,

$T_p(z)$: transmisión hasta z del haz primario,

$n_0(z)$: número de centros dispersores por unidad de volumen en z ,

$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [z, x(\theta)] \right)_{tot}$: sección eficaz diferencial combinada coherente e incoherente correspondiente al material presente en z para un momento transferido x ,

$T_s(z, \theta)$: transmisión del haz dispersado desde z hasta dA ,

$d\Omega(z, \theta)$: ángulo sólido subtendido por el elemento de detector desde el punto de interacción en z ,

θ es el ángulo polar de dispersión de los fotones en z que son detectados en dA . Puede relacionarse con las variables geométricas del problema mediante:

$$\frac{t+dod-z}{t+dod} \tan \theta = \tan \theta'. \quad (1.6)$$

Debido a la simetría de la distribución de la dispersión en torno al eje Z , no hay dependencia de ninguna magnitud con el ángulo acimutal de la dispersión.

Debido al espesor finito t del objeto dispersor, en un elemento detector ubicado en una posición determinada por θ' , se integran fotones cuyos ángulos de dispersión θ varían

dentro de un intervalo más amplio cuanto mayor sea la relación entre el espesor del objeto y su distancia al detector, t/dod . Esto conduce a una incertidumbre en el momento transferido de los fotones detectados, aún para el caso considerado del uso de un haz monoenergético.

Típicamente, la reconstrucción tomográfica en CSCT se apoya en la suposición de que la distancia objeto-detector es grande en comparación con el espesor del objeto ($dod \gg t$). Con esto, $\theta \approx \theta'$ y la dependencia de x y $d\Omega$ con z puede ser removida. Adicionalmente, con la suposición de pequeños ángulos puede aproximarse $N_0 T_p(z) T_s(z, \theta)$ por una constante igual al número de fotones transmitidos a través del objeto, N_t . Finalmente, se considera que no se detecta dispersión múltiple en dA o que dicha componente puede ser adecuadamente removida. Bajo esta serie de suposiciones, la expresión (1.5) puede simplificarse notablemente:

$$dN_s(\theta) \approx N_t n_0(z) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [z, x(\theta)] \right)_{tot} d\Omega(\theta) dz. \quad (1.7)$$

Considerando un plano de detección discreto y luego de integrar sobre z , se define una cantidad Q_i como la dispersión normalizada por unidad de ángulo sólido y de radiación transmitida detectada en el elemento detector i :

$$Q_i \equiv \frac{N_{si}}{\Delta\Omega_i N_t} \approx \int_0^t n_0(z) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [z, x(\theta_i)] \right)_{tot} dz \quad (1.8)$$

Entonces se define γ , un "coeficiente de dispersión diferencial lineal por unidad de ángulo sólido", dado por: $\gamma[z, x(\theta_i)] = n_0(z) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [z, x(\theta_i)] \right)_{tot}$, con lo cual queda:

$$Q_i \approx \int_0^t \gamma[z, x(\theta_i)] dz \quad (1.9)$$

Entendiendo que la dispersión coherente domina por sobre la incoherente, γ está fuertemente determinado por la sección eficaz diferencial coherente. Para un dado θ , γ juega en esta formulación el mismo rol que el coeficiente de atenuación lineal en la tomografía por transmisión, en la que las proyecciones vienen dadas por $\int \mu(z) dz$ donde $\mu(z)$ es el coeficiente de atenuación lineal.

Así, a partir de múltiples imágenes proyección de dispersión obtenidas para un ángulo θ de dispersión –cada una de ellas integrando γ en una dirección diferente mediante rotación, ya sea del objeto o del sistema de adquisición– puede reconstruirse la distribución volumétrica de la amplitud de γ al ángulo θ , mediante retroproyección filtrada.

Sobre la base del formalismo muy resumidamente presentado, es claro que uno de los factores más importantes que afectan a la resolución es el ancho espectral del haz usado. En consecuencia, el uso de filtración del espectro para reducir el ancho espectral (por ejemplo en Batchelar et al. [53]) o el uso de sincrotrones como fuentes monoenergéticas

(por ejemplo, en los trabajos sobre micro CTSC de Griffiths et al. [54] o Barroso et al. [55]) aparecen como alternativas preferibles frente a las fuentes de rayos X con combinaciones ánodo/filtro convencionales en clínica. Otra alternativa es el uso de detectores que resuelvan en energía, tal como proponen Ghammraoui y Popescu [56]. También el espesor finito del objeto representa una fuente de incertidumbre cuya incidencia estará relacionada con la relación $t/d\Omega$. Una vía para considerar la dependencia de x y $d\Omega$ con z debido a este factor geométrico es la implementación de una técnica de reconstrucción iterativa, lo que exige contar con un modelo del sistema que considere el resto de las fuentes de incertidumbre [18][57]. En cualquier caso, la vía a través de la cual se obtiene resolución en profundidad en CSCT es por la combinación de múltiples mediciones de dispersión en diferentes direcciones del haz incidente.

Hay algunos trabajos que proponen lograr resolución en profundidad a partir de una única irradiación con un haz estrecho mediante el uso de dispositivos que permitan la identificación de la dirección de los eventos dispersados detectados, lo que evita la necesidad de un sistema de rotación como se precisa en CSCT a la vez que permite determinar la profundidad de producción del evento detectado. Un ejemplo es el trabajo de Marticke et al. [58], que hace un estudio numérico de la detectabilidad de lesiones en mamas empleando un sistema de colimación física convergente entre el objeto analizado y el sistema de detección, en un abordaje de EDXRD múltiple. Otro estudio numérico en el mismo sentido realizan Ghammraoui y Badal [59]. Otro ejemplo es el trabajo de Lewis [60], que propone –también en base a simulaciones– una técnica de reconstrucción aplicable al caso hipotético de contar con un detector capaz de resolver la trayectoria de los fotones incidentes. Harris [61] también propone, en base a un estudio numérico, un sistema de colimación física de la radiación detectada para obtener resolución en profundidad bajo condiciones mamográficas. A diferencia de Marticke et al. o Ghammraoui y Badal, Harris plantea el uso de un detector de imágenes sin resolución en energía. Su propuesta involucra un barrido y la irradiación del objeto en estudio en cada una de las posiciones del haz. La colimación de la dispersión que sale del objeto permite obtener imágenes proyección de dispersión, pero conformadas por la dispersión producida sólo en la sección transversal del objeto enfocada. Los principales problemas asociados a estas propuestas en las cuales la resolución en profundidad se busca a través de la colimación del detector provienen de la complejidad del sistema de colimación y la baja eficiencia de detección de la dispersión producida en el objeto.

1.3 Condiciones específicas del trabajo realizado

El trabajo realizado a lo largo de esta tesis está orientado a medir e interpretar la radiación dispersa para obtener información acerca del medio dispersor, bajo las posibilidades tecnológicas disponibles en el campo del diagnóstico mamográfico. Desde esta perspectiva, imponemos en nuestra investigación una serie de condicionamientos

que se explicitan a continuación.

En primer lugar, consideramos que los objetos dispersores tienen espesores del orden de algunos centímetros, compatibles con el espesor de una mama comprimida. Los materiales considerados en esta tesis tienen atenuaciones similares a los tejidos mamarios y un ordenamiento molecular no perfectamente cristalino (amorfo), como es el caso de los tejidos predominantes en la mama.

En segundo lugar, consideramos espectros polienergéticos, específicamente espectros típicamente empleados en mamografía. En consecuencia, la dispersión coherente a un dado ángulo θ no se corresponderá con un único momento transferido, sino que dependerá de la energía de cada fotón, de acuerdo a (1.3). Ya ha sido mostrado, por ejemplo en el estudio numérico realizado por Taibi et al. [62], que aún con el uso de un haz polienergético mamográfico es posible discriminar entre materiales mediante la dispersión coherente. Dada la relativamente baja penetración de los espectros mamográficos, es esperable que la señal de dispersión sea de baja intensidad y ruidosa [60].

En tercer lugar, consideramos un sistema de detección digital de imágenes. Si bien existe la tecnología que permite generar imágenes con resolución en energía [63], este tipo de tecnología no es de uso masivo y en particular no está integrada a los equipamientos de diagnóstico clínico actuales. En este trabajo, consideramos un detector de imágenes sin capacidad de discriminar en energías ni de identificar dirección de incidencia del haz, similar en ese sentido a los disponibles en cualquier centro de imágenes.

Además, consideramos un sistema de colimación sencillo sólo del haz que incide sobre el objeto, que cumple la función de conformarlo con una sección transversal pequeña (del orden del milímetro). No se colima la entrada al detector, de manera que no hay una selección de los eventos detectados en función de la dirección con que inciden sobre el detector. Es decir, no consideramos la posibilidad de enfocar una región del volumen irradiado del dispersor, tal como proponen por ejemplo Ghamraoui y Badal [59], Marticke et al. [58] o Harris [61].

A diferencia del abordaje tomográfico –donde la información en profundidad se logra mediante la reconstrucción de múltiples imágenes proyección de dispersión– en esta tesis nos proponemos obtener información sobre la composición del objeto dispersor a lo largo del volumen irradiado durante la generación de una única imagen de dispersión –o a lo sumo muy pocas– bajo las consideraciones señaladas en los párrafos anteriores.

La consideración de una única imagen de dispersión obtenida sin colimar el detector acota tanto el incremento dosimétrico como los tiempos involucrados en la exploración, a la vez que maximiza la colección de los eventos de dispersión que contienen información sobre el objeto y simplifica el dispositivo de medición.

Bajo las condiciones especificadas, cada uno de los pixeles de la imagen de dispersión integra eventos que incidieron con diferentes energías y direcciones. También integra la dispersión simple (coherente e incoherente) producida en todo el volumen irradiado –determinado por la intersección entre el haz colimado incidente y el espesor del objeto–, así como la dispersión múltiple. Además, está afectada por el endurecimiento del haz y la atenuación en la muestra. El trabajo a lo largo de esta tesis está orientado a obtener información en profundidad del objeto a partir de esta señal.

1.4 El abordaje propuesto

Para describir el abordaje propuesto, empezamos por definir el patrón de dispersión. Consideremos un objeto de espesor t sobre el que incide un haz estrecho de rayos X con densidad espectral $N_0(E)$ en dirección paralela al eje Z. Consideremos un elemento de detección de área dA cuya ubicación en el espacio está dada por $\mathbf{R}$ (Figura 1.4).

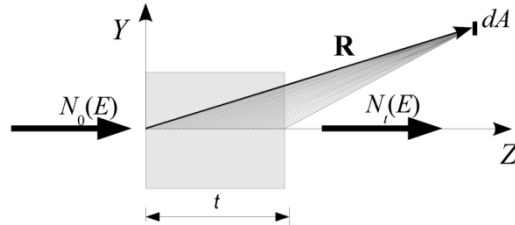


Figura 1.4: El patrón de dispersión $F_S(\mathbf{R})$ integra la dispersión simple producida en el objeto de espesor t y detectada en un arreglo de detectores elementales de área dA .

El número total de fotones $N_s(\mathbf{R})$ dispersados una única vez a cualquier profundidad del objeto, que logran emerger del mismo y son detectados en dA está dada por:

$$N_s(\mathbf{R}) = \int_0^t n_0(z) d\Omega(z, \mathbf{R}) \int_{E_{min}}^{E_{max}} N_0(E) T_{Ob}(E, z, \mathbf{R}) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [z, x(E, z, \mathbf{R})] \right)_{tot} dE dz, \quad (1.10)$$

donde el factor de transmisión T_{Ob} representa la transmisión a través del objeto del haz dispersado en z en dirección a dA y –consistentemente con (1.5)– está dado por el producto:

$$T_{Ob}(E, z, \mathbf{R}) = T_p(E, z) T_s(E, z, \mathbf{R}) \quad (1.11)$$

E_{min} y E_{max} son las energías mínima y máxima presentes en $N_0(E)$. Con el objetivo de no sobrecargar la notación, se sobreentiende que T_{Ob} depende también de la distribución de coeficientes de atenuación $\mu(E, z)$ a lo largo de la trayectoria del haz. Definimos entonces el patrón de dispersión como la distribución espacial de la fracción de dispersión simple:

$$F_S(\mathbf{R}) \equiv \frac{N_s(\mathbf{R})}{\int_{E_{min}}^{E_{max}} N_t(E) dE}, \quad (1.12)$$

donde la integral del denominador representa la normalización respecto a la radiación primaria –transmisión directa a través del objeto– con $N_t(E)$ dada por:

$$N_t(E) = N_0(E)e^{-\int_0^t \mu(E,z)dz}, \quad (1.13)$$

La colimación entre la fuente y el objeto limita la sección transversal del haz y, por lo tanto, el volumen irradiado. Esta colimación es la que aportará la resolución en el plano (X,Y) –normal a la incidencia del haz– y permite el análisis localizado del objeto en estudio. En la definición del patrón de dispersión (1.12) hemos simplificado la expresión suponiendo un haz estrecho con sección transversal idealmente nula, por lo que no representamos una integral sobre el volumen irradiado sino sólo sobre una línea irradiada.

El patrón de dispersión integra información sobre la sección eficaz diferencial tanto coherente como incoherente de todos los materiales constituyentes de un objeto extenso a lo largo de la línea irradiada y para todas las energías presentes en el espectro incidente. Bajo las condiciones de trabajo consideradas– bajas energías y detección de dispersión a ángulos delanteros– la dispersión simple que constituye el patrón de dispersión será predominantemente coherente. El patrón de dispersión integra también los efectos de endurecimiento del haz y autoatenuación de la dispersión en el objeto. Además, la normalización respecto de la radiación primaria imprime en la amplitud del patrón de dispersión información sobre los coeficientes de atenuación total a lo largo del espesor del objeto¹.

La consecución del objetivo de esta tesis requiere resolver básicamente dos problemas. El primero de ellos se refiere a la obtención experimental del patrón de dispersión bajo las condiciones específicas planteadas. El segundo se refiere al establecimiento de una estrategia que permita correlacionar la información contenida en el patrón de dispersión con la composición del objeto a lo largo del camino del haz primario. A continuación describimos brevemente cómo se aborda en esta tesis cada uno de estos problemas.

El equipamiento experimental que empleamos en esta tesis consiste esencialmente en un tubo de rayos X de un mamógrafo convencional, un colimador que conforma un haz de sección circular del orden del milímetro y un detector digital de imágenes portátil.

Implementamos un esquema de medición en que la detección de la radiación primaria se realiza en la misma imagen en que se registra la señal de dispersión. La medición de la radiación primaria en la misma imagen exime de la necesidad de emplear equipamiento adicional para hacerlo. En este esquema, trabajamos con imágenes cuyas intensidades abarcan la totalidad del rango dinámico del detector: altas intensidades donde domina la

¹ Cabe señalar, entonces, que en esta tesis empleamos el término *patrón* con un sentido diferente al que típicamente se le asigna en el ámbito de la cristalografía. Con el término patrón de dispersión no nos referimos al patrón de difracción propia de un dado material (como por ejemplo se usa en Kidane et al. [32]), sino a la distribución espacial de la señal de dispersión simple proveniente de un objeto extenso y complejo bajo ciertas condiciones de irradiación (similar, en este sentido, al empleo que hace del término Ghamraoui et al. [57]) e integrando tanto la dispersión coherente como la incoherente.

radiación primaria y bajas intensidades donde domina la radiación dispersa. En consecuencia, se hace particularmente relevante contemplar las características del sistema detector, fundamentalmente la linealidad del detector a bajas intensidades. La caracterización experimental del tubo de rayos X y del detector empleado se presenta en el Capítulo 3.

La obtención de la imagen de dispersión se realiza de manera indirecta, mediante la sustracción entre imágenes adquiridas con y sin el dispersor interpuesto normalizadas a la intensidad primaria. Como ya hemos mencionado, la imagen de dispersión que puede medirse bajo estas condiciones integra no sólo la dispersión simple, sino también la componente de dispersión múltiple. Esta última es producto de interacciones que podrían haber tenido lugar fuera del volumen en estudio y es complejo correlacionarla con la distribución de materiales sobre la que se busca información. En consecuencia, la dispersión múltiple constituye una señal indeseada superpuesta a nuestra señal de interés. Para retirar la contribución de la dispersión múltiple, hemos recurrido a modelarla a partir de simulaciones Monte Carlo del experimento. Una vez sustraída la componente de dispersión múltiple, ya contamos con el patrón de dispersión.

La medición de las imágenes de dispersión y la obtención del patrón de dispersión a partir de ellas se abordan a lo largo del Capítulo 4. Allí se define la geometría del dispositivo experimental y el procesamiento de los datos necesario para lograr la medición de los patrones de dispersión bajo las condiciones específicas de nuestro problema, sobre la base de simulaciones Monte Carlo y considerando las características del equipamiento en particular empleado. Además, se presentan los patrones de dispersión medidos para algunos dispersores compuestos de agua o de PMMA de pocos centímetros de espesor.

Para la obtención de información en profundidad a partir de los patrones de dispersión, proponemos en el Capítulo 5 un modelo algebraico de la formación de dicho patrón. El modelo permite escribir (1.12) como un sistema de ecuaciones lineales. La aplicación del modelo al problema inverso requiere contar con la sección eficaz diferencial de dispersión de los materiales que se espera presentes en el objeto, así como la distribución espectral del haz transmitido. Entonces, la inversión del problema – para estimar la distribución en profundidad de dichos materiales– puede abordarse mediante métodos iterativos. La implementación actual del modelo se apoya en simulaciones Monte Carlo. El planteo del modelo, la implementación, evaluación y ensayos de inversión se tratan en el Capítulo 5.

Las simulaciones Monte Carlo que empleamos a lo largo de la tesis fueron realizadas con el paquete PENELOPE [34]. Hemos incorporado los factores de forma experimentales reportadas por Poletti et al. [16] para modelar la sección eficaz diferencial coherente a bajos momentos transferidos. La descripción y evaluación de esta adecuación del modelado de la dispersión coherente en PENELOPE se presenta en

el Capítulo 2.

Capítulo 2. Modelado de la dispersión coherente en simulaciones Monte Carlo con PENELOPE

Resumen

En este capítulo se aborda el problema de la simulación Monte Carlo de la dispersión coherente. Específicamente, proponemos y evaluamos una estrategia simple que permite disponer de una herramienta confiable de simulación Monte Carlo basada en el código PENELOPE-2008 y que considera la correlación interatómica e intermolecular de la interferencia en la dispersión coherente a bajos momentos transferidos en materiales amorfos. El abordaje se basa en la inclusión de factores de forma experimentales para la definición de la sección eficaz diferencial coherente, sin requerir de la modificación del código fuente. A tal fin, construimos tablas híbridas experimentales-teóricas de factores de forma moleculares para varios materiales tejido-equivalentes (agua, PMMA –sigla de polimetilmetacrilato–, tejido glandular, tejido adiposo, Nylon y CIRS3070²). Realizamos un estudio de autoconsistencia para evaluar el uso de las tablas híbridas en PENELOPE. Los resultados muestran que para agua, PMMA, tejido glandular y adiposo la función de distribución de probabilidad del momento es adecuadamente modelada en PENELOPE a partir de las correspondientes tablas híbridas. Además, se muestra que los errores introducidos en el muestreo aleatorio se mantienen bajo niveles aceptables. Los factores de forma experimentales de partida son adecuadamente recuperados a partir de simulaciones Monte Carlo cuando se emplean tablas híbridas. Completamos la evaluación mediante comparaciones con resultados reportados en la literatura. Concluimos que el uso de PENELOPE-2008 –en combinación con las tablas híbridas (experimental-teórica) de factores de forma construidas– es un abordaje apropiado de la simulación Monte Carlo de la dispersión de rayos X en materiales amorfos cuando los efectos de la estructura del material sobre la dispersión coherente son relevantes.

2.1 Modelado de la dispersión coherente en los paquetes de simulación Monte Carlo

El grado de exactitud de las simulaciones Monte Carlo depende fuertemente de las funciones de probabilidad y, de esta manera, de las secciones eficaces consideradas para las diferentes interacciones. En este capítulo nos ocuparemos de contar con una herramienta confiable de simulación Monte Carlo (MC) que permita predecir y analizar la señal de dispersión bajo las condiciones de trabajo. Bajo las condiciones experimentales previstas en este trabajo no será posible discriminar las diferentes

² Computerized Imaging Reference System, Inc-Norfolk, VA, USA.

componentes de la dispersión: dispersión simple coherente, simple incoherente y múltiple. Pero la dispersión simple coherente dominará la señal de dispersión para las energías, los materiales y las geometrías consideradas.

Específicamente para modelar la sección eficaz diferencial de la dispersión coherente, la mayoría de los códigos de propósito general –como PENELOPE [34], MCNP [64] o GEANT [65]– presentan limitaciones relevantes para nuestro trabajo. Esto se debe a que no tienen en cuenta, al menos en sus versiones de base, el efecto de la estructura del material en la distribución de probabilidad angular de la dispersión coherente [24][66]. En cambio, típicamente tratan las moléculas como un conjunto de átomos individuales cuyas posiciones no están correlacionadas y los factores de forma moleculares son descritos según el modelo de átomo libre o independiente (MAI) [24].

En nuestro conocimiento, una excepción es el sistema de simulación EGS, ya que la distribución de EGS5 permite el uso de factores de forma provistos por el usuario [67] y pueden usarse, entonces, factores de forma experimentales. Además, han sido reportadas adaptaciones a EGS4 [68] y a EGSnrc [69] en el mismo sentido. Por otro lado, se han desarrollado códigos de simulación MC *ad hoc* que toman en cuenta la interferencia entre átomos y moléculas en la dispersión coherente, entre los que se encuentran los trabajos de Neitzel et al. [70], Cardoso et al. [19], Elshemey y Elsharkawy [71], Tartari et al. [72] y Poludniowski et al. [73].

En este capítulo reportamos nuestro trabajo orientado a lograr usar PENELOPE-2008 [34] como una herramienta de simulación MC confiable que considere los efectos de interferencia a bajos momentos transferidos en la dispersión coherente. Se decidió trabajar con PENELOPE por –además de ser un paquete de código abierto, suficientemente versátil y ampliamente usado en el ámbito de la física médica– tener bien documentada la descripción de los modelos de interacción, los algoritmos de muestreo y el propio código.

La versión 2008 y posteriores de PENELOPE emplean tabulaciones de factores de forma que se encuentran detalladas en formato ASCII en los archivos de material que forman parte de las entradas de la simulación (hasta la versión anterior –versión 2006–, empleaba aproximaciones analíticas para los factores de forma atómicos). Por este motivo, la inclusión de datos experimentales mediante la edición de dichos archivos se presenta como una opción muy simple y es la que elegimos en este trabajo.

Resumidamente, combinamos datos experimentales de factores de forma reportados por Poletti et al. [16] con los factores de forma que por defecto emplea PENELOPE-2008 en lo que llamamos *tablas híbridas*. La Figura 2.1 compara ambos conjuntos de factores de forma para agua en la región de bajos momentos transferidos, donde la diferencia entre ambos es relevante debido al efecto de estructura. A bajos momentos transferidos, las tablas híbridas contienen factores de forma experimentales mientras conservan

factores de forma MAI en la región de mayores momentos transferidos. Esta tabla híbrida reemplaza a la tabla de factores de forma que por defecto se incluye en los archivos de material empleados por PENELOPE.

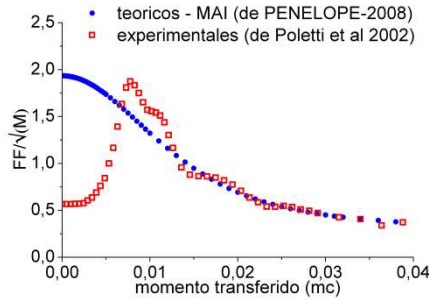


Figura 2.1: Factores de forma para agua líquida como función del momento transferido. Se comparan los valores teóricos empleado por PENELOPE-2008, de acuerdo a MAI, y los valores experimentales reportados por Poletti et al. [16].

Cabe señalar que –posteriormente a nuestro trabajo– la FDA (Food and Drug Administration de EEUU) también ha desarrollado una adaptación basada en el paquete PENELOPE-2006 [74] que incorpora el efecto de interferencia ³ [59][75]. Si bien no hemos realizado un estudio comparativo entre la adaptación de la FDA y el uso de nuestras tablas híbridas en PENELOPE-2008, es esperable que ambos abordajes sean concordantes. En el mismo sentido, se han reportado modificaciones del código fuente de GEANT4, también con posteridad al trabajo que presentamos en este capítulo [76].

En este capítulo, describimos en detalle la construcción de las tablas híbridas para varios materiales tejido-equivalentes. Además, estimamos los errores introducidos tanto en la definición de la función de probabilidad como en el proceso de muestreo aleatorio del momento transferido cuando las tablas híbridas son empleadas en PENELOPE-2008. El cálculo de esos errores forma parte de una evaluación de autoconsistencia que se cierra con la cuantificación de la exactitud en la recuperación de los factores de forma experimentales a partir de simulaciones MC. La evaluación se completa por inter-comparación entre nuestras simulaciones empleando las tablas híbridas con resultados reportados por otros trabajos.

2.2 Construcción de tablas de factores de forma moleculares híbridas (experimental-teóricas)

Construimos las tablas híbridas empleando los datos experimentales reportados por Poletti et al. [16]. A tal fin, es preciso adaptar los datos experimentales a las tablas que por defecto emplea PENELOPE a través de la conversión de unidades, remuestreo y normalización que se detallan en los párrafos siguientes.

³ Disponible en <https://code.google.com/p/mcgpu/> (último acceso: 27 de febrero de 2017)

En la tabla experimental, el momento transferido está expresado en términos de $x = \frac{E}{hc} \sin(\theta/2)$, en una grilla de 48 puntos que llega hasta 8 nm^{-1} . En cambio, PENELOPE trabaja considerando el momento en término de $q = 2 \frac{E}{c} \sin(\theta/2)$ en unidades de mc. Así, el factor de conversión involucrado en la construcción de tablas híbridas es:

$$x[\text{nm}^{-1}] = 206.074 \cdot q[\text{mc}]. \quad (2.1)$$

El remuestreo de los datos experimentales asegura que el espaciamiento ente puntos de la tabla se adecúe a lo esperado por las rutinas de lectura de PENELOPE (como GRAAR⁴), a fin de una correcta interpretación de los mismos. Lo realizamos mediante una interpolación doble logarítmica de los datos experimentales.

Normalizamos la tabla experimental a fin de compatibilizar las amplitudes de los datos experimentales (FF_{exp}) y de las tabulaciones MAI (FF_{MAI}) tomando como referencia el intervalo de momentos donde ambas se solapan y es despreciable el efecto de la estructura del material. Esta región comienza en el momento de transición q_{tr} –más allá del cual se supone que los factores de forma están bien descritos por MAI– por lo que ambos conjuntos de datos deben tener igual amplitud. Definimos $q_{tr} = 0,03 \text{ mc}$ ($x \approx 6 \text{ nm}^{-1}$), adecuado para materiales amorfos [16]. La región de normalización se extiende hasta $0,04 \text{ mc}$ ($\approx 8 \text{ nm}^{-1}$), el último punto de los datos experimentales.

Finalmente, editamos la tabla de factores de forma en el archivo ASCII del material, reemplazando los valores de la tabla MAI que por defecto emplea PENELOPE por los datos experimentales adaptados en el intervalo de momentos $(0, q_{tr})$. La tabla híbrida de factores de forma moleculares contiene entonces valores experimentales en la región de bajos momentos transferidos ($q < q_{tr}$) y valores teóricos (MAI) para momentos transferidos mayores ($q > q_{tr}$).

El procedimiento descrito –esquemmatizado en la Figura 2.2– se siguió para construir tablas híbridas para los siguientes materiales tejido-equivalentes: agua, PMMA, tejido glandular, tejido adiposo, Nylon y CIRS3070.

⁴ Entre otras operaciones, la subrutina GRAAR lee la tabla de factores de forma desde el archivo de material, calcula la función de distribución de probabilidad para q^2 e inicializa el algoritmo de muestreo aleatorio RITA.

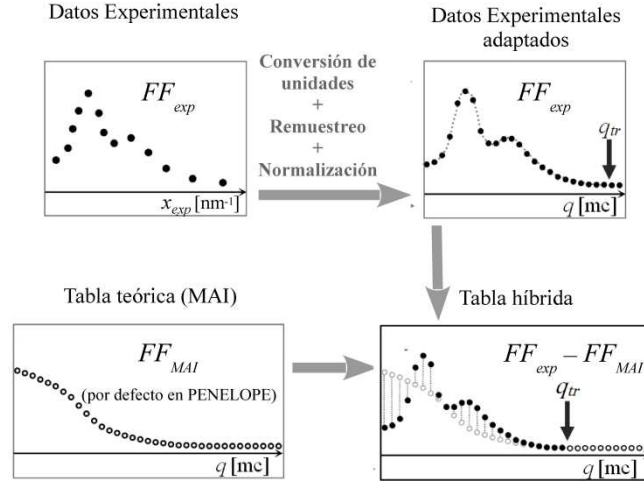


Figura 2.2: Esquema de la construcción de la tabla híbrida experimental-teórica de factores de forma moleculares. Arriba a la izquierda: factores de forma experimentales. Arriba a la derecha: luego de la conversión de unidades, el remuestreo y normalización, los datos experimentales están adaptados al formato de las tablas que emplea PENELOPE. Abajo a la izquierda: factores de forma según MAI empleada por defecto en PENELOPE. Abajo a la derecha: la tabla híbrida se construye mediante la sustitución –en la región $q < q_{tr}$ –, de los factores de forma teóricos por los factores de forma experimentales adaptados.

2.3 Evaluación de autoconsistencia

El objetivo de la evaluación de autoconsistencia es cuantificar la exactitud de la función de distribución de probabilidad de q^2 y el muestreo aleatorio de q^2 en PENELOPE cuando se emplean las tablas híbridas. Esta evaluación se realiza a través de tres vías.

En primer lugar, evaluamos los errores en la función de distribución de probabilidad del momento transferido a través de la cual PENELOPE modela los eventos de dispersión coherentes individuales cuando se usan las tablas híbridas. Estos errores son introducidos, por un lado, durante la construcción de la tabla híbrida (en el remuestreo y normalización de los datos experimentales) y, por otro lado, durante la construcción de la función de distribución de probabilidad internamente en PENELOPE.

En segundo lugar, evaluamos los errores en el muestreo aleatorio del momento derivados principalmente de los errores de interpolación en el esquema de inversión racional empleado por el algoritmo de muestreo de PENELOPE. Debido a que las curvas de factores de forma experimentales presentan variaciones más pronunciadas que las curvas de factores de forma teóricos en la región de bajos momentos transferidos, es esperable que el error de muestreo se incremente cuando la función de probabilidad se define a partir de una tabla híbrida.

El cálculo de los dos errores descritos en los párrafos anteriores –error en la función de distribución de probabilidad y error de muestreo– no requiere de la simulación completa del transporte de partículas y, por lo tanto, no estarán afectados por fluctuaciones

estadísticas. En cambio, sí reflejan las incertezas debidas tanto a la construcción como al muestreo aleatorio en PENELOPE a partir de tablas híbridas.

En tercer lugar, comparamos los valores de factores de forma experimentales de partida con aquellos valores que son recuperados a partir de simulaciones completas realizadas con PENELOPE usando tablas híbridas.

2.3.1 Error en la función de distribución de probabilidad (Err_{fdp})

La función de distribución de probabilidad no normalizada de la dirección de dispersión coherente se puede reescribir, siguiendo la notación de Salvat et al. [34] como:

$$p_{Ray}(\cos(\theta)) = g(\cos(\theta)) \cdot \pi(q^2) \quad (2.2)$$

con

$$g(\cos \theta) \equiv \frac{1+\cos^2(\theta)}{2}, \quad (2.3)$$

y

$$\pi(q^2) \equiv [FF(q)]^2, \quad (2.4)$$

La función $\pi(q^2)$ puede considerarse como una función de distribución de probabilidad no normalizada del cuadrado del momento transferido, q^2 , que está definida dentro de un intervalo finito $(0, q_{max}^2)$ [34]. En PENELOPE se asume que $\pi(q^2)$ es una función continua y conocida, descrita por la función $GRAaF2(q^2)$ implementada en el paquete del código. $GRAaF2(q^2)$ calcula el cuadrado del factor de forma para cualquier valor de momento transferido q a partir de las tablas en el archivo de material, usando una interpolación *spline* cúbica doble logarítmica. De esta manera, $GRAaF2(q^2)$ es la función que juega el rol de función de distribución de probabilidad continua y conocida para todo q .

Calculamos el error en la función de distribución de probabilidad como la diferencia relativa entre los valores experimentales de factores de forma (FF_{exp}) y aquellos calculados como la raíz cuadrada del valor devuelto por $GRAaF2$ (FF_{GRAaF2}):

$$Err_{fdp}(q_{exp}) = \frac{FF_{exp}(q_{exp}) - FF_{GRAaF2}(q_{exp})}{FF_{exp}(q_{exp})}. \quad (2.5)$$

Evidentemente, Err_{fdp} puede calcularse exclusivamente para el conjunto de momentos q_{exp} para los cuales están definidos los datos experimentales⁵.

En la Figura 2.3 se muestra Err_{fdp} para las 6 tablas híbridas construidas. Los dos materiales para los cuales Err_{fdp} toma valores menores son agua y PMMA. Para los otros materiales, los mayores valores de Err_{fdp} se ubican entre 0,005 mc y 0,015 mc,

⁵ Para acceder a los valores $GRAaF2(q_{exp}^2)$, basta con generar una modificación menor en la subrutina $GRAaR$ (ver nota al pie ⁴). No requiere correr una simulación MC, sino que basta con correr un programa principal sencillo que únicamente inicialice la simulación usando la subrutina modificada.

justo donde los factores de forma presentan variaciones más pronunciadas, especialmente CIRS3070 y Nylon [16]. Para evitar que Err_{fdp} domine sobre las incertidumbres experimentales asociadas a la medición de los factores de forma (reportados por Poletti et al. entre 5 % y 7 %), definimos el valor máximo aceptable para Err_{fdp} igual a 5 %. Considerando esta restricción, la condición de aceptación es satisfecha por las tablas híbridas correspondientes a los materiales agua, PMMA, tejido adiposo y tejido glandular, para las cuales los valores máximos de $|Err_{fdp}|$ son 1,4 %, 1,3 %, 3,3 % y 2,5 %, respectivamente. Los materiales CIRS3070 y Nylon, cuyos valores máximos de $|Err_{fdp}|$ alcanzan 8,8 % y 5,3 % respectivamente, serán excluidos de las evaluaciones siguientes.

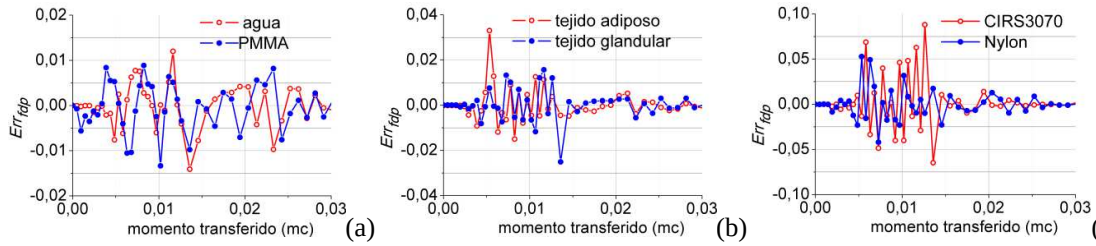


Figura 2.3: Error en la función distribución de probabilidad como función del momento transferido ($q < q_{tr}$), para (a) agua y PMMA, (b) tejidos adiposo y glandular, (c) CIRS3070 y Nylon.

2.3.2 Error en el muestreo aleatorio (Err_{ma})

En PENELOPE, el muestreo aleatorio de q^2 es realizado por medio del algoritmo RITA (por *Rational Inverse Transform with Aliasing*), a partir de la función de distribución de probabilidad modelada por $FF_{GRAaF2}(q^2)$.

Calculamos el error de muestreo como la diferencia relativa entre FF_{GRAaF2} y los valores de los factores de forma calculados mediante el esquema de inversión racional de la probabilidad acumulada, FF_{RITA} , a través de RITA⁶:

$$Err_{ma}(q) = \frac{FF_{GRAaF2}(q) - FF_{RITA}(q)}{FF_{GRAaF2}(q)}. \quad (2.6)$$

La grilla de q sobre el que está calculado $Err_{ma}(q)$ está definida internamente por PENELOPE.

La Figura 2.4 compara Err_{ma} obtenido con la tabla híbrida y la tabla teórica, para cada uno de los cuatro materiales bajo análisis, para $q < 0,04$ mc. Este intervalo de momentos contiene tanto la región de intercambio como la región de solapamiento entre los datos teóricos y los experimentales integrados en las tabla híbridas (ver 2.2) y corresponde a la región donde mayores diferencias relativas existen en Err_{ma} con una y

⁶ Es posible acceder a los valores $(FF_{GRAaF2})^2$ y $(FF_{RITA})^2$ en formato ASCII también a través de la subrutina GRAaR (ver nota al pie ⁴), escogiendo los parámetros adecuados en la llamada a la subrutina RITAIO, que inicializa al algoritmo RITA. Nuevamente, basta con correr un programa principal sencillo que únicamente inicialice la simulación usando la subrutina modificada.

otra tabla. Err_{ma} se mantiene por debajo de 0,6 % en el caso de la tabla híbrida, mientras que en el caso de las tablas teóricas se mantiene por debajo de 0,015 %. Si bien el uso de la tabla híbrida conlleva un incremento en Err_{ma} de uno o dos órdenes de magnitud respecto del error obtenido al emplear tablas teóricas, destacamos que las tablas híbridas superan la prueba de aceptación en tiempo de ejecución que de manera predeterminada realiza PENELOPE. Este test se basa en la medición del error de interpolación con una tolerancia fija a 1×10^{-5} . Por ejemplo, para agua este error es de 4×10^{-7} cuando se usa la tabla teórica y 6×10^{-6} cuando se usa la tabla híbrida. Las diferencias en Err_{ma} respecto al uso de una u otra tabla son despreciables para $q > 1$ mc.

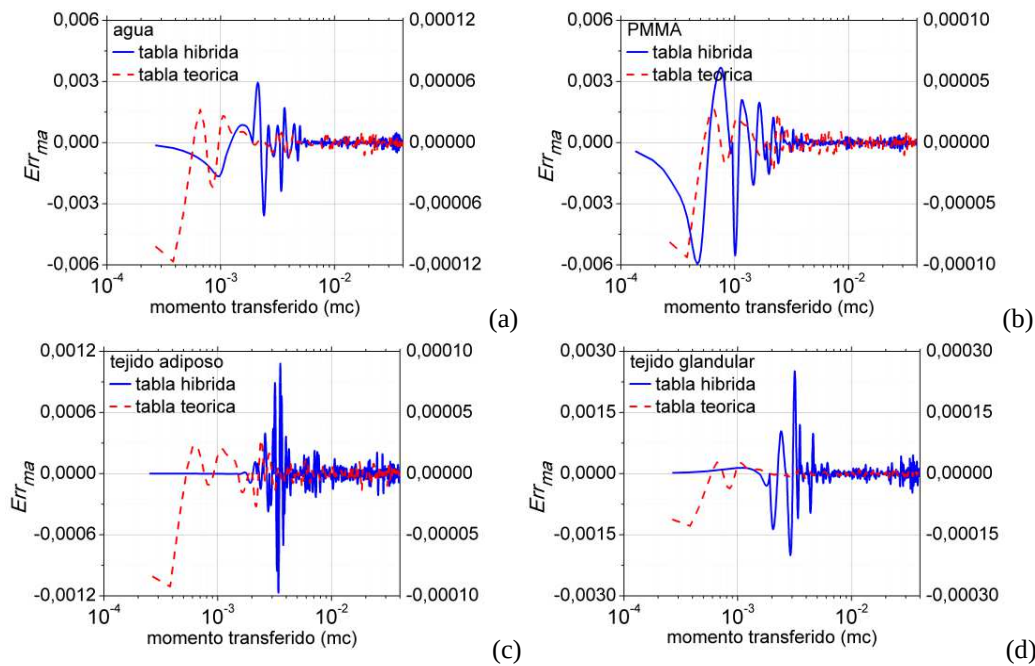


Figura 2.4: Error en el muestreo aleatorio en función del momento transferido en (a) agua, (b) PMMA, (c) tejido adiposo y (d) tejido glandular. Las curvas continuas corresponden a los cálculos usando tablas híbridas (eje izquierdo) y las curvas de trazos a los cálculos usando tablas teóricas (eje derecho).

2.3.3 Recuperación de factores de forma experimentales

Construimos una curva de factores de forma recuperados a partir de una simulación MC. En la simulación MC consideramos un haz estrecho y monoenergético de rayos X (de 17,5 keV, 6×10^8 historias), con lo cual la relación entre el momento transferido y el ángulo de dispersión coherente es unívoca. El haz idealmente estrecho incide sobre un bloque de composición homogénea de 0,1 cm de espesor en vacío. El detector (ideal) es suficientemente grande como para que sean detectados todos los eventos dispersados dentro del rango abarcado por la grilla experimental de momentos q_{exp} .

Almacenamos información sobre cada una de las interacciones que tienen lugar a lo

largo de la trayectoria de cada partícula⁷. De este modo, es posible analizar la historia de cada fotón detectado. Entre ellos, seleccionamos aquellos que provienen de una única dispersión coherente y reservamos información sobre el ángulo de dispersión y las coordenadas de impacto, a partir de la que calculamos el momento transferido q y la profundidad z a la que ocurre la interacción.

Construimos un histograma Hq_i de los eventos de dispersión coherente simple detectados, de acuerdo al momento transferido en la interacción (intervalo de acumulación $\Delta q = 0,05 \text{ nm}^{-1}$). El peso de cada evento en el histograma se definió como $[T_p(z)T_s(z,q)]^{-1}$ con $T_p(z)$ el factor de transmisión del fotón desde su ingreso al bloque material hasta la profundidad z en la que ocurre la dispersión y con $T_s(z,q)$ el factor de transmisión del fotón dispersado con momento transferido q . La asignación de este peso a cada evento en el histograma compensa la autoatenuación en la muestra.

Asociamos cada intervalo del histograma con un ángulo de dispersión θ_i . A partir de este histograma, se reconstruye la función de distribución de probabilidad no normalizada como:

$$p_{Ray_{sim}} = \frac{Hq_i}{\sin(\theta_i)} \propto \frac{1+\cos^2(\theta_i)}{2} [FF_{sim}(q_i)]^2. \quad (2.7)$$

de donde puede despejarse $FF_{sim}(q)$ a menos de un factor de normalización.

En la Figura 2.5 se comparan los FF_{sim} así recuperados con los FF_{exp} en el intervalo de momentos en que la tabla híbrida contiene datos experimentales ($q < q_{tr} = 0,03 \text{ mc}$). Para la comparación, normalizamos $FF_{sim}(q)$ para que el área bajo la curva coincida con el área bajo los datos experimentales.

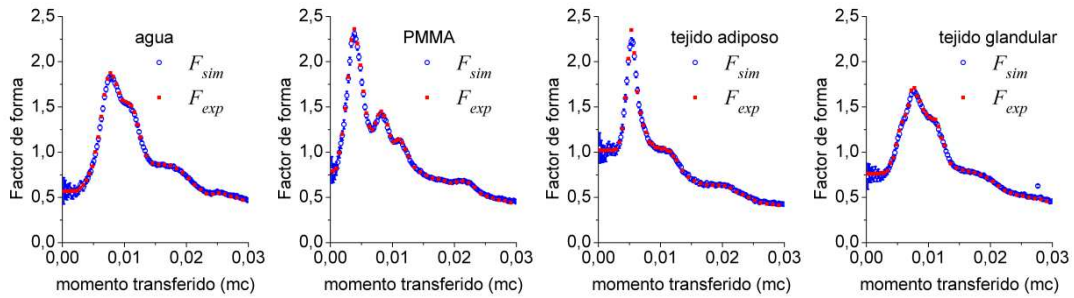


Figura 2.5: Comparación entre los valores experimentales de factores de forma, FF_{exp} [16] y aquellos obtenidos a partir de la simulación MC, FF_{sim} , para los cuatro materiales de trabajo. Las barras de error en FF_{sim} corresponden a las fluctuaciones estadísticas.

La diferencia entre los valores experimentales y los valores recuperados de factores de forma (obtenidos en la grilla experimental mediante interpolación lineal de los puntos

⁷ Esto lo hacemos mediante una modificación menor en el programa principal PENMAIN que se distribuye con PENELOPE. Esta modificación consiste en cargar información sobre cada interacción que forma parte de la historia de cada partícula en una variable que se imprime en un archivo de salida de la simulación.

de la Figura 2.5) se mantiene dentro del 6 %, similar a las fluctuaciones estadísticas de FF_{sim} y a los errores experimentales de FF_{exp} .

2.4 Evaluación por comparación con otros códigos Monte Carlo y con mediciones

A fin de completar la evaluación del uso de tablas híbridas en PENELOPE, se realizaron simulaciones comparables con resultados numéricos y experimentales reportados en la literatura. Estos trabajos, correspondientes a Neitzel et al. [70] , Leliveld [77] y Muntz et al. [78], combinan diversas geometrías, fuentes del haz y material en que se simula la dispersión. Las distintas configuraciones son resumidas en la Tabla 2.1 y diagramadas en la Figura 2.6.

Tabla 2.1: Principales características asociadas a las configuraciones asociadas a los trabajos de Neitzel et al., Leliveld y Muntz et al.

Características	Configuración 1 (Neitzel et al.[70])	Configuración 2 (Leliveld [77])	Configuración 3 (Muntz et al.[78])
Tipo de estudio	Monte Carlo	Monte Carlo	experimental
energía	monoenergético	Espectro de tubo de rayos X	Espectro de tubo de rayos X
Haz	haz estrecho	haz estrecho	haz extenso
Tamaño de campo	agua	PMMA	PMMA
Material atenuador	agua	PMMA	PMMA
Factores de forma experimentales	Morin 1982 [14]	Kosanetzky et al. 1987 [17]	no aplicable
Magnitud comparada	Distribución radial de la dispersión coherente	Distribución angular de la dispersión total	Distribución angular de la dispersión total

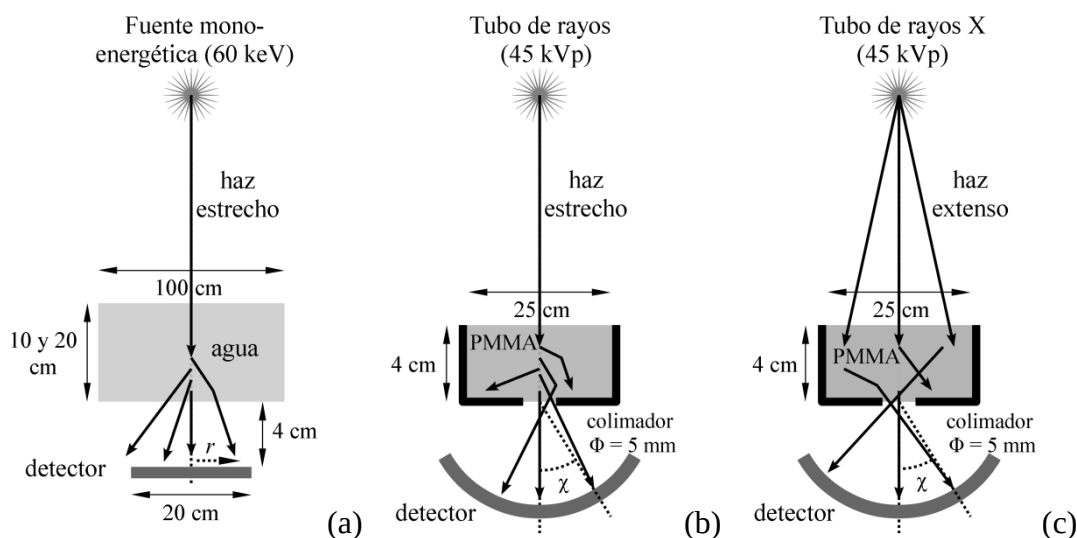


Figura 2.6: Descripción esquemática de las tres configuraciones simuladas y asociadas a los trabajos de (a) Neitzel et al., (b) Leliveld y (c) Muntz et al. Las figuras no están en escala.

El trabajo de Muntz et al. es un abordaje experimental al estudio de la distribución de la dispersión a bajos momentos transferidos empleando un detector de germanio

hiperpuro. Los otros dos trabajos corresponden a estudios mediante simulaciones MC, usando diferentes códigos, que incluyen factores de forma experimentales para modelar la dispersión coherente. Para cada uno de ellos, hemos considerado una magnitud física específica para comparar con nuestras simulaciones con PENELOPE incluyendo tablas híbridas, que son resumidas en la última fila de la Tabla 2.1 y se detalla a continuación.

2.4.1 Distribución radial de la dispersión coherente en agua

Realizamos simulaciones bajo la configuración diagramada en la Figura 2.6 (a) usando tanto la tabla híbrida como la tabla teórica de factores de forma (5×10^7 historias). Un volumen de agua es irradiado con un haz estrecho de fotones de 60 keV, incidiendo normalmente sobre la superficie de la muestra. La muestra está modelada por un volumen con una superficie cuadrada de 100 cm de lado y dos diferentes espesores, 10 cm y 20 cm. Los fotones que alcanzan el detector, un plano cuadrado de 20 cm de lado colocado a 4 cm de la superficie de salida de la muestra, han sido discriminados según su historia. Aquellos eventos que corresponden a una única dispersión coherente se organizan en una distribución radial del patrón de dispersión simple coherente dividido por el área del anillo.

La Figura 2.7 compara los resultados obtenidos con PENELOPE empleando tablas híbridas con los resultados que reportan Neitzel et al. [70], quienes en sus simulaciones MC emplean los factores de forma reportados por Morin [14]. Puede observarse que ambas curvas están en buen acuerdo. Las variaciones en el pico son del 8 % (para 10 cm de espesor) 9 % (para 20 cm de espesor).

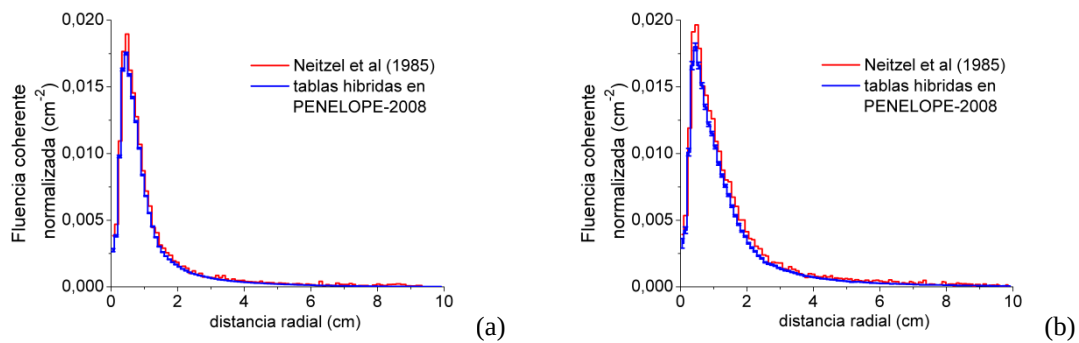


Figura 2.7: Distribución radial de la dispersión coherente normalizada al área del anillo de detección y a la intensidad del haz primario. Se comparan los resultados reportados por Neitzel et al. con nuestros resultados usando tablas híbridas en PENELOPE-2008. El dispersor es un volumen de agua de (a) 10 cm y (b) 20 cm de espesor. Las barras de error indican las fluctuaciones estadísticas de las simulaciones.

A fines ilustrativos, se muestra en la Figura 2.8 una comparación con la distribución radial obtenida cuando se emplea la tabla teórica, cuya discrepancia a pequeñas distancias radiales refleja los efectos de la estructura del material.

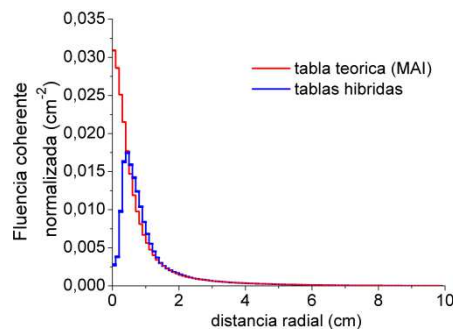


Figura 2.8: Distribución radial de la dispersión coherente normalizada al área del anillo de detección y a la intensidad del haz primario. Se comparan los resultados obtenidos usando la tabla híbrida y la tabla teórica (MAI), en la configuración propuesta por Neitzel et al.

2.4.2 Distribución angular de la dispersión en PMMA

Analizamos la distribución angular de la dispersión en PMMA siguiendo los trabajos de Leliveld [77] y Muntz et al. [78]. Leliveld usa el código EGS4 incluyendo los factores de forma experimentales reportados por Kosanetzky et al. [17]. La configuración considerada por Leliveld es similar al dispositivo experimental empleado por Muntz et al. (Figura 2.6 (b) y (c), respectivamente). Ambos consideran una fuente polienergética de rayos X (45 kVp). Obtuvimos su distribución espectral de la figura 2 del trabajo de Muntz et al. para emplearla en nuestras simulaciones. El medio dispersor es un bloque de 4 cm de espesor de PMMA. Un sistema de colimación para el haz a la salida del dispersor, con una apertura de 5 mm, regula la llegada al detector de los fotones que emergen del objeto. La principal diferencia entre ambas configuraciones es la forma del haz; un haz estrecho en el caso de Leliveld y un haz extenso en el trabajo de Muntz et al.. Simulamos el haz extenso como un haz cónico de radio 12 cm sobre la superficie de entrada del objeto irradiado. En la configuración de Leliveld hemos simulado 3×10^8 historias, tanto con la tabla híbrida como con la tabla teórica. Para la configuración de Muntz et al., simulamos 3×10^9 con la tabla híbrida y 1×10^9 historias con la teórica. Todos los fotones de dispersión detectados son organizados en un histograma de acuerdo al ángulo de detección χ (ver Figura 2.6 (b) y (c)), dividida por el elemento de ángulo sólido y normalizados a la unidad en el máximo. Para la simulación del experimento de Muntz et al., hemos considerado una energía umbral de detección de 14 keV, escogida a partir de las mediciones espectrales reportadas en su trabajo [78].

En la Figura 2.9 (a) se compara el resultado reportado por Leliveld con nuestras simulaciones usando tabla híbrida. Se observa que la curva de dispersión obtenida con tablas híbridas en PENELOPE está globalmente desplazada hacia ángulos de dispersión menores. Además, el análisis de los picos da cuenta de un menor ancho a mitad de altura (10 % menor) en nuestra simulación con tablas híbridas. El pico, por el contrario, no se logra reproducir con el uso de la tabla teórica, como puede verse en la Figura 2.9 (b).

En el mismo sentido que el párrafo anterior, al comparar nuestra simulación con PENELOPE usando tablas híbridas con los resultados experimentales de Muntz et al., encontramos una buena correspondencia (Figura 2.10 (a)), no así cuando se usan las tablas teóricas, como puede observarse en la Figura 2.10 (b).

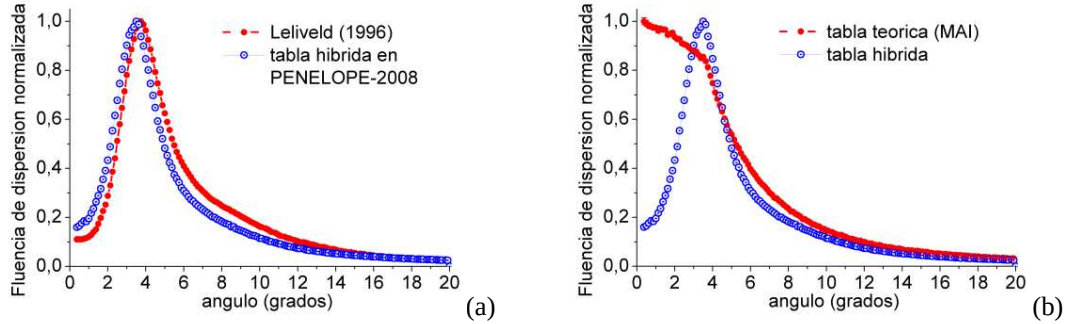


Figura 2.9: Distribución angular de la dispersión proveniente del bloque de PMMA de 4 cm de espesor en una geometría como la esquematizada en la Figura 2.6 (b). (a) Comparación entre los resultados reportados por Leliveld y los resultados obtenidos empleando PENELOPE con tablas híbridas. (b) Comparación entre los resultados obtenidos usando tablas híbridas o teóricas en PENELOPE. Las fluctuaciones estadísticas están dentro de los límites de los símbolos. Todas las curvas están normalizadas al punto de mayor intensidad.

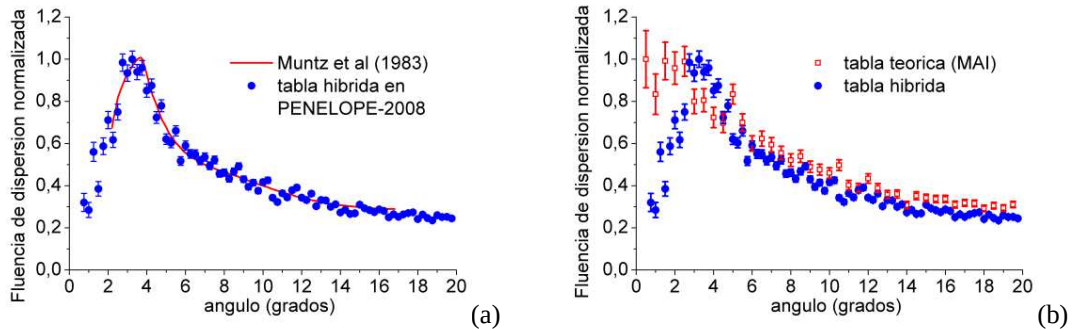


Figura 2.10: Distribución angular de la dispersión proveniente del bloque de PMMA de 4 cm de espesor en una geometría como la esquematizada en la Figura 2.6 (c). (a) Comparación entre los resultados experimentales reportados por Muntz et al. y los resultados obtenidos empleando PENELOPE con tablas híbridas. (b) Comparación entre los resultados obtenidos usando tablas híbridas o teóricas en PENELOPE. Las barras de error indican las fluctuaciones estadísticas de las simulaciones. Todas las curvas están normalizadas al punto de intensidad máxima.

2.5 Discusión

En este capítulo abordamos el problema de mejorar la exactitud de las simulaciones MC de la dispersión coherente con PENELOPE-2008 mediante la incorporación de tablas híbridas experimental-teóricas de factores de forma moleculares.

Construimos tablas híbridas para seis materiales tejido-equivalentes—agua, PMMA, tejido glandular, tejido adiposo, Nylon y CIRS3070— a partir de datos experimentales reportados por Poletti et al. [16]. Los datos experimentales forman parte de la tabla

híbrida para momentos transferidos menores a $q_{tr} = 0,03$ mc. Para momentos mayores, permanecen los valores teóricos (según MAI) que por defecto emplea PENELOPE. La inclusión de una tabla híbrida en las simulaciones con PENELOPE es muy simple y basta con reemplazar con ella la tabla de factores de forma en el archivo de texto que describe al material y que se emplea como entrada en la simulación. Cabe señalar que las tablas híbridas no toman parte en el muestreo aleatorio del camino libre medio o del tipo de interacción en PENELOPE, sino sólo del momento transferido en la dispersión coherente [34].

Evaluamos el uso de las tablas híbridas en PENELOPE por varias vías. En primer lugar, realizamos una evaluación de autoconsistencia. Esta evaluación fue facilitada por el hecho que PENELOPE es un paquete de código abierto y bien documentado. Así, fue posible introducir modificaciones simples y precisas en las rutinas para recuperar y guardar las variables específicas que permitieran evaluar Err_{fdp} y Err_{ma} de acuerdo a (2.5) y (2.6), respectivamente.

Calculamos el error Err_{fdp} para las seis tablas híbridas construidas. Recalcamos, una vez más, que Err_{fdp} compara la función de distribución de probabilidad derivada del uso de tablas híbridas con los valores experimentales que se usaron para construir las mismas. Consideramos satisfactorias sólo aquellas tablas cuyo Err_{fdp} permaneciera debajo de las incertidumbres experimentales. Con este criterio, descartamos las tablas para CIRS3070 y Nylon. Para estos materiales, Err_{fdp} toma valores mayores por la presencia de picos más agudos (comportamiento semicristalino e intermedio, de acuerdo a Poletti et al.) que no logran ser completamente descriptos en la grilla de momentos empleada en PENELOPE y conservada en la tabla híbrida. Por defecto, PENELOPE considera la misma grilla de 250 puntos para todo material. Sin embargo esta grilla podría ser modificada interviniendo en el código fuente si uno estuviese interesado en modelar con mayor exactitud el efecto de interferencia en materiales con un comportamiento como el de CIRS3070 o Nylon.

Las cuatro tablas híbridas para las que consideramos superada la prueba de Err_{fdp} fueron evaluadas en términos de la exactitud del muestreo aleatorio del momento. Si bien se mantiene por debajo del nivel de tolerancia impuesto en tiempo de ejecución por PENELOPE, observamos que Err_{ma} se incrementa respecto de los errores obtenidos cuando se usan las tablas teóricas. Este incremento no se observa sólo para $q < q_{tr}$, sino también para momentos mayores. Esto se explica por la variación de la grilla sobre la cual se define la distribución de probabilidad acumulada, según se use la tabla híbrida o la tabla teórica. En PENELOPE-2008 dicha grilla tiene 150 puntos cuya distribución es determinada durante la inicialización de la simulación para cada material, siguiendo un esquema que busca minimizar los errores de interpolación en la inversión racional [34]. Teniendo en cuenta esto y la diferencia entre las curvas de factores de forma experimentales y factores de forma teóricos, es razonable que la distribución de los

puntos sea diferente al cambiar de una tabla teórica a una híbrida. Si el uso de tablas híbridas condujera a errores de muestreo inaceptables, una vía para reducirlos sería modificar la cantidad de puntos en la grilla a través, nuevamente, de la edición del código fuente.

Completamos el estudio de autoconsistencia mediante evaluación de la recuperación de la curva de factores de forma experimentales a partir de una simulación MC completa empleando tablas híbridas. A bajos momentos transferidos, las fluctuaciones estadísticas enmascaran las diferencias entre FF_{sim} y FF_{exp} (Figura 2.5). Además, es esperable que la curva de FF_{sim} recuperados se vea afectada por las inexactitudes en la función de distribución y los errores de muestreo, que fueron previamente estimados por Err_{fdp} y Err_{ma} . Comparando la Figura 2.3 con la Figura 2.5 puede verificarse que la mayor diferencia entre FF_{sim} y FF_{exp} ocurre justamente para aquellos momentos donde mayor es Err_{fdp} . El hecho de que las variaciones en Err_{ma} no se vean reflejadas en la recuperación de los factores de forma es consistente con una adecuada tolerancia de PENELOPE en tiempo de ejecución. Cabe destacar que las diferencias entre FF_{sim} y FF_{exp} se mantienen a niveles similares a los errores experimentales y las fluctuaciones estadísticas.

La evaluación del uso de tablas híbridas en PENELOPE se completa con la comparación de nuestras simulaciones con resultados reportados en la bibliografía obtenidos con otros códigos o experimentalmente.

El estudio numérico de Neitzel et al. reporta distribuciones espaciales de la dispersión discriminada en sus componentes (dispersión coherente, incoherente y múltiple). Además, considera un haz monoenergético, lo que simplifica la relación entre la distribución radial de la dispersión coherente y la sección eficaz diferencial. Por estos motivos, este trabajo es particularmente interesante para una intercomparación específica de la dispersión coherente en una configuración simple con un código MC independiente y fácil de reproducir. Bajo estas circunstancias, el buen acuerdo entre los resultados es relevante para la confiabilidad de nuestro abordaje.

A diferencia de Neitzel et al., Leliveld trabaja con un código MC de propósito general ampliamente usado. La adaptación del código, incorporando factores de forma experimentales, constituye un abordaje similar al que nosotros implementamos con PENELOPE. La configuración de Leliveld es más compleja en varios aspectos. Principalmente porque todas las contribuciones a la dispersión, no sólo la coherente, son integradas sobre el detector. Así, la comparación de resultados podría estar afectada por el modelado de cualquiera de las interacciones, incluyendo los factores de forma experimentales considerados (cuyas diferencias son reportadas por Poletti et al. [16]), las tabulaciones de secciones eficaces totales usadas y el modelado de la sección eficaz diferencial de la dispersión incoherente. Además, las diferencias pueden ser atribuidas parcialmente al modelado del sistema de detección y del espectro de rayos X

considerado, sobre el que no hay más información reportada que una referencia al trabajo de Muntz et al.. Nuestras simulaciones reproducen satisfactoriamente, dentro de los errores experimentales de $\pm 0,5^\circ$ reportados en Muntz et al. [78], la posición y ancho del pico en la distribución de dispersión medida en ese trabajo.

Las tablas híbridas construidas podrían ser usadas también en versiones más recientes de PENELOPE (por ejemplo, en la versión 2011), dado que conservan el formato de la tabla de factores de forma en el archivo de material. Por otro lado, dado que la adaptación consiste simplemente en una modificación del archivo de material, no existe ninguna restricción para el programa principal, por lo que cualquiera de los programas principales con que se distribuye el paquete de simulación o uno escrito por el usuario podría ser empleado con tablas híbridas.

Tal como venimos diciendo, la interferencia en la dispersión coherente afecta a la distribución de momento transferido de los fotones dispersados en una muestra y, por lo tanto, a la distribución espacial de la señal de dispersión sobre un detector de imágenes. A fines ilustrativos, la Figura 2.11 compara las distribuciones bidimensionales de la señal de dispersión obtenidas con las tablas híbridas y las tablas teóricas generadas por agua, PMMA, tejido adiposo y tejido glandular. Estos resultados se han obtenido considerando un haz estrecho monoenergético de 15 keV incidiendo perpendicularmente sobre un bloque del material considerado, de $t = 0,5$ cm de espesor. El sistema detector es cuadrado, de 8 cm de lado, y está colocado a 7 cm del bloque dispersor. Se simularon un total de 5×10^6 historias.

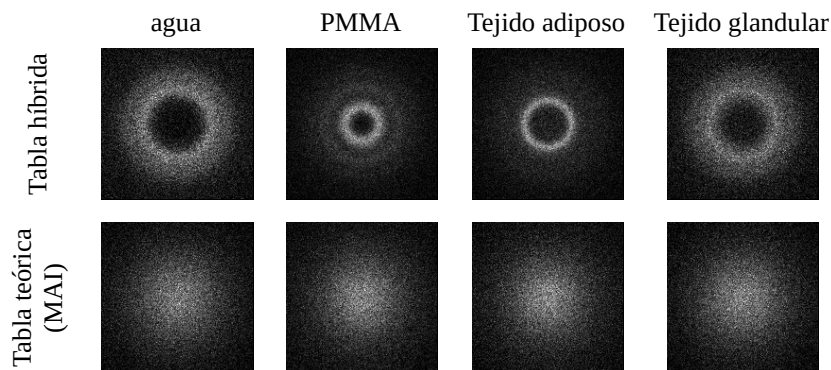


Figura 2.11: Distribuciones bidimensionales (8 cm x 8 cm) de la dispersión producida en cuatro objetos de espesor 0,5 cm a 7 cm del detector. La energía considerada es 15 keV. Se consideran todas las componentes de dispersión: coherente, incoherente y múltiple. La dispersión coherente se modela empleando tablas híbridas (arriba) o tablas teóricas (abajo).

2.6 Conclusión

El uso de PENELOPE-2008 en combinación con las tablas híbridas construidas constituye una herramienta de simulación Monte Carlo confiable que toma en cuenta los efectos de la estructura del material sobre la distribución de la dispersión coherente en materiales amorfos.

Capítulo 3. Caracterización del tubo de rayos X y del detector de imágenes para la medición de imágenes de dispersión

Resumen

En este capítulo se caracteriza la fuente y el detector usados en las mediciones de imágenes de dispersión. Se empleó el tubo de rayos X de un mamógrafo convencional (modelo Senographe DMR, General Electric Medical Systems, Milwaukee, USA) y un sistema de detección digital portátil (modelo RadEye1 EV, de la firma Teledyne Rad-Icon Imaging Corp). Ponemos énfasis en la caracterización del detector a bajas exposiciones. Obviamente, el ruido electrónico será dominante a bajas intensidades, región del rango dinámico donde se espera detectar la señal de dispersión. La señal de oscuridad, asimismo, debe ser adecuadamente sustraída para evitar sesgos introducidos por la deriva del detector en la cuantificación de señales de baja intensidad. Verificamos la respuesta no lineal del detector en el primer 20 % del rango dinámico del detector. La linealización de las imágenes puede hacerse empleando un ajuste cuadrático–lineal de la propiedad de transferencia de la señal en función del kerma, pero podría verse limitada por la variación de la ganancia con la calidad del haz. Evaluamos la resolución espacial en el dominio de frecuencias a través de la medición de la función de transferencia de modulación mediante el método de borde inclinado y construimos un filtro con el que podemos reproducir en buena medida los efectos de la resolución limitada del detector.

3.1 Contextualización de la caracterización realizada

Montamos el sistema experimental empleado en las mediciones de imágenes de dispersión en las instalaciones del Instituto de Oncología Ángel H. Roffo. Empleamos como fuente el tubo de un mamógrafo convencional, modelo Senographe DMR de General Electric Medical Systems y un detector digital de imágenes portátil modelo RadEye1 EV de la firma Teledyne Rad-Icon Imaging Corp. (Figura 3.1). En este capítulo caracterizamos la fuente de rayos X y el detector, mientras que las imágenes de dispersión serán presentadas y empleadas para derivar los patrones de dispersión en el siguiente capítulo.

Las caracterizaciones realizadas responden a necesidades específicas surgidas en el contexto de la medición experimental de imágenes de dispersión y no a una evaluación de los equipos en contexto clínico de diagnóstico. Dado que no es el objetivo realizar una caracterización estandarizada del sistema, hemos considerado las publicaciones emanadas de organismos internacionales referidas a control de calidad en mamografía –que proponen protocolos de medición y valores de referencia (por ejemplo [79] del

Organismo Internacional de Energía Atómica)— sólo a título orientativo.

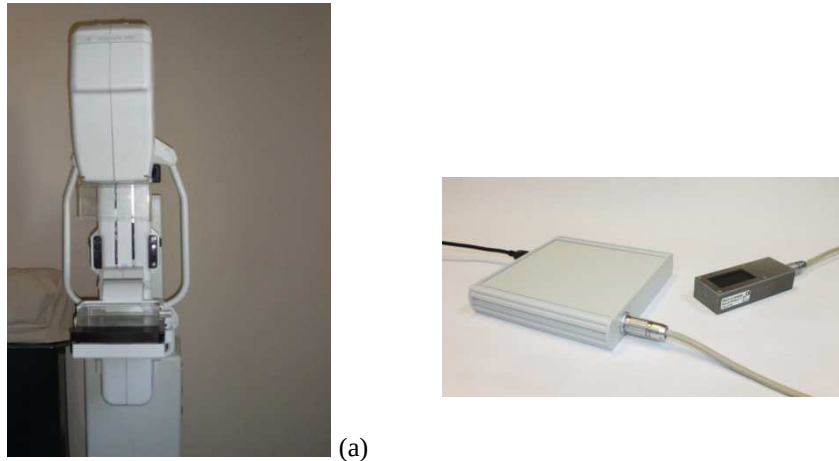


Figura 3.1: Equipamiento empleado en la medición de imágenes de dispersión. (a) El mamógrafo cuya fuente fue empleada en esta tesis es un Senographe DMR(GE). (b) El detector de imágenes empleado es un RadEye 1 EV.

La Figura 3.2 (a) muestra un esquema de la configuración experimental empleada en la medición de imágenes de dispersión. Básicamente, acoplamos al mamógrafo un sistema de colimación construido *ad hoc*, un soporte para el dispersor y ubicamos el detector de imágenes portátil sobre el chasis.

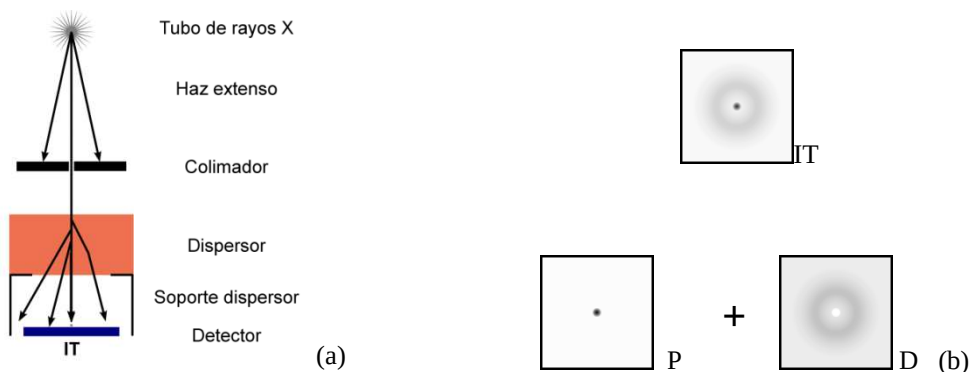


Figura 3.2: (a) Esquema conceptual del dispositivo experimental para la medición de IT (no está en escala). (b) Diagrama de las dos componentes, P y D , que componen la imagen IT medida en presencia de un atenuador/dispersor. Aquí se representa un caso ideal donde P y D pueden discriminarse mediante segmentación espacial, dado que $P(x,y) = 0$ para $x^2 + y^2 > \rho^2$ y $D(x,y) = 0$ para $x^2 + y^2 < \rho^2$, siendo ρ el radio del haz primario.

En principio, podemos pensar a la imagen transmitida (IT) registrada con este dispositivo –diagramada en la Figura 3.2 (b)– como constituida por la suma de dos componentes diferentes. Por un lado la radiación primaria P ; conformada por los fotones que no interactuaron con el objeto y que, producto de la colimación y de la alineación del dispositivo, tendrá una distribución de alta intensidad localizada en una región del espacio pequeña y centrada en IT. Por otro lado la radiación dispersa D ; conformada por todas las contribuciones de dispersión (simple y múltiple) que se separan del haz primario a medida que aumenta el ángulo de dispersión y la distancia

entre el objeto dispersor y el detector. Si el objeto irradiado está compuesto por materiales amorfos, entonces D presentará simetría circular sobre el detector plano perpendicular al haz. Típicamente, la amplitud de IT en la región donde domina la señal de dispersión es varios órdenes de magnitud menor que en la región donde domina la radiación primaria.

En esta tesis hemos optado por limitar la exposición del objeto dispersor a fin de evitar la saturación del detector en la región donde se detecta P . Esto nos permite, luego de discriminar entre las dos componentes en IT, definir a la imagen de dispersión (ID) como una imagen de la distribución espacial de D normalizada a la intensidad total de la radiación primaria P :

$$ID(x, y) = \frac{D(x, y)}{\iint_{det} P(x, y) dx dy}. \quad (3.1)$$

Las principales dificultades para lograr una medición con buena exactitud de una imagen de dispersión provienen de la baja intensidad de la señal de dispersión, haciéndola más susceptible a ser corrompida por el ruido del sistema. Evidentemente, para lograr mediciones cuantitativas de la señal de dispersión es necesario partir de imágenes IT cuya intensidad sea proporcional a la intensidad de la radiación incidente sobre el detector a lo largo de todo el rango dinámico del detector. La evaluación de la linealidad de la respuesta del detector a muy bajos niveles de exposición se dificulta porque con el menor valor de carga Q que puede fijarse con el mamógrafo (4 mAs) la intensidad incidente sobre el detector es aún suficientemente alta. Para lograr reducir la exposición hemos interpuesto atenuadores en el haz, teniendo en cuenta que la atenuación modifica también la calidad del haz debido al endurecimiento.

En la próxima sección, presentamos la caracterización del tubo de rayos X a partir de mediciones de kerma (del inglés *kinetic energy released per unit mass*). Primero evaluamos la salida del tubo y la calidad del haz bajo condiciones estandarizadas. Luego, se incluye la medición del rendimiento y calidad del haz bajo las condiciones de atenuación empleadas para la evaluación de la respuesta del detector.

En la sección que sigue nos ocupamos de la caracterización del detector. Comenzamos con una breve descripción sobre las fuentes de pérdida de uniformidad en las imágenes y el tratamiento que de ellas haremos. Seguimos por una descripción fenomenológica de los artefactos observados e ilustramos una estrategia simple basada en la comparación de parámetros globales de las imágenes para identificar su presencia. Luego estudiamos la respuesta del detector como una función del kerma en aire en la superficie de entrada al detector. Observamos una dependencia de la ganancia –en términos del kerma incidente– con la calidad del haz y un comportamiento no lineal que puede modelarse por una función cuadrática en el primer tramo del rango dinámico. A continuación estudiamos la resolución del detector, donde optamos por una descripción en el dominio de las frecuencias espaciales. Finalmente, la sección dedicada a la caracterización del

detector se cierra con la cuantificación del ruido cuántico y el ruido electrónico mediante un análisis de varianza de las imágenes.

3.2 Caracterización de la salida del tubo de rayos X y calidad del haz

En esta sección evaluamos la salida del tubo de rayos X del mamógrafo Senographe DMR (GE) en términos de rendimiento, linealidad, repetibilidad y reproducibilidad a partir de mediciones de kerma en aire sin retrodispersión y la calidad del haz en términos de la primera capa hemireductora (CHR)⁸. Realizamos estas evaluaciones empleando la combinación ánodo/filtro Rh/Rh, foco grueso (0,03 mm nominal) y tensión de operación de 27 kVp. Estas condiciones de operación del tubo corresponden a las empleadas en la medición de patrones de dispersión en el próximo capítulo y no a las condiciones especificadas por la normativa internacional de control de calidad en radiodiagnóstico. Una caracterización estandarizada acorde a la normativa internacional para el mismo equipo fue reportada por Pirchio et al. [80] el mismo año en que se hicieron las presentes mediciones.

Para las mediciones de kerma empleamos una cámara de ionización dedicada a mamografía de 6 cm³ Radcal modelo 10X6-6M conectada a un digitalizador modelo 9660A y a una unidad de control Accu-Pro, también de la firma Radcal⁹. La incertidumbre de calibración es del 5 % para mediciones de kerma entre 1 y 100 mGy (de 20 a 50 kVp y capa hemirreductora de 0,15 – 1,4 mm de Al). Su respuesta dentro del intervalo de energías entre 10 y 40 kVp hace innecesario realizar correcciones en mediciones de kerma en aire empleando tubos con diferentes combinaciones ánodo/filtro¹⁰.

3.2.1 Salida del tubo de rayos X a partir de mediciones del kerma

Medimos el kerma incidente en aire sin retrodispersión para valores de carga Q entre 4 y 200 mAs bajo la siguiente condición:

- cámara colocada en una posición de referencia, a 5 cm de donde estaría la pared del tórax, a 5 cm del soporte de la mama y a 59 cm de la fuente;
- combinación Rh/Rh, tubo operado a 27 kVp y tamaño de campo 9 cm × 9 cm;

⁸ La CHR se define como el espesor del absorbente de un material especificado que reduce a la mitad el kerma en aire de un haz estrecho en un punto alejado del material absorbente.

⁹ El equipamiento calibrado empleado fue provisto por OIEA al Proyecto “ARG/6/013 *Implementing a Dosimetric System in Diagnostic Radiology to Minimize Doses Received by Patients*” de la Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA). Sus integrantes nos lo prestaron generosamente.

¹⁰ Se descartaron efectos de la irradiación en el vástago bajo las condiciones experimentales de trabajo (la diferencia relativa entre mediciones con y sin irradiación del vástago es de 0,06 %, comparable a la desviación en cada una de las dos series de mediciones tomadas bajo una y otra condición).

– bandeja compresora retirada.

El intervalo explorado de Q abarca el rango de carga empleada en la caracterización del detector y la medición de patrones de dispersión. Para cada Q repetimos la medición 4 veces. Evaluamos la repetibilidad a corto plazo a través del coeficiente de variación:

$$CV(\%) = 100 \% \times \frac{s}{m}, \quad (3.1)$$

donde m es el valor medio y s la desviación estándar del conjunto de mediciones en una serie para una dada Q . El CV se mantuvo por debajo del 0,3 %.

Típicamente, en mamografía se asume proporcionalidad entre kerma en aire (K) y Q en la estimación del rendimiento del tubo a partir del cociente [79]:

$$R[\mu\text{Gy/mAs}] = \frac{K}{Q}. \quad (3.2)$$

Se verifica buena compatibilidad del ajuste proporcional (forzando ordenada al origen nula, Figura 3.3 (a)) con $R^2 \approx 1$ y diferencia porcentual D % entre las mediciones y el ajuste que no supera el 0,9 %. El coeficiente de linealidad entre puntos consecutivos de rendimiento, calculado como:

$$L \% = 100 \times |R_i - R_{i-1}| / (R_i + R_{i-1}), \quad (3.3)$$

no supera el valor de 0,16 %, satisfaciendo ampliamente los criterios clínicos de tolerancia ($L \% < 10$ %).

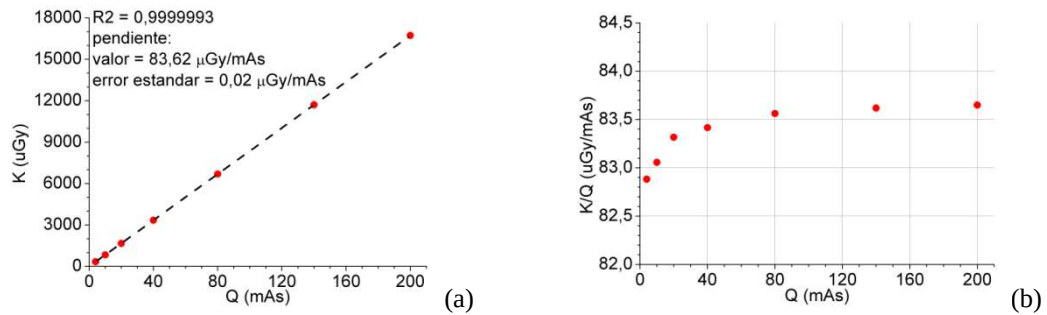


Figura 3.3: Rendimiento del tubo de rayos X. (a) Ajuste proporcional a las mediciones de kerma en función de Q . (b) Rendimiento en función de Q . Las barras de error están contenidas en los puntos.

Como puede deducirse de la Figura 3.3 (b), los mayores L % se observan a bajos Q . Si bien este tipo de comportamiento podría atentar contra una adecuada interpretación de otras magnitudes derivadas del rendimiento que más adelante analizaremos –en particular al estudiar la linealidad de la respuesta del detector en la sección 3.3.3 (tal como discute Burgess [81])– desde ya descartamos esta posibilidad debido a la pequeña diferencia porcentual entre el rendimiento calculado a 4 mAs y a 80 mAs, de aproximadamente 0,8 %.

El rendimiento a 1 m se calcula a partir del cociente (3.2) tras la corrección por el factor del cuadrado de la inversa de la distancia, resultando ser $(29,1 \pm 1,5) \mu\text{Gy/mAs}$ para

cada una de las mediciones con $Q \geq 80 \text{ mAs}^{11}$. El error en el rendimiento se calcula propagando los 0,5 cm de incertidumbre en la medida de la distancia y el 5% de incertidumbre de la cámara.

Se repitieron las mediciones sin atenuación tras 27 días a partir de las cuales se evaluó la reproducibilidad. Usamos la aproximación para el coeficiente de variación entre dos mediciones $CV_{AB} = 100 \% \times |m_A - m_B| / (m_A + m_B)$, donde A y B representan a cada una de las dos mediciones comparadas. CV_{AB} toma valores menores a la peor repetibilidad ($CV_{AB} < 0,3 \%$), por lo que podemos considerar constante la salida del tubo.

3.2.2 Capa hemirreductora (CHR)

Distintas publicaciones internacionales sobre control de calidad en mamografía (como [79]) proponen estimar la capa hemirreductora a partir de la siguiente expresión de interpolación logarítmica:

$$CHR = \frac{X_1 \ln\left(\frac{2Y_2}{Y_0}\right) - X_2 \ln\left(\frac{2Y_1}{Y_0}\right)}{\ln\left(\frac{Y_2}{Y_1}\right)}, \quad (3.4)$$

donde Y_0 denota la lectura de exposición directa, Y_1 e Y_2 son las exposiciones entre las que se encuentra $Y_0/2$, obtenidas con espesores de aluminio X_1 y X_2 respectivamente. Tal como se indica en [79], realizamos las lecturas con la cámara colocada a 5 cm del soporte de la mama y a 4 cm de la pared del tórax. Las láminas de aluminio (99,9% de pureza) fueron apoyadas sobre el compresor –ubicado a mitad de distancia entre la fuente y la cámara– excepto en la medición de CHR sin compresor (en este caso empleamos un soporte para las placas). Empleamos el campo de $9 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$ del mamógrafo, sin colimación adicional.

Medida de esta manera, la calidad del haz emitido por el tubo con la combinación Rh/Rh operado a 27 kVp se caracteriza por una CHR de $(0,33 \pm 0,04) \text{ mm}$ de aluminio sin compresor y $(0,38 \pm 0,04) \text{ mm}$ de aluminio con compresor. Ambas están comprendidas dentro del rango de tolerancia fijado en publicaciones internacionales¹². Las incertidumbres se calculan por propagación de las desviaciones estándar en las series de datos medidos y 5 % de incertidumbre de la cámara. No consideramos incertidumbres en el posicionamiento y en el espesor de las láminas de aluminio.

¹¹ La medición de rendimiento en las pruebas de control de calidad estandarizadas están debajo de las tolerancias establecidas: fue reportado un rendimiento de $27,3 \text{ } \mu\text{Gy/mAs}$ a 1 m con la combinación Mo/Mo-28 kVp, menor a la tolerancia establecida de $> 30 \text{ } \mu\text{Gy/mAs}$ [80]. El equipo está fuera de servicio al momento de la realización de las mediciones que acá se presentan.

¹² De acuerdo a [79], la tolerancia en la CHR para la combinación Rh/Rh operado a 27 kVp es la siguiente:

sin compresor: $0,27 \leq CHR \leq 0,47 \text{ mm}$ de aluminio

con compresor: $0,30 \leq CHR \leq 0,49 \text{ mm}$ de aluminio

La exactitud –menor al 2 % ($\approx 0,5$ kVp)– y la repetibilidad – $CV = 0,3$ %– del valor nominal de la tensión aplicada al tubo fue reportada para el mismo equipo por Pirchio et al. [80]. Operaron el tubo empleando la combinación Mo/Mo a 28 kVp y las mediciones obtenidas –empleando un sensor 40X9-Mo Accu-kV– estuvieron sistemáticamente debajo de la tensión nominal¹³.

3.2.3 Rendimiento y CHR bajo condiciones de atenuación de interés

Calculamos el rendimiento a partir del cociente K/Q bajo diferentes condiciones de atenuación de interés. La atenuación se realiza mediante la interposición entre la fuente y el detector de atenuadores de PMMA sobre el compresor ubicado cerca del tubo (esta disposición aumenta la distancia al detector y, por lo tanto, disminuye la radiación dispersa detectada). La Figura 3.4 muestra el dispositivo experimental. Las mediciones de K se realizan con la cámara a 59 cm de la fuente.

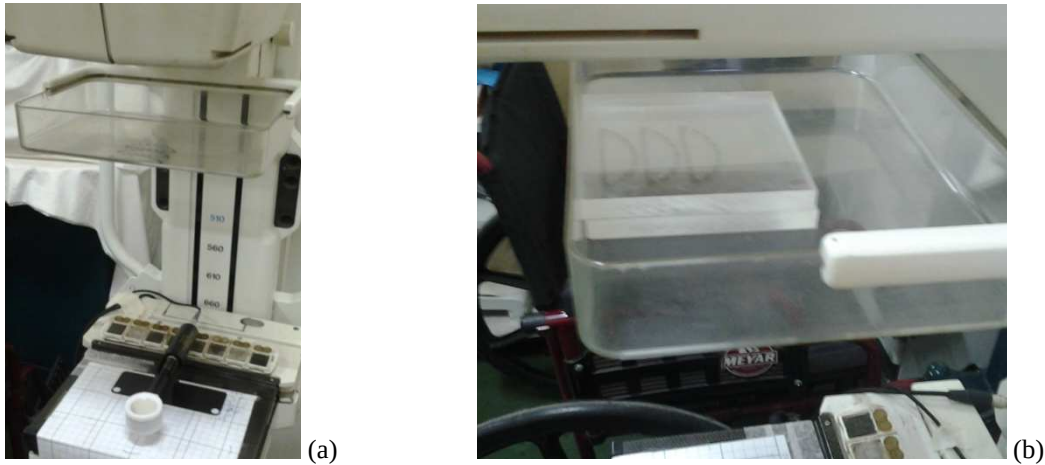


Figura 3.4: Fotos de las condiciones de medición de rendimiento en las condiciones de atenuación de interés. (a) vista general. (b) Acercamiento a la bandeja compresora (ubicada cerca del tubo) sobre la que se apoyan los atenuadores de PMMA.

Empleamos mediciones realizadas con una carga nominal de $Q = 140$ mAs. Compensamos por la inversa del cuadrado de la distancia para calcular el rendimiento a 62 cm, R_{62} , la distancia a la que se ubicará la superficie del detector de imágenes portátil. Los valores obtenidos para las diferentes condiciones de atenuación se muestran en la Tabla 3.1.

Medimos también la CHR bajo las diferentes condiciones de atenuación. Los resultados, que se resumen en la Tabla 3.1, reflejan el endurecimiento del haz al interponer las distintas placas de PMMA en la bandeja compresora.

¹³ De acuerdo a una comunicación personal con la autora del trabajo citado.

Tabla 3.1: Rendimiento a 62 cm de la fuente y CHR bajo cuatro condiciones de atenuación de interés.

Condición de atenuación	R_{62} ($\mu\text{Gy/mAs}$) *	CHR (mm Al) **
sin compresor	76	$0,33 \pm 0,04$
con compresor	56	$0,38 \pm 0,04$
1 cm de PMMA (sobre el compresor)	20	$0,51 \pm 0,05$
2 cm de PMMA (sobre el compresor)	8,7	$0,60 \pm 0,06$

* El error en el rendimiento equivale al 5,3% y se calculó propagando los 0,5 cm de incertidumbre en la medida de la distancia y el 5% de incertidumbre de la cámara.

**Las incertidumbres se calcularon por propagación de las desviaciones estándar en las series de datos medidos y 5 % de incertidumbre de la cámara.

3.3 Caracterización del detector de imágenes

Usamos un sensor RadEye1 EV fabricado por Teledyne Rad-Icon Imaging Corp¹⁴. Su área activa es de 24,6 mm $\times$ 49,2 mm. Consiste en un arreglo 512 $\times$ 1024 fotodiodos CMOS-APS, con un tamaño de pixel de 48 μm [82]. El sensor se conecta a un módulo electrónico Shad-o-Snap 512 que digitaliza la señal a 12 bits, provee de alimentación al detector, gestiona la adquisición y lectura de datos y sirve de interfaz con una computadora mediante una conexión USB. Se empleó la aplicación ShadoCam¹⁵ provista por el mismo fabricante como interfaz de usuario de gestión del detector y de datos.

El sensor CMOS está acoplado a un centellador de oxisulfuro de gadolinio dopado con terbio ($\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S:Tb}$, *Gadox*) que convierte los fotones de rayos X en luz visible de 545 nm. Específicamente, el centellador es el Kodak Min-R® 2190 que tiene un espesor másico de 33,91 mg/cm², un espesor de 85 micrones y una densidad de 3,99 g/cm³ [83]. El detector se aloja en un recinto de aluminio cubierto de acero inoxidable; una ventana de grafito de 1 mm de espesor completa el blindaje de la luz y protege la electrónica contra daños accidentales. RadEye1 EV es un diseño de rango extendido (10 a 160 kV) adecuado para operar en ambientes de altas dosis o con energías de rayos X generados con tensiones de hasta 160 kVp. A tal efecto, incluye una placa de fibra óptica sobre el área activa que reduce el ruido por detección directa de rayos X en los fotodiodos, aunque a expensas de sensibilidad.

3.3.1 Uniformidad de la imagen

En esta sección, hacemos una breve descripción de los tres factores principales que afectan la uniformidad de la imagen y algunas consideraciones sobre su incidencia en las mediciones que se presentan en éste y el siguiente capítulo.

Los detectores en general presentan variaciones en la intensidad en la señal de base (*offset*) debido a fluctuaciones en la integración de corriente de oscuridad o en el

¹⁴ <http://www.teledynedalsa.com/imaging/products/x-ray/>

¹⁵ ShadoCam Image Acquisition and Display Software (c) 2000-2007 by Rad-icon Imaging Corp.

proceso de lectura, que incluso pueden presentar correlación espacial. En la Figura 3.5 (a) se muestra una imagen de oscuridad (OS), es decir una imagen obtenida sin exposición a los rayos X, en este caso adquirida con un tiempo de integración de 1000 ms. Debido a que la señal de oscuridad constituye una componente aditiva que no lleva información sobre la magnitud de interés, la estrategia de corrección consiste simplemente en una resta pixel a pixel de una imagen de oscuridad adecuadamente registrada. Esta corrección –corrección de campo oscuro– lleva a un incremento en el ruido por la suma de las varianzas en cada una de las imágenes intervinientes en la sustracción. La varianza de la imagen de oscuridad disminuye si se calcula como el promedio de varias adquisiciones. Por lo tanto, y con el fin de reducir el efecto de las fluctuaciones pixel a pixel introducidas por la corrección de campo oscuro [84], las imágenes de oscuridad empleadas en esta corrección son el resultado del promedio de n_{adq} adquisiciones consecutivas de dicha señal (típicamente $n_{adq} = 10$). De esta manera, la corrección pixel a pixel de la imagen I se realiza por sustracción del promedio de n_{adq} imágenes de oscuridad OS_n para generar la imagen corregida I_{corrO} :

$$I_{CorrOs}[i,j] = I[i,j] - \frac{1}{n_{adq}} \sum_n^{n_{adq}} OS_n[i,j]. \quad (3.5)$$

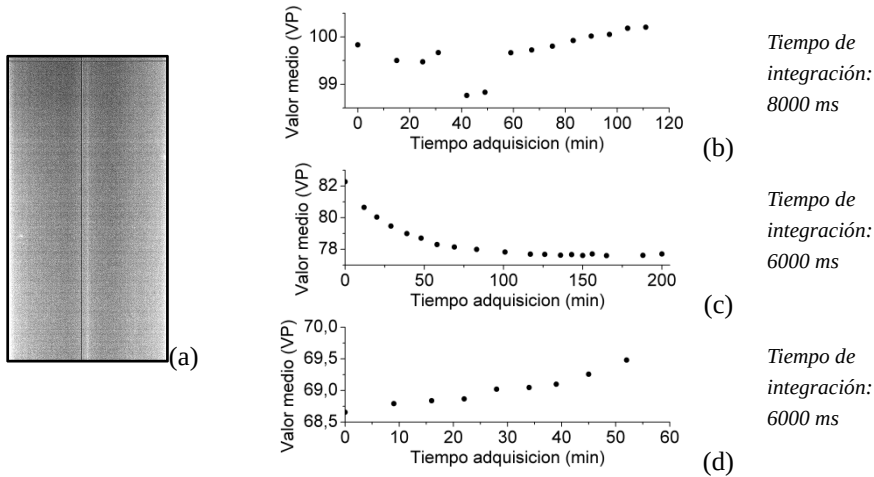


Figura 3.5: (a) Imagen de oscuridad (OS). En (b), (c) y (d) se muestra la variación del valor medio en la imagen de oscuridad a lo largo del curso de un experimento (en experimentos diferentes). Cada imagen de oscuridad se calcula como el promedio de 10 adquisiciones. El tiempo de integración se indica en la figura.

Por otro lado, la intensidad promedio de la señal de oscuridad presenta variaciones a lo largo del experimento (Figura 3.5 (b) - (d)). Típicamente estas variaciones pueden atribuirse a derivas térmicas, por lo que en cada sesión experimental encendimos el detector aproximadamente una hora antes de dar comienzo al experimento para lograr una mayor estabilidad en la señal de oscuridad. No obstante y en razón de que aun así podían observarse variaciones relevantes en la señal de oscuridad, decidimos tomar varias imágenes de oscuridad a lo largo del curso de los experimentos para actualizar las correcciones cuando fuese necesario o para incrementar la estadística de la imagen de oscuridad empleada en la corrección de campo oscuro.

Otra fuente de pérdida de uniformidad radica en la variación de la sensibilidad a la radiación y ganancia electrónica entre píxeles, que típicamente representa un ruido multiplicativo en las imágenes. Puede obtenerse un mapa de la respuesta de los píxeles bajo condiciones de irradiación uniforme. Asumiendo que el detector tiene una respuesta lineal, entonces una imagen adquirida con campo homogéneo y corregida por campo oscuro, I_{CorrOS} , dividida entre la exposición a la que fue adquirida, X , constituye un mapa de ganancia del detector por unidad de exposición: $G = I_{CorrOS}/X$. En la Figura 3.6 se muestran imágenes de ganancia adquiridas con $Q = 4$ mAs y 25 mAs que se corresponden con un kerma en aire en la superficie de entrada al detector sin retrodispersión (DAK, del inglés *detector air kerma*) de $303 \mu\text{Gy}$ y $1893 \mu\text{Gy}$, respectivamente.

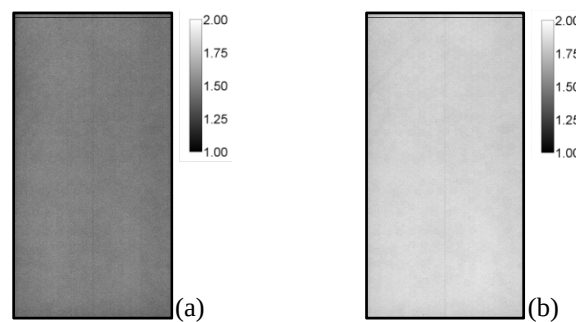


Figura 3.6: Imágenes de ganancia adquiridas a (a) $303 \mu\text{Gy}$ y (b) $1893 \mu\text{Gy}$.

Las diferencias en la señal de oscuridad y ganancia entre los píxeles dará lugar a ruido con distribución espacial fija (FPN por *fixed-pattern noise*) que puede compensarse a través de una corrección de campo plano (*flat fielding*), restando la imagen de oscuridad y dividiendo luego por la imagen de ganancia (corrección de ganancia). Debe tenerse en cuenta que ambas operaciones involucradas en la corrección de campo plano, sustracción y cociente, tienden a incrementar las fluctuaciones en la imagen corregida. Por lo tanto, es importante que tanto la imagen de oscuridad como la de ganancia sean definidas a partir del promedio de varias adquisiciones. Típicamente, en esta tesis empleamos 10 imágenes de oscuridad promediadas y 5 de ganancia.

La corrección por ganancia asume, en general, que la respuesta del detector es lineal con la exposición. Cuando esto no es así, la corrección por ganancia funciona bien sobre imágenes adquiridas bajo la misma condición de exposición usada para la adquisición de la imagen de ganancia, mientras que para otras condiciones de exposición no elimina las inhomogeneidades [85]. El uso de espectros polienergéticos lleva a que la corrección de ganancia sea incompleta dado que la respuesta de los píxeles suele ser dependiente de la energía y el endurecimiento del haz varía con la trayectoria del mismo a lo largo del objeto radiografiado [86].

Otra fuente de no uniformidad –no dependiente del detector pero que afectará necesariamente a la imagen de ganancia– proviene de la inhomogeneidad del campo de

irradiación (atribuible al efecto talón¹⁶, al compresor, etc.). La corrección por ganancia puede corregir también los efectos derivados de inhomogeneidades de campo cuando las condiciones de adquisición –atenuación, colimación, posicionamiento, etc.– de la imagen a corregir y de la imagen de ganancia son idénticas. Por el contrario, si hay alguna variación en las condiciones de adquisición, la corrección de ganancia puede introducir artefactos.

Adicionalmente, el detector presenta una serie de píxeles cuya respuesta es significativamente diferente a la de sus vecinos y no responden a las correcciones por campo oscuro y ganancia. Se trata de píxeles defectuosos. En el detector utilizado, la mayoría de los píxeles defectuosos están dispuestos en un par de filas y un par de columnas contiguas. El valor de la señal en tales píxeles puede ser estimado a partir de la información en su vecindad. Se siguió un esquema de corrección muy simple, a partir del promedio de las filas y columnas adyacentes a las defectuosas. Claramente, el realizado no es un tratamiento exhaustivo del problema, ya que píxeles aislados con defectos menos obvios no fueron corregidos. En algunos contextos, puede ser necesario implementar algún método más sofisticado de identificación y corrección de este tipo de defecto a fin de evitar artefactos en las imágenes [86]–[88]. Pero en el contexto de nuestro trabajo, el método empleado es suficientemente adecuado.

3.3.2 Artefactos en las imágenes

Los artefactos mencionados en esta sección han sido observados en algunas de las imágenes adquiridas a lo largo de los experimentos realizados. En primer lugar, hemos observado un patrón periódico en imágenes de oscuridad que, naturalmente, se superpone a toda otra adquisición que se realice. La Figura 3.7 (a) muestra una imagen de oscuridad en la que este tipo de artefacto se manifiesta, aquí, como un patrón de bandas horizontales de período de aproximadamente 17 píxeles (equivalente a unos 0,8 mm). La ocurrencia de este artefacto de origen electromagnético (algunos trabajos sugieren que la interferencia eléctrica puede ser causada por vibraciones mecánicas, por ejemplo [89]), fue prevenida mediante el uso de un blindaje de aluminio cubriendo el módulo electrónico de alimentación y control del sensor, junto con los conectores asociados.

Otro artefacto que hemos observado está asociado a la persistencia de la imagen (*ghost*) [90]. En el ejemplo de la Figura 3.7 (b) se muestra una imagen de oscuridad adquirida luego de la medición de una imagen transmitida (IT), adquirida en una geometría colimada tal como se esquematizó en la Figura 3.2. Puede observarse una mancha clara

¹⁶ Debido a la inclinación del ánodo y a la profundidad de interacción de los electrones dentro del ánodo, la longitud de la trayectoria de los fotones antes de salir del ánodo es dependiente de la dirección en que lo hacen. El efecto talón (*heel effect*) se refiere al fenómeno de la atenuación de los rayos X dentro del ánodo que deriva en inhomogeneidades en el campo de irradiación. Ver por ejemplo [131].

en la región que corresponde a la región donde se detectó previamente el haz primario, aun cuando la presente adquisición se realizó sin irradiación. Este fenómeno de persistencia podría, en principio, deberse a la luminiscencia residual (*afterglow*); sin embargo esto es poco probable debido a la rápida respuesta del centellador Gadox. Por lo tanto, es más probable que este artefacto se explique por fenómenos asociados a la colección y lectura de los fotodiodos [90]. Para reducir la probabilidad de ocurrencia de este artefacto, separamos las adquisiciones consecutivas por un intervalo temporal de un minuto.

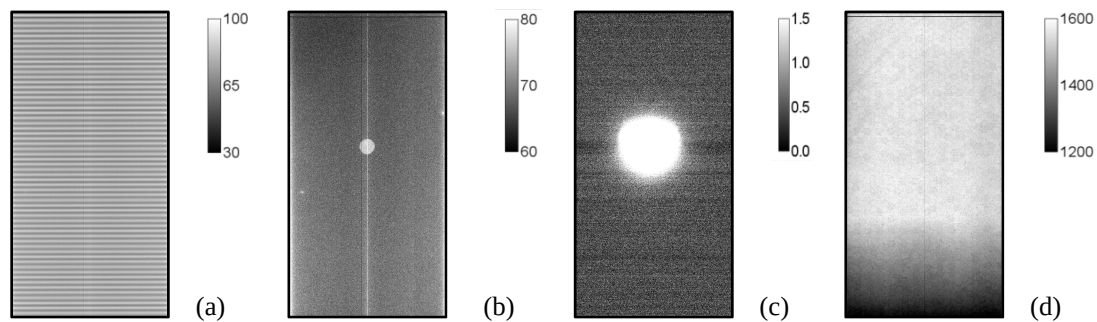


Figura 3.7: Ilustración de artefactos. (a) Se muestra un patrón de bandas horizontales en una imagen de oscuridad. Este artefacto puede explicarse por interferencia electromagnética. (b) Se muestra una imagen de oscuridad adquirida después de realizar la medición de una imagen en geometría colimada. La mancha circular clara que se observa en la imagen se debe a señal residual de la adquisición anterior. (c) Se muestra una imagen del haz colimado en la que las filas de píxeles sobre las que incide el haz directo presentan una menor intensidad a la esperada. (d) Se muestra una imagen en la cual el registro de los datos ha fallado.

Otro artefacto observado que también puede asociarse a la colección y lectura de los fotodiodos es el que se muestra en la Figura 3.7 (c). Allí se observa una disminución del conteo en los píxeles que pertenecen a las filas del detector sobre las que incide la mancha del haz directo. La variación de la intensidad entre los píxeles alcanzados por el artefacto y los que no lo están es muy pequeña. En esta imagen se alcanza a distinguir porque la misma es el resultado del promedio de varias adquisiciones y con corrección por campo oscuro, además de mostrarse en una escala de grises que permite realzarla.

En la Figura 3.7 (d) se muestra otro artefacto en apariencia asociado a un registro incompleto de la matriz de píxeles. Si bien no pudimos implementar alguna estrategia para reducir su ocurrencia en el experimento, sí procuramos identificar las imágenes afectadas por este artefacto y descartarlas del análisis de los datos.

La ocurrencia en una imagen de artefactos como los mostrados en la Figura 3.7 (b) y (d) fue en ocasiones identificada en las inspecciones visuales realizadas durante el curso de los experimentos. En ese caso, la imagen era inmediatamente descartada. Sin embargo, en ocasiones estos artefactos tienen bajo contraste y no son identificados mediante una rápida exploración visual. Para identificar aquellas imágenes con artefactos menos apreciables a simple vista, implementamos un esquema de evaluación comparativa

basado en la inspección de parámetros globales de las imágenes, como valor medio m , desviación s y centro de masa (X_m, Y_m) de la imagen.

En la Figura 3.8 se muestra un ejemplo de este análisis de parámetros globales para identificar adquisiciones "anómalas" en un experimento. Las imágenes de la serie fueron adquiridas en un campo de irradiación uniforme que abarca la totalidad del detector. La carga Q decrece desde 140 mAs a 4 mAs (un conjunto de entre 4 y 5 imágenes son adquiridas para cada valor de Q) y un atenuador de 2 cm de espesor de PMMA es interpuesto entre el haz y el detector. La Figura 3.8 (a) muestra el valor del coeficiente de variación definido como $100\% s/m$ dentro de cada una de las imágenes. Hay dos puntos que se observan apartados respecto de la tendencia global de los puntos, con valores de s/m notablemente superiores. Uno de ellos corresponde a la imagen #34, que se mostró previamente en la Figura 3.7 (d) y el otro a la imagen #97 que tiene un comportamiento similar. Evidentemente, un menor conteje en la parte inferior de la imagen explica el incremento en la desviación y la disminución en el valor medio que lleva al apartamiento del punto. Las mismas dos imágenes son identificadas como puntos anómalos en una gráfica que representa las coordenadas del centro de masas (X_m, Y_m) para cada una de las imágenes en la serie de adquisiciones, como se observa en la Figura 3.8 (b). Allí se observa una deriva en las coordenadas del centro de masas que puede explicarse por una combinación de factores, incluyendo la deriva del foco, una variación sistemática en la señal de oscuridad o inhomogeneidades de campo. Pero los puntos anómalos no se ajustan a esa deriva que evidencia el conjunto de la serie de imágenes.

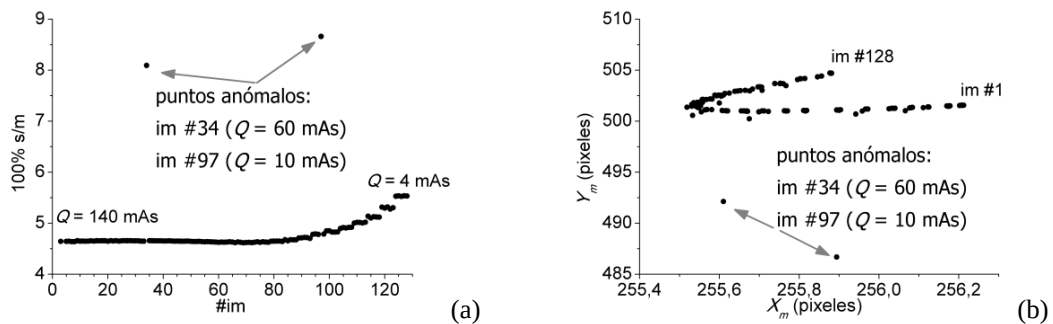


Figura 3.8: Ejemplo de la utilización de la exploración de parámetros globales de las imágenes para detectar anomalías en las imágenes adquiridas debido a la presencia de artefactos. Se muestran los valores de los parámetros para cada una de las imágenes en una serie de adquisiciones que consiste en irradiaciones con campo extenso y diferentes valores de Q ; (a) valor $100\% s/m$ y (b) coordenadas del centro de masa (X_m, Y_m) . Los dos puntos anómalos tienen un comportamiento que se aparta respecto del conjunto de los puntos de la serie.

La Figura 3.9 ilustra, con otro ejemplo, el uso de los parámetros globales de las imágenes para identificar la presencia de los artefactos descritos en la sección anterior. Se trata de la inspección de un conjunto de imágenes de oscuridad. Cada una de ellas se obtiene mediante el promedio de $n_{adq} = 10$ adquisiciones consecutivas, con un tiempo de integración de 6000 ms. La gráfica muestra el valor del coeficiente de variación s/m de

cada imagen de oscuridad en función del tiempo a lo largo del experimento. La etiqueta de los puntos identifica cada una de las imágenes analizadas. Podemos observar que la imagen de oscuridad número #13 tiene un comportamiento que se aparta notablemente del conjunto. Esta imagen es aquella previamente presentada en la Figura 3.7 (b) para ilustrar el artefacto de permanencia de la señal.

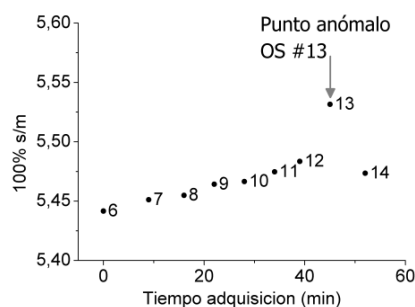


Figura 3.9: Ejemplo de la utilización de la exploración de parámetros globales de las imágenes para detectar anomalías en las imágenes adquiridas debido a la presencia de artefactos. Se muestran 100% s/m de cada una de las imágenes en una serie de adquisiciones de imágenes de oscuridad.

Las imágenes afectadas por artefactos –identificadas ya sea por inspección visual simple o mediante exploración de parámetros globales– fueron descartadas de los análisis posteriores orientados a caracterizar el comportamiento del detector o determinar patrones de dispersión.

3.3.3 Respuesta del detector en función del kerma

La propiedad de transferencia de señal (STP, *signal transfer property*) de un detector describe el valor medio de los píxeles (VP) en función de la exposición a la que son sometidos. A partir de la caracterización del tubo mediante mediciones de kerma, analizaremos la STP como una función del kerma incidente en aire (sin retrodispersión) en la superficie de entrada del detector (DAK):

$$VP = f(DAK) . \quad (3.6)$$

Si bien un modelo lineal para la función de conversión f puede en principio ser adecuado en ciertas aplicaciones, la misma firma fabricante del detector empleado señala una respuesta sigmoidea del detector RadEye1 debido a la inherente alinealidad de los CMOS [91]. También el centellador constituiría otra fuente de no linealidad, cuya respuesta tiene forma sigmoidea "estirada" [92]. Otro factor que puede atentar contra la linealidad de la respuesta del detector es la absorción de rayos X directamente en los fotodiodos [93]. En principio, podemos esperar que este último efecto no sea particularmente relevante en nuestro detector dado que su diseño de rango extendido reduce dicha componente de detección. Como contrapartida, este mismo aspecto del diseño reduce la sensibilidad (aproximadamente en un 40%) respecto a la cámara estándar, pero con una relación señal-ruido significativamente mayor [92].

Hay trabajos que optan igualmente por el modelo lineal para modelar la respuesta de detectores similares al empleado en este trabajo. Por ejemplo, Michail et al. [94] suponen adecuado un modelo lineal a un detector RadEye HR acoplado a un centellador Gadox Min-R 2190, obteniendo ajustes con coeficiente de correlación lineal R^2 de 0,9986 y 0,9972 para calidades de haz RQA-5 y RQA-M2¹⁷. Otros autores, en cambio, ponen de relieve el apartamiento de la linealidad de la STP de este tipo de detectores. Por ejemplo Lim et al. [95] evalúan la linealidad de un detector similar al aquí usado (Radye100 acoplado con una placa de fibra óptica (FOP) a un centellador Gadox Min-R 2190) y observan un comportamiento no lineal a bajos niveles de exposición (menores a 8 mR ~ 70 µGy), señalando que la respuesta se describe mejor por un polinomio de grado mayor a uno. En ese trabajo desatienden la alinealidad del detector bajo la condición de trabajar con mayores niveles de exposición, cuestión que más tarde es justamente abordada en el trabajo de Yun et al. [96], donde modelan f por una función potencial. Otro ejemplo lo constituye el reporte de Cao y Peter [97] que proponen modelar la STP de un detector similar al nuestro por una función en dos tramos cuadráticos. Consistentemente, Graeve y Weckler (en [82], artículo distribuido como nota técnica de la firma Rad-Icon) mencionan el incremento de la ganancia del detector a lo largo del primer tramo del rango dinámico (20 %) de un detector RadEye1 (cámara estándar, –no de rango extendido– y con diferentes centelladores). También Konstantinidis señala el apartamiento de la linealidad de la respuesta de un detector similar al nuestro –más precisamente un RadEye HR acoplado a un centellador Gadox Min-R 2190– a bajos niveles de señal [98] como consecuencia de la alinealidad en los CMOS en la etapa de conversión tensión-carga (por cambio de capacitancia dentro de cada pixel durante la integración de carga) y en la etapa de ganancia (debido a la amplificación de la cadena de lectura).

Estas referencias a la alinealidad de detectores del mismo fabricante y con tecnología similar al empleado en esta tesis ponen en evidencia la necesidad de evaluar la STP propia de nuestro detector, a lo que nos abocamos en esta sección. Recurrimos al uso de atenuadores para lograr menores exposiciones sobre el detector que las que son alcanzables con la radiación directa del tubo a la menor Q disponible.

3.3.3.1 Propiedad de transferencia de señal bajo diferentes condiciones de atenuación

Medimos la STP para distintas exposiciones bajo tres condiciones diferentes de atenuación. Colocamos el atenuador de PMMA –0 cm, 1 cm o 2 cm de espesor– sobre el compresor, cerca del tubo, y el detector en el campo de irradiación de 9 cm × 9 cm. En la Figura 3.10 se muestra una foto de la disposición de elementos empleada en los experimentos.

¹⁷ Calidades de haz estandarizadas, establecidas de acuerdo a normas CEI 61267.



Figura 3.10: Foto del experimento de medición de STP bajo condición de atenuación con 2 cm de PMMA. La parte del detector más cercana a la pared del tórax corresponde a la parte superior de las imágenes.

En todos los casos el tubo fue operado con la combinación Rh/Rh a 27 kVp. Adquirimos 5 imágenes a cada nivel de exposición (salvo en las mediciones con atenuación de 1 cm de PMMA, en las que tomamos 2). Los valores nominales de Q fijados estuvieron entre 4 mAs y 140 mAs, limitando el valor máximo de Q para evitar la saturación de la imagen adquirida.

En primer lugar, realizamos una inspección de parámetros globales de las imágenes adquiridas –tal como describimos en la sección 3.3.2– para detectar imágenes que podrían estar sujetas a artefactos. En segundo lugar, realizamos la corrección de campo oscuro (de acuerdo a lo indicado en 3.3.1) de cada imagen. Luego, promediamos todas las imágenes adquiridas a cada exposición, obteniendo entonces una imagen por cada valor de Q . Tomamos el valor medio sobre una región de interés ROI (del inglés *region of interest*) de 300×800 píxeles que excluye los bordes del detector. Construimos la STP como el valor medio del pixel VP dentro de la ROI en función de Q para cada una de las tres condiciones de atenuación.

En la Figura 3.11 (a) se muestran las tres STPs medidas. La barra de error en cada punto fue estimada como la desviación estándar de la señal en los píxeles de la ROI. Debido al endurecimiento del haz al atravesar los bloques de PMMA interpuestos entre la fuente y el detector, cada STP está asociada a la calidad de haz que se indica en la figura en términos de CHR, de acuerdo a las mediciones presentadas previamente en la Tabla 3.1.

Para establecer la relación entre VP y el DAK, consideramos que el rendimiento del tubo es constante con la carga Q (analizada en la sección 3.2.1). Entonces la correspondencia entre DAK y el valor nominal de Q –único dato referido a la exposición durante la medición de las STPs– se establece como el producto:

$$DAK = R_{62}Q \quad (3.7)$$

donde R_{62} es el rendimiento R del tubo a 62 cm y bajo las condiciones de atenuación específicas –espesor de PMMA colocado sobre el compresor– en que medimos cada una de las STPs (los valores de R_{62} antes fueron reportados en la Tabla 3.1). Con esta redefinición del dominio de las STPs, las mismas dan cuenta de la intensidad registrada por el detector en función del DAK (Figura 3.11 (b)).

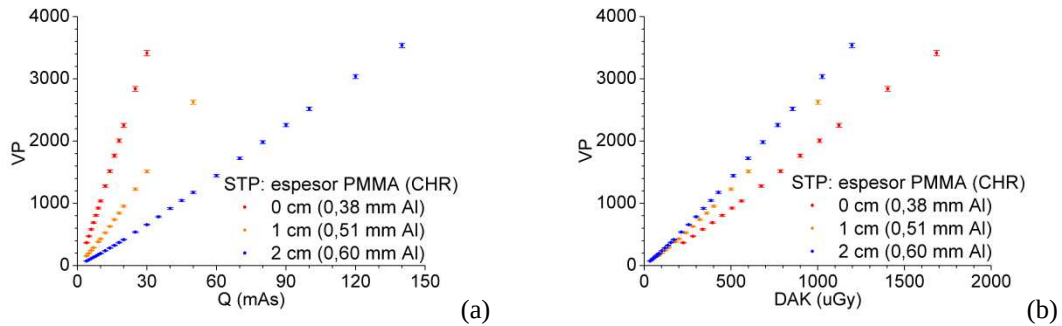


Figura 3.11: Las tres STPs medidas para 0, 1 y 2 cm de PMMA sobre la bandeja compresora. Cada una corresponde a diferentes calidades del haz, como se señala en la leyenda. (a) VP vs Q. (b) VP vs DAK. Las barras de error se estiman como la desviación estándar de los VP en la ROI. La STP para atenuación de 1 cm de PMMA queda parcialmente "trunca" a altas exposiciones debido a que las dos imágenes adquiridas a 70 mAs, último punto previsto en instancia de medición, debieron ser descartadas tras la exploración de parámetros globales.

La STP estimada de este modo constituye una STP global, dado que describe el comportamiento promedio de los pixeles que conforman el detector –más precisamente, de aquel conjunto incluido en la ROI a partir de la cual se determina–. Supondremos en este trabajo que esa STP global modela adecuadamente el comportamiento individual de cada uno de los pixeles que comprende el detector.

Evaluamos la reproducibilidad de la STP mediante la comparación de mediciones independientes, realizadas con más de cuatro meses de diferencia, sin ningún atenuador colocado sobre la bandeja compresora. Las diferencias entre las mediciones están por debajo del 1,3 %.¹⁸ Esta diferencia está relacionada tanto con la reproducibilidad de la respuesta del detector, de la salida del tubo y de las condiciones de adquisición.

3.3.3.2 Comportamiento no lineal y variación de la ganancia con la calidad del haz

La Tabla 3.2 muestra los coeficientes de un ajuste lineal para cada una de las tres STPs medidas bajo diferentes condiciones de atenuación que fueron presentadas ya en la Figura 3.11. En todos los casos el ajuste lineal satisface la condición establecida en las normas CEI sobre R^2 para suponer linealidad del sistema ($R^2 \geq 0,99$), pero no la condición sobre el valor máximo del residuo porcentual ($D_{max} \% < 2 \%$) [99].

¹⁸ En otros trabajos de referencia –como Marshall [109] o Marshall et al. [132]– se analiza la reproducibilidad de la STP comparando los parámetros del ajuste lineal en cada una de las mediciones. Nosotros hemos optado por comparar la respuesta para tres cargas Q diferentes, 4 mAs, 20 mAs y 30 mAs, debido a la cantidad de puntos que usamos para definir la STP.

Tabla 3.2: Ajustes lineales a las series STPs medidas. Se muestran el coeficiente de correlación lineal (R^2), las diferencias porcentuales máximas entre el ajuste y la medición (D_{max} %) y los coeficientes del ajuste.

	CHR (mm Al)	Espesor de PMMA (cm)	R^2	D_{max} %	Ordenada al origen		Pendiente (μGy^{-1})	
					Valor	Error	Valor	Error
STP0	0,38	0	0,9998	7 %	-131	7	2,098	0,008
STP1	0,51	1	0,9986	26 %	-101	11	2,69	0,03
STP2	0,60	2	0,9992	62 %	-75	8	2,95	0,02

Los residuos porcentuales alcanzan valores muy altos, sobre todo para la STP2 (mayor al 60 %). La Figura 3.12 (a) muestra la fuerte estructura que presentan los residuos, concentrándose los mayores valores hacia las bajas exposiciones. Los menores residuos se obtienen para la STP0, coincidentemente el conjunto de datos que menos alcanza a explorar las bajas exposiciones. Adicionalmente, las ordenadas al origen son negativas en los tres casos, lo que significa que los valores muy pequeños de exposición se asocian inconsistentemente a valores negativos del pixel (dado que las imágenes con que se construye la STP están corregidas por campo oscuro, una respuesta lineal del detector debiera corresponderse con $VP = 0$ en ausencia de radiación). En la Figura 3.12 (b) se muestran los tres ajustes en el tramo de bajas exposiciones, donde se observa claramente cómo las rectas subestiman la respuesta del detector para DAK de pocas centenas de μGy .

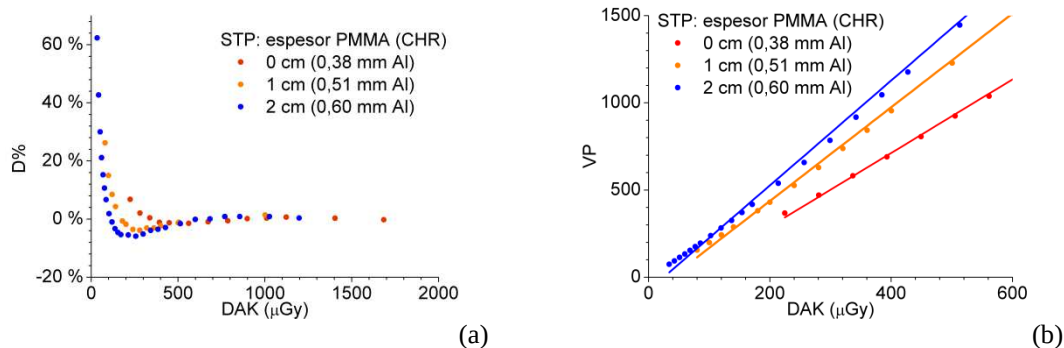


Figura 3.12: Ajustes lineales a las STPs en función de DAK. (a) Residuo porcentual ($D\%$) en función de DAK. (b) Ajuste lineal a las STPs medidas en la región de bajas exposiciones.

La Figura 3.13 muestra la variación de la ganancia –calculada como el cociente entre el valor del pixel promedio y el DAK– con el DAK. Los coeficientes de linealidad entre puntos consecutivos (a partir de (3.3) usando VP/DAK en lugar de R) se mantienen por debajo de 2,05 %, pero entre puntos extremos asciende hasta el 15 %. Esto último, aunado a los altos valores y la estructura de los residuos, así como a la ordenada al origen negativa, indican que la STP presenta un apartamiento de la linealidad

relevante¹⁹. En la siguiente sección propondremos un ajuste no lineal para la STP.

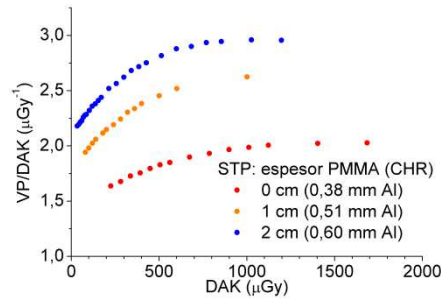


Figura 3.13: Ganancia promedio de los pixeles del detector en función de DAK, calculada como el cociente entre el valor de pixel medio VP y el DAK.

Cuantificamos la variación de la ganancia con la calidad del haz mediante el coeficiente de variación entre las pendiente del ajuste lineal para cada una de las tres STPs (consignado antes en la Tabla 3.2). Obtuvimos $CV = 17\%$. La Figura 3.14 representa la ganancia en función de la CHR. El incremento observado en la ganancia con la calidad del haz, a razón de $3,8 \mu\text{Gy}^{-1} \text{ mm Al}^{-1}$, es similar a las observaciones reportadas por otros trabajos de caracterización de detectores digitales [98][100][101]. El incremento en la pendiente con la calidad del haz puede deberse a varios factores que están bien descritos por Marshall [100]. Uno de ellos es el incremento del número de fotones de rayos X por unidad de kerma con el aumento de la energía, con lo cual hay mayor número de fotones que inciden en el detector. Otro factor es el aumento de la respuesta del centellador al aumentar la energía de los fotones (asumiendo eficiencia de conversión fija). Un tercer factor, es la mayor penetración en el centellador de los fotones más energéticos, lo que puede conducir a una mayor eficiencia de colección de los portadores secundarios.

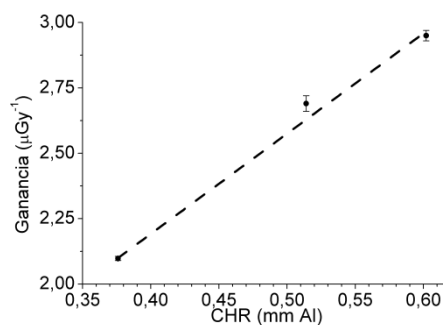


Figura 3.14: Ganancia –estimada como la pendiente del ajuste lineal de la STP– en función de la calidad del haz (CHR). Las barras de error asociadas a los puntos es el error estándar de los ajustes lineales de la STP. La pendiente del ajuste, de $3,8 \mu\text{Gy}^{-1} \text{ mm Al}^{-1}$, se interpreta como la razón de cambio de ganancia por milímetro de espesor de aluminio de la CHR.

¹⁹ Como ya se adelantó en la sección 3.2.1, la salida del tubo de rayos X es suficientemente lineal como para descartar errores de interpretación en las mediciones de la STP, que evaluamos de acuerdo a la estrategia seguida por [81]. Incluso, aún en el caso de alinealidad de la salida del tubo, el efecto aparente sobre la STP iría en sentido contrario al observado acá.

3.3.3.3 Definición de la función de linealización

En la sección anterior observamos que la STP del sistema de detección empleado tiene un acentuado apartamiento de la linealidad, especialmente para bajas exposiciones. En consecuencia, a fin de lograr mediciones cuantitativas sobre las imágenes será preciso linealizarlas. La linealización consiste en aplicar a las imágenes adquiridas una transformación dada por la inversa de una función $VP = f(DAK)$ que modela la STP. Tras la linealización, los valores de pixel estarán expresados en DAK:

$$DAK = f^{-1}(VP) \quad (3.8)$$

En esta sección proponemos un modelo no lineal sencillo para f a partir del cual obtenemos la función de linealización f^{-1} .

En la nota de aplicación AN08 [91]—incluida en la documentación provista por el fabricante del detector— se propone una función cuadrática con coeficiente independiente nulo para aproximar la mitad inferior de la curva de respuesta de cada pixel. La definición de una curva de respuesta para cada pixel permite tratar las variaciones de ganancia entre pixeles que mencionamos en la sección 3.3.1. En el mismo sentido, Cao y Peter [97] proponen un ajuste cuadrático por tramos a la respuesta de cada pixel, donde el empalme de ambos tramos también es en el centro del rango dinámico. Tanto en AN08 como en Cao y Peter se propone modelar la respuesta de los pixeles individuales por funciones no lineales, de modo de encarar tanto la respuesta no lineal como la variación de ganancia entre pixeles. En ambos casos se parte de emplear pocas imágenes (2 y 3, respectivamente) a diferentes niveles de exposición para estimar los coeficientes de los ajustes no lineales. Los ajustes no lineales, en principio, aportan exactitud en la linealización. Pero el empleo de pocos puntos para estimar los coeficientes que ajustan la respuesta de pixeles individuales conlleva una mayor sensibilidad frente a eventuales errores en la corrección de campo oscuro o imprecisiones en la exposición incidente sobre el detector [97]. Esta sensibilidad es menor cuando los coeficientes se determinan a partir de un ajuste a un conjunto mayor de imágenes tomadas a distintas exposiciones como hacemos acá. Como contrapartida, la necesidad del gran número de adquisiciones convierte a este método en poco práctico para ser implementado en cada experimento debido al tiempo que consume.

Nosotros tomamos la idea de modelar la STP por una función cuadrática en el primer tramo, pero apuntamos a modelar la STP global y no la de los pixeles individuales. Si bien el uso de la STP global no corregirá las distorsiones originadas por la variación de ganancia entre los pixeles, sí es adecuado para linealizar las imágenes adquiridas en experimentos que podrían tener diferentes posicionamientos en el campo de irradiación. Con esto, entendemos que podemos proponer un modelo con suficiente precisión y exactitud para linealizar las imágenes adquiridas sin introducir distorsiones relevantes derivadas de inhomogeneidades del campo. Las distorsiones originadas por la variación

de ganancia entre los pixeles demandará, en los casos que se considere pertinente, una posterior corrección por ganancia estándar.

Ajustamos la STP como una función $VP = f(DAK)$ definida en dos tramos: el primero consistente en una función cuadrática f_1 con el coeficiente independiente nulo y el segundo en una función lineal f_2 . La función que modela la STP tiene así la siguiente forma:

$$f(DAK) = \begin{cases} f_1(DAK) = a DAK^2 + b DAK & \text{si } 0 < DAK \leq DAK_c \\ f_2(DAK) = c DAK + d & \text{si } DAK > DAK_c \end{cases}, \quad (3.9)$$

donde a , b , c , d y DAK_c (el punto de empalme de ambos tramos) son coeficientes a determinar sujetos a las restricciones asociadas a que la función $f(DAK)$ sea derivable y monótona creciente en su dominio:

$$a DAK_c^2 + (b - c) DAK_c - d = 0 \quad (3.10)$$

$$2a DAK_c + (b - c) = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{b}{2a} < 0 \quad (3.12)$$

$$c > 0. \quad (3.13)$$

Sobre este ajuste de la STP, la función de linealización f^{-1} tiene la siguiente forma algebraica:

$$f^{-1}(VP) = \begin{cases} f_1^{-1}(VP) = \sqrt{\frac{VP + \frac{b^2}{4a}}{a}} - \frac{b}{2a} & \text{si } VP \leq VP_c \\ f_2^{-1}(VP) = \frac{VP - d}{c} & \text{si } VP > VP_c \end{cases}, \quad (3.14)$$

con VP_c determinado unívocamente como $VP_c = f(DAK_c)$ una vez definido DAK_c y los otros cuatro coeficientes que definen f .

La estrategia seguida para determinar los coeficientes parte de asumir que el punto de empalme DAK_c estará en la primera mitad de la STP. Proponemos como candidatos los valores de exposición empleados en la medición de la STP, excluyendo los primeros dos (de manera que al menos tres puntos queden disponibles para ajustar la función cuadrática). Para cada uno de estos valores de exposición candidatos a DAK_c , seguimos los siguientes pasos

- 1º. Ajuste por cuadrados mínimos de $f_1(DAK)$ para $DAK < DAK_c$. Se guarda el parámetro a obtenido.
- 2º. Ajuste por cuadrados mínimos de $f_2(DAK)$ para $DAK > DAK_c$. Se guarda el parámetro c obtenido.
- 3º. Determinación del parámetro b a partir de la condición de derivabilidad en DAK_c .
- 4º. Determinación del parámetro d a partir de la condición de continuidad en DAK_c .

No realizamos ninguna acción para asegurar el cumplimiento de las restricciones (3.12) y (3.13) porque la misma distribución de datos conduce a ello.

A continuación, evaluamos los ajustes para cada uno de los DAK_c candidateados en términos de la maximización del coeficiente de correlación de Pearson (ρ_p) y de la minimización de los residuos porcentuales ($D\%$). En la Figura 3.15 (a) se muestran los valores del coeficiente de correlación para cada uno de los candidatos a DAK_c en el caso del ajuste para la STP0. La Figura 3.15 (b) muestra los residuos porcentuales del ajuste en función del DAK para los 5 ajustes con menor residuo porcentual máximo (y coincidentemente, mayor ρ_p). Se observa que los residuos permanecen por debajo del 8 % para todos los ajustes con $\rho_p > 0,99992$. Comparando ambas graficas en la Figura 3.15, puede observarse que el mismo DAK_c que maximiza la correlación también minimiza los residuos, por lo que podemos seleccionar sin lugar a dudas a $DAK_c = 451,8 \mu\text{Gy}$ de entre los 10 candidatos a DAK_c para la STP0. Se repite el análisis mostrado en la Figura 3.15 para el ajuste de las STP1 y STP2. En ambos casos, los residuos porcentuales permanecen por debajo del 10 % (en valores absolutos) para los 4 ajustes con $\rho_p > 0,99985$. Además, también encontramos coincidencia entre el DAK_c que maximiza la correlación y el que minimiza los residuos, esta vez en $DAK_c = 360,4 \mu\text{Gy}$ para la STP1 y en $DAK_c = 304,4 \mu\text{Gy}$ para la STP2. Los ajustes seleccionados presentan residuos porcentuales que no superan el 2 % (valor máximo para la STP1) y los coeficientes de correlación son mayores o iguales a 0,99997.

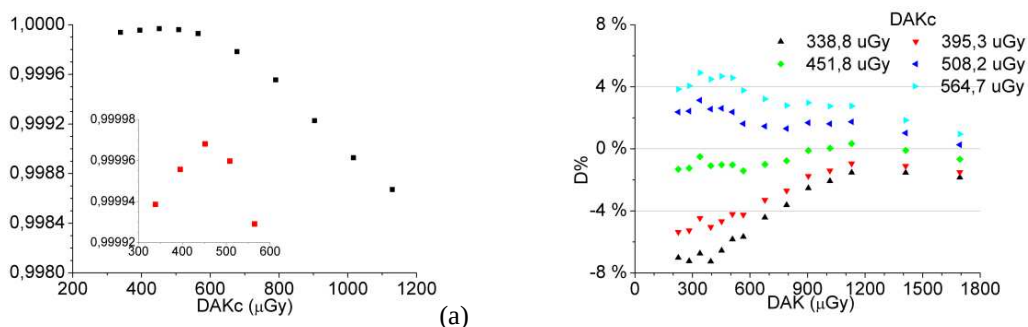


Figura 3.15: Evaluación del ajuste cuadrático-lineal a la STP 0 cm. (a) Correlación para todos los DAK_c probados. (b) Residuos porcentuales en función de DAK para los 5 mejores ajustes. La leyenda indica el DAK_c correspondiente a cada uno de los ajustes. Se observa que $DAK_c = 451,8 \mu\text{Gy}$ maximiza la correlación y minimiza los residuos.

Los valores obtenidos para cada uno de los coeficientes ajustados, incluidas las coordenadas del punto de empalme, están reportados en la Tabla 3.3. Se observa mayor variabilidad en DAK_c que en $VP_c = f(DAK_c)$ entre las tres STPs. VP_c toma en los tres casos un valor cercano a 800, consistentemente con la variación de ganancia dentro del primer 20 % del rango dinámico del detector mencionado por Graeve y Weckler [82].

Tabla 3.3: Coeficientes del modelo no lineal para la STP

	CHR (mm Al)	ρ_p	$D_{max}\%$	DAK _c (μGy)	$a (\times 10^{-5} \mu\text{Gy}^{-2})$ valor	err*	$b (\mu\text{Gy}^{-1})$ valor	err**	$c (\mu\text{Gy}^{-1})$ valor	err*	d valor	err**
STP0	0,38	0,99997	1,4	451,8	68	3	1,50	0,03	2,112	0,008	-140	16
STP1	0,51	0,99998	2,0	360,4	131	4	1,84	0,03	2,787	0,005	-170	12
STP2	0,60	0,99997	-1,7	304,4	149	4	2,13	0,03	3,040	0,013	-140	10

* Los errores en los coeficientes a y c son determinados como el error estándar obtenido en el ajuste del cual se derivan, de acuerdo a los pasos 1º y 2º.

** Los errores asociados a los coeficientes b y d , soluciones al sistema de ecuaciones (3.10) y (3.11), se estiman por propagación de los errores en a y c . Se desprecia el error asociado al parámetro DAK_c.

En la Figura 3.16 mostramos los ajustes no lineales a las tres STPs en la región de bajas exposiciones. Se evidencia mejor concordancia de los datos en comparación con el ajuste lineal mostrado en la Figura 3.12 (b).

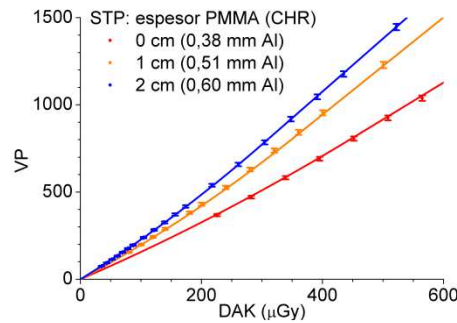


Figura 3.16: Ajuste no lineal a las STPs en la región de bajas exposiciones.

En la Figura 3.17 mostramos los errores porcentuales introducidos en la linealización, estimados como la diferencia entre la exposición conocida (DAK) de los puntos experimentales y la exposición calculada como $f^{-1}(VP)$. $f^{-1}(VP)$ fue calculada a través de la función de linealización (3.14). Los errores porcentuales se mantienen por debajo del 1 % a lo largo de todo el rango de exposición explorado por las STPs medidas.

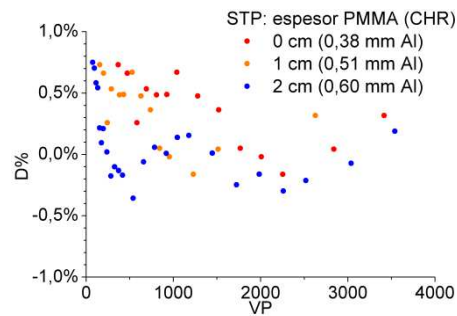


Figura 3.17: Error de linealización. Residuo porcentual de la inversa de la STP.

3.3.4 Resolución espacial

Cuando se adquiere una imagen de un objeto puntual de alto contraste con un sistema analógico, se obtiene una distribución que representa dicho objeto con cierto grado de degradación, producto de la limitada capacidad del sistema de imágenes de reproducir la señal de entrada a la salida. La imagen obtenida se denomina función de dispersión del

punto (PSF, del inglés *point spread function*) o respuesta al impulso. En ausencia de factores estocásticos (ruido), la salida $g(x,y)$ de un sistema lineal e invariante frente a desplazamientos está completamente determinada por la PSF y puede calcularse como la convolución 2D de la entrada $f(x,y)$ con la PSF:

$$g(x, y) = f(x, y) ** PSF(x, y). \quad (3.15)$$

En el dominio de frecuencias, la respuesta de este tipo de sistemas está determinada por la *función característica del sistema*, $T(u,v)$, que es la transformada de Fourier de la PSF. Por el teorema de la convolución, (3.15) puede expresarse en el dominio frecuencial como:

$$G(u, v) = F(u, v)T(u, v). \quad (3.16)$$

A partir de T puede definirse la función de transferencia de modulación MTF (del inglés *modulation transfer function*) como:

$$MTF(u, v) \equiv |T(u, v)|, \quad (3.17)$$

o bien, a partir del cociente entre la salida y la entrada del sistema:

$$MTF(u, v) \equiv \frac{|F_{Salida}(u,v)|}{|F_{Entrada}(u,v)|}. \quad (3.18)$$

Esta segunda definición permite una fácil interpretación de la MTF como la fracción de la modulación a la entrada de una dada componente frecuencial que cabe esperar a la salida del sistema. La MTF es ampliamente aceptada como medida de la resolución de un sistema lineal. Las dos definiciones, (3.17) y (3.18), son equivalentes en un sistema analógico [102] pero no necesariamente en un sistema digital de imágenes.

El efecto de la resolución espacial de un sistema digital de imágenes puede pensarse en dos etapas en serie: una primera analógica –que puede ser lineal e invariante– y una segunda de muestreo, que no necesariamente lo es [102] (esquema en la Figura 3.18).

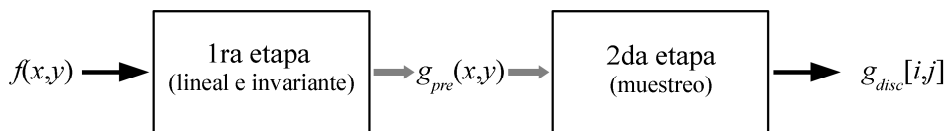


Figura 3.18: Esquema en dos etapas para describir los efectos de la resolución limitada de un sistema de detección digital.

La primera etapa incluye los factores intrínsecos del proceso de detección de rayos X (como la producción de luz en el centellador)–que podemos modelar por la convolución con una PSF– y la función de apertura, es decir, la integración de la señal sobre una región –que modelaremos mediante convolución con una onda cuadrada $\Pi_A(x,y)$ de ancho igual al tamaño del pixel A –. Con esto, podemos escribir la salida de la primera etapa, la señal premuestreada g_{pre} , como:

$$g_{pre}(x, y) = f(x, y) ** [PSF(x, y) ** \Pi_A(x, y)]. \quad (3.19)$$

En el dominio de frecuencias, y a través del teorema de convolución, podemos escribir (3.19) como:

$$G_{pre}(u, v) = F(u, v) T_{pre}(u, v), \quad (3.20)$$

donde T_{pre} es la función característica del sistema que integra los efectos de detección previos a la toma de muestras.

La segunda etapa consiste en la toma de muestras, que representamos por medio del producto con un tren de deltas de Dirac $III(x, y)$ con separación igual a la separación entre píxeles t_m (período de muestreo):

$$g_{disc}[i, j] = g_{pre}(x, y) III_{t_m}(x, y). \quad (3.21)$$

Al suponer que la salida del proceso de muestreo, g_{disc} , es la salida discreta del sistema estamos despreciando los efectos de cuantización –o discretización en amplitud–, entendiendo entonces que las señales son cuantizadas en suficiente cantidad de bits como para que su efecto no sea relevante. Asimismo, estamos despreciando los efectos del tamaño finito de la imagen digital²⁰. Con estas suposiciones podemos escribir (3.21) en el dominio frecuencial como:

$$G_{disc}(u, v) = F(u, v) T_d(u, v), \quad (3.22)$$

con

$$T_d(u, v) = T_{pre}(u, v) ** III_{f_m}(u, v). \quad (3.23)$$

Las definiciones (3.17) y (3.18) pueden reescribirse para la MTF de un sistema digital como:

$$MTF_d(u, v) = \frac{|T_d(u, v)|}{|T_d(0, 0)|}. \quad (3.24)^{21}$$

y:

$$MTF_d(u, v) = \frac{|G_{disc}(u, v)|}{|F(u, v)|}. \quad (3.25)$$

La limitación en estas definiciones en un sistema digital proviene del submuestreo que puede introducirse en la etapa de muestreo. El producto con el tren de deltas (3.21) en el dominio espacial se corresponde en el dominio de frecuencias con la convolución con otro tren de deltas cuya separación está dada por la frecuencia de muestreo $f_m = 1/t_m$:

$$G_{disc}(u, v) = G_{pre}(u, v) ** III_{f_m}(u, v) \quad (3.26)$$

²⁰ El tamaño w finito de la imagen digitalizada implica una multiplicación en el dominio espacial por una ventana cuadrada $\Pi_w(x, y)$. Si w es mucho mayor que el ancho de la PSF, el efecto del tamaño finito de la imagen puede despreciarse (ver por ejemplo [102]).

²¹ En los sistemas digitales, el *aliasing* puede alterar el valor en la componente continua. En ese caso, la normalización dividiendo por la componente continua asegura que la MTF comprenda valores entre 0 y 1.

Esta convolución con un tren de deltas en el dominio frecuencial conlleva la replicación periódica del espectro $G_{pre}(u,v)$ a intervalos de f_m . Si hay submuestreo las replicas se solapan y habrá *aliasing*. En consecuencia, el valor de MTF_d calculada según (3.24) para una dada frecuencia dentro de la región de solapamiento será la suma de la respuesta del sistema a esa frecuencia más la contribución de la replicación traslapada, por lo cual no reflejará el comportamiento que ofrece el sistema a una señal sinusoidal pura de esa misma frecuencia, que sí podrá estimarse adecuadamente a través de (3.25). Así, las definiciones (3.24) y (3.25) no serán equivalentes cuando haya submuestreo. Por otro lado, bajo condiciones de submuestreo, $|T_d(u,v)|$ dependerá de la relación de fase entre el tren de deltas empleado para el muestreo y la función que está siendo digitalizada, con lo que estamos frente a un sistema que viola la condición de invariancia frente a desplazamientos [103].

Si no hay submuestreo, en cambio, no hay solapamiento de frecuencias. En este caso, la MTF del sistema puede derivarse tanto a partir de (3.24) como del cociente (3.25). En particular, puede demostrarse que $|T_d(u,v)|$ se reduce a $|T_{pre}(u,v)|$, es decir, la MTF previa al muestreo [102]:

$$MTF_{pre}(u, v) = |T_{pre}(u, v)|. \quad (3.27)$$

La MTF_{pre} describe correctamente la respuesta del sistema a una entrada sinusoidal aunque no describa, en cambio, la respuesta global del sistema –incluyendo el muestreo– a una señal con componentes no nulas en el rango de frecuencias afectadas por *aliasing* (como es el caso de una entrada impulsiva) [103].

La medición de la MTF_{pre} requiere determinar la respuesta del sistema para todas las frecuencias de interés sin *aliasing*. Pueden encontrarse en la bibliografía descripciones de los diferentes métodos de medición de la MTF_{pre} en el contexto de la radiología digital. Los dos métodos más empleados son el método de borde y el de ranura [103]–[106]. En ambos casos, se parte de un objeto de prueba (un borde o una ranura) que se posiciona centrado en el campo de irradiación y levemente inclinado respecto a la retícula de pixeles del detector. Gracias a esta inclinación es que puede realizarse un muestreo espacial mucho más fino que el tamaño del pixel al combinar las medidas para distintas fases entre la posición del objeto y la grilla de pixeles. Según cuál de los dos objetos de prueba se emplee, experimentalmente se obtendrá la función de dispersión de borde (ESF, por *edge spread function*) o la función de dispersión de línea (LSF, por *line spread function*). ESF se relaciona con LSF a través de la diferenciación. Si $MTF(u,v)$ es isotrópica, es posible estimar la $MTF(u,v)$ a partir de una MTF unidireccional, que se relaciona con la LSF por medio de:

$$MTF(0, v) = |\mathcal{F}\{LSF(x)\}|. \quad (3.28)$$

La principal desventaja del método del borde inclinado es la menor precisión a altas frecuencias que deriva de la amplificación del ruido en la diferenciación de ESF para

obtener LSF [105][106]. Sin embargo, es más robusto, menos sensible al posicionamiento y con mayor precisión a bajas frecuencias que el método basado en medición de LSF. A continuación, caracterizamos la resolución del detector empleado en esta tesis en términos de la MTF_{pre} medida mediante el método de borde.

3.3.4.1 Medición de la MTF_{pre} mediante el método de borde

La determinación de la MTF_{pre} puede en principio verse afectada por las propiedades del objeto de prueba empleado. Si el objeto no es suficientemente opaco a la radiación empleada, entonces la determinación de la MTF_{pre} se verá sobredimensionada por la radiación dispersa en el objeto de prueba que distorsiona la ESF medida [107]. Para mamografía, las normas CEI aconsejan un borde de acero inoxidable de 0,8 mm de espesor o más, considerando opción aceptable también el borde de tungsteno de 1 mm de espesor, recomendado para radiografía [108]. Nosotros empleamos una lámina de 500 μm de tungsteno (pureza 99,95 %), considerablemente menor al espesor recomendado pero más radiopaco.

La MTF_{pre} puede verse afectada también por factores que no se relacionan con el detector, sino con otras fuentes de difuminado como el tamaño del foco. Estos efectos pueden limitarse colocando el objeto de prueba lo más cercano posible al detector, tal que se disminuya el efecto de magnificación. Realizamos las mediciones de MTF_{pre} con el borde de tungsteno lo más cercano posible a la superficie del centellador, apoyado sobre la ventana de grafito del detector. El posicionamiento es menos crítico en la implementación del método de borde [106] que en el método de ranura. Realizamos mediciones con el borde inclinado en sentido horizontal ($\alpha \approx 3,5^\circ$) y vertical ($\alpha \approx 3,6^\circ$). Centramos el borde lo más posible en el detector y en el campo de irradiación, aproximadamente a 5 cm de la pared del tórax (Figura 3.19).

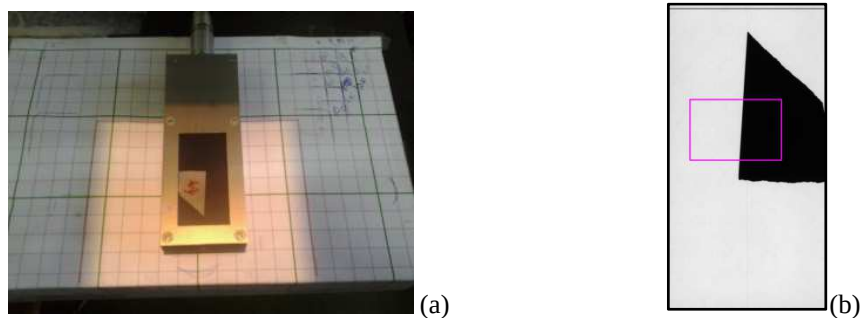


Figura 3.19: Ilustración de las mediciones para calcular MTF_{pre} en sentido horizontal. (a) Foto del posicionamiento. (b) Imagen adquirida. En magenta se señala la ROI empleada.

Trabajamos con cuatro niveles de exposición distintos: Q de 4 mAs, 20 mAs y 25 mAs, equivaliendo a DAK de 303 μGy , 1514 μGy y 1983 μGy respectivamente, operando el tubo con la combinación Rh/Rh-27 kVp. No realizamos mediciones de MTF_{pre} para las distintas condiciones de atenuación debido a que, por un lado, no es esperable que variaciones en la CHR entre 0,3 y 0,6 mm de aluminio afecten significativamente la

MTF_{pre} [94] mientras que, por otro lado, la interposición de atenuadores podría introducir distorsiones derivadas de la radiación dispersa producida en los mismos [109].

Hicimos 5 adquisiciones para cada nivel de exposición. Promediamos las cinco imágenes para reducir la fluctuación estadística. Corregimos la imagen resultante por campo oscuro y luego linealizamos aplicando la transformación dada por (3.14), con los coeficientes indicados en la Tabla 3.3 para la STP0²². Posteriormente, corregimos por ganancia y por píxeles defectuosos. La imagen de ganancia fue obtenida por el promedio de 5 adquisiciones con exposición de 1060 μGy (14 mAs), corregida también por campo oscuro y linealizada.

Hay varias herramientas informáticas disponibles para calcular la MTF a partir de datos como los adquiridos (ver por ejemplo [110]). En esta tesis empleamos una herramienta informática distribuida a través de la Sociedad Española de Física Médica [111], *MIQuaELa* v.1 (Medical Image Quality Evaluation Laboratory). La misma está implementada en lenguaje MATLAB (The MathWorks, Inc., Massachusetts, USA) y es compatible con las normas CEI-62220-1-(1 y 2) [99]. Las imágenes deben ingresarse en formato DICOM (las escalamos por un factor 10 antes de convertirlas a DICOM para aprovechar el rango dinámico de 16 bits). La identificación y estimación de la inclinación del borde se realiza en *MIQuaELa* a través del cálculo del gradiente empleando máscaras Sobel seguido de una optimización de la transformada de Radon, un procedimiento ampliamente usado propuesto por Samei et al. [105]. La ESF sobremuestrada se obtiene promediando las proyecciones de las filas de la imagen (cada una con diferente fase entre el borde y la retícula de píxeles debido a la inclinación) sobre una línea perpendicular al borde. Por diferenciación numérica se obtiene la LSF y, finalmente, el módulo de la transformada de Fourier representa la MTF_{pre} . Los resultados pueden extraerse como *workspace* de MATLAB para poder ser posteriormente analizados.

Para el cálculo de la MTF_{pre} seleccionamos regiones de la imagen con borde de 200×300 píxeles, equivalente a $9,6 \text{ mm} \times 14,4 \text{ mm}$ (Figura 3.19 (b)). Pretendimos tomar el área lo más grande posible, pero sin afectar la señal por los bordes del detector o los bordes del objeto. No hemos aplicado ninguna operación de suavizado a la ESF ni

²² Estamos en este caso despreciando el efecto de la atenuación del haz en la bandeja compresora interpuesta durante la medición de dicha STP, con lo cual podríamos estar incurriendo en una subestimación del DAK asignado a cada pixel de aproximadamente un 8 %, lo que no debiera tener impacto en el cálculo de la MTF. Este cálculo surge de considerar la diferencia en la CHR con y sin el compresor de 0,04 mm de aluminio (de acuerdo a la Tabla 3.1) y la variación de la ganancia con la calidad del haz estimada en $3,8 \mu\text{Gy}^{-1} \text{ mm Al}^{-1}$ (Figura 3.14). El error en la ganancia al considerar la STP0 en lugar de una STP sin compresor (que no fue medida), puede estimarse entonces en $\approx 0,15 \mu\text{Gy}^{-1}$ que, en una ganancia de $2 \mu\text{Gy}^{-1}$ representa un error del 8 %.

a la MTF_{pre} .

Las $MTFs_{pre}$ horizontal y vertical medidas para $1514 \mu\text{Gy}$ y sus diferencias porcentuales se muestran en la Figura 3.20. Vemos que la diferencia entre ambas se mantiene por debajo del 3 % para frecuencias menores a $MTF_{50\%}$ (frecuencia espacial a la cual la MTF_{pre} cae al valor de 0,5). El cociente entre la $MTF_{50\%}$ vertical y horizontal es de 0,98, reflejando estas mediciones una muy buena isotropía del sistema. Se observa una pequeña caída a muy bajas frecuencias (LFD por *low frequency drop*) que ha sido observada también en detectores indirectos con centellador de CsI empleados en mamografía [109][112] y podría explicarse por una suave variación de la señal en la cola de la ESF debido a la presencia de radiación dispersa, dispersión lumínica en los componentes del detector o radiación extrafocal.

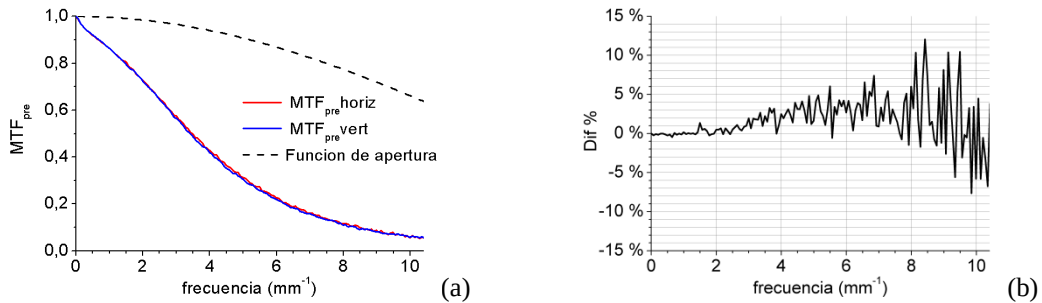


Figura 3.20: MTF_{pre} para $1514 \mu\text{Gy}$ en el intervalo de frecuencias $f < f_N = 10,42 \text{ mm}^{-1}$. (a) MTF_{pre} horizontal y vertical comparadas con la función de apertura. (b) Diferencia porcentual entre MTF_{pre} horizontal y vertical.

El centellador juega un rol relevante en el suavizado de la señal (de lo contrario, la MTF_{pre} se parecería más a la función de apertura). Un bajo valor de la MTF_{pre} en f_N se asocia a poco *aliasing*. Como contrapartida, las altas frecuencias estarán fuertemente atenuadas por el sistema y habrá una relativamente importante sensibilidad al ruido.

Considerando la isotropía observada, las $MTFs_{pre}$ horizontal y vertical fueron promediadas. La Tabla 3.4 muestra parámetros que caracterizan la MTF_{pre} promedio para distintos niveles de exposición. La diferencia en la frecuencia $MTF_{50\%}$ y la diferencia en amplitud a la frecuencia 2 mm^{-1} son ambas menores a 0,3%. La amplitud a la frecuencia f_N presenta las mayores diferencias con la exposición, de aproximadamente 7 %, fundamentalmente debido a fluctuaciones estadísticas.

Tabla 3.4: Cálculos para caracterizar la MTF (según norma CEI)

	303 μGy^* (4 mAs)	1514 μGy^* (20 mAs)	1893 μGy^* (25 mAs)
MTF en f_N ($f_N \approx 10,42 \text{ mm}^{-1}$)	0,0596	0,0556	0,0562
$MTF_{50\%}$	3,45 mm^{-1}	3,46 mm^{-1}	3,45 mm^{-1}
MTF en 2 mm^{-1}	0,724	0,726	0,724
MTF en 4 mm^{-1}	0,418	0,425	0,419

* DAK estimada a partir del rendimiento medido del tubo y las cargas Q (mAs) fijadas.

3.3.4.2 Modelado de la resolución del detector de imágenes

Esta sección está orientada a modelar los efectos de la resolución limitada del detector de imágenes. Uno de los abordajes para hacer esto es el propuesto por Saunders et al. [113], que ha sido ampliamente usado en distintos trabajos [114]–[116]. Resumidamente, podríamos describir el abordaje de Saunders et al. en tres etapas. La primera considera los efectos previos al muestreo comprendiendo los efectos del centellador pero no la función de apertura. Esta primera etapa se modela en el dominio frecuencial por la que llama *MTF intrínseca*. La segunda etapa considera la función de apertura en el dominio espacial mediante convolución con $\Pi(x,y)$. Finalmente, la tercera etapa consiste en la toma de muestras mediante el producto con un tren de deltas. El principal inconveniente que hemos identificado al implementar la estrategia de Saunders et al. para modelar la respuesta de nuestro detector reside en la singularidad del cociente entre la MTF_{pre} y la función sinc –que representa a la función de apertura en el dominio de frecuencias– involucrado en la obtención de la MTF intrínseca a partir de la MTF_{pre} . [117]. Otras limitaciones de la estrategia propuesta por Saunders et al., por ejemplo aquellas relacionadas con el tratamiento de la anisotropía del detector, no son relevantes en nuestro trabajo. Konstantinidis et al. [118] discuten ampliamente sobre el trabajo de Saunders et al. En esta tesis seguimos un esquema similar al propuesto por Konstantinidis et al., que prescinde de la división por la sinc.

De acuerdo a lo discutido en 3.3.4, el efecto de la resolución limitada del detector conduce a: 1) atenuación de frecuencias espaciales de acuerdo a la MTF_{pre} y 2) introducción de *aliasing* durante el muestreo si permanecen frecuencias superiores a la frecuencia de Nyquist f_N . El modelado de la resolución del detector se realiza en las dos etapas en serie que se ilustraron en la Figura 3.18. La primera etapa recibe la señal a detectar, tiene una respuesta en frecuencias bien caracterizada por la MTF_{pre} y su salida es igualmente analógica. La segunda etapa consiste en la toma de muestras de la señal de salida de la etapa anterior, que en el dominio espacial se describe por el producto con un tren de deltas con separación equivalente a la distancia entre píxeles. Podemos escribir esto como:

$$g_{disc}[i,j] = O_{Muestreo} O_{MTF}\{f(x,y)\}. \quad (3.29)$$

A continuación detallamos las operaciones representadas por los dos operadores aplicados a $f(x,y)$ en (3.29) para obtener $g_{disc}[i,j]$.

El modelado de la primera etapa –representado por el operador $O_{MTF}\{\cdot\}$ en (3.29)–, se realiza a través de la aplicación de un filtro bidimensional que actúa sobre un espacio *pseudoanalógico*. Este espacio será interpretado como analógico por ser sobremuestreado en comparación con el muestreo del detector a simular [118].

Específicamente, el tamaño del pixel del detector RadEye1 EV es de $\Delta x = 48 \mu m$ y el tamaño de pixel que hemos empleado para definir al espacio analógico es 8 veces

menor, de $\Delta x' = 6 \mu\text{m}$. La operación de filtrado $O_{MTF}\{\cdot\}$ de la primera etapa se hace en el dominio frecuencial a través del producto entre $F(u,v)$ y el filtro $fMTF_{pre}(u,v)$ que modela el efecto de la MTF_{pre} . El rango de frecuencias, tanto vertical como horizontal, se extiende entre $-8 f_N$ y $8 f_N$, dado que la frecuencia de Nyquist en el espacio sobremuestreado (pseudoanalógico) es ocho veces mayor que la frecuencia en el dominio discreto del detector a simular. Apoyándonos en la isotropía de la MTF_{pre} , definimos a $fMTF_{pre}$ por revolución de una versión suavizada de la $MTF_{pre} - MTF_{preSuav}$, a fin de no incluir en el filtro el ruido en la MTF_{pre} medida.

En primer lugar, definimos entonces $MTF_{preSuav}$. El hecho de que la MTF_{pre} no se anule para frecuencias mayores a f_N (curva negra en Figura 3.21 (a)) conlleva la posible presencia de *aliasing* en la detección digital. Por lo tanto estamos interesados en reproducir este comportamiento en $MTF_{preSuav}$. Sin embargo, a altas frecuencias la MTF_{pre} medida mediante el método de borde es menos confiable [104]. Adicionalmente, debemos asegurarnos que la $MTF_{preSuav}$ tienda suavemente hacia cero a altas frecuencias dado que un corte abrupto podría conducir a la presencia de artefacto de *ringing*.

Teniendo en cuenta los requerimientos y limitaciones planteados en el párrafo precedente, derivamos la $MTF_{preSuav}$ de un ajuste por un polinomio de grado 16 a la MTF_{pre} (curva roja en la Figura 3.21 (a)) seguido del producto por una ventana de Hann que tiende a cero a una frecuencia de $6 f_N$ (curva de trazos negros). Con esta definición, $MTF_{preSuav}$ toma el valor del ajuste polinómico modulado por la amplitud de la ventana para frecuencias menores a $6 f_N$ —sin apartarse substancialmente de la amplitud de MTF_{pre} para $f < f_N$ — y tiende suavemente a cero en $6 f_N$. La Figura 3.21 (a) muestra la $MTF_{preSuav}$ resultante. Generamos la matriz de $fMTF_{pre}$ por revolución de la $MTF_{preSuav}$, definiendo el valor en cada pixel a través de una interpolación *spline*. La Figura 3.21 (b) muestra la imagen del filtro $fMTF_{pre}$.

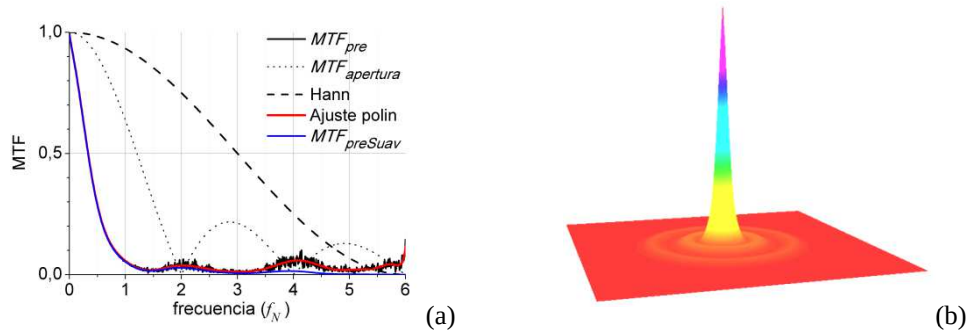


Figura 3.21: (a) Ilustración de la derivación de la $MTF_{preSuav}$. La escala de frecuencias está calibrada en unidades de frecuencia de Nyquist del detector cuya respuesta queremos simular. (b) $fMTF_{pre}$ generado por revolución de la $MTF_{preSuav}$. El rango de frecuencias en sentido vertical y horizontal se extiende entre $-8 f_N$ y $8 f_N$.

Modelamos la segunda etapa—que consiste en el muestreo propiamente dicho y está representada por el operador $O_{Muestreo}\{\cdot\}$ en (3.29)—, en el dominio espacial mediante

una multiplicación entre la imagen y un tren de impulsos cuya separación es la razón entre el tamaño del pixel en el dominio discreto a simular y el tamaño del pixel en el dominio analógico: $\Delta x/\Delta x' = 8$. Con esto, tenemos definido el operador que modela los efectos de la resolución limitada de nuestro sistema digital de imágenes por:

$$O_{\text{Muestreo}} O_{\text{MTF}} \{ f(x', y') \} = III_{8 \text{ pix}}(x', y') \mathcal{F}^{-1} \{ f MTF_{\text{pre}} \mathcal{F} \{ f(x', y') \} \}, \quad (3.30)$$

donde x' e y' refieren a las coordenadas espaciales en el espacio pseudoanalógico.

Validamos el modelado de la respuesta del detector por comparación entre la MTF_{pre} experimental y la MTF_{preSim} calculada a partir de bordes ideales afectados por el modelo de resolución del detector. Los bordes ideales fueron generados numéricamente [119] con una inclinación de 4° y un factor de transmisión del 0,1 %. Obtenemos la MTF_{preSim} siguiendo el mismo procedimiento que el realizado para la obtención de la MTF_{pre} , pero a partir de los bordes ideales luego de aplicarles los operadores dados por (3.30).

La Tabla 3.5 muestra los parámetros que caracterizan la MTF_{pre} a partir de la cual se derivó el filtro $fMTF_{\text{pre}}$ (se repiten datos de la Tabla 3.4) y a la MTF_{preSim} obtenida a partir de los bordes ideales. La diferencia en los tres parámetros testigos es menor a 3 %. En la Figura 3.22 (a) se superpone la ESF medida experimentalmente con la ESF derivada de los bordes ideales luego de degradarlos según la resolución limitada del detector modelada por (3.30). En la Figura 3.22 (b) se comparan las MTF_{pre} y MTF_{preSim} calculadas a partir de las respectivas ESF. A partir de estos resultados, podemos concluir que el $fMTF_{\text{pre}}$ modela de forma confiable la respuesta del detector.

Tabla 3.5: Comparación entre la MTF_{pre} y la MTF_{preSim} según norma CEI.

	$MTF_{\text{pre}} (1514 \mu\text{Gy})$	MTF_{preSim}
MTF en f_N ($f_N \approx 10,42 \text{ mm}^{-1}$)	0,0556	0,0542
$MTF_{50\%}$	$3,46 \text{ mm}^{-1}$	$3,54 \text{ mm}^{-1}$
MTF en 2 mm^{-1}	0,726	0,736
MTF en 4 mm^{-1}	0,425	0,440

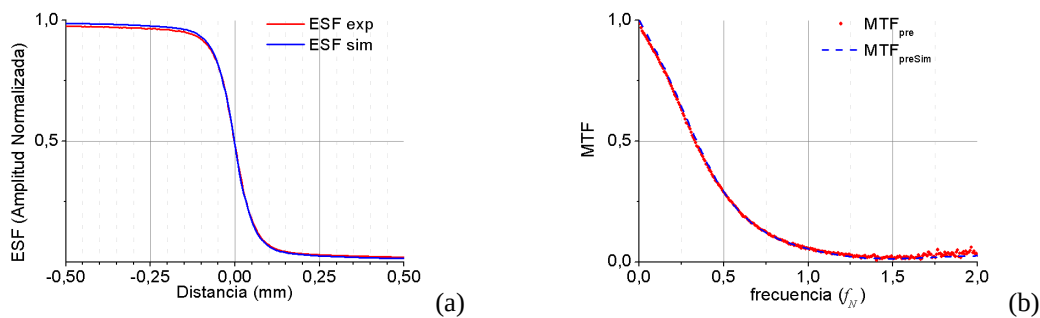


Figura 3.22: Comparación de (a) ESF y (b) MTF_{pre} experimental (rojo) y derivada de los bordes ideales sobre los que se aplica el modelo de resolución del detector (azul).

3.3.5 Componentes del ruido estocástico a bajas exposiciones

La varianza en la imagen adquirida por el detector puede considerarse, despreciando la correlación espacial y el ruido derivado de la cuantización, como la suma de tres

componentes. Un primer término aditivo asociado al ruido electrónico e independiente de la exposición. Un segundo término relacionado con la naturaleza estocástica de la producción y la interacción de la radiación con la materia (ruido cuántico) –que puede modelarse por una distribución de Poisson– cuya amplitud será proporcional a la exposición. Finalmente, un tercer término, asociado a fuentes de variaciones deterministas –derivadas de, por ejemplo, la variación en la ganancia entre los píxeles o las inhomogeneidades del campo– que se amplifica con el cuadrado de la exposición (ver por ejemplo [81]). No nos interesa analizar en particular esta tercera componente básicamente porque la señal de dispersión es de muy baja intensidad. Consideramos entonces la varianza en una imagen provenientes del ruido electrónico $(\sigma_{IT}^{elect})^2$ y el ruido cuántico $(\sigma_{IT}^{quant})^2$:

$$\sigma^2 \cong (\sigma^{elect})^2 + (\sigma^{quant})^2. \quad (3.31)$$

Nos interesa analizar la contribución de estas dos fuentes estocásticas. Debido a que la varianza en los píxeles en una imagen presenta en realidad correlación espacial, un análisis más general del ruido debiera realizarse en el dominio frecuencial a través de la distribución espectral de la potencia del ruido (NPS, del inglés *noise power spectrum*) [81]. Pero a los efectos de analizar las limitaciones del ruido estocástico en la medición de señales de baja intensidad, removemos la correlación espacial estacionaria mediante la sustracción entre imágenes.

Trabajamos con imágenes adquiridas bajo atenuación con 2 cm de PMMA y analizamos la varianza sobre imágenes obtenidas mediante la diferencia de dos adquisiciones bajo idénticas condiciones de irradiación (similar a uno de los análisis realizados por Burgess [81]). En primer lugar, tomamos imágenes adquiridas con diferente Q , entre 4 y 30 mAs, empleando un tiempo de integración de 8000 ms. A partir de mediciones de oscuridad con el mismo tiempo de integración, estimamos el valor medio de dicha señal en $os = 99,3560$. A cada imagen adquirida le restamos os , en lugar de realizar una corrección por campo oscuro, ya que dicha operación incrementaría la varianza en la imagen. Linealizamos las imágenes resultantes aplicando la inversa del ajuste cuadrático-lineal (3.4) con los coeficientes calculados para la STP2 (de acuerdo a los coeficientes de la Tabla 3.3). Obtuvimos así una imagen lineal con la exposición en unidades de DAK. Restamos dos imágenes adquiridas con misma exposición y calculamos la varianza de la imagen diferencia dentro de una ROI que evita píxeles defectuosos y los bordes del detector (500×100 píxeles).

La Figura 3.23 muestra la varianza de la imagen diferencia dividido 2 (atendiendo a que la sustracción lleva a duplicar la varianza de las imágenes debida al ruido aleatorio) en función de la exposición. Esa gráfica nos da información acerca del incremento en la fluctuación del ruido con el aumento de la exposición despreciando la correlación espacial del ruido. La ordenada al origen estima la contribución a la varianza en una

imagen como consecuencia del ruido electrónico en $\alpha = (\sigma_{DAK}^{elect})^2 = 0,15 \mu\text{Gy}^2$.

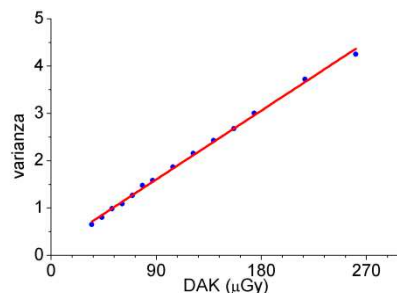


Figura 3.23: Varianza en una imagen en función de la exposición a partir de diferencia entre imágenes. Se ajusta una función lineal $y = \alpha + \beta x$, con $\alpha = (0,15 \pm 0,03) \mu\text{Gy}^2$ y $\beta = (0,0162 \pm 0,0002) \mu\text{Gy}$ ($R^2 = 0,998$).

3.4 Discusión

La adquisición de las imágenes IT a partir de las cuales se derivan las imágenes de dispersión en el próximo capítulo se realizan con un colimador que bloquea la mayor parte del campo a fin de conformar un haz estrecho. En consecuencia, la imagen IT no se verá afectada por inhomogeneidades de campo, típicamente de baja frecuencia espacial. Aunque sí puede estar afectada por la diferencia de ganancia entre píxeles, aplicar una corrección de ganancia podría introducir mayores distorsiones derivadas de inhomogeneidades de campo. En cambio, la corrección por campo oscuro tenderá a eliminar la señal de base y su correlación espacial. Las variaciones temporales que pueden presentarse en la amplitud de la señal de oscuridad constituyen una posible fuente de sesgo en la amplitud de las imágenes de dispersión. Para reducir este efecto, se debe procurar un registro regular y exhaustivo de imágenes de oscuridad a lo largo de los experimentos con la finalidad de actualizar la corrección de campo oscuro si se registraran diferencias relevantes.

La observación de artefactos en algunas imágenes adquiridas lleva a alertarnos sobre la importancia de evaluar las imágenes antes de emplearlas para la estimación de la señal de dispersión. Una manera de hacerlo es mediante la exploración de parámetros globales de las imágenes. La adquisición de varias imágenes bajo las mismas condiciones permite establecer el comportamiento esperado de dichos parámetros y, por tanto, la identificación de imágenes defectuosas cuyos parámetros se aparten de la tendencia global y no hayan sido identificadas durante el curso mismo del experimento. Cabe señalar que se requieren numerosas adquisiciones para poder establecer la tendencia global.

El esquema seguido para caracterizar la STP es suficientemente detallado –involucrando varias mediciones y, por tanto, tiempo de trabajo– como para que la misma pueda ser repetida en cada sesión experimental. Al respecto, cabe señalar que la

constancia del tubo y de la de respuesta del detector, junto con la definición de una STP global (y no individual por pixel) hacen posible la utilización de la STP determinada en una sesión experimental para linealizar imágenes adquiridas en otras sesiones.

Debido al comportamiento no lineal de la STP –especialmente a bajos niveles de exposición–, las imágenes deben linealizarse para lograr mediciones cuantitativas de imágenes de dispersión. El ajuste cuadrático-lineal muestra buen acuerdo con los datos experimentales y es fácilmente invertible. Sin embargo, el intervalo de exposiciones explorado –por encima de 30 μGy (correspondiendo a $\text{VP} > 70$)– impone a la operación de linealización la necesaria suposición de la validez de la extrapolación del ajuste a menores exposiciones.

Además de un comportamiento no lineal con la exposición, observamos que la respuesta del detector –definida en función de DAK– depende de la distribución espectral del haz que incide sobre el detector. En este capítulo hemos medido tres STPs bajo misma condición de operación del tubo (Rh/Rh-27 kVp), pero donde la distribución espectral que incide sobre el detector fue alterada por la interposición de atenuadores de PMMA. La calidad del haz incidente sobre el detector fue caracterizada en términos de la CHR, tomando valores de 0,38, 0,51 y 0,60 mm de aluminio. Bajo estas condiciones, cuantificamos la variación de la ganancia del detector con la calidad del haz a razón de $3,8 \mu\text{Gy}^{-1} \text{mmAl}^{-1}$. En consecuencia, el uso de una de las tres funciones de linealización disponibles (una para cada STP medida) implica aceptar al menos la siguiente suposición: la variación de la distribución espectral del haz incidiendo en el detector a lo largo de su área activa no es relevante.

En cuanto al modelado de la función de transferencia de modulación, cabe señalar que el filtro $f\text{MTF}_{pre}$ no considera el difuminado debido a agentes externos al detector. Por lo tanto, el tamaño focal, la divergencia del haz o cualquier otro factor que se considere relevante deberían ser simulados independientemente. La Figura 3.24 ilustra los efectos de la resolución limitada del detector sobre tres entradas que emulan haces ideales de sección circular de diámetros 1, 2 y 4 mm. Las intensidades máximas, de acuerdo al modelo de resolución aplicado, se recuperan dentro del 96-99 % para estas entradas. En el recuadro se muestran las curvas en escala semilogarítmica, donde se observa el ensanchamiento de la señal.

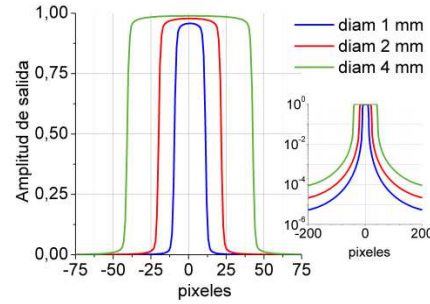


Figura 3.24: Efecto de la resolución del detector sobre distintas entradas ideales: pulsos de sección circular de diámetro 1, 2 y 4 mm. Se considera la resolución modelada por $fMTF_{pre}$ y el muestreo. Se muestran perfiles horizontales de las imágenes de salida simuladas. El eje horizontal está expresado en unidades de pixeles de detector digital (48 μm).

Bajo el esquema de medición de la señal de dispersión que aplicaremos en el siguiente capítulo –en que la exposición estará limitada a fin de evitar la saturación del detector en la región donde se detecta la radiación primaria– la intensidad de IT en la región donde domina la señal de dispersión puede escribirse como una fracción ε de la intensidad que satura el detector, $\varepsilon f^{-1}(2^b)$. Si $\varepsilon f^{-1}(2^b) < \alpha/\beta$, entonces el ruido electrónico será dominante y la relación señal-ruido puede aproximarse por:

$$SNR \approx \varepsilon \frac{f^{-1}(2^b)}{\sqrt{\alpha}}. \quad (3.32)$$

De acuerdo a la estimación realizada, $\alpha/\beta \approx 10 \mu\text{Gy}$ (correspondiente a valores de pixel de aproximadamente 20 unidades). Por lo tanto, para $\varepsilon < 0,005$ el ruido electrónico será el dominante.

3.5 Conclusión

En este capítulo se ha caracterizado el equipamiento experimental que se empleará en las mediciones de dispersión. Dicha caracterización es relevante para la planificación de las mediciones necesarias y orientar el procesamiento de las mismas con el objetivo de identificar y cuantificar la señal de dispersión que se presentan en el siguiente capítulo.

Las imágenes adquiridas con haz colimado como IT no serán corregidas por ganancia, pero sí por campo oscuro. Debe considerarse que la adquisición de numerosas imágenes hace más factible una exitosa identificación de artefactos, una adecuada corrección por campo oscuro y la reducción del ruido aleatorio. Las imágenes deben ser linealizadas para lograr exactitud en la amplitud de la señal de dispersión. Esto puede hacerse empleando un ajuste cuadrático-lineal que modele la respuesta del detector, teniendo en cuenta que la ganancia del detector –en términos del DAK– depende de la calidad del haz. También hemos modelado la resolución espacial del detector y cuantificado las contribuciones al ruido aleatorio que serán relevantes en la medición de imágenes de dispersión.

Capítulo 4. Medición del patrón de dispersión en condiciones mamográficas

Resumen

En este capítulo nos proponemos medir patrones de dispersión empleando como fuente el tubo de rayos X de un mamógrafo y un detector digital de imágenes portátil. Obtenemos el patrón de dispersión a partir de imágenes de dispersión normalizadas a la radiación primaria. Proponemos un esquema de medición en que la detección de la radiación primaria se realiza en la misma imagen que la señal de dispersión. Establecimos el procedimiento seguido para determinar el patrón de dispersión apoyados en un análisis de las condiciones experimentales que integra simulaciones Monte Carlo y cualidades del equipamiento experimental. Básicamente, la estrategia parte de la obtención de la imagen de dispersión producida por el objeto mediante la sustracción normalizada entre imágenes adquiridas con y sin el dispersor interpuesto entre la fuente y el detector. Antes de la normalización y sustracción, las imágenes adquiridas son linealizadas para compensar los efectos de la respuesta no lineal del detector. Para reducir las fluctuaciones aleatorias, derivadas principalmente del ruido electrónico del detector, trabajamos con promedio de varias imágenes y con una integración radial de la imagen de dispersión, aprovechando la simetría del problema. El patrón de dispersión se obtiene luego de sustraer la componente de dispersión múltiple del histograma radial de la imagen de dispersión. La contribución de la dispersión múltiple en dicho histograma se modeló como una función lineal respecto de la distancia radial a partir del análisis de simulaciones Monte Carlo. Logramos mediciones cuantitativas del patrón de dispersión producido por objetos homogéneos compuestos por agua y por PMMA de espesores de entre 1 y 3 cm. Observamos una limitación en la identificación de la señal de dispersión en regiones cercanas al haz primario, como consecuencia del solapamiento de la radiación primaria.

4.1 Ideas generales

El objetivo de este capítulo es medir el patrón de dispersión producido por objetos extensos a partir de imágenes de dispersión obtenidas empleando un sistema experimental como el esquematizado en la Figura 4.1. El dispositivo experimental consiste principalmente en la fuente de rayos X polieniérgica de un mamógrafo convencional, un colimador circular de radio $\rho = 1$ mm que conforma el haz, un detector digital de imágenes y un soporte para el objeto en estudio (dispersor) entre el colimador y el detector.

Hemos optado por un esquema de adquisición en que se registre la radiación primaria en la misma imagen en que se registra la señal de dispersión, similar al ya

implementado décadas atrás por Johns y Yaffe [11]. La medición de la radiación primaria se emplea para la normalización de la imagen de dispersión mediante la cual logramos una cuantificación (tanto en forma como en amplitud) de la radiación dispersa. La medición de la radiación primaria en la misma imagen exime de la necesidad del empleo de equipamiento adicional y, a su vez, simplifica el montaje experimental en comparación con un esquema de bloqueo del haz primario, que requeriría una alineación del bloqueador.

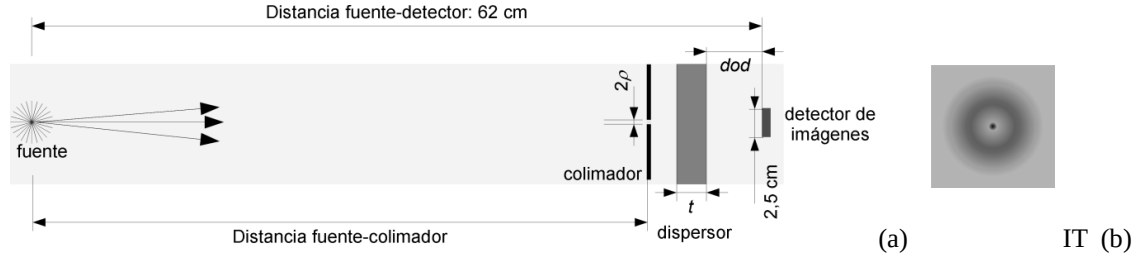


Figura 4.1: Esquema del dispositivo experimental. dod : distancia objeto-detector, t : espesor del material, ρ : radio de la apertura del colimador que conforma el haz incidente sobre el objeto. La imagen de transmisión (IT) bajo estas condiciones comprende tanto la radiación primaria como la distribución en 2π de la radiación dispersa.

En la Figura 4.1 puede verse un diagrama conceptual de la imagen de transmisión IT. Básicamente, un haz de rayos X colimado incide sobre un dispersor y un detector digital de imágenes registra la imagen de transmisión IT que comprende tanto a los anillos completos de la señal de dispersión D en 2π como a la proyección del haz primario P :

$$IT(x, y) = P(x, y) + D(x, y). \quad (4.1)$$

La consideración de materiales amorfos –en particular agua y PMMA– y la simetría axial de la geometría de adquisición –en este caso un detector plano perpendicular a la dirección del haz– confiere simetría circular a la señal que es detectada.

La imagen de dispersión ID puede determinarse a partir de $IT(x, y)$ –mediando la capacidad de distinguir la radiación primaria $P(x, y)$ – a través de:

$$ID(x, y) = \frac{IT(x, y) - P(x, y)}{\iint_{det} P(x, y) dx dy}. \quad (4.2)$$

ID comprende tanto la distribución espacial de la fracción de dispersión simple –a lo que hemos denominado patrón de dispersión– como la contribución de la dispersión múltiple normalizada a la transmisión primaria. Puede escribirse entonces en relación al patrón de dispersión $F_S(\mathbf{R})$ (definido en (1.12)):

$$ID(x, y) = \iint_{p(x, y)} \frac{F_S(x, y, z_0)}{dA} dx dy + M_p(x, y), \quad (4.3)$$

donde se ha considerado explícitamente las tres coordenadas espaciales en $\mathbf{R}$ con z_0 fijo la coordenada que indica la posición de un detector plano perpendicular al haz. La integración se realiza sobre una pequeña región p en la posición (x, y) . $M_p(x, y)$ refiere a la fracción de dispersión múltiple que incide sobre la región p .

En la próxima sección analizamos aspectos relativos al diseño experimental y al procesamiento de los datos para obtener la imagen de dispersión bajo el esquema de adquisición propuesto. Para eso nos apoyamos, por un lado, en la exploración de las cualidades de la señal de interés en base a simulaciones Monte Carlo (MC) realizadas con PENELOPE empleando tablas híbridas (experimental-teóricas) de factores de forma para modelar la dispersión coherente (herramienta evaluada en el Capítulo 2). Por otro lado, tomamos en consideración las características del equipamiento experimental que fueron evaluadas en el Capítulo 3. En la sección que sigue, presentamos las mediciones de las imágenes de dispersión. Las imágenes de dispersión se obtienen de manera indirecta, por sustracción normalizada entre imágenes adquiridas con y sin el dispersor interpuesto. Con el dispositivo experimental empleado, la dispersión múltiple es detectada concomitantemente con la dispersión simple y ambas contribuyen a la imagen de dispersión de manera indistinguible. Por lo tanto, la obtención del patrón de dispersión a partir de ID requiere sustraer la componente de dispersión múltiple. El patrón de dispersión se obtiene a partir del histograma radial de la imagen de dispersión en la sección 4.4, tras la sustracción de la componente de dispersión múltiple. El modelado de dicha contribución se basa en el análisis de simulaciones Monte Carlo.

4.2 Consideraciones acerca de la medición de la imagen de dispersión con el dispositivo experimental empleado

El equipamiento empleado incluye un mamógrafo convencional Senographe DMR de General Electric. El tubo de rayos X del mamógrafo, con la combinación Rh/Rh (25 μ m) y una tensión de operación de 27 kVp, fue la fuente empleada en las mediciones. Además, se empleó un detector digital de imágenes portátil –RadEye1 EV, Teledyne Rad-Icon Imaging Corp– que apoyamos sobre el soporte para la mama del mamógrafo. La distancia entre la superficie del detector y la fuente estuvo limitada por el diseño del mamógrafo a 62 cm.

Un aspecto importante a considerar en la medición de la señal de dispersión es que la misma proviene de una fuente secundaria, el objeto dispersor, y típicamente será de baja intensidad comparada con la radiación primaria. La disminución de la distancia objeto-detector (*dod*) aumenta la intensidad de la radiación dispersa que incide sobre la superficie del detector y también reduce la separación de los fotones dispersados respecto de la trayectoria del haz primario. En nuestras mediciones, la distancia objeto-detector está particularmente limitada por el tamaño del detector empleado. Con un área activa de aproximadamente 2,5 cm $\times$ 5 cm, la colección de los anillos completos de la señal de dispersión podrá determinarse experimentalmente dentro de un rango radial de aproximadamente 1 cm medido desde el centro de la mancha de transmisión primaria. La elección de *dod* estuvo orientada a la colección de la dispersión coherente dentro del intervalo de momentos transferido que comprende el primer pico de los factores de

forma. El primer pico en la curva de factores de forma del PMMA está aproximadamente entre 2 y 1,6 nm⁻¹; por lo tanto, considerando una energía de 20 keV, con *dod* entre 4 y 5 cm podrá detectarse. En cambio, el pico de los factores de forma del agua se encuentra a momentos mayores por lo que empleamos menores distancias –de 2,4 cm específicamente– en ese caso.

Debido al empleo de un haz polienergético y una geometría colimada, existirá una variación espacial de la calidad del haz secundario que incide sobre la superficie del detector. Esto se explica por la variación de la probabilidad de interacción y del ángulo de dispersión con la energía de los fotones. En la Figura 4.2 representamos el valor medio de la energía de los fotones que conforman IT en función de la distancia radial ($E_{media}(r)$) obtenida mediante simulaciones MC considerando una geometría como la esquematizada en la Figura 4.1. En las simulaciones consideramos un haz divergente (apertura 0,13°) colimado a 52 cm de la fuente con una apertura circular de radio $\rho = 1$ mm en una placa de plomo, colocada a 10 cm del plano de detección. La fuente simula el foco grueso del mamógrafo, modelado como un prisma de 0,4 mm de lado y 1 μ m de profundidad. La distribución espectral emitida por la fuente es la correspondiente a Rh/Rh-27 kVp y se modela sobre la base del trabajo de Boone et al. [120]. La distancia objeto-detector considerada fue *dod* = 5,105 cm. Para cada fotón que incide sobre el plano de detección, almacenamos el espacio de fase (coordenadas, cosenos directores y energía) y una etiqueta que describe la historia del fotón. A partir de esa información, calculamos la energía media de los fotones incidentes dentro de anillos de radio r , con r medido desde el centro de incidencia del haz primario. La Figura 4.2 muestra en rojo la curva $E_{media}(r)$ para un dispersor de espesor $t = 0,5$ cm y en azul para $t = 2$ cm, ambos de PMMA. Observamos que la variación de E_{media} con r disminuye al aumentar el espesor del dispersor, respondiendo a un mayor endurecimiento del haz y, por tanto, una menor amplitud espectral de la radiación que incide sobre el detector.

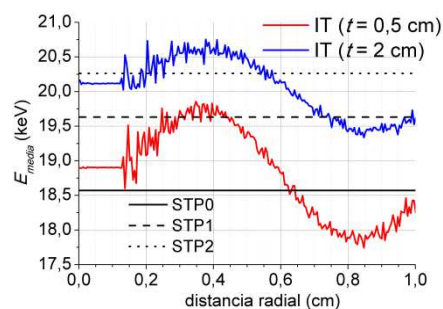


Figura 4.2: Distribución radial de la energía E_{media} de los fotones que conforman a la imagen IT para dos dispersores de PMMA de diferente espesor. Curvas obtenidas a partir de simulaciones MC (*dod* = 5,105 cm, espectro emitido por la fuente: Rh/Rh-27 kVp). Las líneas horizontales indican la energía media del espectro que incide sobre el detector bajo las condiciones de atenuación asociadas a cada una de las tres STP medidas.

La variación radial de la energía de los fotones que conforman IT representa una dificultad en la linealización de las imágenes –empleando los ajustes a las STPs medidas en función de DAK en el Capítulo 3– debido a la variación de la ganancia con la calidad del haz que hemos verificado. En la Figura 4.2 señalamos la energía media asociada a cada una de las tres STPs, calculada como la energía promedio de los fotones que inciden sobre el detector en una simulación MC del experimento de la medición de la STP correspondiente²³. Estas energías son 18,6 keV, 19,6 keV y 20,3 keV para STP0, STP1 y STP2 respectivamente. De la comparación en la Figura 4.2 entre la distribución radial de la energía E_{media} de los fotones que conforman a la imagen IT con la energía media asociada a cada una de las tres STP medidas, no resulta evidente que exista un buen criterio para tomar la decisión sobre cuál STP aplicar para linealizar una dada imagen IT.

Sin embargo, hemos observado que la ganancia del detector se hace prácticamente invariante con la calidad del haz cuando la STP se redefine en términos de la fluencia de energía. Este hecho, que ha sido reportado para detectores de mamógrafos digitales en otros trabajos (por ejemplo, [100]), nos permitió definir una única función $f_{\Psi:VP} = f_{\Psi}(\Psi)$ que modela la respuesta del detector. En el Anexo I pueden encontrarse detalles sobre el análisis realizado, a partir del cual decidimos integrar los tres conjuntos de datos experimentales (STP0, STP1 y STP2, determinadas en la sección 3.3.3 como una función de DAK²⁴) para definir $f_{\Psi}(\Psi)$, en función de la fluencia de energía. En la Tabla 4.1 se muestran los coeficientes de la función cuadrático-lineal $f_{\Psi:VP} = f_{\Psi}(\Psi)$ con que modelamos la STP. Su inversa, la función $f_{\Psi}^{-1}: \Psi = f_{\Psi}^{-1}(VP)$ es la única función de linealización de las imágenes que empleamos en este capítulo para la determinación experimental de la imagen de dispersión.

Tabla 4.1: Coeficientes del modelo cuadrático-lineal para la STP en función de la fluencia de energía $f_{\Psi:VP} = f_{\Psi}(\Psi)$ con $f_{\Psi}(\Psi) = a \Psi^2 + b \Psi$ si $\Psi < \Psi_c$ y $f_{\Psi}(\Psi) = c \Psi + d$ si $\Psi > \Psi_c$. ρ_p es el coeficiente de Pearson y $D_{max}\%$ la diferencia porcentual máxima entre el ajuste y los datos.

ρ_p	$D_{max}\%$	Ψ_c ($\times 10^5 \text{ keV mm}^{-2}$)	a ($\times 10^{-15} \text{ keV}^{-2} \text{ mm}^4$)		b ($\times 10^{-7} \text{ keV}^{-1} \text{ mm}^2$)		c ($\times 10^{-7} \text{ keV}^{-1} \text{ mm}^2$)		d	
			valor	err	valor	err	valor	err	valor	err
0,99989	2	303	155	7	211	4	305	1	-142	15

²³ Para estimar la energía media asociada a cada una de las STPs medidas se simuló por MC el experimento de la sección 3.3.3 y se calculó el promedio de la energía de todos los fotones que inciden sobre el detector. La simulación considera el transporte de un haz extenso (apertura de 3°), una fuente Rh/Rh-27 kVp. La cantidad de fotones emitidos por la fuente es de 1×10^7 . El medio material es aire (62 cm entre la fuente y el detector). La placa compresora se modela como 2,5 mm de PMMA, colocada a media distancia entre la fuente y el detector. El detector tiene un área cuadrada de 2,5 cm de lado. La distribución espectral que incide sobre el detector es sobre la que se calculó la energía media.

²⁴ Para pasar de unidades de kerma (μGy) a unidades de fluencia de energía (keV mm^{-2}), empleamos la conversión: $\psi [\text{keV mm}^{-2}] = k \cdot \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho} [\text{cm}^2 \text{ g}^{-1}] \right)^{-1} DAK[\mu\text{Gy}]$, con $k = 62420 \frac{\text{keV}}{\text{mm}^2 \mu\text{Gy}}$ y estimando $\frac{\mu_{tr}}{\rho}$ a partir de simulaciones MC (detallada en el Anexo I).

La Figura 4.3 muestra la imagen IT simulada para 2 cm de PMMA, a la que corresponde la curva azul de la Figura 4.2. La Figura 4.3 (a) muestra la IT visualizada en dos escalas de grises. En la primera de ellas, lineal dentro del rango dinámico completo de la imagen, sólo se distingue la señal P. En la segunda de ellas, lineal sólo dentro del rango de intensidades que abarca la señal D, la señal D se distingue con claridad mientras que la señal P satura en blanco. En la Figura 4.3 (b) se muestra un perfil horizontal y central de la IT, normalizado a 1 en el máximo y en escala semilogarítmica.

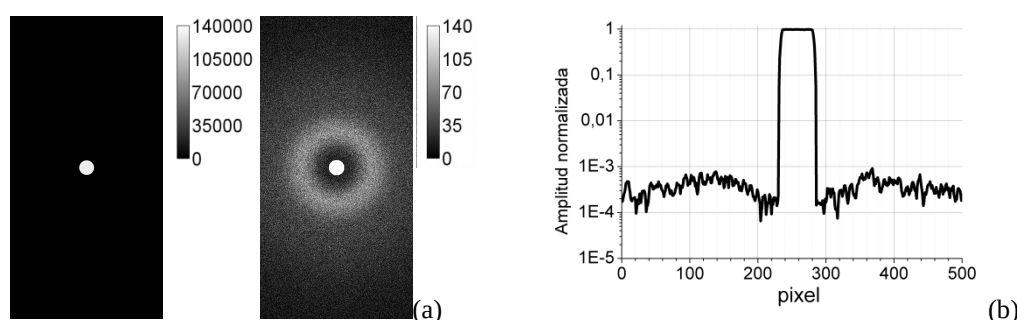


Figura 4.3: Ilustración de una IT simulada por MC. Se considera un haz de 2 mm de diámetro a 52 cm de la fuente, $dod = 5,105$ cm, un dispersor de PMMA ($t = 2$ cm) y un detector ideal integrador de energías (keV por pixel), 10^8 fotones simulados²⁵. (a) Imagen IT en dos escalas de grises lineales dentro del rango indicado. Imagen de 1024×512 pixeles, pixel de $48 \mu\text{m}$ de lado. (b) Perfil horizontal central de IT normalizado a 1 en el máximo en escala semilogarítmica (perfil filtrado con un promediado de 3 vecinos).

Bajo la geometría considerada en la simulación mostrada en la Figura 4.3, la intensidad de la señal de dispersión en IT toma un valor máximo que es aproximadamente 1000 veces menor que la amplitud máxima de la radiación primaria en IT. De acuerdo a lo discutido en el Capítulo 3 –considerando que el ruido electrónico será el predominante y que la radiación primaria tiene una intensidad cercana al nivel de saturación del detector– la relación señal-ruido será del orden de la unidad (con $\epsilon = 10^{-3}$ en la ecuación (3.32)). Cerca del haz primario, la intensidad de la dispersión es aún menor.

La intensidad relativa de la radiación dispersa respecto de la radiación primaria depende de varios factores, como el espesor del objeto, la geometría experimental y la energía del haz. En la Figura 4.4 (a) se muestra la fracción de la dispersión simple detectada (coherente e incoherente, integrada sobre toda la superficie del detector) respecto de la intensidad total de la radiación primaria, en función del espesor del objeto. Generamos las curvas a partir de simulación MC para varias energías y espesores entre $t = 0,5$ cm y $t = 10$ cm de agua. Para Rh/Rh-27 kVp, esta fracción aumenta con el espesor al menos hasta $t = 5$ cm, lo que permitiría lograr una mejor relación señal-ruido con el incremento de t –aunque a expensas de una mayor exposición del objeto dispersor–. Evidentemente,

²⁵ La simulación de 10^8 fotones en esta configuración requiere de unas 7 horas (por núcleo, con un procesador i5-3330 a 3GHz)

para espesores muy pequeños la relación señal-ruido será más baja que la estimada para 2 cm en el párrafo anterior.

En la Figura 4.4 (b) se muestra la fracción de la dispersión detectada (simple y múltiple, integrada sobre toda la superficie del detector) respecto de la radiación incidente sobre el dispersor en función del espesor del mismo. Puede observarse que todas las curvas presentan un máximo (a excepción de la curva para 15 keV, donde suponemos que el máximo se encuentra a espesores menores a 0,5 cm). El intervalo de crecimiento se explica por el incremento en la probabilidad de ocurrencia de un evento de dispersión en el espesor mientras que el intervalo de decrecimiento se explica por el incremento en la probabilidad de absorción. El espesor para el cual estos dos factores se compensan, en el máximo de la curva, depende de la calidad del haz. La presencia de un máximo indica que existe un espesor para el cual la eficiencia de emisión de dispersión por el objeto es óptima, que es de aproximadamente un centímetro para el espectro mamográfico.

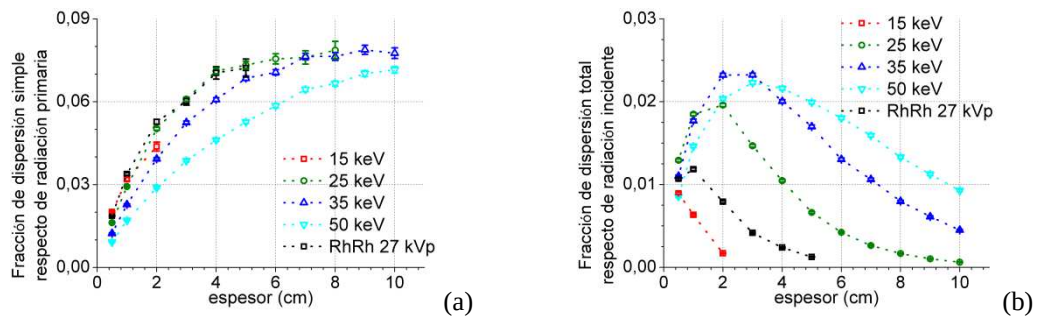


Figura 4.4: (a) Fracción de dispersión simple (coherente e incoherente) respecto de la radiación primaria (transmitida sin interactuar) (b) Fracción de dispersión detectada (simple y múltiple) respecto de radiación incidente sobre el dispersor. Las líneas punteadas sólo se muestran para facilitar la observación de la tendencia en la serie discreta de datos simulada. Se simularon 10^5 fotones, se muestran las barras de error en el gráfico (para espesores para los cuales el error porcentual es menor al 5%). Las fracciones se estiman en función del número de fotones incidentes sobre un área de detección circular de radio $R = 1$ cm a una distancia $dod = 2,5$ cm del objeto dispersor.

De la Figura 4.4 podemos deducir también que el incremento de la energía –dentro del rango explorado– no parece ser un factor que mejore la relación señal-ruido mientras conservemos un esquema limitado a la saturación del haz primario, aunque podría permitir la reducción de la exposición y, entonces, de la dosis.

Las mediciones experimentales del patrón de dispersión que se presentan en este capítulo se realizaron para objetos dispersores con espesores t de entre 1 cm y 3 cm. Para reducir la varianza del ruido promediaremos varias imágenes y aprovecharemos la simetría del problema integrando radialmente la señal.

Dada una intensidad fija de radiación primaria detectada –limitada como dijimos por la saturación del detector–, la cantidad de radiación que se puede hacer incidir sobre un dispersor aumentará con la sección transversal del haz. A la vez, el incremento de la

sección transversal del haz reducirá la separación entre la radiación dispersa y la proyección del haz sobre el plano de detección en IT.

La determinación de la imagen de dispersión a través de (4.2) está sujeta a la posibilidad de conocer $P(x,y)$, idealmente mediante discriminación espacial entre las componentes de radiación primaria P y de radiación dispersa D contenidas en IT. Sin embargo, el efecto conjunto de la configuración geométrica y de la resolución del detector conducen a un solapamiento entre P y D que hace inviable la discriminación espacial en las configuraciones consideradas en esta tesis. Esto se ilustra en la Figura 4.5, donde se muestra el resultado de considerar el modelado de la resolución del detector –mediante la aplicación de los operadores $O_{Muestreo}O_{MTF}\{\cdot\}$ definidos en el Capítulo 3– a las distribuciones $P(x',y')$ y $D(x',y')$ obtenidas mediante simulaciones MC²⁶. Se muestra también el resultado de aplicar la misma operación sobre $IT(x',y')$. Como consecuencia del solapamiento, será necesario plantear alguna estrategia diferente a la segmentación bajo criterios exclusivamente espaciales para separar D de P , que permita determinar ID de forma indirecta. Para abordar el problema de la separación de P y D , modelaremos P a través de una medición en las mismas condiciones que la imagen de IT pero en ausencia del dispersor.

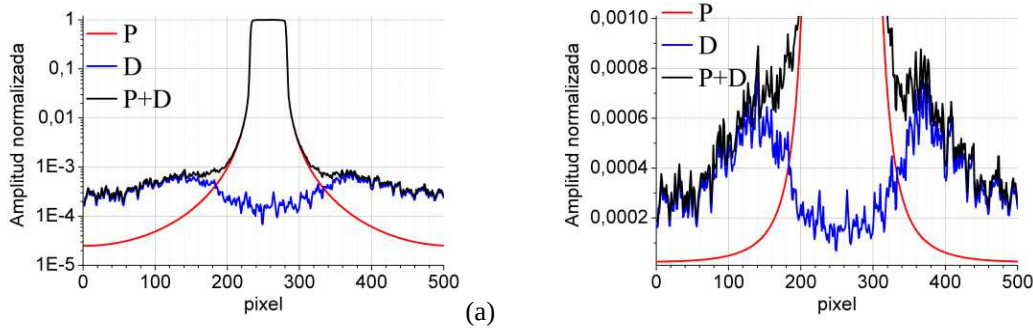


Figura 4.5: Perfil de las imágenes obtenidas al aplicar $O_{Muestreo}O_{MTF}\{\cdot\}$ sobre $D(x,y)$, $P(x,y)$ e $IT(x,y)$ obtenidas por simulaciones MC, dividido el máximo de P . En las simulaciones se considera un haz de 2 mm de diámetro a 52 cm de la fuente, un dispersor de PMMA ($t = 2$ cm) y un detector ideal ($dod = 5,105$ cm). (a) Curvas en escala semilogarítmica, (b) Curvas en escala lineal en un acercamiento en la región de bajas intensidades.

4.3 Medición indirecta de la imagen de dispersión

Consideremos una medición en las mismas condiciones que la imagen de IT pero en ausencia del objeto dispersor, a la que llamamos imagen del haz directo IH (Figura 4.6).

²⁶ $P(x',y')$ y $D(x',y')$ se obtienen de las simulaciones MC mediante discriminación eventos a través del análisis de las historias de cada fotón detectado. Al generar $P(x',y')$ y $D(x',y')$ se considera al detector como un integrador ideal de energía. Las variables espaciales primadas, x' e y' , refieren al espacio sobremuestreado, con período de muestreo ocho veces menor que el tamaño del pixel, sobre el que se aplica $O_{Muestreo}O_{MTF}\{\cdot\}$. El muestreo modela un tamaño de pixel de $48\mu\text{m}$ de lado.

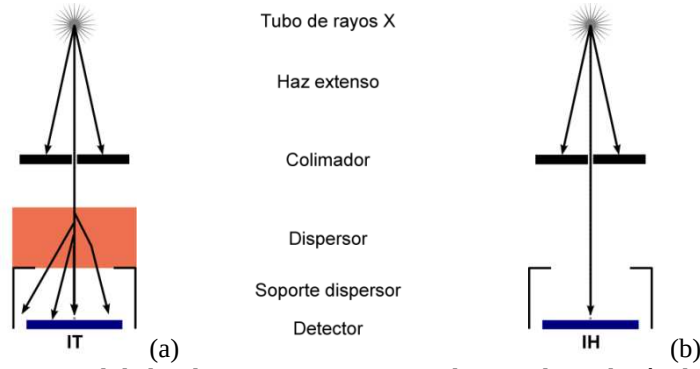


Figura 4.6: Esquema conceptual de los dispositivos experimentales para la medición de (a) IT o de (b) IH (no está en escala). La diferencia entre ambos consiste exclusivamente en la presencia o ausencia del objeto dispersor. Un esquema más detallado puede verse en la Figura 4.1.

Supongamos que la distribución $IH(x,y)$ es equivalente a la distribución de la componente $P(x,y)$ en IT, excepto por un factor multiplicativo de amplitud relacionado con la atenuación en el dispersor y el tiempo de la exposición. Entonces, tras normalizar, vale la igualdad:

$$\frac{IH(x,y)}{IH_0} = \frac{P(x,y)}{P_0}, \quad (4.4)$$

donde el sufijo 0 indica el valor máximo de la distribución correspondiente. Si es despreciable la contribución de la componente de dispersión que llega al centro del detector, entonces $IT_0 \cong P_0$, con lo cual de (4.5) tenemos:

$$P(x,y) \cong \frac{IT_0}{IH_0} IH(x,y). \quad (4.5)$$

Así, ID puede aproximarse, de acuerdo a (4.2), por:

$$ID(x,y) \cong C_1 IT(x,y) - C_2 IH(x,y), \quad (4.6)$$

con

$$C_1 = \frac{IH_0}{IT_0 \iint_{det} IH(x,y) dx dy} \quad \text{y} \quad C_2 = \frac{1}{\iint_{det} IH(x,y) dx dy}. \quad (4.7)$$

Así escrita, esta operación relaciona a las distribuciones incidentes en el detector $IT(x,y)$ e $IH(x,y)$. Pero nosotros no accederemos a esas distribuciones incidentes, sino a la respuesta del detector a las mismas. Representando por un operador $O_{det}\{\cdot\}$ a la degradación de la señal durante el proceso de detección, la relación entre las imágenes obtenidas experimentalmente, $IT_{exp}[i,j]$ e $IH_{exp}[i,j]$, y las distribuciones $IT(x,y)$ e $IH(x,y)$ que inciden sobre el detector puede escribirse:

$$IT_{exp}[i,j] \cong O_{det}\{IT(x,y)\} \quad (4.8)$$

$$IH_{exp}[i,j] \cong O_{det}\{IH(x,y)\}$$

Despreciando los efectos de la cuantización y la presencia de ruido, $O_{det}\{\cdot\}$ puede

representarse por la aplicación sucesiva de tres operaciones (Figura 4.7):

$$O_{det}\{\cdot\} = f_{\Psi}(O_{Muestreo}O_{MTF}\{\cdot\}). \quad (4.9)$$

Por un lado, los efectos de la resolución espacial limitada descrito en dos pasos: la aplicación en el dominio de frecuencias del filtro $fMTF_{pre}$ y luego el muestreo espacial asociado al tamaño del pixel. Por otro lado, los efectos de la propiedad de transferencia de la señal –que sabemos no lineal y que describimos por la función cuadrático-lineal $VP = f_{\Psi}(\Psi)$ ajustada a los datos experimentales de las STPs medidas–.

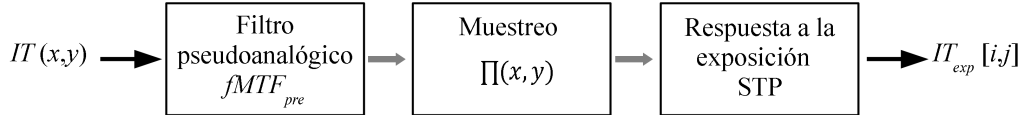


Figura 4.7: Esquema de modelado de la degradación de la señal durante el proceso de detección, aplicado sobre la distribución incidente $IT(x,y)$.

Representando la linealización de $IT_{exp}[i,j]$ e $IH_{exp}[i,j]$ por la aplicación de $f_{\Psi}^{-1}:\Psi = f_{\Psi}^{-1}(VP)$ a ambos términos de las ecuaciones en (4.8), tenemos que:

$$f_{\Psi}^{-1}(IT_{exp}[i,j]) = O_{Muestreo}O_{MTF}\{IT(x,y)\} = IT'[i,j] \quad (4.10)$$

$$f_{\Psi}^{-1}(IH_{exp}[i,j]) = O_{Muestreo}O_{MTF}\{IH(x,y)\} = IH'[i,j]$$

siendo $IT'[i,j]$ e $IH'[i,j]$ versiones suavizadas y discretas de $IT(x,y)$ e $IH(x,y)$ –bajo la consideración de $O_{Muestreo}\{\cdot\}$ y $O_{MTF}\{\cdot\}$ operadores lineales–. A la vez, $IT'[i,j]$ e $IH'[i,j]$ pueden derivarse de las mediciones experimentales mediante linealización (Figura 4.8).

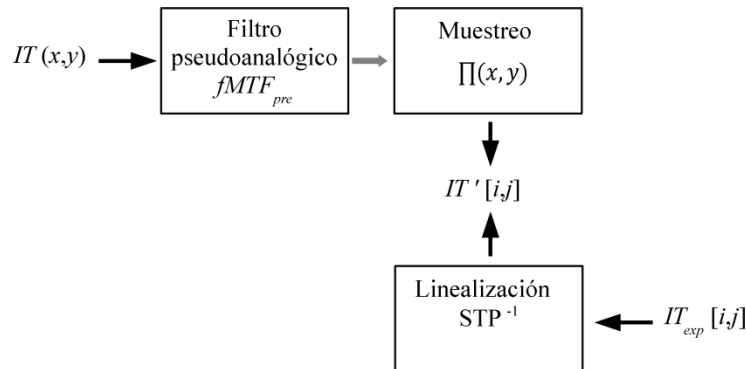


Figura 4.8: Doble concepción de $IT'[i,j]$. Por un lado (vía superior), puede interpretarse como una versión suavizada y discreta de la distribución que incide en la superficie del detector $IT(x,y)$. Por otro lado (vía inferior) puede interpretarse como una imagen experimental $IT_{exp}[i,j]$ con intensidad linealizada. Ambas coincidirían si el modelado del detector fuera perfecto.

Establezcamos ahora la relación de las imágenes experimentales $IT_{exp}[i,j]$ e $IH_{exp}[i,j]$ con la $ID(x,y)$ a través de la aplicación de $O_{Muestreo}O_{MTF}\{\cdot\}$ a ambos términos de (4.6). Suponiendo que C_1 y C_2 son constantes invariantes frente al operador:

$$ID'[i,j] \cong C_1 IT'[i,j] - C_2 IH'[i,j]. \quad (4.11)$$

Bajo estas consideraciones, $ID'[i,j]$ no es más que una serie de muestras de $ID(x,y)$ suavizada que puede ser obtenida a partir de IT' y de IH' . Si los valores de los coeficientes C_1 y C_2 pueden calcularse, también, a partir de $IT'[i,j]$ y de $IH'[i,j]$, entonces se hace evidente la relevancia de este planteo: $ID'[i,j]$ también podría obtenerse a partir de la sustracción normalizada entre las imágenes experimentales IT_{exp} e IH_{exp} si previamente son compensadas por la respuesta no lineal del detector.

4.3.1 Medición directa de la imagen de transmisión y la imagen del haz

El procedimiento experimental para la obtención de $IT_{exp}[i,j]$ e $IH_{exp}[i,j]$ involucra, básicamente, la adquisición y promediado de varias imágenes en cada una de las dos geometrías esquematizadas en la Figura 4.6 seguida por la corrección de campo oscuro. A continuación hacemos una descripción más detallada.

El dispositivo experimental se basa en el tubo de rayos X de un mamógrafo convencional (Senographe DMR - General Electric) y un detector digital de imágenes de la firma Rad-Icon modelo RadEye1 EV, ambos caracterizados en el Capítulo 3.

El tubo se empleó con la combinación Rh/Rh y operado a 27 kVp. Se escogió el campo más pequeño disponible, de $9\text{ cm} \times 9\text{ cm}$ sobre el soporte de la mama. Luego de la colimación propia del mamógrafo, la conformación del haz se realizó con un colimador que consiste en un orificio de 2 mm de diámetro en una lámina de oro cuyo espesor es de aproximadamente $400\text{ }\mu\text{m}$, colocado a unos 50 cm de la fuente y a unos 10 cm del detector. El campo extenso, de $9\text{ cm} \times 9\text{ cm}$, terminó de bloquearse con blindajes adicionales. El detector de imágenes se apoyó sobre el soporte de la mama, quedando su superficie de entrada a 62 cm de la fuente centrado 4 cm de la pared del tórax.

La posición relativa del colimador respecto del detector fue conservada a lo largo de los experimentos empleando un posicionador respecto del cual ambos tenían una ubicación fija. La reproducción de la ubicación del sistema detector-colimador se realizó tomando como referencia el campo luminoso del mamógrafo. En dicha posición, el colimador estuvo centrado en el campo luminoso en el sentido perpendicular ánodo-cátodo y a 4 cm de la pared del tórax. En cada sesión experimental, el detector fue encendido unos 60 minutos antes de comenzar las mediciones a fin de estabilizar la señal de oscuridad.

Hemos considerado objetos dispersores homogéneos: bloques de PMMA de diferentes espesores (t entre 1 y 3 cm) y un dispersor de agua ($t = 2,3\text{ cm}$). En la Figura 4.6 se mostró un esquema conceptual del dispositivo experimental. En la Tabla 4.2 se indican especificaciones sobre los parámetros experimentales más relevantes. En la geometría de adquisición de IT, el dispersor se colocó a pocos centímetros del detector: $dod = 5,105\text{ cm}$ en el caso de los dispersores de PMMA (a excepción del espesor de 3 cm, donde $dod = 4,15\text{ cm}$) y $dod = 2,4\text{ cm}$ en el caso del dispersor de agua. En la

geometría de IT se realizaron n_T adquisiciones con una carga Q de entre 60 mAs y 180 mAs –dependiendo del dispersor– maximizando la amplitud de la señal P detectada y evitando, simultáneamente, la saturación del detector. El tiempo de integración para la adquisición de las imágenes t_T fue escogido de modo tal que la ventana temporal de detección comprenda toda la irradiación y los tiempos de reacción –en la coordinación entre el pulsado del tubo y del detector. Típicamente, t_T fue de alrededor de 6000 ms. Entre cada irradiación se dejó transcurrir un minuto. Con el mismo tiempo de integración t_T , e intercaladas entre las mediciones de IT, se realizaron adquisiciones de no_T imágenes de oscuridad. Más precisamente, cada una de las imágenes de oscuridad corresponde al promedio de 10 adquisiciones, de modo de minimizar las fluctuaciones introducidas por la corrección de campo oscuro.

Tabla 4.2: Parámetros experimentales en las adquisiciones empleadas para la determinación de IT_{exp} e IH_{exp} .

material	t (cm)	dod (cm)	Obtención de IT_{exp}			Obtención de IH_{exp}		
			n_T	no_T	Q_T (mAs)	n_H	no_H	Q_H (mAs)
PMMA	1	5,105	5	4	60	11	3	25
	1,7	5,105	5	3	100	11	3	25
	2 (Exp 1)	5,105	31	8	140	15	4	25
	2 (Exp 2)	5,105	5	2	140	11	3	25
	2,2	5,105	6	2	140	11	2	25
	3	4,15	5	2	180	1	1	25
agua	2,3	2,4	40	9	140	14	4	25

En la geometría de adquisición de IH se registraron imágenes del haz directo, ya que no se interpone el dispersor interpuesto entre la fuente y el detector. Un esquema similar al descrito en el párrafo anterior fue seguido en las mediciones asociadas a la determinación de IH. Se adquirieron n_H imágenes en geometría de IH. La carga Q empleada fue de 25 mA, menor que la empleada al medir IT porque se alcanza más rápidamente la saturación del detector. Debido a la reducción de la carga, y con ello el tiempo que dura la irradiación, el tiempo de integración del detector t_H fue menor al empleado en la medición de IT. Se registraron no_H imágenes de oscuridad (siendo cada una el promedio de 10 adquisiciones) con tiempo de integración t_H e intercaladas entre las mediciones de IH, específicamente destinadas a la corrección de campo oscuro de las imágenes de IH.

A partir de las imágenes crudas adquiridas, se generaron las imágenes IT_{exp} e IH_{exp} . Para ello, el primer paso fue la inspección de cada una de las n_T imágenes adquiridas en geometría IT, las n_H imágenes adquiridas en geometría IH, y las no_T y no_H imágenes de oscuridad adquiridas para los tiempos de adquisición correspondientes. Como se describió en la sección 3.3.2, la inspección inicial basada en el análisis global de las imágenes nos permitió identificar y descartar imágenes afectadas por artefactos durante el proceso de adquisición. Además, la exploración de parámetros globales involucrada

en esta inspección se empleó también para evaluar la constancia de la señal de oscuridad a lo largo del experimento y definir el esquema de corrección de campo oscuro²⁷.

A continuación, se promedió cada grupo de adquisiciones para obtener cuatro imágenes promedio: IH_{prom} , IT_{prom} , OS_{prom}^{IH} y OS_{prom}^{IT} . La corrección de campo oscuro se realizó sustrayendo OS_{prom}^{IH} y OS_{prom}^{IT} de IH_{prom} y IT_{prom} , respectivamente. A la imagen resultante se le aplicó la corrección de píxeles defectuosos, tal como se describió en la sección 3.3.1.

En la Figura 4.9 (a) se muestra una imagen IH_{exp} obtenida. Allí puede observarse la asimetría del haz como un halo luminoso irregular por encima de la señal de radiación primaria. La imagen se muestra en una escala de grises que expande linealmente aquel rango de intensidades que permite resaltar la asimetría (saturando en blanco y negro), donde se pueden entrever dos manchas circulares. La línea amarilla señala el perfil mostrado en la Figura 4.9 (b) en escala semi-logarítmica. Una asimetría similar se observa en IT_{exp} . La posición y forma de dicha asimetría no muestra dependencia con la rotación del colimador o el detector ni con la variación de la tensión, la corriente o el tamaño de campo emitido por el tubo. En cambio, sí se observaron variaciones en la forma y posición de la asimetría al cambiar la combinación ánodo/filtro, al variar de foco grueso a foco fino y con la distancia colimador-detector. Una explicación plausible es la presencia de radiación extrafocal, que se haría más evidente en la geometría de adquisición colimada aquí empleada que en geometrías de campo extenso típicas de imágenes de transmisión. Pueden encontrarse algunos detalles sobre las observaciones mencionadas en el Anexo II.

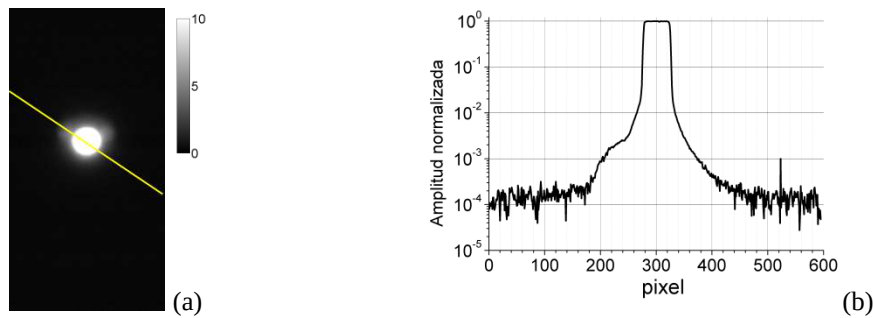


Figura 4.9: (a) IH_{exp} ; (b) perfil de IH_{exp} señalado en (a). Se considera un haz conformado por un colimador de 2 mm de diámetro ubicado a 52 cm de la fuente del mamógrafo.

En la Figura 4.10 se muestra la IT_{exp} con el dispersor de 2 cm de PMMA. En (a) se muestra la imagen en dos escalas de grises. Con la primera escala –lineal a lo largo de todo el rango dinámico del detector (1:4000)– se destaca la región donde predomina la señal P. Con la segunda escala –lineal para bajos niveles de intensidad (1:4)– se observa

²⁷ Si se observan variaciones relevantes en la señal de oscuridad, la corrección se realiza por subgrupos.

un halo donde está la señal D solapada con P. Este solapamiento se observa claramente en el perfil horizontal central mostrado en la Figura 4.10 (b).

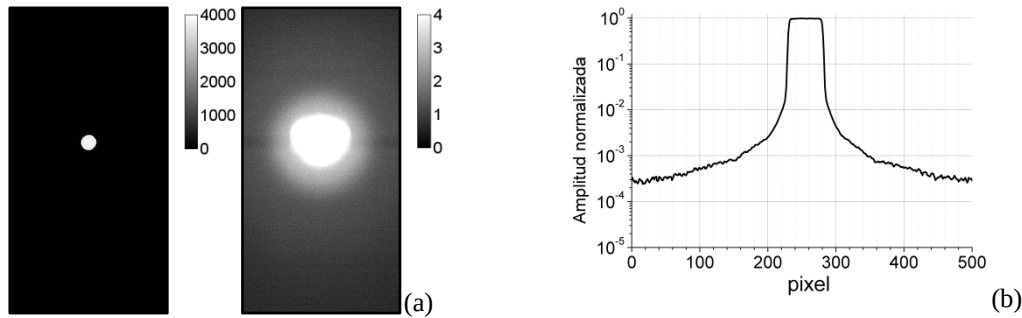


Figura 4.10: Ilustración de una IT experimental. Se considera un haz conformado por un colimador de 2 mm de diámetro a 52 cm de la fuente del mamógrafo, un dispersor de PMMA ($t = 2$ cm) y el detector digital de imágenes ($dod = 5,105$ cm). (a) Imagen en dos escalas de grises lineales dentro del rango indicado. (b) Perfil central de IT normalizado a 1 en el máximo en escala semilogarítmica (filtrado con un promediado de 3 vecinos).

4.3.2 Obtención de la imagen de dispersión

De acuerdo a las consideraciones planteadas, para obtener ID a partir de IT_{exp} e IH_{exp} es preciso:

- linealizar IT_{exp} e IH_{exp}
- estimar los factores de normalización C_1 y C_2
- realizar la sustracción normalizada (4.11)

La operación de linealización se realizó aplicando sobre las imágenes experimentales la inversa de la función cuadrático-lineal $f_{\Psi}: VP = f_{\Psi}(\Psi)$ que modela la respuesta del detector como una función de la fluencia de energía. Sus coeficientes fueron ya presentados en la Tabla 4.1 y pueden encontrarse más detalles en el Anexo I. La Figura 4.11 (a) compara una $IT_{exp}[i,j]$ con la respectiva imagen linealizada $IT'[i,j] = f_{\Psi}^{-1}(IT_{exp}[i,j])$ para una adquisición realizada con un dispersor de PMMA de $t = 2$ cm colocado a $dod = 5,105$ cm del detector irradiado con un haz de rayos X colimado por una apertura de $\rho = 1$ mm de radio a 52 cm de la fuente. En la Figura 4.11 (b) se compara $IH_{exp}[i,j]$ con $IH'[i,j] = f_{\Psi}^{-1}(IH_{exp}[i,j])$ en la misma geometría (sin el dispersor). Todas las curvas corresponden a perfiles horizontales normalizadas a 1 en el máximo. Puede observarse cómo, con la linealización, aumenta la amplitud relativa en la región de bajas exposiciones por fuera de la región donde domina P. La linealización implica también un cambio de unidades en la amplitud de la imagen, que ahora representará una medida de la distribución de fluencia de energía incidente en el detector.

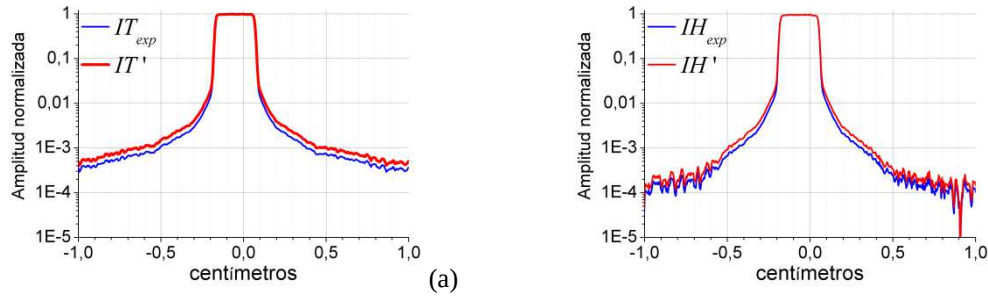


Figura 4.11: Resultado de la linealización sobre IT_{exp} e IH_{exp} . Se comparan (a) IT_{exp} con $IT'[i,j]$ y (b) IH_{exp} con $IH'[i,j]$. Se muestra perfiles horizontales centrados (respecto de P) normalizados al máximo (los perfiles se filtraron con un promediado de 3 vecinos). Se muestra todo el rango del perfil en escala semilogarítmica. El eje horizontal se muestra en centímetros, medidos desde el centro del haz primario.

A continuación describimos la estimación de los coeficientes C_1 y C_2 a partir de los datos experimentales, que fueron definidos a través de las expresiones (4.7) que acá repetimos por comodidad:

$$C_1 = \frac{IH_0}{IT_0 \iint_{det} IH(x,y) dx dy} \quad y \quad C_2 = \frac{1}{\iint_{det} IH(x,y) dx dy}. \quad (4.7)$$

IT_0 e IH_0 representan la amplitud máxima de la señal primaria en cada una de las imágenes y fueron estimados acá como el valor máximo de $IT'[i,j]$ e $IH'[i,j]$ respectivamente. Para reducir la incidencia de las fluctuaciones en las mediciones experimentales, IT_0 e IH_0 se calcularon, más específicamente, como el valor máximo en las imágenes $IT'[i,j]$ e $IH'[i,j]$ luego de suavizarlas con un filtro promedio usando un núcleo de convolución circular de radio 5 píxeles.

La integral en el denominador de ambas expresiones en (4.7) representa la intensidad total de la radiación primaria en ausencia de atenuador. Esta integral fue aproximada por la sumatoria de la intensidad de los píxeles de $IH'[i,j]$. A fin de limitar la distorsión en la estimación de las constantes C_1 y C_2 que pudiera provenir de la presencia de alguna señal de base espuria (por ejemplo, derivada de la inexactitud en la corrección de campo oscuro de IH), decidimos restringir dicha sumatoria sobre un área circular centrada respecto de la proyección del haz sobre el detector de radio $r = 0,8$ cm. Por la baja intensidad de la radiación extrafocal, despreciamos su impacto sobre la estimación del valor de la integral del haz primario (Anexo II).

En la Figura 4.12 se muestra una imagen ID' obtenida por sustracción a través de (4.11). Corresponde a la dispersión proveniente del objeto de PMMA de $t = 2$ cm. En la Figura 4.12 (a), la escala de grises muestra linealmente todo el rango de intensidades presente en la imagen. Allí se observa un realce de los contornos de la región de detección de la radiación primaria que responde a un desplazamiento de la proyección del haz sobre el detector entre las dos imágenes que intervienen en la sustracción. La magnitud del desplazamiento del centro de la mancha de transmisión entre IT e IH fue estimada –a partir del centro geométrico de la misma– a nivel de sub-píxel. Una posible explicación

es la deriva de la mancha focal del tubo de rayos X atribuible al calentamiento del tubo (Hiller et al., por ejemplo, analiza este tipo de fenómeno en el contexto de tomografía computada [121]), aunque no podemos confirmarlo dado que requeriría hacer experimentos diseñados *ad hoc*. Este artefacto se observa también al sustraer dos imágenes IT o dos imágenes IH entre sí, motivo por el cual no nos inclinamos hacia una explicación que involucre una variación en la forma de la proyección del haz primario entre IT e IH (como consecuencia, por ejemplo, del endurecimiento del haz).

En la Figura 4.12 (b), la imagen ID' se muestra en una escala de grises lineal que se expande sobre el rango de intensidades que toma la señal de dispersión propiamente dicha (forzando los valores centrales en negro, para mejor visualización de la dispersión). Puede observarse que permanece una señal residual de la radiación extrafocal que no fue eliminada completamente, aunque sí atenuada, mediante la sustracción de imágenes.

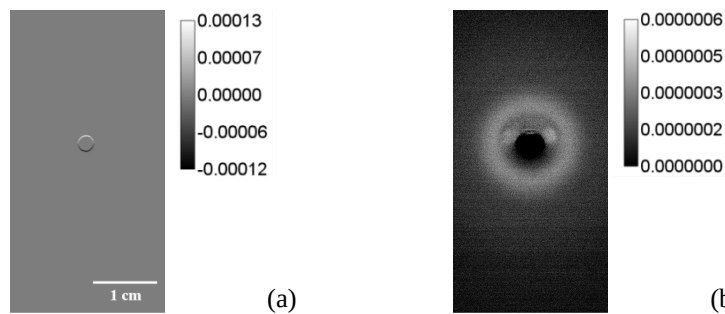


Figura 4.12: ID' mostrada en dos escalas de grises producida por un bloque de $t = 2$ cm de PMMA. $n_T = 31$, $no_T = 8$, $n_H = 15$ y $no_H = 4$.

En la Figura 4.13 se muestran las imágenes de dispersión obtenidas para tres dispersores de PMMA de espesores $t = 1$ cm, $t = 1,7$ cm y $t = 2,2$ cm colocadas a una distancia del detector de $dod = 5,105$ cm. En la Figura 4.14 (a) se muestran las imágenes de dispersión en un objeto también de PMMA de $t = 3$ cm a $dod = 4,145$ cm. Finalmente, en la Figura 4.14 (b) se muestra la imagen de dispersión producida por un objeto compuesto fundamentalmente de agua. Aquí, el dispersor consiste en un recipiente de policarbonato lleno de agua cuyas paredes tienen un espesor de 0,1 cm y delimitan un espacio interno de 2,3 cm en la dirección de irradiación y fue colocado a una distancia $dod = 2,4$ cm.

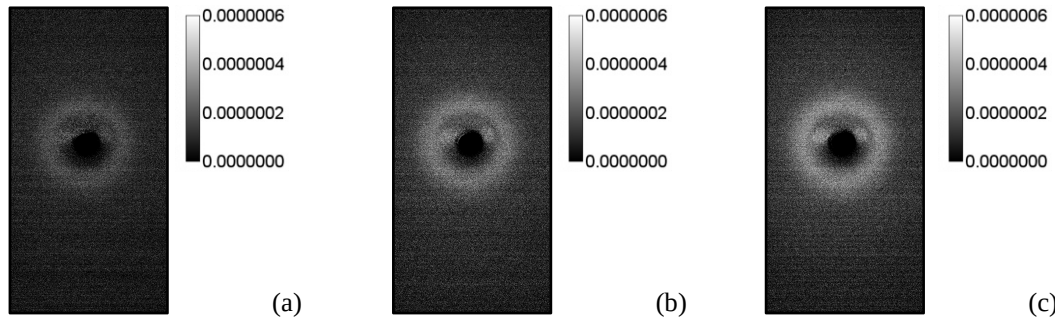


Figura 4.13: ID' experimental (a) PMMA. $t = 1$ cm, $dod = 5,105$ cm. $n_T = 5$, $no_T = 4$, $n_H = 11$ y $no_H = 3$. $Q_T = 60$ mAs, $Q_H = 25$ mAs. (b) PMMA. $t = 1,7$ cm, $dod = 5,105$ cm. $n_T = 5$, $no_T = 3$, $n_H = 11$ y $no_H = 3$. $Q_T = 100$ mAs, $Q_H = 25$ mAs. (c) PMMA. $t = 2,2$ cm, $dod = 5,105$ cm. $n_T = 6$, $no_T = 2$, $n_H = 11$ y $no_H = 2$. $Q_T = 140$ mAs, $Q_H = 25$ mAs.

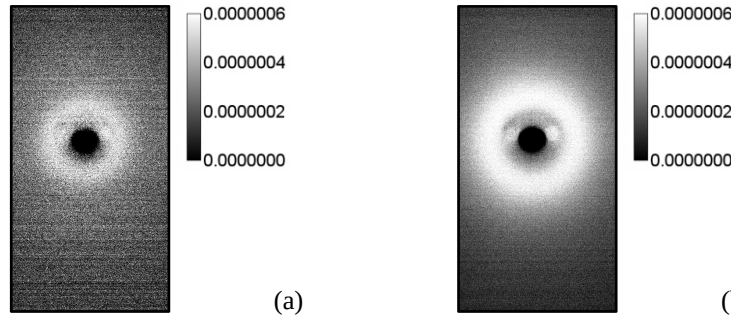


Figura 4.14: ID' experimental. (a) PMMA. $t = 3$ cm, $dod = 4,15$ cm. $n_T = 5$, $no_T = 2$, $n_H = 1$ y $no_H = 1$. $Q_T = 180$ mAs, $Q_H = 25$ mAs. (b) Agua ($t = 2,3$ cm) en contenedor (pared de espesor 0,1 cm), $dod = 2,4$ cm. $n_T = 40$, $no_T = 9$, $n_H = 14$ y $no_H = 4$. $Q_T = 140$ mAs, $Q_H = 25$ mAs.

4.3.3 Análisis de la repetibilidad y reproducibilidad

Las imágenes de dispersión ID están sujetas a fluctuaciones derivadas del ruido estocástico en las imágenes IT e IH . Se trata fundamentalmente de ruido electrónico y ruido cuántico de acuerdo a lo analizado en el Capítulo 3. Las fluctuaciones en ID pueden aproximarse por:

$$\sigma_{ID}^{estoc} \approx \frac{\sqrt{2\alpha + \beta(IT + IH)}}{\iint_{det} IH(x, y) dx dy}, \quad (4.12)$$

donde hemos propagado a través de (4.11) la varianza $\sigma_I^2 \cong \alpha + \beta I$ en una imagen con exposición I –asumiéndolo válido tanto para IT como para IH –, habiendo aproximado $IT_0 \approx IH_0$ y despreciando el incremento en la varianza del ruido electrónico proveniente de la corrección de campo oscuro. Los coeficientes α y β , están asociados a la contribución del ruido electrónico y del ruido cuántico respectivamente, fueron estimados en unidades de kerma en el análisis de varianza del ruido estocástico y pueden convertirse a fluencia de energía de acuerdo a lo señalado en la nota al pie²⁴, $\alpha \approx 1,6 \times 10^9 \text{ keV}^2 \text{ mm}^{-4}$ y $\beta \approx 1,7 \times 10^3 \text{ keV mm}^{-2}$.

Podemos escribir (4.12) también en términos de ID e IH usando (4.6). Luego,

despreciando la contribución de la radiación dispersa al ruido cuántico:

$$\sigma_{ID}^{estoc} \approx \frac{\sqrt{2(\alpha + \beta IH)}}{\iint_{det} IH(x,y) dx dy}. \quad (4.13)$$

En las regiones donde la amplitud de IH sea suficientemente pequeña tal que $IH \ll \alpha / \beta$, el ruido en ID está determinado esencialmente por la contribución del ruido electrónico:

$$\sigma_{ID}^{estoc} \approx \sigma_{ID}^{elect} \approx \frac{\sqrt{2\alpha}}{\iint_{det} IH(x,y) dx dy} \approx 1 \times 10^{-7} \quad (4.14)$$

donde las estimación cuantitativa la hemos hecho aproximando $\iint_{det} IH(x,y) dx dy \approx \pi \left(\frac{\rho}{A}\right)^2 f_{\Psi}^{-1}(2^b)$, con ρ el radio de la sección transversal del haz ($\approx 0,1$ cm), A el tamaño del pixel ($= 0,0048$ cm), b la resolución en profundidad ($= 12$ bits) y $f_{\Psi}^{-1}(2^{12}) \approx 10^8$ keV mm⁻² la fluencia máxima en la proyección del haz primario.

Por el contrario, si $IH > \alpha / \beta \approx 10^6$ keV mm⁻² (equivalente a DAK ≈ 10 mGy, de acuerdo a la conversión de la nota al pie²⁴), entonces el ruido cuántico asociado a la detección la radiación primaria es predominante. Podemos deducir del perfil de IH' mostrado en la Figura 4.11 (b) –recordando que el mismo está normalizado a la intensidad máxima de la radiación primaria del orden de 10^8 keV mm⁻²– que en la geometría implementada esta situación se dará para distancias menores a 0,25 cm medidas desde el centro de la proyección del haz.

En la Figura 4.15 se muestra el coeficiente de variación CV en el valor de los pixeles de la ID para el dispersor de $t = 2$ cm generada a partir de una IT y una IH. El CV se calcula como el cociente porcentual entre la desviación estándar y la media de valor de los pixeles de la imagen que caen dentro de un anillo de ancho $A = 0,0048$ cm (tamaño del pixel). Los anillos se definen concéntricos respecto del centro del haz primario. Se ha considerado sólo la parte inferior de la imagen ID para reducir el impacto de las variaciones sistemáticas asociadas con la asimetría del haz –aprovechando que la radiación extrafocal que la explica se concentra por encima del haz primario–. Se muestra el CV solo para aquellas distancias radiales $r > 0,25$ cm. Si bien el número de pixeles dentro del anillo varía radialmente, en todo el intervalo radial analizado se satisface para la cantidad de pixeles dentro del anillo $N_{pix} > \left(\frac{\sigma}{\sigma_{ID}^{elect}}\right)^2$. Por lo tanto, por construcción del dato, vamos a despreciar el impacto de la cantidad de pixeles considerados en cada anillo en las variaciones radiales observadas en el CV.

La variación radial del CV se relaciona tanto con la variación radial del valor medio de la intensidad de la señal de dispersión detectada como con la variación radial de las componentes del ruido cuántico, consecuencia de la geometría colimada en la adquisición de IT e IH. La curva azul en la Figura 4.15 muestra el CV para una ID

obtenida empleando una única IT y una única IH. Cerca del haz primario, se incrementa la señal detectada tanto en IT como en IH, con predominancia de la radiación primaria. En consecuencia, ocurren simultáneamente dos cosas. Por un lado, la señal de dispersión se hace más débil y, por otro lado, aumenta el ruido cuántico. Esto explica los grandes valores que alcanza CV estimado para radios cercanos a 0,25 cm. En cambio, lejos del haz primario el CV en ID se explica fundamentalmente por el ruido electrónico, estimado en $\approx 10^{-7}$ por (4.14). Este valor es, como puede observarse en la Figura 4.12 (b), del mismo orden que la señal de dispersión, explicando el CV de aproximadamente 100 %.

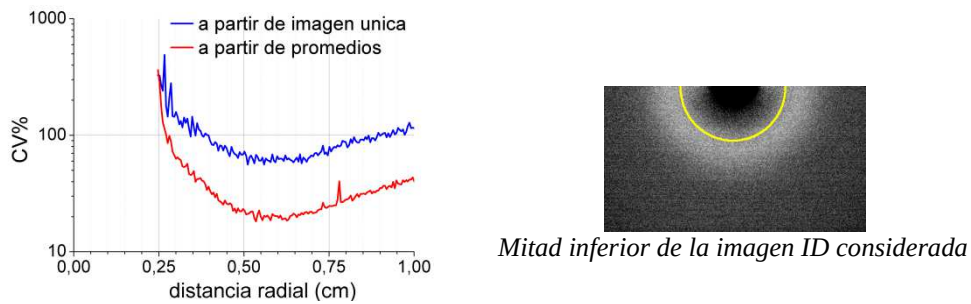


Figura 4.15: Se muestra el CV% dentro de anillos de ID. La curva azul corresponde al CV en una ID obtenida a partir de una única IT y una única IH ($n_T = no_T = n_H = no_H = 1$). La curva roja corresponde al CV en una ID obtenida a partir de todos los datos experimentales medidos ($n_T = 31$, $no_T = 8$, $n_H = 15$ y $no_H = 4$).

El empleo de varias imágenes IT e IH promediadas –así como también de imágenes de oscuridad– contribuye a la disminución de las componentes estocásticas del ruido en ID aproximadamente en un factor que es inversamente proporcional a la raíz de la cantidad de imágenes promediadas, tal como se verifica al comparar la curva azul con la curva roja para la ID obtenida empleando la totalidad de los datos disponibles, mostrada también en la Figura 4.15.

Aprovechando la simetría de ID, representamos la señal de dispersión a través de su histograma radial con el objeto de reducir las fluctuaciones derivadas del ruido aleatorio. La estimación del centro geométrico se realiza sobre IH_{exp} e IT_{exp} de forma independiente²⁸ y se observan diferencias a nivel de subpixel entre ambos centroides, por lo que no se considera una fuente de error relevante. Para evitar distorsión en el histograma radial de ID debido a las asimetrías del haz, construimos el histograma a partir de la parte inferior de ID (posteriormente se aplicó el factor 2 para compensar la

²⁸ La estimación del centro geométrico en IH_{exp} e IT_{exp} se realizó a través de la siguiente secuencia de operaciones: 1) binarización de la imagen mediante un umbral simple (llevando a 1 aquellos píxeles cuya intensidad es superior al 25 % del máximo y a 0 el resto), con lo que se minimiza la influencia de asimetrías del haz, componente de dispersión, etc.; 2) extracción del contorno (mediante operación morfológica que lleva a 0 aquellos píxeles cuya vecindad de 4 toma el valor de 1); 3) extracción de coordenadas del contorno y ajuste de una elipse. El centro de la elipse ajustada fue tomado como el centro geométrico de la mancha de radiación primaria.

amplitud). Al trabajar con hemi-histogramas radiales en lugar de trabajar con imágenes ID esperamos un aumento de la relación señal-ruido en un factor $\sqrt{\pi r/A}$. La Figura 4.16 muestra un histograma de la ID producida por 2 cm de PMMA dentro del intervalo radial $0,25 \text{ cm} < r < 1 \text{ cm}$. Dentro del intervalo radial considerado, $12 < \sqrt{\pi r/A} < 26$. En la construcción de ID se han considerado todas las IT e IH medidas. Para estimar empíricamente la relación señal ruido en el histograma, tomamos como medida del ruido a la diferencia entre la curva y una versión suavizada de la misma —empleando un filtro Savitzky-Golay²⁹ (de longitud 50 y orden 2)—. Asumimos que la varianza del ruido equivale a la varianza de las diferencias, de aproximadamente 1×10^{-11} para el caso mostrado en la Figura 4.16. Considerando la amplitud máxima del histograma ($\approx 2,5 \times 10^{-4}$), estimamos la relación señal-ruido como $2,5 \times 10^{-4} / \sqrt{1 \times 10^{-11}} \approx 80$.

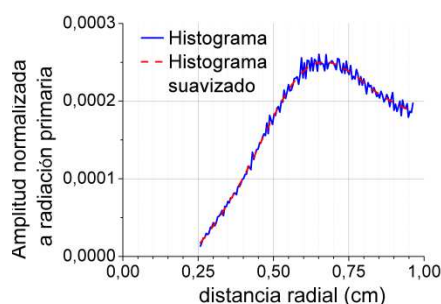


Figura 4.16: Histograma de ID (PMMA, $t = 2 \text{ cm}$) en la región $0,25 \text{ cm} < r < 1 \text{ cm}$. Se compara con la curva suavizada con la que fue contrastado para estimar la relación señal-ruido en ≈ 80 .

Además de la reducción de las componentes de ruido aleatorio, la construcción de la imagen de dispersión a partir de múltiples imágenes IT, IH o de oscuridad permite detectar artefactos en las imágenes así como identificar y tratar las derivas en la señal de oscuridad, tal como fuera señalado en el Capítulo 3. La Figura 4.17 ilustra las inexactitudes que pueden ocurrir por la deriva instrumental. Allí se muestran tres histogramas radiales de tres imágenes ID obtenidas a partir de distintos conjuntos de imágenes (IT, IH y OS) adquiridas en una misma sesión experimental. En verde se muestra el histograma de la ID obtenida a partir de una IT, una IH corregidas por campo oscuro empleando una imagen de oscuridad (promedio de 10 adquisiciones) registrada dentro de un lapso temporal de uno o dos minutos en cada caso. En el caso de la curva verde, se emplearon la primera IT e IH adquirida en la serie de adquisición. La curva roja también fue obtenida a partir de una única IT y una única IH con similar esquema de corrección de oscuridad, pero en este caso se emplearon las últimas de cada serie. En ambos casos, el tiempo transcurrido entre la adquisición de la IT y la IH es de

²⁹ El filtro Savitzky-Golay (sg) tiene la capacidad de eliminar adecuadamente el ruido sin afectar las componentes de alta frecuencia presente en la señal. En comparación con un filtro de promedio entre vecinos, observamos un mejor desempeño. La remoción de las fluctuaciones estadísticas presentes en la señal con un filtro promedio requiere una gran cantidad de puntos, lo que puede conducir a la degradación de la forma de los picos del patrón.

aproximadamente una hora (ya que primero se lleva a cabo la adquisición de la serie de ITs y luego de la serie de IHs). No se realiza ningún ajuste del dispositivo experimental entre las mediciones a partir de las cuales se construye una u otra curva (a excepción del retiro del dispersor para medir IH, acción que afecta idénticamente a ambas). Por lo tanto, la única explicación para las diferencias entre ambas curvas es la deriva del comportamiento del instrumental, presumiblemente la variación de la señal de oscuridad (la variación de la intensidad promedio de la señal de oscuridad a lo largo de la serie de adquisición de IT se corresponde a la representada en la Figura 3.5 (d)). La curva azul es el histograma radial de la ID obtenida por el promedio de todas las imágenes IT e IH registradas, en cuyo caso la corrección por campo de oscuridad se realizó por sustracción del promedio de todas las imágenes de oscuridad registradas regularmente a lo largo de la adquisición de la serie, a excepción de una imagen de oscuridad en la que se identificó señal residual de la adquisición anterior de IT. Consideramos que la deriva del comportamiento del detector, en particular de la señal de oscuridad, podría constituir uno de los factores que afecten la correcta identificación de la amplitud de los patrones de dispersión.

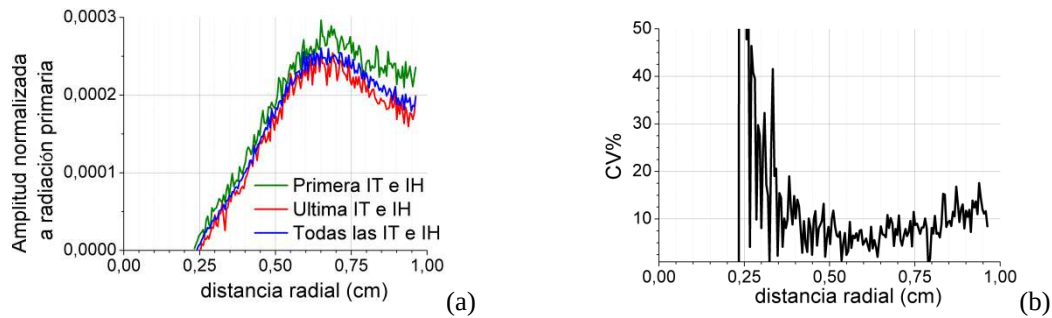


Figura 4.17: (a) Histogramas de tres IDs obtenidas a partir de adquisiciones realizadas en la misma sesión experimental. (b) Coeficiente de variación entre los histograma de ID obtenidas con únicas IT e IH (curvas verdes y roja en (a)), estimado para $r > 0,25$ cm como $CV = 100 \% \times |Prim-Últ|/(Prim+Últ)$.

La Figura 4.18 compara el histograma radial obtenido en dos experimentos diferentes, realizados con una separación temporal de 40 días. El coeficiente de variación punto a punto entre los dos histogramas radiales toma valores menores al 16 % para radios mayores a 0,25 cm y menores al 4 % para radios mayores a 0,5 cm, donde se encuentra el pico máximo del histograma. Esta variación se explica fundamentalmente por el ruido aleatorio –y en particular el electrónico lejos del haz primario– en los histogramas radiales comparados.

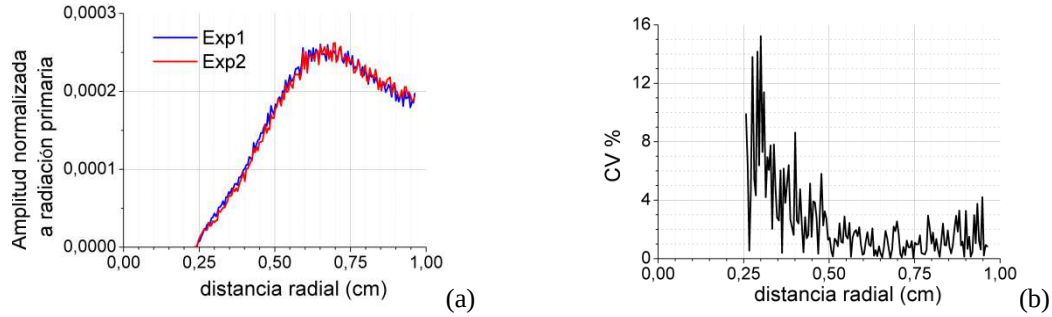


Figura 4.18: Reproducibilidad. (a) En azul, el histograma de la ID' mostrada en la Figura 4.12 (Exp1: $n_T = 31$, $no_T = 8$, $n_H = 15$ y $no_H = 4$). En rojo, el histograma de la ID' obtenida a partir de mediciones realizadas 40 días después (Exp2: $n_T = 5$, $no_T = 2$, $n_H = 11$ y $no_H = 3$). En ambos casos se utilizó PMMA, $t = 2$ cm, $\Delta r = 48$ μ m. (b) Coeficiente de variación entre ambos experimentos, estimado para $r > 0,25$ cm como $CV_{12} = 100 \% \times |Exp_1 - Exp_2| / (Exp_1 + Exp_2)$.

4.4 Obtención del patrón de dispersión

La imagen de dispersión obtenida en la sección precedente comprende todas las componentes de dispersión, tanto simple como múltiple. En esta sección completamos la obtención del patrón de dispersión a partir de los histogramas radiales de la imagen de dispersión mediante sustracción de la dispersión múltiple. El uso de un haz polienergético junto con un detector incapaz de resolver en energía hace impracticable una discriminación basada en la energía del fotón detectado (tal como propone, por ejemplo, Thran et al. [122]). Tampoco es posible una estrategia de limitación geométrica, ya que un sistema de colimación que bloquee la incidencia de la radiación múltiple también bloquearía la dispersión simple que buscamos registrar. Para aislar la dispersión simple recurrimos, entonces, a modelarla a partir de simulaciones MC. Las simulaciones se realizan considerando que el detector se comporta como un integrador de energías ideal y los eventos que contribuyen a cada una de las componentes de la dispersión se discriminan a partir del análisis de la historia de cada fotón que inciden en el detector.

4.4.1 Aproximación de la componente de dispersión múltiple

La distribución radial de la fracción de dispersión múltiple –bajo las configuraciones experimentales consideradas– presenta un comportamiento que puede describirse por una función lineal en r . La Figura 4.19 (a) muestra el histograma radial de la componente de dispersión múltiple en ID obtenida por simulaciones MC para diferentes espesores de PMMA, con $dod = 5,105$ cm dentro del intervalo radial $r < 1$ cm. Las amplitudes de la dispersión múltiple que se observan en la Figura 4.19 están, como en ID, normalizadas respecto de la intensidad total de la radiación primaria. Conociendo los coeficientes de la función lineal que describe la distribución radial de la componente de dispersión múltiple es posible sustraerla del histograma de ID y obtener así el patrón de dispersión. En la siguiente sección, realizamos la corrección de la dispersión múltiple

empleando los coeficientes de la función lineal obtenidos mediante un ajuste de los resultados de las simulaciones MC.

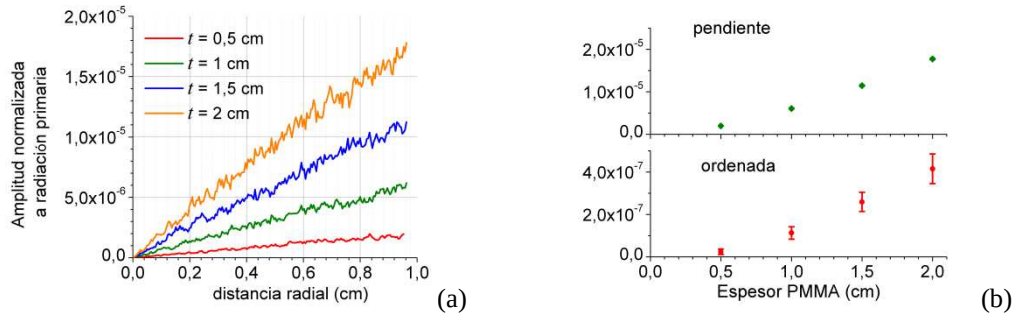


Figura 4.19: (a) Distribución radial de la fracción de dispersión múltiple que compone a ID, obtenida por simulaciones MC para diferentes espesores de PMMA ($\Delta r = 48 \mu\text{m}$, $dod = 5,105$ cm, Rh/Rh-27 kVp, $\rho = 1$ mm). Los ajustes lineales a cada uno de los conjuntos de datos no se muestran en la figura para una visualización más clara de los datos simulados. (b) Parámetros del ajuste lineal de la componente de dispersión múltiple para los espesores considerados en (a). R^2 de 0,972, 0,985, 0,989, y 0,990 para 0,5 cm, 1 cm, 1,5 cm y 2 cm, respectivamente.

Señalamos asimismo que la regularidad en la variación de los coeficientes del ajuste con el espesor de PMMA (como se observa en la Figura 4.19 (b)) sugiere que podrían estimarse los coeficientes para espesores no simulados a partir de las medidas experimentales. Aún más, la intensidad total de la fracción de dispersión múltiple muestra una dependencia respecto de la intensidad total de la fracción de dispersión – considerando todas componentes– que podría ser explotada en el modelado de la dispersión múltiple prescindiendo de la consideración de cualidades del dispersor. Esto se observa en la Figura 4.20. En el eje vertical se representa la fracción de dispersión múltiple, estimada como la integral de los ajustes lineales a la fracción de dispersión múltiple entre $r = 0$ y $r = 1$ cm (que equivale a la suma de la pendiente y la ordenada). En el eje horizontal se representa la fracción de dispersión total, estimada como la integral de los histogramas radiales de ID (obtenidos por simulaciones MC). Cada serie de color está asociada a una dod (5,105 cm, 4,145 cm o 2,4 cm) y una composición del dispersor (agua y PMMA). Los puntos de una misma serie corresponden a diferentes espesores del dispersor (entre 0,5 cm y 3 cm), que se señalan en la etiqueta del punto. Si bien el conjunto de datos es restringido, la regularidad observada sugiere la posibilidad de estimar la fracción de dispersión múltiple a partir de la fracción de dispersión total medida experimentalmente.

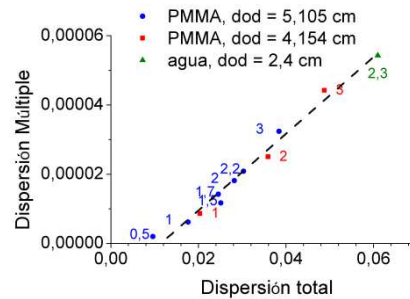


Figura 4.20: Eje vertical: intensidad total de dispersión múltiple normalizada a la radiación primaria estimada a partir de la integral de la recta que describe la función radial. Eje horizontal: integral bajo el histograma radial de ID. Ambos datos se estiman a partir de simulaciones MC, para diferentes configuraciones entre las que se encuentran los casos experimentales. Se observa una regularidad entre ambas magnitudes para el conjunto de casos analizados. Las etiquetas indican el espesor del dispersor considerado (en cm). En la leyenda se indica el material y la distancia objeto-detector.

4.4.2 Patrón de dispersión para diferentes objetos dispersores

En esta sección se muestran los patrones de dispersión obtenidos experimentalmente tras sustracción de la componente múltiple modelada por una función lineal de dicha componente obtenida por simulación MC. Las condiciones de adquisición fueron señaladas ya en la Tabla 4.2.

Los resultados experimentales se presentan comparados con las simulaciones MC. En la Figura 4.21 se muestran los resultados obtenidos para dispersores de PMMA con espesores de $t = 1$ cm, $t = 1,7$ cm, $t = 2$ cm y $t = 2,2$ cm a una distancia del detector de $dod = 5,105$ cm. En la Figura 4.22 se muestran los resultados obtenidos con un dispersor de PMMA de espesor $t = 3$ cm con $dod = 4,15$ cm. Finalmente, en la Figura 4.23 se muestran los resultados obtenidos para el dispersor de agua de espesor $t = 2,3$ cm con $dod = 2,4$ cm en un contenedor con paredes de espesor 0,1 cm. En las simulaciones, hemos considerado que el material del contenedor es PMMA.

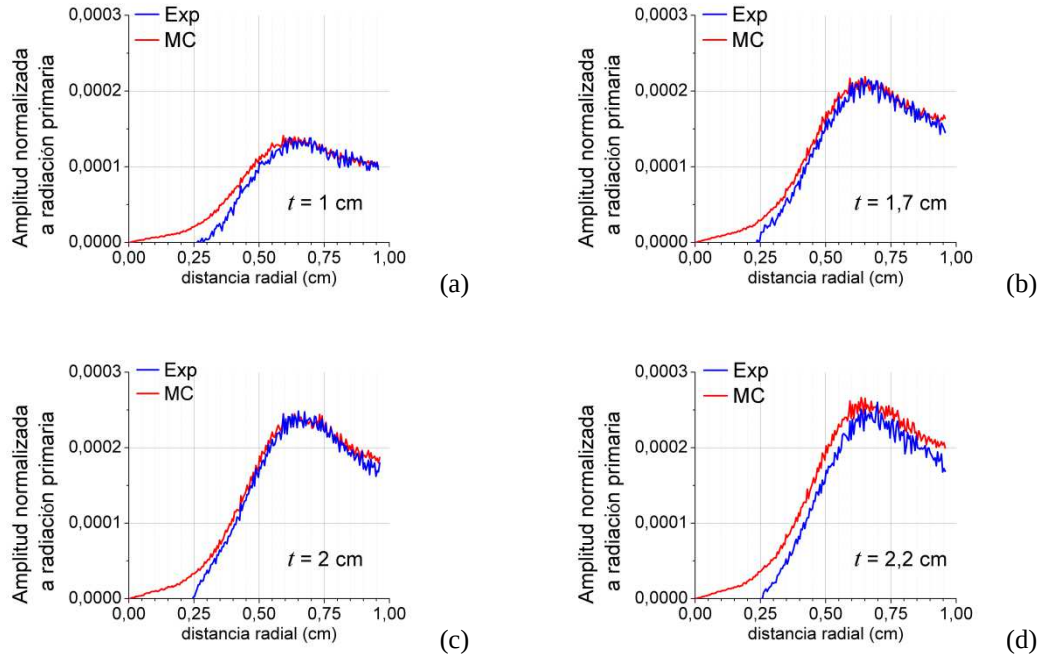


Figura 4.21: Patrones de dispersión. $\Delta r = 48 \mu\text{m}$. Comparación entre experimento y MC (a) $t = 1 \text{ cm}$, $dod = 5,105 \text{ cm}$. $n_T = 5$, $no_T = 4$, $n_H = 11$ y $no_H = 3$. $Q_T = 60 \text{ mAs}$, $Q_H = 25 \text{ mAs}$. (b) PMMA. $t = 1,7 \text{ cm}$, $dod = 5,105 \text{ cm}$. $n_T = 5$, $no_T = 3$, $n_H = 11$ y $no_H = 3$. $Q_T = 100 \text{ mAs}$, $Q_H = 25 \text{ mAs}$. (c) PMMA. $t = 2 \text{ cm}$, $dod = 5,105 \text{ cm}$. $n_T = 31$, $no_T = 8$, $n_H = 15$ y $no_H = 3$. $Q_T = 140 \text{ mAs}$, $Q_H = 25 \text{ mAs}$. (d) PMMA. $t = 2,2 \text{ cm}$, $dod = 5,105 \text{ cm}$. $n_T = 6$, $no_T = 2$, $n_H = 11$ y $no_H = 2$. $Q_T = 140 \text{ mAs}$, $Q_H = 25 \text{ mAs}$.

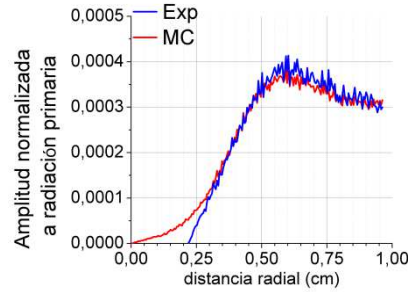


Figura 4.22: Patrones de dispersión $\Delta r = 48 \mu\text{m}$. Comparación entre experimento y MC. PMMA. $t = 3 \text{ cm}$, $dod = 4,15 \text{ cm}$. $n_T = 5$, $no_T = 2$, $n_H = 1$ y $no_H = 1$. $Q_T = 180 \text{ mAs}$, $Q_H = 25 \text{ mAs}$.

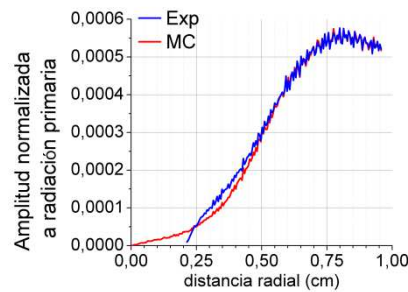


Figura 4.23: Patrones de dispersión. $\Delta r = 48 \mu\text{m}$. Comparación entre experimento y MC. Agua ($t = 2,3 \text{ cm}$) en contenedor (pared de espesor $0,1 \text{ cm}$), $dod = 2,4 \text{ cm}$. $n_T = 40$, $no_T = 9$, $n_H = 14$ y $no_H = 4$. $Q_T = 140 \text{ mAs}$, $Q_H = 25 \text{ mAs}$.

4.5 Discusión

Las mediciones presentadas en este capítulo estuvieron orientadas a explorar la posibilidad de identificar el patrón de dispersión bajo condiciones mamográficas. Este condicionamiento implica esencialmente el empleo de una fuente polienergética y un detector digital de imágenes. Empleamos en particular el tubo de rayos X de un mamógrafo Senographe DMR de General Electric –con la combinación ánodo/filtro Rh/Rh y operado a 27 kVp– y un detector digital de imágenes portátil –RadEye1 EV, Teledyne Rad-Icon Imaging Corp–. Logramos mediciones cuantitativas del patrón de dispersión producido por objetos homogéneos compuestos por agua y por PMMA de espesores de entre 1 y 3 cm.

Hemos implementado un esquema de adquisición en que la radiación primaria se detecta conjuntamente con la radiación dispersa en lo que denominamos imagen de transmisión IT. En este esquema, limitamos las exposiciones del objeto dispersor para garantizar que el detector no sature en la región donde se detecta la radiación primaria. Suponemos que en este esquema logramos la identificación de la forma de la proyección del haz primario con buena exactitud, habilitando la sustracción del mismo de IT mediante el modelado del haz primario a través de una medición independiente del mismo (en la misma geometría pero retirando el dispersor). Este esquema de adquisición hace al patrón de dispersión suficientemente accesible con equipamiento sencillo y disponible en cualquier centro de imágenes.

La medición cuantitativa de la radiación primaria habilita la cuantificación de la amplitud del patrón de dispersión a través de una normalización respecto de la intensidad total del haz primario. Una ventaja derivada de esta normalización es que la amplitud del patrón de dispersión contiene información acerca de las características atenuantes del objeto dispersor. En consecuencia, y tal como se desprende de los resultados, el patrón de dispersión es significativamente diferente entre objetos muy similares, siendo ejemplo de ello la comparación de patrones de dispersión para objetos de diferentes espesores de PMMA en la Figura 4.21.

Limitar la exposición por la intensidad de la radiación primaria detectada puede ser –para espesores pequeños– un limitante de la relación señal-ruido. En esos casos, podrían implementarse esquemas de adquisición alternativos, realizando una medición independiente de la radiación primaria. Pero para espesores clínicos, evitar la saturación del detector puede no representar una limitación práctica. Por ejemplo, para un objeto de 5 cm irradiado con un haz Rh/Rh-27 kVp, la fracción de dispersión simple respecto de la radiación primaria es aproximadamente un 50 % mayor que para 1 cm de agua (tal como puede deducirse de la Figura 4.4 (a)). Pero para alcanzar la mitad de la intensidad de la radiación primaria, es necesario una exposición aproximadamente 8 veces superior ($\approx \frac{1}{2} e^{4\mu}$, con $\mu \approx 0,7 \text{ cm}^{-1}$). Bajo las condiciones experimentales empleadas en esta

tesis, esto correspondería a una carga de 400 mAs aproximadamente. Al aumentar el espesor del dispersor, sería entonces más conveniente aumentar también la energía del haz incidente.

En las mediciones presentadas en esta tesis, se emplearon distancias objeto-detector de pocos centímetros debido al uso de un detector portátil de área activa pequeña. Distancias mayores permiten un mayor apartamiento de los fotones del haz primario y no hubiesen sido registrados los picos principales de la señal de dispersión en el detector. Obviamente, el incremento de la distancia también disminuye la intensidad de la radiación dispersa detectada. Entonces, las pequeñas distancias consideradas implican una ventaja –mayor intensidad– y una desventaja –menos separación en el plano de detección entre la señal primaria y la dispersa–. Las condiciones geométricas, aunadas a la resolución espacial limitada del detector, llevan a un solapamiento entre D y P. Esto ha sido en buena medida resuelto mediante la determinación indirecta del patrón de dispersión a partir de la diferencia entre imágenes adquiridas con y sin el dispersor.

Los patrones de dispersión fueron obtenidos mediante los siguientes pasos:

1. medición directa de IT_{exp} e IH_{exp}
2. linealización de las imágenes
3. estimación de los factores de normalización a partir de las imágenes linealizadas
4. obtención de la imagen de dispersión mediante sustracción normalizada
5. construcción del histograma radial de la imagen de dispersión
6. sustracción de la componente de dispersión múltiple (modelada por MC)

La linealización de las imágenes se ha realizado empleando un ajuste cuadrático-lineal para la STP redefinida en términos de la fluencia de energía Ψ . Esta redefinición elimina la dependencia de la ganancia del detector con distribución espectral que incide sobre el detector, que fue observada cuando la STP se definió en términos de DAK (en el Capítulo 3). Esto podría explicarse por una baja dependencia de la eficiencia de conversión del detector con la energía, dentro del intervalo de energías presentes en los espectros mamográficos. Por ese motivo, se consideró más adecuado para linealizar imágenes como IT, en las que la variación de la energía de los fotones que la conforman presenta una clara correlación espacial sobre la superficie del detector (Figura 4.2).

Cabe señalar que la señal de dispersión que incide sobre el detector corresponde a intensidades 10 veces menor a la mínima exposición del rango de exploración experimental de la STP. En consecuencia, la linealización realizada presupone tanto la validez del ajuste cuadrático-lineal, como la independencia de la ganancia con la calidad del haz, en la región de exposiciones en la que no se alcanzó a explorar experimentalmente el comportamiento del detector.

La estimación de IT_0 e IH_0 , a partir de las imágenes IT_{exp} e IH_{exp} linealizadas suavizadas, implica suponer despreciable la presencia de radiación dispersa en la región donde la

radiación primaria es máxima y en una vecindad del tamaño del núcleo de convolución empleado en el suavizado (en nuestra implementación, una vecindad circular de radio 5 píxeles). Esta aproximación estará satisfecha, tal como puede deducirse de la Figura 4.5, dentro de un margen de error de aproximadamente 0,01 %. Implica también despreciar los efectos de volumen parcial en la limitación de la recuperación de la amplitud de la señal –que dependerán tanto del perfil del haz primario incidente como de la resolución espacial del detector–. Esperamos que esta limitación esté debajo del 2 % para el haz de radio $\rho = 1$ mm (de acuerdo a los efectos de la resolución del detector analizadas en el Capítulo 3) y, a su vez, puede parcialmente compensarse en el cociente IH_0/IT_0 . La exactitud en la estimación de las constantes de normalización está sujeta también a que las inexactitudes en la corrección de oscuridad sean despreciables, fundamentalmente en la integración de la radiación primaria. Así mismo, hemos despreciado los efectos derivados de la radiación extrafocal y del *aliasing*.

La relación señal-ruido es del orden de la unidad en la imagen de dispersión ID cuando se emplea una sola imagen IT e IH bajo las condiciones consideradas en este capítulo. Pero el promediado de varias imágenes IT e IH, así como la integración sobre anillos radiales para construir el histograma, permite reducir la incidencia del ruido aleatorio y obtener relaciones señal-ruido un orden de magnitud mayor, que se refleja en la buena reproducibilidad de la metodología de medición para los patrones de dispersión propuesta. En este sentido, es preciso señalar que la adquisición de múltiples imágenes permite también identificar la presencia de artefactos y reducir los efectos de la deriva de la señal de oscuridad, siendo que ambos factores limitan la correcta identificación de la amplitud de los patrones de dispersión.

Se observó también una limitación del esquema de adquisición propuesto y con el equipamiento empleado para detectar la señal de dispersión a radios menores a 0,25 cm. En esa región, las simulaciones predicen la presencia de radiación dispersa de baja intensidad que no logramos registrar en nuestros experimentos. La depresión de los patrones de dispersión medidos a distancias radiales cortas sugiere una sobreestimación de la radiación primaria en IT cuando se modela por IH. Esto puede deberse a una combinación de varios factores. En primer lugar, que en la estimación de los factores de normalización, que se aplican previo a la sustracción, estamos despreciando la presencia de radiación dispersa en el centro del haz y podríamos con esto estar introduciendo un sesgo que se hace notable justamente en la región del patrón de dispersión más cercana al haz primario. Otro factor que podría afectar a la capacidad de detectar la señal de dispersión en esa región –donde el solapamiento es mayor– son las suposiciones subyacentes a la linealización aplicada, especialmente la suposición de invariancia de la ganancia con la calidad del haz. Finalmente, la deriva de la proyección del haz ilustrada en la Figura 4.12 (a) podría también introducir imprecisiones en el modelado de la radiación primaria en IT por IH y, por tanto, en el histograma radial de ID a radios

pequeños. Probablemente, el factor más relevante sea el incremento del ruido cuántico –asociado a la detección de la radiación primaria que contribuye al ruido pero no a la señal– en una región donde la intensidad de la señal de dispersión es muy baja.

Podrían evaluarse diferentes alternativas del esquema de detección tendientes a reducir el solapamiento. La estrategia más simple consistiría en la reducción de la sección transversal del haz o el incremento de la distancia objeto-detector. Ambos factores conducen también a una reducción de la intensidad de la señal de dispersión, por lo que no resultan convenientes con nuestro detector.

La contribución de la dispersión múltiple es menor al 1 % para los objetos dispersores considerados en este capítulo y aumenta con el espesor de los objetos. Si bien acá no se ha planteado un modelo general para la contribución de la dispersión múltiple, sí notamos que –sobre la base de su débil dependencia con el ángulo de dispersión– su distribución en el histograma radial de la imagen de dispersión se puede modelar como una funcional lineal en r para la geometría experimental implementada. Podría ser necesario un polinomio de grado mayor si se aumentara la distancia objeto-detector o se empleara un detector de mayor superficie. Si bien es preciso realizar un estudio más exhaustivo, los resultados numéricos sugieren que la intensidad total de la dispersión múltiple podría ser estimada a partir de la intensidad total de la señal de dispersión total, es decir, el área bajo el histograma radial de ID medido.

En general, la señal de dispersión coherente es reportada –en la bibliografía, por ejemplo, Cunha et al. [48], Landheer y Johns [46]– como curvas en función del momento transferido o como imágenes asociadas a un dado momento transferido o rango angular. En cambio, los patrones de dispersión medidos en esta tesis fueron presentados como una función de la distancia radial r . El radio r del anillo no está relacionado de forma unívoca con el momento transferido de los fotones que en él se detectan. Son varios los factores que contribuyen al ancho de la distribución de momentos a un dado r , que han sido ya analizados en otros trabajos como fuentes de incertidumbre en mediciones de dispersión coherente [18][123]. Uno de ellos es el uso de un haz polienergético y un detector que no resuelve energías. Si la dispersión detectada en un anillo de radio r proviniese de un único punto dispersor, entonces el ángulo de dispersión es único. Pero –de acuerdo a (1.3)– el momento transferido puede estar comprendido dentro de un intervalo $\Delta x \approx x \cdot \Delta E / E$, debido al ancho espectral ΔE de los fotones integrados por el detector. Considerando $\Delta E = 14$ keV y $E = 20$ keV para el haz Rh/Rh-27 kVp transmitido a través de $t = 2$ cm de PMMA, $\Delta x / x \approx \Delta E / E \approx 0,7$.

Además, hay factores geométricos que conducen a que los fotones detectados en el anillo de radio r no tengan un mismo ángulo de dispersión. Uno de ellos es la consideración de un haz con sección transversal de radio $\rho \neq 0$, que conlleva un ancho en el intervalo de momento transferido que puede aproximarse por $\Delta x \approx x \cdot 2\rho / r$. Por

ejemplo, la sección transversal del haz usado en los experimentos presentados en este capítulo ($\rho = 0,1 \text{ cm}$) conduce a $\Delta x/x \approx 2\rho/r \approx 0,3$ dentro del anillo de radio $r = 0,6225 \text{ cm}$ –donde $x \approx \frac{E}{1,2389} \sin\left(\frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{r}{dod+t/2}\right)\right) \approx 0,8 \text{ nm}^{-1}$ con $dod = 5 \text{ cm}$ y $t = 2 \text{ cm}$ –. El otro factor especialmente relevante en este trabajo es el espesor de objeto. Dependiendo de la profundidad de la interacción, en un anillo de radio r se detectan fotones con diferentes ángulos de dispersión θ , de acuerdo a (1.6). Entonces, el momento transferido de un evento de dispersión coherente detectado en el anillo de radio r puede estar comprendido dentro de un intervalo de ancho $\Delta x \approx x \cdot t/dod$. En particular para la medición del patrón de dispersión de 2 cm de PMMA, $\Delta x/x \approx t/dod \approx 0,4$.

La discusión anterior da cuenta de la compleja relación entre el patrón de dispersión, medido como una función del radio r , y la distribución de los momentos x –aquella característica de los materiales sobre la que buscamos apoyar el análisis de la composición de un objeto a lo largo de la línea irradiada–. Evidentemente, este tipo de mediciones no permite identificar de forma relativamente directa la curva de factores de forma de los materiales que caracterizan al objeto dispersor, aún cuando debido a las energías, los materiales y las geometrías consideradas predomine la dispersión coherente por sobre la incoherente. El hecho de que la señal de dispersión incoherente también forme parte del patrón de dispersión, agregan complejidad a la interpretación de la señal detectada.

El valor de las mediciones realizadas en este capítulo radica en haber establecido una estrategia que permite medir con buena exactitud y precisión el patrón de dispersión emitido por un objeto extenso irradiado con equipamiento disponible en un centro de imágenes. El objetivo de la obtención de información en profundidad a partir del patrón de dispersión se aborda en el siguiente capítulo.

4.6 Conclusión

En este capítulo se midieron patrones de dispersión empleando un equipamiento como el empleado en diagnóstico mamográfico. Los mismos se obtuvieron a partir de imágenes de dispersión normalizadas a la radiación primaria. La obtención de las imágenes de dispersión se realizó de forma indirecta, mediante la sustracción de imágenes adquiridas en presencia y en ausencia del detector. La dispersión múltiple fue modelada mediante simulaciones Monte Carlo. El procesamiento de los datos propuesto e implementado permitió lograr mediciones cuantitativas del patrón de dispersión de objetos de PMMA y agua de algunos centímetros de espesor.

Capítulo 5. Modelo algebraico para la obtención de información en profundidad a partir de patrones de dispersión

Resumen

En este capítulo proponemos un modelo algebraico de la formación del patrón de dispersión producido por un objeto extenso no homogéneo cuando el mismo es irradiado por un haz estrecho polienergético. Hemos considerado espectros mamográficos, objetos de varios centímetros de espesor compuestos por agua, PMMA, tejido adiposo y tejido glandular y un sistema detector sin resolución en energía. El modelo considera el endurecimiento del haz y la atenuación de los fotones dispersados a lo largo de su trayectoria dentro del objeto. Evaluamos el desempeño del modelo a través de la comparación con patrones de dispersión obtenidos numéricamente –a través de simulaciones Monte Carlo– y experimentalmente. Además, analizamos los efectos y las limitaciones de las suposiciones subyacentes. El modelo muestra una buena capacidad predictiva y cotas de error aceptables para espectros y objetos con espesores y composiciones mamográficos. El uso del modelo para calcular patrones de dispersión implica sólo un producto matricial, involucrando tiempos de cálculo muy pequeños. Aplicamos el modelo propuesto al problema inverso de la determinación de la composición de un objeto incógnita a partir de uno o dos patrones de dispersión obtenido mediante simulaciones Monte Carlo. Para ello, ensayamos la utilización de un algoritmo estadístico MLEM y un abordaje que consiste en explorar cada uno de los estimadores compatibles con un conjunto de restricciones impuestas al objeto en estudio. Hemos considerado objetos incógnita compuestos por 2 y 3 materiales. Además, hemos empleado el algoritmo de reconstrucción estadístico para la recuperación información sobre el espesor y la distancia objeto-detector de objetos de PMMA a partir de patrones de dispersión experimentales. Los espesores de 1 cm, 1,7 cm, 2 cm y 3 cm fueron reconstruidos con errores menores al 5 % y las distancias de 5,105 cm y 4,15 cm fueron reconstruidas con errores menores al 12 %. Los resultados preliminares obtenidos en el abordaje del problema inverso fueron muy satisfactorios y alientan a profundizar el estudio sobre estrategias de inversión.

5.1 Objetivos y antecedentes

En este capítulo nos proponemos, en primer lugar, plantear el problema directo como una relación lineal entre una versión discreta del patrón $F_S(\mathbf{R})$ y el objeto del cual proviene, al que describiremos con una variable vectorial $\boldsymbol{\lambda}$:

$$\mathbf{F}_S = \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\lambda}, \quad (5.1)$$

donde la matriz $\mathbf{W}$ puede interpretarse físicamente como un conjunto de patrones elementales a partir de los cuales es posible modelar la formación de $\mathbf{F}_S$ ³⁰ a partir de coeficientes de peso en λ . Consistentemente con el problema abordado en esta tesis, buscamos definir $\mathbf{W}$ considerando que el detector no resuelve en energía ni en la dirección con la que los fotones arriban a él, sino sólo resolución espacial. Asimismo, $\mathbf{W}$ debe considerar el endurecimiento del haz a medida que atraviesa el objeto, así como la atenuación de la radiación dispersa a lo largo de su trayectoria dentro del objeto.

Una matriz con ese sentido físico es necesaria, por ejemplo, para la reconstrucción en CSCT mediante métodos iterativos. Por ejemplo Ghammraoui et al. [57] abordan la reconstrucción en tomografía coherente mediante métodos estadísticos, definiendo la matriz del sistema $\mathbf{W}$ a partir de varias simulaciones Monte Carlo completas (MC). Cada una de esas simulaciones reproduce la medición de un patrón de dispersión considerando un objeto homogéneo compuesto por cada uno de los materiales admisibles en el objeto incógnita. A partir de esa simulación, calculan los patrones elementales correspondientes a los elementos de volumen irradiados. Schneider et al. [124] abordan la reconstrucción mediante métodos algebraicos pero desprecian el endurecimiento del haz. El abordaje que seguimos acá es más similar al de Terabe et al. [125]. A diferencia de ese trabajo donde se considera un haz monoenergético, por lo que no incluye el endurecimiento del haz, acá consideramos espectros típicos en diagnóstico mamográfico. Otro abordaje similar es el desarrollado por King y Johns [33], en su caso para recuperar los factores de forma de un material a partir de mediciones con un detector de imágenes plano. En ese trabajo se consideran espesores delgados en comparación con la distancia objeto-detector, condición geométrica que típicamente no será satisfecha en condiciones mamográficas y por lo tanto no impondremos a nuestro modelo.

En la próxima sección planteamos el modelo propuesto y explicitamos los supuestos subyacentes. La implementación del modelo consiste en el cálculo de la matriz $\mathbf{W}$ y hemos optado por apoyarla en simulaciones Monte Carlo. $\mathbf{W}$ puede considerarse como un generador de un conjunto de patrones de dispersión producidos bajo la descripción del sistema considerada en el cálculo de $\mathbf{W}$, que incluye geometría del objeto y del sistema de adquisición, secciones eficaces diferenciales de dispersión de los materiales presentes en el objeto y la distribución espectral del haz transmitido $N_t(E)$ a través del mismo.

En la sección que sigue evaluamos el modelo. Para ello, en primer lugar comparamos los patrones de dispersión predichos por el modelo con simulaciones MC completas y con patrones de dispersión experimentales obtenidos en el Capítulo 4. En segundo lugar, analizamos los efectos y limitaciones de las suposiciones que subyacen al modelo.

³⁰ Con $\mathbf{F}_S$ nos referimos a una versión discreta de la variable continua $F_S(\mathbf{R})$

Finalmente, evaluamos la sensibilidad del modelo frente a inexactitudes en la definición de $N_t(E)$.

En la última sección, ensayamos dos estrategias de inversión de (5.1). La primera explota el carácter discreto que asignamos al vector λ , que tiene por consecuencia que la cantidad de estimadores a evaluar como posible solución al problema inverso es finita. Entonces se aborda la inversión mediante la evaluación de todos los estimadores en el espacio de solución, que a su vez puede reducirse a partir de condiciones adicionales relativas al objeto en estudio. En segundo lugar, aplicamos un método estadístico de reconstrucción tomográfica MLEM para recuperar distribuciones de 2 y 3 materiales diferentes a partir de patrones de dispersión simulados por MC. Finalmente, aplicamos MLEM a la reconstrucción de patrones experimentales. Específicamente, buscamos identificar el espesor y la posición de los objetos de PMMA cuyos patrones de dispersión experimentales fueron presentados en el Capítulo 4.

5.2 El modelo

5.2.1 Bases del modelo

Retomamos la definición del patrón de dispersión dada en el Capítulo 1 (ecuación (1.12)) como la distribución espacial de la fracción de dispersión simple $F_S(\mathbf{R})$ proveniente de un objeto de espesor t sobre el que incide un haz estrecho de rayos X con densidad espectral $N_0(E)$:

$$F_S(\mathbf{R}) \equiv \frac{\int_0^t n_0(z) d\Omega(z, \mathbf{R}) \int_{E_{min}}^{E_{max}} N_0(E) T_{Ob}(E, z, \mathbf{R}) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [z, x(E, z, \mathbf{R})] \right)_{tot} dE dz}{\int_{E_{min}}^{E_{max}} N_t(E) dE}, \quad (5.2)$$

donde, al igual que antes, $n_0(z)$ es el número de centros dispersores por unidad de volumen, $d\Omega(z, \mathbf{R})$ es el ángulo sólido subtendido por el área de detección elemental dA ubicada en $\mathbf{R}$, $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [z, x(E, z, \mathbf{R})] \right)_{tot}$ es la sección eficaz diferencial total (coherente e incoherente), $N_t(E) = N_0(E) e^{-\int_0^t \mu(E, z) dz}$ es la densidad espectral del haz transmitido con $\mu(E, z)$ el coeficiente de atenuación del material presente a profundidad z para la energía E . E_{min} y E_{max} son las energías mínima y máxima presentes en $N_t(E)$ y serán en adelante los límites de integración implícitos en todas las integrales sobre E . T_{Ob} representa la transmisión a través del objeto del haz dispersado en z en dirección a dA y puede escribirse como:

$$T_{Ob}(E, z, \mathbf{R}) = T_p(E, z) T_s(E', z, \mathbf{R}), \quad (5.3)$$

con $T_p(E, z)$ el factor de transmisión del haz primario hasta el punto de interacción y $T_s(E', z, \mathbf{R})$ el factor de transmisión del haz dispersado en dirección θ con energía E' desde z hasta el detector ubicado en $\mathbf{R}$. La dependencia de T_{Ob} con la distribución de coeficientes de atenuación $\mu(E, z)$ a lo largo de la trayectoria del haz no se explicita en

(5.2) para no sobrecargar la notación.

Consideramos que el objeto en estudio puede modelarse por yuxtaposición de L láminas delgadas de espesor Δl . Entonces, llamamos *patrón elemental*, $f_l(\mathbf{R})$, a la *contribución de dispersión simple que incide sobre el elemento detector dA proveniente de la l -ésima lámina que conforma un objeto cuando el mismo es irradiado por un haz polienergético $N_0(E)$* (Figura 5.1), *normalizado a la radiación transmitida a través del objeto*. El patrón elemental viene dado entonces por:

$$f_l(\mathbf{R}) = \frac{\int_{z_l - \frac{\Delta l}{2}}^{z_l + \frac{\Delta l}{2}} n_0(z) d\Omega_{dA}(z, \mathbf{R}) \int N_0(E) T_{Ob}(E, z, \mathbf{R}) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [z, x(E, z, \mathbf{R})] \right)_{tot} dE dz}{\int N_t(E) dE}, \quad (5.4)$$

donde con z_l nos referimos a la posición del centro de la l -ésima lámina ($1 < l < L$).

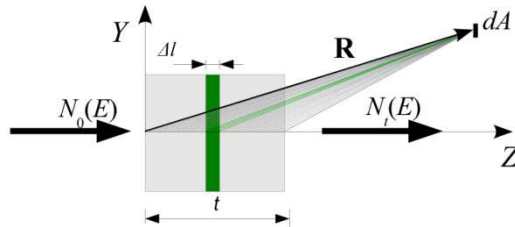


Figura 5.1: El patrón elemental f_l representa la contribución a F_S proveniente de una lámina (representada en verde) y que alcanza el detector, cuando el objeto en el cual está inserta la lámina es irradiado por un haz con distribución espectral $N_0(E)$. f_l está normalizado a la intensidad del haz transmitido $N_t(E)$ a través del objeto.

Si suponemos también que todas las funciones en (5.4) que tienen dependencia con z son constantes a lo largo del espesor Δl de la lámina, entonces:

$$f_l(\mathbf{R}) = K(z_l, \mathbf{R}) \frac{\int N_0(E) T_{Ob}(E, z_l, \mathbf{R}) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [z_l, x(E, z_l, \mathbf{R})] \right)_{tot} dE}{\int N_t(E) dE}. \quad (5.5)$$

con

$$K(z_l, \mathbf{R}) = n_0(z_l) \Delta \Omega_{dA}(z_l, \mathbf{R}) \Delta l. \quad (5.6)$$

Con esta definición de patrón elemental, $F_S(\mathbf{R})$ puede describirse como una combinación de patrones elementales, lo que puede escribirse de forma genérica como:

$$F_S(\mathbf{R}) = \sum_i f_i(\mathbf{R}) \lambda_i. \quad (5.7)$$

donde los λ_i representan los coeficientes de peso de un patrón elemental f_i sobre el patrón F_S .

A excepción de los efectos que podrían derivarse de la discretización del objeto, la definición (5.5) de los patrones elementales considera con exactitud los fenómenos físicos de atenuación y endurecimiento del haz. El problema reside en que presenta dependencia con la composición de todo el objeto y no sólo de la lámina en cuestión, de manera que los patrones elementales no son independientes entre sí. Esta dependencia está representada por el factor T_{Ob} —dada por (5.3)— dentro de la integral del numerador.

A continuación establecemos unas pocas suposiciones bajo las cuales puede asumirse la independencia entre los patrones elementales que constituyan $\mathbf{W}$ en (5.1) y, con esto, lograr un carácter aditivo del modelo tal que el patrón de dispersión pueda describirse como la sumatoria de un subconjunto de los patrones elementales contenidos en $\mathbf{W}$. Consideraremos que disponemos de la siguiente información acerca del sistema que se desea modelar, a saber:

1. espectro de haz transmitido a través del objeto $N_t(E)$;
2. configuración geométrica del sistema de detección del patrón de dispersión;
3. geometría del objeto;
4. modelo de la sección eficaz diferencial de dispersión de los materiales presentes en el objeto;
5. coeficiente de atenuación μ_0 suficientemente representativo del conjunto de los materiales presentes en el objeto para las energías involucradas.

5.2.2 Aproximación de los patrones elementales

La trayectoria dentro del objeto de los fotones que se dispersan en la lámina l en dirección al elemento de detección dA puede describirse en dos tramos (trazo rojo en los esquemas de la Figura 5.2). El primero, desde la entrada del haz al objeto hasta el punto de interacción, es en sentido coincidente con la trayectoria del haz primario. El segundo tramo, desde el punto de interacción hasta la salida del objeto, es en sentido oblicuo formando algún ángulo θ con la dirección del haz primario. La transmisión a lo largo de toda la trayectoria ζ está representada en (5.4) por T_{Ob} (5.3).

La longitud de esa trayectoria puede escribirse como:

$$\zeta(z_l, \mathbf{R}) = t + \Delta t(z_l, \mathbf{R}), \quad (5.8)$$

con Δt el "exceso de camino" respecto de la trayectoria del haz primario. $\Delta t(z_l, \mathbf{R})$ depende de la geometría del problema. Por ejemplo, en el caso de una geometría del objeto de bloque mostrado en la Figura 5.2 (a), $\Delta t(z_l, \mathbf{R})$ será siempre positivo porque la trayectoria de los fotones dispersados dentro del objeto siempre será mayor que el espesor t del mismo. En cambio, en el caso de un objeto con otra geometría (por ejemplo un objeto esférico como el de la Figura 5.2 (b)), $\Delta t(z_l, \mathbf{R})$ podrá tomar valores positivos o negativos ya que –en función de la profundidad y la dirección en que ocurra la dispersión– la trayectoria del fotón dentro del objeto puede ser mayor o menor que t .

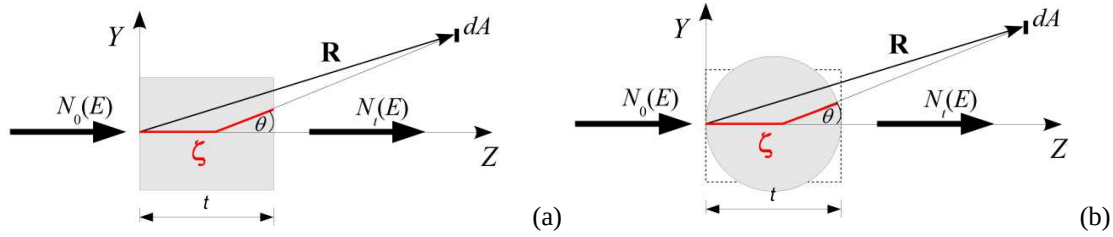


Figura 5.2: ζ representa la trayectoria en dos tramos de un fotón que se dispersa a una dada profundidad del objeto en dirección al elemento detector en la posición $\mathbf{R}$.

1. Suponemos que el coeficiente de atenuación a lo largo del exceso de camino Δt puede aproximarse por μ_0 .

Entonces podemos aproximar:

$$N_0(E)T_{Ob}(E, z_l, \mathbf{R}) \approx N_t(E)e^{-\mu_0 \Delta t(z_l, \mathbf{R})}. \quad (5.9)$$

Luego (5.5) queda:

$$f_l(\mathbf{R}) = K(z_l, \mathbf{R}) \frac{\int N_t(E) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [z_l, x(E, z_l, \mathbf{R})] \right)_{tot} dE}{\int N_t(E) dE} e^{-\mu_0 \Delta t(z_l, \mathbf{R})}. \quad (5.10)$$

Ahora establecemos la relación entre los patrones elementales y la distribución angular por unidad de ángulo sólido de la dispersión simple emitida desde un objeto delgado de composición homogénea y espesor Δl que es irradiado con un haz polienergético $N_p(E)$ (Figura 5.3). Llamamos a esta distribución como *distribución primitiva*, $Dp(\theta)$ y puede escribirse como:

$$Dp(\theta) \equiv n_0 \Delta l \frac{\int N_p(E) T_{\Delta l}(E, \mu, \theta) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [x(E, \theta)] \right)_{tot} dE}{\int N_p(E) e^{-\mu(E) \Delta l} dE}, \quad (5.11)$$

donde $e^{-\mu(E) \Delta l}$ representa el factor de transmisión de $N_p(E)$ en el objeto delgado y $T_{\Delta l}$ representa, de forma análoga a T_{Ob} , la transmisión antes y después de la dispersión en algún punto del mismo.

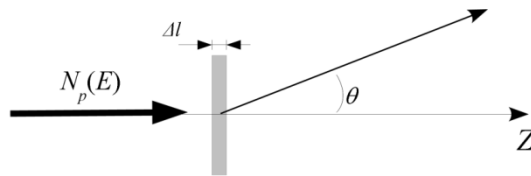


Figura 5.3: La distribución primitiva $Dp(\theta)$ representa la distribución angular por unidad de ángulo sólido de la dispersión simple producida en un objeto delgado de espesor Δl cuando el mismo es irradiado por un haz $N_p(E)$.

Consideremos ahora el caso particular en que la distribución espectral de $N_p(E)$ es igual a la de $N_t(E)$. Con:

$$N_p(E) \propto N_t(E). \quad (5.12)$$

$Dp(\theta)$ puede entonces escribirse como:

$$Dp(\theta) = n_0 \Delta l \frac{\int N_t(E) T_{\Delta l}(E, \mu, \theta) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [x(E, \theta)] \right)_{tot} dE}{\int N_t(E) e^{-\mu(E) \Delta l} dE}. \quad (5.13)$$

Escribimos el denominador en (5.13) y en (5.11) como:

$$\int N_t(E) e^{-\mu(E) \Delta l} dE = e^{-\mu(E_{media}) \Delta l} \int N_t(E) dE. \quad (5.14)$$

Con (5.14) en (5.13):

$$Dp(\theta) = n_0 \Delta l \frac{1}{e^{-\mu(E_{media}) \Delta l}} \frac{\int N_t(E) T_{\Delta l}(E, \mu, \theta) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [x(E, \theta)] \right)_{tot} dE}{\int N_t(E) dE}. \quad (5.15)$$

2. *Despreciamos el exceso de camino de los fotones dispersados dentro de la lámina.*

Así, suponemos que la longitud de la trayectoria dentro de la lámina tiene longitud Δl y aproximamos el factor de atenuación como:

$$T_{\Delta l}(E) \approx e^{-\mu(E) \Delta l}. \quad (5.16)$$

3. *Despreciamos el endurecimiento del haz dentro de la lámina.*

Por lo tanto aproximamos:

$$e^{-\mu(E) \Delta l} \approx e^{-\mu(E_{media}) \Delta l}. \quad (5.17)$$

Con (5.17) en (5.16):

$$T_{\Delta l}(E) \approx e^{-\mu(E_{media}) \Delta l}. \quad (5.18)$$

Luego, con (5.18) en la integral del numerador de (5.15), el factor $e^{-\mu(E_{media}) \Delta l}$ se cancela. Entonces:

$$Dp(\theta) = n_0 \Delta l \frac{\int N_t(E) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [x(E, \theta)] \right)_{tot} dE}{\int N_t(E) dE}. \quad (5.19)$$

4. *Suponemos que el evento de dispersión se produjo en el centro de la lámina l y sobre el eje central del haz transmitido.*

Entonces f_l , dado por (5.10), no es más que la distribución radial que resulta de proyectar $Dp(\theta)$ sobre el sistema de detección y aplicar un factor multiplicativo asociado con la atenuación de los fotones dispersados a ángulos amplios. Es decir,

$$f_l(\mathbf{R}) = \Delta \Omega_{dA}(z_l, \mathbf{R}) Dp(\theta) e^{-\mu_0 \Delta t(z_l, \mathbf{R})}. \quad (5.20)$$

f_l obviamente dependerá de la posición de la lámina l , de la geometría de detección y de la forma del objeto. La ventaja de este abordaje radica en que, a partir de una única $Dp(\theta)$ determinada por las cualidades dispersivas de un material y una determinada composición espectral del haz $N_t(E)$, pueden obtenerse múltiples patrones elementales. La geometría del objeto y del sistema de detección definen los elementos de ángulo sólido $\Delta \Omega_{dA}(z, \mathbf{R})$ y los excesos de camino $\Delta t(z_l, \mathbf{R})$.

5.2.3 La matriz del sistema ($\mathbf{W}$)

Los patrones elementales se acomodan como vectores columna en la matriz $\mathbf{W}$. En el caso más general, si K es la cantidad de materiales que se admite en la composición de un objeto modelado por L láminas, entonces la cantidad de columnas en la matriz $\mathbf{W}$ será $K \cdot L$. Organizamos $\mathbf{W}$ en forma de K bloques de L columnas cada uno y dispuestos en forma contigua. Cada columna de $\mathbf{W}$ contiene un patrón elemental f_i que representa la contribución a $F_S(\mathbf{R})$ de la lámina l cuando la misma está compuesta por el material k , siendo $i = l + (k - 1) L$, $k = 1, \dots, K$ y $l = 1, \dots, L$. La cantidad de filas en $\mathbf{W}$ equivale a la cantidad de elementos de detección dA , a la que designamos por J .

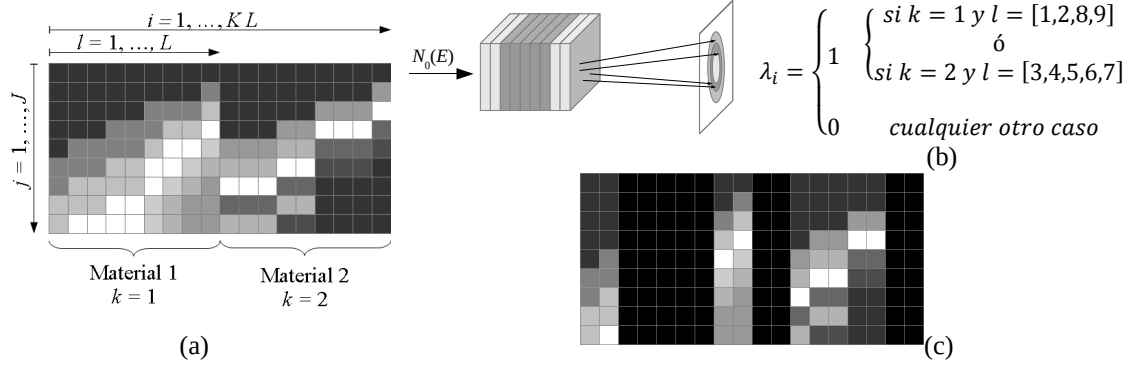
La matriz del sistema $\mathbf{W}$ puede interpretarse como un generador de los patrones de dispersión que pueden ser producidos por diversos objetos dentro de los límites establecidos por el sistema modelado, descrito por los puntos indicados al comienzo de la sección (pág. 105). Por ejemplo, si consideramos diferentes objetos del mismo espesor y compuestos por la misma proporción de cada uno de los K materiales considerados en $\mathbf{W}$ (por ejemplo, los tres objetos esquematizados en la Figura 5.4), es justo suponer que el endurecimiento del haz incidente –y por lo tanto el espectro de $N_i(E)$ – será el mismo, independientemente de cómo sea la distribución específica de los K materiales para cada uno de los objetos. Por lo tanto, los patrones de dispersión producidos por todos esos objetos pertenecen al conjunto de combinaciones lineales de patrones elementales en $\mathbf{W}$. Entonces, es posible generar el patrón de dispersión proveniente de un objeto –tras asociarlo a el vector de coeficientes $\boldsymbol{\lambda}$ adecuado– por combinación lineal de diferentes patrones elementales a través de (5.7). La variable $\boldsymbol{\lambda}$ es un vector columna que representa la contribución que cada patrón elemental hace al patrón $F_S(\mathbf{R})$. Considerando que las láminas son homogéneas, entonces $\lambda_i \in \{0, 1\}$.



Figura 5.4: Esquema de tres objetos compuestos por la misma proporción de los mismos dos materiales ($K = 2$), pero con diferente distribución. El espectro transmitido es el mismo en los tres casos. Se espera que las diferencias en los patrones de dispersión producidos por uno y otro objeto sean adecuadamente predichos por el modelo, empleando la misma matriz $\mathbf{W}$.

La Figura 5.5 (a) muestra un diagrama del arreglo de patrones elementales en $\mathbf{W}$ con $J = 9$, $K = 2$, $L = 9$. La Figura 5.5 (b) esquematiza un objeto constituido por el apilamiento de 9 láminas homogéneas compuestas por alguno de dos materiales. $k = 1$ se refiere al material *gris claro* y $k = 2$ al material *gris oscuro*. La variable $\boldsymbol{\lambda}$ que describe al objeto en este ejemplo es: $\boldsymbol{\lambda} = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$. En

consecuencia, el patrón predicho por el modelo $\mathbf{F}_s(\mathbf{R}) = \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\lambda} = \sum_i f_i(\mathbf{R})\lambda_i$ será la suma de las columnas de $\mathbf{W}$ que no se multiplican por cero; las señaladas en negro en la Figura 5.5 (c) son las que no contribuyen a patrón.



5.2.4 Implementación

La implementación del modelo implica:

- 1) obtener una distribución $Dp(\theta)$ por cada uno de los materiales que se quieran contemplar en $\mathbf{W}$, considerando el haz transmitido $N_t(E)$,
- 2) establecer una geometría de detección y una geometría del objeto, que determinarán el factor $\Delta\Omega_{dA}(z, \mathbf{R})$ en (5.20) y los excesos de camino $\Delta t(z_l, \mathbf{R})$,
- 3) escoger un coeficiente de atenuación μ_0 para calcular $e^{-\mu_0 \Delta t(z_l, \mathbf{R})}$,
- 4) calcular los patrones elementales de acuerdo a (5.20) y organizarlos en la matriz $\mathbf{W}$.

En nuestra implementación, hemos escogido valernos de simulaciones Monte Carlo para obtener $Dp(\theta)$, empleando PENELOPE-2008 [34] usando tablas híbridas (experimental-teóricas) de factores de forma moleculares, tal como propusimos en el Capítulo 2. Se realiza una simulación de $Dp(\theta)$ por cada material que se considera en la construcción de $\mathbf{W}$. La simulación considera un objeto dispersor de espesor Δl compuesto homogéneamente del material k -ésimo que es irradiado, en vacío, por un haz $N_p(E) = N_t(E)$, paralelo, emitido desde un prisma de 0,4 mm de lado y 1 μm de profundidad. Se simularon 1×10^8 historias (50 minutos por núcleo, con un procesador i5-3330 a 3GHz, con $\Delta l = 0,1$ cm). La simulación registra todos los eventos que impactan sobre la superficie detectora, almacenando información del espacio de fase (coordenadas, energía y cosenos directores) y el historial de interacciones a lo largo de su trayectoria. Discriminamos los eventos de dispersión simple mediante análisis de las

historias y los asociamos al ángulo de dispersión θ que corresponde a cada uno.

A partir de una simulación de $Dp(\theta)$ se generan L patrones elementales, correspondiente uno a cada lámina en que se divide el objeto. El primer paso para generar un patrón elemental es la proyección geométrica sobre el sistema de detección de cada evento de dispersión simple registrado en la simulación de $Dp(\theta)$. Por simplicidad y por consistencia con la geometría experimental empleada en el capítulo anterior, consideramos un sistema de detección que consiste en una serie de anillos de radio r y ancho Δr sobre el plano $z = z_0$ ubicado a distancia dod del objeto. Por lo tanto, calculamos la coordenada radial r de detección de cada evento de dispersión a través de la proyección geométrica que contempla la distancia al detector de la l -ésima lámina, de acuerdo a:

$$r(\theta) = \left[t - \left(l - \frac{1}{2} \right) \Delta l + dod \right] \tan(\theta). \quad (5.21)$$

Una vez que todos los eventos de dispersión fueron proyectados sobre el detector, se discretiza la distancia radial r_j de detección conforme a los anillos de espesor Δr considerados y se acumulan los eventos para conformar un histograma radial H_j . En este conjunto de operaciones se considera implícitamente la dependencia del ángulo sólido subtendido por cada elemento detector desde la l -ésima lámina del objeto, representado por el factor $\Delta\Omega_{dA}(z_l, \mathbf{R})$ en (5.20). En particular, esta dependencia no es despreciable cuando el espesor del objeto en estudio es comparable con la distancia al detector ($t \approx dod$).

Como consecuencia del uso de una única simulación MC para derivar tantos patrones elementales como cantidad de láminas en que se divide el objeto, las fluctuaciones estadísticas propias de la simulación MC generan una estructura que se repite entre ellos. Para reducir esta correlación de fluctuaciones se reemplaza cada valor del histograma radial con una realización de una distribución de Poisson de parámetro igual al valor original. Esta operación tiene como consecuencia el incremento del ruido total en un factor $\sqrt{2}$. Luego, los histogramas radiales se dividen por la cantidad de fotones que conforman la señal de transmisión directa en la simulación de Dp , obteniéndose lo que en (5.20) está representado por el producto $\Delta\Omega_{dA}(z_l, \mathbf{R})Dp(\theta)$.

Para calcular el factor de transmisión representado por $e^{-\mu_0 \Delta t(z_l, \mathbf{R})}$ en (5.20), consideramos, en nuestra implementación, un objeto cuya sección transversal perpendicular a Z sea lo suficientemente grande para que la proyección de la trayectoria sobre la dirección del haz primario, de cualquier fotón detectado, sea t (caso representado en la Figura 5.2 (a)). Si la interacción ocurre en el centro de la lámina l , entonces la trayectoria dentro del objeto puede describirse con un primer tramo de longitud $\left(l - \frac{1}{2} \right) \Delta l$ y un segundo tramo de longitud $\frac{t - \left(l - \frac{1}{2} \right) \Delta l}{\cos(\theta)}$. En este caso, el exceso de camino Δt dentro del objeto puede escribirse como:

$$\Delta t(z_l, \theta) = \Delta l \left(L - l + \frac{1}{2} \right) \frac{1 - \cos(\theta)}{\cos(\theta)}. \quad (5.22)$$

θ está unívocamente relacionado con el radio de detección, discretizado conforme al espesor Δr de los anillos. De manera que puede armarse una matriz de excesos de camino Δt_{jl} , donde cada elemento esté asociado a un radio de detección j y a una lámina l (Figura 5.6). Escogimos μ_0 como el coeficiente de atenuación efectivo μ_{ef} ³¹ en agua para el espectro transmitido $N_t(E)$. Con Δt_{jl} y μ_0 , calculamos el factor de transmisión representado por $e^{-\mu_0 \Delta t(z_l, \mathbf{R})}$ en (5.20).

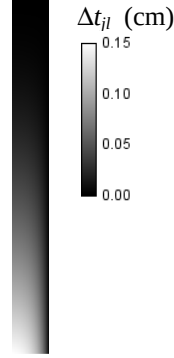


Figura 5.6: Matriz con los excesos de camino Δt_{jl} para una geometría de detección anular con $J = 500$ anillos de radio $0 < r < 2,5$ cm y $\Delta r = 0,005$ cm sobre un plano a distancia $dod = 5$ cm del objeto de espesor $t = 5$ cm, modelado por $L = 50$ láminas de $\Delta l = 0,1$ cm de espesor. Cada fila se asocia a un elemento detector y cada columna a la posición de una lámina en el objeto.

5.3 Evaluación del desempeño del modelo

En la primera sección comparamos patrones de dispersión generados con el modelo propuesto con patrones obtenidos mediante simulaciones MC completas. Consideramos objetos de espesores mamográficos –homogéneos e inhomogéneos– y espectros polienergéticos también mamográficos. En la segunda sección, comparamos el patrón de dispersión predicho por el modelo con patrones experimentales obtenidos en el Capítulo 4. En las tres secciones que siguen, analizamos las implicancias de las suposiciones a partir de las cuales establecimos la relación (5.20) entre $Dp(\theta)$ y $f_l(\mathbf{R})$ y las imitaciones que las mismas imponen. Los efectos asociados a dichas limitaciones son ilustrados mediante comparaciones con simulaciones MC. Finalmente, en la última sección se evalúa la sensibilidad del modelo frente a inexactitudes en la distribución espectral $N_t(E)$ empleada en la construcción de $\mathbf{W}$.

Cuantificamos la diferencia entre los patrones de dispersión predichos por el modelo y las simulaciones MC completas usando el error cuadrático medio (ECM). Con el fin de

³¹ Puede definirse el coeficiente de atenuación efectivo para el espectro $N(E)$ como un promedio pesado por la densidad espectral:

$$\mu_{ef} = \frac{\int_{E_{min}}^{E_{max}} N(E) \mu(E) dE}{\int_{E_{min}}^{E_{max}} N(E) dE}$$

que el ECM sea representativo del desempeño del modelo en lugar de estar gobernado por las fluctuaciones estadísticas inherentes a las simulaciones, suavizamos el patrón obtenido por MC antes de calcular el ECM. El suavizado se realizó empleando un filtro Savitzky–Golay (sg) típicamente de longitud 50 y orden 2. De modo que, precisamente, la medida cuantitativa empleada es:

$$\text{ECM}_{\text{sg}} = \frac{1}{J} \sum_j^J (\mathbf{W}_j \boldsymbol{\lambda} - \text{MC}_{\text{sg}_j})^2. \quad (5.23)$$

donde MC_{sg} representa la versión suavizada del patrón de dispersión obtenido por MC. La Figura 5.7 ilustra cómo MC_{sg} reproduce bien las características relevantes del patrón eliminando satisfactoriamente las fluctuaciones estadísticas³².

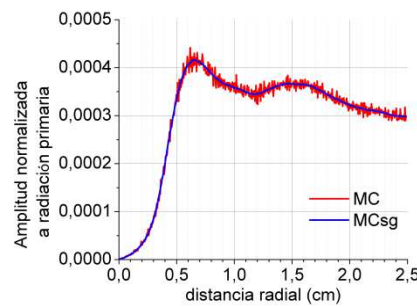


Figura 5.7: Patrón de dispersión simulado por MC y suavizada con filtro Savitzky–Golay de longitud 50 y orden 2 (MC_{sg}). Corresponde a la dispersión generada en 5 cm de PMMA irradiados con un haz de 24 keV, distribución radial con $\Delta r = 0,005$ cm. La versión suavizada se empleó en la evaluación cuantitativa del modelo a través del ECM_{sg} (5.23).

5.3.1 Comparación con simulaciones Monte Carlo

En esta sección evaluamos el desempeño del modelo por comparación entre los patrones de dispersión predichos por el mismo y aquellos obtenidos por simulación MC completa. En todos los casos, consideramos objetos de espesor $t = 5$ cm colocados a 5 cm del detector irradiados por un haz polienérgico con distribución espectral Rh/Rh-27 kVp. En las simulaciones MC, la fuente emula un foco grueso a 52 cm del objeto y la distribución espectral se modela de acuerdo a Boone et al. [120]. El haz es divergente y se colima a 52 cm de la fuente por una apertura circular de 1 mm de diámetro en una placa de plomo. La geometría de detección considerada está conformada por anillos de $\Delta r = 0,005$ cm de espesor y $0 < r < 2,5$ cm.

En la implementación del modelo, construimos $\mathbf{W}$ a partir de la simulación de D_p

³² Las fluctuaciones en la curva del patrón obtenida por simulación MC completa considerando 10^8 historias es de $\text{ECM}^{1/2} = 8 \times 10^{-6}$, respecto de la curva suavizada. Misma medida de la fluctuación para la curva del patrón predicho por el modelo partiendo de una D_p , simulada también con 10^8 historias, es $\text{ECM}^{1/2} = 2 \times 10^{-6}$. Nótese que para obtener en el patrón obtenido por simulación MC completa una fluctuación de la misma magnitud que mediante aplicación del modelo debiera simularse una cantidad de historias de un orden mayor.

considerando láminas de espesor $\Delta l = 0,1$ cm. Para la obtención de los patrones elementales, modelamos al objeto por yuxtaposición de $L = 50$ láminas de $\Delta l = 0,1$ cm de espesor y en la geometría de detección consideramos, tal como en las simulaciones MC, $dod = 5$ cm, $J = 500$ anillos de ancho $\Delta r = 0,005$ cm.

El endurecimiento que sufre el haz a través del objeto es relevante cuando se consideran objetos con espesores de varios centímetros y espectros polienergéticos de pocas decenas de kVp. El endurecimiento es considerado en el modelo propuesto a través de (5.12), donde se establece que la obtención de $Dp(\theta)$ debe realizarse considerando $N_p(E) = N_t(E)$. Esto se ilustra en la Figura 5.8 (a) para el caso del patrón de dispersión producido por 5 cm de agua. Allí se observa una buena concordancia entre la predicción del modelo (curva azul) y la simulación MC completa (curva roja) cuando el endurecimiento del haz es contemplado en la construcción de la matriz $\mathbf{W}$. Para eso, obtuvimos la Dp de agua considerando el espectro $N_t(E)$ calculado a partir de la atenuación del espectro Rh/Rh-27 kVp por 52 cm de aire y 5 cm de agua. Dado que la matriz $\mathbf{W}$ considera en este caso un único material ($K = 1$), la misma consiste en un único bloque de 50 patrones elementales (Figura 5.8 (b)) y el patrón de dispersión se modela por la sumatoria de todos ellos.

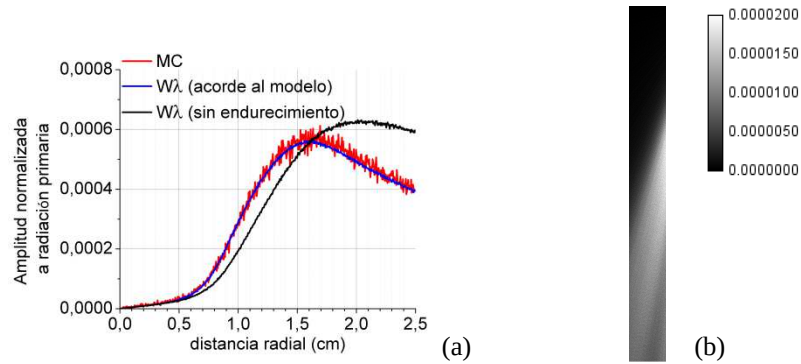


Figura 5.8: (a) Patrón de dispersión para un objeto homogéneo de 5 cm de espesor de agua al ser irradiado por $N_0(E)$: fuente de Rh/Rh-27 kVp en aire a 52 cm del objeto ($dod = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). La curva roja corresponde a la simulación MC completa. La curva azul es la predicción del modelo, $\Delta l = 0,1$ cm ($ECMsg = 6,6 \times 10^{-11}$). La curva negra representa una inadecuada implementación del modelo, con $N_p(E) = N_0(E)$ ($ECMsg = 8,4 \times 10^{-9}$). (b) Matriz $\mathbf{W}$ a partir de la que se genera el patrón de dispersión acorde al modelo mostrado en (a). Detalles sobre la construcción de $\mathbf{W}$ en el texto.

Para destacar la relevancia del endurecimiento del haz, se superpone en la misma Figura 5.8 (a) una curva obtenida mediante una inadecuada implementación del modelo, que desprecia el endurecimiento considerando $N_p(E) = N_0(E)$ para la obtención de Dp . En este caso Dp sobreestima la contribución de las bajas energías que contribuyen a la señal de dispersión a ángulos mayores, lo que explica la fuerte discrepancia con la simulación MC.

En la Figura 5.9 (a) se muestran las comparaciones entre los patrones de dispersión predichos por el modelo y las simulaciones MC completas para tres objetos homogéneos compuestos por agua, PMMA y tejido adiposo respectivamente. El caso de

agua es el ya mostrado en la Figura 5.8. Para los otros dos casos, se construyeron las matrices **W** correspondientes, a partir de la D_p obtenida con el espectro $N_t(E)$ calculado a partir de la atenuación del espectro Rh/Rh-27 kVp por 52 cm de aire y 5 cm de PMMA o tejido adiposo, según corresponda al objeto. En la Figura 5.9 (b) se comparan estas tres distribuciones espectrales.

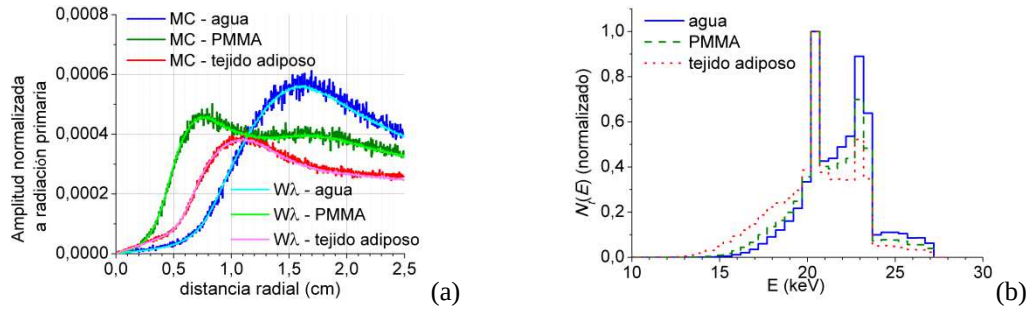


Figura 5.9: (a) Patrón de dispersión para tres objetos homogéneos de 5 cm de espesor de agua, PMMA y tejido adiposo al ser irradiado por $N_0(E)$: fuente de Rh/Rh-27 kVp en aire a 52 cm del objeto ($d_{od} = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). Se compara la predicción del modelo con simulaciones MC completas. Las predicciones del modelo (con $\Delta l = 0,1$ cm) se realizan con una **W** diferente para cada uno de los tres objetos. En cada caso, **W** se construye a partir de D_p con $N_p(E) = N_t(E)$, donde $N_t(E)$ se corresponde con la atenuación en el material que constituye al objeto. ECMsg: $6,6 \times 10^{-11}$ (agua), $4,1 \times 10^{-11}$ (PMMA) y $3,3 \times 10^{-11}$ (adiposo). (b) Distribución espectral del haz transmitido a través de cada uno de los tres objetos.

Finalmente, consideramos el caso de objetos inhomogéneos. La Figura 5.10 (a) muestra patrones de dispersión predichos por el modelo para tres objetos como los mostrados en la Figura 5.4, con diferente distribución de agua (gris claro en los esquemas de la Figura 5.4) y PMMA (gris oscuro). Considerando que el haz incide sobre el objeto de izquierda a derecha, los 3 cm de agua están centrados en el objeto en la "distribución 1", sobre la superficie de entrada del haz en la "distribución 2" y sobre la superficie de salida del haz en la "distribución 3". La Figura 5.10 (b) muestra la matriz **W** empleada. Pueden observarse claramente en ella los dos bloques, cada uno correspondiendo a uno de los dos materiales considerados. Los patrones elementales en cada uno de los bloques se generan a partir de una D_p obtenida por simulación MC. Ambas D_p s se generan empleando el mismo espectro $N_t(E)$, calculado a partir de la atenuación del espectro Rh/Rh-27 kVp por 52 cm de aire, 3 cm de agua y 2 cm de PMMA. Los tres patrones de dispersión predichos por el modelo mostrados en la Figura 5.10 (a) fueron generados a partir de la misma matriz **W** empleando diferente λ . Se observa una muy buena concordancia con las simulaciones MC completas. Se espera el mismo desempeño usando la misma matriz **W** para cualquier otra distribución de agua y PMMA con la misma composición relativa de ambos materiales (60 % de agua / 40 % de PMMA).

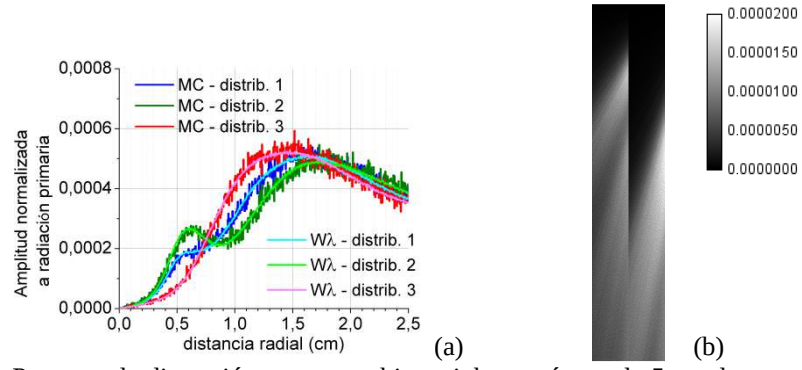


Figura 5.10: (a) Patrones de dispersión para tres objetos inhomogéneos de 5 cm de espesor. Los objetos combinan 3 cm de agua con 2 cm de PMMA, siguiendo tres distribuciones diferentes de los materiales, esquematizados en la Figura 5.4. Se compara la predicción del modelo con simulaciones MC completas. (b) Matriz W empleada para generar los tres patrones de dispersión mostrados en (a). Detalles sobre la construcción de W en el texto. ECMsg: $3,4 \times 10^{-11}$ (distrib.1), $6,2 \times 10^{-11}$ (distrib.2), $4,7 \times 10^{-11}$ (distrib.3).

En la Figura 5.11 se compara la predicción del modelo con las simulaciones MC en un caso similar al de la Figura 5.10, sólo que acá hemos reemplazado el PMMA por tejido adiposo. Atendiendo a esta modificación en la composición de los objetos, dos nuevas Dps –una para agua y otra para tejido adiposo– han sido simuladas para construir una nueva matriz W considerando, en este caso, un $N_t(E)$ calculado por la atenuación en 52 cm de aire, 3 cm de agua y 2 cm de tejido adiposo.

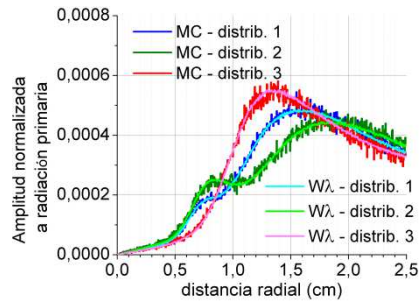


Figura 5.11: Patrones de dispersión para tres objetos inhomogéneos de 5 cm de espesor. Los objetos combinan 3 cm de agua con 2 cm de tejido adiposo, siguiendo tres distribuciones diferentes de los materiales, esquematizados en la Figura 5.4. Se compara la predicción del modelo con simulaciones MC completas. ECMsg: $1,2 \times 10^{-11}$ (distrib.1), $3,2 \times 10^{-11}$ (distrib.2), $3,1 \times 10^{-11}$ (distrib.3).

En todos los casos mostrados se ha observado un muy buen acuerdo entre los patrones de dispersión calculados de acuerdo al modelo propuesto y los patrones de dispersión obtenidos mediante simulaciones MC completas, con ECMsg del orden de 1×10^{-11} .

5.3.2 Comparación con experimentos

En esta sección comparamos los patrones de dispersión predichos por el modelo con patrones de dispersión obtenidos experimentalmente en el Capítulo 4.

En la Figura 5.12 (a) se compara el patrón de dispersión obtenido experimentalmente en el Capítulo 4 para el dispersor de 2,3 cm de agua con la predicción del modelo. Para construir la matriz W , obtuvimos la Dp por MC con el $N_t(E)$ estimado a partir del

espectro Rh/Rh-27 kVp modelado de acuerdo a Boone et al. [120], luego de atenuarlo en 52 cm de aire y 2,3 cm de agua. El objeto se modela por yuxtaposición de $L = 23$ láminas de espesor $\Delta l = 0,1$ cm. La geometría de detección se caracteriza por $dod = 2,4$ cm y $\Delta r = 0,0048$ cm, consistente con las condiciones experimentales.

En la Figura 5.12 (b) se compara el patrón de dispersión obtenido experimentalmente en el Capítulo 4 para el dispersor de 2 cm de PMMA con la predicción del modelo. Para construir la matriz $\mathbf{W}$, obtuvimos la Dp por MC con el $N_i(E)$ estimado a partir del espectro Rh/Rh-27 kVp modelado de acuerdo a Boone et al. [120], luego de atenuarlo en 52 cm de aire y 2 cm de PMMA. El objeto se modela por yuxtaposición de $L = 20$ láminas de espesor $\Delta l = 0,1$ cm. La geometría de detección se caracteriza por $dod = 5,105$ cm y $\Delta r = 0,0048$ cm, consistente con las condiciones experimentales

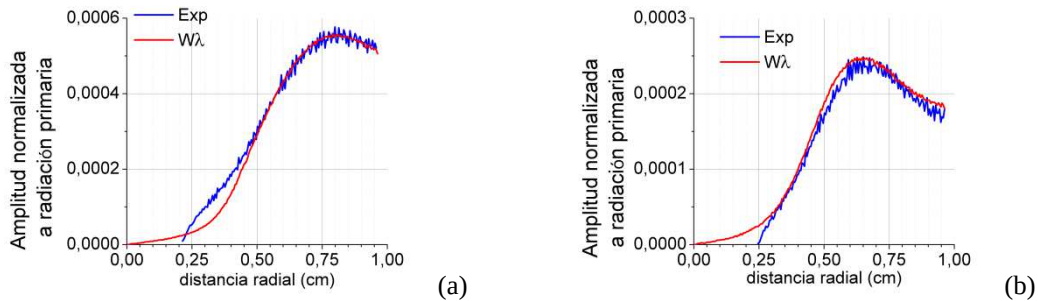


Figura 5.12: Patrón de dispersión producido por (a) agua ($t = 2,3$ cm, $dod = 2,4$ cm) y (b) PMMA ($t = 2$ cm, $dod = 5,105$ cm) bajo las condiciones experimentales. Se compara la predicción del modelo con la medición experimental.

En ambos casos obtenemos un buen acuerdo general entre el patrón modelado y el experimental. Sin embargo, en el patrón predicho por el modelo para 2 cm de PMMA el pico se observa un poco más agudo. En la próxima sección veremos que esta diferencia puede explicarse por el efecto de la sección transversal del haz finita que es despreciada en el modelo.

5.3.3 Efectos y limitaciones de la consideración de L centros dispersores

En esta sección analizamos los efectos de suponer que la dispersión proviene de un número finito de centros dispersores en lugar de provenir del volumen continuo irradiado. El volumen irradiado está definido por la intersección entre el haz colimado –con alguna sección transversal no nula– y el objeto (representado por el trazo grueso gris en la Figura 5.13). Al considerar L centros dispersores despreciamos, por un lado, la sección transversal del haz y consideramos una línea irradiada en lugar de un volumen. Por otro lado, suponemos que la dispersión ocurre en L puntos equiespaciados por Δl sobre esa línea con que se describe el volumen.

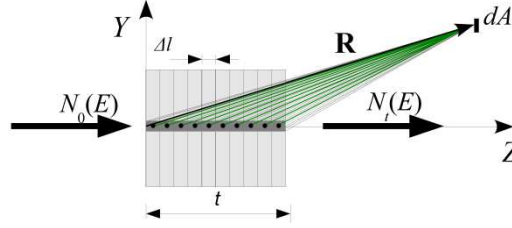


Figura 5.13: Esquema de los L centros puntuales dispersores considerados dentro del volumen del objeto que es irradiado.

Empezamos considerando la irradiación de un objeto con un haz de sección transversal nula y analizamos los efectos de suponer que la dispersión ocurre sólo en L centros dispersores, separados por una distancia Δl en dirección z . La Figura 5.14 ilustra dicho efecto. En este ejemplo, el dispersor es un bloque de 5 cm de PMMA ubicado a una distancia del detector plano de $dod = 5$ cm que es irradiado por un haz monoenergético de 24 keV. La curva azul representa al patrón de dispersión predicho por el modelo considerando sólo dos centros dispersores ($L = 2$, $\Delta l = 2,5$ cm). Así, el patrón de dispersión es la suma de sólo dos patrones elementales (que también se muestran en la figura). Puede observarse que el patrón predicho por el modelo presenta un rizado que no se corresponde con lo esperado, de acuerdo a la simulación MC completa que se muestra en la misma figura a fines comparativos (curva roja). Este rizado es justamente el efecto de considerar sólo dos centros dispersores –uno a profundidad $z_1 = 1,25$ cm y otro a $z_2 = 3,75$ cm– en el modelado de la dispersión a lo largo del espesor de 5 cm de PMMA irradiado. Como discutimos en los siguientes párrafos, esta discretización en z del origen de la dispersión puede pensarse como un muestreo del patrón de dispersión en el dominio continuo de frecuencias que –dependiendo de la geometría, las energías y los materiales considerados– puede imponer una restricción para el espesor de la lámina Δl .

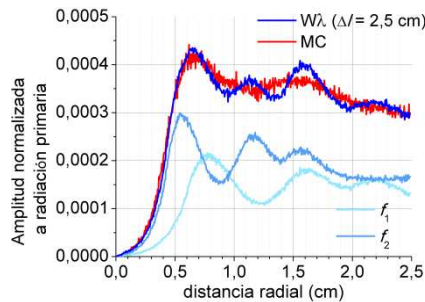


Figura 5.14: Efecto de la suposición de L centros dispersores separados por una distancia Δl en dirección z . Se muestra el patrón de dispersión producido por un objeto de PMMA, espesor $t = 5$ cm, irradiado con un haz monoenergético de 24 keV ($\Delta r = 0,005$ cm, $dod = 5$ cm). En rojo se muestra el patrón de dispersión obtenido por simulaciones MC. En azul, el patrón predicho por el modelo con $\Delta l = 2,5$ cm. Los dos patrones elementales, f_1 y f_2 , se muestran en celeste.

Entendiendo que el patrón de dispersión $F_S(r)$ integra la contribución de la dispersión proveniente de toda la profundidad del objeto a lo largo de la variable continua z ,

$0 < z < t$, llamaremos f_0 a la contribución proveniente de $z = 0$, la que además suponemos nula en $r > r_{max}$. Consideremos ahora una componente frecuencial arbitraria en ω_0 presente en el espectro de Fourier de f_0 . Esa componente se desplazará hacia frecuencias mayores a medida que z aumente, dado que disminuye la distancia entre el detector y el origen de la dispersión (y entonces disminuye la magnificación de la señal de dispersión en el dominio espacial). Este desplazamiento en frecuencia con la profundidad se ilustra en la Figura 5.15 y puede escribirse como:

$$\omega(z) = \omega_0 \frac{dod+t}{dod+t-z}. \quad (5.24)$$

En consecuencia, todo el rango continuo de frecuencias que van entre ω_0 (cuando $z = 0$) y $\omega_0 \left(1 + \frac{t}{dod}\right)$ (cuando $z = t$) estará presente en el patrón $F_S(r)$.

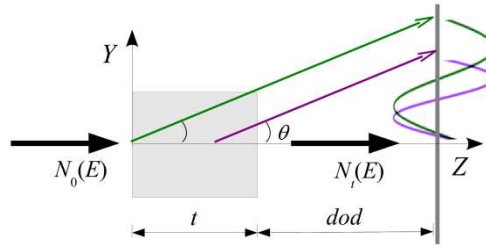


Figura 5.15: Desplazamiento frecuencial en función de la profundidad de emisión, debido a la disminución de la magnificación de la señal de dispersión en el dominio espacial.

Al suponer en el modelo discreto sólo L orígenes de dispersión distanciados por Δl , se consideran sólo L frecuencias derivadas del desplazamiento de ω_0 dadas por:

$$\omega_l = \omega_0 \frac{d_0}{d_l}, \quad (5.25)$$

siendo

$$d_0 = dod + t \quad \text{y} \quad d_l = dod + t - \Delta l \left(l - \frac{1}{2}\right). \quad (5.26)$$

Así, la discretización del objeto en láminas puede pensarse como un muestreo en el dominio de frecuencias del espectro del patrón de dispersión $F_S(r)$. El intervalo de muestreo $\Delta\omega_l = \omega_l - \omega_{l-1}$ aumenta con l de acuerdo a:

$$\Delta\omega_l = \omega_l \frac{\Delta l}{d_l + \Delta l}. \quad (5.27)$$

Nótese que $\Delta\omega_l$ dependerá del espesor de las láminas Δl y de la geometría de adquisición (a través de dod y t). Además, será diferente también para cada frecuencia presente en f_0 .

El mayor intervalo de muestreo frecuencial para la componente de frecuencia arbitraria ω_0 , para $l = L$, viene dado por:

$$\Delta\omega_{max} = \Delta\omega_L = \omega_0 \frac{\Delta l (dod+t)}{\left(dod+\frac{1}{2}\Delta l\right)\left(dod+\frac{3}{2}\Delta l\right)}. \quad (5.28)$$

Suponiendo un intervalo de muestreo constante en el dominio de frecuencias, con paso $\Delta\omega_{max}$, podemos escribir el muestreo en el dominio frecuencial como el producto entre el espectro de frecuencias del patrón de dispersión, $\mathcal{F}[Fs(r)]$ y un tren de impulsos con separación dada por $\Delta\omega_{max}$:

$$\mathcal{F}\{Fs_{\Delta l}(r)\} = \mathcal{F}\{Fs(r)\} III_{\Delta\omega_{max}}(\omega) . \quad (5.29)$$

En el dominio espacial, (5.29) representa una convolución con un tren de impulsos de período $\Delta\tau = \frac{2\pi}{\Delta\omega_{max}}$:

$$Fs_{\Delta l}(r) = Fs(r) * III_{\Delta\tau}(r) . \quad (5.30)$$

Esta convolución implica una replicación de $Fs(r)$ a intervalos dados por $\Delta\tau$. Para que las replicaciones no se solapen es preciso que $\frac{r_{max}}{\Delta\tau} < 1$, condición que en términos de (5.28) queda:

$$\frac{r_{max}}{\Delta\tau} = \frac{1}{2\pi} r_{max} \Delta\omega_{max} = r_{max} \frac{\omega_0}{2\pi} \frac{\Delta l (dod+t)}{(dod+\frac{1}{2}\Delta l)(dod+\frac{3}{2}\Delta l)} < 1 . \quad (5.31)$$

La satisfacción de esta condición evidentemente dependerá de la geometría del objeto (a través de t), de la geometría de adquisición (a través de r_{max} y de dod), del material (a través de ω_0) y de la implementación del modelo (a través de Δl).

En la geometría particular que nos ocupa, donde $dod \approx t$, la condición (5.31) puede simplificarse de la siguiente manera:

$$\frac{\Delta l}{t} \frac{1}{(1+\frac{1}{2}\frac{\Delta l}{t})(1+\frac{3}{2}\frac{\Delta l}{t})} < \frac{\pi}{\omega_0 r_{max}} , \quad (5.32)$$

que puede interpretarse como la relación que establece un límite superior para $\Delta l/t$. La línea continua en la Figura 5.16 (a) muestra los valores que toma el término izquierdo de la desigualdad (5.32) en función de $\Delta l/t$. El término derecho depende de la sección eficaz diferencial de dispersión (a través de ω_0) y de la geometría de adquisición (a través de r_{max}). Estimamos los valores de ω_0 que caracterizan a los patrones elementales como $\omega_0 = 2\pi f_c$, siendo f_c la frecuencia de corte de un filtro pasa-bajos que permite conservar definidos los picos del patrón elemental coherente³³. Como ejemplo, la línea punteada horizontal en la Figura 5.16 (a) indica el valor que toma $\frac{\pi}{\omega_0 r_{max}} \approx 0,17$ considerando $r_{max} = 2,5 \text{ cm}$ y $f_c = 1,20 \text{ cm}^{-1}$ –estimación realizada para PMMA a 24 keV–. En este caso, la restricción (5.32) resulta en $\Delta l/t < 0,26$.

Dado que el análisis realizado corresponde al peor caso (a través de la elección de ω_0 y de $\Delta\tau$), cabe esperar que el cumplimiento de la restricción establecida garantice que la

³³ Consideramos el patrón elemental coherente porque esta componente de dispersión presenta variaciones más abruptas que la componente incoherente. Esta consideración simplifica el análisis sin reducir la exigencia sobre $\Delta l/t$.

consideración de L centros dispersores no tendrá efectos relevantes sobre la forma del patrón de dispersión. Considerando $t = 5$ cm tenemos, en el caso bajo análisis, que la condición es $\Delta l < 1,3$ cm. En la Figura 5.16 (b) se compara la predicción del modelo en un caso en que no se satisface la restricción sobre Δl –considerando $\Delta l = 2,5$ cm– con un caso en que sí se satisface la restricción –considerando $\Delta l = 1$ cm–. En la figura no se muestra el patrón de dispersión obtenido mediante simulaciones MC completas para facilitar la comparación de las dos predicciones del modelo con diferente Δl . La simulación MC ya se mostró en la Figura 5.14.

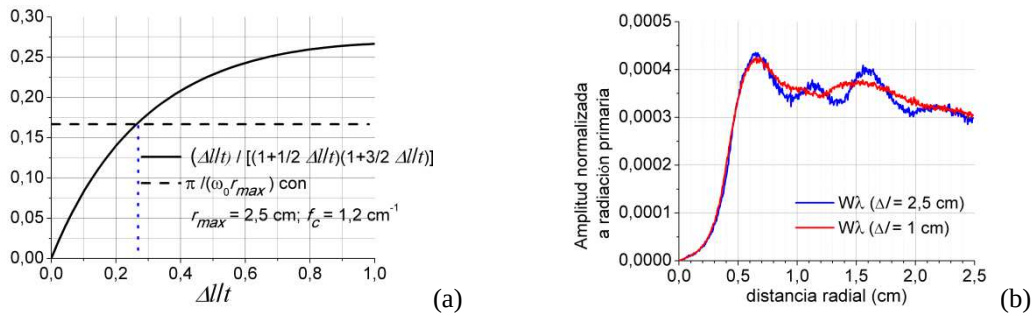


Figura 5.16: Restricción en el espesor de la lámina debido a la consideración de L centros dispersores en la geometría con $dod \approx t$. (a) Miembro izquierdo de (5.32) (curva continua) y la restricción del miembro derecho (línea de trazos) para $r_{max} = 2,5$ cm y $f_c = 1,20$ cm $^{-1}$ –con $\pi/(\omega_0 r_{max}) \approx 0,17$, estimación realizada para PMMA a 24 keV–. (b) Patrón de dispersión, $t = 5$ cm, PMMA, 24 keV, $\Delta r = 0,005$ cm, $dod = 5$ cm. En azul, predicho por el modelo con $\Delta l = 2,5$ cm. En rojo, predicho por el modelo con $\Delta l = 1$ cm. Puede verse la simulación MC completa de este patrón en la Figura 5.14.

En la Figura 5.17 se muestra una gráfica del valor límite de $\Delta l/t$ en función de f_c . Puede observarse que no existe restricción sobre Δl para frecuencias bajas ($f_c < 0,75$ cm $^{-1}$), en cuyo caso (5.32) se satisface para cualquier $0 < \Delta l/t < 1$ (con $r_{max} = 2,5$ cm). Para frecuencias superiores, la restricción sobre $\Delta l/t$ varía de forma bastante abrupta al principio y más suave después. Se destaca en rojo la porción de la curva que representaría la restricción sobre $\Delta l/t$ para diferentes materiales (agua, PMMA, tejido adiposo, tejido glandular) y energías de interés mamográfico. En particular, el punto marcado sobre la curva representa la estimación realizada para PMMA a 24 keV.

Cabe señalar que la situación es cualitativamente distinta para geometrías en las cuales el detector se coloca suficientemente lejos del objeto dispersor tal que se satisfaga, en cambio, que $dod \gg t$. En ese caso, la variación de ω con z representada por (5.24) es despreciable y no existe restricción para el espesor de la lámina.

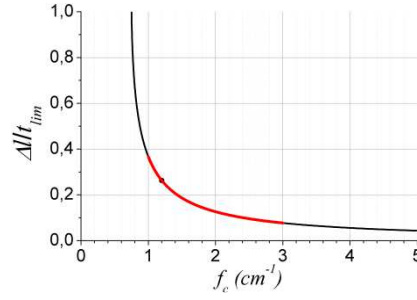


Figura 5.17: Máximo valor de $\Delta l/t$ para garantizar que el modelo reproduzca adecuadamente la componente frecuencial $\omega_b = 2\pi f_c$ del patrón elemental en función de f_c . El punto representa la situación detallada en la Figura 5.16. La región destacada en rojo comprende el intervalo de f_c estimado para los materiales y el rango de energía de interés para una geometría donde $t = dod = 5$ cm y $r_{max} = 2,5$ cm.

La segunda implicancia de la consideración de un número finito de centros dispersores puntuales es que con ello se desprecia el efecto de la sección transversal no nula del haz. El efecto sobre la forma del patrón de dispersión puede ser relevante en algunas configuraciones y puede llevar a limitaciones del modelo en la implementación actual. Un ejemplo en que esto ocurre se ilustra en la Figura 5.18. Corresponde al caso de la configuración experimental considerada en el capítulo anterior para la medición del patrón de dispersión producido en 2 cm de PMMA. La figura compara la predicción del modelo (misma curva $W\lambda$ mostrada ya en la Figura 5.12 (b)) con simulaciones MC completas considerando un haz idealmente estrecho (de sección transversal nula, curva verde) y un haz colimado de 0,1 cm de radio como el experimental (curva azul). En este caso, hemos optado por mostrar las curvas MC suavizadas para que las fluctuaciones estadísticas no apantallen las diferencias que pretendemos destacar. Se observa excelente acuerdo entre el modelo y la simulación MC considerando un haz idealmente estrecho. En cambio, se observa una pequeña discrepancia entre el modelo y la simulación MC considerando un haz conformado por un colimador de radio 0,1 cm. La diferencia observada va en el mismo sentido que la diferencia observada entre el modelo y el experimento en la Figura 5.12 (b).

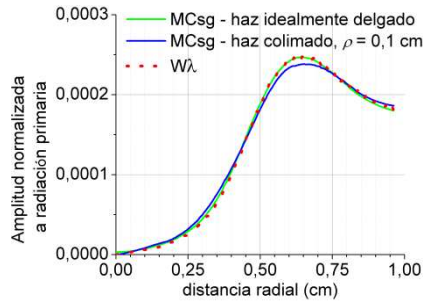


Figura 5.18: Efecto de la sección transversal del haz. Se muestra el patrón de dispersión producido por $t = 2$ cm de PMMA ($dod = 5,105$ cm, $\Delta r = 0,0048$ cm). Se compara la predicción del modelo ($\Delta l = 0,1$ cm) con simulaciones MC completas para el caso en que el objeto es irradiado con un haz idealmente estrecho y con un haz colimado (colimador de radio 0,1 cm). (ECMsg: $7,7 \times 10^{-12}$ para el haz idealmente estrecho y $3,2 \times 10^{-11}$ para el haz colimado).

5.3.4 Efectos y limitaciones de las simplificaciones en el tratamiento de la atenuación en una lámina

En esta sección analizamos los efectos y las limitaciones derivados de la aproximación (5.18) que acá repetimos por comodidad:

$$T_{\Delta l}(E) \approx e^{-\mu(E_{media})\Delta l}. \quad (5.18)$$

Recordemos que $T_{\Delta l}$ representa el producto entre el factor exponencial de transmisión antes de la dispersión por el factor de transmisión después de la dispersión en algún punto de la lámina.

En primer lugar, la aproximación (5.18) implica despreciar el exceso de camino del haz dispersado en la lámina, explicitada en (5.16) con la aproximación de la longitud del camino dentro de la lámina por el espesor de la misma Δl :

$$T_{\Delta l}(E) \approx e^{-\mu(E)\Delta l} \quad (5.16)$$

Bajo la suposición de que la dispersión ocurre en el centro de la lámina, el exceso de camino dentro de la lámina puede aproximarse por $\frac{1}{2}dt$, con dt dado por el cociente entre el exceso de camino total Δt y la cantidad de láminas que el fotón dispersado recorre luego de la dispersión:

$$dt = \frac{\Delta t}{L-l+\frac{1}{2}}. \quad (5.33)$$

Δt depende de la geometría. Consideremos un objeto de bloque con Δt dado por (5.22). La contribución de $\frac{1}{2}dt$ sobre la longitud total de la trayectoria del fotón dentro del objeto ($t + \Delta t$) puede escribirse, en función de Δl y t , como:

$$\frac{\frac{dt}{2}}{t+\Delta t} = \frac{\frac{\Delta l}{t} \frac{1-\cos(\theta)}{\cos(\theta)}}{2 + \left(2 - \frac{\Delta l}{t}(2l-1)\right) \frac{1-\cos(\theta)}{\cos(\theta)}}. \quad (5.34)$$

Esta contribución aumenta con el ángulo de dispersión θ y con la profundidad de la lámina l . Dado que se maximiza para $l = L$, la máxima contribución es:

$$\left(\frac{\frac{dt}{2}}{t+\Delta t} \right)_{max} = \frac{\frac{\Delta l}{t} \frac{1-\cos(\theta)}{\cos(\theta)}}{2 + \frac{\Delta l}{t} \frac{1-\cos(\theta)}{\cos(\theta)}}. \quad (5.35)$$

Para un ángulo de dispersión de 30° , el exceso de camino dentro de una lámina representa menos del 0,2 % de la longitud total de la trayectoria de un fotón dentro del objeto si $\Delta l/t < 0,03$ ($L > 33$). Para las láminas con menor profundidad dentro del objeto ($l = L$), el exceso de camino en una lámina tiene una contribución aún menor sobre la longitud de la trayectoria total de los fotones. Por lo tanto, despreciar la atenuación en el exceso de camino con la aproximación (5.16) no representa una pérdida de exactitud relevante..

En segundo lugar, la aproximación (5.18) desprecia la variación del coeficiente de

atenuación con la energía y –por lo tanto– el endurecimiento del haz en la lámina de espesor Δl . Por el Teorema de Taylor, sabemos que existe un número E_C entre E y E_{media} tal que el miembro derecho de la expresión (5.18) puede escribirse como:

$$e^{-\mu(E)\Delta l} = e^{-\mu(E_{media})\Delta l} + R_0(E), \quad (5.36)$$

donde:

$$R_0(E) = -\Delta l \frac{d\mu}{dE}(E_C) e^{-\mu(E_C)\Delta l} (E - E_{media}). \quad (5.37)$$

Acá nos interesa acotar el error que la aproximación a orden cero introduce en Dp . Para hacerlo partimos de la expresión (5.15), que repetimos por comodidad:

$$Dp(\theta) = n_0 \Delta l \frac{1}{e^{-\mu(E_{media})\Delta l}} \frac{\int N_t(E) T_{\Delta l}(E, \mu, \theta) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}[x(E, \theta)] \right)_{tot} dE}{\int N_t(E) dE}, \quad (5.15)$$

y reemplazamos $T_{\Delta l}$ por (5.36). Entonces escribimos Dp como:

$$Dp(\theta) = Dp^0(\theta) + R_{Dp}(\theta), \quad (5.38)$$

con

$$Dp^0(\theta) = n_0 \Delta l \frac{\int N_t(E) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}[x(E, \theta)] \right)_{tot} dE}{\int N_t(E) dE}, \quad (5.39)$$

y

$$R_{Dp}(\theta) = n_0 \Delta l^2 \frac{1}{e^{-\mu(E_{media})\Delta l}} \frac{\int N_t(E) \frac{d\mu}{dE}(E_C) e^{-\mu(E_C)\Delta l} (E - E_{media}) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}[x(E, \theta)] \right)_{tot} dE}{\int N_t(E) dE}. \quad (5.40)$$

con E_C variando entre E e E_{media} . El error en Dp al tomar la aproximación a orden cero de la exponencial (5.36) es entonces:

$$Err(\theta) = |R_{Dp}(\theta)|. \quad (5.41)$$

El error relativo puede calcularse como $Err_{rel}(\theta) = \frac{Err(\theta)}{Dp^0(\theta)}$:

$$Err_{rel}(\theta) = \Delta l \frac{1}{e^{-\mu(E_{media})\Delta l}} \frac{\left| \int N_t(E) \frac{d\mu}{dE}(E_C) e^{-\mu(E_C)\Delta l} (E - E_{media}) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}[x(E, \theta)] \right)_{tot} dE \right|}{\int N_t(E) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}[x(E, \theta)] \right)_{tot} dE}. \quad (5.42)$$

Entonces:

$$Err_{rel}(\theta) \leq M \frac{\left| \int N_t(E) (E - E_{media}) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}[x(E, \theta)] \right)_{tot} dE \right|}{\int N_t(E) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}[x(E, \theta)] \right)_{tot} dE}, \quad (5.43)$$

siendo

$$M = \max \left[\Delta l \frac{d\mu}{dE}(E^*) \frac{e^{-\mu(E^*)\Delta l}}{e^{-\mu(E_{media})\Delta l}} \right], \quad (5.44)$$

con E^* variando dentro del intervalo de integración. Podemos reescribir lo anterior como:

$$Err_{rel}(\theta) \leq M |E_{media}^s(\theta) - E_{media}|, \quad (5.45)$$

con

$$E_{media}^s(\theta) \equiv \frac{\int N_t(E) E \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [x(E, \theta)] \right)_{tot} dE}{\int N_t(E) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} [x(E, \theta)] \right)_{tot} dE}. \quad (5.46)$$

$E_{media}^s(\theta)$ es una energía promedio del espectro $N_t(E)$ pesado por la sección eficaz diferencial de dispersión. La energía $E_{media}^s(\theta)$ depende, entonces, de la distribución espectral $N_t(E)$, del material en la lámina y del ángulo de dispersión. La Figura 5.19 muestra cuatro curvas de $E_{media}^s(\theta)$. Fueron calculadas aproximando la sección eficaz diferencial incoherente por la sección eficaz diferencial Thomson y calculando la sección eficaz diferencial coherente considerando los factores de forma experimentales de agua [16]. Cada una de las curvas corresponde a diferentes espectros transmitidos $N_t(E)$. Las dos primeras corresponden a un espectro de Rh/Rh-27 kVp atenuado en 52 cm de aire y en un espesor t de agua con t igual a 2 o 5 cm. Las dos últimas corresponden a un espectro de Mo/Mo-30 kVp y W/Al-50 kVp atenuado en 52 cm de aire y en un espesor 5 cm de agua. En cada caso, las curvas de $E_{media}^s(\theta)$ se comparan con la energía media (E_{media}) y la energía efectiva (E_{ef}) (en agua) de $N_t(E)$. Las oscilaciones de $E_{media}^s(\theta)$ se deben a la variación de las secciones eficaces diferenciales con θ .

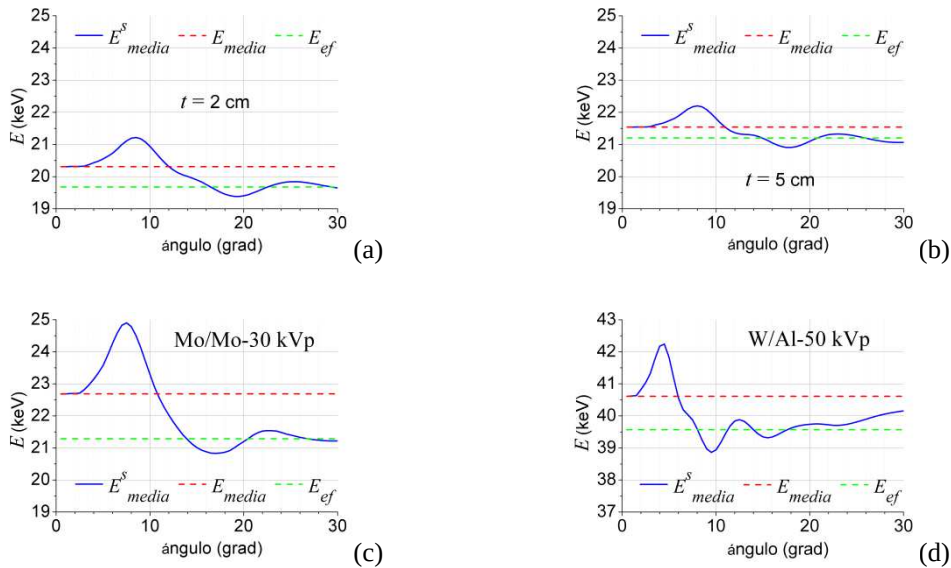


Figura 5.19: Comparación entre la $E_{media}^s(\theta)$ con la E_{media} y la E_{ef} para diferentes espectros transmitidos $N_t(E)$. Los espectros $N_t(E)$ fueron definidos a partir de un espectro $N_0(E)$, modelado de acuerdo a Boone, atenuado en 52 cm de aire y en un espesor t de agua. En (a) y (b) $N_0(E)$ corresponde al espectro Rh/Rh-27 kVp y los espesores de agua considerados son en $t = 2$ cm y $t = 5$ cm respectivamente. En (c) y (d) el espesor de agua considerado es $t = 5$ cm y el espectro $N_0(E)$ corresponde a una fuente de Mo/Mo-30 kVp y W/Al-50 kVp respectivamente.

Para acotar el error según (5.45) es preciso establecer el valor E^* que lo maximiza, de acuerdo a (5.44). E^* depende del espectro $N_t(E)$ considerado y del espesor y composición de la lámina. Considerando despreciable la población espectral para $E < 15$ keV (en la Figura 5.9 (b) se muestran tres espectros $N_t(E)$), podemos acotar el error en Dp con $E^* = 15$ keV para láminas de agua de espesor $\Delta l < 0,7$ cm (deducida en

el Anexo III):

$$\frac{|R_{Dp}(\theta)|_{\Delta l < 0,7 \text{ cm}}}{Dp^0(\theta)} = \Delta l \left| \frac{d\mu}{dE}(15 \text{ keV}) \right| \frac{e^{-\mu(15 \text{ keV})\Delta l}}{e^{-\mu(E_{media})\Delta l}} |E_{media}^s(\theta) - E_{media}|, \quad (5.47)$$

En la Figura 5.20 se muestra el valor de la cota del error en Dp dada por (5.47) para dos espectros transmitidos. La variación oscilante con el ángulo de dispersión está dada por la diferencia entre $E_{media}^s(\theta)$ y E_{media} .

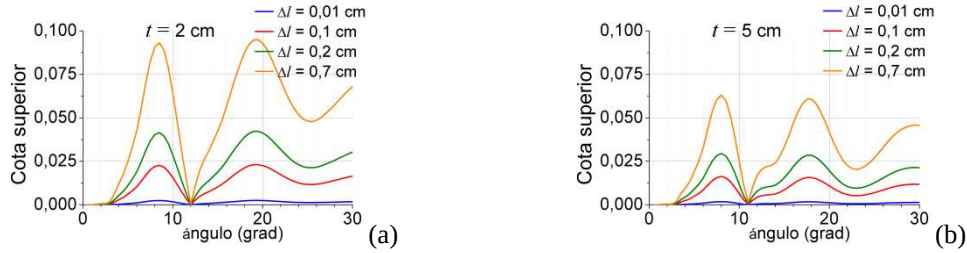


Figura 5.20: Cota del error en Dp derivada de despreciar el endurecimiento del haz en una lámina del objeto para cuatro espesores Δl de la lámina. $N_l(E)$ corresponde a un espectro Rh/Rh-27 kVp atenuado en 52 cm de aire y (a) $t = 2$ cm de agua o (b) $t = 5$ cm de agua.

Para los dos espectros considerados en la Figura 5.20 y con $\Delta l \leq 0,1$ cm, el error en Dp se mantendrá por debajo del 2,5 %. Se trata del espectro Rh/Rh-27 kVp transmitido en 2 cm y 5 cm de agua. Como puede verse en la Figura 5.19 (c), el factor $|E_{media}^s(\theta) - E_{media}|$ tiene amplitudes cuatro veces mayor para el espectro Mo/Mo-30 kVp, por lo que debe esperarse un error mayor en Dp para dicho espectro.

La Figura 5.21 ilustra los efectos que pueden derivarse de la aproximación (5.18) en el modelado de patrones de dispersión propuesto. Allí se comparan patrones de dispersión predichos por el modelo considerando $\Delta l = 0,1$ cm y $\Delta l = 1$ cm con el patrón de dispersión simulado por MC. Se trata del patrón de dispersión producido por 5 cm de agua cuando se irradia con una fuente emitiendo un espectro Mo/Mo-30 kVp o Rh/Rh-27 kVp. Debido a que obtenemos Dp mediante simulaciones MC empleando una distribución espectral incidiendo sobre la lámina igual a $N_l(E)$, el aumento de Δl conlleva una sobreestimación del endurecimiento del haz a través del objeto. El impacto sobre el patrón predicho por el modelo es un ligero desplazamiento del pico hacia menores distancias radiales como consecuencia de la menor contribución de las bajas energías. Este efecto es más evidente, de acuerdo a lo esperado, en el caso del espectro de Mo/Mo-30 kVp (Figura 5.21 (a)) que en el caso del espectro de Rh/Rh-27 kVp (Figura 5.21 (b)).

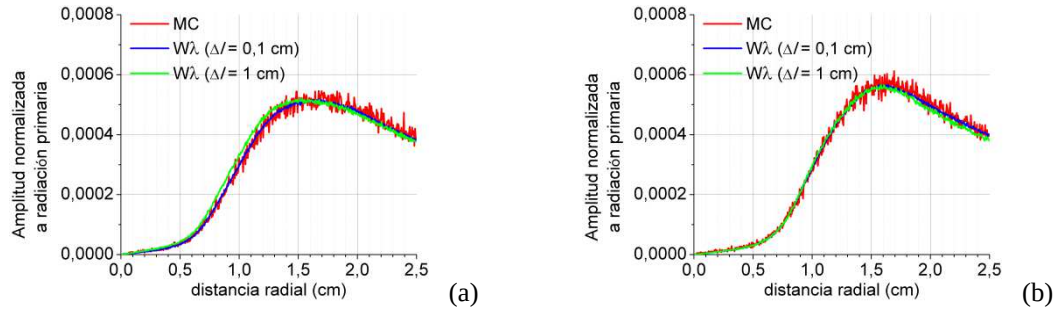


Figura 5.21: Efecto del endurecimiento en la lámina. Patrón de dispersión producido por $t = 5$ cm de agua ($dod = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). Se compara la predicción del modelo –considerando $\Delta l = 0,1$ cm y $\Delta l = 1$ cm– con simulaciones MC completas para el caso en que el objeto es irradiado con (a) Mo/Mo-30 kVp (ECMsg: $4,0 \times 10^{-11}$ para $\Delta l = 0,1$ cm y $3,5 \times 10^{-10}$ para $\Delta l = 1$ cm) o (b) Rh/Rh-27 kVp (ECMsg: $3,6 \times 10^{-11}$ para $\Delta l = 0,1$ cm y $1,6 \times 10^{-10}$ para $\Delta l = 1$ cm).

5.3.5 Efectos y limitaciones de la aproximación de la atenuación de los fotones en el exceso de camino

En esta sección analizamos los efectos y las limitaciones que podría introducir la aproximación (5.9), que acá repetimos por comodidad:

$$N_0(E)T_{Ob}(E, z_l, \mathbf{R}) \approx N_t(E)e^{-\mu_0 \Delta t(z_l, \mathbf{R})} \quad (5.9)$$

La aproximación (5.9) implica, por un lado, suponer que la atenuación de los fotones dispersados a lo largo del exceso de camino (respecto de la trayectoria del haz primario) es independiente de la energía del fotón y, entonces, despreciar el endurecimiento del haz dispersado. El error en el patrón elemental derivado de despreciar el endurecimiento del haz en el exceso de camino a través de la aproximación (5.9) puede acotarse de manera similar a como lo hicimos para el error derivado de despreciar el endurecimiento del haz en la lámina (sección 5.3.4). Como mostramos en la Figura 5.6 (a), para una geometría de adquisición consistente en un conjunto de anillos de radio máximo $r_{max} = 2,5$ cm sobre un plano a una distancia $dod = 5$ cm y una geometría del objeto de bloque laminado (Figura 5.2 (a)) con espesor $t = 5$ cm, Δt_{jl} toma valores menores a $\Delta t_{max} = 0,15$ cm. Este valor máximo de exceso de camino corresponde a los fotones que, en la primer lámina ($l = 1$), son dispersados hacia un anillo detector de radio r_{max} . Para los espectros transmitidos considerados en la Figura 5.20, el error en el patrón elemental será como máximo del orden del 1 %. Δt_{jl} es menor a medida que disminuye el radio de detección y aumenta la profundidad de la lámina considerada. El error en el patrón elemental derivado de despreciar el endurecimiento en el exceso de camino disminuye con Δt_{jl} del mismo modo que en la Figura 5.20 disminuye con Δl .

En la implementación del modelo hemos asignado a μ_0 el valor del coeficiente de atenuación efectivo en agua. Al escoger $\mu_0 = \mu_{ef}$ ajustamos mejor el modelado de la atenuación en Δt para las energías más probables de los fotones dispersados a ángulos medios que si hubiésemos escogido $\mu_0 = \mu(E_{media})$ (de acuerdo a la Figura 5.19).

Por otro lado, la aproximación (5.9) implica despreciar la variación espacial del coeficiente de atenuación –en objetos no homogéneos– a lo largo de la trayectoria en el exceso de camino de los fotones dispersados. El agua es el material más atenuante de entre los cuatro materiales considerados. Por lo tanto, el mayor error en un patrón elemental derivado de esta consideración se dará cuando el objeto esté compuesto de tejido adiposo, el menos atenuante. El error dependerá, además de la composición del objeto, de la energía y la geometría. Considerando el caso de una geometría con $dod = 5$ cm, $t = 5$ cm y $r_{max} = 2,5$ cm, el exceso de camino máximo es $\Delta t_{max} = 0,15$ cm. Considerando el caso del espectro $N_t(E)$ correspondiente al espectro de Rh/Rh-27 kVp atenuado en 5 cm de agua, los coeficientes de atenuación efectiva son $0,7 \text{ cm}^{-1}$ y $0,4 \text{ cm}^{-1}$ para agua y tejido adiposo respectivamente. La diferencia en el factor de atenuación $e^{-\mu_{ef} 0,15 \text{ cm}}$ a lo largo de una trayectoria de longitud Δt_{max} es de aproximadamente el 5 %. Este es el error en el patrón elemental de la primer lámina ($l = 1$) del objeto de 5 cm de espesor, sólo para $r = r_{max}$ y cuando todo el objeto está compuesto de tejido adiposo. El error será menor para $r < r_{max}$, $l > 1$ y otras composiciones del objeto, y tiende a cero para $l \approx L$.

En los casos en que la atenuación en el exceso de camino sea despreciable –ya sea por las cualidades del material, las energías o la geometría consideradas– el modelo puede simplificarse aproximando

$$e^{-\mu_0 \Delta t(z_l, \mathbf{R})} \approx 1 \quad (5.48)$$

en (5.20). Esto es factible en muchos casos prácticos, como por ejemplo en el caso mostrado en la Figura 5.12 (b) –correspondiente al patrón de dispersión de 2 cm de PMMA en la geometría experimental considerada en el Capítulo 4–. En ese caso, la configuración geométrica asegura que el ángulo de dispersión de los fotones detectados es menor a 8° ($\approx \text{atan}\left(\frac{r_{max}}{t+dod}\right)$) y el exceso de camino está limitado por $\Delta t_{max} \approx 0,02$ cm. En consecuencia, no hay diferencias apreciables entre la predicción del modelo completo y la simplificación de pequeños ángulos usando (5.48).

En otros casos, como los ilustrados en la Figura 5.22, la simplificación de pequeños ángulos produce una sobreestimación de la amplitud del patrón de dispersión. La Figura 5.22 (a) compara el patrón de dispersión obtenido empleando el modelo completo y el obtenido empleado la simplificación (5.48) en el caso de la medición experimental del patrón producido por 2,3 cm de agua; la geometría limita el ángulo de dispersión de los fotones detectados por debajo de los 12° y al exceso de camino en $\Delta t_{max} \approx 0,05$ cm.

En la comparación mostrada en la Figura 5.22 (b) se considera un dispersor también de agua, pero en este caso de espesor $t = 5$ cm colocado a una distancia $dod = 5$ cm del detector con $r_{max} = 2,5$ cm, irradiado con un haz monoenergético de 18 keV. En este caso, Δt_{max} es mayor ($\approx 0,15$ cm) debido a la configuración geométrica y, además, la probabilidad a ángulos amplios aumenta debido al uso de una energía menos penetrante.

Ambos factores explican el mayor apartamiento del modelo simplificado para pequeños ángulos respecto del modelo completo y las simulaciones MC.

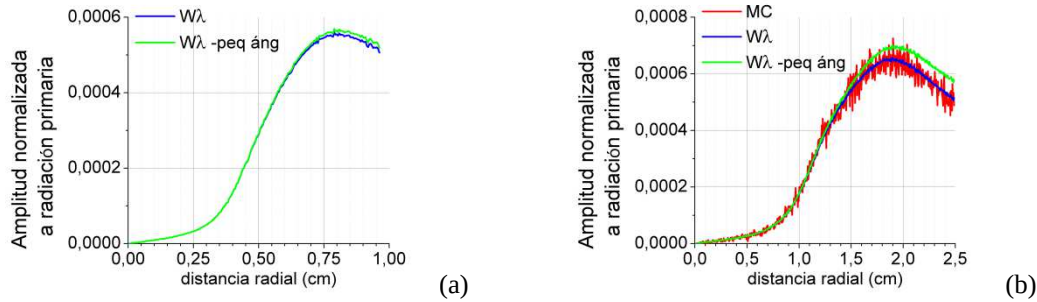


Figura 5.22: Variación de la predicción del modelo cuando se introduce la simplificación de pequeños ángulos (5.48). (a) Caso de la geometría experimental empleada para la medición del patrón de dispersión de 2,3 cm de agua ($t = 2,3$ cm, $dod = 2,4$ cm, $r < 1$ cm). La comparación de $W\lambda$ con el patrón experimental fue mostrada previamente en la Figura 5.12 (a). (b) Caso de un dispersor de agua en otra geometría ($t = 5$ cm, $dod = 5$ cm, $r < 2,5$ cm). La predicción del modelo se compara con simulaciones MC.

5.3.6 Sensibilidad del modelo frente a inexactitudes en la distribución espectral del haz transmitido

En ocasiones puede ser inaccesible el conocimiento con exactitud de $N_t(E)$ y será necesaria una aproximación a la misma para construir $\mathbf{W}$. En esta sección analizamos el efecto del empleo de una hipótesis de $N_t(E)$ sobre la capacidad predictiva del modelo. Designamos con $\tilde{N}_t(E)$ a la hipótesis del espectro transmitido $N_t(E)$ considerado en la construcción de $\mathbf{W}$. Entonces, construimos $\mathbf{W}$ escogiendo $N_p(E) \propto \tilde{N}_t(E)$ en la simulación de las D_p para cada uno de los K materiales considerados.

Definimos $\tilde{N}_t(E)$ como la distribución espectral emitida por una fuente de rayos X Rh/Rh-27 kVp y endurecida a través de 52 cm de aire y de 5 cm de agua. Bajo esta hipótesis $\tilde{N}_t(E)$, construimos la matriz $\mathbf{W}$ que contiene patrones elementales para agua, PMMA, tejido adiposo y tejido glandular. Empleamos esta matriz para generar los patrones de dispersión para objetos de diversas composiciones. En todos los casos consideramos, como en la sección 5.3.1, objetos de espesor $t = 5$ cm que se suponen compuestos por $L = 50$ láminas de espesor $\Delta l = 0,1$ cm, colocados a una distancia $dod = 5$ cm del plano de detección, y una integración radial de los eventos detectados con $\Delta r = 0,005$ cm y $r < 2,5$ cm.

Comparamos los patrones de dispersión generados con la $\mathbf{W}$ y los patrones de dispersión obtenidos mediante simulaciones MC completas. En las simulaciones MC completas, se considera que la fuente emite el espectro de Rh/Rh-27 kVp. La comparación cuantitativa entre ambos patrones de dispersión se realiza mediante el ECMsg (5.23). La exactitud de la hipótesis $\tilde{N}_t(E)$ se cuantifica a través del coeficiente de correlación lineal (forzando ordenada nula) entre $\tilde{N}_t(E)$ y $N_t(E)$.

En la Figura 5.23 se muestra esta comparación para el caso de tres objetos homogéneos de 5 cm de espesor compuestos de tejido adiposo, tejido glandular y PMMA, respectivamente. En la Figura 5.24 se realiza la comparación para objetos inhomogéneos compuestos por dos materiales con distribuciones como las esquematizadas en la Figura 5.4; se combinan 3 cm de agua con 2 cm de PMMA en (a) y con 2 cm de tejido glandular en (b) (debe considerarse que en la Figura 5.4 se supone que el lado izquierdo del esquema corresponde a la superficie de incidencia del haz). Finalmente, presentamos las últimas comparaciones para objetos compuestos por dos materiales en la Figura 5.25, con una menor proporción de agua en su composición. Allí consideramos una inhomogeneidad de agua de 0,6 cm de espesor –colocada sobre la superficie de salida del haz– en un bloque de $t = 5$ cm de PMMA o tejido adiposo.

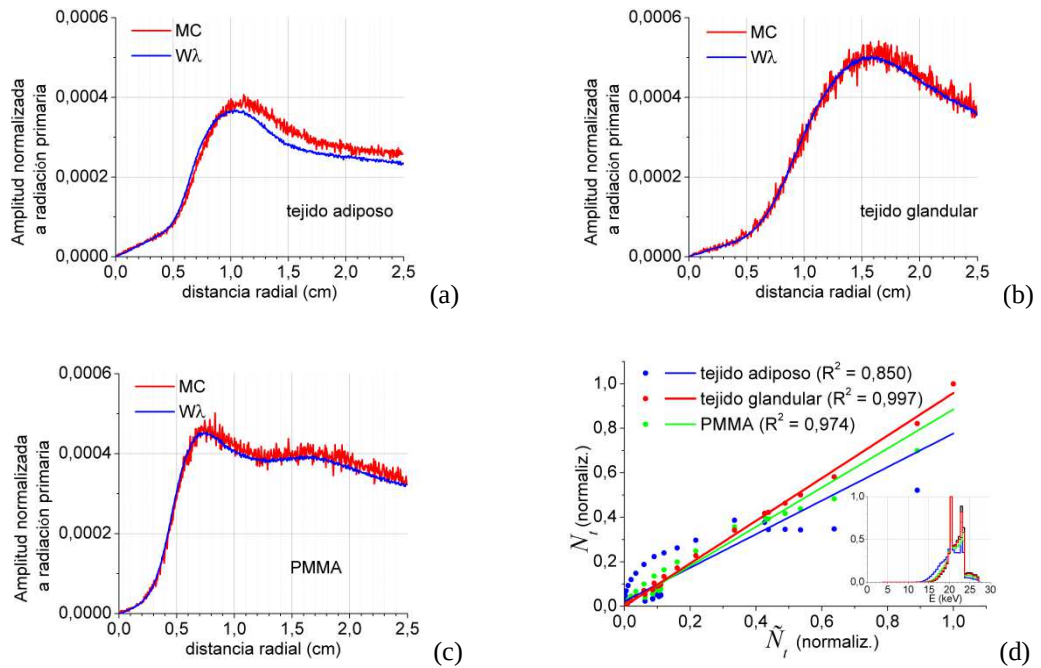


Figura 5.23: Patrón de dispersión para un objeto homogéneo de 5 cm de espesor de (a) tejido adiposo, (b) tejido glandular o (c) PMMA, al ser irradiado por $N_0(E)$: fuente de Rh/Rh-27 kVp en aire a 52 cm del objeto ($dod = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). La curva roja corresponde a la simulación MC completas. La curva azul es la predicción del modelo (con $\Delta l = 0,1$ cm) a partir de $\mathbf{W}$ calculada considerando $\tilde{N}_t(E)$ la distribución espectral transmitida en 5 cm de agua.

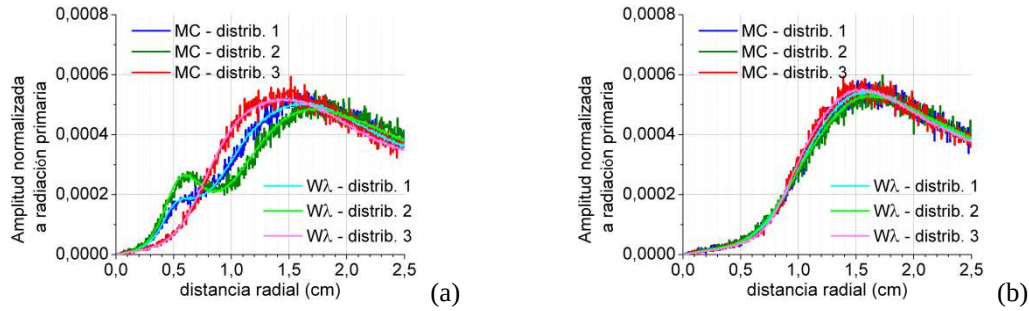


Figura 5.24: Patrón de dispersión para objetos inhomogéneos de 5 cm de espesor compuestos por dos materiales al ser irradiado por $N_0(E)$: fuente de Rh/Rh-27 kVp en aire a 52 cm del objeto ($dod = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). Se consideran tres distribuciones de materiales esquematizadas en la Figura 5.4, con 3 cm de agua y 2 cm de (a) PMMA o de (b) tejido glandular. Se comparan las simulaciones MC completas con la predicción del modelo (con $\Delta l = 0,1$ cm) a partir de $\mathbf{W}$ calculada considerando $\tilde{N}_t(E)$ la distribución espectral transmitida en 5 cm de agua.

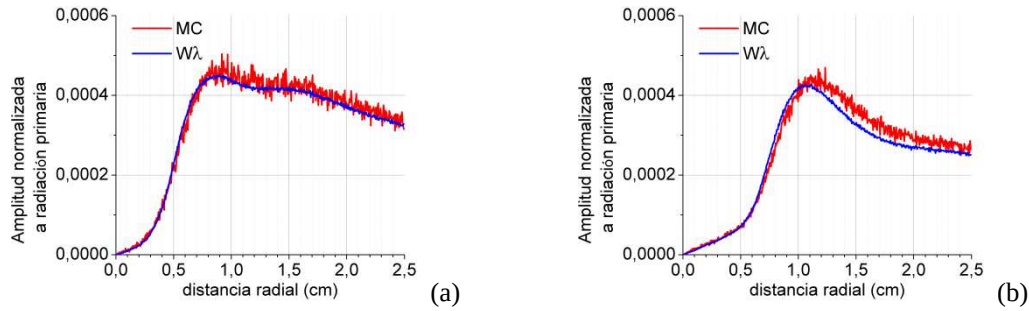


Figura 5.25: Patrón de dispersión para objetos inhomogéneos de 5 cm de espesor compuestos por dos materiales al ser irradiado por $N_0(E)$: fuente de Rh/Rh-27 kVp en aire a 52 cm del objeto ($dod = 5$ cm, $\Delta r = 0,005$ cm). Se considera una inhomogeneidad de 0,6 cm de agua –cerca de la superficie de salida del haz– en un bloque de (a) PMMA o (b) tejido adiposo. La curva roja corresponde a la simulación MC completas. La curva azul es la predicción del modelo (con $\Delta l = 0,1$ cm) a partir de $\mathbf{W}$ calculada considerando $\tilde{N}_t(E)$ la distribución espectral transmitida en 5 cm de agua.

En la Tabla 5.1 se consigna la exactitud en $\tilde{N}_t(E)$ –cuantificada a través del coeficiente de correlación entre $\tilde{N}_t(E)$ y $N_t(E)$ – y el desempeño del modelo –cuantificado como el error cuadrático medio entre el patrón de dispersión generado como $W\lambda$ y el patrón obtenido mediante simulaciones MC completas (ECMsg, por el uso de las versiones suavizadas de la simulación MC).

De acuerdo a lo esperado, se observa una fuerte tendencia a una reducción del ECMsg a medida que aumenta la correspondencia entre $\tilde{N}_t$ y N_t evaluada a través de R^2 . Obviamente, esta correspondencia es mayor cuanto mayor proporción de agua hay en el objeto, consistentemente con la definición escogida para $\tilde{N}_t(E)$. También el aumento en la proporción de tejido glandular va en el mismo sentido debido a que presenta una atenuación muy similar al agua. La hipótesis $\tilde{N}_t$ se ve más exigida al reducir la fracción de agua y aumentar la fracción de tejido adiposo, consistente con el hecho de que –de entre los cuatro materiales considerados– este último es el que presenta mayor diferencia en los coeficientes de atenuación respecto del agua.

Tabla 5.1: Evaluación de la predicción de patrones de dispersión –mediante ECMsg– para objetos diversos empleando el modelo propuesto, a partir de una única $\mathbf{W}$ construida considerando $\tilde{N}_t(E)$ igual la distribución espectral transmitida en 5 cm de agua. Se indica R^2 entre $N_t(E)$ y $\tilde{N}_t(E)$ para cada una de las composiciones consideradas.

Composición del objeto	ECMsg	$R^2 (N_t \text{ vs. } \tilde{N}_t)$
Objetos homogéneos		
5 cm de agua	$6,6 \times 10^{-11}$	1,000
5 cm de tejido adiposo	$5,7 \times 10^{-10}$	0,850
5 cm de tejido glandular	$7,1 \times 10^{-11}$	0,997
5 cm de PMMA	$1,6 \times 10^{-10}$	0,974
3 cm de agua + 2 cm de PMMA		
distribución 1	$5,9 \times 10^{-11}$	0,997
distribución 2	$1,0 \times 10^{-10}$	0,997
distribución 3	$9,4 \times 10^{-11}$	0,997
3 cm de agua + 2 cm de tejido glandular		
distribución 1	$2,7 \times 10^{-11}$	1,000
distribución 2	$2,7 \times 10^{-11}$	1,000
distribución 3	$2,6 \times 10^{-11}$	1,000
0,6 cm de agua + 4,4 cm de PMMA		
distribución 1	$1,2 \times 10^{-10}$	0,985
distribución 2	$1,5 \times 10^{-10}$	0,985
distribución 3	$1,2 \times 10^{-10}$	0,985
0,6 cm de agua + 4,4 cm de tejido adiposo		
distribución 3	$5,3 \times 10^{-10}$	0,921

5.4 Obtención de información en profundidad a partir de patrones de dispersión: ensayos preliminares

En esta sección estudiamos la posibilidad de obtener información en profundidad del objeto a partir del patrón de dispersión mediante alguna estrategia de inversión del sistema de ecuaciones lineales (5.1):

$$\mathbf{Fs} = \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\lambda}, \quad (5.1)$$

donde la matriz $\mathbf{W}$ relaciona cada estimador del objeto $\boldsymbol{\lambda}$ que se evalúe como posible solución al problema con el patrón de dispersión $\mathbf{Fs}_{\boldsymbol{\lambda}}$ correspondiente. Considerando láminas homogéneas, $\boldsymbol{\lambda}$ es un vector binario que actúa como selector sobre los patrones elementales contenidos en $\mathbf{W}$. Por lo tanto, la cantidad de estimadores que tienen sentido en el contexto del problema así planteado es finito.

La inversión debe realizarse mediante algún método iterativo de optimización de una función objetivo que evalúe en cada paso un estimador del objeto $\boldsymbol{\lambda}$ mediante la comparación entre el patrón de dispersión observado, $\mathbf{Fs}_O$, y el patrón de dispersión que corresponde al estimador, $\mathbf{Fs}_{\boldsymbol{\lambda}}$. Aquel estimador $\boldsymbol{\lambda}'$ que optimice la función objetivo puede interpretarse como el que mejor representa al objeto en estudio O .

5.4.1 Elección de un estimador por exploración de un espacio reducido de estimadores

En esta sección aprovechamos el hecho de que el espacio de estimadores posibles no es infinito. Consideremos que el objeto incógnita puede modelarse por yuxtaposición de L láminas homogéneas, compuestas cada una por alguno de los K materiales que se admiten en el objeto. Entonces, además de ser binario, λ debe satisfacer las siguientes restricciones:

- (1.) $\sum_i \lambda_i = L$: se asume que en cada lámina l hay uno de los K materiales.
- (2.) $\sum_k \lambda_{l+(k-1)L} = 1$: en cada lámina l hay sólo uno de los K materiales. (5.49)

siendo $i = l + (k - 1)L$ con $k = 1, \dots, K$ y $l = 1, \dots, L$.

Bajo las restricciones (5.49), la totalidad de estimadores posibles es K^L . Pero además, a partir de la inclusión de conocimiento adicional sobre el objeto puede reducirse el conjunto de estimadores compatibles con el problema. Entonces podemos abordar la inversión mediante la evaluación de todos los estimadores en ese espacio reducido de estimadores.

Aplicamos esta estrategia a dos problemas. En el primero, se supone conocido que el objeto está compuesto por dos materiales con una única inhomogeneidad y el problema reside en identificar y determinar el tamaño y la ubicación de la inhomogeneidad. En el segundo de ellos, la información adicional proviene de la comparación entre los patrones de dispersión de dos objetos que se suponen iguales, a excepción de una única región cuya caracterización se pretende lograr. La función objetivo que empleamos para evaluar cada uno de los estimadores es el error cuadrático medio ECM. Tal como hicimos en secciones previas, calculamos el ECM a partir de una versión suavizada del patrón obtenido mediante simulaciones MC (de acuerdo a (5.23)).

5.4.1.1 Identificación y caracterización de una inhomogeneidad

Consideremos el caso de objetos que se sabe compuestos por no más de dos materiales (entonces $K = 2$) y con una distribución que se puede caracterizar por una única inhomogeneidad del material $k = 2$ inmersa en un soporte del material $k = 1$. El objetivo perseguido es identificar la longitud L_{inh} (en número de láminas) y la posición P_{inh} de la inhomogeneidad.

Modelamos el objeto por yuxtaposición de $L = 50$ láminas de espesor $\Delta l = 0,1$ cm. Bajo las restricciones establecidas para la distribución de materiales en el objeto, la cantidad

de estimadores a evaluar es $N_{est} = 1 + L(L+1)/2 = 1276$ ³⁴.

Consideramos tres combinaciones de materiales: tejido adiposo-agua, PMMA-agua y tejido glandular-agua. En las tres combinaciones, el agua es el material constitutivo de la inhomogeneidad. Abordamos la reconstrucción de 6 objetos para cada combinación de materiales: los objetos **O** contienen una inhomogeneidad de longitud $L_{inhO} = 30$ (equivalente a 3 cm) o $L_{inhO} = 6$ (equivalente a 0,6 cm) en tres posiciones P_{inhO} diferentes, que ubican la inhomogeneidad centrada en el objeto (distrib. 1), en la superficie de entrada (distrib. 2) o en la superficie de salida (distrib. 3) del haz. Los seis objetos se esquematizan en la primera columna de la Tabla 5.2 (en negro se representa el agua y en blanco se representa el material soporte), indicándose para cada objeto la longitud y posición de la inhomogeneidad.

Obtuvimos el patrón de dispersión correspondiente al objeto en estudio **Fs_O** mediante simulación MC completa, considerando una geometría que consiste en la irradiación con un haz colimado del objeto colocado a 52 cm de la fuente y a $dod = 5$ cm del plano de detección, en el cual los eventos se integran radialmente con $r < 2,5$ cm y $\Delta r = 0,005$ cm. La fuente modela el foco grueso de un mamógrafo con la combinación Rh/Rh operado a 27 kVp.

Calculamos el patrón de dispersión correspondiente a cada uno de los estimadores evaluados **Fs_λ** como **Wλ**. **W** contiene $K \cdot L = 100$ patrones elementales. Simulamos la D_p para generar cada uno de los dos bloques de 50 patrones elementales (un bloque para el material soporte y otro para agua) considerando una hipótesis $\tilde{N}_t(E)$ del haz transmitido. La geometría de detección considerada en **W** equivale a la descripta para la simulación MC de **Fs_O**.

En la Tabla 5.2 se muestra la longitud L_{inh} y posición P_{inh} de la inhomogeneidad en el estimador **λ'** que minimiza el ECM empleando una matriz **W** construida bajo la hipótesis $\tilde{N}_t(E)$ correspondiente al endurecimiento del espectro Rh/Rh-27 kVp en 52 cm de aire y en 5 cm de agua. También se cuantifica la diferencia entre el objeto a reconstruir **O** y el mejor estimador **λ'** mediante la fracción de láminas cuya composición está correctamente asignada en $\lambda' D = \frac{\lambda' \cdot O}{L}$, donde $\lambda' \cdot O$ representa el producto escalar de los dos vectores con elementos binarios. De acuerdo a los datos presentados en la Tabla 5.2, en promedio el 90% de las láminas fueron adecuadamente identificadas como parte

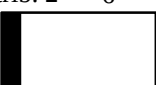
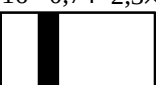
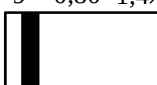
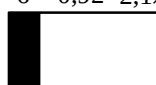
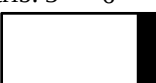
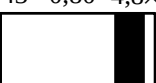
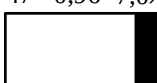
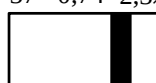
³⁴ En efecto, cuando $L_{inh} \neq 0$, la cantidad de estimadores es $(L - L_{inh} + 1)$, cada uno de ellos correspondiendo a una posición de la inhomogeneidad P_{inh} diferente. La suma de las posibilidades con $0 < L_{inh} \leq L$ es la suma de L términos:

$$\sum_{L_{inh}=1}^{L_{inh}=L} (L - L_{inh} + 1) = L + (L - 1) + (L - 2) + \dots + 1 = \frac{L(L+1)}{2}.$$

Además, cuando $L_{inh} = 0$ se suma una posibilidad más que corresponde al objeto homogéneo (en este caso, P_{inh} no tendrá sentido físico). De modo que, efectivamente, $N_{est} = 1 + \frac{L(L+1)}{2}$.

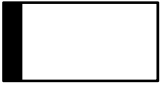
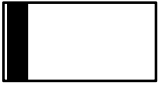
de la inhomogeneidad o del soporte.

Tabla 5.2: Identificación y caracterización de una inhomogeneidad por evaluación de cada estimador en el conjunto solución reducido. Se comparan cada objeto a reconstruir (única inhomogeneidad de agua de longitud L_{inhO} y posición P_{inhO}) con el mejor estimador en términos del valor de ECMsg dentro del conjunto evaluado ($N_{est} = 1276$), $D = \lambda' \cdot O/L$. La matriz $\mathbf{W}$ empleada considera $K = 2$ (material soporte y agua) con $\tilde{N}_t(E)$ para atenuación en 5 cm de agua.

Objeto a reconstruir	Mejor estimador											
	Soporte: adiposo				Soporte: PMMA				Soporte: Glandular			
	λ'				λ'				λ'			
O	L_{inhO}	P_{inhO}			L_{inh}	P_{inh}	D	ECMsg	L_{inh}	P_{inh}	D	ECMsg
distrib. 1	30	26			33	24	0,94	$3,8 \times 10^{-11}$	31	25	0,98	$5,3 \times 10^{-11}$
												
distrib. 2	30	16			31	16	0,98	$1,5 \times 10^{-10}$	30	16	1,00	$1,0 \times 10^{-10}$
												
distrib. 3	30	36			33	34	0,94	$1,8 \times 10^{-11}$	31	35	0,98	$6,4 \times 10^{-11}$
												
distrib. 1	6	26			10	28	0,92	$1,2 \times 10^{-10}$	7	29	0,86	$7,6 \times 10^{-11}$
												
distrib. 2	6	4			7	16	0,74	$2,3 \times 10^{-10}$	6	9	0,80	$1,4 \times 10^{-10}$
												
distrib. 3	6	48			10	43	0,80	$4,8 \times 10^{-11}$	8	47	0,96	$7,0 \times 10^{-11}$
												

En la Tabla 5.3 se muestra el mejor estimador del objeto para los objetos con soporte de tejido adiposo, pero empleando en esta oportunidad una matriz $\mathbf{W}$ construida bajo una hipótesis $\tilde{N}_t(E)$ que considera atenuación en 5 cm de tejido adiposo –en lugar de los 5 cm de agua considerados en las reconstrucciones presentadas en la Tabla 5.2–. Comparando el primer bloque de la Tabla 5.2 con la Tabla 5.3, puede observarse cómo el cambio de la hipótesis $\tilde{N}_t(E)$ afecta la solución óptima encontrada. En particular, se observa un mejor desempeño de la inversión para los objetos con una inhomogeneidad de agua ($L_{inhO} = 30$) predominante al usar $\tilde{N}_t(E)$ en 5 cm de agua, mientras que la inversión da mejores resultados para objetos donde domina el soporte de tejido adiposo ($L_{inhO} = 6$) al usar $\tilde{N}_t(E)$ en 5 cm de tejido adiposo. Evidentemente, si la matriz $\mathbf{W}$ empleada en la reconstrucción no tiene un buen desempeño en el modelado del patrón producido por el objeto, entonces la reconstrucción de dicho objeto se verá limitada.

Tabla 5.3: Identificación y caracterización de una inhomogeneidad por evaluación de cada estimador en el conjunto solución reducido. Se comparan cada objeto a reconstruir (única inhomogeneidad de agua de longitud L_{inhO} y posición P_{inhO}) con el mejor estimador en términos del valor de ECMsg dentro del conjunto evaluado ($N_{est} = 1276$). La matriz $\mathbf{W}$ empleada considera $K = 2$ (material soporte y agua) con $\tilde{N}_t(E)$ para atenuación en 5 cm de tejido adiposo.

Objeto a reconstruir			Mejor estimador. Soporte: adiposo			
$\mathbf{O}$			λ'			
	L_{inhO}	P_{inhO}	L_{inh}	P_{inh}	D	ECMsg
distrib. 1	30	26	27	27	0,94	$2,0 \times 10^{-11}$
						
distrib. 2	30	16	29	17	0,94	$3,2 \times 10^{-11}$
						
distrib. 3	30	36	25	38	0,90	$1,8 \times 10^{-11}$
						
distrib. 1	6	26	6	26	1	$1,8 \times 10^{-11}$
						
distrib. 2	6	4	7	5	0,94	$1,8 \times 10^{-11}$
						
distrib. 3	6	48	6	47	0,96	$1,1 \times 10^{-11}$
						

La Figura 5.26 muestra un arreglo 2D del ECM para cada uno de los estimadores evaluados en un espacio (P_{inh}, L_{inh}) con el que se ilustra la variación suave y la existencia de un único mínimo. Este comportamiento fue observado en todos los casos analizados.

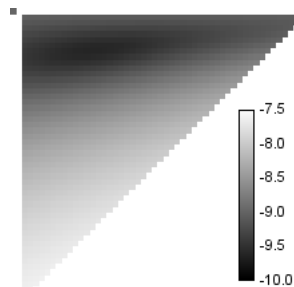


Figura 5.26: Arreglo 2D en un espacio (P_{inh}, L_{inh}) donde se representan los valores de ECM para cada uno de los estimadores evaluados (soporte: tejido adiposo). El punto aislado arriba a la izquierda corresponde al estimador homogéneo, el resto de las filas del arreglo corresponde a $L_{inh} = 0:L$ (filas) y las columnas indican la posición de la inhomogeneidad P_{inh} . La visualización se realiza luego de una transformación logarítmica en base 10 para reducir el contraste.

5.4.1.2 Caracterización de una región diferencia entre dos objetos desconocidos

Consideremos el caso de dos objetos desconocidos A y B, que son idénticos excepto eventualmente en alguna región δ (esquematizados en la Figura 5.27). Consideremos también que en esa región δ ambos objetos son homogéneos. El objetivo perseguido es estimar la posición, longitud y composición (en A y en B) de la región δ mediante la evaluación de un conjunto de posibles soluciones y la selección de una de ellas por minimización del ECM.

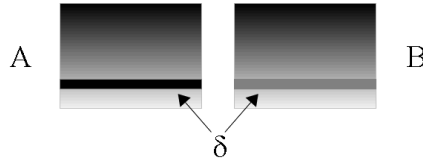


Figura 5.27: Esquema de dos objetos de composición arbitraria e idéntica, a excepción de un conjunto de láminas que definen una región δ donde los objetos son diferentes, pero homogéneos.

Sean $\mathbf{Fs}^A$ y $\mathbf{Fs}^B$ los patrones de dispersión provenientes de los objetos A y B, respectivamente. Suponemos que el haz transmitido a través de A o de B puede ser bien aproximado por un mismo $\tilde{N}_t(E)$, de lo que se deduce que $\mathbf{Fs}^A$ y $\mathbf{Fs}^B$ son adecuadamente descriptos mediante la misma $\mathbf{W}$:

$$Fs_j^A = \sum_i W_{ij} \lambda_i^A \quad \text{y} \quad Fs_j^B = \sum_i W_{ij} \lambda_i^B. \quad (5.50)$$

En consecuencia, a la diferencia entre $\mathbf{Fs}^A$ y $\mathbf{Fs}^B$

$$Fs_j^A - Fs_j^B = \sum_i W_{ij} (\lambda_i^A - \lambda_i^B) \quad (5.51)$$

solo contribuyen aquellos elementos λ_i que corresponden a láminas l con diferente composición k en los objetos A y B, es decir, aquellos que describen la región δ que se busca caracterizar.

En este caso, cada una de las posibles soluciones se caracteriza por la longitud L_δ y la posición P_δ de la región δ , así como por la composición de dicha región en el objeto A (k^A) y en el objeto B (k^B). Si K es la cantidad de materiales que se admite factible en la composición de la región δ y L es la cantidad de láminas con que se modelan los objetos A y B, la cantidad de estimadores a evaluar es $N_{est} = K(1 + (K-1)L(L+1)/2)$. Consideramos que el material dentro de la región δ es, tanto en el objeto A como en el objeto B, alguno de los siguientes: agua o PMMA, tejido adiposo o tejido glandular ($K = 4$). Consideramos además que los objetos se modelan por yuxtaposición de $L = 50$ láminas. Con esto, la cantidad de estimadores a evaluar es $N_{est} = 15304$.

Consideramos el caso particular en que el objeto A representa un modelo simple de mama comprimida. Está compuesto por 3,6 cm de tejido glandular cubierto por una capa de tejido adiposo de 0,5 cm de espesor y comprimido por dos placas de 0,2 cm de PMMA. Consideremos el objeto B como una alteración de A, que corresponde a un

engrosamiento de una de las paredes de tejido adiposo (Figura 5.28). Para este ejemplo, la región δ tiene una longitud de 0,2 cm, se extiende entre $z_1 = 0,7$ cm y $z_2 = 0,9$ cm y está compuesta por tejido glandular en el modelo de mama A y por tejido adiposo en el modelo de mama B.



Figura 5.28: (a) Esquema de un modelo simple de mama comprimida. Consiste en 3,6 cm de tejido glandular (verde) entre dos capas de tejido adiposo de 0,5 cm de espesor (celeste) y comprimida por dos placas de PMMA de 0,2 cm de espesor (naranja). (b) Mismo modelo pero con una alteración dada por el engrosamiento de una pared que –en lugar de ser de 0,5 cm como en (a)– es de 0,7 cm. Espesor total: $t = 5$ cm en ambos objetos.

Obtenemos mediante simulaciones MC completas los patrones de dispersión correspondientes a cada uno de los modelos de mama, $\mathbf{Fs}^A$ y $\mathbf{Fs}^B$, considerando una geometría que consiste en la irradiación con un haz colimado del modelo de mama colocado a 52 cm de la fuente Rh/Rh-27 kVp y a $dod = 5$ cm del plano de detección, en el cual los eventos se integran radialmente con $r < 2,5$ cm y $\Delta r = 0,005$ cm.

El miembro derecho de (5.51) se calcula para cada uno de los estimadores de la región δ empleando una matriz $\mathbf{W}$ construida bajo la hipótesis $\tilde{N}_t(E)$ correspondiente al endurecimiento del espectro Rh/Rh-27 kVp emitido por la fuente en 52 cm de aire y en 5 cm de agua. $\mathbf{W}$ contiene los patrones elementales ($\Delta l = 0,1$ cm) de los cuatro materiales que se admiten en la región δ de los modelos de mama A y B: tejido adiposo ($k = 1$), tejido glandular ($k = 2$), PMMA ($k = 3$) y agua ($k = 4$). La comparación mediante ECM con la diferencia de los patrones $\mathbf{Fs}^A$ y $\mathbf{Fs}^B$ obtenidos por MC completas permite elegir el estimador de la región δ .

En la Tabla 5.4 hemos organizado los mejores 7 estimadores hallados para la región δ . Podemos observar que los seis mejores estimadores corresponden exactamente a la diferencia en la composición de la región de materiales entre los dos modelos de mama considerados – $k^A = 2$ responde a que la región δ está compuesta por tejido glandular en el modelo de mama A mientras que $k^B = 1$ responde a que la región δ está compuesta por tejido adiposo en el modelo de mama B– así como en la longitud de la región δ – $L_\delta = 2$ láminas responde a la diferencia de 0,2 cm en el grosor de la pared de tejido adiposo entre los modelos de mama A y B–. La diferencia entre los primeros seis estimadores radica sólo en la posición de la región δ . El tercer estimador se corresponde exactamente con la geometría simulada, con $P_\delta = 8$.

Tabla 5.4: Caracterización de una región diferencial entre dos objetos desconocidos por evaluación de cada estimador en el conjunto solución reducido. Se muestran los siete mejores estimadores (por minimización del ECM) de la región δ . Para cada uno se indica la longitud y posición de δ , así como la composición en cada uno de los modelos de mama k_A y k_B , con: $k = 1$ para tejido adiposo, $k = 2$ para tejido glandular, $k = 3$ para PMMA y $k = 4$ para agua. El estimador N° 3 es el que corresponde al objeto en estudio.

Estimador	N° 1	N° 2	N° 3	N° 4	N° 5	N° 6	N° 7
ECM	$1,103 \times 10^{-11}$	$1,131 \times 10^{-11}$	$1,135 \times 10^{-11}$	$1,136 \times 10^{-11}$	$1,160 \times 10^{-11}$	$1,180 \times 10^{-11}$	$1,210 \times 10^{-11}$
L_δ	2	2	2	2	2	2	7
P_δ	6	7	8	5	9	4	8
k^A	2	2	2	2	2	2	4
k^B	1	1	1	1	1	1	2

Obtuvimos similares resultados a partir de la comparación de dos objetos con igual geometría que los modelos de mama mostrados en la Figura 5.28, pero reemplazando al tejido adiposo por PMMA y al tejido glandular por agua.

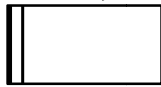
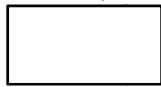
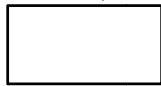
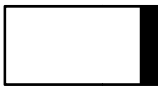
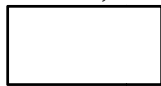
5.4.2 Reconstrucción de objetos compuestos por 2 y 3 materiales mediante MLEM

Cuando no se cuenta con información adicional sobre el objeto que permita restringir el conjunto solución, puede ser más adecuado abordar el problema inverso mediante algún método de reconstrucción tomográfica que provea una estrategia de actualización iterativa del estimador. En esta sección empleamos una implementación simultánea del algoritmo de maximización de la función de verosimilitud (MLEM, del inglés *maximum-likelihood expectation maximization*). Empleamos una implementación simultánea en Matlab. Este método opera naturalmente en un espacio de estimadores continuo. Para obtener soluciones discretas que consideren que todas las láminas del objeto son homogéneas y están compuestas por alguno de los K materiales descriptos por $\mathbf{W}$, binarizamos el estimador continuo obtenido atendiendo a las restricciones (5.49). Para eso, empleamos el criterio de "el ganador se lleva todo": el material dominante en una lámina según la solución continua se considera el único material presente en la lámina. Aplicamos MLEM para reconstruir distribuciones de materiales simples de 2 y 3 materiales a partir de los patrones de dispersión obtenidos mediante simulaciones MC completas.

En primer lugar, consideramos la reconstrucción de objetos compuestos por dos materiales ($K = 2$). Consideramos el mismo conjunto de seis objetos que en la sección 5.4.1.1. Consideramos también la matriz $\mathbf{W}$ construida bajo la hipótesis $\tilde{N}_i(E)$ correspondiente al endurecimiento del espectro Rh/Rh-27 kVp emitido por la fuente en 52 cm de aire y en 5 cm de agua y conteniendo los patrones elementales de los dos materiales que se conoce contenidos en el objeto a reconstruir: material soporte y agua. En la Tabla 5.5 volvemos a esquematizar dichos objetos a reconstruir, donde además los comparamos con los estimadores obtenidos mediante MLEM+binarización. Limitamos

la cantidad de iteraciones en 1000 y detuvimos antes el proceso iterativo si el ECM entre el patrón de dispersión del objeto $\mathbf{F}_{s0}$ obtenido mediante simulaciones MC y el patrón de dispersión predicho por el estimador actual (antes de la binarización) es menor a 2×10^{-10} .

Tabla 5.5 Reconstrucción por MLEM de patrones simulados por MC. Se comparan cada objeto a reconstruir (única inhomogeneidad de agua de longitud L_{inh} y posición P_{inh}) con el estimador. La matriz $\mathbf{W}$ empleada considera $K = 2$ (material soporte y agua) con $\tilde{N}_t(E)$ para atenuación en 5 cm de agua. En blanco el material soporte y en negro el agua. $D = \lambda' \cdot O/L$. Cuando aparecen inhomogeneidades múltiples, no se indica L_{inh} y P_{inh} .

Objeto a reconstruir	Estimador del objeto mediante MLEM													
	Soporte: adiposo					Soporte: PMMA				Soporte: Glandular				
O	λ'					λ'				λ'				
L_{inhO}	P_{inhO}	L_{inh}	P_{inh}	D	Nit	L_{inh}	P_{inh}	D	Nit	L_{inh}	P_{inh}	D	Nit	
distrib. 1 30 	26	35	23	0,90	205	42	22	0,76	1000	-	-	0,44	1000	
distrib. 2 30 	16	27	14	0,94	91	28	15	0,96	1000	-	-	0,44	1000	
distrib. 3 30 	36	32	35	0,96	1000	-	-	0,98	1000	-	-	0,82	1000	
distrib. 1 6 	26	0	-	0,88	11	0	-	0,88	1000	0	-	0,88	1000	
distrib. 2 6 	4	3	2	0,94	66	0	-	0,88	1000	0	-	0,88	74	
distrib. 3 6 	48	7	47	0,98	47	5	48	0,98	1000	0	-	0,88	1000	

Finalmente, consideramos la reconstrucción de objetos compuestos por tres materiales ($K = 3$) empleando en la inversión la matriz $\mathbf{W}$ que contiene los patrones elementales de los tres materiales involucrados considerando a $\tilde{N}_t(E)$ como el espectro Rh/Rh-27kVp atenuado en 5 cm de agua y con $\Delta l = 0,1$ cm. Consideramos la misma geometría que antes: un objeto de espesor de $t = 5$ cm modelado por $L = 50$ láminas colocado a $dod = 5$ cm del detector plano sobre el que se integran radialmente los eventos con $r < 2,5$ cm y $\Delta r = 0,005$ cm.

Obtuvimos el patrón de dispersión correspondiente al objeto en estudio $\mathbf{F}_{s0}$ mediante simulación MC completa, considerando una fuente que modela el foco grueso de un mamógrafo con la combinación Rh/Rh operado a 27 kVp, colimada y con una distancia fuente-objeto de 52 cm.

En la Figura 5.29 se muestra la reconstrucción por MLEM de un objeto compuesto por tres capas: tejido adiposo (1 cm), agua (3 cm) y PMMA (1 cm). En (a) se esquematizan el objeto ($\mathbf{O}$) y el estimador (λ') obtenido mediante la MLEM+binarización. En (b) se muestra el estimador continuo obtenido mediante MLEM (trazo continuo). En este caso, el estimador es un vector de $K \cdot L = 150$ elementos. Consistentemente con cómo hemos organizado los patrones elementales de los tres materiales involucrados en la matriz $\mathbf{W}$, los primeros 50 elementos representan la contribución del tejido adiposo en cada una de las láminas ($k = 1, l = 1:50$), los siguientes 50 elementos la contribución de PMMA ($k = 2, l = 1:50$) y los siguientes a la contribución de agua ($k = 3, l = 1:50$). En la misma figura se superpone una representación del estimador binarizado en el cual asignamos a cada lámina la composición del material cuya contribución predomina por sobre los demás, de acuerdo al criterio de "el ganador se lleva todo". En la Figura 5.29 (c) se compara el patrón de dispersión obtenido mediante simulaciones MC completas a partir del cual se realizó la reconstrucción con el patrón de dispersión correspondiente al estimador obtenido ($\mathbf{W}\lambda'$) y al objeto de acuerdo al modelo ($\mathbf{W}\mathbf{O}$).

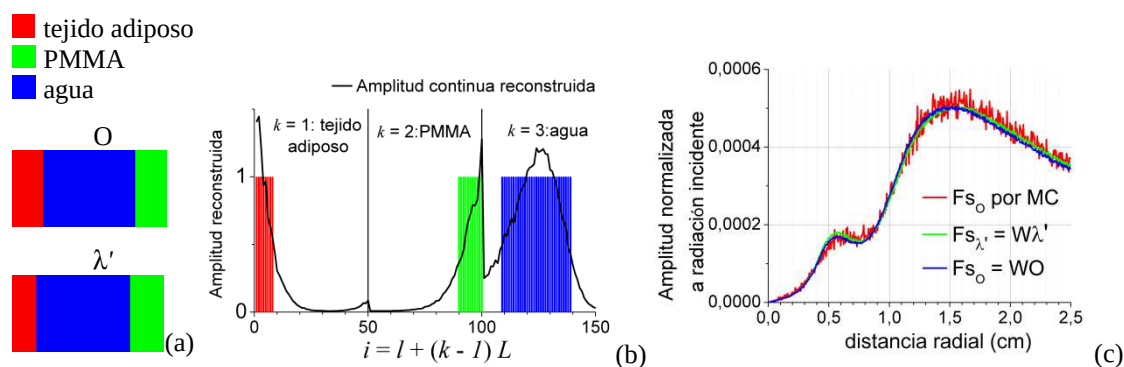


Figura 5.29: Reconstrucción por MLEM de un objeto compuesto por tres capas: tejido adiposo (1 cm), agua (3 cm) y PMMA (1 cm). (a) Esquema del objeto y del estimador λ' reconstruido. (b) Solución al problema inverso mediante MLEM (400 iteraciones) y binarización. (c) Patrón de dispersión obtenido mediante simulaciones MC completas a partir del cual se realizó la reconstrucción; se compara con el patrón de dispersión correspondiente al estimador obtenido ($\mathbf{W}\lambda'$) y al objeto de acuerdo al modelo ($\mathbf{W}\mathbf{O}$).

En la Figura 5.30 se muestra la reconstrucción por MLEM de un modelo simple de mama comprimida. Consiste en 3,6 cm de tejido glandular entre dos capas de tejido adiposo de 0,5 cm de espesor y comprimida por dos placas de PMMA de 0,2 cm de espesor. Como antes, en (a) se muestra un esquema del objeto y del estimador reconstruido y en (b) se compara el estimador continuo con la representación del estimador binarizado. En este caso, nuevamente de acuerdo a la organización de los patrones elementales para los tres materiales involucrados en la matriz $\mathbf{W}$, los primeros 50 elementos representan la contribución del tejido adiposo en cada una de las láminas ($k = 1, l = 1:50$), los siguientes 50 elementos la contribución de tejido glandular ($k = 2, l = 1:50$) y los siguientes a la contribución de PMMA ($k = 3, l = 1:50$).

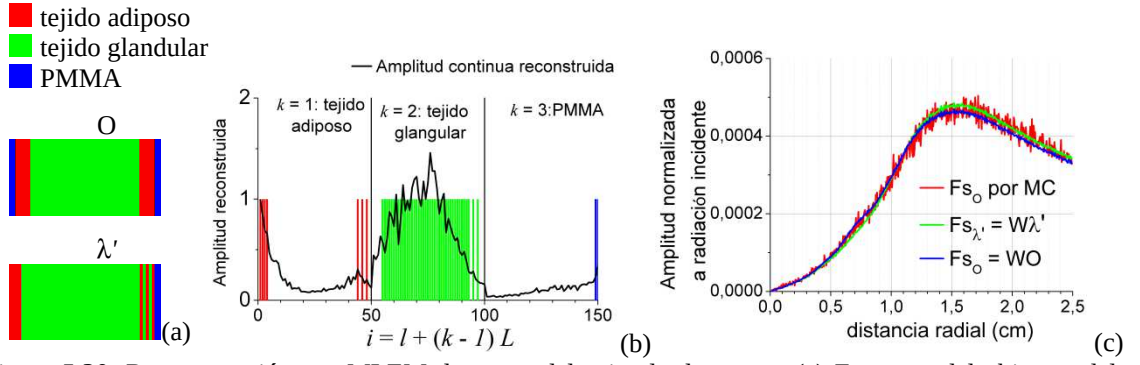


Figura 5.30: Reconstrucción por MLEM de un modelo simple de mama. (a) Esquema del objeto y del estimador λ' reconstruido. (b) Solución al problema inverso mediante MLEM (400 iteraciones) y binarización. (c) Patrón de dispersión obtenido mediante simulaciones MC completas a partir del cual se realizó la reconstrucción; se compara con el patrón de dispersión correspondiente al estimador obtenido ($W\lambda'$) y al objeto de acuerdo al modelo (W_0).

5.4.3 Caracterización de la distribución de un material en una región del espacio a partir de patrones de dispersión experimentales

En esta sección planteamos el problema de identificar espesor y posición de un objeto de PMMA a partir de su patrón de dispersión obtenido experimentalmente en el Capítulo 4. Suponemos conocido que el objeto está enteramente comprendido dentro de una región del espacio de espesor $t = 3,5$ cm ubicada a $dod = 4,15$ cm, representada en gris en la Figura 5.31. Subdividimos dicha región en 70 láminas de espesor $\Delta l = 0,05$ cm y suponemos que cada lámina está repleta de PMMA o vacía. Modelamos el objeto mediante un vector binario de 70 elementos; cada elemento vale 1 si representa una lámina que está repleta de PMMA y 0 en caso contrario.

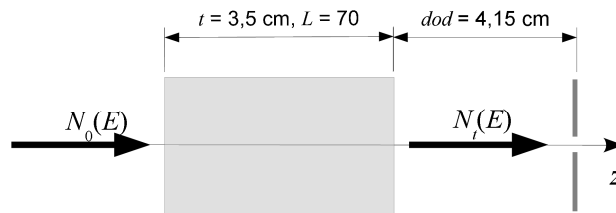


Figura 5.31: Esquema de las consideraciones supuestas en la construcción de W .

Empleamos una matriz W construida a partir de una Dp en PMMA simulada bajo la hipótesis $\tilde{N}_t(E)$ que corresponde a la atenuación de Rh/Rh-27 kVp en 52 cm de aire y 2 cm de PMMA. La matriz W contiene 70 patrones elementales correspondientes a cada una de las láminas consideradas en la región de reconstrucción, considerando una detección anular con $0,3 \text{ cm} < r < 0,96 \text{ cm}$ y $\Delta r = 0,0048 \text{ cm}$. Esta geometría de detección considera el tamaño del pixel del detector usado en los experimentos y el intervalo radial dentro del cual el patrón de dispersión fue determinado experimentalmente.

En la primera columna de la Tabla 5.6 se esquematizan los objetos de espesores t_0 igual a 1 cm, 1,7 cm, 2 cm o 3 cm y distancia objeto-detector dod_0 igual a 5,105 cm o

4,15 cm cuya posición y espesor se busca reconstruir. Los patrones de dispersión experimentales fueron previamente presentados en la Figura 4.21 y la Figura 4.22.

Tabla 5.6: Reconstrucción de datos experimentales. Identificación de espesor y posición del objeto de PMMA. 210 iteraciones. Entre paréntesis la diferencia porcentual entre el espesor y distancia reconstruido en relación a los parámetros experimentales.

parámetros experimentales		parámetros de la reconstrucción binarizada	
$\mathbf{O}$		λ'	
t_o (cm)	dod_o (cm)	t_{λ} (cm)	dod_{λ} (cm)
1	5,105	1,05 (5 %)	5,7 (12 %)
			
1,7	5,105	1,75 (3 %)	5,4 (6 %)
			
2	5,105	1,95(3 %)	5,35(5 %)
			
3	4,15	3 (0 %)	4,15(0 %)
			

Aplicamos MLEM para reconstruir los patrones experimentales. En la Tabla 5.6 se muestran los estimadores obtenidos mediante MLEM+binarización. En este caso no es aplicable el criterio de "el ganador se lleva todo", ya que se considera un único material en $\mathbf{W}$. Binarizamos entonces por aplicación de un umbral simple de 0,5 luego de suavizar mediante promedio de 3 vecinos. El espesor y la distancia reconstruidos difieren de las condiciones experimentales en menos del 5 % y el 12 % respectivamente.

5.5 Discusión

Se propuso un modelo directo de la formación de patrones de dispersión como combinación lineal de patrones elementales contenidos en la matriz $\mathbf{W}$. La definición de $\mathbf{W}$ incluye –además de consideraciones geométricas y secciones eficaces diferenciales de dispersión de los materiales que se admiten en la composición del objeto– la distribución espectral del haz transmitido $N_t(E)$ a través del mismo. Los patrones elementales contenidos en $\mathbf{W}$ se derivan de las distribuciones primitivas Dp que describen la distribución angular de la dispersión en una lámina cuando son irradiadas por un haz con distribución espectral $N_p(E)$ que, de acuerdo al planteo del modelo, debe escogerse $N_p(E) \propto N_t(E)$. De modo que los patrones de dispersión que pueden generarse con $\mathbf{W}$ son aquellos compatibles con dicha distribución espectral transmitida. Es preciso contar con una Dp por cada uno de los materiales que se admiten en el objeto cuyo patrón de dispersión se quiere modelar. Hemos optado en nuestra implementación por

calcular los patrones elementales en base a simulaciones MC de Dp . Sin embargo, son admisible otras implementaciones, por ejemplo, mediante cálculos analíticos.

Hemos evaluado satisfactoriamente la capacidad predictiva del modelo. Tanto la forma del patrón como su amplitud, normalizada a la radiación transmitida, predichas por el modelo están en muy buen acuerdo con patrones de dispersión obtenidos mediante simulaciones MC completas o experimentalmente. El modelo considera la dispersión simple coherente e incoherente, así como los fenómenos de endurecimiento del haz y atenuación de la dispersión en el objeto.

El planteo del modelo no impone restricciones sobre la geometría del objeto y del sistema de detección. En nuestra implementación, escogimos una geometría sencilla y compatible con las condiciones experimentales y mamográficas en general, en acuerdo a los objetivos de esta tesis. Pero puede ser implementado bajo otras consideraciones geométricas que se juzguen más adecuadas a otros contextos.

El empleo del modelo propuesto permite una buena predicción de los patrones de dispersión, tanto la forma como de amplitud la los mismos, requiriendo tiempos de cálculo notablemente menores que una simulación MC completa del patrón. Considerando la simulación de 1×10^8 historias, la simulación MC completa de un patrón de dispersión para geometrías como las consideradas requiere de un tiempo de cálculo de aproximadamente 6 horas, contra unos 50 min para la simulación MC de una Dp (por núcleo, con un procesador i5-3330 a 3GHz). No sólo la simulación MC de una Dp requiere 7 veces menos tiempo que una simulación MC completa, sino que además se logra una fluctuación 4 veces menor en el patrón de dispersión (ver nota ³²). Finalmente, el hecho de poder generar $\mathbf{W}$ a partir de pocas Dp podría ofrecer cierta ventaja en el contexto de problemas que involucren gran número de datos, como en tomografía coherente [57][126].

Se han establecido criterios que permiten determinar limitaciones en cuanto a las condiciones que deben ser satisfechas para que el patrón de dispersión pueda ser modelado adecuadamente a partir de la matriz $\mathbf{W}$. El análisis de las limitaciones del modelo realizado estuvo enfocado hacia las distribuciones espectrales, materiales y geometrías que hemos considerado relevantes en el contexto específico de esta tesis. Similares evaluaciones podrían hacerse empleando los mismos métodos para otras condiciones.

El modelo supone que el volumen irradiado –resultante de la intersección entre el haz con que se irradia el objeto y el objeto mismo– puede modelarse por L centros dispersores equidistribuidos en z a lo largo del espesor t del objeto. Dependiendo de la geometría, los materiales y las energías consideradas, esta suposición puede conducir a una limitación del espesor máximo de la lámina Δl considerada en la construcción de $\mathbf{W}$. Considerar un Δl mayor puede llevar a un rizado en el patrón de dispersión predicho

por el modelo, tal como ha sido ilustrados en la Figura 5.14. La limitación sobre Δl será menos restrictiva a medida que las variaciones en la señal de dispersión sean más suaves (menor contribución de altas frecuencias en el espectro de Fourier de las secciones eficaces diferenciales) y menor sea la relación t/dod . En particular, para geometrías donde $dod \gg t$ no existe ninguna limitación sobre Δl derivada de la suposición de L centros dispersores. Cabe señalar que para las configuraciones consideradas en esta tesis, la limitación sobre el valor máximo de Δl no tendrá sentido práctico cuando el modelo se emplee en el abordaje del problema inverso, contexto en el cual un Δl pequeño es requerido para lograr resolución en profundidad.

La consideración de L centros dispersores desprecia la sección transversal del haz. En consecuencia, el patrón de dispersión predicho por el modelo considera un haz con sección transversal nula. Bajo determinadas condiciones –fundamentalmente referidas a la geometría del objeto y de detección– la forma del patrón de dispersión es sensible frente a variaciones pequeñas de la sección transversal del haz. Un ejemplo en que esto ocurre son las condiciones experimentales empleadas en la medición del patrón de dispersión de 2 cm de PMMA. En la Figura 5.12 se observa que el patrón predicho por el modelo presenta un pico más angosto y de mayor amplitud que el patrón obtenido experimentalmente empleando un haz conformado por un colimador de 0,1 cm de radio. En la Figura 5.18 se comparan el patrón de dispersión simulado por MC considerando un haz como el experimental –que está en buen acuerdo con el patrón experimental, tal como vimos en el Capítulo 4– y el patrón de dispersión simulado por MC considerando un haz estrecho –que muestra un excelente acuerdo con el patrón predicho por el modelo–. Para el resto de las configuraciones que hemos considerado en esta tesis, el efecto de despreciar la sección transversal del haz no tiene un efecto relevante en la capacidad predictiva del modelo. Esto puede explicarse por el ensanchamiento del patrón producido por el espesor del objeto ($t \approx dod$), que apantalla el ensanchamiento producido por la sección transversal del haz.

Para aplicar el modelo en problemas donde se considere relevante considerar la sección transversal del haz, pueden introducirse modificaciones simples a nivel de implementación del modelo. Una vía muy simple –que permitiría trabajar con las mismas matrices $\mathbf{W}$ ya calculadas bajo las suposiciones propias del modelo– es realizar la convolución de cada patrón elemental contenido en $\mathbf{W}$ con un núcleo de convolución que modele la sección transversal del haz, por ejemplo, un filtro de media de longitud $[2\rho/\Delta r]$. Este filtrado suavizaría los patrones elementales simulando el efecto del haz no ideal. Otra manera de incluir el efecto de la sección transversal del haz es modificando la operación de proyección de la ecuación (5.21) para tomar en consideración las coordenadas (x,y) en que ocurre cada evento de dispersión durante la simulación de Dp .

Debido a la implementación del modelo sobre la base de la simulación MC de Dp empleando una distribución espectral incidiendo sobre la lámina igual a $N_t(E)$, el

modelo sobreestima el endurecimiento del haz. Específicamente, Dp considera la atenuación en el objeto completo más la atenuación en la lámina de espesor Δl . En la sección 5.3.4 hemos establecido una expresión para la cota superior en el error de Dp , que muestra la dependencia del mismo con los materiales y los espectros considerados, así como una dependencia con el ángulo de dispersión. Los efectos de este error sobre el patrón predicho por el modelo es un ligero desplazamiento del pico de dispersión hacia menores distancias radiales (Figura 5.21). El error sobre Dp debido al tratamiento del endurecimiento en la lámina puede mantenerse suficientemente bajo empleando espesores de la lámina suficientemente pequeños.

El modelo contempla la variación de la longitud de la trayectoria de los fotones dispersados dentro del objeto mediante el factor de atenuación exponencial en (5.20) a lo largo de lo que llamamos "exceso de camino" Δt . Δt representa la diferencia entre las longitudes de la trayectoria de los fotones dispersados la trayectoria del haz primario. El exceso de camino puede deberse tanto a dispersión a ángulos amplios como a irregularidades en la forma del objeto. Para las geometrías de los objetos que efectivamente consideramos acá, todos bloques con secciones transversales suficientemente grandes, el exceso de camino se explica exclusivamente por la dispersión a ángulos amplios. El tratamiento de la atenuación en el exceso de camino implementado es muy simple y se basa en la estimación geométrica de Δt y el empleo de un coeficiente de atenuación que se considere representativo de los materiales presentes en el objeto y las energías presentes en $N_t(E)$. De acuerdo al análisis realizado para la geometría considerada, el error en el patrón elemental derivado de la simplificación de la atenuación en Δt se reduce al aumentar la profundidad de la lámina en el objeto y al reducirse el radio de detección. En algunas configuraciones –dependiendo de los materiales, las energías y geometrías– el exceso de camino es despreciable y el modelo puede simplificarse haciendo $e^{-\mu_0 \Delta t(z_L, \mathbf{R})} \approx 1$ en (5.20).

El modelo propuesto no considera la degradación de la señal de dispersión por el proceso de detección. Esto es consistente con la consideración de que pueden obtenerse experimentalmente patrones de dispersión donde dichos efectos hayan sido compensados. Por simplicidad, nuestra implementación actual del modelo supone un detector ideal que se comporta como un contador de fotones. Siguiendo un esquema de implementación similar, podría considerarse un detector que se comporte como un integrador de energías o medidor de dosis, asignando a los eventos que conforman al patrón elemental un peso equivalente a la energía o al kerma. Sin embargo hemos considerado apropiada la opción más simple por dos motivos. En primer lugar, hemos empleado en el Capítulo 4 un modelo del detector que supone un comportamiento de integrador de energías. En segundo lugar, hemos observado –en base a simulaciones MC bajo las configuraciones acá consideradas– que no hay variación de forma o amplitud apreciable entre los patrones de dispersión esperables con un detector que se

comporte como un integrador de energías ideal y un detector que se comporte como un contador de fotones.

El modelo fue concebido bajo la suposición de contar con el conocimiento de la distribución espectral del haz transmitido $N_t(E)$ a través del objeto. Sin embargo, el conocimiento exacto de $N_t(E)$ puede estar limitado por la posibilidad de realizar una medición espectral del mismo y, en consecuencia, puede ser inaccesible la construcción de una matriz $\mathbf{W}$ considerando con buena exactitud $N_t(E)$. De acuerdo a lo esperado, en la sección 5.3.6 hemos observado que la matriz $\mathbf{W}$ modela la formación del patrón de dispersión proveniente de un dado objeto con mayor exactitud a medida que mayor correlación hay entre la distribución espectral transmitida supuesta en la construcción de $\mathbf{W} - \tilde{N}_t(E)$ – y la distribución espectral transmitida realmente $N_t(E)$.

Los métodos de inversión iterativos son adecuados cuando se dispone de información sobre el sistema –en este caso incluida en $\mathbf{W}$ –. En este capítulo ensayamos dos estrategias simples de inversión. La primera de ellas se basa en la elección de un estimador dentro de un conjunto de prueba mediante minimización del ECM. En este abordaje, el conjunto de estimadores evaluados está limitado a partir de las restricciones sobre λ (5.49) derivadas de considerar un objeto cuyas láminas son homogéneas y de conocimiento adicional acerca del objeto (sección 5.4.1). La segunda es un algoritmo de reconstrucción tomográfica MLEM.

El desempeño de los métodos de inversión está directamente condicionado por la exactitud del modelo directo en que se basen. En este sentido, podemos decir que no hemos abordado el problema de la inversión bajo condiciones ideales debido al empleo en la construcción de $\mathbf{W}$ de una hipótesis $\tilde{N}_t(E)$. Sin embargo, esta situación puede ser más representativa de un caso realista en contexto clínico, donde podría ser difícil acceder a una medición espectral de $N_t(E)$. Hemos observado alguna variación en la bondad del estimador reconstruido mediante exploración de soluciones con la correlación entre el $\tilde{N}_t(E)$ considerado en la construcción de $\mathbf{W}$ y el $N_t(E)$ correspondiente al objeto reconstruido (Tabla 5.2 y Tabla 5.3).

Una estrategia basada en exploración de soluciones tiene la ventaja de considerar en su propia concepción las restricciones sobre λ , permitiendo incorporar información adicional sobre el objeto. Esto facilita la distinción entre objetos diferentes compuestos por materiales cuyas propiedades son muy similares. Por ejemplo, hemos logrado caracterizar satisfactoriamente el tamaño y la posición de una inhomogeneidad de agua inmersa en tejido glandular (Tabla 5.2) incorporando la información de que el objeto tiene, justamente, una única inhomogeneidad de agua. El agua y el tejido glandular tienen propiedades atenuantes y dispersivas muy similares, por lo que es muy difícil su diferenciación sin incorporación de información adicional.

Hemos planteado también la posibilidad de aplicar la estrategia de exploración de

soluciones para caracterizar la diferencia entre dos objetos a partir de sus patrones de dispersión. En este caso, la matriz $\mathbf{W}$ debe contener los patrones elementales correspondientes a los materiales que se admiten presentes en la región en la que los objetos son diferentes, pero no hace falta ningún conocimiento ni aplica ninguna restricción sobre la composición de los objetos completos fuera de esa región donde ambos son diferentes. Este abordaje podría ser compatible con el caso de analizar una lesión mamaria mediante la comparación del patrón de dispersión medido localmente en la región donde se ubica la lesión con el patrón de dispersión medido en una región adyacente donde no hay lesión.

Los métodos iterativos típicamente empleados en tomografía, como MLEM, no toman en consideración el carácter binario que hemos asignado a la variable vectorial λ , por lo que posteriormente a la reconstrucción debe aplicarse algún criterio de binarización. El criterio de binarización debe contemplar las restricciones sobre λ relacionadas con el planteamiento del problema, que tampoco es tomada en consideración por el algoritmo de reconstrucción. Por ejemplo, si suponemos que cada una de las L láminas está compuesta por alguno de los K materiales considerados en $\mathbf{W}$, los KL elementos del vector λ no son independientes y están sujetos a las restricciones dadas por (5.49).

El algoritmo MLEM presenta en general una convergencia lenta y el incremento en el número de iteraciones conduce al aumento del ruido en la solución, que en algunos casos se evidencia en los estimadores binarizados como inhomogeneidades múltiples que no están presentes en el objeto. La convergencia es más rápida cuanto mayor es la diferencia entre los patrones elementales contenidos en $\mathbf{W}$, tal es el caso de la reconstrucción de objetos compuestos por tejido adiposo y agua. Estos dos materiales presentan diferencias relevantes tanto en la sección eficaz diferencial coherente como en la densidad electrónica. En el caso opuesto está la reconstrucción de objetos compuestos por tejido glandular y agua, en cuyo caso no se logra por MLEM la identificación de la distribución de los materiales que sí se logra mediante la exploración de estimadores restringidos al caso de única homogeneidad. Mediante MLEM sí hemos logrado satisfactorias reconstrucciones de distribuciones de 3 materiales (Figura 5.29 y Figura 5.30). Asimismo, hemos identificado la posición (dentro de un 12 % de error) y el espesor (dentro de un 5 % de error) de un bloque de PMMA a partir del patrón de dispersión experimental. Es esperable que la convergencia de MLEM mejore con el incremento en el espesor de la lámina Δl —ya que eso reduciría la cantidad de combinaciones lineales posibles— aunque a expensas de resolución en profundidad.

Si bien los métodos iterativos son en general más costosos computacionalmente, nuestro problema es lo suficientemente pequeño como para que eso no sea en absoluto un problema. En los casos en particular tratados en este capítulo, no sólo partimos de pocos datos sino que además el problema tiene también pocas incógnitas, por lo que los tiempos involucrados en la reconstrucción son realmente muy pequeños con cualquiera

de las dos estrategias implementadas.

5.6 Conclusiones

El modelo propuesto reproduce en muy buen acuerdo tanto patrones de dispersión obtenidos mediante simulaciones MC completas como patrones experimentales obtenidos con un tubo de rayos X y un detector digital de imágenes portátil. El modelo permite predecir el patrón de dispersión generado bajo condiciones accesibles en prácticamente cualquier servicio de imágenes de rayos X que cuente con la posibilidad de disponer de un detector digital.

El modelo describe el patrón de dispersión producido por un objeto extenso como una combinación lineal de patrones elementales. El problema inverso puede abordarse mediante técnicas iterativas. En este capítulo, hemos logrado reconstruir distribuciones no homogéneas de materiales y caracterizar la diferencia entre dos objetos iguales salvo en una región a partir de patrones de dispersión simulados por MC. Además, hemos obtenido información sobre el espesor y posición de un bloque dispersor de PMMA a partir de los patrones de dispersión experimentales. Estos resultados evidencian la posibilidad de obtener información en profundidad a partir de un patrón de dispersión.

Capítulo 6. Conclusiones generales y perspectivas

6.1 Conclusiones

6.1.1 Sobre la herramienta de simulación Monte Carlo

Bajo las condiciones de trabajo consideradas, el efecto de la estructura del material en la dispersión coherente es relevante. Por lo tanto, ha sido fundamental contar con la posibilidad de realizar simulaciones numéricas que la tomen en consideración. La inclusión de tablas de factores de forma moleculares híbridas experimental-teóricas en simulaciones con el código PENELOPE ha resultado ser una estrategia simple, confiable y versátil (Capítulo 2). Esta herramienta puede ser empleada en el diseño y optimización de experimentos, en la corrección de los datos experimentales y en el desarrollo y evaluación de técnicas de inversión.

6.1.2 Sobre las mediciones de patrones de dispersión en condiciones mamográficas

Los patrones de dispersión, definidos como la distribución espacial de dispersión simple normalizada a la radiación primaria, llevan información acerca de los tres mecanismos de interacción de la radiación con los tejidos que son relevantes para las energías involucradas en este trabajo. Para energías de pocas decenas de keV y geometrías de detección como las consideradas en esta tesis, la forma del patrón de dispersión está dominada por la dispersión coherente.

En esta tesis se logró realizar mediciones del patrón de dispersión cuantitativas –tanto respecto de la forma como de la amplitud– a partir de imágenes de dispersión adquiridas con un detector de imágenes portátil, un espectro de rayos X mamográfico y un colimador que conforma el haz que incide sobre el objeto (Capítulo 4). La determinación experimental de los patrones de dispersión requiere de mediciones tanto de la radiación dispersa como de la radiación primaria. En esta tesis, ambas señales han sido medidas sobre la misma imagen. La separación entre ellas puede hacerse mediante el método indirecto que hemos implementado, a través de la sustracción entre imágenes adquiridas en presencia y ausencia del dispersor. Este método indirecto ha permitido obtener la imagen de dispersión aun siendo relevante –en la geometría considerada en esta tesis– el solapamiento entre la radiación primaria y la dispersa.

La baja intensidad de la señal de dispersión hace especialmente importante el comportamiento del detector a bajas intensidades. En particular, el ruido electrónico puede constituir una limitación en la identificación de la señal. Otra cualidad del detector especialmente importante es la linealidad de su respuesta. Para linealizar las imágenes adquiridas en esta tesis, fue preciso poner mayores esfuerzos en el modelado de la STP comparativamente a los requeridos por otras aplicaciones de imágenes de

rayos X. Esto se debió, justamente, a la dificultad de lograr bajas exposiciones sobre el detector, comparables a la intensidad que registra la radiación dispersa.

Para obtener el patrón de dispersión, la componente de dispersión múltiple debe sustraerse. En esta tesis nos hemos valido de las simulaciones Monte Carlo para cuantificar y modelar dicha contribución.

La metodología implementada para obtener los patrones de dispersión no impone requerimientos de equipamiento adicional respecto de aquellos típicamente accesibles en un centro de imágenes.

En esta tesis, se midieron patrones de dispersión de objetos compuestos por PMMA o agua de espesores entre 1 y 3 cm, con distancias objeto-detector de entre 2 y 5 cm, empleando un haz colimado de 2 mm de diámetro y una distribución espectral Rh/Rh-27 kVp. La medición del patrón de dispersión proveniente de objetos de mayor espesor se vería facilitada por el uso de energías mayores.

6.1.3 Sobre la obtención de información en profundidad a partir del patrón de dispersión

En el Capítulo 5 hemos descripto el patrón de dispersión como una combinación lineal de patrones elementales. Un patrón elemental representa la contribución al patrón de dispersión, proveniente de una lámina del objeto ubicada a una dada profundidad y compuesta por un dado material. Un objeto modelado por L láminas y compuesto por alguna distribución de un conjunto de K materiales, puede describirse por los $K \cdot L$ coeficientes de la combinación lineal, donde cada coeficiente representa la contribución del k -ésimo material en la l -ésima lámina. Con λ el vector de coeficientes y $\mathbf{W}$ la matriz que contiene los patrones elementales, el patrón de dispersión queda descripto por (5.1):

$$\mathbf{Fs} = \mathbf{W} \cdot \lambda, \quad (5.1)$$

Hemos calculado $\mathbf{W}$ considerando el endurecimiento del haz y la atenuación de los fotones dispersados a lo largo de su trayectoria dentro del objeto. $\mathbf{W}$ contiene información sobre el sistema, básicamente la geometría del objeto y del sistema de detección, las secciones eficaces de dispersión de los K materiales presentes en el objeto y la distribución espectral del haz transmitido. Este modelo ha mostrado la capacidad de reproducir en muy buen acuerdo patrones de dispersión obtenidos por simulaciones Monte Carlo y patrones de dispersión experimentales.

Así descripto el problema directo de la formación de patrones de dispersión, la obtención de información en profundidad consiste en estimar los coeficientes λ a partir de un patrón de dispersión $\mathbf{Fs}$ observado, mediante la inversión de (5.1). Considerando que las láminas que componen el objeto son homogéneas, λ es una variable binaria. Además, dependiendo del problema, podrían introducirse restricciones adicionales sobre λ .

El aporte más significativo que se realiza con el modelo propuesto en el Capítulo 5 es abrir la posibilidad de obtener información en profundidad a partir de una única irradiación con un haz estrecho. Esta información es radicalmente inaccesible mediante mediciones sólo de atenuación que habilitaría, a lo sumo, una estimación de proporciones de materiales a lo largo de la línea irradiada, pero nula información acerca de su distribución. En el Capítulo 5 hemos ensayado algunos abordajes del problema inverso y los resultados alientan a continuar el estudio de estrategias de inversión más adecuadas a este problema.

6.2 Perspectivas

El desarrollo de esta tesis abre múltiples perspectivas de trabajo que pueden desarrollarse a futuro. Algunas de ellas:

- Caracterización y evaluación del desempeño de otros detectores –digitales portátiles, de mamógrafos digitales o de equipos de tomosíntesis– en la medición de patrones de dispersión en condiciones mamográficas.
- Explorar la posibilidad de realizar mediciones del patrón de dispersión de modelos de mama más realistas, tanto en composición como en espesor. Podría requerirse un sistema de detección de imágenes con mejores cualidades para la detección de señal de baja intensidad y distribuciones espectrales más penetrantes que los considerados en esta tesis.
- Extender el estudio numérico de la dispersión múltiple a otras geometrías de detección, distribuciones espectrales, espesores y composiciones del dispersor.
- Evaluar el desempeño de otras técnicas de inversión del modelo algebraico propuesto. En particular, técnicas de reconstrucción de tomografía discreta podrían ser especialmente adecuadas para este problema de pocos datos e incógnita binaria.
- Estudiar la utilización del modelo algebraico propuesto a problemas de aplicación bajo condiciones diferentes a las consideradas en esta tesis. Un caso donde el modelo podría ser de utilidad es en la reconstrucción de señal de dispersión bajo condiciones en las cuales la dispersión incoherente es predominante (mayores energías y ángulos mayores de detección). Otro problema de aplicación en el que podría evaluarse la utilización del modelo es en la obtención de información volumétrica, a partir de múltiples patrones de dispersión medidos a lo largo de un barrido bidimensional del objeto con haces estrechos –sin requerir adquisiciones en múltiples direcciones como CSCT–.

Anexo I: STP en función de la fluencia de energía

Conversión de DAK a fluencia de energía

Para definir la STP en función de la fluencia total de energía, estimamos el rendimiento del tubo en términos de la fluencia R_{62}^{Ψ} a partir de las mediciones realizadas en términos de DAK, R_{62} :

$$R_{62}^{\Psi} [\text{keV mm}^{-2} \text{ mAs}^{-1}] = k \cdot \left(\frac{\overline{\mu_{tr}}}{\rho} [\text{cm}^2 \text{ g}^{-1}] \right)^{-1} R_{62} [\mu\text{Gy mAs}^{-1}]. \quad (\text{I.1})$$

$$\text{con } k \left[\frac{\text{keV}}{\text{mm}^2 \mu\text{Gy}} \right] = 62420.$$

El factor de conversión entre ambos rendimientos dependerá de la calidad del haz a través del coeficiente másico de transferencia de energía³⁵ medio en aire $\overline{\mu_{tr}}/\rho$:

$$\left(\frac{\overline{\mu_{tr}}}{\rho} \right)_{\Psi'(E), \text{aire}} = \frac{\int_E \Psi'(E) \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{E, \text{aire}} dE}{\int_E \Psi'(E) dE}. \quad (\text{I.2})$$

Dado que la calidad ha sido evaluada experimentalmente sólo a través de la CHR y no mediante mediciones espectroscópicas, deberemos estimar $\overline{\mu_{tr}}/\rho$ valiéndonos de simulaciones MC.

Obtuvimos mediante simulaciones espectros que asociamos a diferentes condiciones de atenuación. La simulación considera el transporte de un haz extenso (apertura de 3°), una fuente Rh/Rh-27 kVp. La cantidad de fotones emitidos por la fuente es de 1×10^7 . El medio material es aire (62 cm entre la fuente y el detector). La placa compresora se modela como 2,5 mm de PMMA, colocada a media distancia entre la fuente y el detector. Actúa como soporte para atenuadores de PMMA adicionales. El detector tiene un área cuadrada de 2,5 cm de lado. La distribución espectral que incide sobre el detector es a la que referimos como "espectro simulado".

Calculamos $\overline{\mu_{tr}}/\rho$ para los espectros simulados asociados a cada una de las STPs. El coeficiente másico de transferencia para cada energía presente en el espectro fue estimado por un ajuste con una función potencial a los datos tabulados por el NIST (National Institute of Standards and Technology) [127]. En la Tabla I.1 se muestran los valores de CHR y de $\overline{\mu_{tr}}/\rho$ para el espectro simulado bajo diferentes condiciones de atenuación y para el espectro emitido por la fuente en la simulación. El cálculo de la CHR se realizó aplicando la ley de Lambert-Beer para atenuar los espectros por espesores de aluminio considerando el coeficiente de atenuación lineal (sin dispersión coherente) tabulado por el NIST [128].

³⁵ Cociente entre la fracción de energía cinética que una partícula indirectamente ionizante comunica a las partículas cargadas que libera al atravesar la unidad de longitud de un material determinado, y la densidad de éste

Tabla I.1: CHR y $\overline{\mu_{tr}}/\rho$ para el espectro emitido por el tubo –según modelo de Boone– y el espectro incidente sobre el detector bajo diferentes condiciones de atenuación –obtenido por simulaciones MC–.

Condición de atenuación		CHR(mm de Al)	$\left(\frac{\overline{\mu_{tr}}}{\rho}\right)_{\Psi'_{sim}(E),aire}^*$ (cm ² /g)
A la salida del tubo		0,36	0,917± 0,003
Sin compresor		0,41	0,84± 0,16
Espesor de PMMA sobre el compresor	0 cm	0,46	0,77± 0,13
	1 cm	0,60	0,62 ± 0,09
	2 cm	0,70	0,55± 0,07

* La estimación de errores en el coeficiente de transferencia medio se realiza por propagación a través de (I.2) de las fluctuaciones en las simulaciones y de los errores del ajuste a los datos de NIST.

Observamos que los valores de CHR de los espectros simulados sobreestiman a los valores de la CHR experimentales. Estas diferencias –que alcanzan el 21 %–, podrían en principio explicarse por una combinación de varios factores (ver por ejemplo [129]). Consideramos que la degradación del filtro o del generador del tubo puede ser el factor más relevante, ya que la tensión real es en promedio 0,5 keV menor a la tensión nominal del tubo (sección 3.2.2). La presencia de radiación extrafocal (Anexo II), componente típicamente de menor energía que no se considera en la simulación del espectro, podría también en parte explicar el apartamiento de la CHR simulada respecto de la experimental.

Estas diferencias fueron consideradas durante la estimación de $\overline{\mu_{tr}}/\rho$ para el espectro incidente en el detector bajo condiciones experimentales de la siguiente manera. Ajustamos con una función potencial los pares (CHR, $\overline{\mu_{tr}}/\rho$) simulados (Figura I.1). Bajo la suposición de que dicha curva describe también la variación del coeficiente de transferencia con la CHR para los espectros experimentales, calculamos los coeficientes de transferencia medio para los espectros experimentales mediante la evaluación de la función ajustada (puntos cuadrados en la Figura I.1, señalados por el espesor de PMMA en cm agregado sobre el compresor).

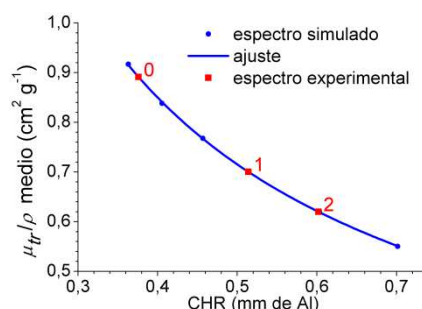


Figura I.1: Los puntos azules representan los pares ordenados (CHR, $\overline{\mu_{tr}}/\rho$) de los espectros simulados (Tabla I.1). La curva azul representa el ajuste potencial $\overline{\mu_{tr}}/\rho = f(\text{CHR}) = a \text{CHR}^b$ ($a = 0,419 \pm 0,002$, $b = -0,772 \pm 0,005$, $R^2 = 0,99985$). Los cuadrados rojos identifican los $\overline{\mu_{tr}}/\rho$ estimados para las CHR medidas experimentalmente bajo condiciones de medición de STP0, STP1 y STP2 a partir del ajuste.

En la Tabla I.2 se muestran los coeficientes de transferencia medio estimados para los espectros experimentales. En la misma tabla se consignan los rendimientos del tubo en

términos de fluencia de energía.

Tabla I.2: $\overline{\mu_{tr}}/\rho$ estimado para el haz incidente sobre el detector y rendimiento del tubo –en términos de fluencia de energía– bajo cada una de las condiciones de atenuación consideradas en la medición de las STPs (STP0, STP1 y STP2).

STP	CHR experimental (mm de Al)	$\left(\frac{\mu_{tr}}{\rho}\right)_{\Psi'_{exp,E,Z}}$ ($\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$)	R_{62}^{Ψ} ($\times 10^5 \text{ keV mm}^{-2} \text{ mAs}^{-1}$)
STP0	$0,38 \pm 0,04$	$0,89 \pm 0,07$	39 ± 4
STP1	$0,51 \pm 0,05$	$0,70 \pm 0,05$	18 ± 2
STP2	$0,60 \pm 0,06$	$0,62 \pm 0,05$	9 ± 1

* Los errores en el coeficiente másico de transferencia de energía promedio se derivan de la propagación de las incertidumbres asociadas a los parámetros del ajuste y a la CHR experimental.

A partir de los valores de R_{62}^{Ψ} obtenidos, las curvas de STP medidas experimentalmente como VP vs Q pueden representarse como VP vs Ψ a través de:

$$\Psi = R_{62}^{\Psi(E)} Q \quad (\text{I.3})$$

En la Figura I.2 se muestran las tres STPs definidas en función de Q y en función de Ψ .

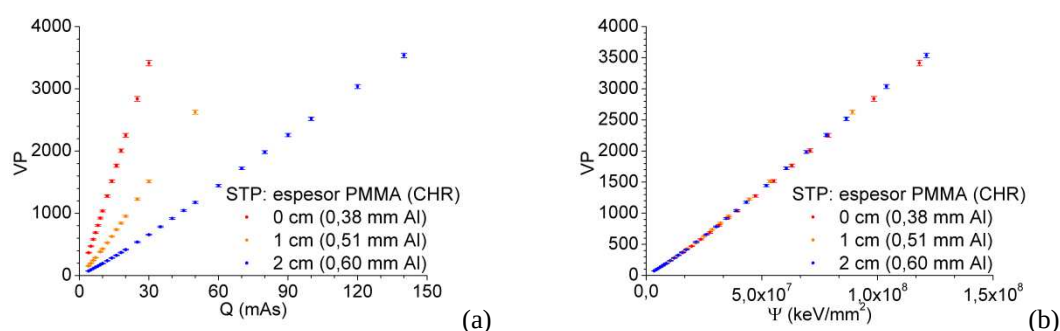


Figura I.2: Las tres STPs medidas para 0, 1 y 2 cm de PMMA sobre el compresor, correspondiéndose a diferentes calidades del haz tal como se señala en la leyenda. (a) VP vs Q. (b) VP vs Ψ .

Ajuste lineal

La Tabla I.3 muestra los ajustes lineales a los tres conjuntos de puntos VP vs Ψ . El coeficiente de variación entre las pendientes es de $CV = 2,36 \%$. Comparativamente al $CV = 17 \%$ que fue calculado para VP vs DAK (sección 3.3.3.2), refleja una menor variación de la ganancia con la calidad del haz al expresar las STPs en función de la fluencia. Esto se observa en la Figura I.2 (b) como un alto grado de solapamiento entre los tres conjuntos de puntos. La obtención de ordenadas al origen negativas y residuos porcentuales que alcanzan valores máximos de entre 4% (para la STP0) y 62% (para la STP2) indica, como antes, un apartamiento de la linealidad.

Tabla I.3: Ajustes lineales a las series STPs medidas en función de Ψ . Se muestra el coeficiente de correlación lineal (R^2), las diferencias porcentuales máximas entre el ajuste y la medición (D_{max} %) y los coeficientes del ajuste

	CHR (mm Al)	Espesor de PMMA (cm)	R^2	D_{max} %	Ordenada al origen		Pendiente ($\times 10^{-7} \text{ keV}^{-1} \text{ mm}^2$)	
					Valor	Error	Valor	Error
STP0	0,38	0	0,99932	4 %	-131	7	297	2
STP1	0,51	1	0,99663	8 %	-60	3	285	2
STP2	0,60	2	0,99923	62 %	-75	8	297	2

Ajuste cuadrático-lineal

La Tabla I.4 muestra los resultados de un ajuste cuadrático-lineal a cada una de las 3 STPs redefinidas en función de la fluencia. De acuerdo al planteo de la sección 3.3.3.3, calculamos los coeficientes del ajuste cuadrático-lineal para la STP en función de la fluencia de energía (reemplazando DAK por Ψ).

Tabla I.4: Coeficientes del modelo no lineal para la STP en función de Ψ .

CHR (mm Al)	Ψ_c ($\times 10^5$ keV mm $^{-2}$)	a ($\times 10^{-15}$ keV $^{-2}$ mm 4)		b ($\times 10^{-7}$ keV $^{-1}$ mm 2)		c ($\times 10^{-7}$ keV $^{-1}$ mm 2)		d		
		valor	err *	valor	err **	valor	err *	valor	err **	
STP0	0,38	315	140	7	215	5	303	1	-139	16
STP1	0,51	321	166	5	207	4	313	1	-171	13
STP2	0,60	303	151	4	214	3	305	1	-138	10

* Los errores en los parámetros a y c son determinados como el error estándar obtenido en el ajuste del cual se derivan.

** Los errores asociados a los parámetros b y d se estiman por propagación de los errores en a y c . Se desprecia el error asociado al parámetro Ψ_c .

Evidentemente, los ajustes cuadrático-lineal a las STP0 y STP2 son fuertemente concordantes. La discrepancia un poco mayor del ajuste a la STP1 no es atribuible a la calidad del haz, dado que la mayor diferencia en calidad de haz se presenta entre las STP0 y STP2. Tal como se indicó oportunamente (sección 3.3.3.1), en la medición de la STP1 se registraron sólo dos imágenes para cada nivel de exposición y algunas de ellas debieron ser descartadas debido a la ocurrencia de artefactos en la medición. Especulamos que eso puede explicar las diferencias observadas.

Estos resultados sugieren la independencia de la respuesta del detector con la calidad del haz cuando la misma se describe en términos de la fluencia de energía. En consecuencia, consideramos adecuado la definición de una única función de cuadrático-lineal $f_{\Psi}: VP = f_{\Psi}(\Psi)$ que ajuste al conjunto total de los datos medidos para las tres STPs en términos de la fluencia de energía. Se muestran los parámetros de un ajuste al conjunto total de los puntos registrados para las tres calidades de haz en la Tabla I.5 Cabe aclarar que el empalme entre los dos tramos se realiza ahora en el punto (Ψ_c, VP_c) , siendo $VP_c = f_{\Psi}(\Psi_c)$.

Tabla I.5: Coeficientes del modelo cuadrático-lineal para la STP en función de la fluencia de energía.
 $VP_c = f_\Psi(\Psi_c)$.

ρ_p	$D_{max}\%$	Ψ_c ($\times 10^5 \text{ keV mm}^{-2}$)	a ($\times 10^{-15} \text{ keV}^{-2} \text{ mm}^4$)		b ($\times 10^{-7} \text{ keV}^{-1} \text{ mm}^2$)		c ($\times 10^{-7} \text{ keV}^{-1} \text{ mm}^2$)		d	
			valor	err	valor	err	valor	err	valor	err
0,99989	2	303	155	7	211	4	305	1	-142	15

La principal ventaja de modelar la respuesta del detector en términos de la fluencia de energía y no del DAK radica en que contamos ahora con una función de linealización, $\Psi = f_\Psi^{-1}(VP)$, independiente de la calidad del haz, al menos dentro del rango analizado. Consistentemente con lo desarrollado en la sección 3.3.3.3, la función de linealización f_Ψ^{-1} tiene la siguiente forma algebraica:

$$f_\Psi^{-1}(VP) = \begin{cases} \sqrt{\frac{VP + \frac{b^2}{4a}}{a}} - \frac{b}{2a} & \text{si } VP \leq VP_c \\ \frac{VP - d}{c} & \text{si } VP > VP_c \end{cases}, \quad (I.4)$$

con VP_c determinado unívocamente como $VP_c = f_\Psi(\Psi_c)$, con Ψ_c y los otros cuatro coeficientes que definen la función en Tabla I.5.

Anexo II: Asimetría del haz

A continuación se muestran imágenes del haz adquiridas bajo diferentes condiciones con el objetivo de identificar los principales factores que influyen en la asimetría del haz observada. Las escalas de gris empleadas para la visualización fueron escogidas a fin de aumentar el contraste de la señal de baja intensidad, donde observamos la asimetría del haz, saturando en blanco las intensidades mayores.

Orientación del colimador: La rotación del colimador no introduce variación relevante sobre la asimetría del haz (Figura II.1 (a) y (b)).

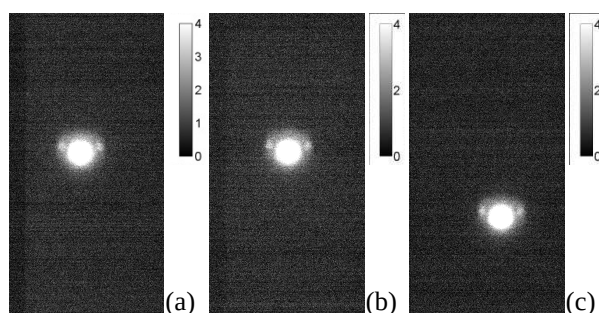


Figura II.1: Foco grueso. Campo 9×9 . Rh/Rh-27 kVp. $Q = 25$ mAs. Colimador de Au, $\rho = 0,5$ mm. Variación en la orientación y posición del colimador: (a) orientación y posición de referencia, (b) girado 180° , (c) desplazado, alejado de la pared del tórax.

Posición del colimador: El desplazamiento del colimador de un centímetro en dirección perpendicular a la pared del tórax no introduce variación relevante sobre la asimetría del haz (Figura II.1 (a) y (c)). El desplazamiento lateral de 2 cm produce una variación apreciable en la asimetría del haz (Figura II.2).

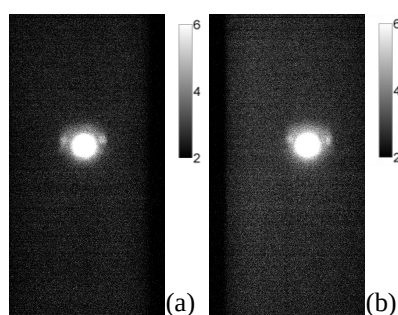


Figura II.2: Foco grueso. Campo 9×9 . Rh/Rh-27 kVp. $Q = 25$ mAs. Colimador de Au, $\rho = 0,5$ mm. Variación lateral de la posición del sistema detector-colimador (desplazamiento solidario). (a) 1 cm a la derecha de la posición de referencia (a) 1 cm a la izquierda de la posición de referencia (las mayores intensidades del fondo, comparativamente con las imágenes de la Figura II.1 se explican por un insuficiente bloqueo del campo).

Distancia detector-colimador: La distancia entre el detector y colimador que conforma el haz introduce variación apreciable de la asimetría del haz (Figura 4.9). Particularmente, no se observa en la imagen adquirida con el colimador puesto en contacto con el detector. Frente al aumento de la distancia colimador-detector, la forma

de la asimetría responde a un efecto de magnificación compatible con fuentes secundarias que pocos centímetros del centro del foco (aproximadamente 2 cm). La simetría del haz puede mejorarse parcialmente por medio de un segundo colimador, intercalado entre el colimador principal y el dispersor, que bloquee los fotones con mayor divergencia que el haz primario (Figura 4.9 (c)).

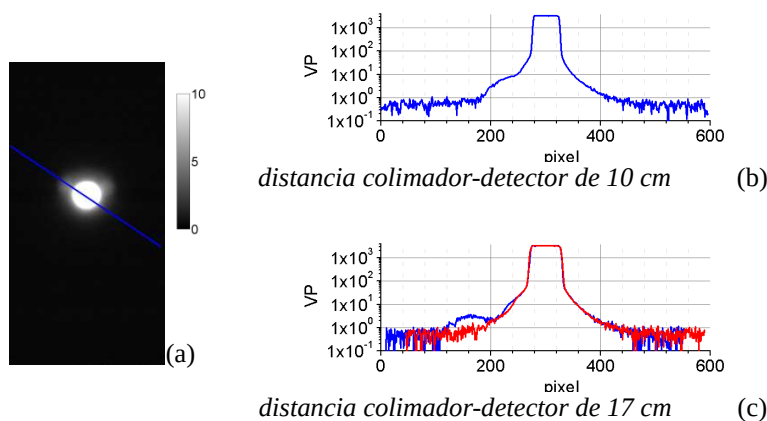


Figura II.3: Foco grueso. Campo 9×9 . Rh/Rh-27 kVp. $Q = 25$ mAs. Colimador de Au, $\rho = 1$ mm (a) IH_{exp} , distancia colimador-detector de 10 cm (b) perfil de IH_{exp} tomado sobre la línea azul trazada en (a); (c) perfil de otra IH_{exp} (no mostrada) adquirida con distancia colimador-detector de 17 cm. La curva roja representa el perfil que se obtiene cuando un colimador secundario elimina parcialmente la asimetría del haz.

Tensión y corriente: La variación de la tensión de operación y de la carga del tubo no introducen variación relevante en la asimetría del haz (Figura II.4).

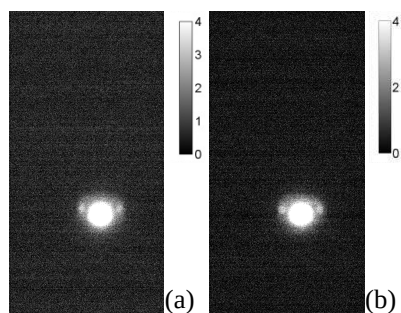


Figura II.4: Foco grueso. Campo 9×9 . Colimador de Au, $\rho = 0,5$ mm. Variación de tensión de operación y carga: (a) Rh/Rh-27 kVp. $Q = 25$ mAs. (b). Rh/Rh-40 kVp. $Q = 6$ mAs.

Tamaño de campo: La variación del tamaño del campo de irradiación del mamógrafo no introduce variación relevante sobre la asimetría del haz (Figura II.5)

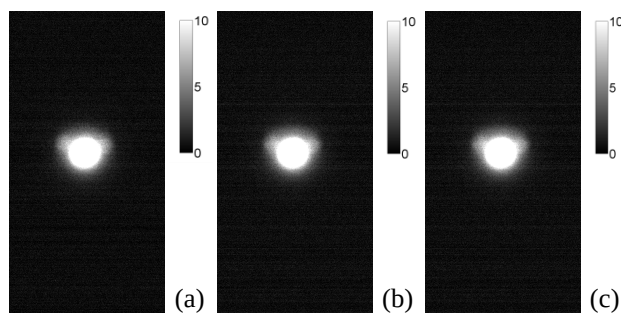


Figura II.5: Foco grueso. Rh/Rh-27 kVp. $Q = 25$ mAs. Colimador de Au, $\rho = 1$ mm. Variación del tamaño de campo (en cm): a) 9×9 , b) 13×18 , c) 17×22 .

Sección transversal del haz: El tamaño del orificio del colimador que conforma el haz introduce variación apreciable de la asimetría del haz (Figura II.1 (a) vs Figura II.5 (a)).

Tamaño del foco: Se observan diferencias en la asimetría del haz según se emplee foco fino o foco grueso (Figura II.6).

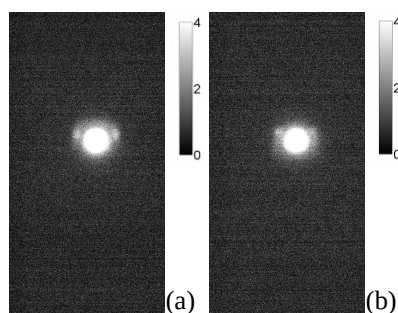


Figura II.6: Campo 9×9 . Rh/Rh-27 kVp. $Q = 25$ mAs. Colimador de Au, $\rho = 0,5$ mm. Variación del tamaño del foco: a) foco grueso, b) foco fino.

Combinación ánodo/filtro: La asimetría del haz es dependiente de la combinación ánodo/filtro. (Figura II.6 (a) vs Figura II.7 (a)).

Adicionalmente, observamos asimetrías del haz similares en un segundo mamógrafo (Figura II.7 (b)) en servicio clínico, lo que sugiere que no se trata de un fenómeno presente de forma extraordinaria en el mamógrafo empleado en esta tesis.

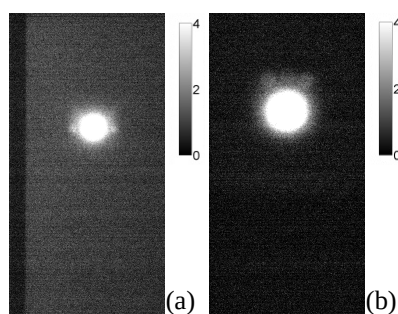


Figura II.7: (a) Senographe DMR. Campo 9×9 . Mo/Mo-27 kVp. $Q = 25$ mAs. Colimador de Au, $\rho = 0,5$ mm (b) Amulet FDR de Fujifilm. Campo 9×9 . Mo/Mo-27 kVp. $Q = 20$ mAs. Colimador de Au, $\rho = 1$ mm.

Es esperable que se presente asimetría del haz como consecuencia de diversos factores, entre los que pueden mencionarse irregularidades en el maquinado del colimador que conforma el haz o la posición de dicho colimador dentro del campo extenso del mamógrafo. Pero las observaciones presentadas son compatibles con una explicación fundada a la producción de radiación extrafocal.

La radiación extrafocal es una componente inherente de la salida de los tubos de rayos X y se debe principalmente a electrones que son retrodispersados por el ánodo y luego vuelven a acelerar hacia el ánodo por la diferencia de potencial cátodo-ánodo. Por otro lado, de acuerdo al estudio numérico de Ali et al. [130], la radiación extrafocal puede originarse a distancias de entre 1 y 3 cm, siendo esto compatible con nuestras observaciones. De acuerdo al mismo trabajo, la componente extrafocal puede no ser despreciable en sistemas mamográficos, tiene una energía menor a la componente de radiación primaria y puede causar una reducción apreciable en la CHR.

Debido a la baja intensidad de la radiación extrafocal y su distribución a bajos ángulos, con frecuencia es difícil de identificar en mediciones corrientes. La misma se hace evidente en condiciones de medición de patrones de dispersión debido a la geometría colimada y la atención dirigida hacia la señal de baja intensidad.

La intensidad de la radiación extrafocal es muy baja y despreciamos su impacto en la estimación de la intensidad del haz primario que interviene en la normalización del patrón de dispersión. Esto puede apoyarse en los datos presentados en la Figura II.8. Allí se compara el histograma radial de una imagen IH completa con el histograma radial de la hemi-imagen inferior multiplicado por 2.

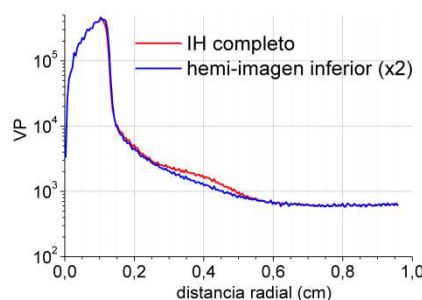


Figura II.8: Comparación del histograma radial de IH completa o la hemi-imagen inferior multiplicada por 2.

Las diferencias más apreciables entre los dos histogramas se observan a distancias radiales en torno a $r = 0,4$ cm. $\iint_{det} IH(x,y) dx dy$ puede calcularse como la integral sobre la distancia radial de las curvas mostradas en la Figura II.8. La diferencia en el valor de esa integral en $0,2 \text{ cm} > r > 0,6 \text{ cm}$ para una y otra curva apenas es el 0,3% del valor total de la integral. Por lo tanto, consideramos la imagen total y no sólo la hemi-imagen inferior de IH para estimar el factor de normalización. Consideramos que lo segundo podría incrementar la incertidumbre más allá de la introducida por la presencia

de radiación extrafocal debido a, por ejemplo, imprecisiones en la determinación del centro del haz o imperfecciones en el maquinado del colimador.

La radiación extrafocal puede, en cambio, constituir una señal que efectivamente compita con la señal de dispersión. Si bien su intensidad en la imagen de dispersión aparece disminuida respecto de la intensidad que muestra en imágenes de IT o IH, es evidente que su eliminación con la operación de sustracción del haz primario no es completa. La incidencia de la radiación extrafocal en la imagen de dispersión será dependiente del sistema de adquisición (geometría y condiciones de operación del tubo). Hemos recurrido al empleo de la sección de la imagen que está por debajo del centro de la mancha de transmisión (hemi-imagen inferior, en dirección opuesta a la pared del tórax), donde la radiación extrafocal parece tener una menor contribución.

Anexo III: Determinación del valor de energía E^* para acotar el error en Dp derivado de despreciar el endurecimiento del haz en la lámina

Acotamos el error relativo en Dp por:

$$Err_{rel} \leq M |E_{media}^s(\theta) - E_{media}|, \quad (5.45)$$

siendo

$$M = \max \left[\Delta l \frac{d\mu}{dE}(E^*) \frac{e^{-\mu(E^*)\Delta l}}{e^{-\mu(E_{media})\Delta l}} \right], \quad (5.44)$$

con E^* variando dentro del intervalo de integración. Acá determinamos el valor de E^* . El factor $\left| \frac{d\mu}{dE}(E^*) \right|$ es decreciente mientras que $e^{-\mu(E^*)\Delta l}$ crece con la energía. El peso relativo de uno y otro término depende de Δl . El E^* que maximice el miembro entre corchetes de (5.44) también maximiza:

$$G(E_c) = \ln(\Delta l) + \ln \left(\left| \frac{d\mu}{dE}(E^*) \right| \right) + \Delta l [\mu(E_{media}) - \mu(E^*)], \quad (III.1)$$

Modelamos la función $\mu(E)$ en el rango de energías 15 keV-30 keV por una función exponencial de la forma $\mu(E) = \mu_0 + Ae^{-BE}$. La Tabla IV.1 muestra los coeficientes del ajuste para algunos materiales. Con esto podemos escribir:

$$G(E^*) = -\Delta l A e^{-BE^*} - BE^* + Cte \quad (III.2)$$

G se maximiza para

$$E^* = \frac{\ln(\Delta l A)}{B} \quad (III.3)$$

Esta expresión depende, por un lado, del material –a través de los coeficientes A y B que rigen la tasa de variación del coeficiente de atenuación con la energía, de acuerdo al ajuste exponencial a la curva de coeficientes de atenuación lineal–. Por otro lado, varía logarítmicamente con Δl . La Figura III.1 muestra E^* en función de Δl en agua calculado de acuerdo a (III.3).

Tabla IV.1: Ajuste exponencial del coeficiente de atenuación lineal total, $\mu(E) = \mu_0 + Ae^{-BE}$ en el rango de energías comprendido ente 15 keV y 30 keV.

	agua	PMMA	tejido adiposo	tejido glandular
μ_0 (cm ⁻¹)	0,33 ± 0,02	0,32 ± 0,01	0,24 ± 0,01	0,32 ± 0,02
A (cm ⁻¹)	28 ± 3	20 ± 2	11 ± 1	26 ± 3
B (keV ⁻¹)	0,203 ± 0,007	0,202 ± 0,008	0,2004 ± 0,008	0,203 ± 0,008
R^2	0,99923	0,99919	0,99915	0,99922

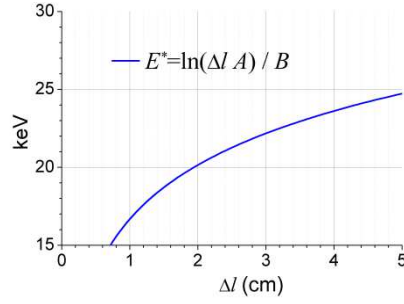


Figura III.1: E^* para agua calculado como $E^* = \ln(\Delta l A)/B$.

Dado que no tiene sentido que E^* esté fuera del rango de energías con población relevante dentro de la distribución espectral de $N_t(E)$, redefinimos E^* para un espectro $N_t(E)$ con energías entre E_{min} y E_{max} como:

$$E^* = \begin{cases} E_{min} & \Delta l < \frac{e^{E_{min} B}}{A} \\ \frac{\ln(\Delta l A)}{B} & \frac{e^{E_{min} B}}{A} < \Delta l < \frac{e^{E_{max} B}}{A} \\ E_{max} & \Delta l > \frac{e^{E_{max} B}}{A} \end{cases} \quad (III.4)$$

Con esta definición, para espectros transmitidos similares a los mostrados en la Figura 5.9, estableciendo $E_{min} = 15$ keV, podemos acotar el error en Dp escogiendo $E^* = 15$ keV cuando $\Delta l < 0.7$ cm y con $E^* = \frac{\ln(\Delta l A)}{B}$ para Δl mayores. Con esta definición para E^* , el error relativo en Dp está acotado por:

$$\frac{|R_{Dp}(\theta)|_{\Delta l > 0.7 \text{ cm}}}{Dp(\theta)} = B e^{\Delta l A e^{-R_0 E_{media}} - 1} |E_{media}^S(\theta) - E_{media}| \quad (III.5)$$

o

$$\frac{|R_{Dp}(\theta)|_{\Delta l < 0.7 \text{ cm}}}{Dp(\theta)} = \Delta l \left| \frac{d\mu}{dE}(15 \text{ keV}) \right| \frac{e^{-\mu(15 \text{ keV})\Delta l}}{e^{-\mu(E_{media})\Delta l}} |E_{media}^S(\theta) - E_{media}|, \quad (III.6)$$

dependiendo de Δl .

Anexo IV: Producción científica directamente relacionada con esta tesis

Publicaciones

- A. B. Ríos, H. Somacal, A. Valda. *Modelado de la formación de patrones de dispersión de rayos X como un sistema lineal*. Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, **6**, 253-256. (2017) ISSN:2314-3282.
- A.B. Ríos, H. Somacal and A. Valda. *Effect of the image detector response in the identification of low-level X-ray scattering signals from image subtraction*. IFMBE Proceeding. VI Latin American Conference on Biomedical Engineering CLAIB 2014 (29-31 de Octubre de 2014), **49**, 333-336 (2015). ISSN 1680-0737. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-13117-7_86.
- A.B. Ríos, H. Somacal and A. Valda. *Modeling the interference effect in X-ray coherent scattering by the inclusion of experimental form factors in PENELOPE*. IFMBE Proceeding. VI Latin American Conference on Biomedical Engineering CLAIB 2014 (29-31 de Octubre de 2014), **49**, 333-336 (2015). ISSN 1680-0737. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-13117-7_215.
- A.B. Ríos, H. Somacal and A. Valda. *Evaluación de la STP, MTF y NNPS de un detector digital de rayos X orientada al estudio de patrones de dispersión en condiciones clínicas*. Libro de trabajos – 12º Congreso Argentino de Física Médica, 1º Congreso de Física Médica de las Américas & 1º Congreso de Medicina Nuclear y Diagnóstico por Imágenes de la AATMN (18-21 de Mayo de 2014), 46-59 (2015). ISBN 978-987-25343-0-1.

Comunicaciones en Congresos y Reuniones científicas

- Ríos, Ana Betina, Somacal, Héctor, Valda, Alejandro. *Modelo aditivo para la formación de patrones de dispersión simple en condiciones mamográficas*. 101º Reunión Nacional de Física de la Asociación de Física Argentina. San Miguel de Tucumán, Tucumán, Argentina (4-7 de octubre de 2016.). Charla de División de Física Médica. Resumen publicado en libro de congreso.
- Ríos, Ana Betina, Somacal, Héctor, Valda, Alejandro. *Modelo aditivo para la formación de patrones de dispersión simple en condiciones mamográficas*. VII Latin American Congress on Medical Physics-XIII Argentine Congress on Medical Physics- ALFIM - SAFIM. Villa Carlos Paz, Córdoba, Argentina (4-7 de septiembre de 2016).
- Ríos, Ana Betina, Somacal, Héctor, Valda, Alejandro. *Evaluación numérica del efecto de la MTF y la STP de un detector digital de imágenes en la identificación de patrones de dispersión de rayos X*. 99 Reunión Nacional de Física de la Asociación de Física Argentina. Tandil, Buenos Aires, Argentina (22-25 de septiembre de 2016).

- 2014).** Charla de División de Física Médica. Resumen publicado en libro de congreso.
- A.B. Ríos, H. Somacal and A. Valda. *Evaluación de la STP, MTF y NNPS de un detector digital de rayos X orientada al estudio de patrones de dispersión en condiciones clínicas*. 12º Congreso Argentino de Física Médica, 1º Congreso de Física Médica de las Américas & 1º Congreso de Medicina Nuclear y Diagnóstico por Imágenes de la AATMN. Buenos Aires, Argentina, (18 - 21 de mayo, **2014**).
 - Ríos, Ana Betina, Somacal, Héctor, Valda, Alejandro. *Modelado del efecto de interferencia en la dispersión coherente de rayos X de bajas energías por materiales de interés biomédico utilizando el código PENELOPE*. 98º Reunión Nacional de Física de la Asociación de Física Argentina. S.C de Bariloche, Río Negro, Argentina (24-27 de septiembre, **2013**). Charla de División de Física Médica. Resumen publicado en libro de congreso.
 - B. Ríos, H. Somacal, A. Valda. *Monte Carlo simulation of X-ray scattering patterns produced by water*. International Conference on Medical Physics. Porto Alegre, Brazil. (17-20 de abril, **2011**). Resumen publicado en Proceedings of the ICMP2011 v.5 p281-281.
 - B. Ríos, H. Somacal, A. Valda. *Simulación de la dispersión en materiales de interés biomédico empleando PENELOPE*. 3º Congreso de Radioquimioterapia y Braquiterapia – 6th Jornada de Física Médica. Córdoba, Argentina (11-14 de mayo, **2011**).
 - Ríos A, Somacal H., Valda A., González C., Moreau R., Guidi M. *Simulaciones numéricas de la dispersión de rayos X en condiciones mamográficas*. XII Reunión de la SUF y 96º Reunión Nacional de Física de la Asociación de Física. (20-23 de septiembre, **2011**). Resumen publicado en libro de congreso.
 - B. Ríos, H. Somacal, A. Valda, C. Gonzalez, R. Moreau, M. Guidi. *Estudio numérico del potencial diagnóstico de la radiación dispersa en mamografía*. XXVII Jornadas Multidisciplinarias de Oncología del Instituto Ángel Roffo. Buenos Aires, Argentina (13-16 de septiembre, **2011**) [Premio Accesit en la categoría Poster de Física Médica].
 - Ríos, Ana Betina; Somacal, Héctor; Valda, Alejandro. *Simulaciones Monte Carlo de fotones a bajas energías: Estudio de patrones de dispersión para estudios mamográficos localizados*. V Congreso Latinoamericano de Física Médica - Encuentro Iberoamericano de Física Médica – III Congreso Peruano de Física Médica – VI Congreso Peruano de Protección Radiológica. Cusco, Perú (16-20 de mayo, **2010**).
 - Ríos A. B., Somacal H., y Valda A. *Simulaciones Monte Carlo de transporte de fotones a bajas energías. Análisis del diseño experimental para la medición de imágenes de patrones de dispersión*. 95º Reunión Nacional de Física de la

Asociación de Física. Malargüe-Mendoza, Argentina (28 de septiembre-1 de octubre, **2010**). Resumen publicado en libro de congreso.

- Ríos A. B., Somacal H., y Valda A. *Simulaciones Monte Carlo de fotones a bajas energías. Patrones de dispersión para estudios mamográficos localizados*. 95° Reunión Nacional de Física de la Asociación de Física. Malargüe-Mendoza, Argentina (28 de septiembre-1 de octubre, **2010**). Resumen publicado en libro de congreso.

Referencias bibliográficas

- [1] D. R. Dance, S. Christofides, A. D. A. Maidment, I. D. McLean, y K. H. Ng, “Diagnostic Radiology Physics: a handbook for teachers and students”. IAEA, Viena, 2014.
- [2] G. T. Barnes, “Contrast and scatter in x-ray imaging”, *Radiographics*, vol. 11, núm. 2, pp. 307–323, 1991.
- [3] I. Sechopoulos, S. Suryanarayanan, S. Vedantham, y C. J. D’Orsi, “Scatter radiation in digital tomosynthesis of the breast”, *Med. Phys.*, vol. 34, núm. 2, pp. 564–576, 2007.
- [4] S. Z. Shen, A. K. Bloomquist, G. E. Mawdsley, M. J. Yaffe, y I. Elbakri, “Effect of scatter and an antiscatter grid on the performance of a slot-scanning digital mammography system”, *Med. Phys.*, vol. 33, núm. 4, pp. 1108–1115, 2006.
- [5] I. E. Cipriano-Urbano y H. M. Garnica-Garza, “Feasibility of the use of a pixelated transmission chamber to measure scattered-radiation in projection radiography: I. Monte Carlo analysis of x-ray scatter propagation and detector modeling”, *Appl. Radiat. Isot.*, vol. 122, pp. 193–201, abr. 2017.
- [6] M. J. Rodrigues *et al.*, “Influence of X-ray scatter radiation on image quality in Digital Breast Tomosynthesis (DBT)”, *Radiat. Phys. Chem.*, vol. 140, pp. 300–304, 2017.
- [7] P. E. Freer, “Mammographic Breast Density: Impact on Breast Cancer Risk and Implications for Screening”, *RadioGraphics*, vol. 35, núm. 2, pp. 302–315, mar. 2015.
- [8] S. J. Kim, S.-Y. Chung, J. M. Chang, N. Cho, W. Han, y W. K. Moon, “Ultrasound screening of contralateral breast after surgery for breast cancer”, *Eur. J. Radiol.*, vol. 84, núm. 1, pp. 54–60, ene. 2015.
- [9] R. F. Brem *et al.*, “Assessing Improvement in Detection of Breast Cancer with Three-dimensional Automated Breast US in Women with Dense Breast Tissue: The SonoInsight Study”, *Radiology*, vol. 274, núm. 3, pp. 663–673, oct. 2014.
- [10] C. K. Kuhl, K. Strobel, H. Bieling, C. Leutner, H. H. Schild, y S. Schrading, “Supplemental Breast MR Imaging Screening of Women with Average Risk of Breast Cancer”, *Radiology*, vol. 283, núm. 2, pp. 361–370, feb. 2017.
- [11] P. C. Johns y M. J. Yaffe, “Coherent scatter in diagnostic radiology”, *Med. Phys.*, vol. 10, núm. 1, pp. 40–50, 1983.
- [12] A. H. Narten, “X-ray diffraction data on liquid water in the temperature range 4°C–200°C”, ORNL-4578, 1970.
- [13] A. H. Narten, “Liquid Water: Molecular Correlation Functions from X-Ray Diffraction”, *J. Chem. Phys.*, vol. 55, núm. 5, pp. 2263–2269, 1971.
- [14] L. R. M. Morin, “Molecular Form Factors and Photon Coherent Scattering Cross Sections of Water”, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, vol. 11, núm. 4, pp. 1091–1098, 1982.
- [15] A. Tartari, E. Casnati, C. Bonifazzi, y C. Baraldi, “Molecular differential cross sections for x-ray coherent scattering in fat and polymethyl methacrylate”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 42, núm. 12, pp. 2551–2560, 1997.
- [16] M. E. Poletti, O. D. Gonçalves, y I. Mazzaro, “X-ray scattering from human breast tissues and breast-equivalent materials”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 47, núm. 1, pp. 47–63, 2002.
- [17] J. Kosanetzky, B. Knoerr, G. Harding, y U. Neitzel, “X-ray diffraction measurements of some plastic materials and body tissues”, *Med. Phys.*, vol. 14, núm. 4, pp. 526–532, 1987.

- [18] G. Harding, J. Kosanetzky, y U. Neitzel, “X-ray diffraction computed tomography”, *Med. Phys.*, vol. 14, núm. 4, pp. 515–525, 1987.
- [19] S. C. Cardoso, O. D. Gonçalves, H. Schechter, y J. Eichler, “Modelling the elastic scattering in diagnostic radiology: the importance of structure form factors”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 48, núm. 13, pp. 1907–1916, 2003.
- [20] L. Kissel, “Rayleigh scattering by neutral atoms, 100 eV to 10 MeV”, *Phys. Rev. A*, vol. 22, núm. 5, pp. 1970–2004, 1980.
- [21] J. H. Hubbell, W. J. Veigele, E. A. Briggs, R. T. Brown, D. T. Cromer, y R. J. Howerton, “Atomic form factors, incoherent scattering functions, and photon scattering cross sections”, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, vol. 4, núm. 3, p. 471–538 (erratum in 6, 615–616 (1977)), 1975.
- [22] D. E. Cullen, J. H. Hubbell, y L. Kissel, “EPDL97: the Evaluated Photon Data Library, '97 Version”, *UCRL-50400*, vol. 6, núm. 5, 1997.
- [23] J. Baro, J. Roteta, J. M. Fernandez-Varea, y F. Salvat, “Analytical cross sections for Monte Carlo simulations of photon transport”, *Radiat. Phys. Chem.*, vol. 44, núm. 5, pp. 531–552, 1994.
- [24] F. Salvat y J. M. Fernández-Varea, “Overview of physical interaction models for photon and electron transport used in Monte Carlo codes”, *Metrologia*, vol. 46, núm. 2, pp. S112–S138, 2009.
- [25] B. W. King, K. A. Landheer, y P. C. Johns, “X-ray coherent scattering form factors of tissues, water and plastics using energy dispersion”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 56, pp. 4377–4397, 2011.
- [26] P. C. Johns y M. P. Wismayer, “Measurement of coherent x-ray scatter form factors for amorphous materials using diffractometers”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 49, pp. 5233–5250, 2004.
- [27] A. Tartari, “Molecular differential cross sections for low angle photon scattering in tissues”, *Radiat. Phys. Chem.*, vol. 56, núm. 1–2, pp. 205–211, 1999.
- [28] M. E. Poletti, O. D. Gonçalves, H. Schechter, y I. Mazzaro, “Precise evaluation of elastic differential scattering cross-sections and their uncertainties in X-ray scattering experiments”, *Nucl. Instrum. Meth. B*, vol. 187, núm. 4, pp. 437–446, 2002.
- [29] M. E. Poletti, O. D. Gonçalves, y I. Mazzaro, “Measurements of X-ray scatter signatures for some tissue-equivalents materials”, *Nucl. Instrum. Meth. B*, vol. 213, pp. 595–598, 2004.
- [30] D. E. Peplow y K. Verghese, “Measured molecular coherent scattering form factors of animal tissues, plastics and human breast tissue”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 43, núm. 9, pp. 2431–2452, 1998.
- [31] B. W. King y P. C. Johns, “An energy-dispersive technique to measure x-ray coherent scattering form factors of amorphous materials”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 55, núm. 3, pp. 855–871, 2010.
- [32] G. Kidane, R. D. Speller, G. J. Royle, y A. M. Hanby, “X-ray scatter signatures for normal and neoplastic breast tissues”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 44, pp. 1791–1802, 1999.
- [33] B. W. King y P. C. Johns, “Measurement of coherent scattering form factors using an image plate”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 53, pp. 5977–5990, 2008.
- [34] F. Salvat, J. M. Fernandez-Varea, y J. Sempau, *Penelope 2008: A code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport*. Issy-les-Moulineaux, France: OECD/NEA Data Bank, 2009.
- [35] O. R. Oliveira, A. L. C. Conceição, D. M. Cunha, M. E. Poletti, y C. A. Pelá, “Identification of Neoplasias of Breast Tissues Using a Powder Diffractometer”,

- J. Radiat. Res.*, vol. 49, núm. 5, pp. 527–532, 2008.
- [36] A. L. C. Conceição, M. Antoniassi, D. M. Cunha, A. Ribeiro-Silva, y M. E. Poletti, “Multivariate analysis of the scattering profiles of healthy and pathological human breast tissues”, *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 652, núm. 1, pp. 870–873, 2010.
 - [37] C. R. F. Castro, R. C. Barroso, M. J. Anjos, R. T. Lopes, y D. Braz, “Coherent scattering characteristics of normal and pathological breast human tissues”, *Radiat. Phys. Chem.*, vol. 71, núm. 3, pp. 649–651, 2004.
 - [38] E. A. Ryan y M. J. Farquharson, “Breast tissue classification using x-ray scattering measurements and multivariate data analysis”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 52, pp. 6679–6696, 2007.
 - [39] W. M. Elshemey, O. S. Desouky, M. M. Fekry, S. M. Talaat, y A. A. Elsayed, “The diagnostic capability of x-ray scattering parameters for the characterization of breast cancer”, *Med. Phys.*, vol. 37, pp. 4257–4265, 2010.
 - [40] C. Theodorakou y M. J. Farquharson, “The classification of secondary colorectal liver cancer in human biopsy samples using angular dispersive x-ray diffraction and multivariate analysis”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 54, núm. 16, pp. 4945–4957, 2009.
 - [41] E. Ryan y M. J. Farquharson, “Angular dispersive X-ray scattering from breast tissue using synchrotron radiation”, *Radiat. Phys. Chem.*, vol. 71, núm. 3, pp. 971–972, 2004.
 - [42] M. Fernández *et al.*, “Small-angle x-ray scattering studies of human breast tissue samples”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 47, núm. 4, pp. 577–592, 2002.
 - [43] D. M. Cunha, O. R. Oliveira, C. A. Pérez, y M. E. Poletti, “X-ray scattering profiles of some normal and malignant human breast tissues”, *X-Ray Spectrom.*, vol. 35, núm. 6, pp. 370–374, 2006.
 - [44] A. L. C. Conceição, M. Antoniassi, M. E. Poletti, y L. V. E. Caldas, “Preliminary study of human breast tissue using synchrotron radiation combining WAXS and SAXS techniques”, *Appl. Radiat. Isot.*, vol. 68, pp. 799–803, 2010.
 - [45] E. J. Harris, G. J. Royle, R. D. Speller, J. A. Griffiths, G. Kidane, y A. M. Hanby, “Evaluation of a novel low light level (L3 vision) CCD technology for application to diffraction enhanced breast imaging”, *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 513, núm. 1, pp. 27–31, 2003.
 - [46] K. Landheer y P. C. Johns, “Synchrotron-based coherent scatter x-ray projection imaging using an array of monoenergetic pencil beams”, *Rev. Sci. Instruments*, vol. 83, 2012.
 - [47] R. J. LeClair y P. C. Johns, “Optimum momentum transfer arguments for x-ray forward scatter imaging”, *Med. Phys.*, vol. 29, núm. 12, pp. 2881–2890, 2002.
 - [48] D. M. Cunha, A. Tomal, y M. E. Poletti, “Diffraction enhanced breast imaging through Monte Carlo simulations”, *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 652, núm. 1, pp. 878–882, 2011.
 - [49] D. L. Batchelar y I. A. Cunningham, “Material-specific analysis using coherent-scatter imaging”, *Med. Phys.*, vol. 29, núm. 8, pp. 1651–1661, 2002.
 - [50] G. Harding y J. Kosanetzky, “Elastic scatter computed tomography”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 30, núm. 2, pp. 183–186, 1985.
 - [51] M. S. Westmore, A. Fenster, y I. A. Cunningham, “Tomographic imaging of the angular-dependent coherent-scatter cross section”, *Med. Phys.*, vol. 24, núm. 1, pp. 3–11, 1997.
 - [52] U. van Stevendaal, J.-P. Schlomka, A. Harding, y M. Grass, “A reconstruction algorithm for coherent scatter computed tomography based on filtered back-

- projection”, *Med. Phys.*, vol. 30, núm. 9, pp. 2465–2474, 2003.
- [53] D. L. Batchelar, M. T. M. Davidson, W. Dabrowski, y I. A. Cunningham, “Bone-composition imaging using coherent-scatter computed tomography: Assessing bone health beyond bone mineral density”, *Med. Phys.*, vol. 33, núm. 4, pp. 904–915, 2006.
- [54] J. A. Griffiths, G. J. Royle, A. M. Hanby, S. Pani, y R. D. Speller, “Angular dispersive diffraction microCT of small breast tissue samples”, *Radiat. Phys. Chem.*, vol. 77, pp. 373–380, 2008.
- [55] R. C. Barroso, R. T. Lopes, E. F. O. de Jesus, y L. F. Oliveira, “X-ray diffraction microtomography using synchrotron radiation”, *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 471, pp. 75–79, 2001.
- [56] B. Ghammraoui y L. M. Popescu, “Non-invasive classification of breast microcalcifications using x-ray coherent scatter computed tomography”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 62, núm. 3, pp. 1192–1207, 2017.
- [57] B. Ghammraoui, A. Badal, y L. M. Popescu, “Maximum-likelihood estimation of scatter components algorithm for x-ray coherent scatter computed tomography of the breast”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 61, núm. 8, pp. 3164–3179, 2016.
- [58] F. Marticke, G. Montémont, C. Paulus, O. Michel, J. I. Mars, y L. Verger, “Simulation study of an X-ray diffraction system for breast tumor detection”, *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 867, pp. 20–31, 2017.
- [59] B. Ghammraoui y A. Badal, “Monte Carlo simulation of novel breast imaging modalities based on coherent x-ray scattering”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 59, núm. 13, pp. 3501–3516, 2014.
- [60] K. G. Lewis II, “Coherent scatter computed tomography (CSCT) – A Monte Carlo simulation study (tesis doctoral)”, Vanderbilt University, 2013.
- [61] E. J. Harris, “Application of a novel CCD technology to medical imaging (tesis doctoral)”, University College London, 2002.
- [62] A. Taibi, G. J. Royle, y R. D. Speller, “A Monte Carlo simulation study to investigate the potential of diffraction enhanced breast imaging”, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 47, núm. 4, pp. 1581–1586, 2000.
- [63] D. G. Darambara, P. J. Sellin, y G. Maehlum, “A low-angle X-ray scatter breast-imaging system based on a novel multi-element Si-pad array operated in spectroscopic mode”, *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 525, pp. 253–257, 2004.
- [64] J. F. Briesmeister, *A General Monte Carlo N-particle Transport Code. Version 4C*, núm. LA-13709–M. Los Alamos: Los Alamos National Laboratory, 2000.
- [65] S. Agostinelli *et al.*, “Geant4—a simulation toolkit”, *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 506, núm. 3, pp. 250–303, 2003.
- [66] M. Batic, G. Hoff, y P. Saracco, “Photon elastic scattering simulation: validation and improvements to Geant4”, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 59, núm. 4, pp. 1636–1664, 2012.
- [67] H. Hirayama, Y. Namito, A. F. Bielajew, S. J. Wilderman, y W. R. Nelson, “The EGS5 Code System”, Stanford Linear Accelerator Center, Menlo Park, CA (SLAC Report number: SLAC-R-730; Japan High Energy Accelerator Research Organization (KEK) Report number: 2005-8.), 2005.
- [68] C. J. Leliveld, J. G. Maas, V. R. Bom, y C. W. E. van Eijk, “Monte Carlo modeling of coherent scattering: influence of interference”, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 43, núm. 6, pp. 3315–3321, 1996.
- [69] J. N. O’Dwyer y J. R. Tickner, “Modelling diffractive X-ray scattering using the EGS Monte Carlo code”, *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 580, núm. 1, pp. 127–129, 2007.

- [70] U. Neitzel, J. Kosanetzky, y G. Harding, “Coherent scatter in radiographic imaging: a Monte Carlo simulation study”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 30, pp. 1289–1296, 1985.
- [71] W. M. Elshemey y W. B. Elsharkawy, “Monte Carlo simulation of x-ray scattering for quantitative characterization of breast cancer”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 54, núm. 12, pp. 3773–3784, 2009.
- [72] A. Tartari *et al.*, “Molecular coherent scattering data for tissue in photon transport Monte Carlo codes”, *Appl. Radiat. Isot.*, vol. 53, pp. 901–906, 2000.
- [73] G. Poludniowski, P. M. Evans, y S. Webb, “Rayleigh scatter in kilovoltage x-ray imaging: is the independent atom approximation good enough?”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 54, pp. 6931–6942, 2009.
- [74] F. Salvat, J. M. Fernandez-Varea, y J. Sempau, *PENELOPE-2006: A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport*. Issy-les-Moulineaux: OECD-NEA, 2009.
- [75] “MC-GPU-MIF-extension: Including the effect of Molecular Interference in Monte Carlo simulations of x-ray transport”, *U. S. Food and Drug Administration*, 2014. [En línea]. Disponible en: <https://code.google.com/p/mcgpu>.
- [76] M. N. Lakshmanan *et al.*, “An X-ray scatter system for material identification in cluttered objects: A Monte Carlo simulation study”, *Nucl. Instrum. Meth. B*, vol. 335, pp. 31–38, sep. 2014.
- [77] C. J. Leliveld, “A fast Monte Carlo simulator for scattering in X-ray computerized tomography (tesis doctoral)”, Delft University of Technology, Delft, 1996.
- [78] E. P. Muntz, T. Fewell, R. Jennings, y H. Bernstein, “On the significance of very small angle scattered radiation to radiographic imaging at low energies”, *Med. Phys.*, vol. 10, núm. 6, pp. 819–823, 1983.
- [79] Organismo Internacional de Energía Atómica, “Control de Calidad en Mamografía IAEA-TECDOC-1517”, OIEA, Viena, 2006.
- [80] R. Pirchio, H. Sánchez, Y. Lerman, y M. Casal, “Quality controls in two mammography of the Institute of Oncology Angel H Roffo - CABA - Buenos Aires”, en *XL Annual meeting of the Argentine Association of Nuclear Technology (AATN 2013)*, 2013.
- [81] A. Burgess, “On the noise variance of a digital mammography system”, *Med. Phys.*, vol. 31, núm. 7, pp. 1987–1995, 2004.
- [82] T. Graeve y G. P. Weckler, “High-resolution CMOS imaging detector”, *Proc. SPIE*, vol. 4320, pp. 68–76, 2001.
- [83] M. K. Cho, H. K. Kim, T. Graeve, S. M. Yun, C. H. Lim, y J.-M. Kim, “Measurement of X-ray imaging performance of granular phosphors with direct-coupled CMOS sensors”, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 55, núm. 3, pp. 1338–1343, 2008.
- [84] A. C. Konstantinidis y A. Olivo, “Technical Note: Modification of the standard gain correction algorithm to compensate for the number of used reference flat frames in detector performance studies”, *Med. Phys.*, vol. 38, núm. 12, pp. 6683–6888, 2011.
- [85] M. J. Yaffe, “Detectors for Digital Mammography”, en *Digital Mammography*, U. Bick y F. Diekmann, Eds. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2010, pp. 13–31.
- [86] C. J. Park, H. K. Lee, W. Y. Song, T. G. Achterkirchen, y H. K. Kim, “Defective pixel map creation based on wavelet analysis in digital radiography detectors”,

- Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 634, pp. 101–105, 2011.
- [87] RadIcon, “AN03: Guide to Image Quality and Pixel Correction Methods”, 2000.
 - [88] F. Xu, H. Liu, G. Wang, y B. A. Alford, “Comparison of adaptive linear interpolation and conventional linear interpolation for digital radiography systems”, *J. Electron. Imaging*, vol. 9, núm. 1, pp. 22–31, 2000.
 - [89] R. S. Ayyala, M. Chorlton, R. H. Behrman, P. J. Kornguth, y P. J. Slanetz, “Digital Mammographic Artifacts on Full-Field Systems: What Are They and How Do I Fix Them?”, *RadioGraphics*, vol. 28, núm. 7, pp. 1999–2008, 2008.
 - [90] J. H. Siewerdsen y D. A. Jaffray, “A ghost story: Spatio-temporal response characteristics of an indirect-detection flat-panel imager”, *Med. Phys.*, vol. 26, núm. 8, pp. 1624–1641, 1999.
 - [91] RadIcon, “AN08: Polynomial Gain Correction for RadEye Sensors”, 2003.
 - [92] RadIcon, “AN07: Scintillator Options for Shad-o-Box Camera”, 2005.
 - [93] S. Yun, H. K. Kim, C. H. Lim, M. K. Cho, T. Achterkirchen, y I. Cunningham, “Signal and Noise Characteristics Induced by Unattenuated X Rays from a Scintillator in Indirect-Conversion CMOS Photodiode Array Detectors”, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 56, núm. 3, pp. 1121–1128, 2009.
 - [94] C. M. Michail *et al.*, “Imaging performance of high resolution CMOS sensor under mammographic and radiographic conditions”, *2010 IEEE Int. Conf. Imaging Syst. Tech.*, pp. 152–155, 2010.
 - [95] C. H. Lim *et al.*, “Characterization of imaging performance of a large-area CMOS active-pixel detector for low-energy X-ray imaging”, *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 652, pp. 500–503, 2011.
 - [96] S. Yun, H. K. Kim, J. C. Han, S. Kam, H. Youn, y I. A. Cunningham, “Linear analysis of signal and noise characteristics of a nonlinear CMOS active-pixel detector for mammography”, *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 847, pp. 104–110, 2017.
 - [97] L. Cao y J. Peter, “A Practical Non-linear Gain Correction Method for High-resolution CMOS Imaging Detectors”, 39. *DGMP Tagung 2008*. Oldenburg, 2008.
 - [98] A. C. Konstantinidis, “Evaluation of digital x-ray detectors for medical imaging applications (tesis doctoral)”, University College London, London, 2011.
 - [99] M. J. Buades, A. González, y B. Tobarra, “Implementación de un programa informático para la determinación de la DQE de un sistema de radiología digital”, *Rev. Física Médica*, vol. 7, núm. 2, pp. 57–67, 2006.
 - [100] N. W. Marshall, “Detective quantum efficiency measured as a function of energy for two full-field digital mammography systems”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 54, núm. 9, pp. 2845–2860, 2009.
 - [101] R. García-Mollá y R. Linares, “Study of DQE dependence with beam quality on GE Essential mammography flat pane”, *J. Appl. Clin. Med. Phys.*, vol. 12, núm. 1, pp. 207–217, 2011.
 - [102] J. T. Dobbins III, “Effects of undersampling on the proper interpretation of modulation transfer function, noise power spectra, and noise equivalent quanta of digital imaging systems”, *Med. Phys.*, vol. 22, núm. 2, 1995.
 - [103] J. T. Dobbins III, “Chapter 3: Image Quality Metrics for Digital Systems”, en *Handbook of Medical Imaging - Volume 1 - Physics and Psychophysics*, J. Beutel, H. L. Kundel, y R. L. Van Metter, Eds. Bellingham, Washington USA: SPIE Press, 2009.
 - [104] J. R. Wells y J. T. Dobbins, “Estimation of the two-dimensional presampled modulation transfer function of digital radiography devices using one-

- dimensional test objects”, *Med. Phys.*, vol. 39, núm. 10, pp. 6148–6160, 2012.
- [105] E. Samei, M. J. Flynn, y D. A. Reimann, “A method for measuring the presampled MTF of digital radiographic systems using an edge test device”, *Med. Phys.*, vol. 25, núm. 1, pp. 102–1113, 1998.
- [106] E. Samei, N. T. Ranger, J. Dobbins, y Y. Chen, “Intercomparison of methods for image quality characterization. I. Modulation transfer function”, *Med. Phys.*, vol. 33, núm. 5, pp. 1454–1465, 2006.
- [107] U. Neitzel, E. Buhr, G. Hilgers, y P. R. Granfors, “Determination of the modulation transfer function using the edge method: Influence of scattered radiation”, *Med. Phys.*, vol. 31, núm. 12, pp. 3485–3491, 2004.
- [108] M. J. Buades Forner y A. González López, “Métricas que definen la calidad de imagen”, en *Introducción al Control de Calidad en Radiología Digital*, Sociedad Española de Física Médica, Ed. ADI, 2013, pp. 41–65.
- [109] N. W. Marshall, “Early experience in the use of quantitative image quality measurements for the quality assurance of full field digital mammography x-ray systems”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 52, pp. 5545–5568, 2007.
- [110] B. Donini, S. Rivetti, N. Lanconelli, y M. Bertolini, “Free software for performing physical analysis of systems for digital radiography and mammography”, *Med. Phys.*, vol. 41, núm. 5, pp. 51903–51910, 2014.
- [111] R. Ayala, R. Linares, y R. García, “MIQuaELa, programa para el cálculo de la DQE en radiografía digital”, *Rev. Física Médica*, vol. 10, núm. 2, pp. 123–126, 2009.
- [112] P. Monnin, D. Gutierrez, S. Bulling, D. Guntern, y F. R. Verdun, “A comparison of the performance of digital mammography systems”, *Med. Phys.*, vol. 34, núm. 3, pp. 906–914, 2007.
- [113] R. S. Saunders y E. Samei, “A method for modifying the image quality parameters of digital radiographic images”, *Med. Phys.*, vol. 30, núm. 11, pp. 3006–3017, 2003.
- [114] P. Elangovan *et al.*, “Development and validation of a modelling framework for simulating 2D-mammography and breast tomosynthesis images”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 59, núm. 15, pp. 4275–4293, 2014.
- [115] M. Yip *et al.*, “Image resampling effects in mammographic image simulation.”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 56, núm. 22, pp. N275–286, 2011.
- [116] H. Youn *et al.*, “Numerical generation of digital mammograms considering imaging characteristics of an imager”, *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 652, pp. 810–814, 2011.
- [117] A. B. Ríos, H. Somacal, y A. Valda, “Evaluación de la STP, MTF y NNPS de un detector digital de rayos X orientada al estudio de patrones de dispersión en condiciones clínicas”, en *XII Congreso Argentino de Física Médica. I Congreso de Física Médica de las Américas. I Congreso de Medicina nuclear y Diagnóstico por Imágenes de la AATMN 2014*, R. Sansogne, C. Einisman, M. Brunetto, R. Isoardi, A. V. Ochoa, R. Galli, G. Sánchez, F. S. Aranda, S. Papadópulos, D. J. M. Donnell, y M. L. Haye, Eds. San Martín, Provincia de Buenos Aires, Argentina: Sociedad Argentina de Física Médica, 2015, pp. 46–55.
- [118] A. C. Konstantinidis, A. Olivo, y R. D. Speller, “Technical Note: Further development of a resolution modification routine for the simulation of the modulation transfer function of digital x-ray detectors”, *Med. Phys.*, vol. 38, núm. 11, pp. 5916–5921, 2011.
- [119] A. K. Carton *et al.*, “Validation of MTF measurement for digital mammography quality control”, *Med. Phys.*, vol. 32, núm. 6, pp. 1684–1695, 2005.

- [120] J. M. Boone, T. R. Fewell, y R. J. Jennings, “Molybdenum, rhodium, and tungsten anode spectral models using interpolating polynomials with application to mammography”, *Med. Phys.*, vol. 24, núm. 12, pp. 1863–1874, 1997.
- [121] J. Hiller, M. Maisl, y L. M. Reindl, “Physical characterization and performance evaluation of an x-ray micro-computed tomography system for dimensional metrology applications”, *Meas. Sci. Technol.*, vol. 23, 2012.
- [122] A. Thran, U. van Stevendaal, y J.-P. Schlomka, “Multiple Scatter Correction in Coherent Scatter Computed tomography”, en *Proc. of SPIE Penetrating Radiation Systems and Applications VII*, vol. 5923, F. P. Doty, H. B. Barber, y H. Roehrig, Eds. Bellingham, WA: SPIE, 2005.
- [123] M. S. Westmore, A. Fenster, y I. A. Cunningham, “Angular-dependent coherent scatter measured with a diagnostic x-ray image intensifier-based imaging system”, *Med. Phys.*, vol. 23, núm. 5, pp. 723–733, 1996.
- [124] S. M. Schneider, J.-P. Schlomka, y G. Harding, “Coherent Scatter Computed Tomography Applying a Fan-Beam Geometry”, en *Proc. of SPIE Medical Imaging 2001: Physics of Medical Imaging*, vol. 4320, L. E. Antonuk y M. J. Yaffe, Eds. SPIE, 2001.
- [125] M. Terabe, H. Okamoto, y K. Koshida, “Iterative estimation of coherent-scattering profiles from given positions by use of a single-direction beam.”, *Radiol. Phys. Technol.*, vol. 5, núm. 2, pp. 237–247, 2012.
- [126] I. Odinaka *et al.*, “Joint System and Algorithm Design for Computationally Efficient Fan Beam Coded Aperture X-ray Coherent Scatter Imaging”, *IEEE Trans. Comput. Imaging*, vol. 3, núm. 4, pp. 506–521, ene. 2017.
- [127] J. H. Hubbell y S. M. Seltzer, “Tables of X-Ray Mass Attenuation Coefficients and Mass Energy-Absorption Coefficients (version 1.4)”, *National Institute of Standards and Technology*, 2004. [En línea]. Disponible en: <https://www.nist.gov/pml/x-ray-mass-attenuation-coefficients>.
- [128] M. J. Berger *et al.*, “XCOM: Photon Cross Sections Database (version 1.5)”, *National Institute of Standards and Technology*, 2010. [En línea]. Disponible en: <http://www.nist.gov/pml/data/xcom/>.
- [129] J. T. Bushberg, J. A. Seibert, E. M. Leidholdt, y J. M. Boone, *The Essential Physics of Medical Imaging*. Philadelphia: Lippincott Williams & Wilkins, 2002.
- [130] E. S. M. Ali y D. W. O. Rogers, “Quantifying the effect of off-focal radiation on the output of kilovoltage x-ray systems”, *Med. Phys.*, vol. 35, pp. 4149–4160, 2008.
- [131] J. Beutel, H. L. Kundel, y R. L. Van Metter, “Handbook of Medical Imaging - Volume 1 - Physics and Psychophysics”. SPIE Press, Bellingham, Washington USA, 2009.
- [132] N. W. Marshall, A. Mackenzie, y I. D. Honey, “Quality control measurements for digital x-ray detectors”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 56, núm. 4, pp. 979–999, 2011.