

C.N.E.A. Biblioteca

ARCHIVO PUBLICACIONES

Nº

1

AÑO

1954

09.54.02

REPUBLICA ARGENTINA

PUBLICACIONES

DE LA

COMISION NACIONAL DE LA ENERGIA ATOMICA

SERIE FISICA

VOL. I — Nº 5

ALGUNOS RESULTADOS EN LA OPTICA ELECTRONICA
DE ESPECTROSCOPIOS BETA TIPO KOFOED-HANSEN

POR CARLOS ALBERTO MALLMANN



BUENOS AIRES

1954

REPUBLICA ARGENTINA

PUBLICACIONES

DE LA

COMISION NACIONAL DE LA ENERGIA ATOMICA

SERIE FISICA

VOL. I — N° 5

ALGUNOS RESULTADOS EN LA OPTICA ELECTRONICA
DE ESPECTROSCOPIOS BETA TIPO KOFOED-HANSEN

POR CARLOS ALBERTO MALLMANN



BUENOS AIRES

1954

ALGUNOS RESULTADOS EN LA OPTICA ELECTRONICA DE ESPECTROSCOPIOS BETA TIPO KOFOED-HANSEN

POR CARLOS ALBERTO MALLMANN
De la Comisión Nacional de la Energía Atómica

SUMMARY

We give the theory of Kofoed-Hansen beta ray spectrometers, in which the electrons describe n loops. The motion of the electrons with respect to z , is given in more detail than in a previous publication

§ 1. INTRODUCCIÓN

En un trabajo anterior (1) dimos la óptica electrónica de un espectrómetro beta del tipo de Kofoed-Hansen, (2) adaptado a su uso como espectrómetro beta doble, de coincidencias.

En esta nota nos ocupamos de la generalización de aquellos resultados, para el caso en que las partículas describan n bucles dentro del espectrómetro. Además obtenemos la ecuación de la trayectoria según φ , expresiones más fáciles de manejar para la formación de imagen, y una expresión del poder colector, que considera la pérdida de partículas por choque con las caras del electroimán.

Utilizamos, en todo lo que sigue, los resultados obtenidos en (1).

§ 2. TRAYECTORIAS PARA PARTÍCULAS CON $p_z=0$

En el trabajo anteriormente mencionado, las ecuaciones de las trayectorias las escribíamos :

$$\left\{ \begin{array}{l} r = ae^{-k \cos \psi} \end{array} \right. \quad (18a)^*$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = akU(k; \psi) + z_0 \end{array} \right. \quad (18b)$$

* En lo que sigue, los números arábigos los utilizamos para designar fórmulas de (1).

Cuando se considera una serie de bucles, conviene escribirlas en la siguiente forma

$$\left\{ \begin{array}{l} r = ae^{-k \cos \psi} \end{array} \right. \quad (Ia)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = ak [u(k; \psi) + 2\pi ni J_1(ik)] + z_0 \end{array} \right. \quad (Ib)$$

con $0 \leq \psi \leq 2\pi$. Entonces al variar n de una a una unidad se van describiendo los distintos bucles de una misma trayectoria.

Cuando n toma los valores enteros

$$\dots - 3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots \quad (II)$$

el plano $z = z_0$ pasa por los puntos de las trayectorias que tienen $\psi = \pi$ y $n = 0$; y cuando toma los valores fraccionarios:

$$\dots, -\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \dots$$

el plano $z = z_0$ pasa por los puntos con $\psi = 0$ y $n = \frac{1}{2}$.

§ 3. FAMILIA DE TRAYECTORIAS, PARA PARTÍCULAS MONOENERGÉTICAS, EMITIDAS POR UNA FUENTE PUNTUAL, Y UBICADA EN $(Z_s; O)$

Las (26), que nos dan las curvas límites de la sección del toro en función del parámetro ψ_s , las escribimos ahora:

$$r_{ls} = z_s f_s(\psi_s) \quad (IVa)$$

$$z_{ls} = z_s [1 + f_s(\psi_s) \operatorname{ctg} \psi_s] \quad (IVb)$$

Esto equivale a medir $r_{ls}(\psi_s)$ de (1), en unidades z_s , cosa que permite simplificar todas las fórmulas finales.

Mediante un razonamiento análogo al del § 6 de (1), se obtiene como ecuaciones de las trayectorias dentro del campo magnético:

$$r = z_s f_s(\psi_s) e^{-k(\cos \psi - \cos \psi_s)} \quad (Va)$$

$$\begin{aligned} z = z_s \{ & 1 + f_s(\psi_s) \operatorname{ctg} \psi_s + k f_s(\psi_s) e^{k \cos \psi_s} [U(k; \psi) - \\ & - U(k; \psi_s) + 2\pi(n - n_s) i J_1(ik)] \} \end{aligned} \quad (Vb)$$

que son las equivalentes a las (30); n_s es el valor de n en el punto de incidencia de la partícula en el campo magnético.

La familia de trayectorias resulta simétrica cuando $z_0(\psi_s) = b_1 =$ constante, es decir :

$$f_s(\psi_s) = \frac{z_s - b_1}{z_s} \frac{1}{k e^{k \cos \psi_s} [U(k; \psi_s) + 2\pi n_s i J_1(ik)] - \text{ctg } \psi} \quad (\text{VI})$$

§ 4. ENFOQUE

Las (34), ecuaciones de la curva límite de emergencia, se escriben ahora :

$$v_{lf} = z_{lf} f_f(\psi_f) \quad (\text{VII } a)$$

$$z_{lf} = z_f [1 + f_f(\psi_f) \text{ctg } \psi_f] \quad (\text{VII } b)$$

y por lo tanto para que haya enfoque deberá ser

$$\begin{aligned} & \text{ctg } \psi_f e^{-k \cos \psi_f} - k U(k; \psi_f) - 2\pi k n_f i J_1(ik) = \\ & = \text{ctg } \psi_s e^{-k \cos \psi_s} - k U(k; \psi_s) - 2\pi k n_s i J_1(ik) + \frac{z_s - z_f}{z_s} \frac{e^{-k \cos \psi_s}}{f_s(\psi_s)} \end{aligned} \quad (\text{VIII})$$

que es la ecuación equivalente a la (35) de (1).

§ 5. FORMACIÓN DE IMAGEN

Con razonamientos análogos a los del § 8 de (1), y teniendo en cuenta la (VIII), la (46), expresión para el enfoque según z , con $p_z = 0$, se transforma en

$$\delta z_{fz} = \frac{\text{sen } \psi_s}{\text{sen } \psi_f} \frac{1}{\psi'_f} \delta z_s \quad (\text{IX})$$

con :

$$\psi'_f = \frac{d\psi_f}{d\psi_s}$$

La expresión para el enfoque según v , con $p_z = 0$ (50), resulta ahora :

$$\delta z_{fv} = - \frac{\cos \psi_s}{\text{sen } \psi_f} \cdot \frac{1}{\psi'_f} \delta v. \quad (\text{X})$$

Para los rayos del grupo (b), $p_z \neq 0$, haremos un estudio más profundo que en (1). Son los que no han sido emitidos en un plano

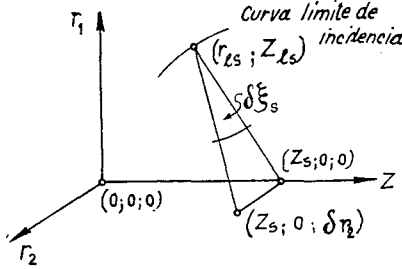


Figura 1

$\varphi = \varphi_s = c^{te}$. Entrarán al campo magnético en un punto $(z_s; r_{ls})$, perteneciente a la curva límite de entrada de un cierto plano φ_s , (plano r_1, z en la figura (1).

Si el punto emisor es $(z_s; 0; \delta r_2)$ la trayectoria formará, en primera aproximación, un ángulo $\delta \tilde{z}_s$ con el plano φ_s :

$$\delta \tilde{z}_s = \frac{\sin \psi_s}{z_s f_s(\psi_s)} \delta r_2 \quad (XI)$$

y un ángulo ψ_s con el eje de las z positivas. De esto se deduce que :

$$\delta a_0 = r_{ls} \sin \delta \tilde{z}_s = r_{ls} \delta \tilde{z}_s = \sin \psi_s \delta r_2 \quad (XII)$$

De la (14) se deduce que el movimiento radial es el mismo. Desarrollando la (13) en potencias de δa_0 , a partir del punto $a_0 = 0$, se demuestra que el movimiento según el eje z es, en primera aproximación, también el mismo. Esto significa que todo lo anterior es también aplicable en este caso.

La diferencia entre ambos se revela al desarrollar en serie la (15) en potencias de δa_0 , alrededor del punto $a_0 = 0$. En segunda aproximación es entonces :

$$\varphi = kV(k; \psi) \frac{\delta a_0}{a} + \varphi_0 \quad (XIII)$$

donde

$$V(k; \psi) = \int e^{ik \cos \psi} d\psi = J_0(ik) \cdot (\psi - \pi) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n} (-i)^n J'_n(ik) \sin n \psi \quad (XIV)$$

Estas nos dicen que el movimiento es periódico según φ , y que el período es :

$$\varphi(\psi + 2\pi) - \varphi(\psi) = 2\pi k J_0(ik) \frac{\delta a_0}{a} \quad (XV)$$

Tomando en cuenta la (XIII), y las condiciones iniciales de la partícula, se puede afirmar que :

$$\varphi = [V(k; \psi) - V(k; \psi_s) + 2\pi(n - n_s) J_0(ik)]$$

$$\frac{\text{sen } \psi_s}{f_s(\psi_s)} e^{-k \cos \psi_s} \frac{\delta r_2}{z_s} + \varphi_s \quad (\text{XVI})$$

y por lo tanto que :

$$\varphi_f - \varphi_s = [V(k; \psi_f) - V(k; \psi_s) + 2\pi(n_f - n_s) J_0(ik)],$$

$$\frac{\text{sen } \psi_s}{f_s(\psi_s)} e^{-k \cos \psi_s} \frac{\delta r_2}{z_s} \quad (\text{XVII})$$

donde φ_f es el plano φ , en que esta trayectoria corta a la curva límite de salida; n_f y n_s tienen el mismo significado que en las fórmulas anteriores.

En la figura (2) se da $\frac{(\varphi_f - \varphi_s) z_s}{\delta r_2}$ en función de k y n_s para espectrómetros simétricos, y $\psi_s = \frac{\pi}{2}$.

Además podemos afirmar a partir de la (8) que

$$\delta r_{2f} = \frac{\text{sen } \psi_s}{\text{sen } \psi_f} \cdot \delta r_2 \quad (\text{XVIII})$$

donde δr_{2f} es la distancia entre el punto de intersección de la trayectoria con el plano z, r_2 y el eje z .

De las (XVIII) y (IX) se deduce que el único caso con formación de imagen, y magnificación uno (2), es el de los espectrómetros completamente simétricos ($\psi_s = -\psi_f$; $z_s = -z_f$; $n_s = -n_f$).

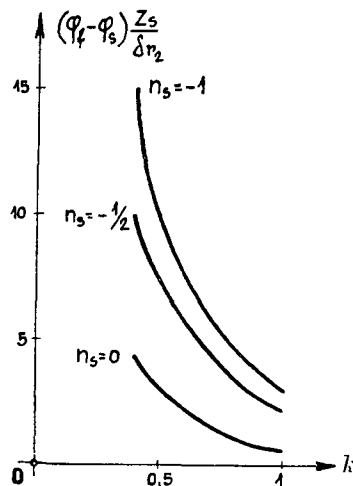


Figura 2

§ 6. DISPERSIÓN

Mediante una deducción análoga a la del § 9 de (1), se llega a la siguiente expresión para el desplazamiento según z debido a una variación de k :

$$\delta z_{fk} = G(\psi_s; \psi_f; n_s; n_f; k; \psi'_f)(z_f - z_s) \frac{\delta k}{k} \quad (\text{XIX})$$

donde

$$G = \frac{e^{-k \cos \psi_f}}{F_3} \left\{ \left(\frac{e^{-k \cos \psi_s}}{F_3 \sin^2 \psi_s \psi'_f} - \frac{e^{-k \cos \psi_f}}{F_3 \sin^2 \psi_f} \right) \left[\cos \psi_f (\cos \psi_s - \cos \psi_f) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sin \psi_f e^{k \cos \psi_f} (F(1 + k \cos \psi_s) + k \frac{\partial F}{\partial k}) \right] - \frac{\cos \psi_s - \cos \psi_f}{\sin \psi_f} \right\}$$

$$F_3 = \text{ctg } \psi_s e^{-k \cos \psi_s} - \text{ctg } \psi_f e^{-k \cos \psi_f} + kF$$

$$F = U(k; \psi_f) - U(k; \psi_s) + 2\pi(n_f - n_s) iJ_1(ik)$$

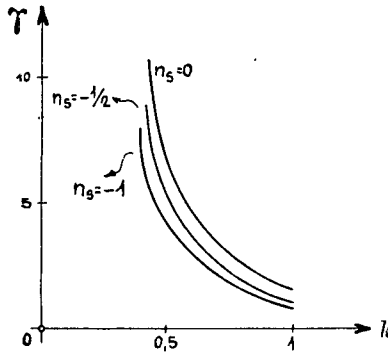


Figura 3

En la Figura (3) damos los valores de la dispersión γ :

$$\gamma = \frac{\delta z_{fk}}{\delta \rho} = G \frac{z_f - z_s}{e(B\rho)}$$

en función de k y n_s para los espectrómetros completamente simétricos, y $\psi_s = \frac{\pi}{2}$.

§ 7. PODER RESOLUTOR DE BASE

La fórmula (62), para el poder resolutor de base, se transforma en

$$P = \frac{p}{\Delta p} = \frac{G(z_f - z_s) \sin \psi_f \psi'_f}{\psi_s \sin \psi_s (\delta z_s - \text{ctg } \psi_s \delta r)} \quad (\text{XX})$$

§ 8. PODER COLECTOR

Para una fuente puntual, ubicada en $(z_s, 0)$, el poder colector está dado por :

$$\omega_0 = \frac{\Omega_0}{4\pi} = \frac{N\Phi}{4\pi} [\cos(\psi_{s \min}) - \cos(\psi_{s \max})] \quad (\text{XXI})$$

donde

N es el número de entrehierros

Φ es la abertura angular de los mismos

$\psi_{s \min}$ es el menor de los ángulos de emisión considerados.

$\psi_{s \max}$ es el mayor de los ángulos de emisión considerados

Para una fuente de dimensiones finitas, hay que considerar las pérdidas por partículas que tienen $p_z \neq 0$, y chocan contra las caras de las piezas polares.

El ángulo sólido, subtendido por una fuente puntual colocada en $(z_s; 0; \delta r_2)$, es :

$$\omega_{\delta r_2} = \omega_0 - \frac{\delta r_2}{z_s} \int_{\psi_{s \min}}^{\psi_{s \max}} [V(k; \psi') - V(k; \psi_s) + 2\pi(n_f - n_s)J_0(ik)] \frac{\sin^2 \psi_s}{f_s(\psi_s)} e^{-k \cos \psi_s} d\psi_s \quad (\text{XXII})$$

En la figura 2 se puede apreciar la influencia de este factor.

§ 9. CONCLUSIONES

De lo anterior se deduce que, tanto por razones de poder colector, como de poder resolutor, es conveniente construir espectroscopios en los que los electrones describen menos de un bucle.

Para determinar los demás parámetros que definen al espectroscopio, será necesario considerar la influencia de los campos dispersos, las fórmulas anteriores y, ante todo, el fin para el que se piensa destinar el instrumento.

BIBLIOGRAFIA

- (1) C. A. MALLMANN. Pub. Com. Nac. de la Energía Atómica, Ser. Física 1, 10 (1953).
- (2) O. KOFOED-HANSEN, J. LINDHARD Y O. B. NIELSEN. Kgl. Danske Vid. Sel. Mat. Fys. Medd, 25, no. 16 (1950).