

01.76.24

1

1976

MODELOS DE CONGLOMERADOS DE PARTICULAS Y  
TEORIA DE CAMPOS DE REGGEONES

Tesis presentada ante el Instituto de Física "Dr. José A. Balseiro" de la Universidad Nacional de Cuyo, para optar al título de Doctor en Física.

S. C. de Bariloche .

- 1976 -

01.76.

MODELOS DE CONGLOMERADOS DE PARTICULAS Y  
TEORIA DE CAMPOS DE REGGEONES

Tesis presentada ante el Instituto de Física "Dr. José  
A. Balseiro" de la Universidad Nacional de Cuyo, para  
optar al título de Doctor en Física.



Dr. Luis Maseri  
Asesor Científico



Lic. Néstor O. Parga  
Doctorando

S. C. de Barilocoche  
- 1976 -

## RESUMEN

Mediciones realizadas en los últimos años indicaron que tanto el pomerón como los reggeones son singularidades más complicadas que polos simples.

Analice los primero el pomerón. Las secciones eficaces totales luego de disminuir como una potencia (con excepción de  $\sigma^T(K^+p)$ ) hasta  $p_{\text{Lab}}$  del orden de las decenas de GeV/c comienzan a aumentar; así por ejemplo los datos de Fermilab y de ISR muestran para  $\sigma^T(pp)$  entre 70 y 1500 GeV/c un incremento del 10 %, un buen ajuste de esta subida es proporcional a  $s^{0.04}$  o  $\ln^{0.2}s$ . Este comportamiento se ha tratado de explicar con modelos que toman información de unitariedad en canal s o bien de unitariedad en canal t. Los primeros, de acuerdo con datos experimentales de funciones de correlación, suponen que la sección eficaz inelástica se construye con procesos de producción de partículas con correlaciones en rapidez de corto y de largo alcance; aquéllos en los que las correlaciones son del primer tipo dan el 80 % de  $\sigma_{\text{inel}}^T$  y contribuyen al pomerón desnudo, mientras que aquéllos en los que hay también correlaciones de largo alcance dan correcciones difractivas a dicha singularidad. Destaquemos que estas correcciones no aparecen a cualquier energía debido a que el pomerón necesita de un umbral en rapidez para manifestarse. Este esquema implica una relación de autoconsistencia para el pomerón, ya que éste aparece en la sección eficaz total, en la elástica y en los términos difractivos. Sin embargo si suponemos que el pomerón es un polo con intersección  $\alpha_p \geq 1$ , como todas las contribuciones son positivas obtenemos como resultado un pomerón no consistente y secciones eficaces totales que no satisfacen el límite de Froissart. Para salvar esta dificultad se introdujeron correcciones absorptivas en la forma de re-interacciones entre las partículas del estado inicial y las intermedias. Sin embargo en estos modelos no hay ningún criterio que fije cuáles son las correcciones absorptivas necesarias y subsisten los problemas mencionados.

La teoría de campos de reggeones (TCR) resuelve estas dificultades. Su derivación se realizó inicialmente usando diagramas híbridos de Feynman y expresa que las discontinuidades de la amplitud parcial en el plano  $J$  debida a los cortes de  $n$  reggeones pueden obtenerse considerando a éstos como cuasi-partículas en un espacio de dos dimensiones espaciales (parámetro de impacto) y una temporal (rapidez), llevando una energía  $E = 1 - J$  y un impulso  $\bar{k} \equiv \bar{k}_t$ . En este enfoque no se especifica cuál es el lagrangeano que gobierna a los reggeones; aunque hay libertad en su elección el caso más estudiado corresponde a una relación lineal entre  $E$  y  $k^2$  para el pomerón desnudo y una interacción  $\lambda_c \psi^3$ . El comportamiento asintótico de la amplitud ( $Y = \ln s \rightarrow \infty$ ) corresponde al límite infrarojo ( $E \rightarrow 0$ ) de esta teoría de campos; en él todos los cortes coinciden en  $J = 1$  y se deben utilizar métodos no perturbativos.

El grupo de renormalización, basado en la arbitrariedad en la elección de la normalización del campo y de los parámetros renormalizados de la teoría, nos permite escribir ecuaciones diferenciales para las funciones de Green que resultan una herramienta adecuada para analizar el comportamiento asintótico. Con el lagrangeano mencionado se obtiene  $\sigma^T \sim \ln^{-\gamma} s$  donde, según distintas estimaciones,  $1/4 \leq \underline{-\gamma} \leq 1/2$  respetando el límite de Froissart.

Es interesante notar que este resultado se obtiene aún cuando la TCR no introduce explícitamente unitariedad en canal  $s$ ; además al considerar la parte imaginaria de la amplitud tomando las discontinuidades de los gráficos de la TCR se puede ver cuáles son los procesos de producción de partículas necesarios para satisfacer el límite de Froissart, aparecen así contribuciones de tipo absorptivo, difractivo y poliperiférico. Se ha probado también que si a las dos últimas, ambas mayores que cero, se le agregan todas las correcciones absorptivas que fija la teoría, la parte imaginaria de la amplitud aún queda expresada como una suma de términos positivos.

Según mediciones del triple acoplamiento, el comportamiento asintótico dado por la TCR se establece recién a partir de  $Y \sim 8$ , de modo que para las energías accesibles actualmente debemos explicar el comportamiento de las secciones eficaces totales dentro de

un esquema perturbativo. El problema es complicado ya que si bien asintóticamente el acoplamiento  $\psi^3$  es el más importante, a baja energía seguramente es necesario considerar otras interacciones así como también el efecto del umbral del pomerón y la producción de pares  $K\bar{K}$  y  $N\bar{N}$ . En particular el umbral puede ser responsable de la subida de las secciones eficaces totales.

Aunque a energías más bajas, una descripción de las singularidades de Regge secundarias también presenta inconvenientes. La diferencia  $\Delta\sigma(\pi p) = \sigma^T(\pi^- p) - \sigma^T(\pi^+ p)$  dominada por el  $\rho$  da para esta singularidad una intersección más alta que la requerida por la sección eficaz diferencial de  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ , discrepancia que aún se mantiene si no consideramos los datos de Serpukhov. Además la trayectoria obtenida con datos de dicha sección eficaz diferencial tiene una clara dependencia con la energía, cosa que un polo simple no puede explicar. En cuanto al  $A_2$  los datos experimentales (producción de  $\eta$  y contribución a  $NN$ ) no aceptan una singularidad degenerada de intercambio con el  $\rho$ . Aunque recientemente se ha propuesto un mecanismo que rompe la degeneración de intercambio de los reggeones, éste afecta sólo a aquéllos con números cuánticos aditivos del vacío, de modo que el  $\rho$  y el  $A_2$  permanecen degenerados (no ocurre lo mismo con el  $\rho$  y el  $\omega$ ).

En este trabajo proponemos que estas dificultades pueden explicarse por medio de un umbral para los procesos de producción difractiva de partículas.

Para las singularidades secundarias  $\rho$  y  $A_2$  se construye un modelo para la parte imaginaria de la amplitud en el que ésta queda expresada como una suma de términos positivos correspondientes a la singularidad desnuda, que suponemos que es un polo simple y el mismo para el  $\rho$  y el  $A_2$ , y a la producción difractiva múltiple. El pomerón que interviene en estos últimos posee un umbral en rapidez lo que hace que a una energía finita dada sólo contribuyan un número finito de términos; por otra parte esto produce las variaciones de la intersección efectiva del  $\rho$  que muestran los datos experimentales, lográndose explicar simultáneamente el comportamiento de

$\Delta\sigma(\pi p)$  y  $\frac{d\sigma}{dt}(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n)|_{t=0}$ . Esto se debe a que la parte real de

la amplitud sigue a las oscilaciones, debidas al umbral, de la parte imaginaria con un cierto retraso resultando una relación de parte real a imaginaria menor que 1 en el rango de energía adecuado, dando así una intersección efectiva menor para la sección eficaz diferencial a  $t = 0$ .

La degeneración de intercambio del  $\rho$  y el  $A_2$  es rota por estas correcciones debido a distintos valores de sus acoplamientos con el pomerón, lo que permite obtener un buen acuerdo con las magnitudes dominadas por el  $A_2$ .

Los parámetros del modelo asociados al  $\rho$  se ajustan con  $\Delta\sigma(\pi p)$ ; mencionemos aquí solamente que la intersección de la singularidad desnuda resulta  $\alpha_0 = 0.1$ , interpretamos este resultado como el efecto de las correcciones absorptivas las que, aunque no fueron consideradas explícitamente, bajan el valor de la intersección del reggeon.

Con respecto al pomerón se considera un umbral  $\Delta$  en la TCR con un triple acoplamiento, estableciéndose una jerarquía entre los diagramas en general distinta de la dada por la constante de acoplamiento. Cada diagrama tiene un umbral  $N\Delta$ , donde  $N$  es el número de propagadores que se encuentran al atravesarlo en el camino más largo y siguiendo la flecha que indica la dirección de propagación del pomerón,

También se verifica que el nuevo parámetro no modifica el comportamiento asintótico de la teoría sin umbrales, respetándose el límite de Froissart. A pesar que la relevancia del umbral es mayor a baja energía, una aplicación fenomenológica correcta de esta teoría no es inmediata ya que, como dijimos, no sabemos cual es la interacción adecuada.

En el Cap. I se detalla la información experimental sobre secciones eficaces totales, amplitudes dominadas por el  $\rho$  y el  $A_2$  y sobre funciones de correlación. En base a estos últimos datos en el Cap. II se describen algunos modelos para la parte imaginaria de la amplitud elástica introduciéndose además las correcciones

absortivas; en la segunda parte del capítulo se detallan algunas ideas sobre las singularidades desnudas y mecanismos que rompen la degeneración de intercambio.

El modelo mencionado para las singularidades secundarias se desarrolla en el Cap. III, donde también se lo compara con los datos experimentales y se discuten los resultados.

En el Cap. IV se describe la TCR y se explica como introducir un umbral para el pomerón. En el capítulo siguiente se analiza el contenido en procesos de producción de partículas de la TCR, en contrándose el peso con que contribuye cada uno de ellos. Luego de demostrar que todas las correcciones absortivas a un diagrama difractivo dado no cambian el signo del mismo, consideramos una forma más razonable de asignar el umbral al pomerón, dándoselo solamente a los vértices difractivo y poliperiférico pero no al absortivo, de esta manera se consigue que las correcciones absortivas no modifiquen el umbral del diagrama al que se aplican.

Finalmente se interpreta el modelo del Cap. III como una aplicación de estas ideas para las singularidades secundarias.

## INDICE

Cap. I : Fenomenología .....	pág. 1
Cap. II : Modelos basados en unitariedad en canal s .....	pág. 13
Autoconsistencia del pomerón, Correcciones absor <u>tivas</u> .....	pág. 13
Singularidades desnudas .....	pág. 23
Cap. III : Modelo de conglomerados de partículas para singu <u>laridades</u> de Regge secundarias .....	pág. 29
Descripción del modelo .....	pág. 29
Comparación con los datos experimentales .....	pág. 39
Cap. IV : Modelos basados en unitariedad en canal t .....	pág. 44
Motivación de la teoría de campos de reggeones .	pág. 44
Teoría de campos de reggeones .....	pág. 47
Teoría de campos de reggeones con umbrales .....	pág. 65
Cap. V : Contenido de unitariedad en canal s de la teoría de campos de reggeones .....	pág. 73
Agradecimientos .....	pág. 84
Notas .....	pág. 85
Explicación de figuras .....	pág. 86
Referencias .....	pág. 88

## I. FENOMENOLOGIA.

En el estudio de una reacción hadrónica ha resultado sumamente útil, tanto en procesos de dos a dos o de dos a  $n$  partículas, el análisis de los números cuánticos que es posible intercambiar en el canal  $t$ . En efecto, que en una reacción sea posible o no el intercambio de números cuánticos del vacío en dicho canal hace que el comportamiento de las magnitudes medidas sea totalmente distinto. Si tal intercambio es posible al mecanismo dominante se lo llama difractivo y en caso contrario no difractivo o multiperiférico. Sin tomar ningún modelo en particular, lo que caracteriza a los datos experimentales correspondientes es su dependencia con la energía.

Analicemos primero las secciones eficaces totales (Fig.1). Los datos que se disponía hasta 1973 indicaban que éstas disminuían con la energía y que tendían a hacerse constantes para  $p_{\text{Lab}}$  del orden de decenas de GeV/c. Sin embargo los datos de Serpukhov ya indicaban que  $K^+p$  aumentaba con la energía. Las mediciones del CERN en 1973 mostraron que la sección eficaz total para  $pp$  luego de llegar a un mínimo para  $p_{\text{Lab}} \approx 70$  GeV/c comienza a subir, y en el rango de energía medido (hasta  $p_{\text{Lab}} \approx 2000$  GeV/c) aumenta un 10%. Datos de Fermilab de las secciones eficaces totales  $\sigma^T(\pi^+N)$ ,  $\sigma^T(K^+N)$  y  $\sigma^T(\bar{p}p)$  mostraron que todas ellas tienen un comportamiento similar. Como se dijo la primera en aumentar es  $\sigma^T(K^+p)$  que posee el mínimo en  $p_{\text{Lab}} \approx 15$  GeV/c, la última en hacerlo es  $\sigma^T(\bar{p}p)$  que a la máxima energía medida ( $p_{\text{Lab}} \approx 250$  GeV/c) sólo muestra un achatamiento debido a un posible mínimo.

A baja energía  $\sigma^T(K^+p)$  es constante, mientras que las otras secciones eficaces totales disminuyen como una potencia, haciéndolo más suavemente  $\sigma^T(pp)$ . Sin embargo todas ellas tienen un comportamiento similar a energías altas. Aunque existen numerosos ajustes <sup>(2)</sup>, no es posible favorecer a ninguno de ellos mientras no se mida a energías mayores; sin entrar en detalles, se puede aceptar que la subida es de tipo logarítmico o alguna potencia pequeña de la energía. Notemos además que la diferencia  $\Delta\sigma(ab) = \sigma^T(\bar{a}b) - \sigma^T(ab)$  tiende a

anularse, de acuerdo con consideraciones muy generales de analiticidad y cruce<sup>(3)</sup>.

La semejanza del comportamiento con la energía que muestran todas las secciones eficaces totales para  $p_{\text{Lab}}$  mayores que algunas decenas de GeV/c, así como la igualdad  $\sigma(\bar{a}b) = \sigma(ab)$  nos hace pensar que a esta energía todas ellas están dominadas por un mismo mecanismo, mientras que la causa que las diferenciaba a menor energía se va agotando. Tal mecanismo, que nos da secciones eficaces totales constantes (salvo factores  $\log^\beta s$ ) es lo que hemos llamado difracción. La diferencia entre  $\sigma^T(pN)$  y  $\sigma^T(\pi N)$  o  $\sigma^T(KN)$  suele explicarse con un modelo sencillo de quarks; en efecto mientras que un mesón está formado por un par quark-antiquark un barión posee tres quarks, de modo que si suponemos que a alta energía las interacciones entre dos quarks se producen en forma independiente de los otros, tenemos para  $s \rightarrow \infty$

$$R_2 = \frac{\sigma^T(\pi N)}{\sigma^T(KN)} \rightarrow 1 \qquad R_1 = \frac{\sigma^T(\pi N)}{2/3 \sigma^T(NN)} \rightarrow \frac{1}{2} \quad (1)$$

Para  $p_{\text{Lab}} = 200$  GeV/c  $R_1 \approx 1.1$ ,  $R_2 \approx 1.2$ , ambas con tendencia a disminuir.

Si en cambio observamos una reacción con intercambio de números cuánticos en el canal  $t$ , como por ejemplo  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$  ( $\pi N$  con intercambio de carga), vemos que la sección eficaz diferencial

$\frac{d\sigma}{dt}(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) \Big|_{t=0}$  luego de pasar la zona de resonancia comienza a disminuir como una potencia:  $s^{2\alpha-2}$ , cosa que aún ocurre a energías de FNAL. Este comportamiento es el que caracteriza a los procesos no difractivos.

Notemos que esta sección eficaz diferencial y  $\Delta\sigma(\pi p)$  se obtienen de una misma amplitud, de modo que el mecanismo responsable del comportamiento tipo potencia que presentan las secciones eficaces totales a baja energía es el mismo que aparece con el intercambio de números cuánticos.

Observemos también que como los números cuánticos en el canal  $t$  pueden cambiar, el exponente  $\alpha$  no siempre es el mismo; sin embargo en general es  $\alpha \approx 0.5$ .

Traduciendo este comportamiento a las amplitudes vemos que

$$\text{Im } F_D(s,0) \approx s \log^\beta s \quad \beta \lesssim 2 \quad (2)$$

$$\text{Im } F_M(s,0) \approx s^{\alpha(0)} \quad \alpha(0) \approx 0.5, \quad (3)$$

donde  $F_D$  y  $F_M$  son las amplitudes difractiva y multiperiférica respectivamente.

Comparando la relación de parte real a imaginaria de la amplitud elástica  $pp$  con la correspondiente a  $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$ , encontramos otra diferencia entre las componentes difractiva y no difractiva.

Así, mientras que la primera es pequeña y se anula en  $p_{\text{Lab}} \approx 200$  GeV/c, la segunda tiende a permanecer constante y del orden de 1. Esto nos indica que en  $pp$  la amplitud es prácticamente imaginaria y los canales inelásticos tan grandes como lo permite unitariedad.

La amplitud en el plano de impulso angular  $J$ , se obtiene por medio de la transformada de Mellin:

$$F(J,t) = \int_{s_0}^{\infty} ds \quad s^{-J-1} \text{Im } F(s,t). \quad (4)$$

En general  $F(J,t)$  tiene singularidades en el plano  $J$ ; si la amplitud que se analiza corresponde a un proceso difractivo a la singularidad dominante se la llama pomerón (P), mientras que en el caso de un proceso no difractivo corresponden a los reggeones (R).

Un polo simple en el plano  $J$  aparece como una potencia en  $s$

$$\frac{1}{J-\alpha(t)} = \int_{s_0}^{\infty} ds \quad s^{-J-1} s^{\alpha(t)}, \quad (5)$$

donde se ha supuesto que las singularidades se mueven con  $t$ ; usualmente se toma trayectorias lineales  $\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t$ .

En un modelo de Regge podemos parametrizar las secciones eficaces totales de acuerdo a las singularidades que intervienen, así obtenemos:

$$\begin{aligned} \sigma^T(\pi^\pm p) &= \sigma_p(\pi N) \mp \sigma_\rho(\pi N) + \sigma_{P'}(\pi N) \\ \sigma^T(K^\pm p) &= \sigma_p(KN) \mp \sigma_\rho(KN) \mp \sigma_\omega(KN) + \sigma_{A_2}(KN) + \sigma_{P'}(KN) \\ \sigma^T(p^\pm p) &= \sigma_p(NN) \mp \sigma_\rho(NN) \mp \sigma_\omega(NN) + \sigma_{A_2}(NN) + \sigma_{P'}(NN) \quad (6) \\ \sigma^T(K^\pm n) &= \sigma_p(KN) \mp \sigma_\rho(KN) \mp \sigma_\omega(KN) - \sigma_{A_2}(KN) + \sigma_{P'}(KN) \\ \sigma^T(p^\pm n) &= \sigma_p(NN) \mp \sigma_\rho(NN) \mp \sigma_\omega(NN) - \sigma_{A_2}(NN) + \sigma_{P'}(NN) \end{aligned}$$

donde, si además suponemos que las singularidades en el plano  $s$  son polos, cada  $\sigma_i(ab)$  puede parametrizarse:

$$\sigma_i(ab) = \beta_{ab}^i s^{\alpha_i - 1} \quad (7)$$

o, factorizando el residuo:

$$\sigma_i(ab) = \gamma_i^a \gamma_i^b s^{\alpha_i - 1} \quad (8)$$

Combinando en forma adecuada las secciones eficaces totales podemos obtener la contribución de distintas singularidades de Regge, así por ejemplo:

$$1/2 \Delta\sigma(\pi p) = \sigma_\rho(\pi N) \quad (9)$$

$$\frac{\Delta\sigma(Kp) - \Delta\sigma(Kn)}{4} = \sigma_\rho(KN) \quad (10)$$

$$\frac{\sigma^T(K^-p) - \sigma^T(K^-n)}{2} = \sigma_\rho(KN) + \sigma_{A_2}(KN) \quad (11)$$

$$\frac{\Delta\sigma(pp) - \Delta\sigma(pn)}{4} = \sigma_\rho(NN) \quad (12)$$

$$\frac{\Sigma(pp) - \Sigma(pn)}{4} = \sigma_{A_2}(NN) \quad (13)$$

$$\frac{\sigma^T(pp) - \sigma^T(pn)}{2} = \sigma_{A_2}(NN) - \sigma_\rho(NN) \quad (14)$$

$$\text{Siendo } \Sigma(ab) = \sigma^T(\bar{a}b) + \sigma^T(ab) \quad (15)$$

Estas singularidades pueden estudiarse también por medio de secciones eficaces diferenciales, por ejemplo en las reacciones:

$$\pi^- p \rightarrow \pi^0 n \quad (\rho) \quad (16)$$

$$K^- p \rightarrow \bar{K}^0 n \quad (\rho, A_2) \quad (17)$$

$$\pi^- p \rightarrow \eta^0 n \quad (A_2) \quad (18)$$

Un modelo de polos de Regge, aunque da resultados cualitativamente correctos, presenta discrepancias entre las singularidades determinadas con secciones eficaces diferenciales y las halladas con combinaciones de secciones eficaces totales.

Por ejemplo, mientras que  $\Delta\sigma(\pi p)$  da un  $\rho$  de intersección  $\alpha_\rho(0) \approx 0.57$ , la sección eficaz diferencial correspondiente a  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$  se ajusta bien con  $\alpha_\rho(0) \approx 0.50$  <sup>(4)</sup>; esta discrepancia aún subsiste si no consideramos los datos de Serpukhov. Más aún, si analizamos  $\Delta\sigma(\pi p)$  con más detalle vemos que para  $p_{Lab} \approx 5-20 \text{ GeV}/c$

se requiere un  $\alpha_\rho(0) \approx 0.55$  mientras que en  $p_{\text{Lab}} \approx 20 - 50 \text{ GeV/c}$ , considerando los datos de Serpukhov, es necesario un  $\alpha_\rho(0) \approx 0.67$  para volver a  $\alpha_\rho(0) \approx 0.55$  en los últimos datos de Batavia <sup>(5)</sup> ( $p_{\text{Lab}} \approx 50 - 200 \text{ GeV/c}$ ); claramente si la estructura en el plano  $J$  fuera un polo simple,  $\alpha_\rho(0)$  sería independiente de la energía.

También se observa una dependencia en la energía en la travectoria del  $\rho$  extraída de  $\frac{d\sigma}{dt}(\pi^-p \rightarrow \pi^0n)$  <sup>(5)</sup>. Para  $p_{\text{Lab}} \approx 6 - 18 \text{ GeV/c}$ ,  $\alpha_\rho(0) \approx 0.6$  mientras que para  $20 - 100 \text{ GeV/c}$ ,  $\alpha_\rho(0) \approx 0.47$  cruzándose ambas travectorias en un valor de  $t$  que los datos no permiten precisar.

En cuanto a la contribución del  $\rho$  a  $\Delta\sigma(Kp) - \Delta\sigma(Kn)$ , la singularidad obtenida con  $\Delta\sigma(\pi p)$  da un buen ajuste cuando los acoplamientos se relacionan con  $SU(3)$ .

Los datos experimentales violan claramente la degeneración de intercambio del  $\rho$  con  $A_2$ . Si bien ésta parece necesaria para explicar la constancia de  $\sigma^T(K^+p)$  a baja energía, la sección eficaz diferencial para producción de  $\eta$  requiere  $\alpha_{A_2}(0) \approx 0.4$ , valor bastante menor que el del  $\rho$ . Así mismo, la diferencia  $\left\{ \sigma^T(pp) - \sigma^T(pn) \right\}$  dominada por  $A_2$ - $\rho$  debería anularse si las singularidades fueran degeneradas de intercambio. La diferencia de secciones totales  $\sigma^T(K^-p) - \sigma^T(K^-n)$  posee errores tan grandes que no permite distinguir entre un polo  $A_2$  degenerado o no con el  $\rho$ .

Finalmente, si se combina el  $\rho$  determinado con  $\Delta\sigma(\pi p)$  con el  $A_2$  obtenido con  $\left. \frac{d\sigma}{dt}(\pi^-p \rightarrow \eta n) \right|_{t=0}$  o con un  $A_2$  degenerado con el  $\rho$ , no es posible ajustar la rápida caída de la sección eficaz diferencial de  $K^-p \rightarrow \bar{K}^0n$  a  $t=0$ .

Hasta ahora hemos definido las componentes difractiva y no difractiva en base al comportamiento con la energía de las secciones eficaces totales y sus diferencias; sin embargo las secciones eficaces totales se construyen como suma de procesos de  $2 \rightarrow n$  partículas:

$$\sigma^T = \sigma_{el} + \sum_n \sigma_n = R + P, \quad (19)$$

y si queremos saber algo más de la naturaleza de las componentes  $R$  y  $P$  debemos analizar qué parte de  $\sigma_{el}$  y  $\sigma_n$  contribuye a cada

una de ellas. La sección eficaz elástica es un 20% de la total, y su comportamiento es análogo al de ésta. Los datos experimentales llegan hasta  $p_{Lab} \approx 200$  GeV/c, salvo para pp, donde se midió hasta  $\approx 1500$  GeV/c<sup>(6)</sup>. Supondremos que la singularidad que domina la sección eficaz elástica una vez agotados los efectos de baja energía es la misma que lo hace en las secciones eficaces totales. Un estudio detallado de  $\sigma_n$  exige el conocimiento de las reacciones exclusivas:  $a + b \rightarrow c_1 + c_2 + \dots + c_n$  en la que se observan las  $n$  partículas finales, sin embargo puede obtenerse una información apreciable del análisis de reacciones inclusivas:  $a + b \rightarrow c + X$  donde sólo se analiza la partícula final  $c$  y las otras se engloban en  $X$  con una masa  $M$ .

Notemos que la reacción inclusiva  $a + b \rightarrow c + X$  nos permite estudiar sólo la relación que existe entre  $c$  y  $s^2$ ; si además nos interesa la correlación entre las partículas finales debemos analizar como mínimo dos de ellas, es decir la reacción inclusiva  $a + b \rightarrow c_1 + c_2 + X$ .

Antes de examinar los datos experimentales observemos que la reacción  $a + b \rightarrow c + X$  depende de tres variables ya que además de  $s$  y  $t$  es necesario especificar  $M^2$ . Suele convenir utilizar otro conjunto de variables, a continuación definimos algunas usuales (\* indica sistema centro de masa):

impulso longitudinal de la partícula $c$	$p_L^c$	
impulso transversal de la partícula $c$	$p_t^c$	
variable de Feynman	$x = p_L^*/p^*$	$\sim 2p_L^*/\sqrt{s}$
rapidez	$y_c = 1/2 \ln \left[ \frac{E_c + p_c}{E_c - p_c} \right]$	

La rapidez de una partícula en el sistema en el que se halla en reposo es 0. Así en el sistema de laboratorio la rapidez del blanco es 0 y la del proyectil es  $v = 1/2 \ln \frac{E_a + p_{Lab}}{E_a - p_{Lab}}$ ; la rapidez de  $c$  estará entre  $(0, v)$ .

Algunas relaciones entre estas variables son:

$$p_L = m_t \operatorname{sh} y \quad (20)$$

$$E = m_t \operatorname{ch} y \quad (21)$$

$$v = \ln \left( \frac{s}{(m_a + m_b)^2} \right) \quad (22)$$

$$|x| = 1 - M^2/s, \quad (23)$$

siendo  $m_t^2 = m^2 + p_t^2$ .

Veamos primero como se reparte la energía. En el sistema centro de masa

$$\sqrt{s} = \sum_{i=1}^n E_i^{*2} = \langle n \rangle \sqrt{m^2 + p_t^{*2} + p_L^{*2}}, \quad (24)$$

de donde, cinemáticamente, la multiplicidad media puede aumentar a lo sumo como  $\sqrt{s}$ . Sin embargo sólo lo hace logarítmicamente, algunos ajustes dan para la multiplicidad de partículas cargadas <sup>(7)</sup>

$$\langle n_c \rangle = 1.4 \ln s - 1 = 1.5 s^{0.3} \quad (25)$$

Así para  $\sqrt{s} = 53$  GeV tenemos  $\langle n \rangle = \langle n_c \rangle + \langle n_n \rangle = 12 + 6 \approx 53$ , siendo  $n_n$  la multiplicidad de partículas neutras. Además  $p_t$  es pequeño y prácticamente independiente de la energía, dependiendo de la partícula producida varía entre 350 y 450 MeV/c. De modo que la mayor parte de la energía se usa para dar impulso longitudinal a las partículas creadas; despreciando  $\ln s$  tenemos

$$\langle p_L^* \rangle = \kappa \sqrt{s} \quad (26)$$

donde  $\kappa$  depende del tipo de partícula producida.

Nos ocuparemos entonces de describir la distribución en impulso longitudinal, o alternativamente en  $x$  o en  $y$ , de las partículas observadas. Las cantidades de interés son:

sección eficaz diferencial inclusiva

$$F^{ab, c_1 \dots c_n} = E_{c_1} \dots E_{c_n} \frac{d^R \sigma}{dp_{c_1} \dots dp_{c_n}}, \quad (27)$$

distribución en rapidez de una partícula

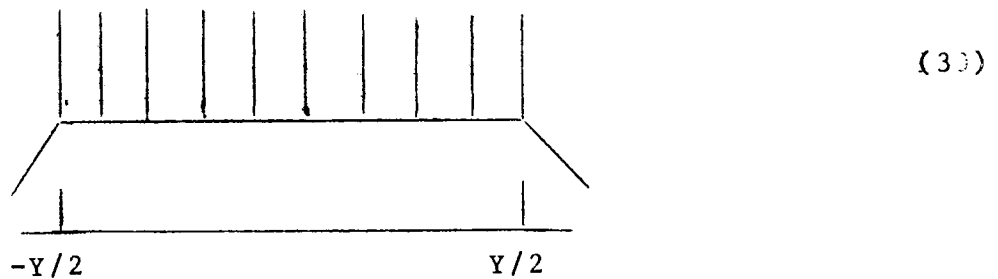
$$\rho(y) = \frac{1}{\sigma^T(ab)} \int d^2 p_t E \frac{d\sigma}{d^2 p_t dp_L}, \quad (28)$$

función de correlación entre dos partículas

$$C(s, p_{c_1}, p_{c_2}) = \frac{F^{ab, c_1 c_2}}{\sigma^T(ab)} - \frac{F^{ab, c_1} F^{ab, c_2}}{\sigma^T(ab)}. \quad (29)$$

En la Fig.2 se muestra  $F^{pp, c}$  a  $p_t$  fijo. Para  $c = \pi^\pm, K^\pm, \bar{p}$  vemos que las respectivas distribuciones tienen la misma forma: son pequeñas para  $y_{Lab}^c \sim 0$ , desde donde aumentan hasta llegar a un plateau (casi constante en  $s$ ) para  $y_{Lab}^c \gtrsim 2$ . Además, siendo simétrica respecto de  $Y/2$ ,  $F^{pp, c}$  presenta un comportamiento análogo hasta

$v_{Lab}^c \sim Y$  donde vuelve a anularse. Notemos también que la relación  $\frac{r_{pp, \pi^+}}{r_{pp, \pi^-}}$  y la análoga para kaones siendo algo mayores que 1 para  $v_{Lab}^c \sim 0$  tienden rápidamente a 1. Analizando en la variable  $x$ , el plateau aparece centrado en  $x \approx 0$  ( $p_L^* \approx 0$ ) de modo que estas partículas acompañan al centro de masa; se dice que están en la zona central. Es interesante estudiar la función de correlación de dos de estas partículas; el grupo de Pisa-Stony Brook la midió para partículas cargadas en función de la variable  $\eta = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{p+p_L}{p-p_L} \right]$  de cada partícula análoga a la rapidez  $v^{(0)}$ . Los datos muestran un máximo de la función de correlación independiente de la energía y de ancho  $|\eta_1 - \eta_2| \approx 2$  para  $\eta_1 \approx 0$ , es decir cuando ambas partículas están en la zona central, sugiriendo una distribución en la rapidez de la forma



donde la diferencia en rapidez de una partícula con su vecina es menor que 2.

Si en cambio consideramos la reacción inclusiva  $pp \rightarrow pX$ , vemos que  $r_{pp, p}$  presenta un pico para  $y_{Lab}^p \sim 0$  para luego caer hacia un valor constante. En la variable  $x$  el pico se ubica en  $|x| \approx 0.3$ .

La mejor resolución del pico corresponde al experimento de Columbia - Stony Brook en NAL <sup>(10)</sup>, además las mediciones corresponden a  $t$  pequeño. El máximo se ubica en  $M^2 \approx 3 - 4 \text{ GeV}^2$ , y la distribución se achata para  $M^2 \approx 16 \text{ GeV}^2$ . Un buen ajuste de la caída está dado por:

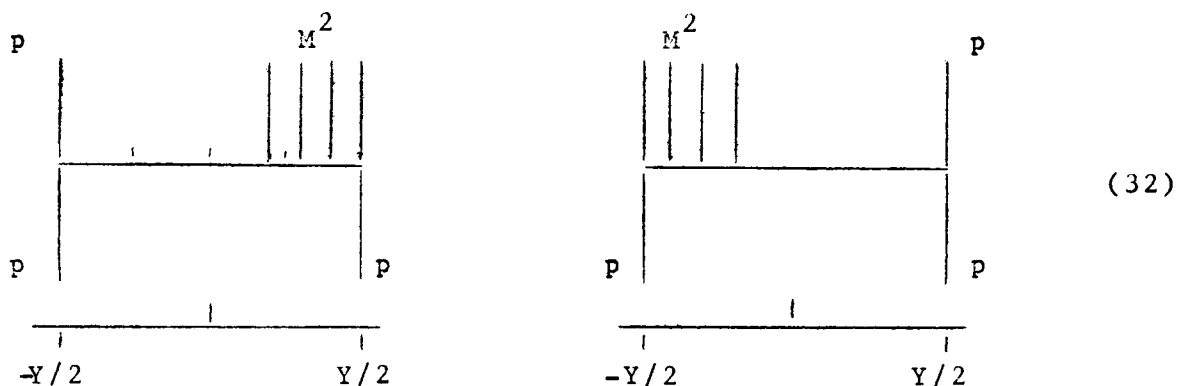
$$r_{pp, p} \approx (M^2)^{-1} \quad (31)$$

Estos datos nos dicen que existen procesos en los cuales el estado final consiste de un  $p$  que lleva prácticamente toda la energía que le es posible ( $p_L^* \sim \kappa \sqrt{s} \sim \sqrt{s}/2$ ) y una masa  $M^2$ , que

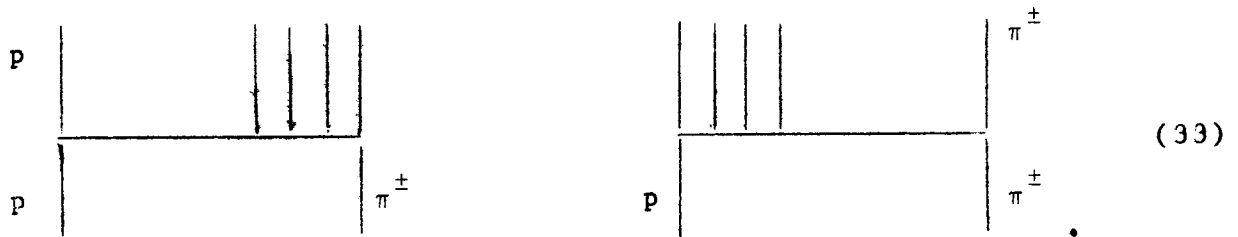
incluye todas las otras partículas, relativamente pequeña.

Para conocer mejor la relación entre un protón en la zona de fragmentación y las partículas englobadas en  $M^2$ , es necesario analizar experiencias en las que además del p se observa otra partícula. Los autores de Ref.11 midieron la sección diferencial inclusiva para un protón en coincidencia con una partícula cargada detectada a distintos ángulos. Los resultados muestran (Fig.3) que para  $x \sim 1$   $F^{pp,p}$  en coincidencia cae rápidamente para cualquier ángulo de la partícula cargada distinto de  $180^\circ$ ; por el contrario en esta última dirección los valores obtenidos son idénticos a los de  $F^{pp,p}$  sin coincidencia. Este resultado nos dice que junto con un  $\rho$  de  $x \sim 1$  no se producen partículas en la zona central. Este mismo grupo midió también la correlación en rapidez entre el p y una partícula cargada en el hemisferio opuesto<sup>(12)</sup>; nuevamente hay un máximo en la correlación, pero ahora situado en una rapidez en centro de masa de signo opuesto a la del protón. Un efecto nuevo es la aparición de un intervalo entre la rapidez del protón y la rapidez de la partícula cargada  $\Delta \approx 3$  en el cual la correlación es nula. A medida que  $|x_p|$  varía de 0.9 a 1, acercándose su rapidez a la de uno de los dos haces de protones, el máximo de correlación se desplaza hacia la rapidez del otro haz, mientras que su ancho disminuye aproximadamente de 2 a 1.

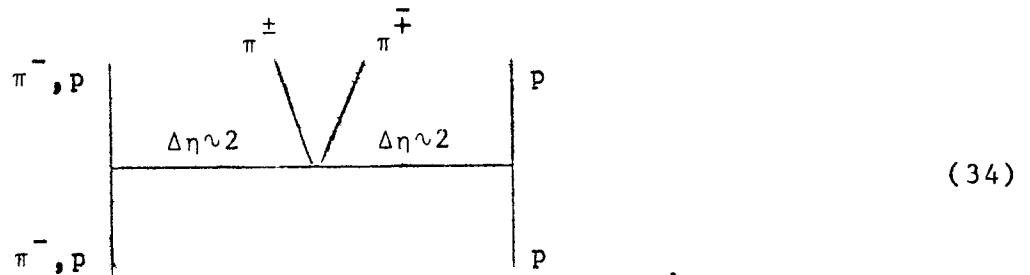
Interpretamos este proceso como la disociación de uno de los protones en un conglomerado de partículas de masa total  $M$  y rapidez cercana a la del protón disociado (es decir en la zona de fragmentación de este protón), mientras que el otro protón no sufre cambios. Gráficamente:



Una situación similar se ha observado también en reacciones en las que uno de los protones iniciales es reemplazado por un  $\pi$  o un  $\pi^{(13)}$ , en estos casos puede producirse tanto la disociación del  $\nu$  como la de la otra partícula:



En  $\nu p \rightarrow p \pi^+ \pi^- p$  y  $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- p$  se han encontrado eventos en los que hay dos intervalos de rapidez grandes



pero su contribución a 200 GeV/c es menor de  $50 \mu b$ .

Notemos la analogía de la disociación simple con un proceso elástico, la diferencia con éste reside en la fragmentación de uno de los protones. En el canal  $t$  se intercambian números cuánticos del vacío, por lo que suponemos que el proceso es provocado por el intercambio de un pomerón: la disociación es difractiva. Esto es corroborado por el comportamiento con la energía de su contribución a la sección eficaz total; cerca del pico la sección eficaz inclusiva es de la forma

$$\frac{d\sigma}{dx d\eta_t^2} \approx \frac{c \exp(a \eta_t^2)}{1-x} \quad (35)$$

y los dos procesos de (32) contribuyen a la parte difractiva de la sección eficaz inelástica con la cantidad:

$$\sigma_{inel D}(s) = 2 \int dx d^2 p_t \frac{c \exp(-a p_t^2)}{1-x} \quad (36)$$

donde la integral en  $x$  se efectúa en la zona de fragmentación.

La diferencia de  $\sigma_{inel D}$  a dos energías distintas es

$$\Delta \sigma_{inel D}(s_1, s_2) = \frac{2c}{a} \ln s_2 / s_1 \quad (37)$$

mostrando un incremento logarítmico. Una estimación de esta contribución<sup>(14)</sup> da para  $\Delta \sigma_{inel D}$  (550, 2800 GeV<sup>2</sup>) un valor entre 1 y 2.5 mb, mientras que el incremento que posee la sección eficaz total es de 3 mb. La precisión de los datos experimentales no nos permite asegurar si la disociación difractiva es responsable de casi todo el incremento de  $\sigma_{inel}$  o sólo de una tercera parte de éste.

Morrison también ha estimado qué fracción de  $\sigma^T(p\bar{p})$  es de naturaleza difractiva<sup>(15)</sup>. Para ello supone que la relación entre la componente difractiva de  $\sigma_{el}$  y  $\sigma_{inel}$  es constante e igual a  $\sigma_{el} / \sigma_{inel}$  para  $p_{Lab}$  grande. La relación  $\sigma_{inel D} / \sigma_{el D} \approx 1$  la determina directamente de los datos experimentales. Como resultado  $\sigma_{el D}$ ,  $\sigma_{inel D}$  y  $\sigma_{inel}$  tienen todas el mismo comportamiento con la energía (Fig. 4), pudiendo ajustarse bien con  $s^{.04}$  o  $\log^{0.2} s$  en el rango 6 - 1500 GeV/c<sup>(16)</sup> (para  $\sigma_{inel}(K^+p)$  se obtiene  $s^{.1}$  o  $\log s$  en 6 - 200 GeV/c). La sección eficaz no difractiva:  $\sigma_{ND} = \sigma^T - \sigma_{el D} - \sigma_{inel D}$  aún aumenta con la energía: el origen de la componente difractiva de  $\sigma^T$  no es sólo la componente difractiva de  $\sigma_{n\infty}$ , sino que también la suma de las componentes multiniféricas  $\sum_n \sigma_{ND,n}$  da como resultado una contribución casi independiente de la energía.

Se ha sugerido que un mecanismo posible para explicar la subida de  $\sigma_{ND}$  es la creación de pares  $N\bar{N}$ <sup>(17)</sup>. En la Fig. 5 se muestra la contribución de estos procesos, juntamente con  $\sigma_{ND}$  estimado en Ref. 14;  $\sigma(0) = \sigma_{ND} - \sigma(N\bar{N})$  corresponde a no considerar

la creación de pares  $N\bar{N}$ . Este esquema puede extenderse a la producción de piones  $\nu$  de pares  $K\bar{K}$ , de esta forma el  $P$  debe su origen a la apertura de nuevos canales: para  $s \approx 1 \text{ GeV}^2$  es un objeto que se comporta como un polo de Regge de intersección  $\alpha_0(0) \approx .82$ , para  $s \approx 30 \text{ GeV}^2$  comienzan a producirse pares  $K\bar{K}$  y  $\alpha_p(0)$  es renormalizado a  $\approx 0.92$ , al llegar a  $s \approx 130 \text{ GeV}^2$  aparecen pares  $N\bar{N}$  y se obtiene  $\alpha_0 \approx 1.04$ .

Notemos finalmente que aunque definimos al  $P$  en base al comportamiento de alta energía de las secciones eficaces totales, lo hemos encontrado también en  $\sigma_{e1}$  y en procesos de disociación difractiva; esto implica una condición de autoconsistencia para la componente difractiva.

## II. MODELOS BASADOS EN UNITARIEDAD EN CANAL s.

### Autoconsistencia del pomerón. Correcciones absorptivas.

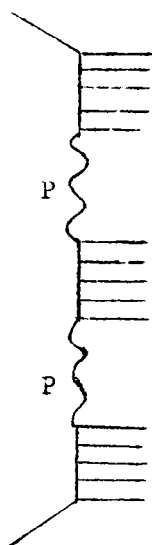
En el capítulo anterior se definió al pomerón en base al comportamiento con la energía de las secciones eficaces totales implicando ésto, por medio de la transformada de Mellin, una cierta estructura de singularidades en el plano J para la amplitud parcial elástica  $F_D(J,0)$ . En realidad, de acuerdo con (I-6), es necesario tomar una combinación adecuada de secciones eficaces totales, así por ejemplo tenemos:

$$F_D(J,0) = \int_{s_0}^{\infty} ds s^{-J} 1/2 \Sigma(\pi p) \quad . \quad (1)$$

Hemos visto que los datos de secciones eficaces totales parecen sugerir una dependencia con la energía del tipo  $s^{\alpha_0-1}$  con  $\alpha_0 \approx 1$  o  $s \ln^\beta s$  con  $\beta \approx 2$ . Posiblemente este comportamiento se deba a dos mecanismos distintos: por una parte la producción de pares  $K\bar{K}$  y  $N\bar{N}$  provoca variaciones en la intersección efectiva del pomerón como se describió en el Cap. I, pero además es necesario considerar la producción difractiva de partículas y los efectos del umbral  $\Delta$ .

En este capítulo describimos algunas ideas corrientes en modelos basados en unitariedad en el canal s en los que se incluye el umbral difractivo. Destaquemos que tales modelos deben hacer hipótesis sobre los procesos de producción de partículas a cualquier energía, recién cuando se incluyan todos ellos en forma correcta tal modelo respetará unitariedad.

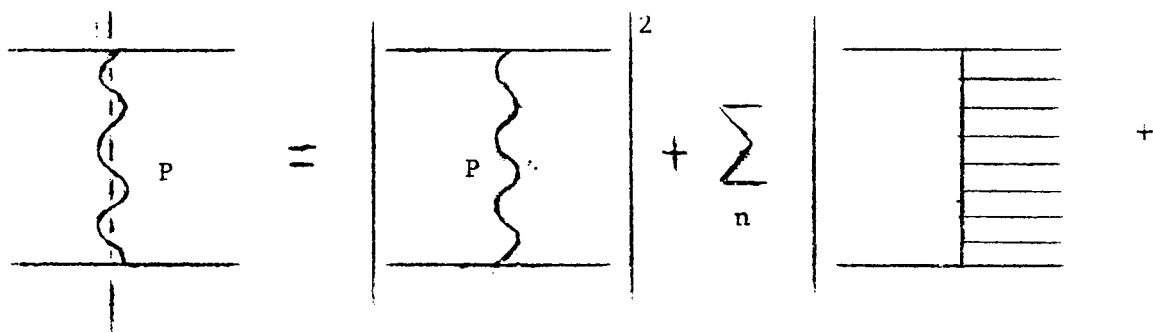
Es razonable suponer que algunos procesos sean una iteración de la disociación difractiva simple, por ejemplo:



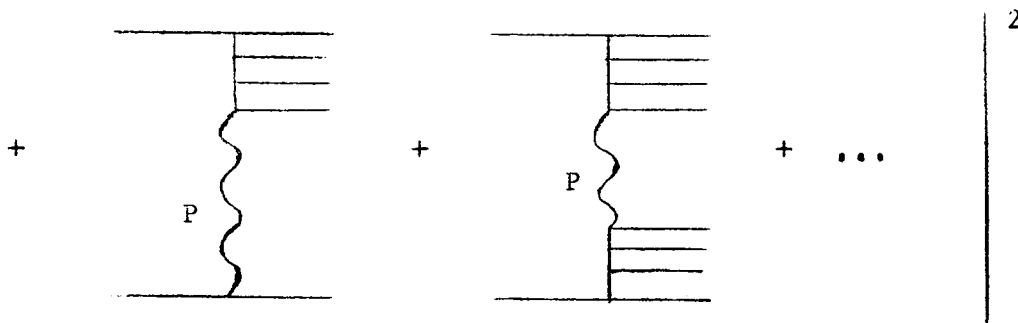
(2)

y si el pomerón se manifiesta sólo cuando dispone de un intervalo en rapidez que supere un umbral  $\Delta$ , tales gráficos contribuyen a energías cada vez mayores.

La Ec. (1) nos indica que para saber qué es el pomerón necesitamos conocer las secciones eficaces totales para todo valor de  $s$ ; sin embargo argumentos de autoconsistencia unidos a la existencia de un umbral nos permiten obtener alguna información sobre cómo se muestra el pomerón a energías finitas. Gráficamente la Ec. (I-19) es:



(3)



y nos provee de una relación de autoconsistencia para el pomerón, ya que éste domina la sección eficaz total, la sección eficaz elástica y la disociación difractiva.

Si tenemos en cuenta que el pomerón necesita un umbral  $\Delta$  en rapidez para aparecer, a cualquier energía finita la ecuación (3) tiene un número también finito de contribuciones. Así para  $Y < \Delta$  :

$$P = \left| P \right|^2 + \sum_n \left| \text{Diagram with } n \text{ lines} \right|^2 \quad (4)$$

Como ya hemos dicho el último término, que construye al pomerón desnudo ( $P_0$ ), aunque formado por intercambios no difractivos contribuye a la parte difractiva de la sección eficaz total.

A medida que nos interesen energías mayores debemos agregar los términos correspondientes a la producción difractiva, obteniendo así nuevas relaciones de consistencia válidas a esas energías. Su solución nos da un pomerón vestido con las nuevas contribuciones pero sólo a energías asintóticas, cuando entren todos los términos de la Ec. (3), podemos obtener el pomerón totalmente

vestido; la singularidad predominante asintóticamente cabe esperar que se ubique en  $J = 1$  (para  $t = 0$ ) dando lugar a secciones eficaces totales constantes.

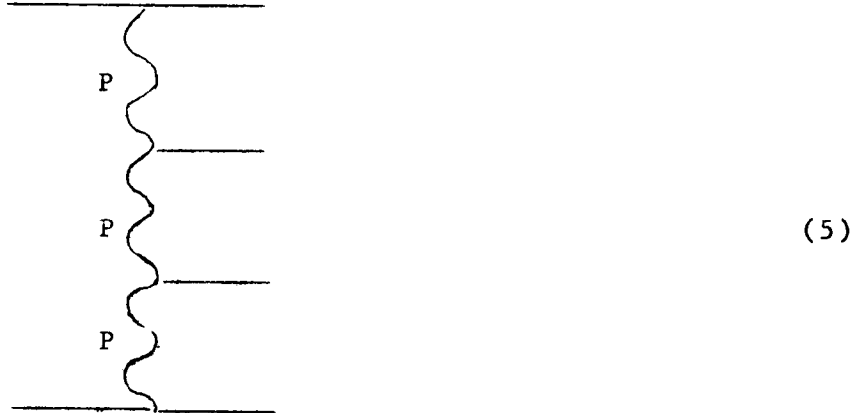
El pomerón vestido puede ser muy distinto del desnudo; sin embargo, debido a que en (3) cada término lleva un umbral adecuado que indica a partir de qué energía contribuye, esta ecuación aplicada a cualquier energía finita es equivalente a otra con un número finito de términos (por ejemplo para  $Y < \Delta$  la Ec. (3) se reduce a la (4) y así las singularidades de  $F_D(J,0)$  obtenidas con ambas deben ser equivalentes, en el sentido que dan la misma contribución a la sección eficaz total. Para que esto se cumpla cabe esperar que sea necesario conocer completamente la singularidad vestida y no sólo la parte dominante situada en  $J = 1$ ; en efecto, algún parámetro que contribuye a la construcción del pomerón a baja energía puede ser irrelevante cuando  $s \rightarrow \infty$  influyendo sólo en alguna singularidad ubicada en  $J < 1$ , la que sin embargo será importante para  $s$  suficientemente pequeño.

Cabe preguntarse si el pomerón vestido depende o no del umbral de producción difractiva; si bien a energías asintóticas  $\ln s \gg \Delta$ , puede ocurrir que algunas de las subenergías en las que se intercambia un pomerón no sean grandes dando así lugar a una dependencia en el umbral  $\Delta$  para la singularidad dominante. El problema requiere un análisis más cuidadoso, en el Cap. IV volveremos sobre él.

Como ya se dijo, debido a que el pomerón necesita un umbral para manifestarse podemos determinarlo a cualquier energía finita sin preocuparnos por el comportamiento asintótico; nos basta con considerar todos los procesos posibles de producción de partículas a esa energía. Si cumplimos con esta condición, habremos tenido en cuenta totalmente la unitariedad en el canal  $s$  y el pomerón vestido debe cumplir, en particular, con el límite de Froissart.

Sin embargo, en el esquema propuesto hasta ahora se llega rápidamente a problemas con unitariedad y con la autoconsistencia del pomerón. Si suponemos que a  $t = 0$  el pomerón vestido es un po-

lo en  $J = 1$ , la contribución de todos los gráficos de la forma



nos da una sección eficaz total que crece como una potencia:  $\sigma^T \sim s^g$  para  $s \rightarrow \infty$ , donde  $g$  es el acoplamiento P-P-partícula, violando así el límite de Froissart. Este es el problema de Finkelstein-Kajantie<sup>(18)</sup>.

Este resultado no es sorprendente ya que todas las contribuciones a la sección eficaz total que hemos considerado son positivas, de modo que si en Ec. (3) usamos como entrada un polo con  $\alpha_0 \gtrsim 1$ , éste es desplazado por los términos difractivos hacia la derecha violando unitariedad y por supuesto no se obtiene la autoconsistencia.

Gottfried y Jackson<sup>(19)</sup> supusieron que las partículas iniciales antes de descomponerse en las partículas del estado final interactúan elásticamente:



En este modelo el efecto de esta interacción es una fase relacionada con la matriz S elástica en la forma:

$$e^{i \delta_{el}} = \sqrt{S} = (1 + 2iF_D)^{1/2} = (1 - 2A)^{1/2}, \quad (7)$$

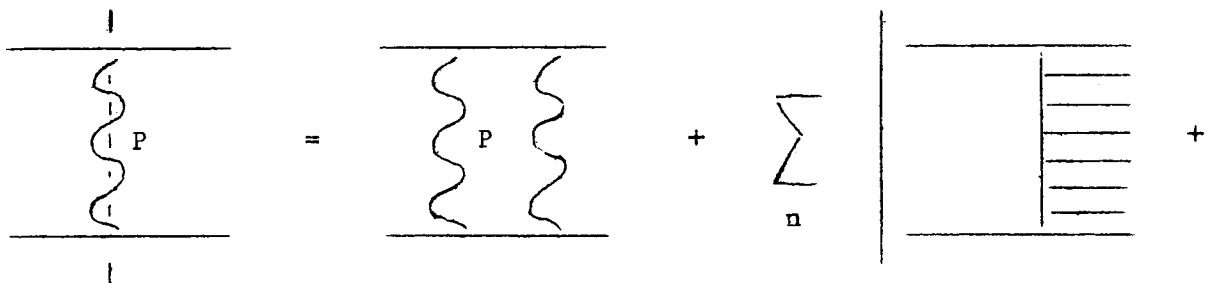
siendo  $A(s,t) = \text{Im } F_D(s,t)$ . (8)

El cuadrado de este proceso contribuye a  $\text{Im } F_D(s,0)$  con un término de la forma  $(1 - 2A) A = A - 2A^2$ , teniéndose así una contribución negativa respecto al polo.

Este ejemplo muestra la importancia de una doble interacción, la primera de las cuales es elástica, de las partículas del estado inicial. Cabe esperar procesos análogos entre las partículas finales; así una de éstas además de tener correlaciones de corto alcance puede interactuar con otra separada de ella por un intervalo en rapidez mayor:



donde nuevamente el pomerón es el mismo que aparece en la disociación difractiva y la difusión elástica. Tales procesos, llamados absorptivos, aparecen en cuando la producción no difractiva de partículas construye al pomerón desnudo, de modo que la singularidad que realmente se observa a baja energía está determinada por la Ec. (4) modificada:



$$\begin{array}{c}
 + \quad \begin{array}{|c} \hline \text{P} \\ \hline \end{array} \quad + \quad \begin{array}{|c} \hline \text{P} \\ \hline \end{array} \quad + \quad \dots \quad \left. \begin{array}{|c} \hline 2 \\ \hline \end{array} \right\} \\
 \end{array} \quad (10)$$

donde se deben considerar todas las re-interacciones entre las partículas finales.

Para energías mayores, junto con la disociación difractiva debemos agregar nuevas correcciones absorptivas, así por ejemplo:

$$\begin{array}{|c} \hline \text{P} \\ \hline \end{array} \quad (11)$$

Además como una misma partícula puede interactuar elásticamente con varias, pueden aparecer vértices con tres o más pomerones.

La presencia de correcciones absorptivas complica aún más el análisis del pomerón desde el punto de vista del canal  $s$ . A energías asintóticas, donde todos los procesos son posibles, el estudio detallado de las secciones eficaces totales se hace prácticamente imposible. Existen sin embargo algunos trabajos sobre el tema<sup>(20-22)</sup>; aunque todos ellos consideran una cantidad limitada de contribuciones y no resuelven totalmente el problema de autoconsistencia algunos resultados son interesantes.

Conviene efectuar el estudio en espacio de parámetro de impacto  $\bar{b}$ . La amplitud  $F(s, \bar{b})$  está relacionada con  $F(s, t)$  por medio de la transformada de Bessel:

$$F(s, \bar{b}) = \int_{-\infty}^{\infty} dt J_0(b \sqrt{-t}) F(s, t) . \quad (12)$$

Una cadena multiperiférica no absorbida en la que se producen  $n$  partículas da una contribución de la forma

$$M_n^0(y_k, \bar{b}_k, Y, \bar{B}) = \prod_{j=1}^{n-1} F_M(y_j, \bar{B}_j) , \quad (13)$$

donde  $F_M$  es la amplitud no difractiva para procesos de  $2 \rightarrow 2$  partículas,  $y_k$  y  $\bar{b}_k$  son la rapidez y parámetro de impacto respectivamente de la partícula  $k$ , además  $Y_j = y_{j+1} - y_j$ ,  $\bar{B}_j = \bar{b}_{j+1} - \bar{b}_j$ .  $Y$  y  $\bar{B}$  son la rapidez y parámetro de impacto totales.

La absorción se tiene en cuenta multiplicando  $M_n^0(y_k, \bar{b}_k)$  por  $S^{1/2}(y_i - y_j, \bar{b}_i - \bar{b}_j)$ , siendo  $i$  y  $j$  las partículas finales que re-interactúan elásticamente.

Ciafaloni y Marchesini<sup>(20)</sup> si bien consideran en la cadena multiperiférica sólo intercambios no difractivos, suponen que todo par de partículas finales puede re-interactuar elásticamente, y así:

$$M_n(y_k, \bar{b}_k, Y, \bar{B}) = M_n^0(y_k, \bar{b}_k, Y, \bar{B}) \prod_{i>j}^n S^{1/2}(y_i - y_j, \bar{b}_i - \bar{b}_j) . \quad (14)$$

A baja energía la ecuación de autoconsistencia es:

$$A(s, \bar{b}) = |A(s, \bar{b})|^2 + \{1 - 2A(s, \bar{b})\} \sum_n [M_n(y_k, \bar{b}_k, Y, \bar{B})]^2 , \quad (15)$$

siendo  $A(s, \bar{b})$  la transformada de  $A(s, t)$ . En esta ecuación se tuvo en cuenta también la interacción elástica entre las partículas del estado inicial.

Suponiendo que  $M_n^0$  genera un polo con  $\alpha_0 > 1$

$$M_n^0(y_k, \bar{b}_k, Y, \bar{B}) = e^{(\alpha_0 - 1)Y} \frac{\exp(-B^2/Y)}{2\pi Y} \quad (16)$$

e identificando a  $A(s, \bar{b})$  con esta singularidad los autores de Ref. 20 realizan una primera iteración de la misma. Sin entrar en detalles en cuanto a las técnicas empleadas el resultado que obtienen es de la forma

$$A(s, \bar{b}) = Y^\eta - \nu f(\bar{B}^2/Y^\nu) \quad (17)$$

donde

$$\eta \approx 1/2$$

$$\nu \approx 3/2$$

La sección eficaz es  $\sigma^T(s) \sim \ln^\eta s$ ; si comparamos con la obtenida con la singularidad de entrada:  $\sigma^T \approx \frac{1}{s} s^{\alpha_0 - 1}$ , vemos que esta primer iteración no ha variado sustancialmente respecto al polo, al menos en un rango limitado de energía. Destaquemos que aún cuando hemos considerado correcciones absorptivas a un polo con  $\alpha_0 > 1$  hemos obtenido, a través de la ecuación de unitariedad (15) un objeto análogo. En el caso en que tales correcciones se apliquen a un reggeon distinto del pomerón no existe para él una condición de consistencia y el efecto de las correcciones absorptivas será bajar la intersección efectiva del reggeon. Esto se verá en el modelo descrito en el Cap. III.

Otros autores han considerado el efecto de correcciones absorptivas en una cadena en la cual todos los intercambios son difractivos:



En este caso reemplazamos en Ec. (13)  $F_M$  por  $F_D$

$$M_n^0(y_k, \bar{b}_k, Y, \bar{B}) = \prod_{j=1}^{n-1} F_D(y_j, \bar{B}_j) . \quad (19)$$

Estas contribuciones, importantes a alta energía, que como ya hemos dicho violan unitariedad si suponemos que el pomeron es un polo con  $\alpha_0 \sim 1$ , aún si se corrigen absorptivamente en la forma descripta dan lugar a secciones eficaces totales que crecen más rápidamente que cualquier potencia de  $\ln s$  <sup>(21)</sup>. Nos encontramos nuevamente con la misma dificultad: ¿es un polo con  $\alpha_0 \sim 1$  incompatible con unitariedad en el canal  $s$  o no hemos considerado todas las contribuciones a la sección eficaz total?. Para obtener más información sobre ello analizaremos en Cap. IV las restricciones que impone unitariedad en el canal  $t$ .

En Ref. 22 se estudia una solución autoconsistente de Ec. (15) con  $M_n^0$  dado por Ec. (19). Este modelo, aplicable a energías asintóticas, da un pomeron autoconsistente de la forma:

$$F_D(Y, \bar{B}) = i s \theta(R_0^2 Y^2 - \bar{B}^2) , \quad (20)$$

siendo  $R_0$  una constante. Ec. (20) da para el  $P$  un disco negro cuyo radio crece linealmente con  $Y$ .

La sección eficaz total satura el límite de Froissart:

$$\begin{aligned} \sigma^T(s) &= 1/s \int d^2b \operatorname{Im} F_D(Y, \bar{b}) \\ &\sim \int_0^{R_0 Y} d^2\bar{b} \sim Y^2 . \end{aligned} \quad (21)$$

Estamos lejos de poder afirmar si el pomeron es o no asintóticamente de esta forma. Este modelo sólo nos provee de un ejemplo sencillo de una singularidad autoconsistente. Sin embargo la condición de autoconsistencia no es absoluta, si bien es cierto

que a baja energía el mismo pomerón domina las secciones eficaces totales, la sección eficaz elástica y la disociación difractiva tal condición a alta energía es sólo una hipótesis.

De todos modos, a las energías actuales la Ec. (15) es aplicable y aunque no se conoce la solución de la misma un polo con  $\alpha_0 \approx 1$  se aproxima bastante.

### Singularidades desnudas.

En la sección anterior hemos visto como se construye el pomerón por medio de un doble mecanismo: producción no difractiva de partículas (en la que a su vez aparecen umbrales para producción de piones, pares  $K\bar{K}$  y  $N\bar{N}$ , etc) y relación de autoconsistencia en la que se agregan además la disociación difractiva y correcciones absorptivas.

Debemos notar que el pomerón así obtenido es sólo una parametrización de las interacciones fuertes que tienen lugar entre hadrones. Estas deberían explicarse por medio de una teoría subyacente en la que aparezcan las masas y los acoplamientos de las partículas interactuantes.

Tal teoría fundamental no es conocida por supuesto, sin embargo se ha estudiado el comportamiento de gráficos escalera en una teoría de campos con interacción  $\phi^3$  encontrándose que su suma posee un comportamiento de Regge<sup>(23)</sup>. Tal modelo da lugar a sólo una singularidad de Regge, si identificamos la suma de escaleras con el pomerón desnudo, aún debemos describir las singularidades secundarias.

Huan Lee<sup>(24)</sup> y G. Veneziano<sup>(25)</sup> han propuesto independientemente un modelo simple en el cual tienen cabida ambas singularidades, y se obtiene  $\alpha_0 \approx 1$  y  $\alpha_p < 1$ , para el pomerón y el reggeon principal respectivamente. Si bien tal modelo no intenta expresar estos parámetros por medio de las masas y acoplamientos de las

partículas, reemplaza esta información por algunas hipótesis tomadas de los modelos dual y multiférico.

Siguiendo el trabajo del primero de los autores mencionados supondremos que las partículas son mesones, formados por un par quark-antiquark y que la amplitud de  $2 \rightarrow n$  partículas  $A_{2 \rightarrow n}$ , es una suma de términos de la forma:

$$(22)$$

donde cada intercambio en el canal  $t$  puede o no tener el par quark-antiquark cruzado, cuando ésto ocurra pondremos una cruz sobre la línea como se muestra a la derecha en (22). El número de términos que contribuyen a  $A_{2 \rightarrow n}$  es  $2^{n-1}$  ya que hay  $n - 1$  intercambios que pueden o no tener la cruz. Notemos que para un  $n$  dado hay sólo un término en el que puede haber resonancias en el canal  $s$ ; ésto ocurre cuando no hay ninguna cruz:

$$(23)$$

Así, suponiendo que la singularidad de este gráfico en el canal  $s$  es dual a la componente multiperiférica, el cuadrado de (23) contribuye a la parte no difractiva de la sección eficaz total, los

$(2^{n-1} - 1)$  gráficos restantes en cambio lo hacen a la parte difractiva. Si los intercambios en el canal  $t$  están dados por una trayectoria  $\alpha$ , suponiendo un modelo multiperiférico simple como el de Chew y Pignotti<sup>(26)</sup>, tenemos para las amplitudes:

$$F_M(s,0) = e^{(2\alpha-1)Y} \sum_0^{\infty} G_a^2 G_b^2 (g^2)^m \frac{Y^m}{m!}$$

$$= G_a^2 G_b^2 \exp\{(2\alpha - 1 + g^2)Y\} \quad (24a)$$

$$F_D(s,0) = 2e^{(2\alpha-1)Y} \sum_{m=0}^{\infty} G_a^2 G_b^2 (\sqrt{2}g)^{2m} \frac{Y^m}{m!}$$

$$= 2G_a^2 G_b^2 \exp\{(2\alpha - 1 + 2g^2)Y\} \quad , \quad (24b)$$

donde  $G_a$  ( $G_b$ ) es el acoplamiento partícula a (b) - partícula - reggeon y  $g$  el acoplamiento reggeon - partícula - reggeon.

Como además estas amplitudes tienen asintóticamente un comportamiento tipo potencia:

$$F_M(s,0) \sim s^{\alpha_R(0)} \quad (25a)$$

$$F_D(s,0) \sim s^{\alpha_P(0)} \quad (25b)$$

comparando potencias y eliminando  $g$  en  $\alpha_P(0)$  tenemos:

$$\alpha_P(0) = 2\alpha - 1 + g^2 \quad (26a)$$

$$\alpha_P(0) = 1 + 2\{\alpha_R(0) - \alpha\} \quad . \quad (26b)$$

De modo que si el reggeon principal se construye a sí mismo, es decir:

$$\alpha_R(0) = \alpha \quad (27)$$

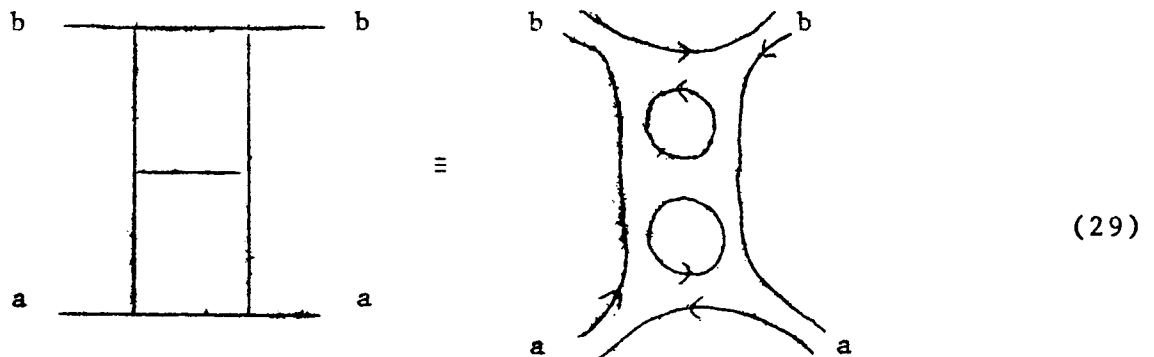
entonces

$$\alpha_R(0) = 1 - g^2 \quad (28a)$$

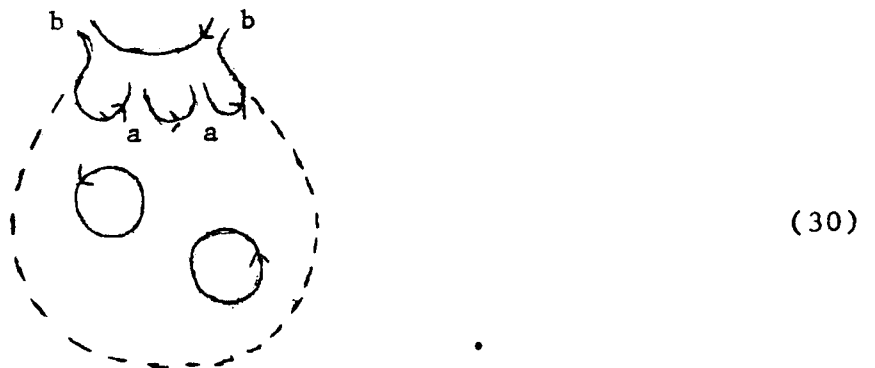
$$\alpha_P(0) = 1 \quad (28b)$$

que la intersección del pomerón se ubique exactamente en  $l$  es probablemente consecuencia de la simplicidad del modelo; así por ejemplo Veneziano<sup>(25)</sup> supone correlaciones entre las partículas, obteniendo  $\alpha_p(0) = 1 + O(\ln^{-1} s)$ .

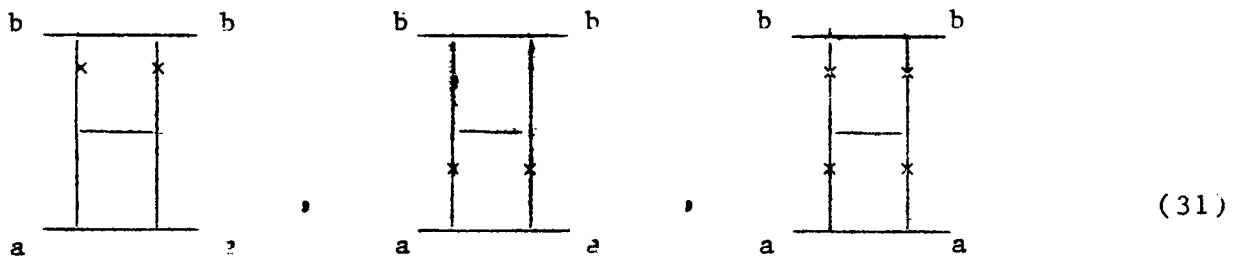
Notemos que la topología asociada a los gráficos que contribuyen a la parte multiperiférica de la sección eficaz total es distinta de la de aquellos que lo hacen a la parte difractiva. En efecto, para  $n = 3$  la componente no difractiva proviene de:



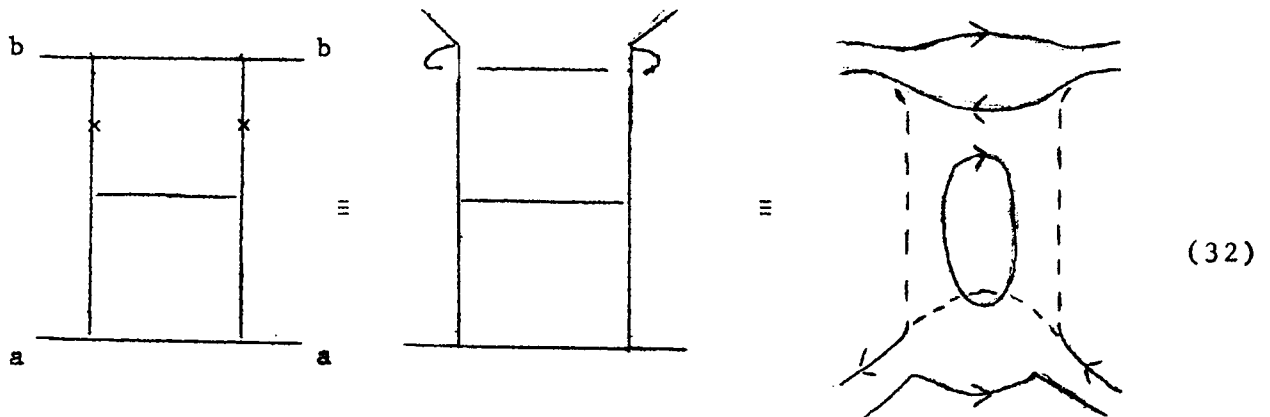
que podemos identificar con una esfera abierta con un contorno al que llegan las partículas externas y dos lazos de quarks o ventanas sobre ella:



En cambio los tres gráficos restantes:



pueden asociarse con un cilindro con sólo una ventana. Así para el primero de ellos, eliminando las cruces:



Las partículas externas se ubican sobre los dos contornos del cilindro de tal manera que no hay intercambio de números cuánticos en el canal  $t$ .

Es necesario destacar que en este modelo el reggeon desnudo no está dado por el diagrama:



Únicamente, como ocurre por ejemplo en el modelo dual, sino que es la suma de éste más todos los diagramas planares con cualquier número de lazos. Algo análogo ocurre con el pomerón.

La descripción de las singularidades desnudas es sólo la primera parte de un programa más vasto desarrollado por Veneziano; la segunda parte de éste <sup>(27,28)</sup>, que describiremos en el capítulo IV, incorpora otras topologías que corresponden a correcciones difractivas y absorptivas.

En el programa de Veneziano tanto la esfera como el cilindro poseen singularidades. Chew y Rosenzweig <sup>(29)</sup> han propuesto un esquema diferente según el cual el cilindro no genera nuevas singularidades sino que su función es romper la degeneración de intercambio de las singularidades planares. Su efecto depende de  $t$ :

para  $t \gtrsim 1 \text{ GeV}^2$  las trayectorias  $\rho$ ,  $A_2$ ,  $f$  y  $\omega$  por un lado y  $\phi$  y  $f'$  por otro son degeneradas de intercambio de modo que la corrección del cilindro es despreciable, a medida que se consideran valores más pequeños de la transferencia de impulso el cilindro rompe la degeneración. Pero como este objeto no transmite números cuánticos, sólo afecta a las singularidades planares con números cuánticos aditivos del vacío, es decir a las trayectorias  $f, \omega, \phi$  y  $f'$ , mientras que la  $\rho$  y la  $A_2$  permanecen degeneradas. A  $t = 0$  las trayectorias son desplazadas hacia arriba o hacia abajo según tengan conjugación de carga par o impar respectivamente. De esta forma la  $f$  es llevada hacia arriba respecto de  $\rho - A_2$  y su identificación con el pomeron parece factible, mientras que la  $\omega$  se desplaza hacia abajo. Análogamente la corrección del cilindro da a  $f'$  una intersección mayor que a  $\phi$ .

En realidad en este modelo se pueden incluir dos mecanismos que aumentan la intersección del  $f$ ; además de la corrección del cilindro se debe tener en cuenta que las partículas intermedias dan lugar a lazos de quarks sobre la esfera o el cilindro, y hay que sumar sobre todos los quarks posibles incluyendo aquéllos con extrañeza y otros números cuánticos, debiendo considerarse también la producción de pares  $N\bar{N}$  (30).

Notemos que además de los efectos acá considerados puede ser necesario incluir otros procesos tales como la disociación difractiva y correcciones absorptivas. En el Cap. I ya hemos dicho que el  $\rho$  y el  $A_2$  no son degenerados de intercambio, de modo que un modelo como el descrito no puede explicar los datos asociados a ellos; en efecto si bien la inclusión de quarks con extrañeza puede variar la intersección, estas correcciones afectan por igual al  $\rho$  y al  $A_2$  no rompiendo la degeneración. En el capítulo siguiente veremos cómo la producción difractiva no sólo nos da un  $\rho$  y  $A_2$  distintos sino que resuelve otros problemas asociados con estas singularidades.

### III. MODELO DE CONGLOMERADOS DE PARTICULAS PARA SINGULARIDADES DE REGGE SECUNDARIAS.

#### Descripción del modelo.

En este capítulo analizaremos un modelo para las singularidades secundarias  $\rho$  y  $A_2$ , que fue propuesto en Ref. 31-33.

Como se explicó en el Cap. I, los problemas que plantean estas singularidades son esencialmente los siguientes:

1) Si bien para  $t \gtrsim 1 \text{ GeV}^2$  las trayectorias del  $\rho$  y del  $A_2$  son prácticamente coincidentes, a  $t \leq 0$  los datos de las secciones eficaces diferenciales correspondientes a  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$  y  $\pi^- p \rightarrow \eta n$ , dominadas por el  $\rho$  y el  $A_2$  respectivamente, dan trayectorias significativamente distintas. Además la diferencia  $\sigma^T(pp) - \sigma^T(pn)$  no es cero como correspondería a un  $\rho$  y  $A_2$  degenerados de intercambio a  $t = 0$ .

2) Inconsistencia de las singularidades obtenidas a partir de diferencias de secciones eficaces totales con respecto a aquellas extraídas de secciones eficaces diferenciales a  $t = 0$ . Así  $\Delta\sigma(\pi p)$  da para el  $\rho$   $\alpha_\rho(0) \approx 0.57$  mientras que  $\left. \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) \right|_{t=0}$  requiere  $\alpha_\rho(0) \approx 0.50$ .

3) Las trayectorias obtenidas con secciones eficaces diferenciales muestran una clara dependencia con la energía, especialmente para el  $\rho$ , lo que indica que estas singularidades no pueden ser polos simples.

El modelo propuesto es para la parte imaginaria de la amplitud (con la normalización  $\text{Im } F^{(-)} = q\sqrt{s}\Delta\sigma(\pi p)$ , siendo  $q$  el impulso total en centro de masa) y se basa en la producción difractiva de conglomerados de partículas por medio de un mecanismo de umbrales. Luego de un primer término dado por la singularidad desnuda, que supondremos que es un polo simple, cada contribución difractiva aparece cuando se supera un umbral adecuado en rapidez; el nuevo término inicialmente aumenta, dando así una parte imaginaria mayor que el polo desnudo, para luego agotarse antes que la contribución del término siguiente se haga apreciable.

De esta forma la disociación difractiva simple nos permite reproducir la variación de la intersección efectiva que presenta  $\Delta\sigma(\pi p)$  en la zona de Brookhaven-Serpukhov.

Simultáneamente, este comportamiento de la parte imaginaria de la amplitud nos permite obtener una parte real menor que la correspondiente a un polo con  $\alpha_\rho(0) \sim 0,55$  dando así un buen acuerdo con los datos de  $\frac{d\sigma}{dt}(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n)|_{t=0}$ . En efecto, si calculamos  $\text{Re } F^{(-)}$  por medio de la relación de dispersión no sustraída<sup>(+)</sup>:

$$\text{Re } F^{(-)}(\omega_L) = 16\pi \frac{\omega_L f^2}{\omega_L^2 - \omega_B^2} + \frac{2}{\pi} \omega_L \int_{\mu}^{\infty} d\omega \text{Im} \frac{F^{(-)}(\omega)}{\omega^2 - \omega_L^2} \quad (1)$$

donde  $\mu$  y  $m$  son las masas del piñon y del nucleón respectivamente,  $\omega_B = -\mu^2/2m$  y  $f$  es la constante de acoplamiento  $\pi N$ , las oscilaciones de la parte imaginaria para  $p_{\text{Lab}} \lesssim 10 \text{ GeV}/c$  (es decir antes que la primer oscilación tenga lugar) se compensan dando lugar a un comportamiento con  $\alpha_\rho(0) \approx 0,55$  para la parte real; en cambio si aumentamos la energía, la zona Brookhaven-Serpukhov da una contribución negativa y la parte real disminuye con un  $\alpha_\rho(0)$  menor que 0,55. Esto permite obtener una sección eficaz diferencial que se comporta con una intersección efectiva 0,55 hasta 50 GeV/c, para luego caer más rápidamente de acuerdo con los datos de Batavia.

Probablemente puede lograrse un efecto análogo considerando el umbral de producción de pares  $K\bar{K}$  (correspondiente a una energía  $s \sim 30 \text{ GeV}^2$ ) en lugar del umbral difractivo. Seguramente un modelo más realista deberá incorporar a ambos. Sin embargo es interesante estudiar las consecuencias de un umbral difractivo por varios motivos: en primer lugar el umbral de producción de pares  $K\bar{K}$  contribuye igualmente al  $\rho$  y al  $A_2$  no rompiendo su degeneración, en cambio el difractivo puede vestirlos en forma distinta; por otra parte la producción de  $K\bar{K}$  es uno de los ingredientes que intervienen en la formación de la singularidad desnuda cuyos parámetros, residuo e intersección, quedarán libres en el modelo; finalmente cabe esperar, como se verá luego, que los efectos difractivos

se presenten en interacciones dominadas por reggeones a energías más bajas que en aquéllas dominadas por el pomerón, lo que las hace útiles para su estudio.

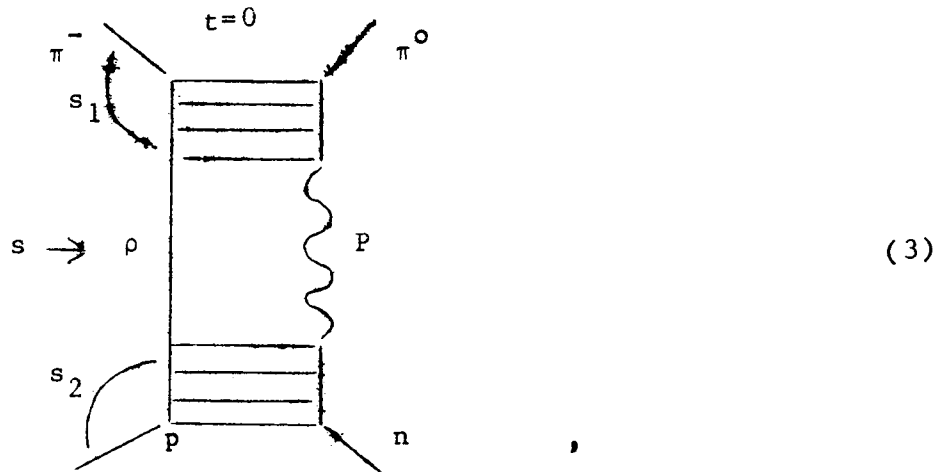
En cuanto a la producción de pares  $N\bar{N}$  su umbral está demasiado alto para que influya en la parte imaginaria a las energías actuales, aunque en principio puede hacerlo en la parte real.

Como dijimos supondremos que el primer término está dado por un polo simple, el que representa la componente multiperiférica. Así para el estudio del  $\rho$  su contribución a la amplitud antisimétrica  $\pi N$  es, a  $t=0$  :

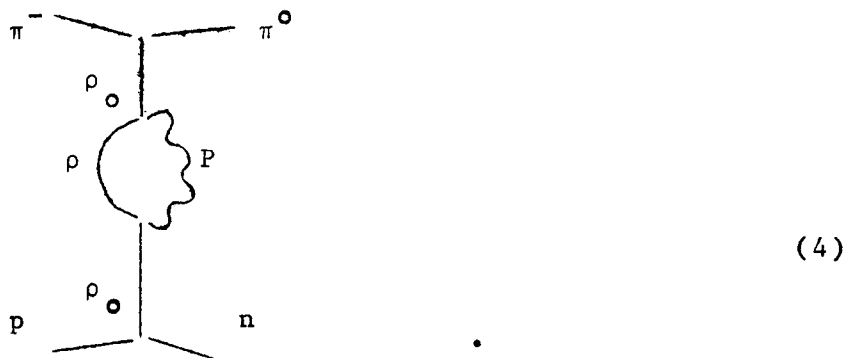
$$\text{Im } F^{(-)}(s,0)|_0 = \beta(0) \frac{\alpha_{\rho_0}(0)}{s^{\alpha_{\rho_0}(0)}} \quad (2)$$

donde  $\alpha_{\rho_0}(0)$  es la intersección del  $\rho$  desnudo.

El primer término difractivo aparece cuando se dispone, como mínimo, de un intervalo  $\Delta$  en rapidez:



Suponiendo dualidad entre los conglomerados de partículas de cualquier masa y el reggeon desnudo, este gráfico se puede escribir también



Destaquemos que debido a esta última hipótesis, este gráfico contiene tanto las contribuciones en las que  $s_1$  y  $s_2$  son resonancias de masa baja como aquéllas en las que son conglomerados de partículas de mayor masa. La situación es diferente en interacciones dominadas por el pomerón ya que en este caso el gráfico análogo al (4) tiene lugar sólo cuando  $\ln s_1$  y  $\ln s_2$  superan el umbral necesario para que se manifieste el pomerón desnudo.

Si en una primera aproximación suponemos que el  $\rho$  es idéntico al  $\rho_0$  con una trayectoria de Regge lineal  $\alpha_0(t) = \alpha_0 + \alpha'_0 t$ , la contribución de la disociación difractiva simple es:

$$\text{Im } F^{(-)}(s,0)|_1 = 2\beta \frac{s^{\alpha_0-1}}{s} \int_{-\infty}^0 dt' \int_{\frac{m^2}{\Lambda}}^{\frac{ss_0}{\Lambda}} ds_1 \cdot \int_{\frac{m^2}{\Lambda}}^{\frac{ss_0}{s_1\Lambda}} ds_2 g_\rho^2(0,t',t') \left( \frac{ss_0}{s_1 s_2} \right)^{\alpha_P(t')+\alpha_0(t')} \left( \frac{s_1 s_2}{s_0} \right)^{\alpha_0}, \quad (5)$$

donde  $\ln \Lambda = \Delta$  y  $s_0 = m\mu$ . El factor 2 proviene de considerar el gráfico análogo al (4) pero con el  $\rho$  y el P del lazo intercambiados. Debido a la hipótesis de dualidad entre el  $\rho_0$  y resonancias de masa baja los límites inferiores de integración en  $s_1$  y  $s_2$  son  $\mu^2$  y  $m^2$  respectivamente. En cuanto al pomerón, hemos supuesto que a las energías de interés se comporta como un polo de Regge lineal:  $\alpha_P(t) = 1 + \alpha'_P t$ .  $g_\rho^2(0,t',t')$  incluye el acoplamiento  $\rho_0 - \rho_0 - P$  a  $t=0$  y los factores de signatura; suponiendo

$$g(0,t',t') = g_0 e^{kt'}, \quad (6)$$

podemos resolver las integrales en (5) obteniendo:

$$\begin{aligned} \text{Im } F^{(-)}(s,0)|_1 = 2\beta G_\rho^2 r s^{\alpha_0} \{ (r+Y) [ \ln(r+Y) - 1 ] - \\ - (r+\Delta) [ \ln(r+\Delta) - 1 ] - (Y-\Delta) \ln(r+\Delta) \} \theta(Y-\Delta), \end{aligned} \quad (7)$$

donde:

$$Y = \ln(s/m\mu) \quad , \quad r = \frac{2k}{\alpha'_p + \alpha'_0} \quad (8)$$

$$\text{y} \quad G_\rho^2 = g_0^2/2k \quad .$$

En el límite de pendientes nulas, obtenemos:

$$\text{Im } F^{(-)}(s,0)|_1 \approx \beta G_\rho^2 s^{\alpha_0} (Y-\Delta)^2 \quad (9)$$

que fue la forma en que se trató el modelo en Ref. 31. Notemos que el mismo límite es válido para  $Y \ll r$  y  $r \gg \Delta$  mientras que para  $Y \rightarrow \infty$ ,  $\text{Im } F^{(-)}(s,0)|_1 \sim s^{\alpha_0} Y \ln Y$ , de modo que la contribución de este gráfico a  $\Delta\sigma(\pi p)$ , partiendo de cero para  $Y = \Delta$  llega a un máximo para luego caer, cosa que hace más rápidamente cuando las pendientes no son nulas. Este es el mecanismo descrito al comienzo del capítulo y que nos permitirá obtener una sección eficaz diferencial de acuerdo con los datos experimentales.

El cálculo de la parte real de la amplitud puede hacerse por medio de la relación de dispersión (1), éste fue el método usado en Ref. 31. Sin embargo el conocimiento de la estructura de singularidades en el plano  $J$  facilita el cálculo pues una vez halladas basta con utilizar los factores de signatura adecuados para obtener la parte real. Es conveniente estudiar las singularidades de la suma de todos los procesos difractivos, cada uno de ellos con su correspondiente factor de umbral.

La amplitud de onda parcial está dada por la transformada de Laplace de  $F^{(-)}(s,0)$ :

$$A^{(-)}(J,0) = \int_0^\infty dY e^{-JY} \text{Im } F^{(-)}(s,0) \quad , \quad (10)$$

Para el primer término tenemos:

$$A_0^{(-)}(J,0) = \frac{\beta s_0^{\alpha_0}}{J - \alpha_0} \quad (11)$$

y para los diagramas correspondientes a la disociación difractiva simple:

$$A_1^{(-)}(J,0) = \frac{2\beta s_0^{\alpha_0}}{(J-\alpha_0)^2} \int_{-\infty}^0 dt' g_\rho^2(0,t',t') \frac{e^{-\left| \frac{J-\alpha_P(t')-\alpha_0(t')+1}{J-\alpha_P(t')-\alpha_0(t')+1} \right| \Delta}}{J-\alpha_P(t')-\alpha_0(t')+1} \quad (12)$$

La generalización para un diagrama con N intervalos de rapidez es inmediata; además de un factor  $\beta s_0^{\alpha_0}$  hay N+1 factores  $(J-\alpha_0)^{-1}$  correspondientes a otros tantos conglomerados de partículas duales a reggeones desnudos y una integral como la que aparece en  $A_1^{(-)}(J,0)$  por cada lazo. Finalmente, bajo la hipótesis que los conglomerados pueden llevar carga, hay  $2^N$  diagramas correspondientes a cambiar el  $\rho$  con el P en cada lazo. La contribución de todos ellos es:

$$A_N^{(-)}(J,0) = \frac{\beta s_0^{\alpha_0}}{(J-\alpha_0)^{N+1}} \left[ \int_{-\infty}^0 dt' g_\rho^2(0,t',t') \frac{e^{-\left| \frac{J-\alpha_P(t')-\alpha_0(t')+1}{J-\alpha_P(t')-\alpha_0(t')+1} \right| \Delta}}{J-\alpha_P(t')-\alpha_0(t')+1} \right]^N \quad (13)$$

Sumando en N obtenemos:

$$A^{(-)}(J,0) = \frac{\beta s_0^{\alpha_0}}{J-\alpha_0-2} \int_{-\infty}^0 dt' g_\rho^2(0,t',t') \frac{e^{-\left| \frac{J-\alpha_P(t')-\alpha_0(t')+1}{J-\alpha_P(t')-\alpha_0(t')+1} \right| \Delta}}{J-\alpha_P(t')-\alpha_0(t')+1} \quad (14)$$

o, escribiendo la integral como la función exponencial integral<sup>(35)</sup>:

$$A^{(-)}(J,0) = \frac{\beta s_0^{\alpha_0}}{J-\alpha_0-2G_\rho^2 r e^{r(J-\alpha_0)} E_1 \{(\Delta+r)(J-\alpha_0)\}} \quad (15)$$

que, además de un corte logarítmico en  $J=\alpha_0$  debido a la exponencial integral, presenta un polo real y dos pares de polos complejos conjugados, como indica una búsqueda numérica de los ceros del denominador.

Tomando la transformada de Mellin:

$$F^{(-)}(s,0) = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{dJ}{2\pi i} \xi_J s^J A^{(-)}(J,0) \quad (16)$$

y deformando el circuito de integración como es usual, podemos reconstruir la amplitud  $F^{(-)}(s,0)$ :

$$F^{(-)}(s,0) = \sum_{\text{polos}} B(J_{\text{polo}}) \{ \text{tg}(\frac{\pi}{2} J_{\text{polo}}) + i \} (s/s_0)^{J_{\text{polo}}} - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\alpha_0} dJ \text{Disc} A^{(-)}(J,0) \{ \text{tg}(\frac{\pi}{2} J) + i \} (s/s_0)^J \quad (17)$$

donde  $B(J)$  son los residuos de los polos de  $A^{(-)}(J,0)$ . Las oscilaciones debidas a los umbrales de cada término difractivo aparecen aquí en los polos complejos conjugados.

Hasta ahora hemos discutido la contribución del  $\rho$  en  $\pi N$ , pero también estamos interesados en la aplicación del modelo para el  $\rho$  en  $KN^{(32)}$  y  $NN^{(33)}$ . Para ello, además de modificaciones triviales como el cambio de la masa del pión por la del kaón o nucleón y el de los residuos del polo desnudo, es necesario hacer algunas hipótesis sobre el tamaño de los intervalos en rapidez. Supondremos que la disociación difractiva simple aparece siempre a la misma energía, independientemente de las partículas interactuantes; de esta forma el intervalo en rapidez  $\Delta_a$  ( $a=K,N$ ) a partir del cual es posible este proceso es menor que  $\Delta$ :

$$\Delta_a = \Delta - \ln(m_a/\mu) \quad . \quad (18)$$

Al considerar la disociación difractiva múltiple supondremos que la partícula  $a$  influye sólo en el intervalo en rapidez adyacente a ella al que tomaremos igual a  $\Delta_a$ ; en cambio a los restantes, estando los conglomerados formados esencialmente por piones, les daremos el mismo valor  $\Delta$  que aparece en  $\pi N$ .

De esta forma, una de las integrales en (13) contiene  $\Delta_a$  en lugar de  $\Delta$ , y la suma (15) es reemplazada por:

$$A_v^{aN}(J,0) = \beta_v^{aN} \frac{(m \ n_a)^{\alpha_0}}{(J-\alpha_0)} \left[ 1 + \frac{2G_v^2 r e^{r(J-\alpha_0)} E_1\{(\Delta_a+r)(J-\alpha_0)\}}{J-\alpha_0 - 2G_v^2 r e^{r(J-\alpha_0)} E_1\{(\Delta+r)(J-\alpha_0)\}} \right], \quad (19)$$

el índice  $v = \rho, A_2$  señala los parámetros que es necesario cambiar para obtener la contribución  $A_{A_2}^{aN}(J, 0)$  del  $A_2$  en  $aN$ . Para tal extensión del modelo hemos supuesto un  $A_2$  desnudo degenerado con el  $\rho_0$ , sin embargo tal degeneración desaparece en las singularidades de (19) ya que  $G_{A_2}$  (acoplamiento  $A_2-A_2-P$ ) es distinto de  $G_\rho$ .

Los residuos  $\beta_v^{aN}$  pueden relacionarse con  $\beta$  si utilizamos argumentos de  $SU(3)$ , universalidad y degeneración de intercambio:

$$\beta_\rho^{KN} = \beta_\rho^{NN} = \beta_{A_2}^{NN} = \beta/2 \quad (20)$$

mientras que para la producción de  $\eta$  debe reemplazarse  $\beta$  por  $\sqrt{2/3}\beta$ .

$A_v^{aN}(J,0)$  posee un corte en  $\alpha_0$  coincidente con un polo, sin embargo puede verse que el residuo de éste es nulo; en efecto, siendo  $E_1(z) \underset{z \rightarrow \infty}{\sim} -\gamma - \ln z$  <sup>(35)</sup> donde  $\gamma$  es la constante de Mascheroni - Euler obtenemos:

$$\begin{aligned} \text{Res } A_v^{aN}(J,0) \Big|_{J=\alpha_0} &= \lim_{J \rightarrow \alpha_0} \beta_v^{aN} (m \ n_a)^{\alpha_0} \left[ 1 - \frac{\gamma + \ln(J-\alpha_0) + \ln(\Delta_a+r)}{\gamma + \ln(J-\alpha_0) + \ln(\Delta+r)} \right] \\ &= 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Una búsqueda numérica indica además un polo real y dos pares de polos complejos conjugados. Los residuos de estos polos están dados por:

$$\text{res } A_v^{aN}(J,0) \Big|_{J=J_i} = \beta_v^{aN} \frac{(m \ m_a)^{\alpha_0} 2G_v^2 \text{re}^{rz_i} E_1\{(\Delta_a+r)z_i\}}{z_i - rz_i^2 + 2G_v^2 \text{re}^{-\Delta z_i}} \quad (22)$$

donde  $z_i = J_i - \alpha_0$ , siendo  $J_i$  la posición del polo. Para obtener los residuos correspondientes a  $A_\rho^{\pi N}$  nos basta con tomar  $\Delta_a = \Delta$ . La discontinuidad del corte es:

$$\text{Disc } A_v^{aN}(J,0) = -2\pi i \beta_v^{aN} \frac{(m \ m_a)^{\alpha_0}}{u} 2G_v^2 \text{re}^{ru} \cdot \frac{u + 2G_v^2 \text{re}^{ru} \{E_i\{-(\Delta+r)u\} - E_i\{-(\Delta_a+r)u\}\}}{\{u + 2G_v^2 \text{re}^{ru} E_i\{-(\Delta+r)u\}\}^2 + \{2G_v^2 \text{re}^{ru}\}^2}, \quad (23)$$

donde  $E_i(-x) = -E_1(x+i\epsilon) - i\pi^{(35)}$  y  $u = \text{Re}(J) - \alpha_0$ .

Las fórmulas (22) y (23) nos permiten reconstruir  $F_v^{aN}(s,0)$ , la antitransformada de  $A_v^{aN}(J,0)$ , por medio de una expresión análoga a la (17) recordando que para el  $A_2$  el factor de signatura es  $(-\cotg(\pi/2J) + i)$ .

La generalización de la Ec. (14) a  $t \neq 0$  es inmediata:

$$A^{(*)}(J,t) = \beta(t) s_o^{\alpha_0}(t) \left( J - \alpha_0(t) - 2/\pi \int_{-\infty}^0 dt' \cdot \int_{t_m}^{t_M} dt'' \frac{g_\rho^2(t,t',t'')}{\{-\lambda(t,t',t'')\}^{1/2}} \frac{e^{-\Delta\{J-\alpha_p(t')-\alpha_0(t'')+1\}}}{\{J-\alpha_p(t')-\alpha_0(t'')+1\}} \right)^{-1}, \quad (24)$$

donde  $g(t,t',t'')$  es el triple acoplamiento  $\rho \rightarrow \rho - P$  a  $t \neq 0$  y

$$t_m = -(\sqrt{-t} + \sqrt{-t'})^2$$

$$t_M = -(\sqrt{-t} - \sqrt{-t'})^2$$

$$\lambda(t, t', t'') = (t'' - t_m)(t'' - t_M) \quad .$$

de modo que la integración es en realidad para aquellos valores de  $t'$  y  $t''$  tales que  $\lambda(t, t', t'') < 0$ . Usando la identidad (36):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_{-t_0}^0 dt' \int_{-t_0}^0 dt'' \frac{\Theta\{-\lambda(t, t', t'')\}}{\{-\lambda(t, t', t'')\}^{1/2}} f(t', t'') &= \\ = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-t)^n}{(n!)} \int_{-t_0}^0 dx x^n \frac{\partial^{2n}}{\partial t'^n \partial t''^n} f(t', t'') \Big|_{t'=t''=x} \end{aligned} \quad (25)$$

y eligiendo :

$$g_p(t, t', t'') = g_0 \exp\{k_\rho(t+t') + k_p t''\} \quad (26)$$

donde  $k_\rho$  y  $k_p$  están relacionados con  $k$ :

$$k + k_p = k, \quad (27)$$

obtenemos:

$$\begin{aligned} A^{(-)}(J, t) &= \beta(t) (\mu) \alpha_0(t) \left[ J - \alpha_0(t) - 2 G_\rho^2 r \right. \\ &\cdot \exp \left\{ 2 \left[ \frac{k_\rho \alpha_p'^2 + k_p \alpha_0'^2}{(\alpha_p' + \alpha_0')^2} \right] t + 2r \left[ J - \alpha_c(t) \right] \right\} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{-v}{u} \right)^n \frac{E_{n+1}(u)}{n!} \left. \right]^{-1} \end{aligned} \quad (28)$$

donde:  $\alpha_c(t) = \alpha_0 + \alpha_0' \alpha_p' t / (\alpha_0' + \alpha_p')$

$$u = (r + \Delta) \{J - \alpha_c(t)\}$$

$$v = 4 \frac{(k_p \alpha_0' - k_\rho \alpha_p')^2}{(\alpha_p' + \alpha_0')^3} \{J - \alpha_c(t)\} t$$

y  $E_{n+1}(u)$  es una función exponencial integral.

La extensión a  $t \neq 0$  para otra amplitud  $A_v^{aN}(J,t)$  se realiza en forma análoga. Para una reacción dada, nuevamente podemos reconstruir la amplitud  $F(s,t)$  correspondiente en base a las singularidades de  $A_v^{aN}(J,t)$  en el plano  $J$ . Una vez conocido  $F(s,t)$  podemos calcular la sección eficaz diferencial:

$$\frac{d\sigma}{dt}(s,t) = \frac{|F(s,t)|^2}{16 \pi s^2} \quad (29)$$

y con la trayectoria de Regge efectiva

$$\alpha^{ef}(t) = 1/2 \frac{d}{d \ln s} \left\{ \ln \frac{d\sigma}{dt} \right\} + 1. \quad (30)$$

Claramente en la discusión anterior para  $t < 0$  no hemos tenido en cuenta efectos de spin y las distintas amplitudes que aparecerían al considerarlo.

#### Comparación con los datos experimentales

Los parámetros  $\alpha_0$ ,  $\beta$  y  $G_\rho^2$  se ajustaron con los datos experimentales de  $\Delta\sigma(\pi p)$ ; en cuanto a  $\Delta$  y  $r$  se mantuvieron fijos en los valores  $\Delta = 3$  y  $r = 2$ ; en particular el modelo es insensible ante variaciones de  $r$ . Los parámetros del polo desnudo resultaron  $\alpha_0 = 0.1$  y  $\beta = 7.05$  mbGeV, mientras que el acoplamiento  $\rho_0 - \rho_0 - P$  tomó el valor  $G_\rho^2 = 0.44$ . El ajuste se muestra en la Fig. 6, donde puede notarse el efecto del umbral difractivo. Con los parámetros así determinados la predicción que resulta para  $\frac{d\sigma}{dt}(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n)|_{t=0}$  se presenta en la Fig. 7; en la zona de Batavia el modelo tiene la tendencia correcta. En ambas figuras se exhibe junto con el modelo el resultado de un polo simple tomado de Ref. 4.

Una forma alternativa de mostrar estos resultados es la predicción de la relación de parte real a imaginaria de la amplitud antisimétrica a  $t=0$  (Fig. 8).

La contribución del  $\rho$  a KN no exige parámetros nuevos si el residuo del polo desnudo se toma como se indica en (20), (Fig.9).

La aplicación del modelo para el  $\rho$  en NN se hizo mediante la predicción de  $\{\Delta\sigma(pp) - \Delta\sigma(pn)\}$ , mostrada en Fig. 10. El residuo  $\beta_{\rho}^{NN}$  puede determinarse usando universalidad del  $\rho$  (46), en cuyo caso  $\beta_{\rho}^{NN} = \beta_{\rho}^{\pi N}/2 = 3.53 \text{ mbGeV}^2$ , o bien por factorización. Suponiendo esta propiedad para el residuo del polo real  $\alpha_R$  de la amplitud  $A_{\rho}^{NN}(J,0)$ :

$$B_{\rho}^{NN}(t=0) = \frac{\{B_{\rho}^{\pi N}(t=0)\}^2}{\beta_{\rho}^{\pi\pi}(t=0)} \quad (31)$$

donde  $\beta_{\rho}^{\pi\pi}$  es el residuo extrapolado de  $t = m_{\rho}^2$  (47) de la amplitud  $\pi\pi$  con  $I_t = 1$ , para la que hemos supuesto el comportamiento  $\beta_{\rho}^{\pi\pi}(\text{tg } \frac{\pi}{2} \alpha_{\rho} + i)(s/m_{\pi}^{-2})^{\alpha_{\rho}}$  con  $\alpha_{\rho} = \alpha_R$ . Así se obtiene para  $\beta_{\rho}^{NN}$  un valor consistente con el hallado por universalidad.

Puesto que hemos tomado un  $A_2$  desnudo degenerado de intercambio con el  $\rho$ , una vez relacionados los residuos según (20), sólo resta fijar el acoplamiento  $G_{A_2}$ . Como ya hemos dicho en Cap. I, los errores de los datos experimentales de  $\sigma_{K^+p}^T - \sigma_{K^-n}^T$  no permiten distinguir entre un  $A_2$  vestido degenerado o no con el  $\rho$ , y en consecuencia tal diferencia de secciones eficaces totales no es útil para fijar  $G_{A_2}$ . Para ello hemos usado entonces los datos de  $\frac{d\sigma}{dt}(\pi^-p \rightarrow \eta n)|_{t=0}$ ; el valor  $G_{A_2} = 0.18$  reproduce correctamente esta sección eficaz diferencial así como también  $\sigma_{K^+p}^T - \sigma_{K^-n}^T$ , como puede verse en Figs. 11 y 12 respectivamente.

Con respecto a la contribución del  $\rho$  y el  $A_2$  en

$\frac{d\sigma}{dt}(K^-p \rightarrow \bar{K}^0 n)|_{t=0}$ , aunque la predicción del modelo es cualitativamente mejor que la de polos simples, aún no logra reproducir los datos de Serpukhov. El resultado se muestra en la Fig. 13.

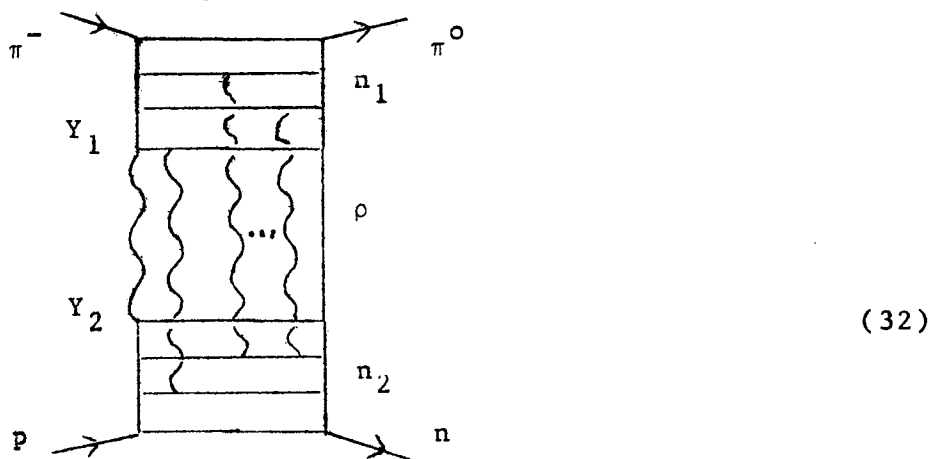
La aplicación del modelo para el  $A_2$  en NN da una buena predicción para  $\Sigma(pp) - \Sigma(pn)$ , (Fig. 14). Notemos que debido a que  $G_{A_2} \neq G_{\rho}$  las amplitudes  $F_{\rho}^{NN}$  y  $F_{A_2}^{NN}$  son distintas y así puede obtenerse también un buen acuerdo con  $\sigma^T(pp) - \sigma^T(pn)$  (dominado por

$A_2 - \rho$ ) a diferencia de un modelo de polos simples degenerados de intercambio.

En cuanto al comportamiento del modelo a  $t \neq 0$ , presentamos en Figs. 15 y 16 las trayectorias efectivas del  $\rho$  y del  $A_2$  extraídas de  $\frac{d\sigma}{dt}$  según (30). Como hemos dicho en el Cap. I,  $\alpha_\rho^{ef}(t)$  obtenida de datos experimentales presenta una nítida variación con la energía que es reproducida por el modelo. En cambio  $\alpha_{A_2}^{ef}(t)$ , debido a la menor constante de acoplamiento  $G_{A_2}$ , no muestra una dependencia apreciable con la energía. Para la extensión a  $t \neq 0$  hemos tomado  $\alpha'_p = 0$ ,  $\alpha'_0 = 1 \text{ GeV}^{-2}$  y  $k_p = k_0 = r(\alpha'_p + \alpha'_0)/4$ .

Vemos que el modelo presenta en todos los casos las características correctas; aún en  $\frac{d\sigma}{dt}(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n)|_{t=0}$  donde la predicción no es buena es cualitativamente mejor que el polo simple.

Cabe esperar que la introducción de correcciones absorptivas mejore los resultados del modelo. En Ref. 31 se tuvieron en cuenta para  $\Delta\sigma(\pi p)$  correcciones correspondientes a re-interacciones elásticas entre partículas pertenecientes a distintos conglomerados. En realidad a las energías actuales nos basta con considerar las correcciones absorptivas entre los conglomerados de partículas de la disociación difractiva simple



donde  $n_1$  y  $n_2$  es el número de partículas en cada uno de los conglomerados. Para ello efectuamos un análisis análogo al de Ref. 50. Introduciendo las correcciones absorptivas como se describió en el Cap. III, éstas aparecen para el diagrama de (32) sólo en el factor:

$$f = \prod_{i=1}^{n_1} \prod_{j=1}^{n_2} S_{ij} = \prod_{i=1}^{n_1} \prod_{j=1}^{n_2} (1 - A_{ij}), \quad (33)$$

y suponiendo una distribución continua de las partículas en cada conglomerado

$$f \approx \exp\left\{- \int d^3v_1 d^3v_2 \eta(v_1) \eta(v_2) A(v_1-v_2)\right\}, \quad (34)$$

donde  $v_i = (\bar{b}_i, y_i)$ ,  $d^3v = (d^2b/\pi) dy$  y la densidad de partículas en cada conglomerado es

$$\eta(v) = \frac{g_1 g_2}{\alpha'_0} \frac{\exp\{-b^2/4\alpha'_0 y\}}{y}, \quad (35)$$

$g_1$  y  $g_2$  son los acoplamientos en el eslabón inferior y superior respectivamente de la cadena multiperiférica.  $A(v_1-v_2)$  es el propagador del pomerón:

$$A(v_1 - v_2) = \frac{\gamma_P^2}{\pi \alpha'_P} \frac{\exp\{-(\bar{b}_2 - \bar{b}_1)^2/4\alpha'_P(y_2 - y_1)\}}{(y_2 - y_1)}, \quad (36)$$

donde  $\gamma_P$  es su acoplamiento con una partícula.

Integrando en parámetro de impacto:

$$f = \exp\left[- \frac{(g_1 g_2 \gamma_P)^2}{\pi} \int_0^{Y_1} dy_1 \int_{Y_2}^Y dy_2 \frac{1}{\alpha'_P(y_2-y_1) + \alpha'_0(y_2+y_1)}\right]. \quad (37)$$

Incluyendo estas correcciones, para  $\alpha'_P \ll \alpha'_0$  obtenemos

$$\Delta\sigma = 2\beta s \alpha_0^{-1} \left[ 1 + 2G_\rho^2 \int_0^{Y-\Delta} dx_1 \int_0^{Y-\Delta-x_1} dx_3 \left( \frac{Y}{Y+x_1} \right)^{\epsilon Y} \left( \frac{Y-x_3+x_1}{Y-x_3} \right)^{\epsilon(Y-x_3)} \cdot \left( \frac{Y-x_3+x_1}{Y+x_1} \right)^{\epsilon x_1} \right], \quad (38)$$

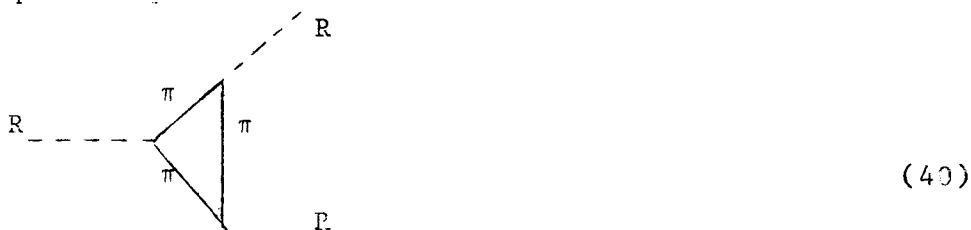
mientras que para el caso  $\alpha'_p \approx \alpha'_0$

$$\Delta\sigma = 2\beta s^{\alpha_0 - 1} \left[ 1 + 2G^2 \int_0^{Y-\Delta} \frac{dx_1}{Y^{(\epsilon/2)x_1}} \frac{Y^{(\epsilon/2)x_1+1} - (\Delta+x_1)^{(\epsilon/2)x_1+1}}{(\epsilon/2)x_1+1} \right] \quad (31)$$

donde  $\epsilon = (\alpha_1 g_2 \gamma_p)^2 / (\pi \alpha'_0)$ . Para  $0 < \epsilon \leq 1$  la corrección al polo es negativa en ambos casos y tanto más grande cuanto mayor es la energía. Con  $\epsilon = 0.3$  en Ec. (38) se consigue una mejora notable en los resultados del modelo con  $\alpha'_0 = \alpha'_p = 0$  de Ref. 31.

Las re-interacciones elásticas entre partículas de un mismo conglomerado no se tuvieron en cuenta, aunque el pequeño valor de la intersección del polo desnudo puede interpretarse como un efecto de estas correcciones absorptivas.

El menor valor de  $GA_2$  con respecto a  $G_0$  que resulta de los ajustes puede explicarse si se tiene en cuenta que la primer contribución al triple acoplamiento R-R-P está dada por un triángulo de piones:



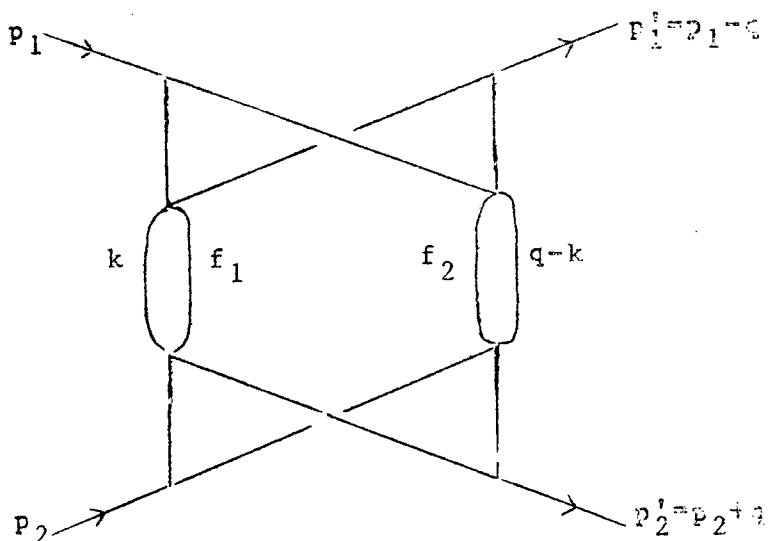
y ésta es cero si el reggeon es  $A_2$ . Lo mismo ocurre para el  $\omega$ , sin embargo en este caso los datos rechazan un  $\omega$  desnudo degenerado con el  $\rho_0$ . Del punto de vista de Ref. 29 es razonable que la extensión del modelo al  $\omega$  no sea inmediata ya que correspondiendo a esta trayectoria un isospin  $I = 0$  la misma es afectada, a diferencia del  $\rho$ , por las correcciones del cilindro resultando así a  $t = 0$  trayectorias distintas.

Mediciones recientes de secciones eficaces diferenciales de  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$  (51) y  $\pi^- p \rightarrow \eta n$  (52) aportan datos hasta 199.3 GeV/c. La predicción del modelo a  $t = 0$  en ambos casos es aún mejor que la del polo.

#### IV. MODELOS BASADOS EN UNITARIEDAD EN CANAL t.

##### Motivación de la teoría de campos de reggeones

La teoría de campos de reggeones (TCR) fue derivada por Gribov<sup>(53)</sup> a partir de diagramas híbridos de Feynman. Estos son de la forma



(2)

las líneas de las cruces superior e inferior son propagadores correspondientes a partículas y las amplitudes  $f_i$  representan intercambios de reggeones. La identificación de estas amplitudes con una suma de escaleras parece natural pero no es esencial para la derivación de la TCR.

El resultado de interés de Ref. 53 es la contribución a la amplitud parcial  $F(J, q_t^2)$  debida a diagramas en los que se intercambian  $n$  reggeones:

$$F_n(J, q_t^2) = 2\pi i \int \prod_{i=1}^n \frac{dl_i}{2\pi i} \frac{d^2 k_{it}}{(2\pi)^2} \delta^2(q_t - \sum_{i=1}^n k_{it}) \delta(J-1 - \sum_{i=1}^n (l_i-1)) \cdot \left( \prod_{i=1}^n G_{l_i}(k_{it}^2) \right) \gamma_{\alpha_1 \dots \alpha_n} W_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^2 \quad (2)$$

donde  $G_{l_i}(k_{it}^2)$  es la transformada de Sommerfeld-Watson del propagador de un reggeon de impulso  $k_{it}$ ,  $N_{\alpha_1 \dots \alpha_n}$  es una función de  $q$  y de los impulsos  $k_{it}$  y  $\gamma_{\alpha_1 \dots \alpha_n}$  depende de  $n$  la signatura  $\tau_i$  de los  $n$  reggeones:

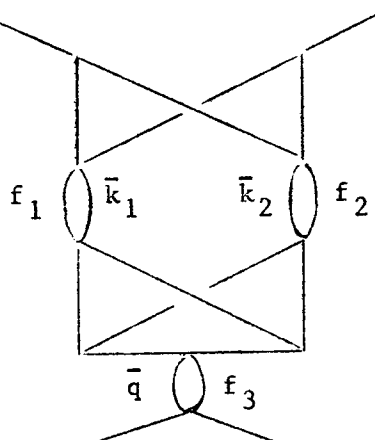
$$\gamma_{\alpha_1 \dots \alpha_n} = (-)^{n-1} \text{sen} \left\{ \frac{\pi}{2} \left( \sum_{i=1}^n \left( \alpha_i + \frac{1-\tau_i}{2} \right) \right) \right\} / \prod_{i=1}^n \zeta_{\alpha_i} \quad (3)$$

donde  $\zeta_{\alpha_i} = \text{sen} \left\{ \frac{\pi}{2} \left( \alpha_i + \frac{1-\tau_i}{2} \right) \right\} \quad (4)$

Esta contribución a la amplitud puede interpretarse como un proceso en el cual dos partículas actúan como fuentes de impulso  $q_t$  y energía  $E = l-J$  creando  $n$  reggeones de impulso  $k_{it}$  y energía  $E_i = l - l_i$  con amplitud  $\sqrt{\gamma_{\alpha_1 \dots \alpha_n}} N_{\alpha_1 \dots \alpha_n}$ . Cada reggeon se propaga con la amplitud  $G_{l_i}(k_{it}^2)$  hasta que todos son absorbidos por las partículas. Mientras tanto energía e impulso se conservan en cada etapa, como indican las deltas.

Destaquemos que para  $n=2$ , si ambos reggeones son pomerones entonces  $\tau_1 = \tau_2 = 1$  y  $\gamma_{\alpha_1 \alpha_2} \sim -1$ , por lo que el acoplamiento efectivo  $\sqrt{\gamma_{\alpha_1 \alpha_2}} N_{\alpha_1 \alpha_2}$  de dos partículas a dos pomerones es imaginario.

El análisis de gráficos más complicados afirma la interpretación de los reggeones como cuasipartículas. Un elemento nuevo aparece al considerar el gráfico:



(5)

ya que en él interviene el triple acoplamiento de reggeones. Su contribución a la amplitud es:

$$\left[ \frac{d^2 k_{1t}}{(2\pi)^2} \frac{d^2 k_{2t}}{(2\pi)^2} \frac{dl_1}{2\pi i} \frac{dl_2}{2\pi i} (2\pi)^2 \delta^2(q_t - k_{1t} - k_{2t}) 2\pi i \delta(1-J-(1-l_1)-(1-l_2)) \right. \\ \left. \cdot N_{1_1 1_2}(k_{1t} k_{2t}) \gamma_{1_1 1_2} r_{1_1 1_2 J}(k_{1t}, k_{2t}, q_t) G_{1_1}(k_{1t}^2) G_{1_2}(k_{2t}^2) \right] G_J(q_t^2) \quad (6)$$

Puesto que el acoplamiento de dos partículas a dos reggeones es imaginario, también debe serlo el acoplamiento de tres reggeones  $\sqrt{\gamma_{1_1 1_2}} r_{1_1 1_2 J}(k_{1t}, k_{2t}, J)$  para  $k_{1t}, k_{2t}, q_t \sim 0$  ya que (6) debe ser real debajo de los umbrales del canal  $t$ .

En forma similar podemos construir vértices de más de tres reggeones; analizando sus contribuciones y teniendo en cuenta la signatura del pomerón se encuentra que el acoplamiento de  $n$  a  $n$  pomerones tiene la fase  $i^{n+n-2}$ .

Tenemos así un esquema en el cual para obtener la amplitud parcial debemos escribir todos los diagramas de Feynman para reggeones, los que interactúan en vértices a los que llegan cualquier número de ellos.

Por supuesto que la naturaleza de la amplitud  $f$ , o sea el reggeon desnudo, debe encontrarse a través del análisis de la teoría de campos subyacente para las partículas físicas y una vez hecho esto, una demostración completa de la TCR aún exige descomponer dicha teoría subyacente en diagramas híbridos. Esto último, tomando una teoría  $\phi^3$ , fue tratado con algún detalle por DeTar<sup>(54)</sup>.

La TCR fue también derivada directamente de unitariedad en el canal  $t$ <sup>(55)</sup>. Esquemáticamente para el diagrama (1) la demostración consiste en considerar las amplitudes  $f_i$  formadas por escaleras y proyectar en ondas parciales la relación de unitariedad en el canal  $t$  para  $t > 16 \mu^2$  debido al umbral de cuatro partículas. Esto nos da directamente la discontinuidad en el plano  $J$  del corte de dos reggeones.

La discontinuidad puede obtenerse también directamente de (2) para  $n$  reggeones. Suponiendo que  $G_1(k_t) = (1 - \alpha(k_t))^{-1}$ , donde no especificamos la trayectoria  $\alpha(k_t)$ , obtenemos:

$$\text{disc}_J F_n = (-)^{n-1} 2\pi i \text{sen}\left\{\frac{\pi}{2}\left(J - \sum_i \frac{\tau_i - 1}{2}\right)\right\} \left[ \frac{d^2 k_{1t} \dots d^2 k_{nt}}{(2\pi)^2} \delta^2\left(q_t - \sum_{i=1}^n k_{it}\right) \cdot \right. \\ \left. \cdot \delta^2\left(q_t - \sum_{i=1}^n k_{it}\right) \delta\left(J - 1 - \sum_{i=1}^n \{\alpha_i(k_{it}^2) - 1\}\right) \left(\prod_i \zeta_{\alpha_i}\right)^{-1} N_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(J+i\varepsilon)} N_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(J-i\varepsilon)} \right], \quad (7)$$

que nos provee de relaciones de unitariedad para los reggeones.

La posición del corte está dada por

$$J = 1 + n \{\alpha(t/n^2) - 1\} \quad (8)$$

y si  $\alpha(0) = 1$ , a  $t = 0$  todos los cortes coinciden con el polo en  $J = 1$ .

### Teoría de campos de reggeones

En la sección anterior hemos visto que los reggeones, a los que puede asociarse un impulso  $\bar{k}$  (las dos componentes de  $k_t$ ) y una energía  $E = 1 - \alpha(-k^2)$ , deben satisfacer relaciones de unitariedad de la forma (7) lo que nos permite tratarlos como cuasi-partículas en un espacio de dos dimensiones espaciales y una temporal dadas por el parámetro de impacto  $\bar{x}$  y la variable  $\tau = -i \ln s = -iy$  respectivamente. Este requerimiento, si bien nos da información sobre los cortes en el plano  $J$  necesarios para satisfacer unitariedad en el canal  $t$ , no nos dice nada sobre la relación entre  $E$  y  $\bar{k}$  ni sobre el tipo de interacciones, de modo que no define el lagrangiano que gobierna a los reggeones.

Sin embargo, siguiendo a Abarbanel et al. (56) es interesante analizar las consecuencias de una trayectoria lineal

$$\alpha(-k^2) = \alpha_0 - \alpha'_0 k^2 \quad (9)$$

con lo que 
$$E = \alpha'_0 k^2 + (1 - \alpha_0) \quad (10)$$

lineal en  $k^2$ , lo que indica que se trata de una teoría no relativista.

Si asociamos al reggeon un campo  $\psi(\bar{x}, \tau)$  el lagrangeano correspondiente a (10) es

$$L_0(\bar{x}, \tau) = i/2 \left\{ \psi_0^\dagger(\bar{x}, \tau) \frac{\delta}{\delta \tau} \psi_0(\bar{x}, \tau) - \alpha'_0 \nabla \psi_0^\dagger(\bar{x}, \tau) \cdot \nabla \psi_0(\bar{x}, \tau) - \Delta_0 \psi_0^\dagger(\bar{x}, \tau) \psi_0(\bar{x}, \tau) \right\} \quad (11)$$

siendo 
$$\Delta_0 = 1 - \alpha_0 \quad (12)$$

La función de Green asociada a este lagrangeano es

$$G_0^{(1,1)}(E, \bar{k}) = i (E - \alpha'_0 \bar{k}^2 - \Delta_0 + i\epsilon)^{-1} \quad (13)$$

cuya transformada de Fourier es:

$$G_0^{(1,1)}(y, \bar{x}) = \int \frac{d^2 k dE}{(2\pi)^3} e^{i(\bar{k} \cdot \bar{x} - E\tau)} G_0(E, \bar{k}) \\ = \theta(y) e^{-y\Delta_0} \frac{e^{-\bar{x}^2/4\alpha'_0 y}}{4\pi \alpha'_0 y} \quad (14)$$

que representa la amplitud de probabilidad de que el reggeon emitido a rapidez (tiempo) cero sea absorbido en  $y, \bar{x}$ . Destaquemos que el lagrangeano (14) no incorpora el umbral  $\Delta$  necesario para que

pueda emitirse un pomerón, de ahí que en  $G_0(y, \bar{x})$  aparezca  $\theta(y)$  en lugar de  $\theta(y-\Delta)$ .

Más adelante nos será útil disponer del número de dimensiones espaciales como variable, si éste es  $D$  escribimos la acción

$$A_0 = \int d^D \bar{x} d\tau L_0(\bar{x}, \tau) \quad (15)$$

de cuya variación resulta la ecuación de Schroedinger:

$$i \frac{\delta}{\delta \tau} \psi(\bar{x}, \tau) = -\alpha'_0 \nabla^2 \psi(\bar{x}, \tau) + \Delta_0 \psi(\bar{x}, \tau) \quad (16)$$

donde  $1/2\alpha'_0$  juega el papel de la masa de la cuasi-partícula y  $\Delta_0$  es un intervalo en energía.

Como hemos visto son posibles vértices de 3 o más pomerones, sin embargo ha sido probado<sup>(57)</sup> que asintóticamente las contribuciones dominantes provienen del triple acoplamiento. Un cálculo explícito del comportamiento asintótico muestra también que de los dos acoplamientos renormalizables,  $\psi^3$  y  $\psi^4$ , es el primero el que domina<sup>(56,58)</sup>. A él nos referimos a continuación.

Tomamos como lagrangeano

$$L(\bar{x}, \tau) = L_0(\bar{x}, \tau) - \frac{\lambda_0}{2} \{ \psi_0^\dagger(\bar{x}, \tau) \psi_0(\bar{x}, \tau)^2 + h.c. \} \quad (17)$$

donde, de acuerdo a lo dicho en la sección anterior la constante de acoplamiento  $\lambda_0$  es imaginaria.

La cuantificación se realiza pidiendo que:

$$\left[ \psi_0(\bar{x}, 0) , \psi_0^\dagger(\bar{z}, 0) \right] = \delta^D(\bar{x} - \bar{z}) \quad (18)$$

Las cantidades de interés son las funciones de Green:

$$\begin{aligned} G^{(n,m)}(\bar{x}_1, \tau_{x_1} \dots \bar{x}_n, \tau_{x_n}; z_1, \tau_{z_1} \dots z_m, \tau_{z_m}) &= \\ = \langle 0 | T \left[ \psi_0^\dagger(z_1, \tau_{z_1}) \dots \psi_0^\dagger(z_m, \tau_{z_m}) \psi_0(x_1, \tau_{x_1}) \dots \psi_0(x_n, \tau_{x_n}) \right] | 0 \rangle & \quad (19) \end{aligned}$$

que describe la interacción de  $m$  reggeones que da lugar a un estado final de  $n$  reggeones. En espacio de impulso:

$$\delta\left(\sum_{i=1}^n E_i - \sum_{j=n+1}^{n+m} E_j\right) \delta^D\left(\sum_{i=1}^n \bar{q}_i - \sum_{j=n+1}^{n+m} \bar{q}_j\right) G^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i) =$$

$$= \int d^D x_1 d\tau_{x_1} \dots d^D z_m d\tau_{z_m} \exp(-i\bar{k}_1 \cdot \bar{x}_1 + iE_1 \tau_{x_1} + \dots + ik_{n+m} \cdot \bar{z}_m -$$

$$- iE_{n+m} \tau_{z_m}) G^{(n,m)}(\bar{x}_1, \tau_{x_1} \dots \bar{z}_m, \tau_{z_m}) \quad (20)$$

Las reglas de Feynman que resultan son:

- 1) Se dibujan todos los gráficos topológicamente distintos. Cada línea lleva una flecha indicando la dirección de propagación del reggeon.
- 2) A cada lazo le corresponde una integral  $\int d^D q dE_q$
- 3) Por cada vértice un factor  $-i\lambda_0 / (2\pi)^{(D+1)/2}$
- 4) Por cada línea de energía  $E$  e impulso  $\bar{k}$  un propagador desnudo  $G^{(1,1)}(E, \bar{k})$
- 5) Por cada lazo de dos reggeones propagándose en la misma dirección:



se multiplica por  $1/2$ .

- 6) Conservar energía e impulso en cada vértice.

El lagrangeano propuesto nos da, al calcular por perturbaciones en  $\lambda_0$ , contribuciones divergentes; sin embargo la teoría es renormalizable y podemos eliminar estas divergencias sumando a  $L(\bar{x}, \tau)$  contra términos de la misma forma de los que posee:

$$\begin{aligned}
 L(\bar{x}, \tau) \rightarrow L(\bar{x}, \tau) = & (1 + c_1) i/2 \psi^\dagger(\bar{x}, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \psi(\bar{x}, \tau) - \\
 & -(1 + c_2) \alpha'_0 \nabla \psi^\dagger(\bar{x}, \tau) \cdot \nabla \psi(\bar{x}, \tau) - (1 + c_3) \Delta_0 \psi^\dagger(\bar{x}, \tau) \psi(\bar{x}, \tau) - \\
 & - (1 + c_4) \lambda_0 / 2 \left[ \psi^\dagger(\bar{x}, \tau) \psi^2(\bar{x}, \tau) + \text{h.c.} \right] \quad (21)
 \end{aligned}$$

Las constantes  $c_i$  dependen de los parámetros de la teoría desnuda y se eligen de manera que cancelen las divergencias. La teoría renormalizada dependerá de parámetros finitos  $\alpha'$ ,  $\Delta$  y  $\lambda$  y del campo renormalizado  $\psi(\bar{x}, \tau)$ . En lugar de trabajar con las constantes  $c_i$  es usual definir otras que vinculan los parámetros desnudos con los renormalizados en la forma:

$$\psi(\bar{x}, \tau) = Z_3^{-1/2} \psi_0(\bar{x}, \tau) \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 \text{y} \quad \alpha' &= Z_2^{-1} Z_3 \alpha'_0 \\
 \Delta_R &= Z_4^{-1} Z_3 \Delta_0 \\
 \lambda &= Z_3^{3/2} Z_1^{-1} \lambda_0 \quad (23)
 \end{aligned}$$

La renormalización del campo implica por supuesto también la renormalización de las funciones de Green.

Antes de determinar estas constantes es necesario notar que, una vez que se sumen los contratérminos y se absorban con ellos las divergencias, aún podemos agregar nuevos contratérminos a los que se asocian constantes  $z_1, z_2, z_3$  y  $z_4$  finitas, sin cambiar el contenido de la teoría. Este cambio en la renormalización implica una variación en los parámetros  $\alpha'$ ,  $\Delta$ ,  $\lambda$  y en el campo  $\psi(\bar{x}, \tau)$ .

Para fijar las constantes  $z_i$ , imponemos condiciones sobre las funciones de Green y sus derivadas para un valor determinado de sus argumentos. Tales condiciones, así como el valor de la energía e impulso en las que se aplican, son arbitrarias; un cambio en ellas equivale a un cambio en la normalización del campo y de los parámetros  $\alpha'$ ,  $\Delta$  y  $\lambda$  (los que son entonces funciones

del punto de normalización) pero no en las funciones de Green. Esta renormalización multiplicativa del campo seguida de un cambio adecuado en los parámetros de la teoría posee la propiedad de grupo y se lo llama grupo de renormalización <sup>(59)</sup>.

Como veremos, al exigir que las funciones de Green no varíen ante tales transformaciones podemos obtener información de su comportamiento asintótico; ésto es lo que hace útil a esta técnica en el límite infrarojo de la TCR donde todos los gráficos son importantes.

Veamos en detalle como funciona. Para no ocuparnos de los polos de las líneas externas es conveniente estudiar las funciones de Green amputadas:

$$\Gamma^{(n,m)}(E_1, k_1 \dots E_{n+m}, \bar{k}_{n+m}) = \prod_{j=1}^{n+m} G^{(1,1)}(E_j, k_j)^{-1} G_c^{(n,m)}(E, \bar{k}_1 \dots E_{n+m}, \bar{k}_{n+m}) \quad (24)$$

donde  $G_c^{(n,m)}$  indica la función de Green conectada.

En cuanto al punto de normalización, es necesario tomarlo fuera de la zona donde están los puntos de ramificación que aparecen en el cálculo perturbativo. Una elección adecuada es  $E = -E_N < 0$  y  $\bar{k}^2 = \bar{k}_N^2 = 0$  (en adelante indicaremos a este punto con PN).

Fijamos en este punto la normalización del campo y de los parámetros  $\alpha'$  y  $\lambda$  pidiendo que en el orden más bajo de perturbaciones en  $r_0$  coincidan con 1,  $\alpha'_0$  y  $\lambda_0$  respectivamente:

$$\frac{\partial}{\partial E} i\Gamma_R^{(1,1)}(E, \bar{k}^2) \Big|_{PN} = 1 \quad (25a)$$

$$\frac{\partial}{\partial k^2} i\Gamma_R^{(1,1)}(E, \bar{k}^2) \Big|_{PN} = -\alpha'(E_N) \quad (25b)$$

$$\Gamma_R^{(1,2)}(E_1, \bar{k}_1; E_2, \bar{k}_2, E_3, \bar{k}_3) \Big|_{\substack{E_1 = 2E_2 = 2E_3 = -E_N \\ E_i = 0}} = -i \frac{\lambda(E_N)}{(2\pi)^{(D+1)/2}} \quad (25c)$$

donde  $\Gamma_R^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i, \alpha'_i, \lambda, E_N) = Z^{(n+m)/2} \Gamma^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i, \alpha'_0, \lambda_0, D)$  . (26)

son las funciones de Green renormalizadas.

Como última condición pediremos que cualquiera sea la naturaleza de la singularidad de  $G^{(1,1)}(E, \bar{k})$ , ésta esté en  $J=1$  para  $t=0$ , o sea:

$$\Gamma_R^{(1,1)}(E, \bar{k}) \Big|_{E=0; \bar{k}=0} = 0. \quad (27)$$

Antes de proseguir notemos que, siendo las unidades de  $\bar{x}$  y  $\tau$ :

$$\begin{aligned} [x] &= k^{-1} \\ [\tau] &= E^{-1} \end{aligned} \quad (28)$$

y las unidades de la acción:

$$[A] = E [\tau] = 1, \quad (29)$$

entonces:

$$\begin{aligned} [L] &= E k^D \\ [\psi] &= k^{D/2} \\ [\alpha'_0] &= E k^{-2} \\ [\Delta_0] &= E \\ [\lambda_0] &= E k^{-D/2} \\ [\Gamma_R^{(n,m)}] &= E k^{D(1 - \frac{n+m}{2})} \end{aligned}$$

y como la única cantidad con unidades de energía es  $E_N$ :

$$\Gamma_R^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i, y, \alpha', E_N) = E_N \left( \frac{E_N}{\alpha'} \right)^{(2-m-n)D/4} \Psi_{n,m} \left( \frac{E_i}{E_N}, \alpha' \frac{\bar{k}_i \cdot \bar{k}_i}{E_N}; y \right) \quad (31)$$

donde hemos reemplazado el acoplamiento  $\lambda(E_N)$  por otro parámetro adimensional:

$$y(E_N) = \frac{\lambda(E_N)}{\alpha'(E_N)^{D/4}} E_N^{D/4-1} \quad (32)$$

Las funciones  $\Psi_{n,m}$  son también adimensionales, de modo que sólo pueden depender de las cantidades que se indican.

Como consecuencia de (31):

$$\begin{aligned}
 \Gamma_R^{(n,m)}(\xi E_i, \bar{k}_i, y, \alpha', E_N) &= \\
 &= \xi \frac{E_N}{\xi} \left[ \frac{E_N/\xi}{\alpha'/\xi} \right]^{(2-n-m)D/4} \Psi_{n,m} \left( \frac{E_i}{E_N/\xi}, \frac{\alpha'/\xi}{E_N/\xi} \bar{k}_i \cdot \bar{k}_j, y \right) \\
 &= \xi \Gamma_R^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i, y, \alpha'/\xi, E_N/\xi) \quad . \quad (33)
 \end{aligned}$$

Volvamos a las condiciones (25). Estas determinan los parámetros de la teoría renormalizada como funciones de los parámetros desnudos y de  $E_N$ ; la ecuación que da la dependencia de las funciones de Green renormalizadas en  $y(E_N)$ ,  $\alpha'(E_N)$  y  $E_N$  es la ecuación del grupo de renormalización:

$$E_N \frac{\partial}{\partial E_N} \Gamma^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i, \alpha'_0, r_0, D) = 0, \quad (34)$$

1) no depende de  $E_N$ . Relacionando estas funciones renormalizadas:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial \alpha'} - \frac{n+m}{2} \gamma(y) \right] \Gamma_R^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i, y, \alpha', E_N) = 0, \quad (35)$$

$\beta, \zeta/\alpha'$  y  $\gamma$  son funciones adimensionales dadas por:

$$\gamma(y) = E_N \frac{\partial}{\partial E_N} \ln Z_3(\alpha'_0, r_0, E_N) \quad (36)$$

$$\beta(y) = E_N \frac{\partial}{\partial E_N} y(E_N) \quad (37)$$

$$\zeta(\alpha', y) = E_N \frac{\partial}{\partial E_N} \alpha'(E_N) \quad . \quad (38)$$

La Ec. (33) obtenida por análisis dimensional nos permite reemplazar la derivada respecto a  $E_N$  por otra respecto a  $\xi$

$$-E_N \frac{\partial}{\partial E_N} \Gamma_R^{(n,m)}(\xi E_i, \bar{k}_i, y, \alpha', E_N) = \left( \xi \frac{\partial}{\partial \xi} + \alpha' \frac{\partial}{\partial \alpha'} - 1 \right) \Gamma_R^{(n,m)}(\xi E_i, \bar{k}_i, y, \alpha', E_N) \quad (39)$$

con lo cual la ecuación del grupo de renormalización es:

$$\left\{ \xi \frac{\partial}{\partial \xi} - \beta(y) \frac{\partial}{\partial y} + (\alpha' - \zeta(\alpha', y)) \frac{\partial}{\partial \alpha'} + \left( \frac{n+m}{2} \gamma(y) - 1 \right) \right\} \Gamma_R^{(n,m)}(\xi E_i, \bar{k}_i, y, \alpha', E_N) = 0 \quad (40)$$

siendo su solución:

$$\Gamma_R^{(n,m)}(\xi E_i, \bar{k}_i, y, \alpha', E_N) = \Gamma_R^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i, \tilde{y}(-t), \tilde{\alpha}'(-t), E_N) \cdot \exp \int_{-t}^0 dt' \left\{ 1 - \frac{n+m}{2} \gamma(\tilde{y}(t')) \right\} \quad (41)$$

donde

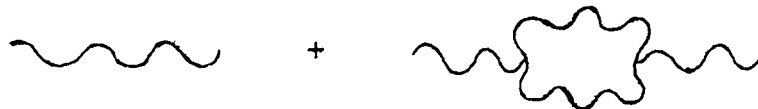
$$\frac{d y(t)}{dt} = -\beta(y(t)) \quad (42)$$

$$\frac{d \tilde{\alpha}'(t)}{dt} = \tilde{\alpha}'(t) - \zeta(\tilde{\alpha}'(t), \tilde{y}(t)) \quad (43)$$

y  $t = \ln \xi$ . Las condiciones iniciales son  $\tilde{y}(0) = y$ ,  $\tilde{\alpha}'(0) = \alpha'$ .

En particular nos interesa el límite infrarojo  $E_i \rightarrow 0$  o equivalentemente  $\xi \rightarrow 0$  e  $t \rightarrow -\infty$ .

En realidad la Ec. (41) no nos permite determinar las funciones de Green a menos que podamos calcular  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\zeta$  de alguna forma. Por supuesto que si las conociéramos exactamente tendríamos resuelta la teoría de campos y el grupo de renormalización no agregaría nada. El procedimiento usual es calcularlas por perturbaciones suponiendo que en el segundo miembro la constante de acoplamiento efectiva es pequeña y este resultado reemplazarlo en (41). Para el cálculo de  $\Gamma^{(1,1)}$  hasta segundo orden debemos considerar los gráficos:



que nos dan

$$i\Gamma^{(1,1)}(E, \bar{k}^2, \alpha'_0, \lambda_0) = E - \alpha'_0 \bar{k}^2 + \frac{\lambda_0^2 \pi^{D/2} \Gamma(1-D/2)}{2(2\pi)^D (2\alpha'_0)^{D/2}} \left[ \frac{\alpha'_0 \bar{k}^2}{2} - E \right]^{D/2-1}, \quad (44)$$

y utilizando las condiciones (25a,b) y las definiciones (36),(38) obtenemos:

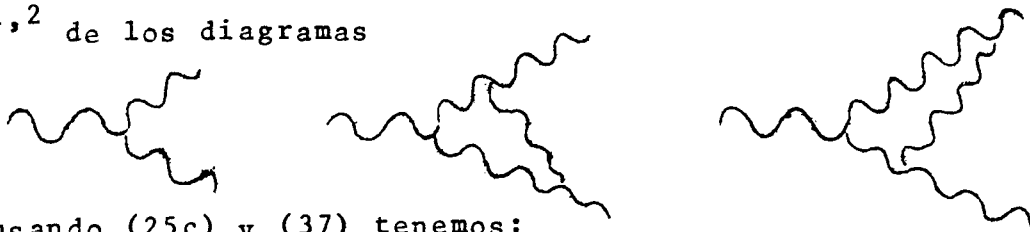
$$\gamma(y) = 2 K y^2 \quad (45)$$

$$\zeta(\alpha', y) = K \alpha' y^2 \quad (46)$$

donde

$$K = (\pi/2)^{D/2} \frac{\Gamma(3-D/2)}{4(2\pi)^D}. \quad (47)$$

Para obtener  $\beta(y)$  hasta segundo orden calculamos la contribución a  $\Gamma^{1,2}$  de los diagramas



y usando (25c) y (37) tenemos:

$$\beta(y) = -1/4 (4-D) y - \left( \tilde{K} + \frac{DK}{4} \right) y^3 \quad (48)$$

siendo

$$\tilde{K} = K \{8I(D) - 3\} \quad (49)$$

$$I(D) = 2 \frac{1 - 2^{1-D/2}}{D/2 - 1}. \quad (50)$$

Puesto que en realidad  $y$  es imaginario,  $y = ig$ , y

$$\beta(y) = i \left\{ -1/4(4-D)g + \left( \tilde{K} + \frac{DK}{4} \right) g^3 \right\} \quad (51)$$

$$= i \beta(g) \quad (52)$$

y además del cero en  $g=0$ , para el cual  $\frac{d\beta}{dg} < 0$ , posee otro en

$$g_1 = \left[ \frac{4-D}{4\tilde{K} + DK} \right]^{1/2} \quad (53)$$

para el cual  $\left. \frac{d\beta}{dg} \right|_{g=g_1} > 0$ . (54)

Esto garantiza que  $g_1$  domine el comportamiento infrarrojo de las funciones de Green<sup>(59)</sup>. Calculando explícitamente, la Ec. (42) aplicada en la variable  $g$  es:

$$\frac{d\tilde{g}(t)}{dt} = 1/4 (4 - D) \tilde{g} - \kappa \tilde{g}^3 \quad (55)$$

siendo  $\kappa > 0$ . La solución es

$$\tilde{g}(t) = \exp\{((4-D)/4)t\} \left\{ 1/g^2 r \frac{4\kappa}{4-D} \left( e^{((4-D)/2)t} - 1 \right) \right\}^{-1/2} \quad (56)$$

y  $\lim_{t \rightarrow -\infty} \tilde{g}(-t) = g_1$  (57)

(por el contrario  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{g}(-t) = 0$ ).

Notemos que si  $D \approx 4$ ,  $g_1$  es pequeño y puede esperarse obtener un buen resultado usando perturbaciones en  $g$  a la derecha de (41). Del cálculo perturbativo obtenemos  $\gamma(g_1) \approx -1/6$  y  $\zeta(\alpha'; g_1)/\alpha' \approx -1/12$ .

Veamos las consecuencias de un cero de  $\beta(g)$  en  $g=g_1$  pequeño. Aproximamos  $\beta(g)$  en la forma:

$$\beta(g) = \beta_0 (g - g_1) \quad ; \quad \beta_0 > 1 \quad (58)$$

entonces  $\tilde{g}(t)$  es la solución de

$$\frac{d\tilde{g}(t)}{dt} = \beta_0 \{\tilde{g}(t) - g_1\} \quad (59)$$

o sea  $\tilde{g}(t) = g_1 + \xi^{-\beta_0} (g - g_1)$  (60)

En forma análoga, definiendo  $z(g_1) = 1 - \frac{\zeta(\alpha', g)}{\alpha'}$  obtenemos

$$\tilde{\alpha}'(t) = \alpha' C_\alpha \exp\{z(g_1)t + O(e^{-\beta_0 t})\} \quad (61)$$

siendo

$$C_\alpha = \exp \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} z_n (g-g_1)^n / \beta_0^n \right\} \quad (62)$$

donde  $z_n$  son los coeficientes del desarrollo:

$$z(g) = z(g_1) + \sum_{n=1}^{\infty} z_n (g - g_1)^n \quad (63)$$

Análogamente, desarrollando  $\gamma(g)$ :

$$\gamma(g) = \gamma(g_1) + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n (g - g_1)^n \quad (64)$$

obtenemos para  $\xi \rightarrow 0$ :

$$\exp\left\{\int_{-t}^0 dt' \left[1 - \frac{n+m}{2} \gamma(g(t'))\right]\right\} = C_Y \exp\left\{t \left[1 - \frac{n+m}{2} \gamma(g_1)\right]\right\} + O(\xi^{\beta_0}) \quad (65)$$

donde

$$C_Y = \exp\left\{\frac{n+m}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n (g - g_1)^n / \beta_0 n\right\} \quad (66)$$

Reemplazando estos resultados en la solución de la ecuación de grupo de renormalización:

$$\begin{aligned} \Gamma_R^{(n,m)}(\xi E_i, \bar{k}_i, g, \alpha', E_N) &= \Gamma_R^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i, g_1, \alpha', C_Y \xi^{-z(g_1)}, E_N) C_Y \xi^{1 - \frac{n+m}{2} \gamma(g_1)} \\ &= C_Y \xi^{1 - \frac{n+m}{2} \gamma(g_1) + z(g_1)(D/4)(2-n-m)} E_N \left[ \frac{E_N}{C_Y \alpha'} \right]^{D/4(2-n-m)} \\ &\quad \cdot \Psi_{n,m} \left( \frac{E_i}{E_N}, \xi^{-z(g_1)} C_Y \alpha' \frac{\bar{k}_i \cdot \bar{k}_i}{E_N}, g_1 \right), \end{aligned} \quad (67)$$

donde en la última línea se usó el resultado del análisis dimensional.

Como consecuencia de (67) tenemos la propiedad de escala:

$$\begin{aligned} \Gamma_R^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i, g, \alpha', E_N) &= C_Y E_N \left[ \frac{E_N}{C_Y \alpha'} \right]^{(2-n-m)D/4} \\ &\quad \cdot \left( \frac{-E}{E_N} \right)^{1+z(g_1)D/4(2-n-m) - (n+m)/2\gamma(g_1)} \Phi_{n,m} \left( \frac{E_i}{E_N}, \left( \frac{E}{E_N} \right)^{-z(g_1)} \frac{\bar{k}_i \cdot \bar{k}_i}{E_N} C_Y \alpha', g_1 \right) \end{aligned} \quad (68)$$

donde  $E = \prod_I E$ .  $\Phi_{n,m}$  son funciones adimensionales no determinadas por este análisis.

En Ref. (56) se calcula la función  $\phi_{1,1}$  comparando su desarrollo en  $\epsilon = 4-D$  el que resulta del inverso del propagador renormalizado en segundo orden de perturbaciones. Para  $\bar{k}^2 = 0$  se obtiene:

$$i\Gamma_R^{(1,1)}(E, 0, g, \alpha; E_N) = \left(1 - \frac{\epsilon}{12}\right) E \left(\frac{-E}{E_N}\right)^{\epsilon/12} \\ \approx E^{1-\gamma(g_1)}, \quad (69)$$

que una vez transformado al plano  $s$  da una sección eficaz total

$$\sigma^T \approx A \ln s^{-\gamma(g_1)} \approx A \ln^{1/6} s, \quad (70)$$

que respeta al límite de Froissart.

Notemos sin embargo que el cálculo de  $\gamma$  y  $z$  fue perturbativo y ciertamente válido para  $\epsilon$  pequeño; para  $\epsilon = 2$  un cálculo hasta segundo orden da<sup>(60)</sup>

$$-\gamma(g_1) \approx 0.38 \quad (71)$$

$$z(g_1) \approx 1.18 \quad (72)$$

lo que hace poco confiable el método de cálculo. Además la serie obtenida en el cálculo perturbativo es en realidad un desarrollo asintótico y diverge.

Se han desarrollado otros métodos para el cálculo de  $\gamma$  y  $z$ , distintas estimaciones dan valores que se ubican en<sup>(61)</sup>

$$1/4 \lesssim -\gamma \lesssim 1/2 \quad (73)$$

$$9/8 \lesssim z \approx 5/4 \quad (74)$$

por lo cual puede esperarse que, aún cuando ninguno de los métodos es completamente confiable, el resultado verdadero no sea demasiado diferente del señalado.

Puede encontrarse una representación integral para  $\Gamma^{(1,1)}$  que nos evite pasar por la ecuación del grupo de renormalización<sup>(62)</sup>. La Ec. (25a) escrita para el propagador no renormalizado es:

$$\frac{\partial}{\partial E} i\Gamma^{(1,1)}(E, \bar{k}^2) |_{PN} = Z_3^{-1} \quad (75)$$

que, integrada formalmente nos da

$$i\Gamma^{(1,1)}(E, 0) = -(\frac{2}{\alpha_0} \alpha_0^{D/2})^{2/\epsilon} \int_{x_1}^{\infty} \frac{dx}{x^2} Z_3^{-1}(x) \quad (76)$$

donde

$$r_0 = -i\lambda_0 \quad (77)$$

$$x_1 = (r_0^2 / \alpha_0^{D/2})^{2/\epsilon} (-E)^{-1} \quad (78)$$

Como  $Z_3$ ,  $\gamma$  y  $\beta$  sólo pueden depender de  $g$ , de (36), (37) y (52) tenemos

$$\gamma = \beta \frac{d}{dg} \ln Z_3 \quad (79)$$

y como  $Z_3 = 1$  para  $g = 0$  obtenemos

$$Z_3 = \exp\left(\int_0^g dg' \gamma(g') / \beta(g')\right) \quad (80)$$

En forma análoga definiendo

$$g = g_0 Z_g(g) \quad (81)$$

tenemos

$$\beta = E_N \frac{\partial Z_g}{\partial E_N} + E_N g_0 \frac{\partial Z_g}{\partial E_N} \quad (82)$$

osea

$$\frac{d}{dg} \ln Z_g = 1/g + \epsilon/4\beta \quad (83)$$

que integrando con la condición  $Z_g(0) = 1$  nos da

$$g = g_0 \exp\left\{\int_0^g dg' [1/g' + \epsilon/4\beta(g')]\right\} \quad (84)$$

Las representaciones (76), (80) y (84) son exactas pero, como antes, para poder avanzar necesitamos conocer las funciones  $\beta(g)$  y  $\gamma(g)$ . Utilizando las expresiones obtenidas en el cálculo anterior, para  $D = 2$  tenemos

$$i\Gamma^{(1,1)}(E,0) = \int_0^E dE' [1 - E_0/E']^{-1/6} \quad (85)$$

donde  $E_0 = 3r_0^2/8\pi\alpha'$ . Debido a que la integración llega hasta  $E = 0$  esta expresión no admite un desarrollo perturbativo en  $E_0$ . Esta dificultad está relacionada con la renormalización de la intersección del pomerón. En los cálculos previos hemos supuesto que  $\Gamma_R^{(1,1)}$  podría satisfacer la condición (27) en cualquier orden de perturbaciones eligiendo adecuadamente un contratérmino de masa  $\delta$ , sin embargo como veremos esto no es posible y es necesario calcularlo en forma no perturbativa<sup>(62)</sup>. Sumando formalmente todas las contribuciones a  $\Gamma^{(1,1)}(E,k)$

$$\Gamma^{(1,1)}(E,k^2) = E - \alpha_0' k^2 - (1-\alpha(0)) - \Sigma(E,k^2) + \delta \quad (86)$$

donde  $\Sigma(E,k^2)$  es la energía propia, suponiendo  $\alpha(0) = 1$

$$\delta = \lim_{E \rightarrow -\infty} [\Gamma^{(1,1)}(E,0) - E] \quad (87)$$

ya que para  $E \rightarrow -\infty$  todos los diagramas con un lazo o más se anulan. Usando Ec. (76):

$$\delta = (r_0^2/\alpha_0')^{D/2} \int_0^\infty \frac{dx}{x^2} [1 - Z_3^{-1}(x)], \quad (88)$$

para  $D = 2$  esta expresión diverge en el límite ultravioleta, introduciendo un corte  $\Lambda$  en el momento angular tenemos ( $D=2$ )

$$\delta(\Lambda) = \int_0^\Lambda dE' [1 - (1+E_0/E')^{-1/6}] \quad (89)$$

que debido al límite infrarojo no puede desarrollarse en potencias de  $E_0$ . Esta dificultad desaparece en la diferencia  $i\Gamma^{(1,1)}(E,0) - \delta$  que admite tal desarrollo para  $E > E_0$ .

Frazer et al.<sup>(63)</sup> han tomado para el pomerón desnudo el propagador

$$\exp(-bk^2)(E - \alpha'_0 k^2 - \Delta_0)^{-1} \quad (90)$$

con lo cual eliminan las dificultades ultravioletas, y calculan  $\delta$  por medio de una representación integral análoga a Ec. (89), pero ahora dependiente del nuevo parámetro  $b$

$$\delta = \int_0^\infty dE' \{ [1 - E_0(\omega')/E']^{c_3} - 1 \} \quad (91)$$

donde  $\omega = -bE/\alpha'_0$ ; para  $c_3 = -0.32$  y  $E_0^{-1} = 8.5$  se tiene  $\delta = 0.069$ . El valor de  $E_0$  usado está de acuerdo con el obtenido para  $r_0$  de datos de  $pp \rightarrow pX$ <sup>(64)</sup>; siendo  $r_0/\sqrt{2} = 0.8 \pm 0.03$  y tomando  $\alpha'_0 = 0.3$  tenemos  $E_0^{-1} \approx 7.3$ .

$E_0$  fija la escala para la cual se establece el comportamiento asintótico, esto ocurre para  $E < E_0$  o sea  $Y > E_0^{-1}$ . Así las energías del ISR se ubican en la zona de transición entre la descripción del pomerón por un esquema perturbativo y la correspondiente al comportamiento asintótico. A las energías actuales probablemente las contribuciones relevantes sean la singularidad desnuda y las primeras correcciones; éstas deberán incluir, además del triple acoplamiento del lagrangeano (17), interacciones de más de tres pomerones y acoplamientos derivativos. El nuevo lagrangeano también deberá tener en cuenta que el pomerón necesita de un umbral en rapidez para manifestarse lo cual, como consecuencia inmediata, establece una jerarquía (en general distinta de la dada por las constantes de acoplamiento) entre los diagramas que contribuyen a cualquier energía finita. Al final del capítulo volveremos sobre este punto.

Veneziano et al.<sup>(27)</sup> han propuesto para la teoría subyacente un esquema que también permite encontrar asintóticamente la TCR y al mismo tiempo muestra las correcciones a energías menores. Se tra

ta de una ampliación de las ideas descritas en el Cap. II con referencia a las singularidades desnudas<sup>(24,25)</sup>. Según el modelo analizado allí podemos asociar al reggeon principal y al pomerón desnudos una esfera con un contorno al que llegan las partículas externas y un cilindro respectivamente; lo que diferencia a estos dos topologías es que en la segunda no hay intercambio de números cuánticos entre las partículas que llegan a contornos distintos. Finalmente recordemos que sobre estas superficies puede haber cualquier número de lazos de quarks, de modo que la constante de acoplamiento de la teoría subyacente pierde sentido como parámetro perturbativo.

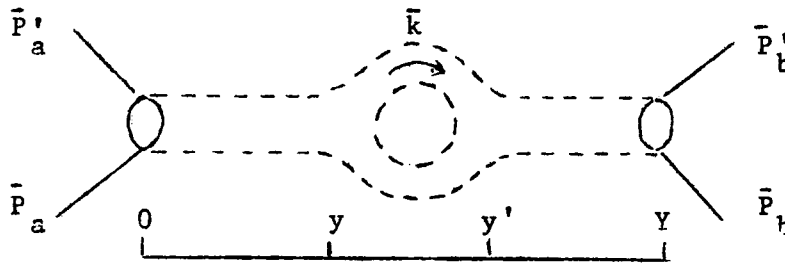
En Ref. 27 se propone que las correcciones al reggeon y al pomerón están asociadas a topologías más complicadas, esferas con  $h$  manijas, con uno y dos contornos respectivamente y cualquier número de lazos de quarks sobre ellas. Si la teoría subyacente tiene un grupo de simetría  $U(N)$ , entonces este desarrollo por topología es un desarrollo en potencias de  $1/N$ , y las amplitudes  $F_M$  y  $F_D$  se escriben:

$$F_M = N^{1-n/2} \sum_{(\text{perm})_n} \sum_{h=0}^{\infty} (1/N^2)^h F_{M,h,\text{perm}} \quad (92)$$

$$F_D = N^{-n/2} \sum_{n_1+n_2=n} \sum_{(\text{perm})_{n_1}} \sum_{(\text{perm})_{n_2}} \sum_{h=0} (1/N^2)^h \cdot F_{D,h,(\text{perm})} \quad (93)$$

donde  $n$  es el número de partículas externas,  $n_1$  y  $n_2$  son las partículas que están en cada uno de los contornos del cilindro, y se suma sobre todas sus permutaciones.  $F_{D,h,(\text{perm})}$  y  $F_{M,h,(\text{perm})}$  son las contribuciones al pomerón y al reggeon respectivamente de la superficie con  $h$  manijas y una permutación dada de las partículas externas.

Para  $h = 1$  la superficie correspondiente a la corrección del cilindro es



y la amplitud  $F_{D,1}$  involucra una integración en  $\bar{k}$ . La rapidez en cada vértice está dada por

$$M_a^2 = s_0 e^y \quad (95)$$

$$M_b^2 = s_0 e^{(Y-y')} \quad (96)$$

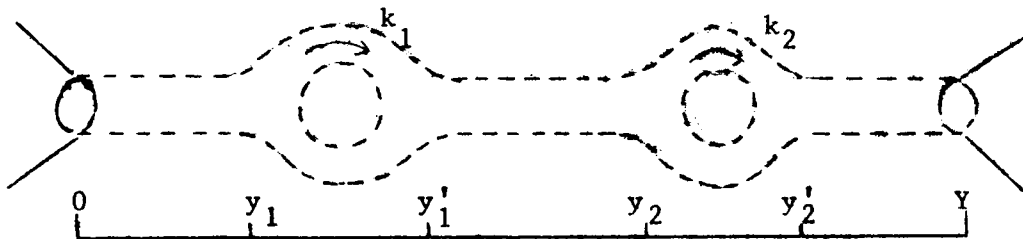
donde  $M_a^2 = (\bar{P}_a - \bar{k})^2$ ,  $M_b^2 = (\bar{P}_b + \bar{k})^2$ ,  $Y = \ln s/s_0$  (97)

Cuando  $y$ ,  $|y-y'|$ ,  $|Y-y'| \gg 1$  cada cilindro de la superficie puede expresarse como un pomerón, y en esta zona su contribución coincide con el diagrama de la TCR:



(98)

Análogamente, para  $h = 2$  tenemos la superficie



(99)

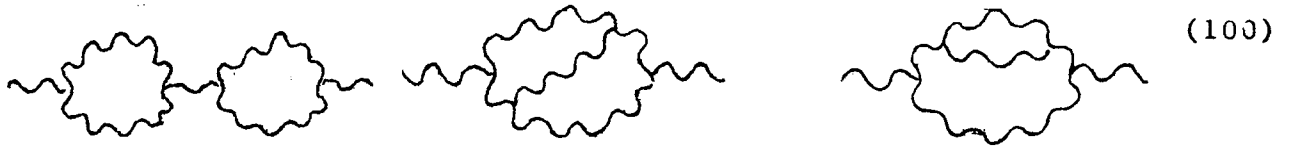
en este caso hay más de una posibilidad en que todas las diferencias de rapidez son grandes:

a)  $y_1 < y'_1 < y_2 < y'_2$

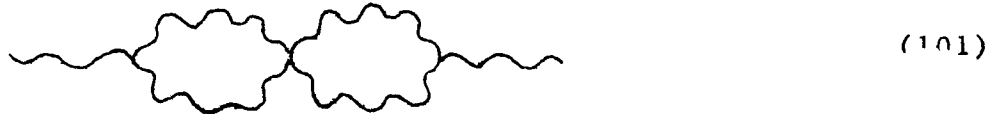
b)  $y_1 < y_2 < y'_1 < y'_2$

c)  $y_1 < y_2 < y'_2 < y'_1$

que corresponden a los siguientes diagramas de la TCR



Si alguna diferencia en rapidez no es grande obtenemos una contribución que asintóticamente no es relevante, así por ejemplo si  $|y_1' - y_2|$  es pequeño (las otras diferencias las mantenemos grandes) tenemos un diagrama con un vértice de cuatro pomerones:



sin embargo todas estas contribuciones están contenidas en la misma amplitud  $F_{D,2}$ .

### Teoría de campos de reggeones con umbrales.

En esta sección veremos cómo introducir un umbral para el pomerón en la TCR. De acuerdo con Ref. 65 definimos el propagador del pomerón desnudo en la forma

$$G_0^{(1,1)}(E, \vec{k}) = i \frac{e^{i(E - \alpha'_0 k^2)\tau_0}}{E - \alpha'_0 k^2 + i\epsilon} \quad (102)$$

donde el parámetro  $\tau_0$  luego de cualquier cálculo debe continuarse analíticamente a  $-i\Delta$ , siendo  $\Delta$  el umbral en rapidez ya usado en Caps. II y III.

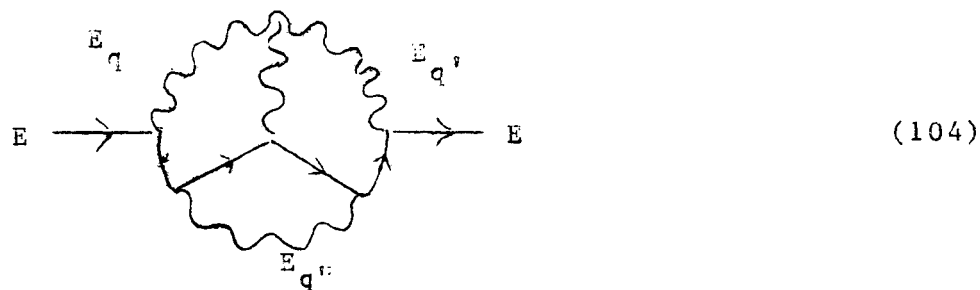
La transformada de Fourier de este propagador es

$$G_0^{(1,1)}(y, \vec{x}) = \theta(y-\Delta) \frac{e^{-\vec{x}^2/4\alpha'_0 y}}{4\pi\alpha'_0 y} \quad (103)$$

donde el umbral sólo aparece en la función escalón, coincidiendo el resto con el propagador de Ref. 56.

Si consideramos una interacción de la forma  $\lambda_0 \psi^3$ , las reglas de Feynman sólo difieren de las dadas en la sección anterior en el propagador.

Es inmediato encontrar la regla que da el umbral en que aparece cada diagrama de la teoría<sup>(65,66)</sup>. Para ello debemos determinar el número  $N$  de factores  $\exp(i\tau_0 E)$  que resultan una vez que se integra en la variable energía de cada lazo del diagrama, ya que éstos dan lugar a una función escalón  $\theta(y-N)$  al tomar la transformada de Fourier. Consideremos por ejemplo el diagrama



al integrar en  $E_q$ ,  $E_q'$  y  $E_q''$  debemos cerrar cada circuito de integración en el semiplano con el menor número de polos, lo que de acuerdo con la prescripción  $i\epsilon$  asegura la convergencia. En este diagrama al integrar en las tres energías debemos tomar los correspondientes semiplanos inferiores, lo que nos deja con cuatro de las exponenciales buscadas y que provienen de los cuatro propagadores dibujados en (104) con línea no ondulada. De esta forma el umbral del diagrama es  $4\Delta$ . Si los flujos de energía que entran y salen son llevados por reggeones que se acoplan a las partículas externas debemos agregar  $2\Delta$ . Finalmente si este acoplamiento se realiza por medio de otros reggeones debemos analizar en forma análoga su contribución al umbral del diagrama.

Podemos resumir esta discusión en la siguiente regla: el um-

bral de un diagrama es  $N\Delta$ , donde  $N$  es el número de propagadores que se encuentran al atravesarlo en el camino más largo y siguiendo la flecha que indica la dirección de propagación del reggeon.

Aunque a baja energía este esquema es distinto de la TCR, puede verificarse que asintóticamente ambas tienen el mismo comportamiento. Como en la sección anterior utilizamos el grupo de renormalización,

Pidiendo que el propagador renormalizado sea de la misma forma que (102) en el PN, debemos cambiar las condiciones (25a,b) por

$$\frac{\partial}{\partial E} i\Gamma_R^{(1,1)} \Big|_{PN} = (1 + \Delta_N) \exp(\Delta_N) \quad (105)$$

$$\frac{\partial}{\partial k^2} i\Gamma_R^{(1,1)} \Big|_{PN} = -\alpha' (1 + \Delta_N) \exp(\Delta_N) \quad (106)$$

donde  $\Delta_N = \Delta E_N$  es un nuevo parámetro adimensional. Las funciones  $\beta, \gamma$  y  $\zeta/\alpha'$  serán entonces funciones de  $g$  y  $\Delta_N$ . Para obtenerlas comenzamos calculando el propagador en segundo orden. La primera corrección, dada por el diagrama con un lazo, es

$$G_2^{(1,1)}(E, \bar{k}) = [G_0^{(1,1)}(E, \bar{k})]^2 \left[ i\lambda_0 / (2\pi)^{(D+1)/2} \right]^2 \frac{1}{2} \int d^D q \, dE_q \cdot$$

$$\cdot i \frac{e^{i\tau_0(E_q - \alpha'q^2)}}{E_q - \alpha'q^2 + i\epsilon} \quad i \frac{e^{i\tau_0(E - E_q - \alpha'(\bar{k}-\bar{q})^2)}}{E - E_q - \alpha'(\bar{k}-\bar{q})^2 + i\epsilon} ,$$

(107)

integrando primero en  $E_q$  y usando luego

$$\int d^D q f(q^2) = \frac{\pi^{D/2}}{\Gamma(D/2)} \int_0^\infty dq^2 (q^2)^{D/2-1} f(q^2) \quad (108)$$

obtenemos

$$G_2^{(1,1)}(E, \bar{k}) = -i/2 \lambda_0^2 / (2\pi)^D (\pi/2\alpha_0')^{D/2} .$$

$$. [G_0^{(1,1)}(E, \bar{k})]^2 \frac{\Gamma(1-D/2; i\tau_0 [\alpha_0' k^2 / 2 - E])}{(\alpha_0' k^2 / 2 - E)^{1-D/2}} \quad (109)$$

que para  $D = 2$  y  $\tau_0 \neq 0$  da una contribución finita. El inverso del propagador hasta segundo orden es

$$i\Gamma^{(1,1)}(E, \bar{k}, \alpha_0', \lambda_0, \Delta) = (E - \alpha_0' k^2) e^{-\Delta(E - \alpha_0' k^2)} + \lambda_0^2 \frac{1}{2(2\pi)^D} (\pi/2\alpha_0')^{D/2} \frac{\Gamma(1-D/2; [\alpha_0' k^2 / 2 - E] \Delta)}{(\alpha_0' k^2 / 2 - E)^{1-D/2}} . \quad (110)$$

Como  $\Gamma_R^{(1,1)} = Z_3 \Gamma^{(1,1)}$  la condición (105) determina a  $Z_3$ , una vez obtenido éste la (107) nos da  $\alpha'(E_N)$ :

$$Z_3^{-1} = 1 + \frac{\lambda_0^2}{2(2\pi)^D} \left[ \frac{\pi}{2\alpha_0'} \right]^{D/2} \Gamma(2-D/2; \Delta_N) (E_N)^{D/2-2} e^{-\Delta_N} / (1+\Delta_N) \quad (111)$$

$$\alpha'(E_N) = \alpha'_0 \left[ 1 - \frac{\lambda_0^2}{4(2\pi)^D} \left[ \frac{\pi}{2\alpha'_0} \right]^{D/2} \Gamma(2-D/2; \Delta_N) (E_N)^{D/2-2} \cdot \exp(-\Delta_N)/(1+\Delta_N) \right] \quad (112)$$

El cálculo de  $\Gamma^{(1,2)}(E_i, \bar{k}_i)$  conviene efectuarlo directamente en el punto indicado en la condición (25c). Hasta segundo orden tenemos

$$\Gamma^{(1,2)}(E_i, \bar{k}_i) \left| \begin{array}{l} E_1 = -E_N \\ E_2 = E_3 = -E_N/2 \\ \bar{k}_i = 0 \end{array} \right. = -i\lambda_0/(2\pi)^{(D+1)/2} - i\lambda_0^3/(2\pi)^{(3D+1)/2} \cdot (\pi/2\alpha'_0)^{D/2} 4E_N^{D/2-2}/(D/2-1) R(\Delta_N) \quad (113)$$

siendo

$$R(\Delta_N) = \Gamma(2-D/2; 2\Delta_N) e^{\Delta_N/2} - 2^{1-D/2} \Gamma(2-D/2; \Delta_N) e^{-\Delta_N/2}, \quad (114)$$

y usando la condición (25c) y las definiciones (32) y (37)

$$\beta(g, \Delta_N) = \left(\frac{D}{4} - 1\right) g + \pi^{-D/2}/2^{1+3D/2} f(\Delta_N) g^3, \quad (115)$$

donde

$$f(\Delta_N) = 2^{4-D/2} e^{-\Delta_N/2} \left\{ (1+\Delta_N/2) \Gamma(a; \Delta_N) + \Gamma(a+1; \Delta_N) \right\} + (D/8 - 3/2) e^{-\Delta_N/(1+\Delta_N)} \left\{ \Delta_N(2+\Delta_N)/(1+\Delta_N) \Gamma(a+1; \Delta_N) + \Gamma(a+2; \Delta_N) \right\} - 8 e^{\Delta_N/2} \left\{ (1 - \Delta_N/2) \Gamma(a; 2\Delta_N) + \Gamma(a+1; 2\Delta_N) \right\}, \quad (116)$$

con  $a = 1-D/2$ .

Puesto que  $f(\Delta_N)$  es positiva definida para  $2 \leq D \leq 4$   $\beta$  tiene un cero con pendiente positiva, que gobierna el límite infrarojo, en  $g_1(\Delta_N)$ .

La solución de la ecuación del grupo de renormalización es:

$$\begin{aligned} \Gamma_R^{(n,m)}(e^t E_i, \bar{k}_i, g, \alpha', \Delta_N, E_N) &= \\ &= \Gamma_R^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i, \tilde{g}(-t), \tilde{\alpha}'(-t), \tilde{\Delta}_N(-t), E_N) \cdot \\ &\cdot e^{\int_{-t}^0 dt' \left( 1 - \frac{n+m}{2} \gamma(\tilde{g}(t'), \tilde{\Delta}_N(t')) \right)} \end{aligned} \quad (117)$$

donde  $\tilde{g}(t)$  y  $\tilde{\alpha}'(t)$  satisfacen ecuaciones diferenciales que sólo difieren de las (42) y (43) en la dependencia en  $\tilde{\Delta}_N(t)$ , que a su vez es solución de

$$\frac{d \tilde{\Delta}_N(t)}{dt} = -\tilde{\Delta}_N(t) \quad (118)$$

con la condición  $\tilde{\Delta}_N(0) = \Delta_N$ .

Nos interesa calcular Ec. (117) en la proximidad del cero de  $\beta(g, \Delta_N)$ . Ante todo notemos que en el límite infrarojo, es decir  $e^t \rightarrow 0$ ,  $\tilde{\Delta}_N(-t) \rightarrow 0$  y en consecuencia las ecuaciones diferenciales que satisfacen  $\tilde{g}(t)$  y  $\tilde{\alpha}'(t)$  pierden su dependencia en  $\tilde{\Delta}_N$  reduciéndose a las de Ref. 56. Indicando con  $\tilde{g}_a$  y  $\tilde{\alpha}'_a$  a las formas asintóticas de  $\tilde{g}$  y  $\tilde{\alpha}'$  respectivamente, aproximamos  $\beta$  de manera análoga al caso anterior:

$$\beta(\tilde{g}_a(-t), 0) \approx \beta_1(\tilde{g}_a(-t) - g_1) \quad (119)$$

donde  $g_1$  es el cero de  $\beta$  cuando  $\Delta_N = 0$ . Así obtenemos para  $\tilde{g}_a$

$$\tilde{g}_a(-t) = e^{\beta_1 t} (C_g g - g_1) + g_1, \quad (120)$$

donde  $C_g$  tiene en cuenta que  $\tilde{g}_a(0) \neq g$ .

De manera análoga, de un desarrollo en serie para  $z(\tilde{g}_a(-t), 0)$  se obtiene para  $t \rightarrow -\infty$

$$\tilde{\alpha}'_a(-t) \approx C_0 C_\alpha \alpha' e^{-tz(g_1)} \quad (121)$$

donde

$$C_\alpha = \exp \left[ \sum_1^{\infty} z_n / (n\beta_1) (C_g g - g_1)^n \right] , \quad (122)$$

y  $C_0$  es necesario porque  $\tilde{\alpha}'_a(0) = C_0 \alpha' \neq \alpha'$ .

Para integrar la función  $\gamma$  hacemos una hipótesis similar a (119) pero ahora para cualquier valor de  $t$ , así  $g(t)$  satisface la ecuación diferencial

$$\frac{d\tilde{g}(t)}{dt} = -\beta_2 |\tilde{g}(t) - \tilde{g}_1(\tilde{\Delta}_N(t))| \quad (123)$$

y tomando

$$\gamma(\tilde{g}, \tilde{\Delta}_N) = \gamma(g_1, 0) + \sum_{n, m \neq 0} \gamma_{nm} (\tilde{g} - \tilde{g}_1)^n \tilde{\Delta}_N^m , \quad (124)$$

obtenemos

$$\int_{-t}^0 dt' \gamma(\tilde{g}(t'), \tilde{\Delta}_N(t')) \underset{t \rightarrow -\infty}{=} \gamma(g_1)t - \ln C_\gamma , \quad (125)$$

donde

$$C_\gamma = \exp \left[ \sum_{n, m \neq 0} \gamma_{nm} (g - g_1(\Delta_N))^n \Delta_N^m \cdot (n\beta_2 + m)^{-1} \right] . \quad (126)$$

Utilizando este resultado en (117) y combinando ésta con el análisis dimensional usual, obtenemos

$$\begin{aligned}
 & \Gamma_R^{(n,m)}(E_i, \bar{k}_i, g, \alpha', \Delta_H, E_H) = \\
 & = C_Y E_H \left[ \frac{E_H}{C_O C_\alpha \alpha'} \right]^{(2-n-m)D/4} (-E/E_H)^{1+z(g_1)D/4(2-n-m)-(n+m)/2} \gamma(g_1) \\
 & \cdot \phi_{nm} \left( E_i/E, (-E/E_H)^{-z(g_1)} \frac{\bar{k}_i \cdot \bar{k}_j}{E_H} C_O C_\alpha \alpha', g_1 \right) \quad , \quad (127)
 \end{aligned}$$

que muestra que la TCR con umbrales tiene el mismo comportamiento asintótico que la de Ref. 36. La dependencia en el umbral está absorbida en los factores  $C_O$ ,  $C_\alpha$  y  $C_Y$ .

Destaquemos finalmente que el origen de este umbral debería buscarse en la teoría subyacente, y seguramente ésta dará un mecanismo más suave para la aparición del pomerón que el umbral abrupto que hemos tomado.

## V. CONTENIDO DE UNITARIEDAD EN CANAL $s$ DE LA TCR.

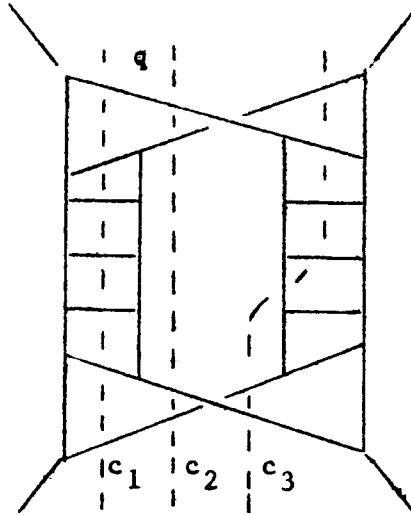
La teoría de campos de reggeones asegura el cumplimiento de unitariedad en el canal  $t$ , y a pesar de no contener información sobre unitariedad en canal  $s$ , hemos visto que su comportamiento asintótico respeta, si las estimaciones de los índices críticos soncorrectas, el límite de Froissart.

En el Cap. II en cambio, analizamos la parte imaginaria de la amplitud elástica incorporando directamente información sobre los procesos de producción de partículas, lo cual, si somos capaces de tener en cuenta todos los procesos, introduce unitariedad en el canal  $s$ . Sin embargo, partiendo de la hipótesis de que el pomerón desnudo es un polo, en este esquema surgen problemas con unitariedad que nos llevan a introducir correcciones absorptivas.

Por otra parte, el modelo desarrollado en el Cap. III utiliza dicha información para reacciones dominadas por singularidades de Regge secundarias.

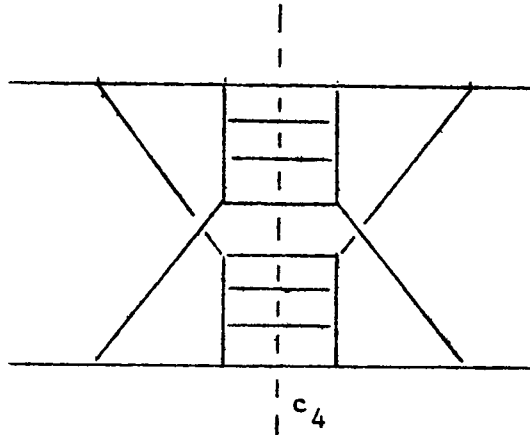
En realidad ambos análisis no se excluyen sino que se complementan y así, por ejemplo, de la TCR podemos obtener información sobre qué procesos es necesario considerar en el canal  $s$  para que un polo respete el límite de Froissart. Para ello debemos analizar la contribución de cada diagrama de la TCR a la parte imaginaria de la amplitud elástica; esto implica cortarlos de todas las formas posibles que den contribuciones apreciables asintóticamente. De esta manera obtendremos la conexión entre el enfoque seguido en los capítulos II y III y el de la TCR.

Estudienmos las discontinuidades de los gráficos de la TCR; para ello retonemos el diagrama (IV-1) donde reemplazamos cada amplitud  $f_i$  por una escalera <sup>(67)</sup>



(1)

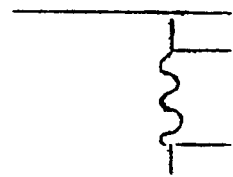
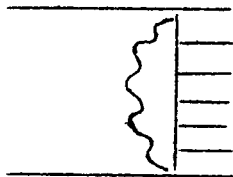
siendo  $c_1, c_2, c_3$ , tres cortes posibles. El primero de ellos corta totalmente a un reggeon, colocando en la capa de masa a todas las partículas de la escalera correspondiente; el segundo no corta a ninguno de los dos reggeones, mientras que  $c_3$  lo hace sólo parcialmente en uno de ellos. Otra posibilidad consiste en cortar ambos reggeones



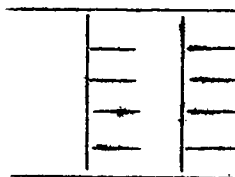
(2)

Analícemos primero el corte  $c_3$ ; al efectuarlo la diferencia en rapidez y entre las partículas en los extremos de la parte cortada de la escalera está relacionada con  $q$ :  $q^2 = m^2 e^y$  pero, puesto que  $y$  debe ser grande  $q^2 \gg m^2$  y su contribución es despreciable.

Al efectuar los otros cortes aparecen procesos de producción de partículas de la forma



(3)



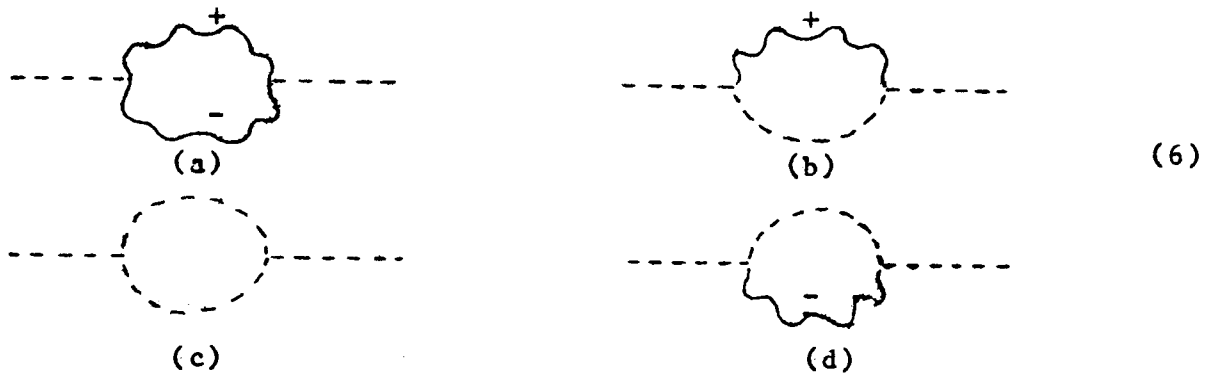
(4)

el primero es una corrección absorptiva al reggeon desnudo, el segundo corresponde a la disociación difractiva y el último es una producción poliperiférica.

Cortes de diagramas más complicados agregan algunos elementos nuevos, por ejemplo el diagrama



nos da las siguientes contribuciones a la parte imaginaria:



donde  $P_c$  indica al pomerón cortado, mientras que (+) y (-) distinguen a los pomerones no cortados ubicados a lados distintos del corte. Aparecen tres tipos de vértices. En (6a) tenemos el vértice difractivo  $g_1: P_c - P_+ - P_+$ ; en (6b) y (6d) el vértice absorptivo  $g_2: P_c - P_c - P_+$  y  $\bar{g}_2: P_c - P_c - P_-$  respectivamente y en (6c) el vértice poliperiférico  $g_0: P_c - P_c - P_c$ .

El análisis de otros diagramas sólo agrega la interacción entre tres pomerones no cortados en el cual todos están por encima (G) o todos están por debajo ( $\bar{G}$ ) del corte. Este vértice es el mismo que aparece en la teoría no cortada.

Esta discusión nos da las reglas a seguir para combinar los pomerones cortados y no cortados con el fin de obtener la parte imaginaria de la amplitud elástica. Transcritas a un lagrangeano tenemos:

$$L = L_0 - \frac{\bar{G}}{2}(\psi_+^\dagger \psi_+^2 + \text{h.c.}) - \frac{\bar{G}}{2}(\psi_-^\dagger \psi_-^2 + \text{h.c.}) - \frac{g_0}{2}(\psi_c^\dagger \psi_c^2 + \text{h.c.})$$

$$- g_1(\psi_c^\dagger \psi_+ \psi_- + \text{h.c.}) - g_2(\psi_c^\dagger \psi_c \psi_+ + \text{h.c.}) - \bar{g}_2(\psi_c^\dagger \psi_c \psi_- + \text{h.c.})$$

(7)

Donde  $L_0$  es la suma de los lagrangeanos libres correspondientes a los tres campos, cada uno de los cuales coincide con el de la teoría no cortada.

Los acoplamientos  $G$ ,  $g_0$ ,  $g_1$  y  $g_2$  no son independientes, todos ellos pueden determinarse en función de  $G$  <sup>(28,68)</sup>. Para esto nos basta con pedir que el comportamiento asintótico de la parte imaginaria obtenido con (7) coincida con el de la amplitud, gobernada por el lagrangeano (IV-17); dicho de otra forma  $P = P_c$  asintóticamente. En segundo orden de perturbaciones esto implica

(8)

y como estos diagramas sólo difieren en las constantes de acoplamiento

$$\frac{1}{2}g_0^2 + g_1^2 + g_2^2 + \frac{-2}{g_2} = G/2. \quad (9)$$

Con respecto a las funciones de vértice supondremos que todas se renormalizan con una misma constante  $A$

$$\begin{aligned} \Gamma_R^{(+++)}|_{PN} &= AG & \Gamma_R^{(c+-)}|_{PN} &= Ag_1 \\ \Gamma_R^{(ccc)}|_{PN} &= Ag_0 & \Gamma_R^{(c+c)}|_{PN} &= Ag_2. \end{aligned} \quad (10)$$

Calculando hasta el segundo orden obtenemos

$$\Gamma_R^{(+++)}|_{PN} = AG = Z^{3/2}(G + 2KG^3)$$

o sea 
$$G^3 = (A/Z^{3/2} - 1) \frac{G}{2K} = cG \quad (11)$$

donde K es la primer corrección al vértice calculada en el punto de normalización. Analizando en forma similar los restantes vértices obtenemos

$$g_0^3 + 2g_0g_2^2 + 2g_0\bar{g}_2^2 + 2g_1g_2\bar{g}_2 = cg_0 \quad (12)$$

$$\frac{1}{2} g_1 (\bar{g}_2 G + g_2 G) = cg_1 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (2g_2^2G + g_2g_1^2 + g_2^3 + g_0g_1\bar{g}_2 + g_0^2g_2 + g_1^2G + \bar{g}_2^2g_2) = \\ = cg_2 \end{aligned} \quad (14)$$

y usando  $c = G^2$  en estas últimas tenemos junto con Ec. (9) el sistema

$$\frac{1}{2} g_0^2 + g_1^2 + g_2^2 + \bar{g}_2^2 = \frac{1}{2} G^2 \quad (15a)$$

$$g_0^2 + 2g_2^2 + 2\bar{g}_2^2 + 2g_1g_2\bar{g}_2/g_0 = G^2 \quad (15b)$$

$$\frac{1}{2} (\bar{g}_2 G + g_2 G) = G^2 \quad (15c)$$

$$\frac{1}{2} (2g_2G + g_1^2 + g_2^2 + g_0g_1\bar{g}_2/g_2 + g_0^2 + g_1^2G/g_2 + \bar{g}_2^2) = G^2 \quad (15d)$$

y puede verificarse que estas ecuaciones garantizan la igualdad de  $P_e$  y  $P$  en cuarto orden. La demostración de las Ecs. (15) a cualquier orden fue realizada en Refs. 28, 68.

Las soluciones de este sistema son

$$a) \quad g_1 = g_2 = 0, \quad G = \pm g_0 \quad (16)$$

$$b) \quad g_0 = g_1 = \pm iG = \pm ig_2, \quad (17)$$

$$c) \quad g_0 = 2g_1 = \pm i\sqrt{2}G = \pm i\sqrt{2}g_2. \quad (18)$$

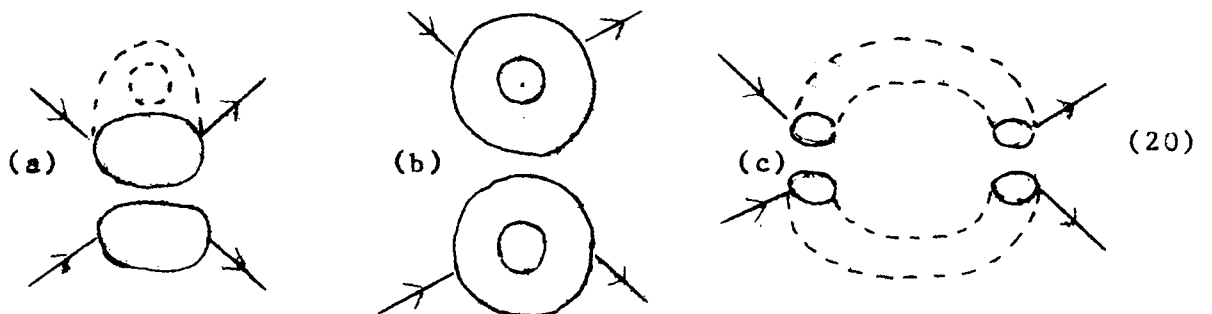
donde  $g_0$  es real y positivo. La primer solución corresponde a pones cortados y no cortados no interactuantes. La (18) da a la contribución del lazo difractivo el mismo peso que a la primer corrección a la amplitud pero con signo cambiado. Los pesos de las contribuciones difractiva, absorbtiva y poliperiférica son 1, -4 y 2 respectivamente, de acuerdo también con un resultado previo de Ref. 67.

Se obtienen resultados similares si consideramos cortes de las superficies del desarrollo topológico<sup>(28)</sup>.

Al efectuar un corte en un cilindro con  $h$  manijas éste queda dividido en dos superficies  $S^+$  y  $S^-$  con  $h_+$  y  $h_-$  manijas respectivamente, mientras que el número de contornos en que se reparten las partículas intermedias es, para las contribuciones relevantes asintóticamente, el mismo en las dos superficies, que indicaremos con  $b$ . El número de manijas de la superficie original está relacionado con  $b$ ,  $h_+$  y  $h_-$

$$h = h_+ + h_- + b - 1 \quad (19)$$

Como ejemplo consideremos la superficie (IV-94), sus contribuciones a la parte imaginaria son



siendo a) corte absorbtivo, b) corte poliperiférico y c) corte difractivo.

Un resultado importante es que la parte imaginaria puede expresarse como una suma de términos positivos<sup>(28)</sup>. Sumando en el número

de partículas intermedias  $n$ , en su distribución  $p$  en  $b$  contornos y en las características de las superficies  $S^+$  y  $S^-$ , obtenemos

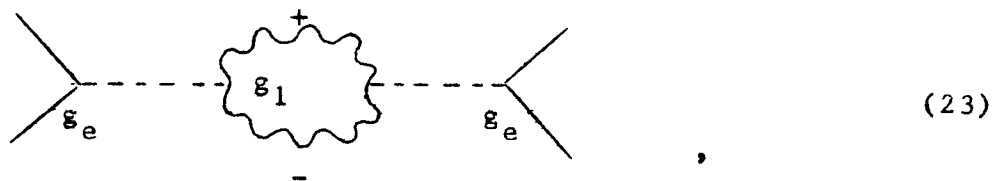
$$\text{Im } F_{D,h} \approx \sum_n \sum_{h_+, h_-, p, b} \int d\phi_n F_{n,b,h_+}^+ F_{n,b,h_-}^- \cdot \delta_{h_+, h_-, h-b+1} \quad (21)$$

donde  $F_{n,b,h_\pm}^\pm$  son las amplitudes para producción de  $n$  partículas con la prescripción  $\pm i\epsilon$ , correspondientes a las superficies  $S_n^\pm$ .

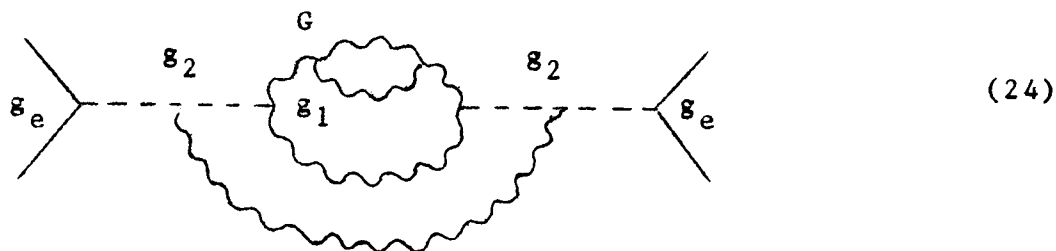
Sumando en  $h$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_D &= \sum_h \text{Im } F_{D,h} \\ &\approx \sum_n \sum_{p,b} \int d\phi_n \left( \sum_{h_+} F_{n,b,h_+}^+ \right) \left( \sum_{h_-} F_{n,b,h_-}^- \right), \quad (22) \end{aligned}$$

que para  $t = 0$  es una suma de contribuciones positivas. Notemos que cada uno de estos términos corresponde a sumar cualquier número de manijas manteniendo fija la distribución de  $n$  partículas en  $b$  contornos; dicho de otra forma, partiendo de un gráfico difractivo o poliperiférico se le agregan todas las correcciones absortivas. Estos términos son los que debemos tomar al comparar los diagramas de la TCR cortada con los procesos de producción de partículas observados experimentalmente. Por ejemplo la producción difractiva de dos conglomerados está dada por el diagrama



donde se indican los acoplamientos del pomerón cortado con las partículas externas, al que se deben agregar todas las correcciones absortivas posibles, una de éstas es



La producción difractiva así obtenida del lagrangeano (7) no posee el umbral  $3\Delta$  necesario; veamos cómo incorporarlo. Como la función de las correcciones absorptivas es compatibilizar un polo con  $\alpha_0 \geq 1$  con unitariedad, pero no son observadas experimentalmente, supondremos que no poseen umbral; por el contrario el pomerón cortado, que está construido por la producción multiperiférica de partículas, y el difractivo necesitan de un umbral para manifestarse. Este enfoque es distinto del descrito en el Cap. IV, donde se supuso que el pomerón desnudo de la teoría no cortada está dado por el propagador (IV-102), sin embargo la técnica allí desarrollada puede ayudarnos a estudiar la teoría cortada con umbrales.

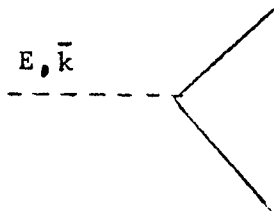
Destacamos que en realidad cada pomerón cortado o difractivo de un diagrama no lleva umbral, sino que son los vértices  $g_1, g_0$  y  $g_e$  los que deben estar separados como mínimo por una rapidez  $\Delta$ , de esta forma los diagramas (23) y (24) poseen un umbral  $3\Delta$ . Esto hace que sea conveniente repartir la exponencial  $\exp(\Delta(E - \alpha'_0 k^2))$  entre los vértices en lugar de asignársela al propagador. Las reglas para los vértices se modifican como sigue:

$$g_1 \rightarrow g_1 e^{i(E - \alpha'_0 k^2)\tau_0/2} \cdot e^{i(E - \alpha'_0 q^2 - \alpha'_0(\bar{k}-\bar{q})^2)\tau_0/2}$$

$$= g_1 e^{i\tau_0 E} e^{-i\tau_0 \alpha'_0(k^2+q^2-\bar{k}\cdot\bar{q})} \quad (25)$$

$$g_0 \rightarrow g_0 e^{i\tau_0 E} e^{-i\tau_0 \alpha'_0(k^2+q^2-\bar{k}\cdot\bar{q})} \quad (26)$$

los vértices  $g_2$  y  $G$  no sufren cambios, pero es necesario introducir también el umbral en el vértice  $g_e$



$$g_e e^{iE\tau_0/2} e^{-i\tau_0 \alpha'_0 k^2/2} ; \quad (27)$$

el propagador pierde su dependencia en el umbral reduciéndose al (IV-13).

De esta forma los diagramas (23) y (24) tienen una exponencial  $\exp(3i\tau_0 E)$  cada uno, que al tomar la transformada de Fourier nos da el factor  $\Theta(Y-3\Delta)$ .

Puede pensarse que al tomar las correcciones absorbtivas correspondientes al pomerón cortado desnudo con  $\alpha_0 > 1$  sin darles un umbral la intersección efectiva en la zona de ISR baje más allá de 1, sin embargo como ya hemos discutido en el Cap. III, en Ref. 20 se consideran todas las correcciones a un conglomerado obteniéndose como resultado una potencia de  $\ln s$ ; de modo que si bien asintóticamente el comportamiento del pomerón sufre un cambio notable, en un rango limitado de energía se obtiene un resultado parecido al usado como entrada.

En la teoría con los umbrales distribuidos como dijimos, los inversos de los propagadores no cortado y cortado hasta segundo orden son (incluyendo en  $\Gamma_c^{(1,1)}$  las exponenciales de los vértices  $g_e$ )

$$i\Gamma_n^{(1,1)}(E, \bar{k}) = E - \alpha'_0 k^2 + \frac{G^2 \pi^{D/2}}{2(2\pi)^D} \Gamma(1-D/2) (2\alpha'_0)^{-D/2} \cdot (\alpha'_0 k^2/2 - E)^{D/2-1} \quad (28)$$

$$i\Gamma_c^{(1,1)}(E, \bar{k}) = (E - \alpha'_0 k^2) \exp(-\Delta(E - \alpha'_0 k^2)) + \\ + (g_0^2/2 + g_1^2) (\pi/2\alpha'_0)^{D/2} \Gamma(1-D/2; \Delta(\alpha'_0 k^2/2 - E)) (\alpha'_0 k^2/2 - E)^{D/2-1} \\ + (g_2^2 + g_2^2) (\pi/2\alpha'_0)^{D/2} \Gamma(1-D/2) (\alpha'_0 k^2/2 - E)^{D/2-1} e^{-\Delta(E - \alpha'_0 k^2)}, \quad (29)$$

y debido al umbral resultan distintos aún si suponemos que los acoplamientos satisfacen Ec. (9); Sin embargo en el límite infrarrojo puede demostrarse que las funciones de Green se reducen a las de la teoría sin umbrales si suponemos que los acoplamientos cumplen dicha condición.

La solución de la ecuación del grupo de renormalización es

$$\begin{aligned} & \Gamma_{\text{R}}^{(n_c, n_n, m_c, m_n)}(\xi E_i, \bar{k}_i, g, \alpha', \Delta_N, E_N) = \\ & = \Gamma_{\text{R}}^{(n_c, n_n, m_c, m_n)}(E_i, \bar{k}_i, \tilde{g}(-t), \tilde{\alpha}'(-t), \tilde{\Delta}_N(-t), E_N) \cdot \\ & \cdot \exp \left[ \int_{-t}^0 dt' \left( 1 - \frac{n_c + m_c}{2} \gamma_c(\tilde{g}, \tilde{\Delta}_N) - \frac{n_n + m_n}{2} \gamma_n(\tilde{g}) \right) \right] . \end{aligned} \quad (30)$$

$n_c$  y  $m_c$  ( $n_n$  y  $m_n$ ) indican el número de pomerones cortados (no cortados).  $\tilde{\alpha}'$  y  $\tilde{g}$  satisfacen ecuaciones diferenciales como las (IV-42, 43) pero con funciones  $\beta$  y  $\zeta$  que ahora dependen de  $\tilde{\Delta}_N$ , el que a su vez en solución de (IV-117) y tiende a cero en el límite infrarrojo. En la Ec. (30) aparece sólo una pendiente renormalizada  $\alpha'$ , ya que teniendo  $P_c$  y  $P$  desnudos la misma pendiente  $\alpha'_0$  hay sólo un parámetro renormalizado asociado con ella. Análogamente hay sólo un acoplamiento renormalizado independiente, que indicamos con  $g$ . Si  $g_1$  es el cero de

$$\beta(g) = E_N \frac{\partial}{\partial E_N} g(E_N)$$

con pendiente positiva, suponiendo válidos los desarrollos

$$\gamma_n(\tilde{g}) = \gamma_n(g_1, 0) + \sum_k \gamma_k (\tilde{g} - g_1)^k \quad (31)$$

$$\gamma_c(\tilde{g}, \tilde{\Delta}_N) = \gamma_c(g_1, 0) + \sum_{j,k} \gamma_{jk} (\tilde{g} - g_1)^k \tilde{\Delta}_N^j \quad (32)$$

y si los acoplamientos satisfacen Ec. (9),  $\gamma_n(g_1) = \gamma_c(g_1, 0)$ ; análogamente, las ecuaciones diferenciales que cumplen  $\tilde{\alpha}'$  y  $\tilde{g}$  pierden su dependencia en  $\tilde{\Delta}_N$  y se reducen a las de la teoría sin umbrales. De esta forma una técnica similar a la de la última sección del capítulo anterior muestra que el parámetro  $\Delta$  es irrelevante.

El modelo descrito en el Cap. III es en realidad una aplicación de estas ideas para las singularidades secundarias. La amplitud está formada por una suma de términos positivos dada por el polo desnudo y las correcciones difractivas en las que el pomerón posee un umbral. Si bien las correcciones absorptivas de cada reggeon cortado y no cortado no fueron tenidas en cuenta explícitamente, su influencia se nota en el pequeño valor de la intersección del reggeon desnudo que resulta del ajuste de  $\Delta\sigma(\pi p)$ . En cambio no fueron consideradas las contribuciones poliperiféricas con sus correcciones absorptivas. Como ya hemos visto la re-interacción elástica entre partículas de distintos conglomerados, que para las energías accesibles corresponden al proceso con sólo dos de ellos, mejoran los resultados.

Mi agradecimiento:

a mis profesores y compañeros de trabajo  
A. García, C. García Canal y L. Másperi  
con quienes he realizado los trabajos en  
que se basa esta monografía, por su cons<sub>u</sub>  
tante y desinteresada ayuda;

a L. Másperi por haberla dirigido y por  
el estímulo que me brindó;

a mi esposa por la ardua tarea de copiar  
el manuscrito;

a la CNEA y al CONICET por las becas que  
me otorgaron para la realización de este  
trabajo.

## NOTAS

- (†) Con respecto a la elección de la relación de dispersión la no sustraída es la más adecuada para nuestros propósitos, el análisis de datos de alta energía, ya que la relación doblemente sustraída da mayor peso a los datos de baja energía, siendo además muy inestable ante cambios en los parámetros de baja energía debido a fuertes cancelaciones entre sus términos<sup>(34)</sup>.

## EXPLICACION DE FIGURAS

- Fig. 1: Secciones eficaces totales. Tomada de Ref.1.
- Fig. 2: Sección eficaz invariante a  $p_t = 0.4 \text{ GeV}/c$  en función de la rapidez en el sistema del plano para producción de  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $p$  y  $\bar{p}$  en la interacción  $pp$ . Tomada de Ref.3.
- Fig. 3: Sección eficaz invariante para producción de  $p$  a  $s=929.5 \text{ GeV}^2$  en función de  $x$ . Los puntos  $\circ$  corresponden al espectro normal, los puntos  $\times$ ,  $+$ ,  $\circ$  se refieren al espectro en coincidencia con una o más partículas cargadas detectadas en la posición angular indicada.
- Fig. 4: Sección eficaz total para  $pp$  y sus distintas contribuciones según la estimación de Ref. 15.
- Fig. 5: Sección eficaz total no difractiva sin producción de pares.
- Fig. 6:  $\Delta\sigma(\pi p)$ . Datos de Refs. 37, 38, 39. — Ajuste con el modelo, ---- ajuste con un polo de Regge<sup>(4)</sup>.
- Fig. 7:  $\frac{d\sigma}{dt}(\pi^+p \rightarrow \pi^0n) |_{t=0}$ . Datos de Refs. 40, 41, 5. — Predicción del modelo, ---- predicción de un polo de Regge<sup>(4)</sup>.
- Fig. 8: Relación de parte real a imaginaria de la amplitud  $\pi N$  anti simétrica a  $t = 0$ . Datos de Refs. 42, 41, 5. — Predicción del modelo, ---- predicción de un polo de Regge<sup>(4)</sup>.
- Fig. 9:  $[\Delta\sigma(Kp) - \Delta\sigma(Kn)]/4$ . Datos de Refs. 43, 38, 39. — Predicción del modelo, ---- predicción de un polo de Regge<sup>(4)</sup>.
- Fig. 10:  $\sigma_\rho(NN) = [\Delta\sigma(pp) - \Delta\sigma(pn)]/4$ .  $\circ$  datos de Ref. 38,  $\circ$  datos de Ref. 44 y  $\Delta$  datos de Ref. 45, — predicción del modelo.
- Fig. 11:  $\frac{d\sigma}{dt}(\pi^-p \rightarrow nn) |_{t=0}$ . Datos de Refs. 5, 48. — Predicción del modelo, ---- predicción de un polo de Regge<sup>(4)</sup>.
- Fig. 12:  $[\sigma^\pi(K^-p) - \sigma^\pi(K^-n)]$ . Datos de Refs. 43, 38, 39. — Predicción del modelo, ---- predicción de un polo de Regge<sup>(4)</sup>.
- Fig. 13:  $\frac{d\sigma}{dt}(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n) |_{t=0}$ . Datos de Ref. 49. — Predicción del modelo, ---- predicción de un polo de Regge<sup>(4)</sup>.
- Fig. 14:  $\sigma_{A_2}(NN) = [\Sigma(pp) - \Sigma(pn)]/4$ . Para los datos experimentales ver referencias de Fig. 10. — Predicción del modelo.
- Fig. 15: Trayectoria efectiva del  $\rho$ . Predicción del modelo: — para  $p_{\text{Lab}} = 66.0 \text{ GeV}/c$  y -.-.- para  $p_{\text{Lab}} = 9.8 \text{ GeV}/c$ . ---- Polo de Regge del ajuste de Ref. 41. Datos  $\circ$  (6-18 GeV/c) son de Ref. 42 y datos  $\Delta$  (20-100 GeV/c) son de Ref. 5.

Fig. 16: Trayectoria efectiva del  $A_2$ . — Predicción del Modelo para  $p_{\text{Lab}} = 66.0 \text{ GeV/c}$ . Los datos  $\bullet$  (3 - 18 GeV/c) son de Guisan et al.<sup>(48)</sup> y los datos  $\Delta$  (20 - 100 GeV/c) son de Ref. 5.

## REFERENCIAS

- (1) A. Carroll et al.: pre-publicación FERMILAB-Pub-75/51 (1975).
- (2) P.D.B. Collins, F.D. Gault y A. Martin: Phys. Lett. 47B, 171 (1973) ;  
A. Capella y J. Kaplan, Phys. Lett. 52B, 448 (1974).
- (3) I. Pomeranchuk: Soviet Phys. JETP 7, 499 (1958).
- (4) F.T. Hendrick, P. Langacker, B.E. Lastrup, S.J. Orfanidis y V. Rittenberg: Phys. Rev. D11, 536 (1975).
- (5) A. V. Barnes, D.J. Mellema, A.V. Tollestrup, R.L. Walker, O.L. Dahl, R. Johnson, R.W. Kenney y M. Prepsstein: Proceedings of Summer Institute on Particle Physics, Stanford Linear Accelerator Center (1974).
- (6) D.W.G.S. Leith: Proceedings of Summer Institute on Particle Physics, Stanford Linear Accelerator Center (1974).
- (7) M. Antinucci et al.: Lettere al Nuovo Cimento 6, 121 (1973).
- (8) D.R.O. Morrison: CERN/D.Ph II/PHYS 73-42, (1973) y referencias allí citadas.
- (9) E.L. Berger: CERN TH. 1737 (1973) y referencias allí citadas.
- (10) R. Schamberger et al.: Presentado a la APS Division of Particles and Fields Meeting, Berkeley, agosto 1973.
- (11) M. Albrow et al.: Phys. Lett. 44B, 207 (1973).
- (12) M. Albrow et al.: 17<sup>th</sup> International Conference on High Energy Physics, London, (1974).
- (13) D.W.G.S. Leith: SLAC-Pub 1330, presentado en la APS Division of Particles and Fields Meeting, Berkeley, 1973. Ver referencias allí citadas.
- (14) H. Warari: Scottish Summer School Lecture Notes, Weizmann Institute, WIS 73-32 Ph (1973).
- (15) D.R.O. Morrison: CERN/D.PhII/PHYS 74-8 (1974).
- (16) D.R.O. Morrison: Proc. Royal Soc. A335, 461 (1973).
- (17) T.K. Gaisser y Chung-I Tan: Phys. Rev. D8, 3881 (1973).  
Chung-I Tan: COO-3130TA-305 presentado en la IX Rencontre de Moriond (1974).

- (18) J. Finkelstein y K. Kajantie: Phys. Lett. 26B, 305 (1968).
- (19) K. Gottfried y J.D. Jackson: Nuovo Cimento 34, 735 (1964).
- (20) M. Ciafaloni y G. Marchesini: Nucl. Phys. B88, 109 (1975).
- (21) A. Schwimmer: Nucl. Phys. B75, 446 (1974).
- (22) J. Finkelstein y F. Zachariasen: Phys. Lett. 34B, 631 (1971).
- (23) P.J. Eden P.V. Landshoff, D.I. Olive y J.C. Polkinghorne: The Analytic S-Matrix (Cambridge University Press, 1966).
- (24) H. Lee: Phys. Rev. Lett. 30, 719 (1973).
- (25) G. Veneziano: Phys. Lett. 43B, 413 (1973).
- (26) G.F. Chew y A. Pignotti: Phys. Rev. 176, 2112 (1968).
- (27) M. Ciafaloni, G. Marchesini y G. Veneziano: Nucl. Phys. B98, 472 (1975).
- (28) M. Ciafaloni, G. Marchesini y G. Veneziano: Nucl. Phys. B98, 493 (1975).
- (29) G.F. Chew y C. Rosenzweig: Phys. Rev. D12, 3907 (1975).
- (30) J.W. Dash: pre-publicación del Institute of Theoretical Science University of Oregon, CETS-47 (1976).
- (31) A. García, L. Másperi y N.O. Parga: Nuovo Cimento 25A, 377 (1975).
- (32) A. García, C. García Canal, L. Másperi y N.O. Parga: Nuovo Cimento 32A, 1 (1976).
- (33) A. García, C. García Canal, L. Másperi y N.O. Parga: Lettere al Nuovo Cimento 16, 213 (1976).
- (34) G. Höhler, H.P. Jakob y P. Kroll: Zeits. Phys. 261, 401 (1973).
- (35) M. Abramowitz y I.A. Stegun: Handbook of Mathematical Functions, National Bureau of Standards, Washington D.C. (1970).
- (36) M.L. Goldberger: Enrico Fermi School Varenna Lectures (1971).
- (37) A. Citron, W. Galbraith, T.F. Kycia, B.A. Leontic, R.H. Phillips, A. Rousset y P.H. Sharp: Phys. Rev. 144, 1101 (1966);  
K.J. Foley, R.S. Jones, S.J. Lindenbaum, W.A. Love, S. Ozaki, E.D. Platner, C.A. Quarles y E.H. Willen: Phys. Rev. Lett. 19, 330 (1967).
- (38) S.P. Denisov, S.V. Ponskov, Yu.P. Gorin, A.I. Petrukhin, Yu.D. Prokoshkin, D.A. Stoyanova: Nucl. Phys. B65, 1 (1973).
- (39) A.S. Carroll, I-H. Chiang, T.F. Baker, D.P. Eartly, G. Giacometti, P.F.M. Koeler, K.P. Pretzel, A.A. Wehmann, R.L. Cool y O.

- Fackler: Phys. Rev. Lett, 33, 932 (1974).
- (40) J. Dronkers y P. Kroll: Nucl. Phys. B47, 291 (1972).
- (41) V.N. Bolotov, V.V. Isakov, D.B. Kakauridze, V.A. Kachanov, V. M. Kutjin, Yu. D. Prokoshkin, E.A. Razuvaev, V.K. Semenov, V.A. Senko y V.G. Rybakov: Nucl. Phys. B73, 365 (1974).
- (42) A.V. Stirling, P. Sonderegger, J. Kirtz, P. Falk-Vairant, O. Guisan, C. Bruneton, P. Borgeaud, M. Yvert, J.P. Guillaud, C. Caverzasio y B. Amblard: Phys. Rev. Lett, 14, 763 (1965).
- (43) R.J. Abrams, R.L. Cool, G. Giacconelli, T.F. Kycia, B.A. Leontic, K.K. Li y D.M. Michael: Phys. Rev. D1, 1917 (1970);  
W. Galbraith, E.W. Jenkins, T.F. Kycia, B.A. Leontic, R.H. Phillips, A.L. Read y R. Rubinstein: Phys. Rev. 138, B913 (1965).
- (44) A.S. Carroll, I-H. Chiang, T.F. Kycia, K.K. Li, P.O. Mazur, P. Mockett, D.C. Rahm, R. Rubinstein, W.F. Baker, D.P. Eartly, G. Giacconelli, P.F.M. Koehler, K.P. Pretzel, A.A. Wehmann, R.L. Cool y O. Fackler: Phys. Rev. Lett, 33, 928 (1974).
- (45) A.S. Carroll, I-H. Chiang, T.F. Kycia, K.K. Li, P.O. Mazur, P. Mockett, D.C. Rahm, W.F. Baker, D.P. Eartly, G. Giacconelli, P.F.M. Koehler, K.P. Pretzl, R. Rubinstein, A.A. Wehmann, R.L. Cool y O. Fackler: FERMILAB-Pub-75/51-EXP.
- (46) C.A. Levinson, N.S. Wall y H.J. Lipkin: Phys. Rev. Lett. 17, 1122 (1966).
- (47) J.L. Basdevant, C. Schonblond: Phys. Lett. 45B, 48 (1973).
- (48) O. Guisan, P. Bonamy, P. Le Du y L. Paul: Nucl. Phys. B32, 681 (1971);  
O. Guisan, J. Kirtz, P. Sonderegger, A.V. Stirling, P. Borgeaud, C. Bruneton, P. Falk-Vairant, B. Amblard, C. Caverzasio, J.P. Guillaud y M. Yvert: Phys. Lett. 18, 200 (1965);  
V.N. Bolotov, V.V. Isakov, D.B. Kakauridze, V.A. Kachanov, V. M. Kutjin, Yu. D. Prokoshkin, E.A. Rasuvaev y V.K. Semenov: Nucl. Phys. B73, 387 (1974);  
W.D. Apel et al.: XVII International Conference on High Energy Physics, Imperial College, London (1974).
- (49) A. Buffington, D.H. Frisch y C.E.W. Ward: Phys. Rev. 176, 1628 (1968).

- M. Aguilar Benítez, R.L. Eisneryy J.B. Kinson: Phys. Rev. D4, 2583 (1971);
- P. Blokzijl, A.J. De Groot, W. Hoogland, B. Jongejans, J.C. Kluyver, A.G. Tenner, P.M. Heynen, W.J. Metzger, H.G.J.M. Tiecke, R.M. Van De Walle y H. Winseler: Nucl. Phys. B51, 535 (1973);
- V.M. Belotov, V.V. Isakov, D.B. Kakauridze, V.A. Kachanov, V.M. Kutjín, V.E. Postoev Yu.D. Prókoshkin y V.K. Semenov: Serpukhov IHEP 73-53 (1973);
- L. Moscoso, J. Hubbard, A. Leveque, D. Revel, J. Badier, E. Barrelet, I. Makarovitsch, A. Rouge y H. Videau: Phys. Lett. 32B, 513 (1970);
- P.J. Litchfield, T.C. Bacon, I. Butterworth, J.R. Smith, E. Lesquoy, R. Strub, A. Berthon, J. Vrana, J. Meyer, E. Pauli, B. Tallini y J. Zets: Nucl. Phys. B30, 125 (1971);
- J. Badier et al.: CEA-R-3037 (1966);
- P. Atsbury, G. Brautti, G. Finocchiaro, A. Michelini, K. Terwilliger, D. Websdale, C.H. West, P. Zanella, W. Beush, W. Fischer, B. Gobbi, M. Pepin y E. Polgar: Phys. Lett. 23, 396 (1966);
- R. Diebold, D.S. Ayres, A.F. Greene, S.L. Kramer, A.J. Pawlicki y A.B. Wicklund: Phys. Rev. Lett. 32, 904 (1974);
- K.J. Foley, W.A. Love, S. Ozaki, E.D. Platner, A.C. Saulys, H. W. Willen, S.J. Lindenbaum y M.A. Kramer: Phys. Rev. D9, 42 (1974).
- (50) M. Cifaloni y G. Marchesini: Nucl. Phys. B71, 493 (1974).
- (51) A.V. Barnes et al.: Phys. Rev. Lett. 37, 76 (1975).
- (52) O.I. Dahl et al.: Phys. Rev. Lett. 37, 80 (1976).
- (53) V.M. Gribov: Soviet Physics, JETP, 26, 414 (1968).
- (54) C. DeTar: Phys. Rev. D11, 866 (1975).
- (55) H.D.I. Abarbanel, J.B. Bronzan, R.L. Sugar y A.R. White: Phys. Rep. 21C, 119 (1975).
- (56) H.D.I. Abarbanel y J.B. Bronzan: Phys. Rev. D9, 2397 (1974);  
para un tratamiento más completo de la TCR ver también  
H.D.I. Abarbanel: SLAC-PUB-1669 (1975).
- (57) G. Calucci y P. Jengo: Nucl. Phys. B84, 413 (1975).
- (58) H.D.I. Abarbanel y J.B. Bronzan: Phys. Rev. D9, 3304 (1974).

- (59) K.G. Wilson: Phys. Rev. D3, 1818 (1971);  
para una discusión sobre grupo de renormalización más extensa  
puede verse:  
K.G. Wilson y J.B. Kogut: Phys. Rev. 12C, 75 (1974).
- (60) J.B. Bronzan y J.W. Dash: Phys. Lett. 51B, 496 (1974);  
M. Baker: Nucl. Phys. B80, 62 (1974).
- (61) J.W. Dash y S. Harrington: pre-publicación de University of  
Oregon OITS-75-2;  
J. Ellis y R. Savit: pre-publicación CERN TH.1974;  
S. Harrington: Phys. Lett. 62B, 433 (1976).
- (62) R.L. Sugar y A.R. White: Phys. Rev. D10, 4074 (1974).
- (63) W.P. Frazer, M. Hoffman, J.P. Fulco y R.L. Sugar: pre-publica  
ción de University of California, Santa Barbara UCSB Th-16  
(1976).
- (64) Fermilab Single Arm Spectrometer Group, University of Utah  
UCSR-155.
- (65) A. Della Selva, A. García, G. García Canal, L. Kásperi y M.O.  
Parga: Phys. Lett. 62B, 311 (1976).
- (66) J.W. Dash: Phys. Lett. 61B, 53 (1976).
- (67) V.A. Abramovskii, V.I. Gribov y O.V. Kanchelli: Sov. J. Phys.  
13, 308 (1974).
- (68) P. Suranyi: Phys. Rev. D12, 2124 (1975).

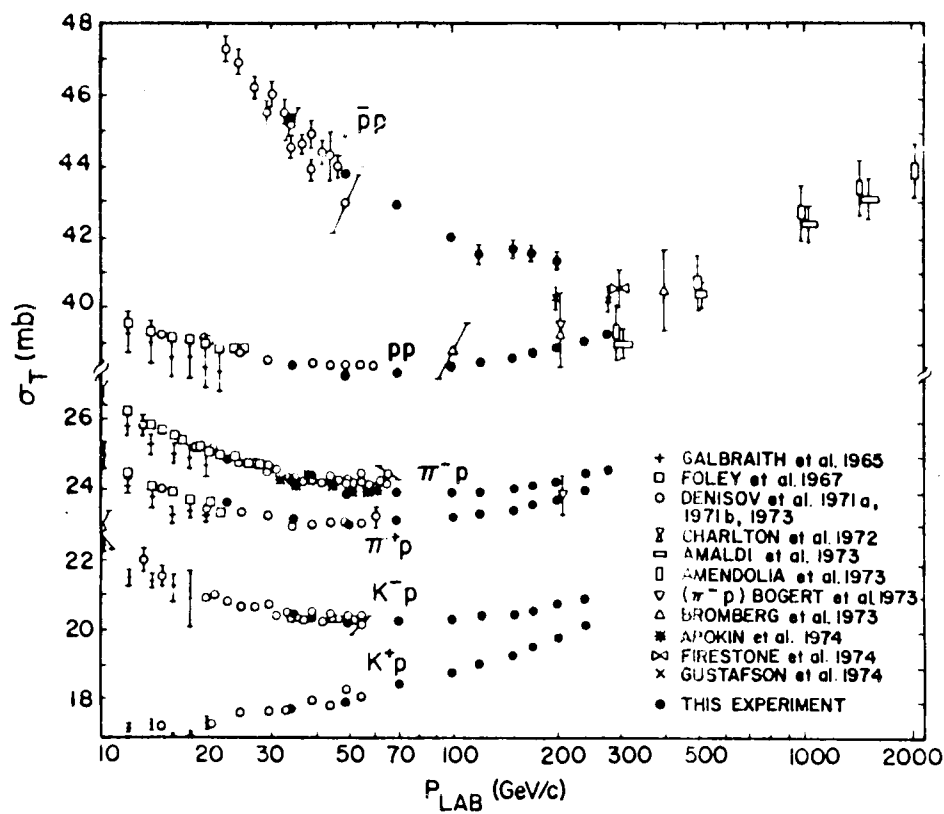


Fig 1

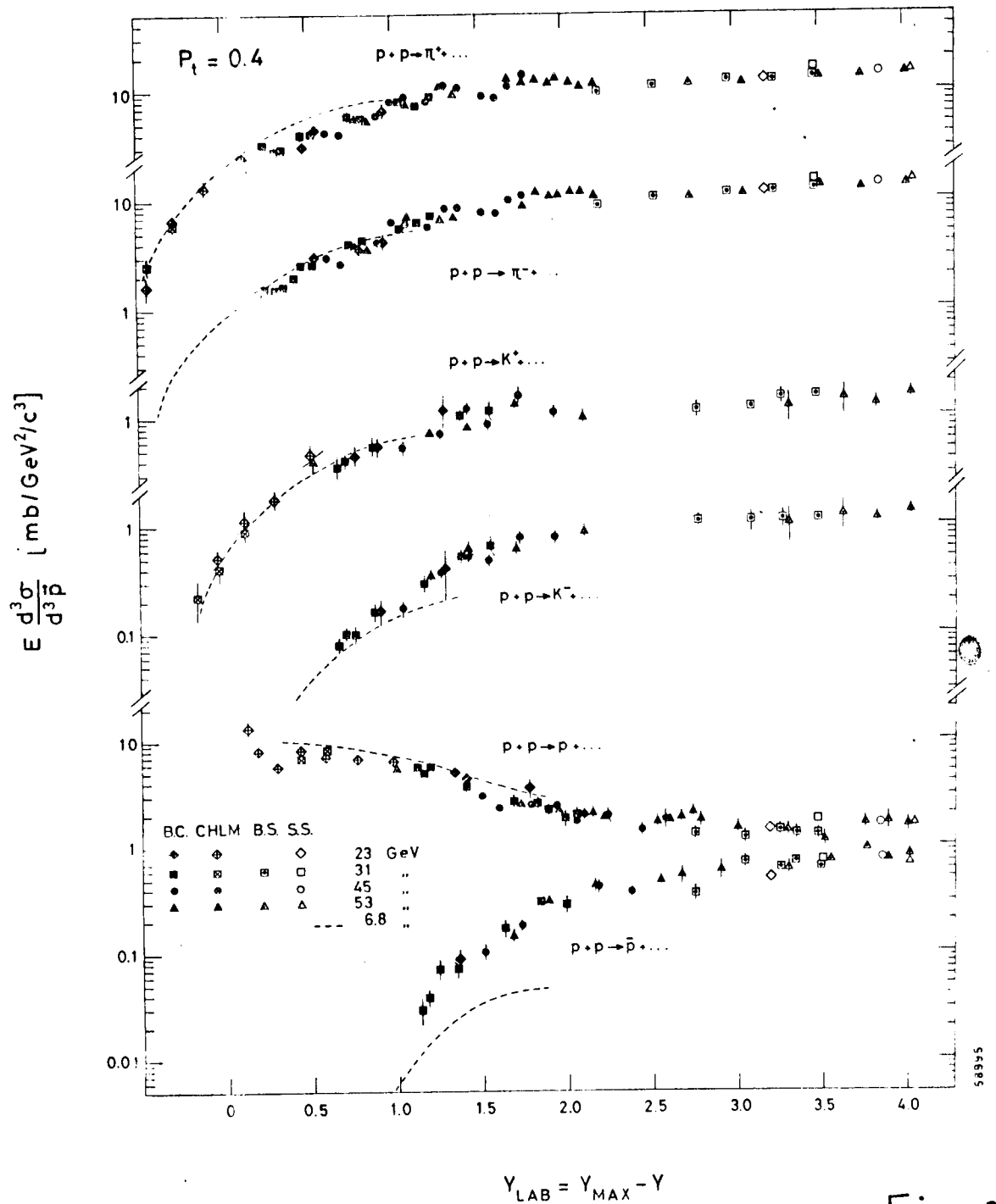


Fig. 2

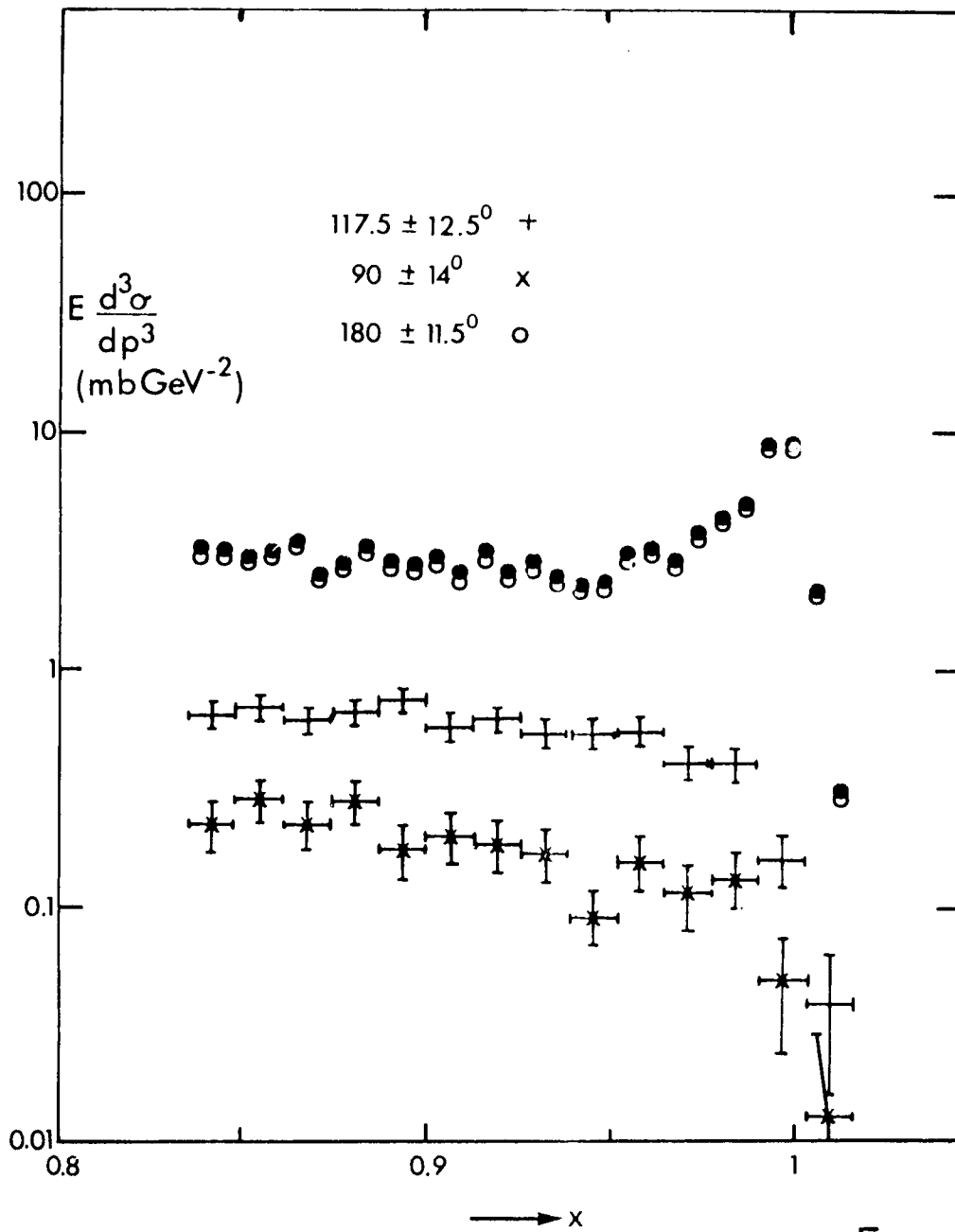
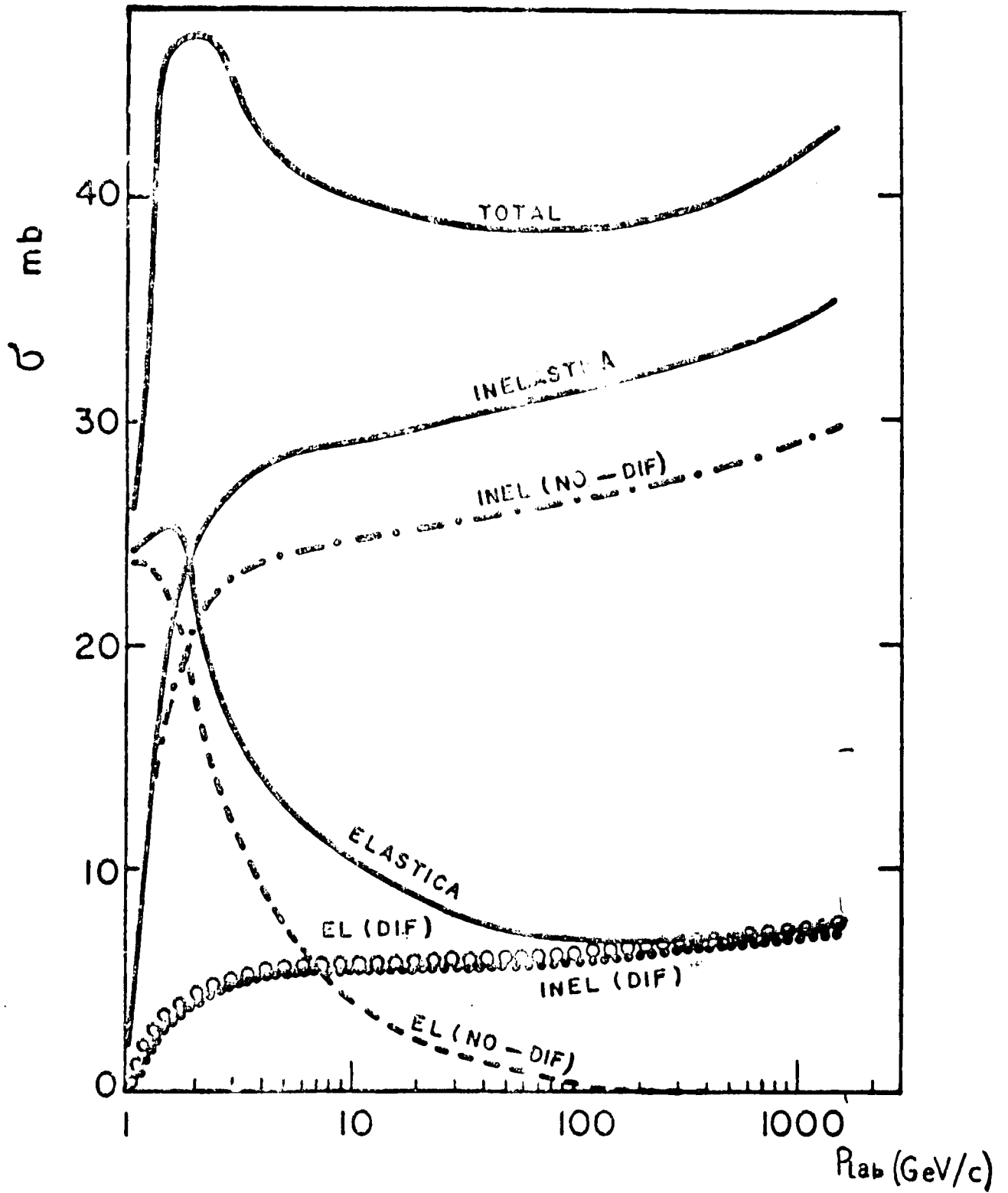


Fig 3

Fig 4



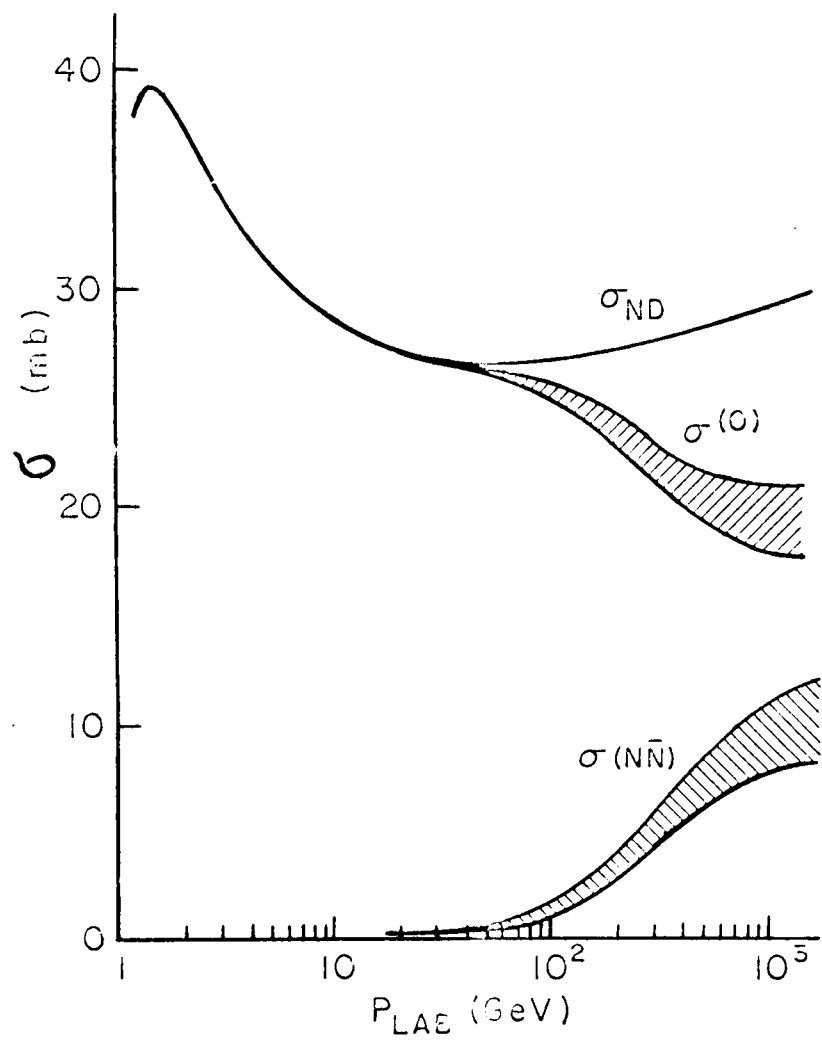


Fig 5

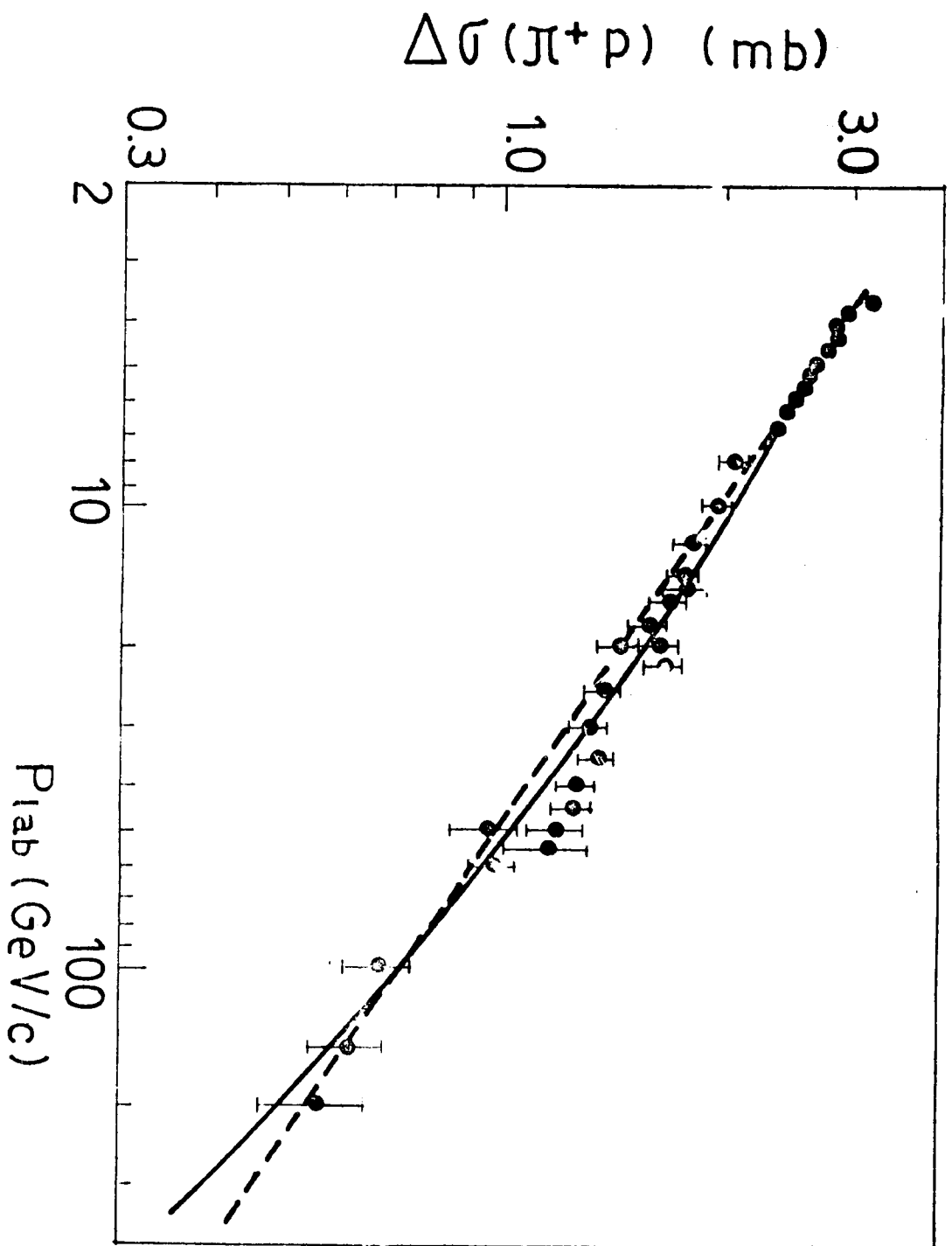


Fig. 6

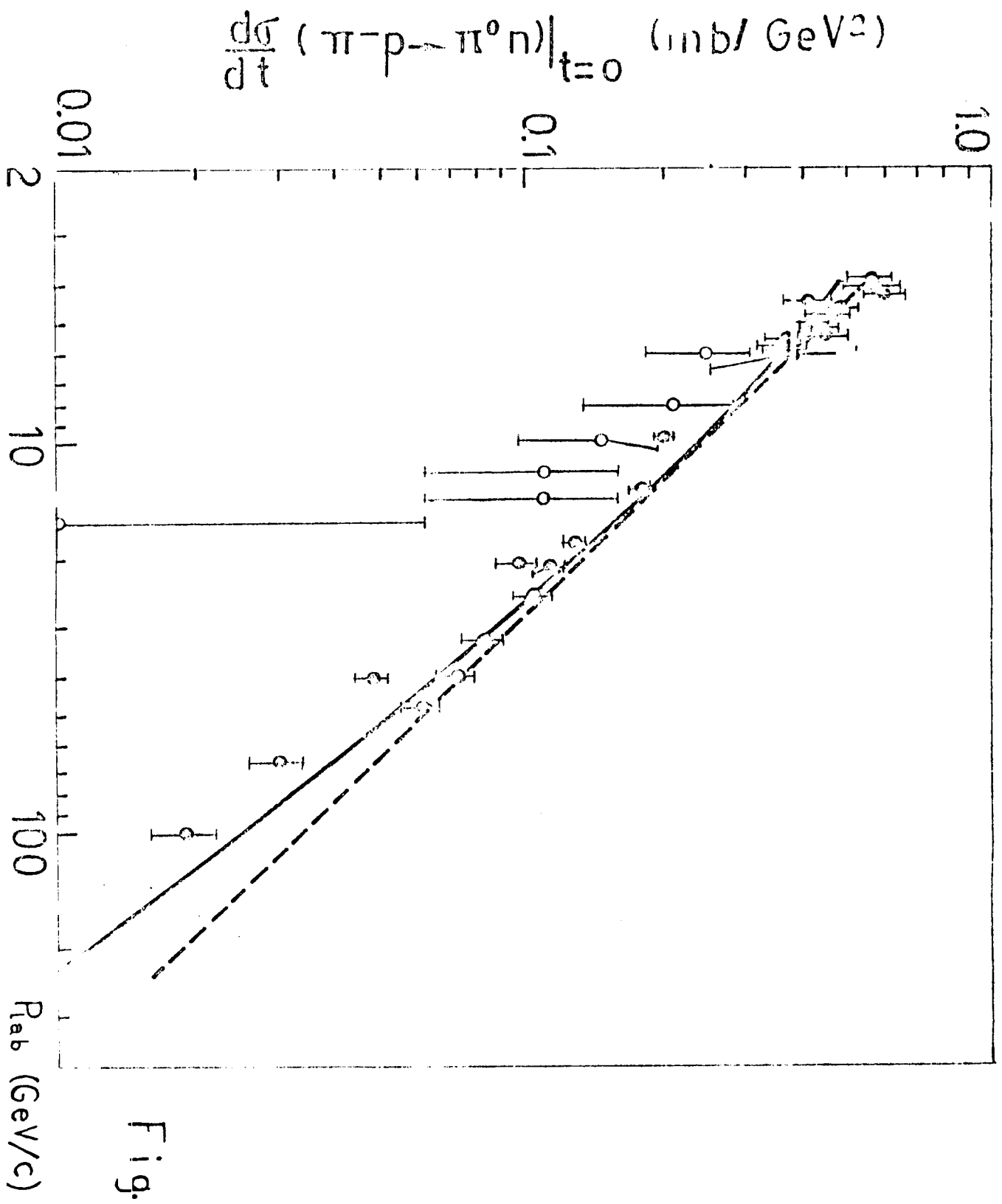


Fig.7



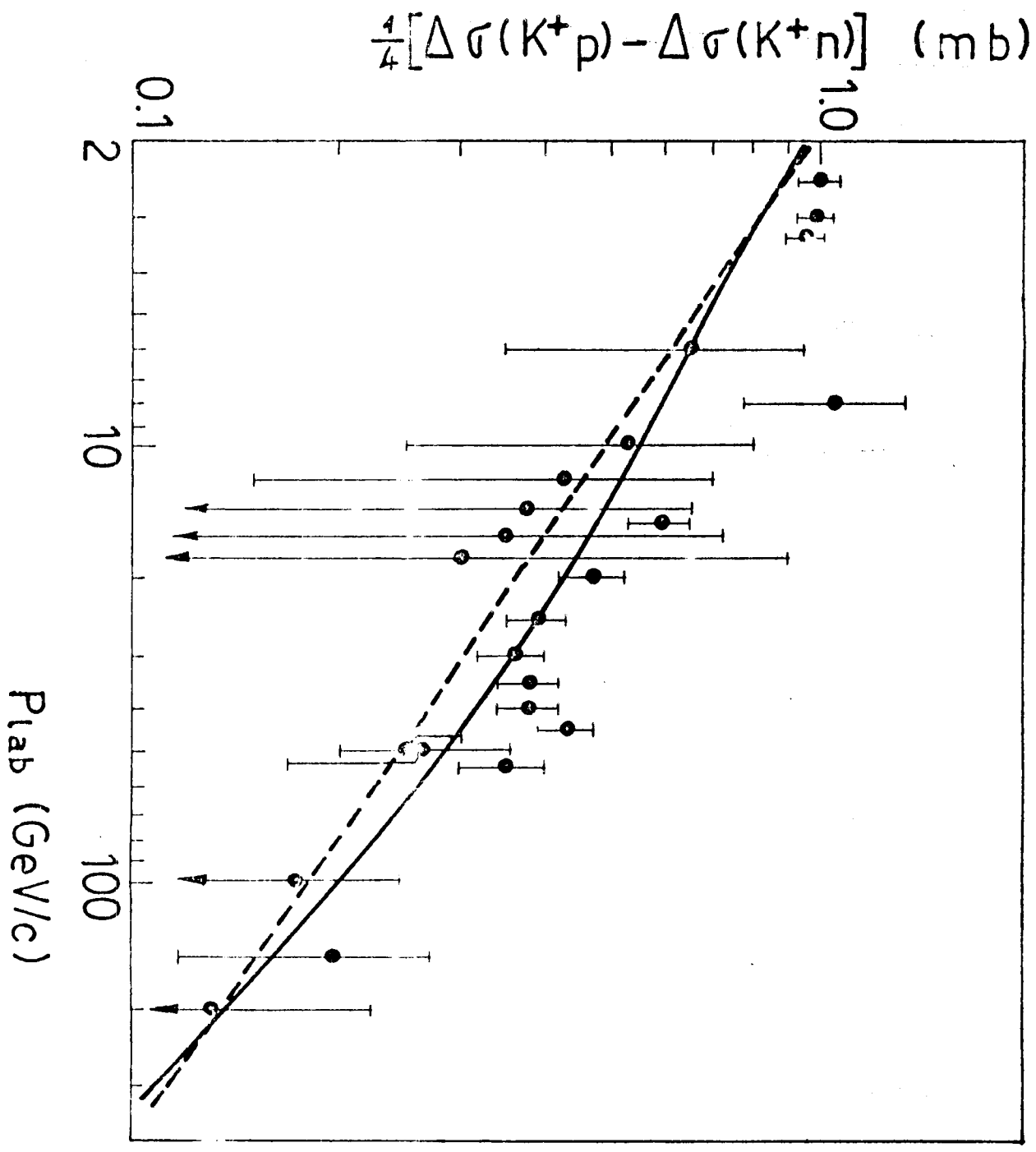


Fig. 9

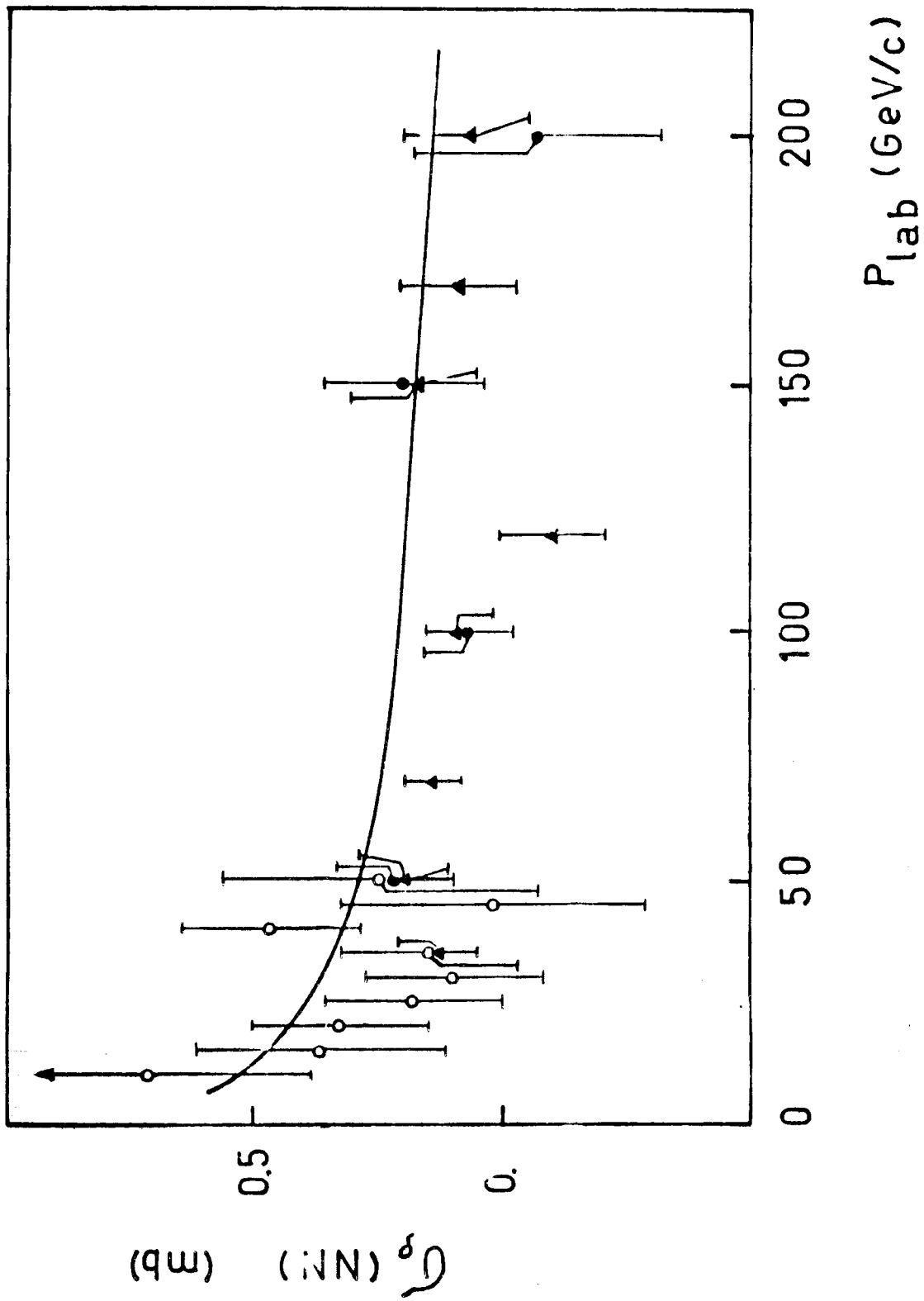
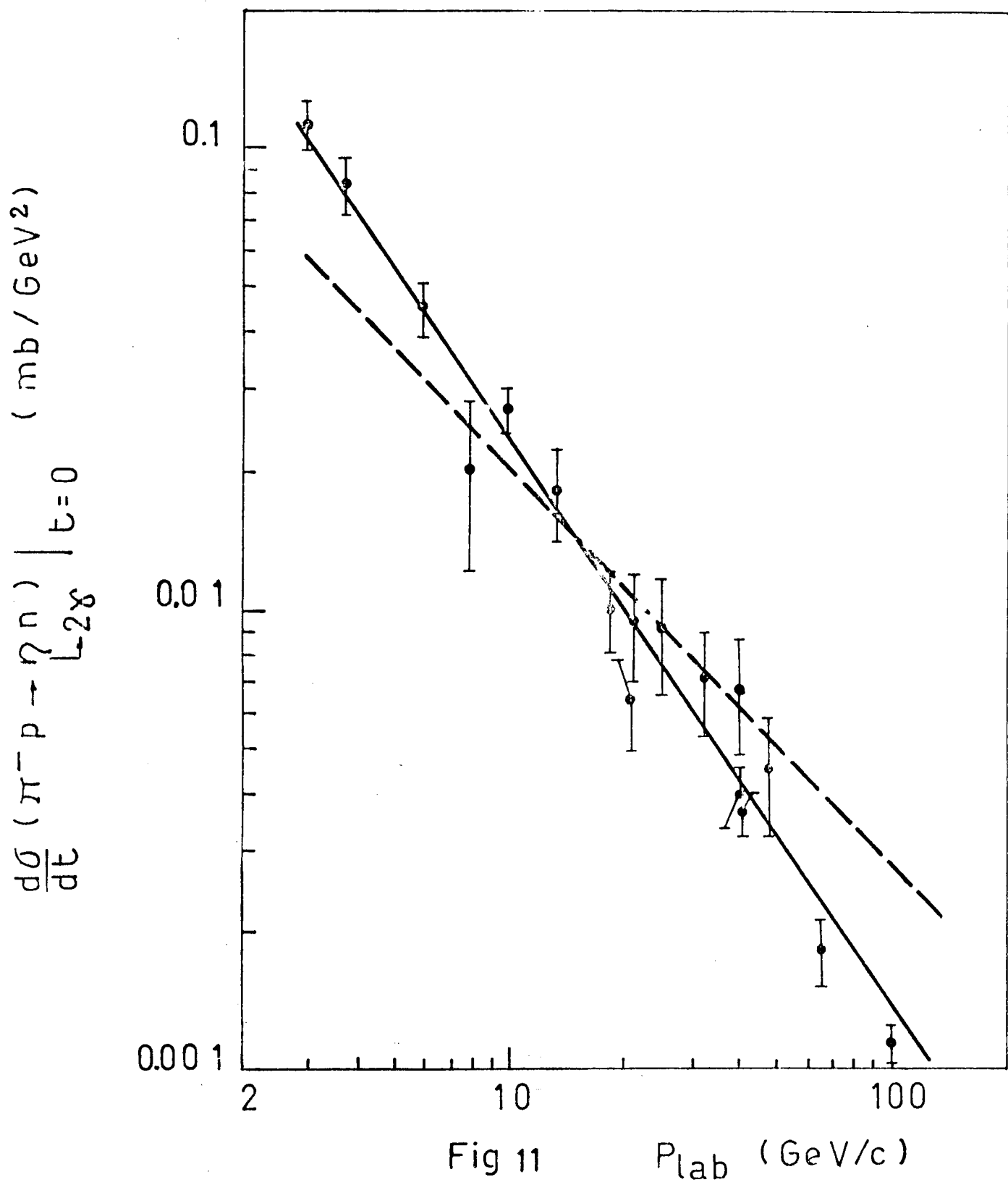
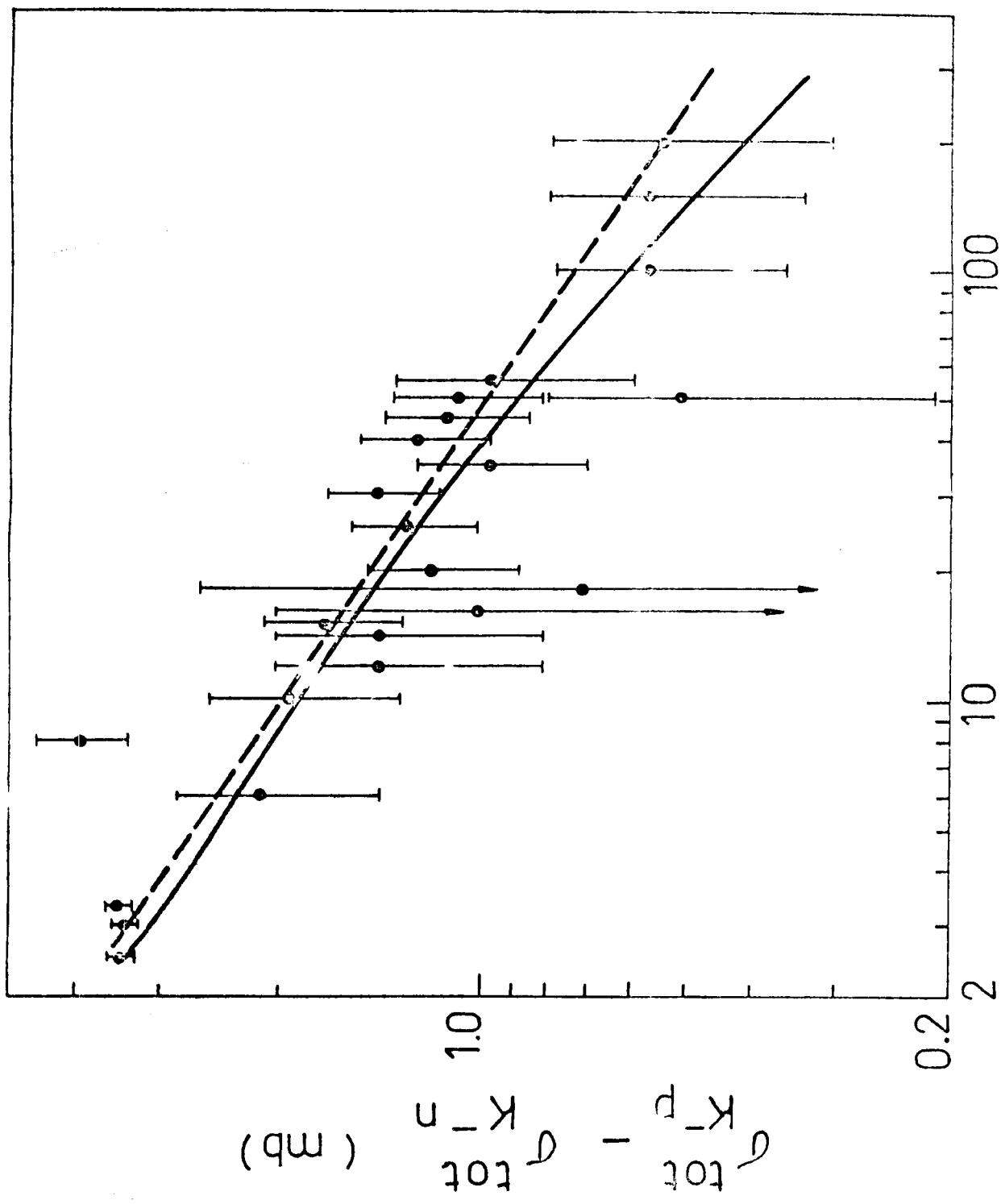


Fig. 10





$P_{\text{lab}}$  (GeV/c) Fig 12

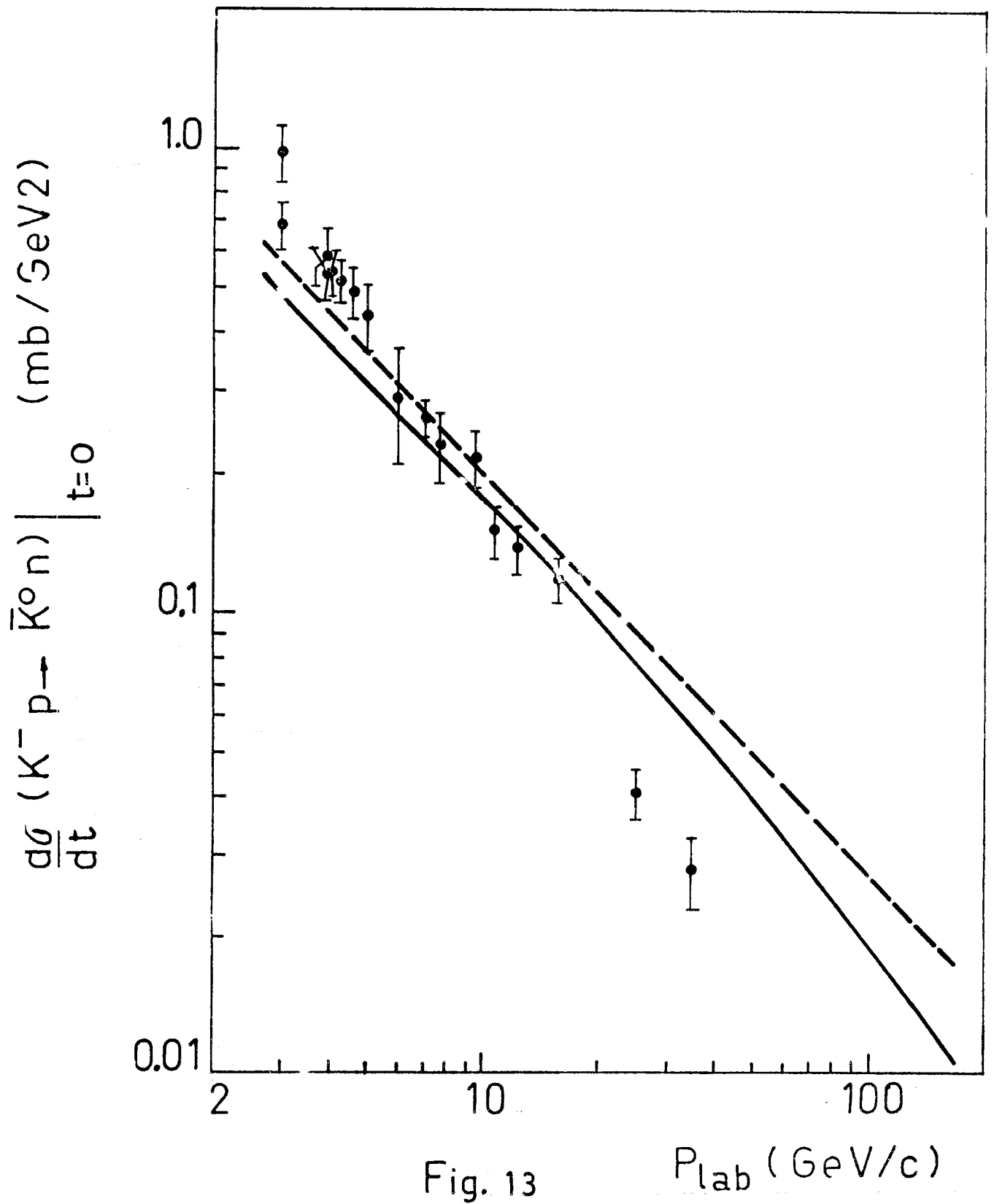


Fig. 13

$P_{\text{lab}}$  (GeV/c)

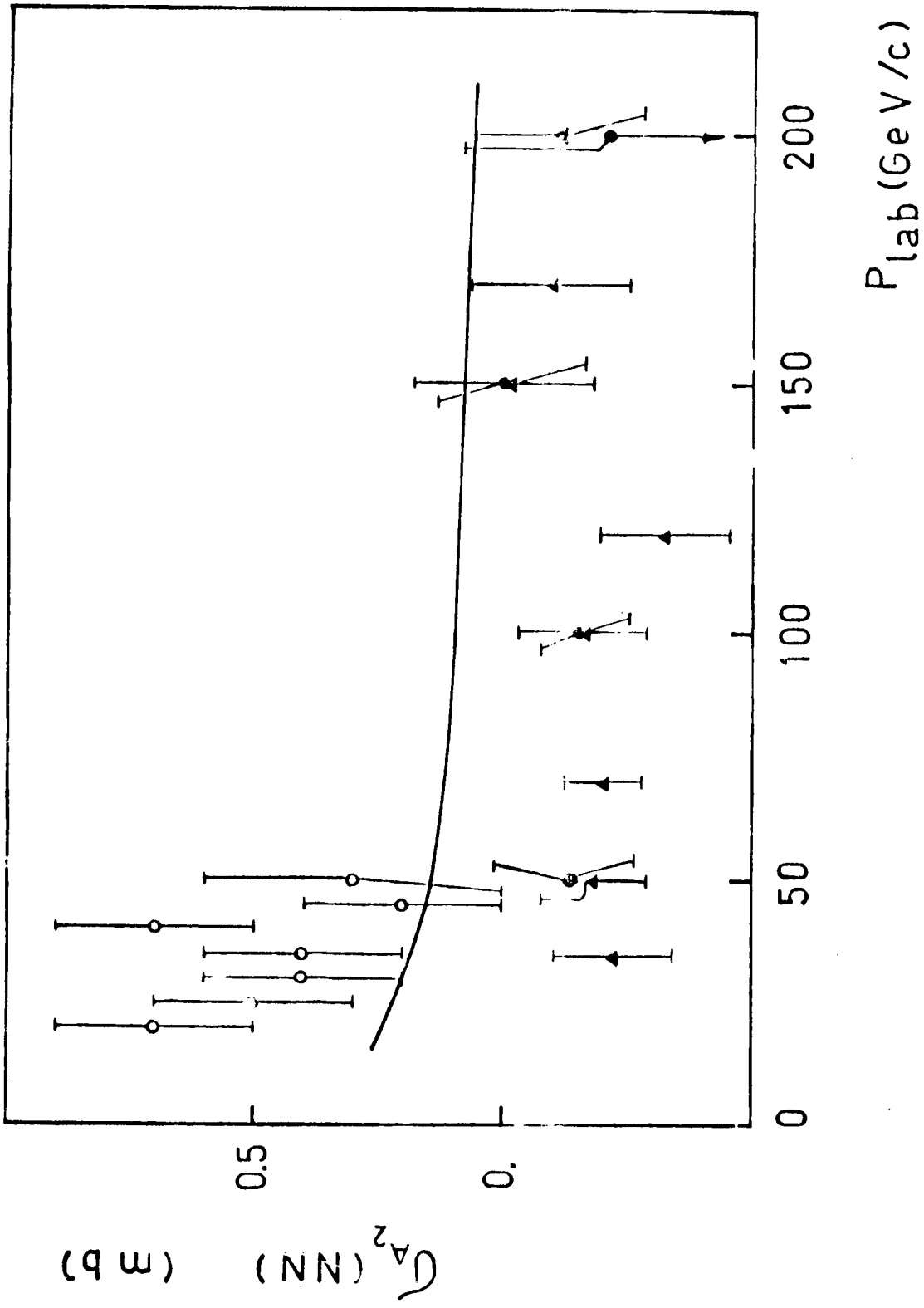
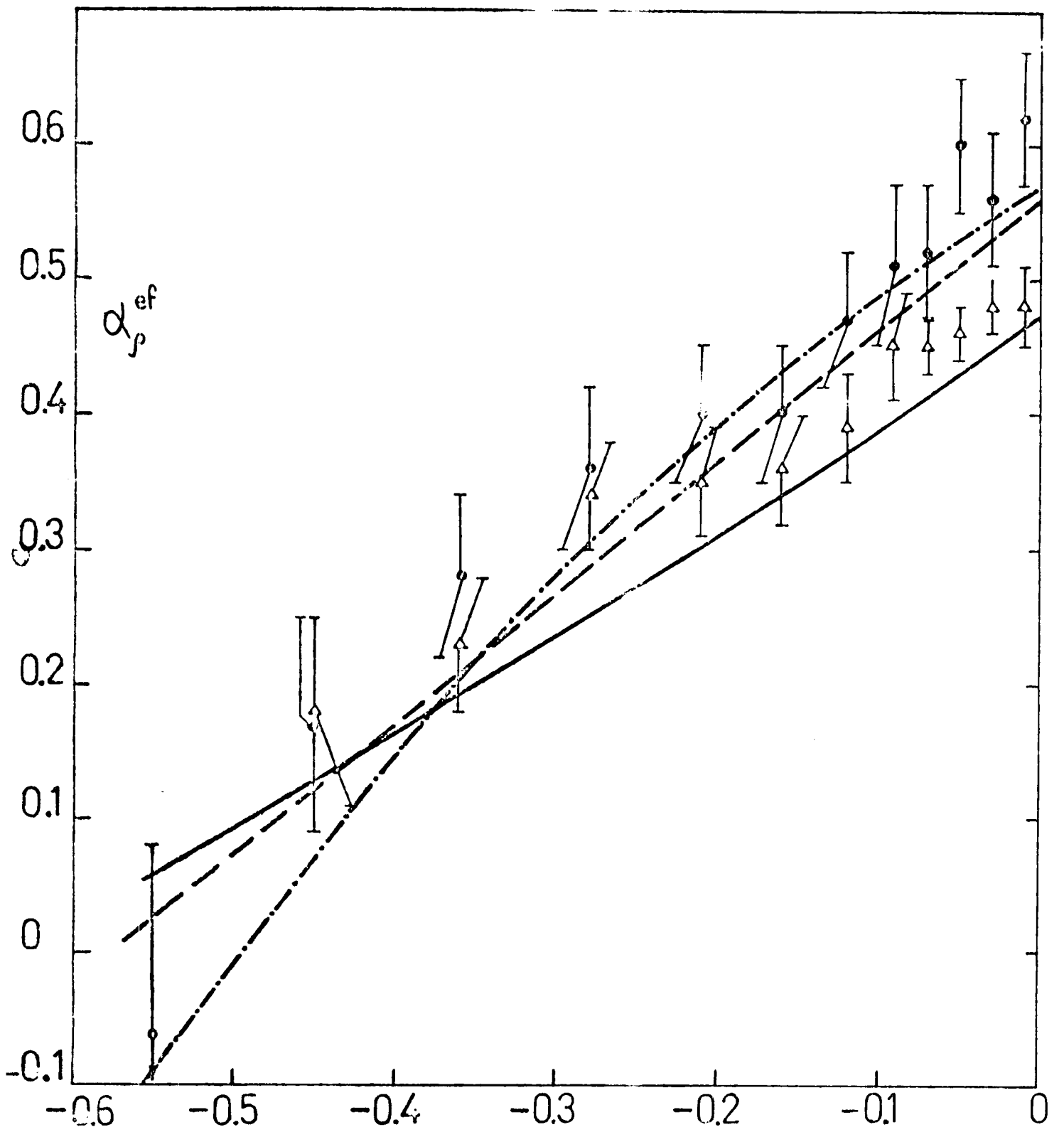


Fig. 14



$t$  (GeV<sup>2</sup>)

Fig. 15

