

09. 56.02

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1956

REPUBLICA ARGENTINA

PUBLICACIONES
DE LA
COMISION NACIONAL DE LA ENERGIA ATOMICA
MISCELANEA
Nº 2

CALCULO DE BOBINAS CORRECTORAS PARA UN ESPECTROMETRO β
DE TIPO SOLENOIDAL Y MEDICION DEL CAMPO MAGNETICO
PRODUCIDO POR EL SOLENOIDE MAS BOBINAS CORRECTORAS

POR

HORACIO E. BOSCH



BUENOS AIRES

1956

REPUBLICA ARGENTINA

PUBLICACIONES
DE LA
COMISION NACIONAL DE LA ENERGIA ATOMICA
MISCELANEA
N° 2

CALCULO DE BOBINAS CORRECTORAS PARA UN ESPECTROMETRO β
DE TIPO SOLENOIDAL Y MEDICION DEL CAMPO MAGNETICO
PRODUCIDO POR EL SOLENOIDE MAS BOBINAS CORRECTORAS

POR

HORACIO E. BOSCH



BUENOS AIRES

1956

Imprenta y Casa Editora CONI, Perú 684, Buenos Aires

1411

CALCULO DE BOBINAS CORRECTORAS PARA UN ESPECTROMETRO β DE TIPO SOLENOIDAL Y MEDICION DEL CAMPO MAGNETICO PRODUCIDO POR EL SOLENOIDE MAS BOBINAS CORRECTORAS ¹

POR HORACIO E. BOSCH

SUMMARY

We have calculated two types of correcting coils to make the magnetic field homogeneous along its central axis over 40 cm. We have calculated also the intensity of the total magnetic field produced by the solenoid and the correcting coils in both cases. The relative errors of the value of the field at a point distant 20 cm when checked against the value of the field in the center, are of the same order for the two types.

We have made relative measurements of the intensity of the total magnetic field along the central axis and along four parallels. The results show that a homogeneity of 1 % can be obtained over 40 cm along the above mentioned axis.

INTRODUCCIÓN

Se han calculado dos tipos de bobinas correctoras para homogeneizar el campo magnético de un solenoide a lo largo de su eje central, sobre 40 cm. También se ha calculado la intensidad del campo magnético total producido por el solenoide y las bobinas correctoras, en ambos casos. Los errores relativos del valor del campo en un punto distante 20 cm con respecto al valor del campo en el centro, son del mismo orden para los dos tipos.

Se han determinado medidas relativas de la intensidad del campo magnético total a lo largo del eje central y cuatro paralelos. Los re-

¹ El presente trabajo ha sido llevado a cabo en el Laboratoire Curie de París bajo la dirección de los señores L. Dick, R. Foucher y H. Vartapetian, quienes han prestado su asesoramiento y colaboración para la realización del mismo. Ha sido terminado en diciembre de 1953. Debido al atraso de su publicación, este trabajo aparece después del fallecimiento de Mme. Irene Joliot Curie. Como modesta contribución dedico esta publicación a su memoria.

sultados muestran que se puede obtener una homogeneidad del 1 ‰ sobre 40 cm a lo largo de dichos ejes.

Se ha construido y montado un solenoide cuyas dimensiones y detalles se dan a continuación. El bobinado se ha realizado sobre un cilindro de duraluminio de 102 cm de longitud y 23 cm de diámetro interno.

Dimensiones :

b : longitud total del solenoide = 102 cm.

d : diámetro interior del cilindro de dural = 23 cm.

A : radio medio del solenoide = 14,5 cm.

c : espesor del bobinado = 5 cm.

X : semi longitud del solenoide = 51 cm.

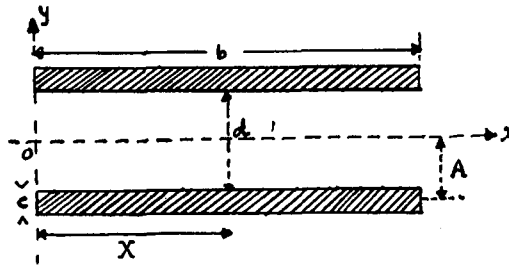


Figura 1

El número total de espiras es $N = 2500$. La intensidad máxima que puede circular por el solenoide es de 34 ampères.

La intensidad del campo magnético en un punto situado a una distancia x del centro está dada por

$$H_x = \frac{2\pi Ni}{10 b} \cdot \left\{ \frac{X + x}{[A^2 + (X + x)^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{X - x}{[A^2 + (X - x)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\}$$

La intensidad máxima de campo magnético que puede obtenerse en el centro es del orden de 1000 Gauss. De acuerdo con las dimensiones del solenoide y la intensidad de campo magnético dada, la energía máxima de los electrones a focalizar es aproximadamente 1,2 Mev.

Como este tipo de espectrómetro no tiene hierro, para uniformar el campo hasta 25 cm a cada lado del centro, es necesario utilizar bobinas correctoras, cuyo cálculo se trata a continuación.

I. CÁLCULO DE BOBINAS CORRECTORAS

Existen particularmente dos tipos de bobinas correctoras: una solenoidal y otra toroidal (1). Para determinar qué tipo es el más conveniente, se calculará el error relativo de los valores dados por ambos tipos a 25 cm del centro con respecto a los valores dados en el centro.

A) *Bobina correctora de tipo solenoidal.* — De acuerdo con la figura 2 las magnitudes utilizadas tienen el siguiente significado:

a : radio medio de la bobina correctora (a calcular).

z : semi longitud de la bobina correctora (a calcular).

d : longitud de la bobina correctora (a calcular).

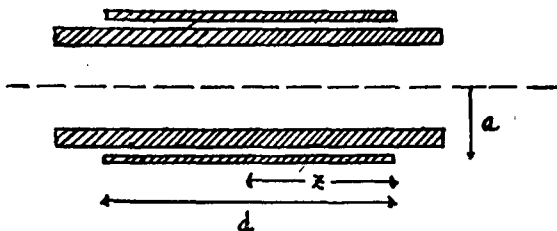


Figura 2

La intensidad del campo magnético debido al solenoide a una distancia x ó $-x$ del centro, es

$$H_{X+x} = H_X + \frac{x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right)_X + \frac{x^4}{4!} \left(\frac{\partial^4 H}{\partial x^4} \right)_X + \dots,$$

Por razones de simetría del campo las derivadas impares deben anularse.

El campo magnético producido por la bobina correctora a la distancia x ó $-x$ está dado por

$$H_{Z+x} = H_Z + \frac{x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right)_Z + \frac{x^4}{4!} \left(\frac{\partial^4 H}{\partial x^4} \right)_Z + \dots,$$

Para que el campo sea homogéneo en toda la extensión x a cada lado del centro, debe cumplirse la relación

$$H_X + H_Z = H_{X+x} + H_{Z+x}, \quad (1)$$

de donde se obtiene el sistema

$$\frac{H_X^{IV}}{H_X''} = \frac{H_Z^{IV}}{H_Z''} \quad (2)$$

$$H_X'' = - H_Z'' \quad (3)$$

La ecuación (2) da la relación entre z y a (semi-longitud y radio medio, respectivamente, de la bobina correctora). La ecuación (3) da la relación entre N y v (número de espiras del solenoide y bobina correctora, respectivamente).

Si se asigna a A el valor 14,5 cm, resulta

$$H_X^{IV} / H_X'' = 6,37 \cdot 10^{-3}. \quad (4)$$

Por tanto de (2) y (4) resulta

$$a = 21,8 \text{ cm}; \quad z = 35 \text{ cm}. \quad (5)$$

De la (3) se obtiene

$$v = - 0,1202 N. \quad (6)$$

El signo menos significa que, para obtener un campo total homogéneo, al campo del solenoide hay que restarle el campo corrector, es decir, que éste debe ser opuesto al primero.

Con los valores calculados se estima ahora el campo total producido en el centro y a una distancia x del mismo.

a) Campo producido por el solenoide, en el centro :

$$H_X = 2\pi Ni \cdot 1,92 \cdot 10^{-3}.$$

Para $i = 34$ Ampères, resulta

$$H_X = 1024 \text{ Gauss}. \quad (7)$$

b) Campo producido por la bobina correctora, en el centro :

$$H_Z = 2\pi Ni \cdot 0,288 \cdot 10^{-3}.$$

Para $i = 34$ Ampères, resulta

$$H_Z = 173,6 \text{ Gauss}. \quad (8)$$

c) Campo total producido en el centro :

$$\begin{aligned} H_X - H_Z &= 2\pi Ni \cdot 1,632 \cdot 10^{-3}. \\ &= 851,3 \text{ Gauss}. \end{aligned} \quad (9)$$

a') Campo producido por el solenoide a una distancia $x = 25$ cm del centro :

$$H_{x+25} = 2\pi Ni \cdot 1,847 \cdot 10^{-3}.$$

Siempre para la misma intensidad de corriente, resulta

$$H_{x+25} = 985,9 \text{ Gauss.} \quad (10)$$

b') Campo producido por la bobina correctora a 25 cm del centro :

$$\begin{aligned} H_{z+25} &= 2 Ni \cdot 0,247 \cdot 10^{-3} \\ &= 131,8 \text{ Gauss.} \end{aligned} \quad (11)$$

c') Campo total producido a 25 cm del centro

$$H_{x+x} - H_{z+x} = 854,1 \text{ Gauss.}$$

La diferencia en intensidad del campo magnético producido por el solenoide entre el centro y un punto situado a 25 cm, es de 39 Gauss, lo que corresponde a un error relativo de 3,8 %.

La diferencia en intensidad del campo magnético *total* (solenoidal más corrector) entre los mismos puntos es de 2,8 Gauss, lo que equivale a un error relativo de 3,2 ‰.

Como se puede observar, el campo corrector mejora 10 veces la precisión con que se puede determinar la homogeneidad a lo largo del solenoide en 50 cm (3,2 ‰). El inconveniente que presenta el tipo de bobina correctora solenoidal es que hay que restar al campo producido por el solenoide, otro, lo que implica focalizar energías aún menores que 1,2 Mev.

B) *Bobina correctora de tipo toroidal.* — De acuerdo con la figura, las magnitudes utilizadas tienen el siguiente significado :

a : radio medio de las espiras correctoras (a calcular).

z : distancia del centro del solenoide al centro de la bobina correctora (a calcular).

Para calcular a y z se procede en forma análoga a lo hecho para el caso (A). Se supone que el campo magnético producido por una bobina correctora es igual al producido por una espira solamente. Sobre el eje y a una distancia z de la misma, la intensidad del campo es :

$$H = \frac{2\pi i}{10} [a^2 \cdot (a^2 + z^2)^{-3/2}]$$

Sobre el eje y y a una distancia x del centro del solenoide, el campo engendrado por la bobina puede expresarse por

$$H_{z-x} = H_z + \frac{x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right)_z + \frac{x^4}{4!} \left(\frac{\partial^4 H}{\partial x^4} \right)_z + \dots$$

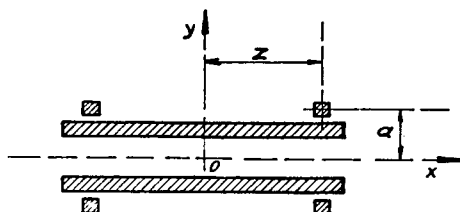


Figura 3

Para que el campo sea homogéneo en toda la extensión x y a cada lado del centro, debe cumplirse la relación

$$H_X + 2 H_z = H_{X-x} + 2 H_{z-x}, \quad (1)$$

de donde se obtiene el sistema

$$\frac{H_X^{IV}}{H_X''} = \frac{H_z^{IV}}{H_z''}$$

$$H_X'' = H_z''$$

La ecuación (2) da la relación entre z y a (distancia a la cual hay que colocar la bobina con respecto al centro del solenoide y radio de la misma, respectivamente).

De la ecuación (2) de (A) se conoce el valor del primer miembro de (2), resultando

$$a = 23,64 \text{ cm}; \quad z = 47,28 \text{ cm}. \quad (4)$$

De la ecuación (3) se obtiene la relación entre N y v :

$$v = 0,0679 N. \quad (5)$$

Con los valores calculados se estima ahora el campo producido por las dos bobinas correctoras (una en cada extremo del solenoide), en el centro y a una distancia $x = 25$ cm del mismo.

a) Campo producido por el solenoide, en el centro : (calculado en A)

$$H_X = 2\pi Ni \cdot 1,92 \cdot 10^{-3}. \quad (6)$$

b) Campo producido por las dos bobinas correctoras, en el centro :

$$2 H_z = 2\pi Ni \cdot 5,138 \cdot 10^{-5}. \quad (7)$$

c) Campo total producido por las dos bobinas correctoras y el solenoide, en el centro :

$$H_X + 2 H_z = 2\pi Ni \cdot 1,9251 \cdot 10^{-3}.$$

Para una intensidad de corriente de 34 Ampères, resulta

$$H_X + 2 H_z = 1027 \text{ Gauss}. \quad (8)$$

a') Campo producido por las dos bobinas correctoras, a 25 cm del centro :

$$2 H_{z+25} = 2\pi Ni \cdot 6,8035 \cdot 10^{-5}. \quad (9)$$

b') Campo producido por el solenoide, a 25 cm del centro (calculado en A) :

$$H_{X+25} = 2\pi Ni \cdot 1,847 \cdot 10^{-3}. \quad (10)$$

c') Campo total producido a 25 cm del centro :

$$H_T = 2 H_{z+25} + H_{X+25} = 2\pi Ni \cdot 1,915 \cdot 10^{-3}.$$

Siempre para la misma corriente, resulta

$$H_T = 1022,22 \text{ Gauss}. \quad (11)$$

La diferencia en intensidad del campo magnético total (solenoidal más corrector) entre el centro y un punto situado a 25 cm de distancia, es de 5 Gauss, lo que corresponde a un error relativo de 4,8 ‰.

Como se puede observar, el campo producido por las bobinas correctoras, en el centro, es del orden de 3 Gauss, sumándose en este caso al campo del solenoide. Esta corrección tiene la ventaja de que no hay que restar, para homogeneizar, un campo apreciable como en el caso A. Dada esta importante ventaja y el hecho de que con los dos métodos se obtiene un error relativo sensiblemente igual, se adoptará como sistema corrector, las bobinas de tipo toroidal.

II. MEDICIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO PRODUCIDO POR UN SOLENOIDE CON BOBINAS CORRECTORAS

Para medidas relativas de intensidad de campo magnético, se utilizó el método siguiente :

Se mide la desviación producida en un galvanómetro balístico

debida al pasaje de una corriente inducida en una bobina de prueba, cuando se varía el campo magnético del solenoide. Aquella se encuentra dentro de éste. La bobina de prueba es soportada por un disco de plexiglass de aproximadamente el mismo diámetro que el cilindro de dural. El disco puede colocarse a la altura deseada sobre toda la longitud del solenoide, por medio de un sistema de roldana y contrapeso.

Primeramente la corriente inducida en la bobina de prueba, fué detectada midiendo directamente la desviación producida en un fluxímetro « Grassot », el cual expresa la lectura en Maxwell. La experiencia mostró que con el fluxímetro no se pueden obtener lecturas con una precisión mejor que el 1 %; por tanto, para mediciones más precisas, es necesario sustituir el fluxímetro por un galvanómetro balístico, leyendo las desviaciones sobre una regla graduada.

A continuación se detallan las sucesivas experiencias realizadas :

Experiencia n° 1 : Medición del campo magnético producido por el solenoide solamente, a lo largo del mismo. Los resultados se observan en la curva n° 1. La distribución es simétrica respecto del plano ecuatorial y es homogénea al 1 % sobre 40 cm.

Experiencia n° 2 : Medición del campo magnético producido por el solenoide más bobinas correctoras, a lo largo del mismo.

En la curva n° 2 se encuentran representadas las desviaciones del galvanómetro en función de la distancia a una extremidad del solenoide. Dichas desviaciones son concordantes al 1 ‰ sobre 40 cm aproximadamente.

Experiencia n° 3 : Medición del campo magnético producido por el solenoide más bobinas correctoras a lo largo de 4 ejes paralelos al central.

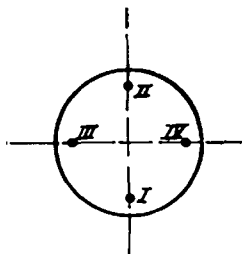
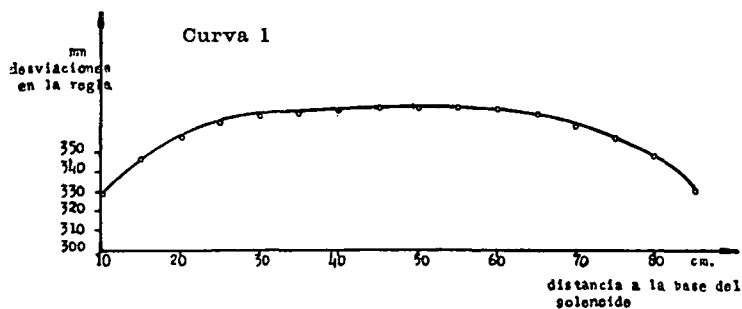
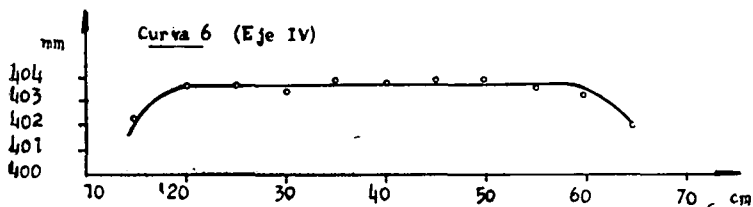
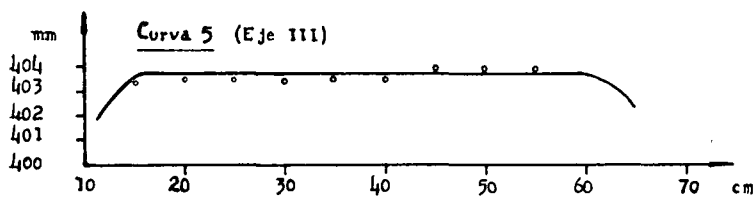
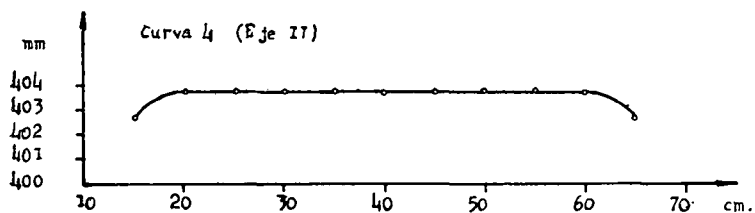
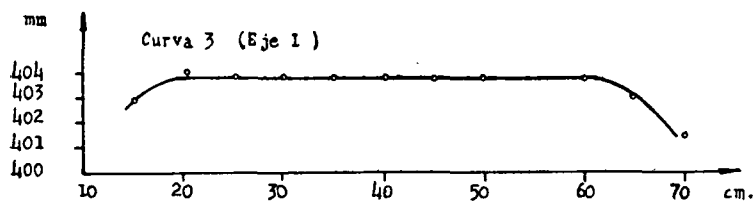
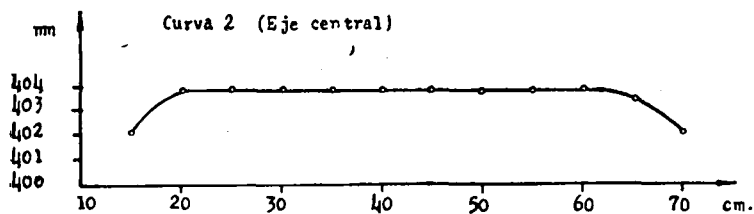


Fig. 3a. — Disposición de los ejes, según corte ecuatorial

La distribución de los ejes paralelos al central está dada en la figura adjunta. Se observa en las curvas N°s 3, 4, 5 y 6 que las desviaciones producidas en el galvanómetro concuerdan al 1 ‰ sobre aproximadamente 40 cm, no sólo sobre cada eje, sino también sobre los distintos ejes entre sí.



Distribución de la intensidad del campo magnético a lo largo del solenoide solamente, sobre el eje central.



III. CONCLUSIONES

Se ha demostrado por el cálculo que los errores relativos entre el valor del campo en el centro y un punto situado a 25 cm del mismo, son aproximadamente iguales para los dos tipos de bobinas correctoras. Se ha demostrado también que el tipo de bobina correctora más conveniente es el toroidal, dado que aumenta el campo magnético producido por el solenoide.

Los resultados precedentes señalan que el método utilizado para medir intensidades de campo magnético es suficientemente sensible como para obtener homogeneidades del orden del 1 ‰ sobre aproximadamente 40 cm.

Agradezco a mis camaradas del Laboratoire Curie L. Dick, R. Foucher y H. Vartapetian de haberme orientado y prestado su valiosa colaboración.

Agradezco al Attaché Cultural de la Embajada de Francia en Argentina de haber auspiciado mis estudios en el Laboratoire Curie de París.

Agradezco finalmente a los doctores Kurt Fränz y Carlos A. Mallmann sus observaciones sobre algunos detalles del trabajo.

BIBLIOGRAFIA

1. BUHL-COETERIER, *Physik. Zeitsch.* XXXIII (1932).