

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

MANUAL DEL CURSO DE METODOLOGIA

Y APLICACION DE RADIOISOTOPOS

CAPITULO 13

ESTADISTICA DE LAS MEDICIONES RADIATIVAS

JOSEFINA RODRIGUEZ

BUENOS AIRES

-1972-

Reimpresión 1976

ESTADISTICA DE LAS MEDICIONES RADIATIVAS

ERROR. ERRORES SISTEMATICOS. ERRORES ESTADISTICOS

El error puede definirse como la diferencia entre un "valor observado" y el "valor exacto".

Los errores pueden clasificarse en:

- 1) Determinados o sistemáticos
- 2) Indeterminados o estadísticos

Los primeros son aquellos errores producidos por deficiencias en el trabajo, mal funcionamiento del equipo, utilización de una marcha química no cuantitativa, empleo de material volumétrico mal calibrado, colocación del patrón de medición en un escalón que no es el habitual, comparación de dos fuentes en distintas condiciones geométricas, medición de fuentes cuya actividad medida supera los valores permisibles teniendo en cuenta el tiempo de parálisis del equipo.

Estos errores pueden ser eliminados una vez que se les ha encontrado su origen.

Los indeterminados o estadísticos son los que escapan al control del experimentador. Si se realizan muchas mediciones de la actividad de una misma fuente radiactiva, se obtendrán valores distintos a pesar de que el trabajo se haya planeado perfectamente. Si se realiza un gráfico, indicando en abscisas los valores obtenidos y en ordenadas la frecuencia con que fueron obtenidos esos valores, obtenemos una curva de distribución de frecuencias o de distribución de probabilidades.

FRECUENCIA. PROBABILIDAD

¿ Qué se entiende por frecuencia? La frecuencia de un hecho o de un dato en una serie de los mismos es una noción experimental y es la relación entre las veces que se produce el hecho y la cantidad total de pruebas o de observaciones. A la frecuencia tal cual se la ha definido se la suele llamar frecuencia relativa, para diferenciarla de la frecuencia absoluta que no es más que las veces que se repite un valor en una serie de datos.

¿ Qué se entiende por probabilidad? La probabilidad de un hecho (noción teórica), es la relación entre el número de casos favorables a la producción de ese hecho y la cantidad total de casos posibles (favorables o no). Así, la probabilidad de sacar cara

al tirar una moneda es $1/2$, puesto que hay una sola cara en la moneda (caso favorable) y los casos posibles son dos: cara y cruz.

La frecuencia de esta prueba se podría determinar arrojando, por ejemplo 10.000 veces la moneda al aire y contando las veces que resultó cara.

El fin de la estadística es pasar de frecuencia a probabilidad. Puesto que conocer la probabilidad de un hecho significa predecir, que es el fin último de la estadística.

Cuando la frecuencia obtenida proviene de un gran número de pruebas su valor coincide con el de probabilidad. En el caso de la moneda, es muy posible que la frecuencia con que resulte cara sea $5000/10000 = 1/2$ que coincide con la probabilidad.

Como se indicó en el capítulo III, no se puede conocer el instante preciso en que un átomo particular desintegrará. Lo que se puede saber con cierta incertidumbre, dado un gran número de átomos (fuente activa), es cuántos átomos están desintegrando por unidad de tiempo a un tiempo determinado.

Dado que al medir una fuente se obtienen valores diferentes de la actividad de la misma, es imposible informar la velocidad de desintegración exacta de la misma, lo máximo que se podrá suministrar es un valor medio con cierta precisión, y la probabilidad con que podrá presentarse ese valor en próximas mediciones, lo que equivale a indicar que confianza merece ese resultado o que probabilidad hay que el valor exacto esté dentro de la precisión dada.

Como se verá más adelante, cuánto más tiempo se mida una fuente, mayor será la precisión que presenta el valor informado.

MEDIA ARITMETICA. DESVIACION STANDARD. DESVIACION STANDARD RELATIVA

Supongamos tener una fuente que se mide cien veces, un minuto cada vez. En ordenadas se grafican las frecuencias, número de veces con que se presentó en la serie de valores un intervalo de la variable (clase). El intervalo elegido es de 20 cuentas/minuto. En abscisas se indican los valores de las clases. Este gráfico más que una curva de distribución de frecuencias, es un histograma de frecuencias (figura 5.1).

Por otro lado se mide la misma fuente cien veces también, pero midiendo solamente quince segundos cada vez y graficando de la misma manera (se graficó actividad, para lo cual cada valor de la variable su multiplicó por 4). (figura 5.2).

Hay dos características en ambas curvas que llaman la atención: la posición o la ubicación de los intervalos más frecuentes y la dispersión de los valores.

En el histograma de la figura 5.1 los intervalos más frecuentes yacen alrededor del centro de la figura. Entre 1894 y 1934 se tienen los dos intervalos más frecuentes. El intervalo más frecuente es el que tiene como límites 1894 y 1914. Hacia la derecha de ese intervalo se tienen tres intervalos menos frecuentes y a la izquierda otros tres intervalos también menos frecuentes. Los valores se dispersan entre 1834 y 1974.

En el histograma de la figura 5.2 los tres intervalos más frecuentes se extienden desde 1870 a 1930. Hacia la derecha de estos hay diez intervalos y hacia la izquierda otros diez intervalos con la particularidad de que un intervalo aparece vacío. Los valores se dispersan entre 1670 y 2130.

¿ Cuáles son las diferencias y similitudes más resaltantes de ambos histogramas?

En el gráfico de la figura 5.1 se observa que la curva es más angosta y más alta que la de la figura 5.2, en esta última hay más dispersión de valores. En cuanto a la posición de los intervalos más frecuentes, en ambos casos ocupan el centro de la figura.

Por lo tanto, hay dos características sobresalientes: la posición de los intervalos más frecuentes y la dispersión de los datos, concluyendo de lo que observamos, que cuanto mayor sea el número de cuentas acumuladas menor es la dispersión de los resultados.

De ahí que dada una distribución de frecuencias se traten de definir dos parámetros, uno llamado de posición que da una idea del centro de la curva de frecuencias, y el otro de dispersión que indica cuán dispersos están los valores obtenidos.

Se suelen utilizar diversos parámetros de posición, pero el más utilizado es la media aritmética.

La media aritmética es el promedio de todos los datos u observaciones obtenidas, y es el valor que más se acerca al medio exacto, que se obtendría como promedio de un infinito número de determinaciones y que designaremos con m . En mediciones de actividad el medio exacto reemplaza al valor exacto.

Para la media aritmética reservaremos $\bar{x}$ y la expresión matemática de la misma es:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \quad (5.1)$$

Siendo:

$\bar{x}$: la media aritmética de las distintas observaciones

x_i : los valores obtenidos en las observaciones

n : número de mediciones u observaciones, número finito de determinaciones.

El parámetro de dispersión más utilizado es el que se conoce con el nombre de desviación standard o desviación típica, la que se calcula según:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - m)^2}{n}} \quad (5.2)$$

si se conoce m , proveniente de un infinito número de observaciones. Si las observaciones son menores de 30 se utiliza la siguiente:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (5.3)$$

Cuanto menor es el valor de σ menos dispersos estarán los valores (más estrecha y alta será la curva de frecuencias), más precisa será la media. Cuánto mayor sea σ más dispersos estarán los valores (más ancha y baja será la curva), menos precisa será la media.

Aquí vale la pena distinguir entre precisión y exactitud. Un resultado (valor medio) puede ser muy preciso, pero no exacto. Efectivamente, si se hacen varias mediciones de la actividad de una fuente acumulando un gran número de cuentas cada vez, con un cronómetro que funciona mal, el resultado será muy preciso (los valores obtenidos se separarán poco) pero será inexacto.

Para poder hacer comparaciones es más útil trabajar con desviaciones típicas relativas que con absolutas.

La desviación standard relativa es la relación entre la desviación standard y la media.

$$\text{Desviación standard relativa} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad (5.4)$$

$$\text{Desviación standard porcentual} = \frac{100 \sigma}{\bar{x}} \quad (5.5)$$

DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS

Existen naturalmente distintas curvas de distribución de frecuencias, algunas son simétricas otras no lo son. Algunos fenómenos pueden ser descriptos por unas y otros fenómenos por otras.

Sin embargo, las dos más importantes son: la distribución de Poisson y la distribución Normal o de Gauss.

La distribución de Poisson describe todos aquellos fenómenos cuya probabilidad de éxito es pequeña y constante. En particular describe exactamente el carácter estadístico de la desintegración radiactiva.

La normal describe aquellos fenómenos que reciben la influencia de una gran cantidad de causas de variación todas independientes entre sí, en particular describe todos los fenómenos de origen biológico.

Decir que un fenómeno es descripto por una determinada frecuencia, significa que conociendo los parámetros de posición y dispersión o uno de ellos solamente (el de posición en el caso de los fenómenos que responden a la de Poisson) se tiene una idea del fenómeno y permite predecir con que frecuencia se presentará determinada variable (dato). En otras palabras permite predecir, que es el fin último de la estadística.

Aclaremos esto último. Supongamos que el valor medio exacto de la actividad de una fuente sea 20 cuentas/minuto. Conociendo que la desintegración radiactiva responde a la distribución de frecuencias de Poisson, podremos calcular con que probabilidad se podrá obtener un valor tal como 18 cuentas/minuto en una medición de la fuente. Efectivamente, la ley de Poisson nos dice que la probabilidad de que al hacer una medición nos de 18 cuentas/minuto es de 0,0844. En otras palabras, de 10.000 determinaciones que se hagan, en 844 casos se obtendrá el valor 18.

Cuando el número de cuentas acumuladas en las determinaciones de la actividad de una fuente es grande, por lo menos mayor de 100, las frecuencias de los distintos valores obtenidos también son bien descriptos por la ley Normal. Utilizar la ley Normal es mucho más cómodo que utilizar la de Poisson, de ahí que se trate de hacer predicciones en base a la normal, y sólo se recurre a la de Poisson en caso de ser conveniente.

Las dos características principales de la ley Normal son:

- 1) Se trata de una distribución simétrica respecto del valor medio (m ó $\bar{x}$) es decir, el valor medio exacto coincide con el más frecuente, en otras palabras, la representación gráfica de la distribución tiene forma de campana (figura 5.3).

- 2) Queda determinada conociendo la media (m ó $\bar{x}$) y su desviación standard que se calcula de acuerdo a (5.2) ó (5.3) según el caso.

Cabe aclarar aquí que la distribución de Poisson queda completamente definida por su valor medio, ya que en base a éste se puede calcular la desviación standard de acuerdo a:

$$\sigma = \sqrt{m}, \text{ cuando se conoce } m \quad (5.6)$$

$$\sigma = \sqrt{\bar{x}} \quad (5.7)$$

Si observamos la curva de distribución normal (figura 5.3) se ve que el área determinada por la curva representa la totalidad de los casos observados, o sea el 100%.

Obsérvese que a partir de la media, (m en la figura ó $\bar{x}$ si no se conoce m) si nos apartamos una distancia σ , tanto a la derecha como a la izquierda, el área comprendida entre estos dos puntos ($m - \sigma$ y $m + \sigma$) representa el 68,27% del área total, o sea, que el 68,27% de los valores se disponen alrededor de la media a esa distancia máxima. Si ahora consideramos dos puntos que se aparten de la media 2 veces σ el área comprendida entre estos dos nuevos puntos es el 95,45% del total, o sea, que el 95,45% de los valores se distribuyen entre $m - 2\sigma$ y $m + 2\sigma$. Si nos apartamos 3 veces σ a ambos lados de la media, el área determinada representa el 99,73% del total, de ahí que el 99,73% de los valores se pueden dispersar alrededor de la media entre $m - 3\sigma$ y $m + 3\sigma$.

En otras palabras, existe una probabilidad del 68,27% de que uno cualquiera de los valores obtenidos esté comprendido entre $m - \sigma$ y $m + \sigma$. Existe una probabilidad del 95,45% de que un valor de la serie esté comprendido entre $m - 2\sigma$ y $m + 2\sigma$. Existe una probabilidad del 99,73% de que un valor esté comprendido entre $m - 3\sigma$ y $m + 3\sigma$.

Las deducciones hechas en base a la distribución de Poisson y a la distribución Normal, nos permiten informar el dato de la actividad de una fuente, proveniente de una serie de mediciones con una confianza y precisión determinada.

Efectivamente, si se tiene que la media de una serie de mediciones de una fuente es $\bar{x}$, como sabemos que esa fuente responde a Poisson podemos calcular inmediatamente σ , sin tener las mediciones individuales:

$$\sigma_x = \sqrt{\bar{x}} \quad (5.8)$$

Además podemos informar el resultado así:

$$\bar{x} \pm \sigma_x \quad (5.9)$$

¿Esto que quiere decir? Esto significa que el valor medio de un finito número de mediciones de la fuente es $\bar{x}$ y por lo tanto éste es el valor que más se acerca al medio

exacto. Además, como los valores provienen de la medición durante un tiempo suficiente para acumular un número alto de cuentas, podemos sacar todas las conclusiones de la distribución normal:

- 1) Habrá una acumulación de valores alrededor de $\bar{x}$ (altas frecuencias)
- 2) El 68,27% de los valores estarán comprendidos entre $\bar{x} \pm \sigma_x$.
- 3) El 95,45% de los mismos estarán comprendidos entre $\bar{x} \pm 2 \sigma_x$ y un 4,5% se escaparán de $\bar{x} \pm 2 \sigma_x$.

Por otro lado, también significa que si otra persona o la misma realiza una nueva determinación, hay una probabilidad del 68,27% de obtener un valor comprendido entre $\bar{x} \pm \sigma_x$.

Además, ese resultado informado así: $(\bar{x} \pm \sigma_x)$ merece 68% de confianza, es decir, hay un 68% de probabilidad que el valor medio exacto esté comprendido entre esos límites, en otras palabras, hay una probabilidad del 68% de que el error de que adolece ese resultado esté comprendido entre $\pm \sigma_x$.

Si se dispusiera de las mediciones individuales, σ_x se puede calcular también con la 5.3.

La desviación standard tal cual la hemos definido se la suele llamar también desviación standard de una sola observación.

DESVIACION STANDARD DE LA MEDIA O ERROR STANDARD

Se define también una desviación standard del valor medio o error standard ($\sigma_{\bar{x}}$)

Se puede demostrar que:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (5.10)$$

siendo:

σ_x : la desviación standard de una sola observación
 n : número de observaciones de que consta la serie.

Si se hace una serie de mediciones se puede informar así:

$$\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}} \quad (5.11)$$

Esto significa, que si se repite la serie de mediciones en las mismas condiciones, el nuevo medio estará comprendido entre $\bar{x} + \sigma_{\bar{x}}$ y $\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}$ con una probabilidad del 68%.

En otras palabras, $\sigma_{\bar{x}}$ nos dará una estimación de la reproducibilidad del valor medio. A pesar de que la nueva serie de determinaciones se haga con mucho cuidado, por obra del azar el nuevo valor medio diferirá del anterior, ¿y en qué valor? en el error standard con una probabilidad del 68%.

Vale la pena hacer notar que $\sigma_{\bar{x}}$ es menor que σ_x , por lo tanto un resultado informado según (5.11) tiene más precisión, pero hay que tener en cuenta que una información de ese tipo equivale a predecir para otra serie de mediciones, y no para una observación como en el caso de informar según (5.9). En otras palabras, la precisión es mayor pero la predicción es también para el caso en que se realice más trabajo (n mediciones en lugar de una).

En radioquímica en lugar de hacer varias determinaciones y obtener $\bar{x}$, se acostumbra hacer una sola determinación durante un tiempo prolongado, y se considera su valor la mejor estimación de la media. Por lo tanto, si se han acumulado B cuentas, entonces la desviación de la observación será:

$$\sigma_B = \sqrt{B} \quad (5.12)$$

Con la ayuda de la tabla 5.1 y el nomograma de la figura 5.4 se puede obtener la desviación standard de un número determinado de cuentas acumuladas.

DESVIACION STANDARD DE LA ACTIVIDAD

En radioquímica lo que interesa es la actividad y la desviación standard de la actividad.

Como se sabe:

$$A_B = \frac{B}{t} \quad (5.13)$$

siendo:

A_B : actividad de una fuente más fondo (actividad bruta)

B : número de cuentas acumuladas en la medición

t : tiempo de medición.

La desviación standard de la actividad está dada por la siguiente expresión:

$$\sigma_{AB} = \frac{\sigma_B}{t} = \frac{\sqrt{B}}{t} \quad (5.14)$$

siendo:

σ_{AB} : desviación standard de la actividad de la fuente más fondo (desviación standard de la actividad bruta).

El nomograma de la figura 5.5 permite calcular la desviación standard de la actividad bruta de una fuente.

DESVIACION STANDARD DE LA ACTIVIDAD NETA

Lo que interesa realmente es la actividad neta de la fuente

$$A_C = A_B - A_F \quad (5.15)$$

siendo:

A_C : actividad neta

A_B : actividad bruta

A_F : actividad de fondo.

El fondo también tiene naturaleza azarosa y responde a las mismas leyes que la fuente radiactiva.

La desviación standard de la actividad neta esta dada por la siguiente expresión:

$$\sigma_{AC} = \sqrt{\sigma_{AB}^2 + \sigma_{AF}^2} = \sqrt{A_B/t_B + A_F/t_F} \quad (5.16)$$

siendo:

σ_{AC} : desviación standard de la actividad neta

A_B : actividad bruta

A_F : actividad de fondo

σ_{AB} : desviación standard de la actividad bruta

σ_{AF} : desviación standard de la actividad de fondo

t_B : tiempo de medición de la fuente

t_F : tiempo de medición de fondo.

Tiene significado tener en cuenta el error introducido por el fondo (término A_F/t_F en el caso de que el fondo sea grande (muy cercano a la actividad de la fuente).

Cuando el fondo es muy bajo frente a la actividad de la fuente el término A_F/t_F es despreciable frente a A_B/t_B y la (5.16) toma la forma:

$$\sigma_{A_C} = \sqrt{\frac{A_B}{t_B}} = \sigma_{A_B} \quad (5.17)$$

ya que según (5.14)

$$\sigma_{A_B} = \frac{\sqrt{B}}{t}$$

por otro lado:

$$\sigma_{A_B} = \frac{\sqrt{B}}{t} = \frac{\sqrt{A_B \cdot t_B}}{t_B} = \sqrt{\frac{A_B \cdot t_B}{t_B^2}} = \sqrt{\frac{A_B}{t_B}} \quad (5.18)$$

Mediante los nomogramas de las figuras 5.6, 5.7 y 5.8 puede calcularse la desviación standard de la actividad neta.

MAXIMA PRECISION EN LA DETERMINACION DE LA ACTIVIDAD NETA DE UNA FUENTE

En aquellos casos en que el fondo es grande, muy cercano a la actividad neta de la fuente, conviene tener en cuenta el tiempo empleado para medir una y otra.

Se pueden presentar dos casos:

1) Que se disponga de cualquier tiempo, y se fije el tiempo de medición de la fuente y que haya que calcular el tiempo de medición de fondo o viceversa.

2) Que se disponga de un tiempo fijo y que haya que calcular la distribución del mismo para medir fuente y fondo.

En el primer caso se puede demostrar que:

$$\frac{t_B}{t_F} = \sqrt{\frac{A_B}{A_F}} \quad (5.19)$$

siendo:

t_B : tiempo de medición de la fuente

t_F : tiempo de medición de fondo

A_B : actividad bruta

A_F : actividad de fondo

de la (5.19) se tiene:

$$t_F = t_B \cdot \sqrt{A_F/A_B} \quad (5.20)$$

En el segundo caso se hace uso del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{t_B}{t_F} &= \sqrt{A_B/A_F} \\ t_t &= t_B + t_F \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

siendo:

t_t = tiempo total del que se dispone.

Empleando el método de sustitución se puede calcular t_B y t_F

Empleando el nomograma de la figura 5.9, se puede calcular la relación t_B/t_F .

CRITERIO DE CHAUVENET, PARA EXCLUSION DE DATOS

Cuando se realizan sucesivas medidas de una fuente activa, pueden presentarse una o más observaciones que se desvían mucho del valor promedio. Si el número de observaciones es grande no influye mucho en la media aritmética, pero si el número de determinaciones es pequeño puede introducir un error apreciable.

Por lo tanto, se tendrá que seguir algún criterio para decidir si esas observaciones alejadas del promedio deben ser eliminadas o no.

Para ello, por simplicidad, se hace uso de la tabla siguiente:

TABLA 5.2

n	$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}$	n	$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}$	n	$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}$	n	$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}$	n	$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}$
2	1,15	7	1,80	15	2,13	40	2,50	250	3,09
3	1,38	8	1,86	20	2,24	50	2,58	300	3,14
4	1,54	9	1,91	25	2,33	75	2,71	400	3,23
5	1,65	10	1,96	30	2,40	100	2,81	500	3,29
6	1,73	12	2,04	35	2,45	200	3,02	1000	3,48

siendo:

n : número de observaciones

x_i : una observación

$\bar{x}$: la media de las observaciones

σ_x : la desviación standard de una observación.

Para utilizar la tabla se procede así:

a) Hallar la media aritmética de la serie de mediciones ($\bar{x}$), y la desviación standard de una observación (σ_x).

b) Determinar la relación $(x_i - \bar{x})/\sigma_x$ para las observaciones sospechosas.

c) Observar en la tabla el valor límite $(x_i - \bar{x})/\sigma_x$ para el número de observaciones realizadas (n).

d) Si la relación $x_i - \bar{x}/\sigma_x$ es mayor que el valor $(x_i - \bar{x})/\sigma_x$ encontrando en la tabla, la observación debe ser eliminada.

Se informa la nueva media, proveniente del promedio de las observaciones no desechadas.

PRUEBA DEL CHI-CUADRADO

La prueba del Chi-cuadrado se realiza para probar si una serie de valores responden a la distribución de Poisson.

Como se sabe que la desintegración radiactiva responde a la distribución de Poisson, una serie de mediciones de una fuente activa que no responden a esa ley, estaría indicando que el equipo utilizado para medirla funciona mal. En otras palabras, la prueba del Chi-cuadrado nos permite comprobar el buen funcionamiento del equipo.

El Chi-cuadrado queda definido por la siguiente expresión:

$$\chi^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}} \quad (5.22)$$

siendo:

χ^2 : Chi-cuadrado
 $x_1, x_2, \dots, x_i$: valores obtenidos en las distintas observaciones
 $\bar{x}$: media aritmética.

La distribución del Chi-cuadrado se conoce. En la tabla 5.3 se indican valores del Chi-cuadrado y la probabilidad de que se encuentre ese valor u otro mayor.

Se consideran valores aceptables del Chi-cuadrado, cuando la probabilidad de obtenerlos está entre el 0,10 y el 0,90. En esos casos, se considera que el equipo donde se realizaron las mediciones funciona bien

Para emplear la tabla se procede así:

a) Se calcula la media aritmética ($\bar{x}$) de las observaciones .

b) Se determina el valor de χ^2 , según (5.22).

c) Teniendo en cuenta el número de observaciones (n) se halla (n - 1).

d) Con los valores del χ^2 y el valor (n - 1), se busca en la tabla la probabilidad que hay de obtener ese valor del χ^2 . Si esta probabilidad está dentro de los valores 0,1 a 0,9, la distribución cumple la ley de Poisson, y el equipo se considera que funciona correctamente.

SIGNIFICADO DE LA DIFERENCIA DE DOS MEDIOS

Supongamos que se hayan realizado varias determinaciones de la actividad de una fuente obteniendo como valor medio $\bar{A}_B$, y por otro lado varias determinaciones de la actividad del fondo obteniendo como valor medio $\bar{A}_F$, de tal manera que la diferencia entre $\bar{A}_B$ y $\bar{A}_F$ es decir $\bar{A}_C$ sea muy cercana a 0.

Cabe por lo tanto la siguiente pregunta: ¿ la muestra es radiactiva o esa diferencia se debe unicamente al azar ?

La regla a aplicar para contestar el interrogante depende del criterio a emplear.

Aquí se considerará que la muestra es radiactiva (la diferencia será significativa y no debida al azar) si esa diferencia es mayor que dos veces el error standard cometido.

El error standard de una diferencia de acuerdo a la propagación de errores es:

$$\sigma_{(\bar{A}_B - \bar{A}_F)} = \sigma_{\bar{A}_C} = \sqrt{\sigma_{\bar{A}_B}^2 + \sigma_{\bar{A}_F}^2} \quad (5.23)$$

Por lo tanto si

$$\bar{A}_B - \bar{A}_F = \bar{A}_C > 2\sqrt{\sigma_{\bar{A}_B}^2 + \sigma_{\bar{A}_F}^2} \quad (5.24)$$

la diferencia es significativa y la muestra es radiactiva. Si

$$\bar{A}_B - \bar{A}_F = \bar{A}_C \leq 2\sqrt{\sigma_{\bar{A}_B}^2 + \sigma_{\bar{A}_F}^2} \quad (5.25)$$

la diferencia no es significativa, es atribuible al azar y la muestra no es radiactiva.

Se ha hecho notar que en mediciones de radiactividad se prefiere una sola medición con buena estadística, a realizar varias y tomar la media aritmética. De ahí que la muestra se consideraría radiactiva si la actividad neta es mayor que dos veces la desviación standard cometida.

$$A_C > 2\sqrt{\sigma_{A_B}^2 + \sigma_{A_F}^2} \quad (5.26)$$

la muestra no se consideraría radiactiva si

$$A_C \leq 2\sqrt{\sigma_{A_B}^2 + \sigma_{A_F}^2} = 2\sqrt{\frac{A_B}{t_B} + \frac{A_F}{t_F}} \quad (5.27)$$

FACTORES DE MERITO

Un problema que se puede presentar, es el criterio a seguir en el caso de tener que decidir sobre la elección de un método de medición.

Un buen factor de mérito para la decisión, sería aquel que tuviera en cuenta la menor desviación standard relativa de la actividad neta, y ese es el siguiente:

$$\text{Factor de mérito} = \frac{A_C^2}{\sigma_{A_C}^2} = \frac{t \cdot A_C^2}{A_B + A_F} \quad (5.28)$$

siendo:

A_C : actividad neta

A_B : actividad bruta

A_F : actividad de fondo

t : tiempo de medición de la fuente que deberá ser igual al tiempo de medición del fondo.

Aquellas condiciones en que ese valor sea mayor serán las elegidas.

REFERENCIAS

- (1) Evans, O., The Atomic Nucleus, Hill Book Company, Inc. (1955).
- (2) Chase, G D., Rabinowitz, J.L., Principles of Radioisotope Methodology, Burgess Publishing Company, Minneapolis 15, Minnesota.
- (3) Jarret, A.A., Statistical Methods use in the measurement of radioactivity with some useful graphs and nomographs, AECU-262, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee, 1961.
- (4) Quimby, E.H., Feitelberg, S., Radioactive Isotopes in Medicine and Biology, Basic Physics and Instrumentation, Segunda Edición, Lea y Febiger, Filadelfia (1963)

TABLA 5.1

SIGNIFICADO ESTADISTICO DE UN NUMERO DADO
DE CUENTAS ACUMULADAS

Total de cuentas B	Desviación standard $\sqrt{B}$	Hay 96 % de probabi lidad que el % de error sea menor que $\pm 2 \sigma_B \cdot 100/B$
30	5,47	$\pm 36,47$
40	6,32	$\pm 31,60$
45	6,70	$\pm 29,78$
50	7,07	$\pm 28,28$
55	7,42	$\pm 26,98$
60	7,75	$\pm 25,83$
65	8,06	$\pm 24,80$
70	8,37	$\pm 23,91$
75	8,66	$\pm 23,09$
80	8,94	$\pm 22,35$
85	9,22	$\pm 21,69$
90	9,49	$\pm 20,87$
95	9,75	$\pm 20,53$
100	10,00	$\pm 20,00$
125	11,18	$\pm 17,89$
150	12,25	$\pm 16,33$
175	13,23	$\pm 15,12$
200	14,14	$\pm 14,14$
250	15,81	$\pm 12,40$
300	17,32	$\pm 10,88$
350	18,71	$\pm 10,69$
400	20,00	$\pm 10,00$
450	21,21	$\pm 9,43$
500	22,36	$\pm 8,94$
550	23,45	$\pm 8,53$
600	24,49	$\pm 8,16$
650	25,50	$\pm 7,85$
700	26,46	$\pm 7,56$
750	27,39	$\pm 7,30$
800	28,28	$\pm 7,07$
850	29,15	$\pm 6,86$
900	30,00	$\pm 6,67$
950	30,82	$\pm 6,49$
1.000	31,62	$\pm 6,32$

Total de cuentas B	Desviación standard $\sqrt{B}$	Hay 96 % de probabi- lidad que el % de error sea menor que $\pm 2 \sigma_B \cdot 100/B$
1.500	38,72	$\pm 5,16$
2.000	44,72	$\pm 4,47$
2.500	50,00	$\pm 4,00$
3.000	54,77	$\pm 3,65$
3.500	59,16	$\pm 3,38$
4.000	63,24	$\pm 3,16$
4.500	67,08	$\pm 2,98$
5.000	70,71	$\pm 2,83$
5.500	74,16	$\pm 2,70$
6.000	77,45	$\pm 2,58$
6.500	80,62	$\pm 2,48$
7.000	83,66	$\pm 2,39$
7.500	86,60	$\pm 2,31$
8.000	89,44	$\pm 2,24$
8.500	92,20	$\pm 2,17$
9.000	94,87	$\pm 2,11$
9.500	97,47	$\pm 2,05$
10.000	100,00	$\pm 2,00$
20.000	141,42	$\pm 1,41$
30.000	173,20	$\pm 1,15$

TABLA 5.3

n-1	Hay una probabilidad de						
	0,99	0,95	0,90	0,50	0,10	0,05	0,01
	que el valor del Chi-Cuadrado calculado sea igual ó mayor que						
2	0,020	0,103	0,211	1,386	4,605	5,991	9,210
3	0,115	0,352	0,584	2,366	6,251	7,815	11,345
4	0,297	0,711	1,064	3,357	7,779	9,488	13,277
5	0,554	1,145	1,610	4,351	9,236	11,070	15,086
6	0,872	1,635	2,204	5,348	10,645	12,592	16,812
7	1,239	2,167	2,833	6,346	12,017	14,067	18,475
8	1,646	2,733	3,490	7,344	13,362	15,507	20,090
9	2,088	3,325	4,168	8,343	14,684	16,919	21,666
10	2,558	3,940	4,865	9,342	15,987	18,307	23,209
11	3,053	4,575	5,578	10,341	17,275	19,675	24,725
12	3,571	5,226	6,304	11,340	18,549	21,026	26,217
13	4,107	5,892	7,042	12,340	19,812	22,362	27,688
14	4,660	6,571	7,790	13,339	21,064	23,685	29,141
15	5,229	7,261	8,547	14,339	22,307	24,996	30,578
16	5,812	7,962	9,312	15,338	23,542	26,296	32,000
17	6,408	8,672	10,085	16,338	24,769	27,587	33,409
18	7,015	9,390	10,865	17,338	25,989	28,869	34,805
19	7,633	10,117	11,651	18,338	27,204	30,144	36,191
20	8,260	10,851	12,443	19,337	28,412	31,410	37,566
21	8,897	11,591	13,240	20,337	29,615	32,671	38,932
22	9,542	12,338	14,041	21,337	30,813	33,924	40,289
23	10,196	13,091	14,848	22,337	32,007	35,172	41,638
24	10,856	13,848	15,659	23,337	33,196	36,415	42,980
25	11,524	14,611	16,473	24,337	34,382	37,382	44,314
26	12,198	15,379	17,292	25,336	35,563	38,885	45,642
27	12,879	16,151	18,114	26,336	36,741	40,113	46,963
28	13,565	16,928	18,939	27,336	37,916	41,337	48,278
29	14,256	17,708	19,768	28,336	39,087	42,557	49,588

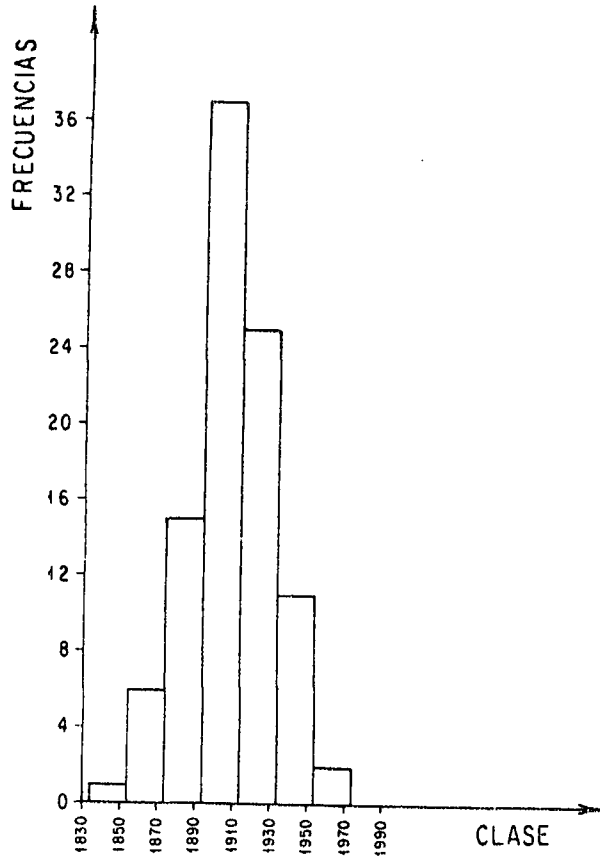


Fig. 5.1 Histograma proveniente de mediciones de un minuto.

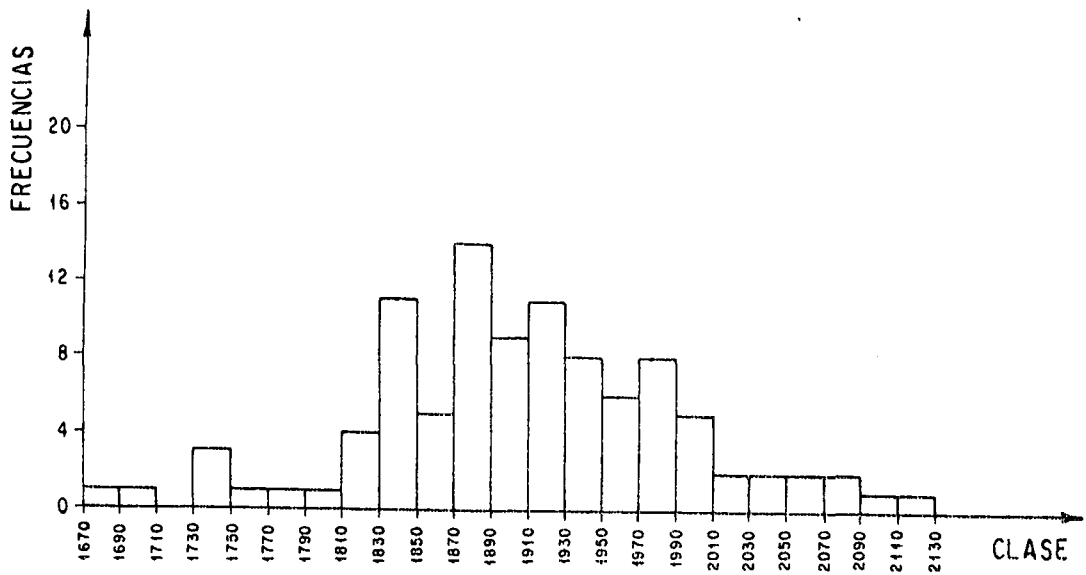


Fig. 5.2 Histograma proveniente de mediciones de 15 segundos.

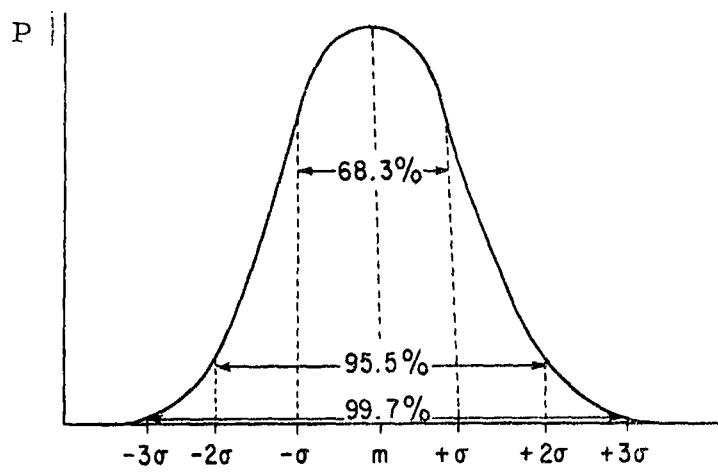
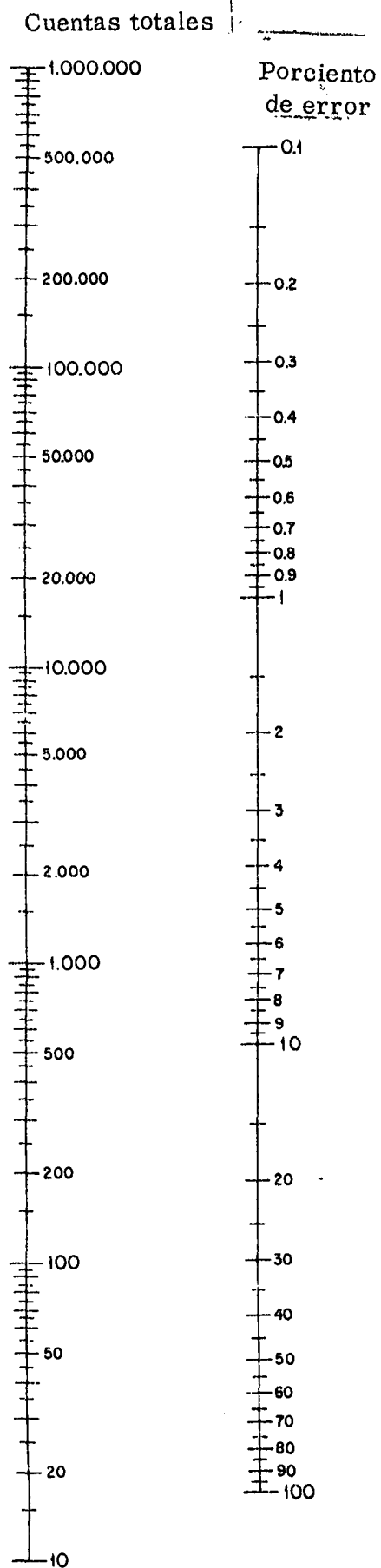


Fig. 5.3 Curva de distribución Normal



Error
0,95

Fig. 5.4 Error en el conteo de muestras activas

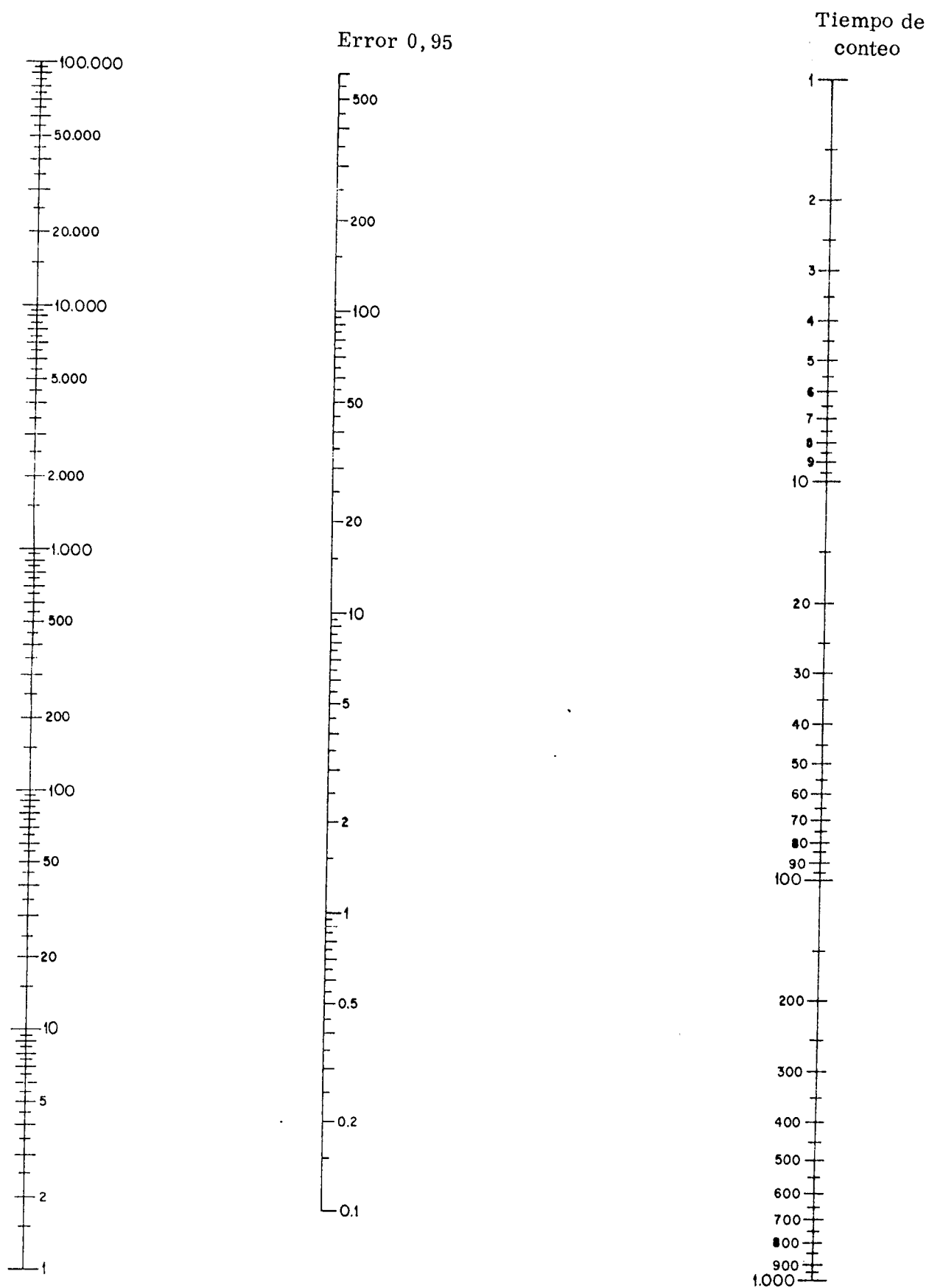


Fig. 5.5 Error que merece 95% de confianza en las determinaciones de actividad.

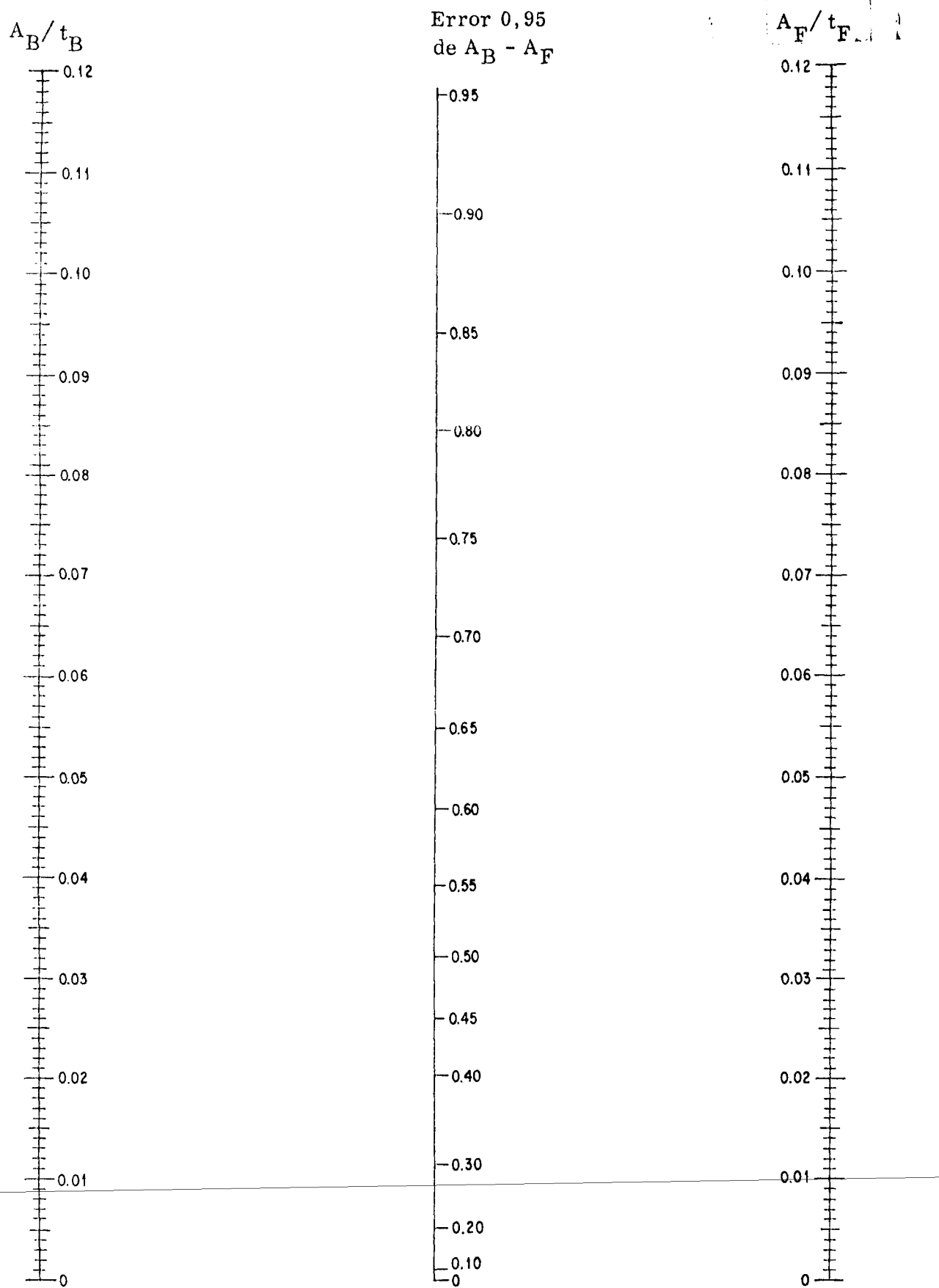


Fig. 5.6 Error 0,95 en el conteo de bajas actividades

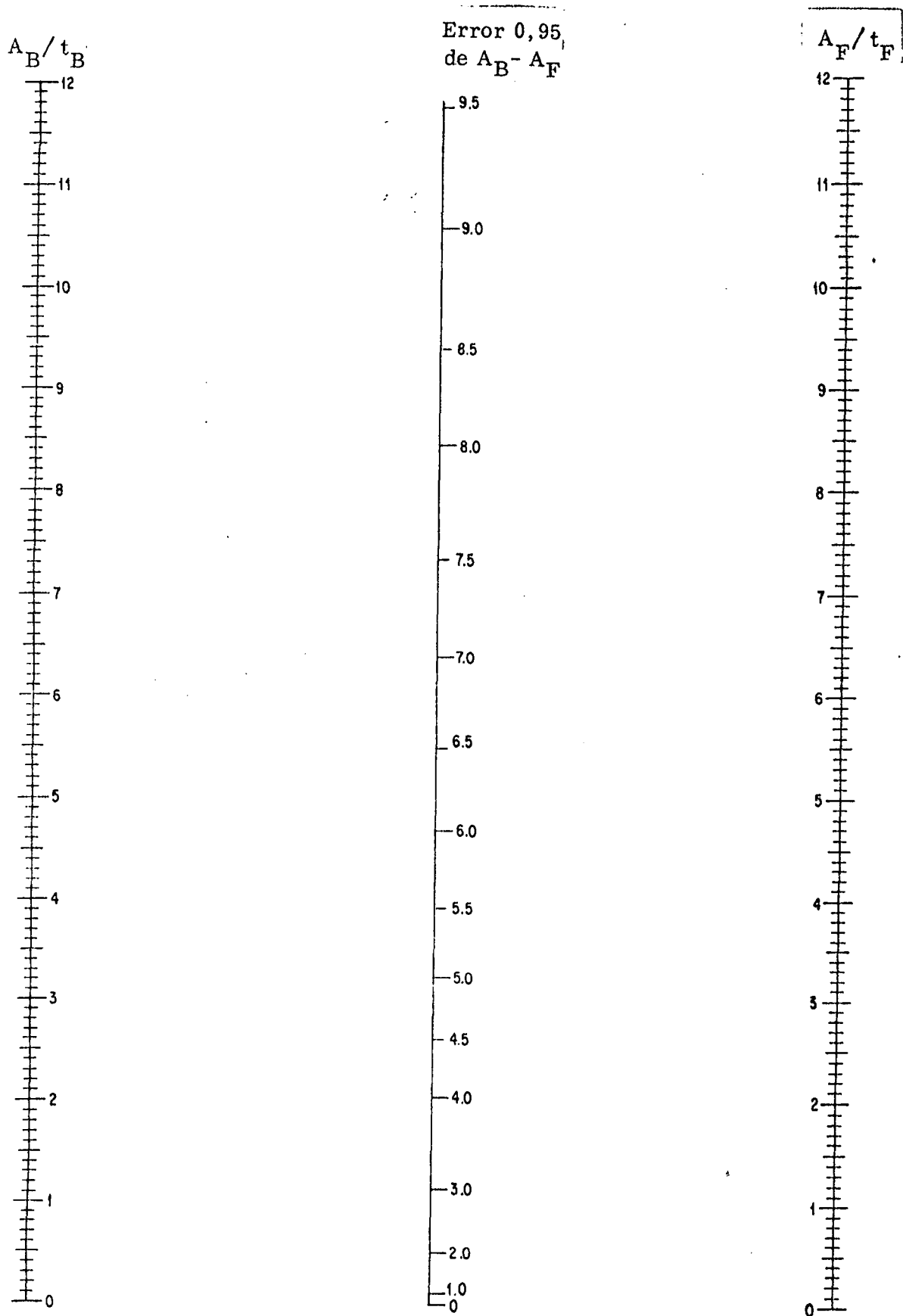
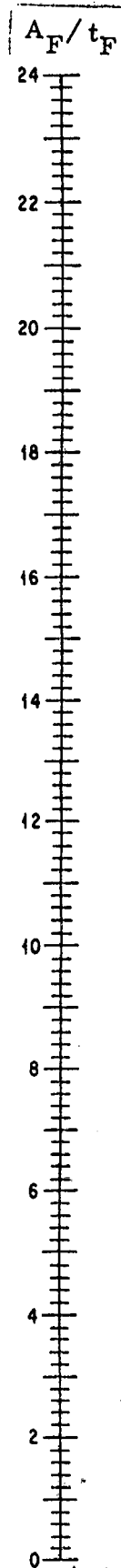
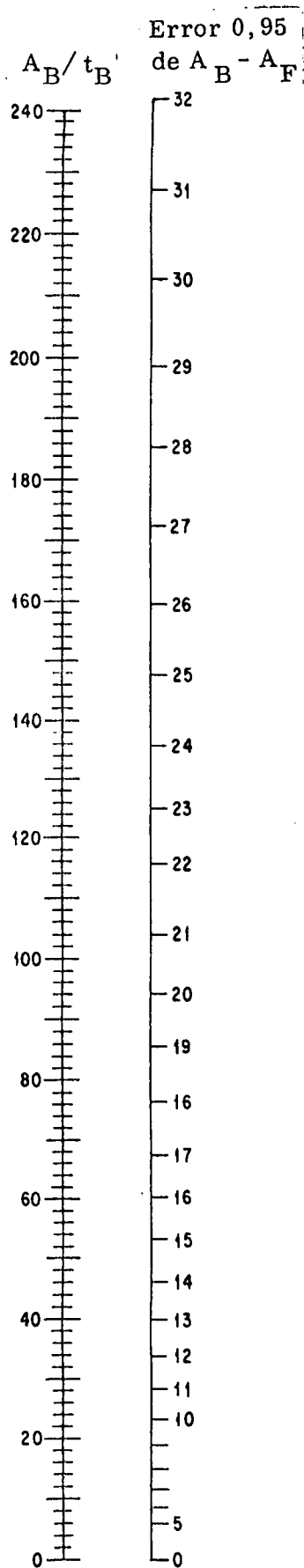


Fig. 5.7 Error 0,95 en el conteo de bajas actividades



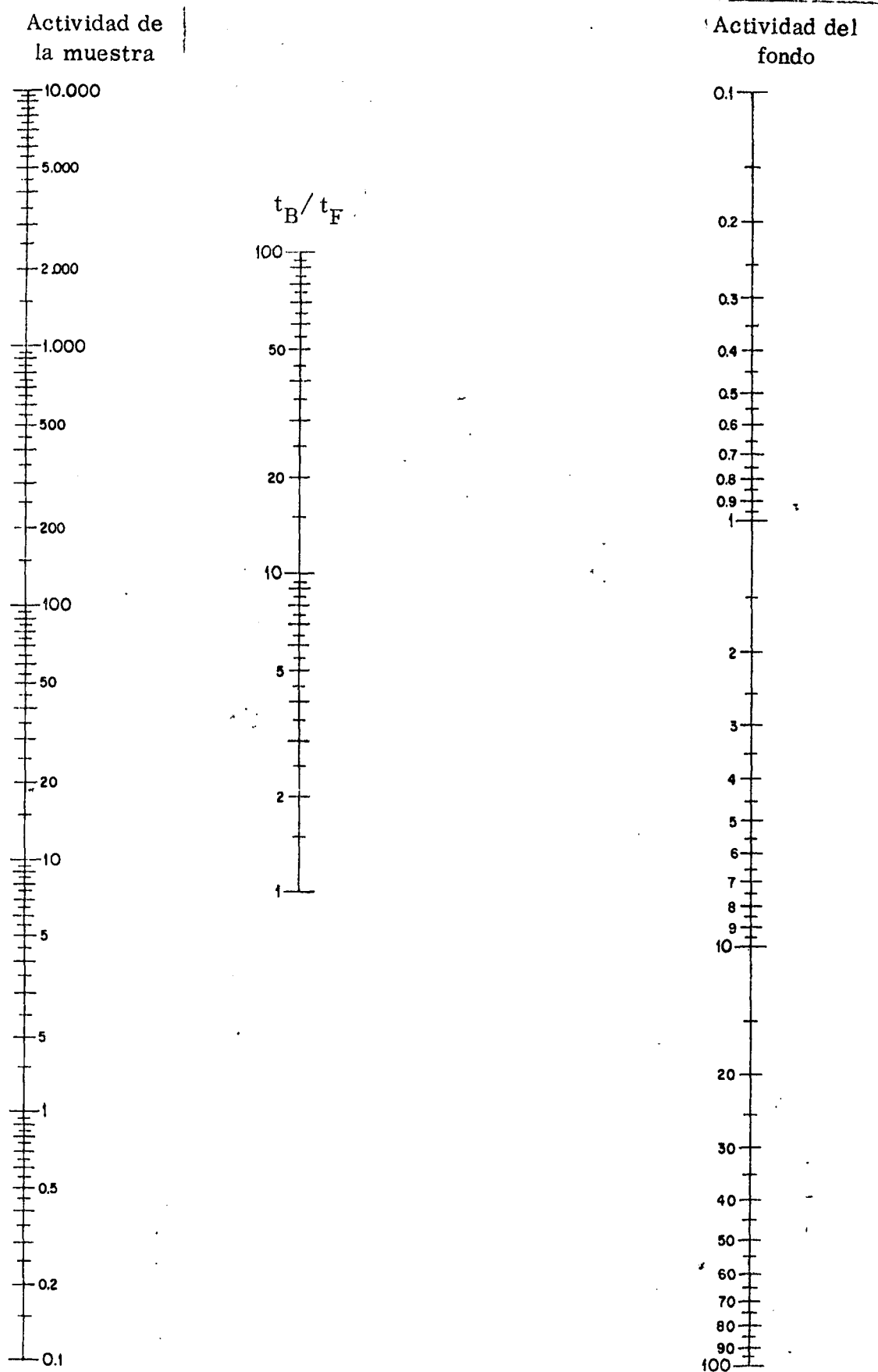


Fig. 5.9 Nomograma indicando la más eficiente distribución del tiempo de medición de la muestra y del fondo

PARTE EXPERIMENTAL

Hacer treinta lecturas de un minuto cada una, de la muestra patrón. Las observaciones deben ser hechas en serie continua sin grandes interrupciones, y la fuente, contador y otras condiciones no deben ser modificadas.

En todos los cálculos se utilizará el número total de cuentas (x), sin descontar el efecto cero o fondo.

1.- Calcular.

- a) El valor medio ($\bar{x}$), que es la suma de todos los valores dividida por el número de observaciones.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

- b) La desviación algebraica de cada medida

$$\Delta = x - \bar{x}$$

- c) El cuadrado de la desviación algebraica de cada medida

$$\Delta^2 = (x - \bar{x})^2$$

- d) La variancia de cada medida

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x - \bar{x})^2$$

- e) La desviación standard de cada medición

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x - \bar{x})^2}$$

- f) La desviación standard, utilizando a $\bar{x}$ como valor más cercano a "m".

$$\sigma = \sqrt{\bar{x}}$$

- g) La desviación standard del valor medio o error standard, utili

zando el valor de " σ " calculado según e)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{n-1} \sum (x-\bar{x})^2}{n}}$$

- h) La desviación standard del valor medio ó error standard, utilizando el valor " σ " calculado según f).

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\bar{x}}}{\sqrt{n}}$$

- i) Informar el resultado, indicando qué confianza merece el mismo
Hacer una medición de 30 minutos del patrón

Calcular:

- j) La desviación standard de la observación

$$\sigma = \pm \sqrt{B}$$

- k) La desviación standard de la actividad.

$$\sigma_{\bar{A}} = \frac{\sqrt{B}}{t}$$

- l) Informar la actividad, indicando qué confianza merece el resultado

2.- Demostrar que las observaciones siguen la distribución de Poisson

- a) Comprobar que la desviación standard de cada medición calculada según e) es semejante a la obtenida según f).

- b) Contar el número de veces que la desviación $(x - \bar{x})$ es mayor que la desviación standard y comprobar si ocurre en aproximadamente 31,7% de las observaciones.

3.- Realizar la prueba del Chi-Cuadrado.

DATOS EXPERIMENTALES

FECHA	
TUBO CONTADOR	ESCALIMETRO
TENSION DE ENTRADA	VOLTIOS
TENSION DE TRABAJO	VOLTIOS
FUENTE RADIATIVA	
POSICION DE LA FUENTE RADIATIVA	
PATRON DE URANIO	EFEECTO CERO

TOTAL DE CUENTAS	Δ	Δ^2	TOTAL DE CUENTAS	Δ	Δ^2

Suma de todas las cuentas obtenidas en todas las observaciones.....	
Valor medio.....	
Suma de todos los valores de las desviaciones algebraicas	
(teniendo en cuenta el signo).....	
Suma de todos los cuadrados de las desviaciones algebraicas.....	
Desviación standard de cada medición según e).....	
Desviación standard de cada medición según f).....	
Error standard según g).....	
Error standard según h).....	
Resultado.....	
Confianza que merece el mismo.....	

TUBO CONTADOR	ESCALIMETRO
TENSION DE ENTRADA	VOLTIOS
TENSION DE TRABAJO	VOLTIOS
FUENTE RADIATIVA	
POSICION DE LA FUENTE RADIATIVA	

TOTAL DE CUENTAS	Δt	°/minuto

Desviación standard* de la observación
Desviación standard de la actividad
Resultado de la actividad
Confianza que merece el mismo 7

2.- DEMOSTRAR QUE LAS OBSERVACIONES SIGUEN LA DISTRIBUCION DE POISSON

3.- PRUEBA DEL CHI-CUADRADO

- 4.- Aplicando el criterio de Chauvenet, qué datos se deben eliminar en la serie de las treinta observaciones.

5.- Tiempo de medición de fondo y fuente más fondo.

- a) Determinar un valor aproximado del fondo, realizando una observación de dos minutos.

Teniendo en cuenta este valor y el resultado obtenido de la medición del fondo más la fuente, indique que tiempo debería medir esta última, y qué tiempo debería medir el fondo para trabajar con un "coeficiente de variación del 2%.

- b) Si se dispone de treinta minutos, cuál sería la mejor distribución de tiempo al medir fondo y al medir fuente más fondo.