

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1970

09.70.09

EN-16/36

REPUBLICA ARGENTINA
COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION
GERENCIA DE ENERGIA

ENSAYOS Y CALIBRACION EN LABORATORIO, DEL MEDIDOR DE
NIVEL Y DENSIDAD DE LIQUIDOS

Antonio C. Castagnet - Ricardo J. Gillen - Casimiro J. Lazor
Departamento de Radioisótopos - División Aplicaciones

Buenos Aires - Septiembre 1970

**REPUBLICA ARGENTINA
COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION
GERENCIA DE ENERGIA**

**ENSAYOS Y CALIBRACION EN LABORATORIO, DEL MEDIDOR DE
NIVEL Y DENSIDAD DE LIQUIDOS**

**Antonio C. Castagnet - Ricardo J. Gillen - Casimiro J. Lazor
Departamento de Radioisótopos - División Aplicaciones**

Buenos Aires - Septiembre 1970

CONTENIDO

<u>SECCION</u>	<u>PAG.</u>
1.0.0 INTRODUCCION	2
2.0.0 ENSAYOS PRELIMINARES	2
3.0.0 MEDICION DE NIVEL	3
3.1.0 ANALISIS DE DATOS EXPERIMENTALES	3
3.1.1 Prueba del X^2	5
3.2.0 CALIBRACION	6
3.2.1 Cálculo de la altura de referencia h_0	8
3.2.2 Regulación de la velocidad w de rotación del disco perforado	12
4.0.0 MEDICION DE DENSIDAD PROMEDIO	17
4.1.0 ENSAYOS EXPERIMENTALES	19
4.2.0 CALIBRACION Y NORMALIZACION	20
4.2.1 Errores en la medida de densidad	24
5.0.0 RESULTADOS Y CONCLUSIONES	29

NOTA: Ilustraciones y gráficos al final del texto.

RESUMEN

Se describe la calibración y ensayos, en condiciones de laboratorio, del telemedidor digital de nivel y densidad de líquidos, a que se refiere la publicación interna de la CNEA, EN-7/14 de marzo de 1969.

Independientemente de la altura del líquido el error en las lecturas de nivel resultó de ± 3 mm en el 87% de los casos. El error relativo de la medida de densidad depende de la altura de líquido explorado por la sonda móvil. Por ejemplo, en un caso típico correspondiente a un líquido de densidad $0,77 \text{ g/cm}^3$ y a una altura de 50 cm, el error sería aproximadamente $\pm 6 \%$.

Se indican también algunas formas de reducir los errores de medida con un equipo más perfeccionado.

ABSTRACT

Calibration and tests under laboratory conditions of an instrument for liquids level and density telemetering (see internal report CNEA, EN-7/14, March 1969), are described.

Independently of the height of the liquid stored in the tank, the error of the level readings, resulted equal or less than ± 3 mm, with 87 % of confidence limit.

The relative error of the density readings, depends on the height of liquid explored by the travelling probe. In a typical case, corresponding to a liquid of density 0.77 g/cm^3 and 50 cm high, the relative error would be about $\pm 6 \%$.

Some ways to reduce the errors with an equipment of improved performance, are also indicated.

1.0.0 INTRODUCCION

En la División Aplicaciones del Departamento de Radioisótopos, con la colaboración del Departamento de Instrumentación de la Gerencia de Energía, se construyó un equipo para la telemedición digital del nivel y la densidad de líquidos almacenados en tanques.

El equipo, de diseño original, fue patentado por la CNEA en la Dirección Nacional de la Propiedad Industrial, con el título No. 166.552.

El principio de funcionamiento, bases de diseño y unidades componentes del prototipo actualmente en operación, se describen en detalle en la publicación interna EN-7/14, del mes de marzo de 1969. Ref. (1)

La lectura de dicho informe es aconsejable para la mejor comprensión de los temas tratados en la presente publicación, la cual se refiere a la segunda etapa de los trabajos, que consistió en la aplicación de métodos experimentales para analizar el comportamiento del equipo y efectuar su calibración, en condiciones de laboratorio.

2.0.0 ENSAYOS PRELIMINARES

Previamente a la recolección de datos experimentales para la calibración del equipo en nivel y densidad, se verificó el correcto funcionamiento de partes del circuito electrónico, que podría afectar los resultados.

Los elementos ensayados fueron el sistema lógico de comando de compuertas, y el reloj digital.

En ambos casos se estudió la influencia de la temperatura sobre la estabilidad de los circuitos electrónicos.

La temperatura se varió aproximadamente entre 20° y 45°C.

La señal de disparo del sistema lógico, sólo fluctuó entre $\pm 1\%$, respecto al promedio observado en todo el rango de temperaturas.

El reloj electrónico se contrastó con un cronómetro de precisión, realizando observaciones de 5 minutos para cada temperatura. Se obtuvo una dispersión de ± 7 pulsos, sobre un promedio de 3.000 pulsos

3.0.0 MEDICION DE NIVEL

El equipo mide el nivel del líquido, respecto a una altura h_0 (mm) de referencia, que puede elegirse arbitrariamente.

La lectura se hace en forma digital, por acumulación de pulsos generados a una frecuencia (1/s) regulable para que sea numéricamente igual a la velocidad de desplazamiento de la sonda, en milímetros por segundo.

Los pulsos comienzan a contarse desde la altura h_0 (mm) y se van acumulando hasta el instante en que la sonda llega al nivel de líquido en el tubo "by-pass".

Si N (mm) es el nivel del líquido medido desde el cero de referencia y L el número de pulsos acumulados durante la operación de la sonda, se tendrá; en condiciones óptimas:

$$N = L + h_0 \text{ (mm)}$$

3.1.0 ANALISIS DE DATOS EXPERIMENTALES

Antes de relacionar las lecturas del equipo con el nivel del líquido, se aplicó un procedimiento experimental para verificar el correcto funcionamiento del sistema que mide el nivel.

Para condiciones de funcionamiento dadas, (no necesariamente las óptimas), las lecturas L_i obtenidas con el equipo para un nivel fijo N_0 , deben variar en forma estadística, siguiendo una distribución normal o gaussiana.

Se realizaron 30 observaciones, indicadas en la Tabla 1.

El valor L_m es el promedio de las 30 lecturas:

$$L_m = \frac{\sum L_i}{30} = 808,2 \text{ pulsos}$$

Con los datos de la Tabla 1 se calcula la desviación normal σ

$$\sigma(L) = \left[\frac{1}{30} \sum (L_i - L_m)^2 \right]^{1/2} = 1,45 \text{ pulsos}$$

Haciendo la relación entre las desviaciones d_i observadas y σ , se aplica el criterio de Chauvenet Ref. (2) para eliminar de la Tabla datos dudosos si los hubiere.

TABLA 1. LECTURAS OBTENIDAS CON NIVEL FIJO

Observación No.	Lectura L_i (pulsos)	Desviación $d_i = L_i - L_m $	$(L_i - L_m)^2$
1	809	0,8	0,64
2	808	0,2	0,04
3	805	3,2	10,24
4	810	1,8	3,24
5	808	0,2	0,04
6	808	0,2	0,04
7	810	1,8	3,24
8	810	1,8	3,24
9	806	2,2	4,84
10	808	0,2	0,04
11	809	0,8	0,64
12	810	1,8	3,24
13	807	1,2	1,44
14	808	0,2	0,04
15	809	0,8	0,64
16	808	0,2	0,04
17	808	0,2	0,04
18	807	1,2	1,44
19	809	0,8	0,64
20	807	1,2	1,44
21	808	0,2	0,04
22	809	0,8	0,64
23	807	1,2	1,44
24	807	1,2	1,44
25	806	2,2	4,84
26	810	1,8	3,24
27	811	2,8	7,84
28	806	2,2	4,84
29	810	1,8	3,24
30	808	0,2	0,04

Dicho criterio establece que para 30 observaciones, la relación de la máxima desviación aceptable, respecto a σ es:

$$\frac{d_{\text{máx}}}{\sigma} = 2,37$$

es decir

$$d_{\text{máx}} = 1,45 \times 2,37 = 3,44 \text{ pulsos.}$$

De acuerdo al criterio de Chauvenet, todos los datos obtenidos son consistentes pues en ningún caso $d_i \geq 3,44$.

3.1.1 Prueba del χ^2

En condiciones normales, cabe esperar que los errores experimentales estadísticos, sigan aproximadamente la distribución de Gauss.

La prueba del χ^2 permite determinar la probabilidad de que la distribución observada sea una distribución gaussiana.

Para este ensayo, dividimos las lecturas en cinco grupos o intervalos, de manera que cada grupo contenga por lo menos cuatro lecturas Ref. (3), tal como se indica en la Tabla 2.

TABLA 2. DISTRIBUCION DE LECTURAS PARA EL CALCULO DE χ^2

Grupo No.	Límites		No. de lecturas observadas n_o	No. de lecturas esperadas n_e	$\frac{(n_o - n_e)^2}{n_o}$
	L_1	L_2			
1	$-\infty$	806.5	4	3,60	0,100
2	806.5	807.5	5	5,81	0,113
3	807.5	808.5	9	8,05	0,112
4	808.5	809.5	5	6,99	0,567
5	809.5	$+\infty$	7	5,52	0,396

En esta Tabla n_0 es el número de lecturas que han sido observadas dentro de los límites de cada grupo, es decir, lecturas cuyo valor L_i es tal que $L_{1i} < L_i < L_{2i}$.

La cantidad n_e es el número de lecturas que deberían observarse dentro de cada intervalo, si las 30 lecturas se ajustaran exactamente a la distribución de Gauss. Los valores n_e se calcularon con la Tabla 3-2 de Ref. (2).

La suma de los resultados de la última columna, dan el valor buscado de X^2 .

$$X^2 = \sum_{i=1}^{i=5} \frac{[(n_0)_i - (n_e)_i]^2}{(n_0)_i} = 1,288$$

Para hacer una interpretación final del test, debemos conocer el "número F de grados de libertad".

Este valor es numéricamente igual al número de grupos menos tres, Ref. (3) es decir $F = 2$ en nuestro caso.

Con $X^2 = 1,288$ y $F = 2$ determinamos $P \approx 0,50$ en la Tabla 3-5 de Ref. (2), que es la probabilidad de que ese valor de X^2 , para $F = 2$, sea excedido al repetir otra serie de observaciones.

En general se considera que si el valor de P así obtenido yace entre 0,1 y 0,9, la distribución observada sigue la distribución supuesta.

Por lo tanto, en este caso, podemos suponer que el equipo funciona correctamente. Dicho de otra manera: no hay ninguna evidencia significativa de que la dispersión de lecturas obtenidas para un nivel de líquido fijo, obedezca a otras causas que las puramente estadísticas presentes en toda medición.

3.2.0 CALIBRACION

La calibración del equipo en nivel consiste en relacionar la cantidad L de impulsos acumulados durante la medición, provenientes del transductor luminoso, con la altura N del líquido en el tubo "by-pass", medida con un determinado patrón, en milímetros.

Como la medición es discontinua (el equipo mide sólo cuando se le solicita esa operación), la calibración será una calibración estática.

El patrón adoptado fue una regla milimetrada metálica.

Por razones de comodidad, y para facilitar las lecturas con ese patrón de medida, se conectó al "by-pass" un tubo comunicante de vidrio transparente, ubicándose la regla milimetrada en la parte posterior del tubo de vidrio. De esa manera y utilizando agua como líquido de ensayo, se obtuvo un efecto de amplificación en la lectura de las divisiones milimétricas de la regla, tal como se ilustra en la Fig. 1. Ello permitió apreciar variaciones de nivel hasta 1/4 mm.

Las observaciones se efectuaron siempre del mismo modo, con relación a la posición del menisco de agua en el tubo.

El valor de las lecturas estuvo referido al cero de la regla, cuya posición si bien se mantuvo fija durante los ensayos, fue elegida arbitrariamente a unos 60 cm sobre el nivel del piso.

En tales condiciones si:

N (mm) : nivel de agua leído en la regla

L (pulsos) : lectura del equipo

se tendrá la siguiente relación teórica de calibración:

$$N = K L + h_0 \quad (\text{mm}) \quad (1)$$

donde

$K \frac{\text{mm}}{\text{pulso}}$: factor que depende de la frecuencia w de rotación del disco perforado

h_0 (mm) : altura con respecto a la regla, en que se produce la apertura de la compuerta y comienzan a contarse los pulsos del transductor luminoso.

Para facilitar la correlación entre las lecturas del equipo y el nivel de agua medido sobre la regla patrón, se debe imponer la condición de que K sea igual a la unidad.

Ello se logra modificando adecuadamente w , variando sobre el tambor de arrollamiento el radio de giro de la rueda que mueve al disco perforado.

La altura efectiva h_0 de apertura de la compuerta, depende principalmente de tres factores:

- 1) posición de la fuente radiactiva auxiliar;

- 2) intensidad de radiación detectada por los tubos G.M. de la sonda;
- 3) señal de entrada que hace actuar el circuito lógico de apertura de compuertas.

Cualquiera de estos tres parámetros puede variar estadísticamente, por causas no controladas, durante el funcionamiento del equipo. El resultado de esas variaciones será una fluctuación del número L de impulsos registrados, para un nivel de líquido N fijo.

Dado que es difícil o imposible discriminar las eventuales variaciones de los tres factores, podemos suponer que h_0 tiene un valor efectivo constante, y trasladar los errores estadísticos al valor fluctuante L .

Los valores K y h_0 de ec. (1) deben determinarse con precisión, para que el error, al interpretar N en función de L , sea mínimo.

El efecto de errores en K y h_0 se ilustra gráficamente en la Fig. 2.

Si cometemos errores en la evaluación de h_0 y en la regulación de K (Δh_0 y ΔK en la Fig. 2), la curva de calibración real introducirá una inexactitud definida Δe , al interpretar los pulsos L como altura de líquido N (mm).

Además, como L está afectado de una fluctuación estadística definida por σ (Sección 3.1.0) existirá una imprecisión intrínseca al método.

La imprecisión ($\pm \Delta N$ en la Fig. 2) será en el 99,7 % de los casos igual o inferior a la que corresponde a una fluctuación $\pm \Delta L = 3 \sigma$.

Si $K = 1$ será

$$\pm \Delta L = \pm \Delta N$$

El proceso de calibración debe tender a disminuir el error total, a los límites inevitables de la imprecisión. La imprecisión representa entonces el mínimo error que se puede conseguir con el equipo, en las condiciones del ensayo.

3.2.1 Cálculo de la altura de referencia h_0

La altura efectiva h_0 (mm) referida a la regla patrón, a partir de la cual comienzan a contarse los pulsos del transductor luminoso, dependerá fundamentalmente de la distancia de la fuente radiactiva auxiliar, al cero de dicha regla.

Para una posición dada de la fuente auxiliar y demás condiciones operativas

fijas del equipo, hay que calcular con precisión el verdadero valor h_0 que interviene en la curva de calibración expresada por la ec. (1).

Si se efectúan 10 lecturas L_i a distintos niveles N_i de líquido en el tubo "by-pass" se obtendrá, al representar gráficamente $N = f(L)$, una serie de 10 puntos dispersos alrededor de una recta, que corresponde a la recta teórica de calibración para las condiciones operativas impuestas.

Como el valor de K que figura en ec. (1) no ha sido previamente determinado, la recta obtenida corresponderá a una calibración cualquiera. No obstante, la ordenada al origen dará el valor h_0 buscado, independientemente del valor de K (pendiente de la recta).

Todo se reduce entonces, a calcular con precisión la ordenada al origen de la recta.

Dicho valor podría obtenerse interpolando gráficamente los 10 puntos experimentales, pero el método de los cuadrados mínimos permite el cálculo analítico de h_0 , mediante la siguiente fórmula:

$$h_0 = \frac{(\sum N_i)(\sum L_i^2) - (\sum L_i N_i)(\sum L_i)}{10 \sum L_i^2 - (\sum L_i)^2} \quad \text{mm} \quad (2)$$

En el cálculo de h_0 intervienen N_i y L_i cada uno de los cuales tiene asociado un error con respecto a su verdadero valor.

El verdadero valor de L_i resultaría al promediar una serie infinita de lecturas para N_i fijo. Para una serie finita, el promedio L_{im} será

$$L_{im} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{j=n} L_{ij} \quad \text{pulsos}$$

$$\sigma_{(L_i)} = \left[\frac{1}{n} \cdot \sum (L_{ij} - L_{im})^2 \right]^{1/2} \quad \text{pulsos}$$

siendo n el número de observaciones de la serie.

La desviación normal del valor medio L_{im} para la distribución de Gauss es:

$$\sigma_{(L_{im})} = \frac{\sigma_{(L_i)}}{(n)^{1/2}} = \frac{1}{n} \cdot \left[\sum (L_{ij} - L_{im})^2 \right]^{1/2} \text{ pulsos}$$

En el 99,7 % de los casos el error de L_{im} será menor que $3 \sigma_{(L_{im})}$.

Por lo tanto, una forma de reducir el error en el cálculo de h_o , es utilizar en lugar de L_i , los valores L_{im} obtenidos como promedio de una serie de varias mediciones para N_i fijo.

El problema, ahora, es estimar cuantas observaciones deben integrar cada serie correspondiente a los L_{im} para obtener un error prefijado en L_{im} .

De la sección 3.1.0, sabemos que

$$\sigma_{(L_i)} = \pm 1.45 \text{ pulsos} \quad (n = 30)$$

Por lo tanto, suponiendo $\sigma_{(L_i)}$ aproximadamente igual para cualquier serie, resultará

$$\Delta L_{im} = \pm 3 \sigma_{(L_{im})} = \pm 3 \frac{\sigma_{(L_i)}}{\sqrt{n}} = \pm \frac{4,35}{\sqrt{n}} \text{ pulsos}$$

Para $n = 10$ observaciones:

$$\Delta L_{im} = \pm 1,38 \text{ pulsos.}$$

Este error en los valores L_{im} es tolerable, pues para este primer prototipo se estimó un error de lectura del orden de $\pm 3 \text{ mm}$.

En lo que respecta a los N_i , despreciaremos el error puesto que las lecturas se hacen sobre el patrón con error menor que $\pm 0,25 \text{ mm}$.

Conforme a este procedimiento se hicieron 10 observaciones L_{ij} a diferentes niveles N_i . ($i = 1$ a $i = 10$). Cada observación "i" estuvo integrada por 10 lecturas $j = 1$ a $j = 10$). Los datos experimentales se resumen en la Tabla 3 y se representan gráficamente en la Fig. 3.

Con los valores N_i y L_{im} se determinó finalmente con la ec. (2)

$$h_o = 188,73 \text{ mm}$$

Como este valor ha sido derivado de datos que llevan implícita cierta dispersión $\sigma_{(L_{im})}$, podría ser útil tener idea de su posible variación.

La desviación normal de h_o podría ser hallada mediante la fórmula (3.23) de Ref. (3).

**TABLA 3. DATOS EXPERIMENTALES PARA 10 OBSERVACIONES A DIFERENTES NIVELES, CADA
UNA COMPUESTA POR 10 LECTURAS**

N_i (mm)	L_{i1}	L_{i2}	L_{i3}	L_{i4}	L_{i5}	L_{i6}	L_{i7}	L_{i8}	L_{i9}	L_{i10}	L_{im}	$\sigma(L_{im})$
1690	1574	1573	1575	1574	1573	1573	1573	1575	1573	1572	1573,5	0,292
1535	1414	1411	1412	1412	1409	1409	1411	1411	1410	1409	1410,8	0,486
1379	1248	1249	1247	1249	1247	1246	1248	1248	1247	1246	1247,5	0,324
1217	1080	1079	1080	1077	1080	1078	1077	1078	1079	1080	1078,6	0,352
1073	928	930	927	927	929	927	928	928	929	930	928,3	0,348
889	737	736	735	738	733	735	739	722	737	738	735	0,780
765	608	602	605	605	607	603	608	606	604	605	605,3	0,600
610	441	442	443	443	445	444	447	443	441	443	443,2	0,544
451	278	280	278	280	280	279	277	281	283	280	279,6	0,513
266	86	84	88	87	85	84	85	86	88	88	86,1	0,478

$$\sigma_{(h_o)} = \sigma_{(L_m)} \left[\frac{\sum N_i^2}{n \sum N_i^2 - (\sum N_i)^2} \right]^{1/2}$$

donde $\sigma_{(L_m)}$ es la desviación normal promedio:

$$\sigma_{(L_m)} = \frac{1}{n} \cdot \sum |\sigma_{(L_{im})}|$$

y n el número de observaciones (10 en este caso).

3.2.2 Regulación de la velocidad w de rotación del disco perforado

Para simplificar la conversión de la cantidad de pulsos leídos, a nivel de líquido en mm, conviene regular la velocidad w de rotación del disco perforado para que K en ec. (1) sea igual a uno.

De ec. (1), para un nivel fijo cualquiera N:

$$K = \frac{N - h_o}{L} \quad (3)$$

donde

N : nivel, dato conocido que suponemos sin error apreciable (mm);

h_o : altura de referencia, ya calculada con precisión para este ensayo (mm);

L : lectura obtenida para N, que debemos variar modificando el radio de giro r de la rueda que mueve al disco perforado, a fin de satisfacer la condición $K = 1$ (pulsos).

El equipo está diseñado de modo que a nivel N constante:

$$L = z w_m T \text{ pulsos} = \text{constante} \quad (4)$$

siendo:

T : tiempo de medición (seg);

z : número de agujeros perimetrales del disco perforado (agujeros/vuelta);

w_m : velocidad angular promedio del disco durante el intervalo de medición (revolución/seg).

El producto $w_m T$ debiera ser siempre constante para el mismo N, pues si w_m disminuye el intervalo T aumenta.

En la práctica w_m y T pueden variar independientemente y en forma aleatoria.

En el caso de w_m , las variaciones pueden deberse a desplazamientos en el radio de giro r de la rueda moleteada, por juego mecánico.

Efectivamente, si R es el radio propio de la rueda moleteada y W la velocidad angular del tambor de arrollamiento, se tendrá:

$$2 \pi r W = 2 \pi R w$$

$$w = \frac{W}{R} \cdot r \quad \text{rev/seg} \quad (5)$$

Sustituyendo w en ec. 4

$$L = \frac{W}{R} \cdot z \cdot T \cdot r \quad \text{pulsos} \quad (6)$$

$$\pm \Delta L = \pm z \cdot T \cdot \Delta w = \pm \frac{W}{R} \cdot z \cdot T \cdot \Delta r \quad \text{pulsos}$$

$$\pm \frac{\Delta L}{L} = \pm \frac{\Delta r}{r}$$

$$\text{Por lo tanto si } \pm \frac{\Delta L}{L} \leq \frac{3}{10.000}$$

(es decir ± 3 mm en 10 metros de altura de líquido), $\Delta r/r$ deberá también ser menor o igual a 3×10^{-4} .

Como r en el equipo es del orden de 100 mm las variaciones máximas absolutas de r por juego mecánico deberán ser $\pm \Delta r_{\text{máx}} = 0,03$ mm.

Este cálculo da idea de la precisión requerida para la construcción del mecanismo del disco perforado y para la regulación de r .

En cuanto a T , las variaciones aleatorias ocurren por:

- variaciones de h_0 (fundamentalmente por alteraciones en la posición de la fuente auxiliar);
- variaciones aleatorias en la apertura y cierre de compuertas (por estadística de la radiación detectada e inestabilidad del circuito lógico).

Tanto las variaciones aleatorias de w como las de T determinan que, para un nivel fijo N , se obtengan diferentes valores L en sucesivas observaciones, como ya se ha demostrado (Tablas 1 y 3).

Analizado el comportamiento de los parámetros que intervienen en la medición y su influencia en las lecturas del equipo, veamos como se regula w .

Si $K = 1$ en ec. (3) resulta

$$L = N - h_0 \quad \text{pulsos} \quad (7)$$

Además, ec. (6):

$$L = \frac{W}{R} \cdot z \cdot T \cdot r \quad \text{pulsos}$$

En consecuencia:

$$N - h_0 = \frac{W}{R} \cdot z \cdot T \cdot r \quad \text{mm}$$

$$r = \frac{N - h_0}{\frac{W}{R} \cdot z \cdot T} \quad \text{mm} \quad (8)$$

Si bien en el segundo miembro de ec. (8), el numerador se conoce con exactitud pues h_0 ha sido previamente calculado (Sección 3.2.1) y N se mide sobre la regla patrón, el denominador debería determinarse con mediciones físicas de W , R y T que son difíciles de efectuar con precisión.

Para obviar este inconveniente se procede de la siguiente manera:

En lugar de medir individualmente los parámetros W , R y T , se determina el valor global del denominador de ec. (8), que es una constante.

Haciendo:

$$\frac{W}{R} \cdot z \cdot T = C = \text{constante}$$

y sustituyendo en ec. (8):

$$L = C \cdot r \quad (9)$$

La constante C se puede determinar con una serie de observaciones L_i , para diferentes radios r_i .

Al igual que en el caso anterior, referido al cálculo de h_0 , habrá dispersión de puntos alrededor de una recta.

El valor C deberá calcularse por cuadrados mínimos, y en lugar de L_i se usarán también los promedios $L_{i\ m}$, correspondientes a una serie de 10 observaciones para cada r_i .

Los diferentes valores de r_i se eligen para cubrir todo el ancho de la banda de rodamiento de la rueda moleteada, haciendo uso del mecanismo de regulación previsto en el equipo para tal efecto.

Si r_1 y r_2 representan los radios, de giro de ambas caras de la rueda moleteada, medidos con precisión respecto al centro del tambor de arrollamiento, el valor efectivo de r que interviene en los cálculos deberá ser tal que $r_1 < r < r_2$.

Los puntos de la rueda moleteada próximos a r_1 tienden a girar a menor velocidad que aquellos próximos a r_2 , generándose de este modo fuerzas de frotamiento opuestas en la zona de apoyo de la rueda.

Para el cálculo de r , aceptamos el criterio de que las fuerzas de fricción presentes a uno y otro lado de r sean iguales. Así se obtiene:

$$r = \left(\frac{r_1^2 + r_2^2}{2} \right)^{1/2} \quad \text{mm} \quad (10)$$

En la Tabla 4 se indican los resultados L_i obtenidos con siete diferentes radios r_i , para $N = 1682$ mm. Los valores medios $L_{i\ m}$ en función de r_i se representan gráficamente en la Fig. 4.

Con los datos de Tabla 4 y aplicando el método de los cuadrados mínimos resultó:

$$C = \frac{\sum L_{i\ m} r_i}{\sum r_i^2} = 15,707 \quad \frac{\text{pulsos}}{\text{mm}}$$

Por lo tanto, por ec. (8), siendo $N = 1682$ mm y $h_0 = 188,73$ mm:

$$r = \frac{1682 - 188,73}{15,707} = 95,07 \text{ mm}$$

Con los valores:

$$\begin{aligned} h_0 &= 188,73 \text{ mm} \\ r &= 95,07 \text{ mm} \end{aligned}$$

TABLA 4. LECTURAS OBTENIDAS VARIANDO EL RADIO DE GIRO r_i DE LA RUEDA
QUE MUEVE AL DISCO PERFORADO, PARA UN NIVEL FIJO $N = 1682$ mm

r_i (mm)	L_{i1}	L_{i2}	L_{i3}	L_{i4}	L_{i5}	L_{i6}	L_{i7}	L_{i8}	L_{i9}	L_{i10}	L_{im}
92, 11	1447	1448	1449	1447	1450	1449	1450	1452	1450	1449	1449, 1
93, 10	1466	1466	1465	1467	1466	1465	1468	1468	1465	1464	1466
94, 81	1491	1490	1491	1488	1490	1486	1489	1489	1489	1490	1489, 3
97, 01	1526	1523	1522	1524	1523	1525	1523	1525	1522	1523	1523, 6
98, 61	1548	1546	1550	1548	1549	1548	1548	1549	1550	1550	1548, 6
100, 31	1574	1573	1575	1574	1574	1577	1574	1573	1576	1576	1574, 6
102, 30	1607	1606	1609	1604	1602	1606	1602	1601	1603	1600	1604

se efectuaron 10 lecturas L_i a diferentes niveles N_i , obteniéndose los resultados de la Tabla 5.

A continuación se calculó la desviación normal de N con los datos de Tabla 5:

$$\sigma_{(N)} = \left[\frac{1}{10} \sum (N_i - L_i - h_o)^2 \right]^{1/2} = \pm 2 \text{ mm}$$

El error absoluto de medida ΔN que se obtendrá operando el prototipo bajo las características de funcionamiento adoptadas para este ensayo, y con el valor h_o de calibración calculado, será, en el 99,7 % de las veces:

$$\Delta N \leq \pm 3 \sigma_{(N)} \equiv \pm 6 \text{ mm}$$

Aproximadamente en el 87 % de los casos

$$\Delta N \leq \pm 1,5 \sigma_{(N)} \equiv \pm 3 \text{ mm}$$

Este último error y su probabilidad de ocurrencia, caen dentro de los límites originariamente previstos, al proyectar el equipo.

4.0.0 MEDICION DE DENSIDAD PROMEDIO

La intensidad n (cuentas/segundo) de radiación detectada por la sonda a través del líquido y de las paredes del tubo "by-pass", será, en un instante t cualquiera:

$$n = n_o e^{-\mu \phi p} \quad \text{c/s} \quad (11)$$

donde:

n_o : velocidad de cómputo a través del tubo vacío (c/s);

μ : coeficiente másico de atenuación para la radiación del ^{137}Cs en el líquido considerado (cm^2/g);

p : densidad del líquido en la zona de medición (g/cm^3);

ϕ : diámetro interior del tubo "by-pass" (cm).

TABLA 5. CORRELACION EXPERIMENTAL ENTRE EL NIVEL N_i (mm) Y LAS LECTURAS L_i (PULSOS) PARA $h_o = 188,73$ mm Y $r = 95,07$ mm

N_i (mm)	L_i (pulsos)	$L_i + h_o$ (mm)	$N_i - (L_i + h_o)$ (mm)	$[N_i - (L_i + h_o)]^2$ (mm) ²
1682	1495	1683,73	- 1,73	2,99
1530	1342	1530,73	- 0,73	0,53
1381	1194	1382,73	- 1,73	2,99
1224	1034	1222,73	+ 1,27	1,61
1087	897	1085,73	+ 1,27	1,61
891	701	889,73	+ 1,27	1,61
764	576	764,73	- 0,73	0,53
604	417	605,73	- 1,73	2,99
447	263	451,73	- 4,73	22,37
260	73	261,73	- 1,73	2,99

La intensidad n detectada por la sonda en distintos puntos de la columna líquida explorada durante su movimiento, puede variar debido a variaciones locales de densidad motivadas a su vez por diferencias de temperatura en el líquido.

Para calcular la densidad promedio del líquido mediante ec. (11), se deberá determinar previamente la intensidad media n_m correspondiente a la columna líquida explorada por la sonda, durante el intervalo T (segundos) de la medición:

$$n_m = \frac{1}{T} \int_0^T n_0 e^{-\mu \phi p} dt \quad \text{c/s} \quad (12)$$

El integral de ec. (12) está dado directamente por la cantidad N de pulsos acumulados en el escalímetro de los G.M. y el valor de T por los pulsos leídos en el escalímetro del reloj electrónico.

A igualdad de otros factores en ec. (11), se tendrá:

$$n = n_0 e^{-\mu \phi p} = \frac{N}{T} \quad \text{c/s} \quad (13)$$

donde ahora n y p se refieren a los valores medios de dichas variables ($n = n_m$, $p = p_m$).

4.1.0 ENSAYOS EXPERIMENTALES

El correcto funcionamiento del equipo para medidas de densidad, exige que las posibles variaciones de la intensidad de radiación detectada por la sonda, sean debidas exclusivamente a variaciones locales de densidad en la columna líquida explorada.

Ello significa que el producto $\mu \phi$ y el valor n_0 que intervienen en las ecuaciones anteriores, debieran ser parámetros constantes para cualquier nivel medido.

Para un dado material, el coeficiente másico de atenuación μ (cm^2/g) es constante. Además, como dicho coeficiente depende poco de la composición química, podemos considerarlo prácticamente invariable aún cuando la columna líquida explorada por la sonda no tenga una composición del todo homogénea y uniforme.

La constancia del diámetro interior ϕ del tubo "by-pass", en toda su longitud, queda asegurada dentro de las tolerancias de fabricación.

El valor n_0 depende de:

- la actividad A_0 (mc) de la fuente radiactiva;
- la geometría de medición;
- la cantidad, características y comportamiento de los G. M. ;
- del material y espesor de las paredes del tubo "by-pass", μ_0 (cm²/g) y x_0 (cm).

La multiplicidad de factores que pueden afectar el valor de n_0 , hace que este parámetro sea un parámetro crítico para evaluar el comportamiento del equipo en mediciones de densidad.

A fin de verificar experimentalmente la constancia de n_0 , se efectuaron 20 lecturas de dicho valor, de un minuto cada una, a diferentes niveles. Los resultados de ese ensayo se indican en la Tabla 6.

Procesando los datos para su análisis estadístico, se obtuvo:

$$n_{om} = 40.326 \quad \text{c/min} \quad (\text{no promedio})$$

$$\sigma(n_0) = 237,5 \quad \text{c/min}$$

De acuerdo al criterio de Chauvenet, todos los datos de la Tabla 6 son consis-
tentes.

4.2.0 CALIBRACION Y NORMALIZACION

La ec. (13) nos permite expresar la densidad promedio p del líquido, en función de las lecturas del equipo (N y T) y otros parámetros de la medición (μ , ϕ , n_0). En efecto:

$$p = - \frac{1}{\mu \phi} \ln \frac{n}{n_0} \quad \text{g/cm}^3 \quad (14)$$

donde:

$$n = \frac{N}{T} \quad \text{c/s}$$

La ec. (14) representa la curva de calibración del equipo, en unidades de densidad.

TABLA 6. LECTURAS DE n_0 PARA DIFERENTES NIVELES
TIEMPO DE MEDICION: UN MINUTO

Observación No.	Nivel h (cm)	Lectura n_0 (c/min)
1	102	40282
2	187	40839
3	273	40522
4	362	40499
5	450	40891
6	536	40127
7	621	40061
8	707	40401
9	794	40174
10	882	40241
11	971	40377
12	1058	40263
13	1145	40049
14	1231	40461
15	1325	40212
16	1370	40026
17	1412	40400
18	1498	40047
19	1561	40471
20	1642	40176

En la práctica, la calibración absoluta se traducirá en una tabla de valores o curva de $p = f(n)$, obtenida con ec. (14) una vez determinados con precisión el producto $\mu\phi$, y el parámetro n_0 .

El procedimiento de normalización es esencialmente similar al anterior, sólo que las lecturas n se normalizan respecto al valor n_0 . Por lo tanto la curva normalizada será $p = f(n/n_0)$.

La normalización tiene la ventaja de eliminar posibles errores debidos a variaciones de eficiencia de detección.

Aplicando logaritmos en ec. (11) resulta:

$$\ln n = \ln n_0 - \mu\phi p$$

haciendo:

$$\ln n = y$$

$$\ln n_0 = b$$

$$\mu\phi = a$$

será:

$$y = b - a p \quad (15)$$

Si tenemos una serie de L observaciones experimentales $y_i = f(p_i)$, el método de los cuadrados mínimos permitirá calcular los parámetros a y b de ec. (15), es decir los valores n_0 y $\mu\phi$:

$$a = \mu\phi = \frac{L \sum p_i y_i - (\sum p_i)(\sum y_i)}{(\sum p_i)^2 - L (\sum p_i^2)} \quad (16)$$

$$b = \ln n_0 = \frac{\sum p_i \sum p_i y_i - \sum p_i^2 \sum y_i}{(\sum p_i)^2 - L (\sum p_i^2)} \quad (17)$$

Para el cálculo de las expresiones (16) y (17) se realizó una serie de 8 mediciones estáticas, con la sonda detenida en la parte inferior del tubo "by-pass", utilizando soluciones de diferente densidad, obtenidas mediante mezclas de alcohol etílico y agua.

La densidad p_i de las mezclas se midió con picnómetro y los correspondientes valores n_i se determinaron con el equipo, empleando cinco minutos para cada lectura, a fin de disminuir los errores estadísticos. Los resultados de estos ensayos se resumen en la Tabla 7. y en la Fig. 5.

TABLA 7. RESULTADOS EXPERIMENTALES DE LAS MEDICIONES DE DENSIDAD

p_i g/cm ³	p_i^2	n_i c/min	$y_i = \ln n_i$	$p_i y_i$
0	0	40.320	10,605	0
0,874	0,764	16.280	9,698	8,476
0,877	0,769	16.220	9,694	8,502
0,886	0,785	15.870	9,672	8,569
0,905	0,819	15.740	9,664	8,746
0,934	0,872	15.240	9,632	8,996
0,977	0,954	14.560	9,586	9,366
1,000	1,000	14.240	9,564	9,564
$\sum 6,453$	$\sum 5,963$		$\sum 78,115$	$\sum 62,219$

Con los datos de la Tabla 7 se obtuvo:

$$a = \mu \phi = 1,043 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}}$$

$$b = \ln n_0 = 10,605 \quad \therefore \quad n_0 = 40.350 \text{ c/min}$$

Obsérvese que el valor de n_0 obtenido por el método de los cuadrados mínimos (40.350 c/min) se aproxima al valor promedio n_{0m} resultante de Tabla 6 (40.326 c/min).

Con los valores hallados de $\mu \phi$ y n_0 y con auxilio de las ecuaciones

$$n = n_0 \cdot e^{-\mu \phi p} \quad \text{c/s}$$

$$\frac{n}{n_0} = e^{-\mu \phi p}$$

construimos las correspondientes tablas numéricas de

$$p = f(n) \quad (\text{calibración})$$

$$p = f(n/n_0) \quad (\text{normalización})$$

que se resumen en la Tabla 8.

4.2.1 Errores en la medida de densidad

Expresando la densidad p en función de los parámetros del proceso de medición se tiene, por ec. (14):

$$p = \frac{1}{\mu \phi} \ln \frac{n_0}{N} \cdot T \quad (18)$$

Cualquier incertidumbre en los valores de $\mu \phi$, n_0 , N ó T se traducirá en un error $\pm \Delta p$, cuya magnitud podrá evaluarse derivando parcialmente la ecuación anterior, respecto al parámetro que corresponda.

4.2.1.1 Errores relativos: Los errores relativos se obtendrán como el cociente:

$$E_x = \pm \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_x = \pm \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \frac{\Delta x}{p} \quad (19)$$

TABLA 8. DENSIDAD p (g/cm³) EN FUNCION DE $n = N/T$ (c/s) Y n/n_0

Densidad	Leeturas	
	Absoluta	Normalizada
p g/cm ³	n c/s	n/n_0
0,700	324,1	0,4819
0,710	320,7	0,4769
0,720	319,4	0,4719
0,730	314,0	0,4669
0,740	310,8	0,4621
0,750	307,5	0,4572
0,760	304,5	0,4528
0,770	300,7	0,4472
0,780	298,1	0,4433
0,790	295,0	0,4387
0,800	291,9	0,4341
0,810	289,2	0,4300
0,820	285,8	0,4250
0,830	283,1	0,4209
0,840	279,8	0,4161
0,850	277,1	0,4120
0,860	274,2	0,4078
0,870	271,4	0,4035
0,880	268,7	0,3996
0,890	265,7	0,3951
0,900	263,1	0,3913
0,910	260,1	0,3868
0,920	257,6	0,3831
0,930	255,0	0,3791
0,940	252,2	0,3750
0,950	249,8	0,3715
0,960	246,9	0,3671
0,970	224,7	0,3638
0,980	241,8	0,3595
0,990	239,5	0,3561
1,000	237,0	0,3524

donde x representa un parámetro generalizado del que p depende, el cual tiene una incertidumbre $\pm \Delta x$, pequeña.

Reemplazando x sucesivamente por $\mu \phi$, n_0 , N y T se tendrá por ec. (18):

$$\left(\frac{\Delta p}{p} \right)_{\mu \phi} = \pm \frac{\Delta \mu \phi}{\mu \phi} \quad (20)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{p} \right)_{n_0} = \pm \frac{\Delta n_0}{n_0} \cdot \frac{1}{\mu \phi p} \quad (21)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{p} \right)_N = \pm \frac{\Delta N}{N} \cdot \frac{1}{\mu \phi p} \quad (22)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{p} \right)_T = \pm \frac{\Delta T}{T} \cdot \frac{1}{\mu \phi p} \quad (23)$$

donde:

$\pm \frac{\Delta \mu \phi}{\mu \phi}$: error relativo en el cálculo de $\mu \phi$ (habría que estimarlo);

$\pm \frac{\Delta n_0}{n_0}$: error relativo en el cálculo de n_0 ; se puede suponer menor ó igual a $\pm 3 \sigma_{n_0}/n_0$;

$\pm \frac{\Delta N}{N}$: error relativo en la medida de N ; depende del número N de cuentas de radiación acumuladas y vale $\pm 3 \sigma(N)/N$;

$\pm \frac{\Delta T}{T}$: error relativo en la medida de T , que vale $\pm 0,1/T$ (s).

Como en el equipo $\mu \phi p \simeq 1$ se tendrá:

$$\left(\frac{\Delta p}{p} \right)_{\mu \phi} = \pm \frac{\Delta \mu \phi}{\mu \phi}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{p} \right)_{n_0} \simeq \pm \frac{\Delta n_0}{n_0} = \pm \frac{3 \sigma_{n_0}}{n_0}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{p} \right)_N \simeq \pm \frac{\Delta N}{N} = \pm \frac{3}{N^{1/2}}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_T \simeq \pm \frac{\Delta T}{T} = \frac{0,1}{T}$$

y el error relativo total será:

$$\frac{\Delta p}{p} \simeq \pm \left[\left(\frac{\Delta \mu \phi}{\mu \phi}\right)^2 + \left(\frac{3\sigma_{n_0}}{n_0}\right)^2 + \left(\frac{3}{N^{1/2}}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{T}\right)^2 \right]^{1/2}$$

Los dos primeros términos se pueden despreciar frente a los dos restantes, de modo que, en definitiva

$$\frac{\Delta p}{p} \simeq \pm \left[\frac{9}{N} + \frac{1}{100 T} \right]^{1/2}$$

Si $T = 10$ seg y $N \simeq 3.000$ cuentas (densidad $\simeq 0,770$ g/cm³ en Tabla 8) se tendrá:

$$100 \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{T=10 s} \% \simeq \pm 6 \%$$

Este sería aproximadamente el error relativo de densidad para una exploración de 10 seg, equivalente a un recorrido de la sonda de 50 cm.

A igualdad de otras condiciones, el error relativo de densidad aumenta al disminuir la altura de líquido explorada.

En el caso anterior, para $T = 1$ segundo (equivalente a 5 cm de recorrido), resulta

$$100 \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{T=1 s} \% \simeq \pm 20 \%$$

Para disminuir el error relativo de p habría que aumentar N (más detectores o mayor actividad de la fuente) y/o T (reducir la velocidad de desplazamiento de la sonda).

Operativamente se logra el mismo efecto realizando varias lecturas en lugar de una sola, y tomando como valor de p , el promedio que resulta de todas las observaciones.

4.2.1.2 Error debido a la calibración estática: La calibración en condiciones estáticas, -con la sonda detenida y tal como fue realizada-, introduce un error respecto a la medición dinámica de densidad, que es la que realmente efectúa el equipo al estar la sonda en movimiento.

Ello se debe a que la apertura y cierre de las compuertas que regulan la acumulación de impulsos (de radiación, tiempo y movimiento) están gobernados por el brusco aumento de intensidad de radiación detectada por la sonda, en el momento en que aquella pasa frente a la fuente auxiliar y cuando la sonda sobrepasa el nivel del líquido en el tubo "by-pass".

Esta forma de comandar las compuertas, se traduce en un exceso en el número de pulsos de radiación acumulados, con respecto a los que corresponderían a un líquido de una dada densidad.

La situación se ilustra gráficamente en la Fig. 6, donde se ha reproducido un registro de la intensidad de radiación detectada por la sonda, estando el tubo "by-pass" parcialmente lleno de agua. En el mismo registro se ha indicado, conservando la escala, la señal de apertura y cierre de compuertas.

El área rayada en la Fig. 6, representa la cantidad total de impulsos de radiación acumulados entre la apertura y cierre de compuertas. Se observa que los picos de radiación introducen un error respecto al verdadero valor.

La magnitud del error vendrá determinada por el nivel medio de radiación n , la señal de disparo n_s , y la forma de los picos de radiación.

Como el rango de densidad medido por el equipo es relativamente pequeño (entre 0,7 y 1 g/cm³) el nivel medio de radiación también varía poco (de 324 a 237 c/s). Por lo tanto, el error absoluto será prácticamente independiente de la densidad del líquido.

En nuestro caso, y utilizando agua como líquido de ensayo, se obtuvo experimentalmente un exceso de 266 cuentas.

Una forma de reducir apreciablemente este error, consistiría en emplear un circuito de retardo para la apertura de las compuertas, a fin de evitar el cómputo del pico de radiación provocado por la fuente auxiliar.

Otra solución sería sustituir el sistema de la fuente auxiliar, por un dispositivo electromecánico que generara una señal eléctrica adecuada para la apertura de las compuertas.

5.0.0 RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El propósito fundamental para el que se diseñó y construyó el teledidor digital de nivel y densidad, fue demostrar la factibilidad del método elegido.

Para ello se eligieron determinadas condiciones de contorno, tanto en lo que hace al equipo en sí, como a los ensayos a que fue sometido.

Los errores obtenidos en las lecturas de nivel y densidad, caen dentro de los límites originariamente previstos.

Existe la posibilidad de reducir esos errores, ya sea modificando ciertas características de diseño o de funcionamiento, o bien afinando la calibración. Ello constituiría una tercera etapa que podría llamarse de perfeccionamiento del proyecto, que debería ser realizada por quienes eventualmente tuvieran interés en industrializar el equipo.

Dentro del propósito fundamental enunciado al principio los resultados de estos ensayos de laboratorio pueden considerarse altamente satisfactorios.

BIBLIOGRAFIA

Castagnet, A.C., Lorenzetti, J.R., Gillen, R., "Telemedición digital, por atenuación gamma, del nivel y densidad de líquidos almacenados en tanques", CNEA, EN - 7/14, (marzo 1969).

Holman, J.P., "Experimental Methods for Engineers" - McGraw Hill, Inc.

Doebelin, E.O., "Measurement Systems: Application and Design" - McGraw Hill, Inc.

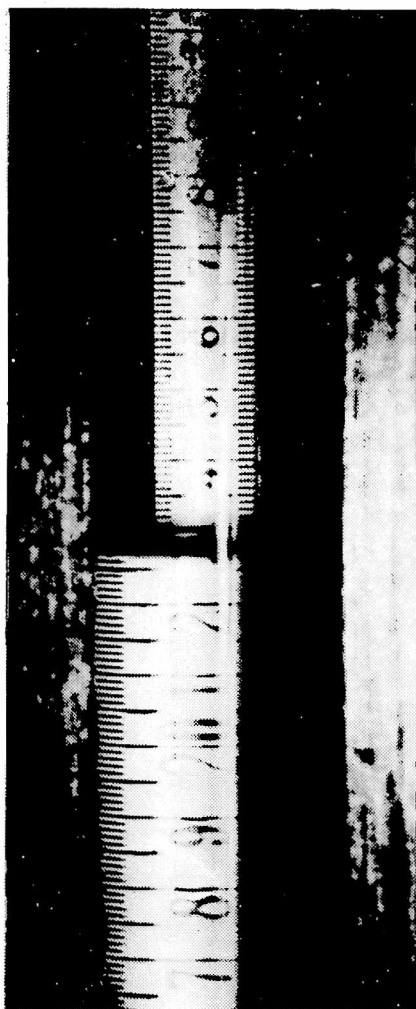


Fig. 1 Sector del tubo de vidrio conectado al "by-pass", con la regla milimetrada colocada en la parte posterior del mismo.

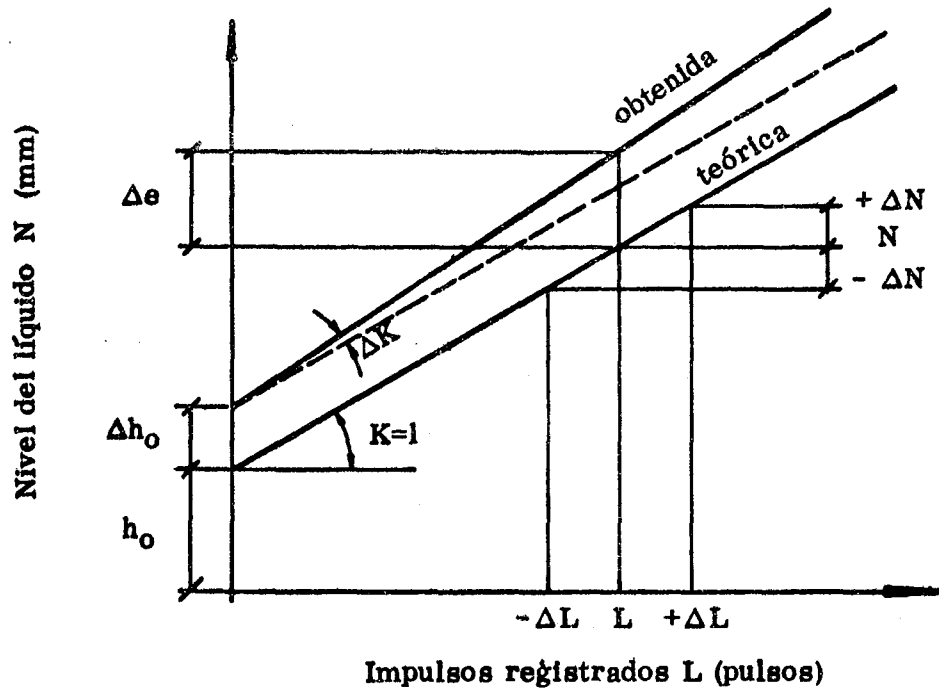


Fig. 2 Influencia de los errores de calibración

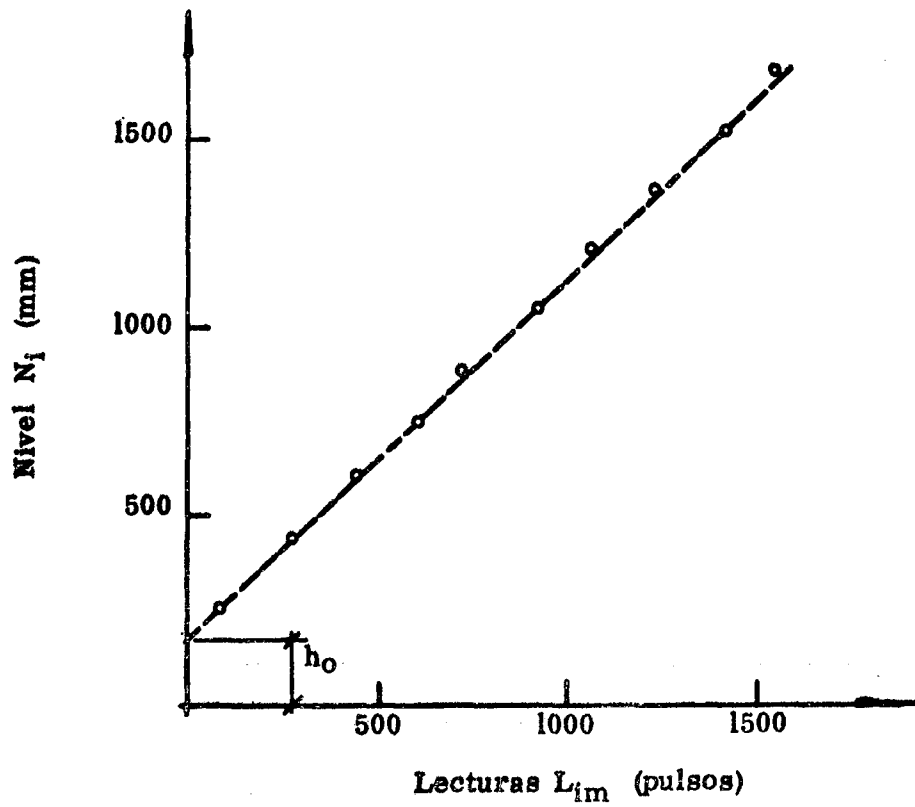


Fig. 3 Datos experimentales para el cálculo de h_0

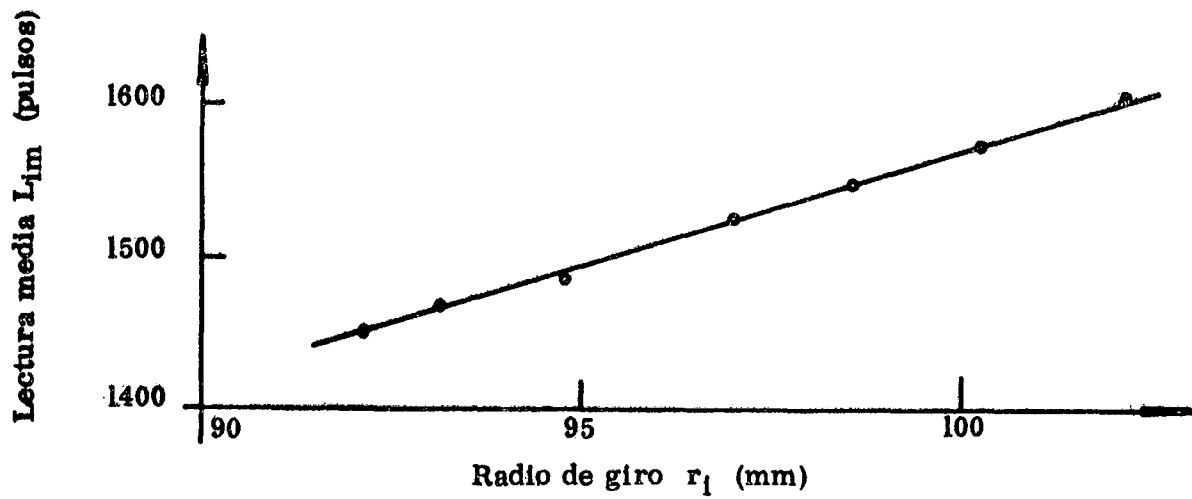


Fig. 4 Dispersión de los puntos experimentales $L_{lm} = f(r_l)$, para un nivel constante de líquido $N = 1.682$ mm.

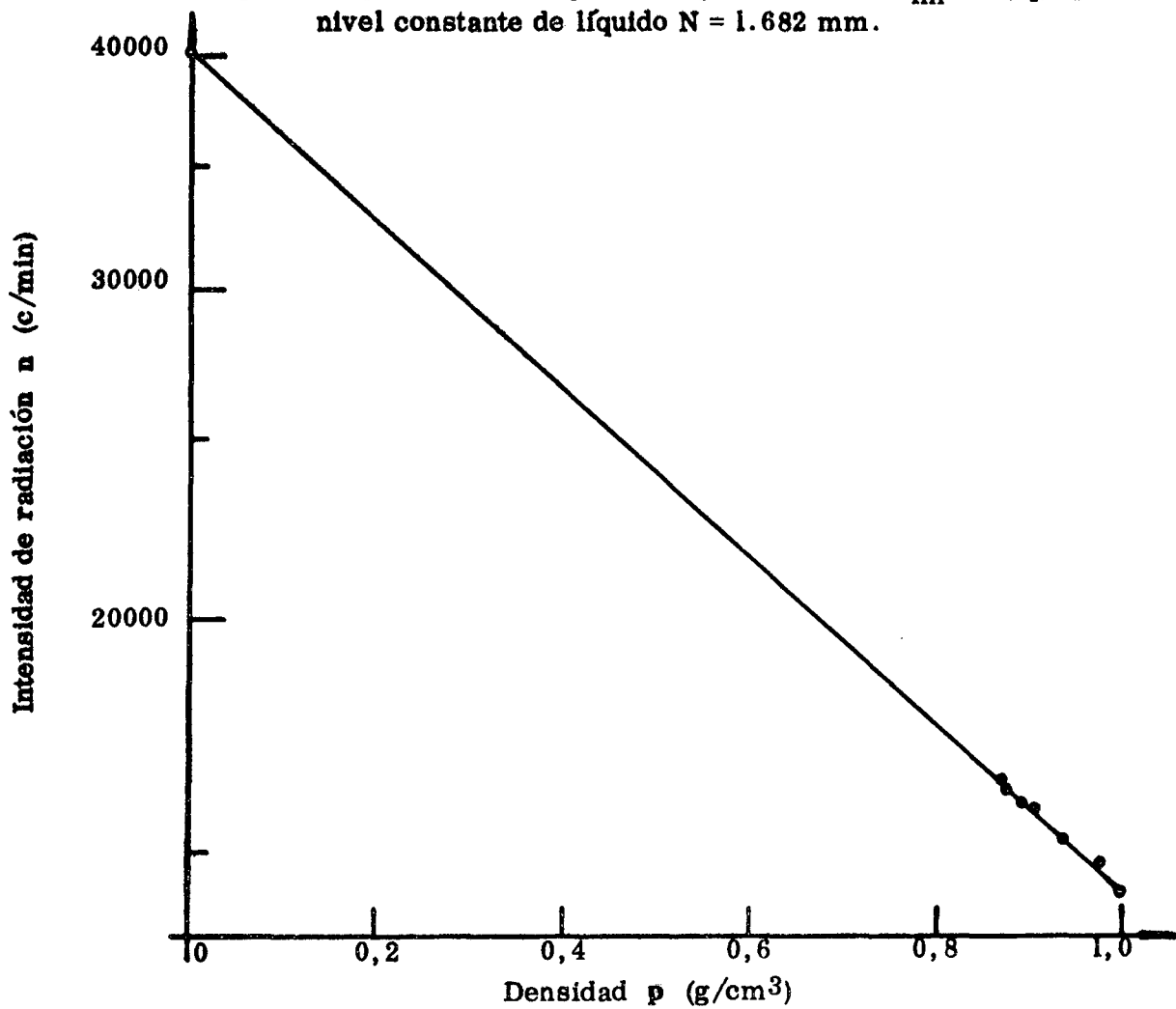


Fig. 5 Puntos experimentales de la curva de calibración de densidad. Los valores de n (c/min) se obtuvieron con lecturas de 5 min.

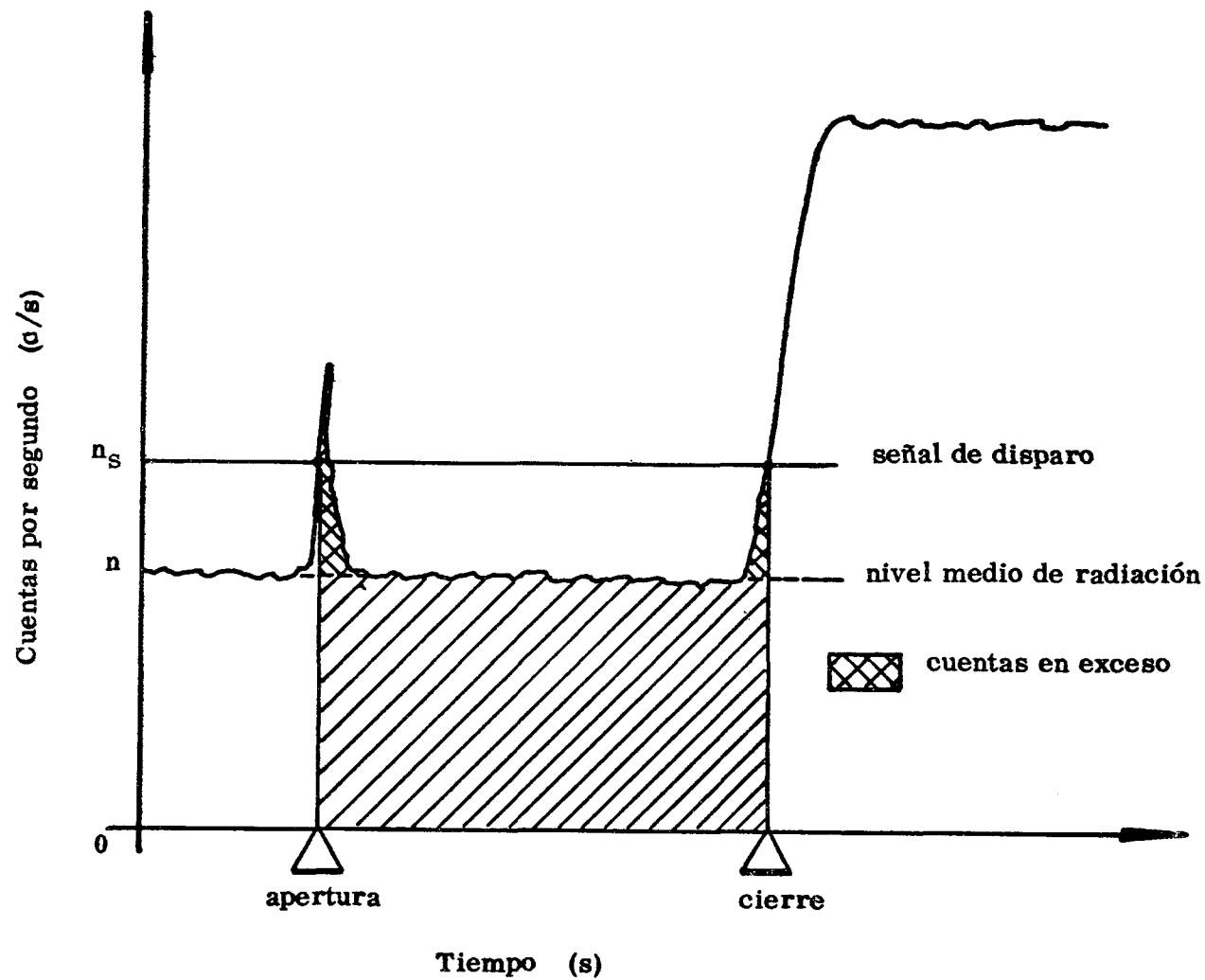
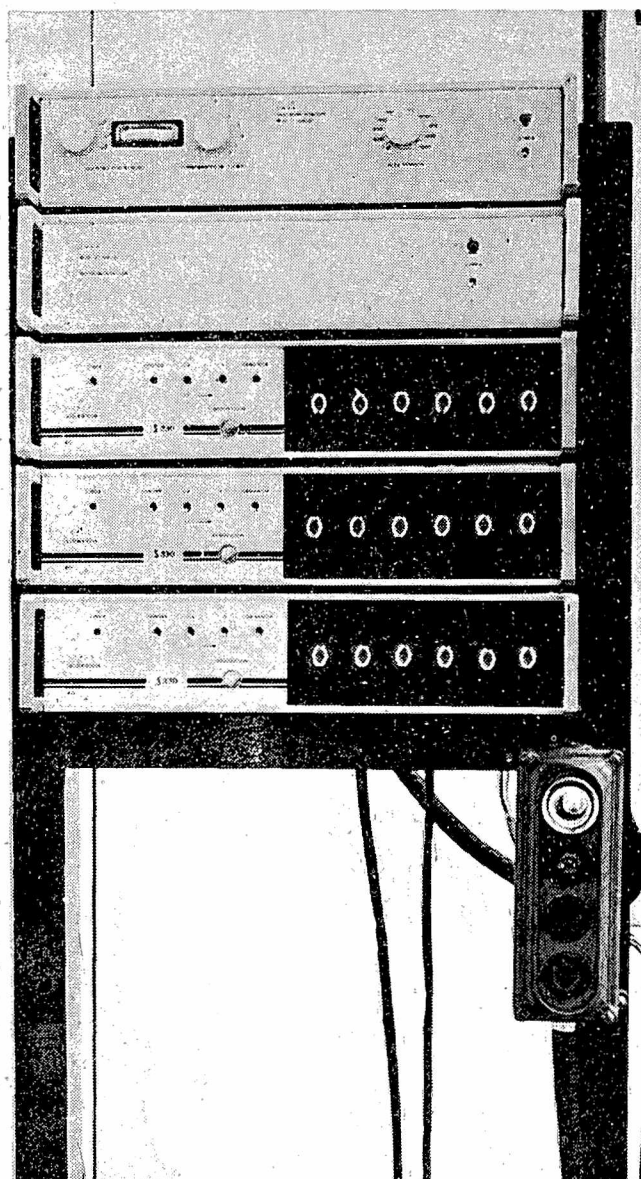


Fig. 6 Registro gráfico de la intensidad de radiación detectada por la sonda y pulsos acumulados (área rayada) entre apertura y cierre de compuertas.



◀ Conversor de frecuencia en amplitud

◀ Reloj, Sistema lógico y Compuertas

◀ Pulsos de nivel

◀ Pulsos de radiación

◀ Pulsos de tiempo

◀ Botonera de comando de la sonda móvil

Consola de control y lectura del telemedidor de nivel y densidad de líquidos.