

C.N.E.A. Biblioteca  
ARCHIVO PUBLICACIONES  
1  
1957

02.57.07

REPUBLICA ARGENTINA

PUBLICACIONES

DE LA

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

SERIE FISICA

VOL. I — N° 11

TEORIA DE LA SECCION EFICAZ DIFERENCIAL  
DE LAS REACCIONES DE "STRIPPING"

( $d, pn$ )

POR

OTTO HITTMAIR



BUENOS AIRES

1957

REPUBLICA ARGENTINA

---

PUBLICACIONES

DE LA

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

SERIE FISICA

VOL. I — N° 11

TEORIA DE LA SECCION EFICAZ DIFERENCIAL  
DE LAS REACCIONES DE "STRIPPING"

*(d, pn)*

POR

OTTO HITTM AIR



BUENOS AIRES

1957

Imprenta y Casa Editora CONI, Perú 684, Buenos Aires

1256

# TEORIA DE LA SECCION EFICAZ DIFERENCIAL DE LAS REACCIONES DE "STRIPPING"

*(d, pn)*

POR OTTO HITTMAIR \*

---

## ABSTRACT

The differential cross section of a  $(d, pn)$ -stripping reaction is calculated in general form. The directional observation of the outgoing neutron provides more complete information on the stripping spins and angular momenta than can be gained from the  $(d, p)$ -reaction alone. The  $(d, pn)$ -angular distribution furnishes furthermore information on shell model coupling which can be checked against observed nuclear energy levels. The symmetry properties of the distribution manifest clearly whether the reaction proceeds by pure stripping or also by compound nucleus formation. The distribution for the  $Li^7(d, pn) Li^7$ -reaction is calculated as an example.

## 1. INTRODUCCIÓN

En una reacción de «stripping»  $(d, p)$  el neutrón correspondiente a un deuterón proyectil, es captado por un núcleo del blanco, mientras que el protón restante prosigue con un impulso dado por la distribución de los impulsos en el deuterón, en el instante de la ruptura. El neutrón puede ser captado en un estado ligado, dando lugar a una reacción exotérmica si su energía de unión con el núcleo del blanco es mayor que la energía de unión del deuterón  $B_d$ , es decir

$$Q(d, p) = E_b - B_d \quad (1)$$

\* Invitado por la Comisión Nacional de Energía Atómica.

Puede suceder, sin embargo, que el neutrón sea captado en un estado virtual de energía positiva, es decir con una energía de unión con el núcleo del blanco, negativa. Por lo tanto (1) se transforma en

$$Q(d, p) = -(|E_b| + B_b) \quad (2)$$

y la reacción es endotérmica.

El neutrón será reemitido del estado virtual, por lo tanto el proceso que tiene lugar con respecto al núcleo del blanco y al neutrón es una difusión (scattering) de resonancia, la cual en general será elástica.

El objeto del presente trabajo es considerar la sección eficaz diferencial del proceso de stripping ( $d, p$ ) más la reemisión elástica del neutrón capturado en un estado virtual.

Butler<sup>1, 2</sup> demostró que la distribución angular de los protones provenientes del «stripping» es característica del impulso angular  $l$  con el cual es capturado el neutrón. Conociendo la paridad y el spin  $J_0$  del nivel inicial del núcleo del blanco, se puede determinar completamente, de esta manera, la paridad del nivel residual, existiendo por otra parte sólo pocas posibilidades para su spin  $J$ , compatible con

$$J_0 + l + \frac{1}{2} \geq J \geq |J_0 + l + s_n|_{\min} \quad (3)$$

Siendo  $s_n$  el spin del neutrón capturado.

Si hubiera lugar a varios valores de  $l$  en el proceso de captura (lo que sucede raramente), en (3) debe considerarse el valor más grande.

El proceso de stripping es fundamentalmente diferente a la reacción ( $d, p$ ) en la cual el protón es emitido después de haberse formado el núcleo compuesto, el cual ha absorbido las dos partículas del deuterón. Mientras que esta última reacción proviene de deuterones con momentos angulares pequeños (principalmente  $l_d = 0$ ), la reacción de stripping proviene fundamentalmente de deuterones con momentos angulares elevados.

Por esta razón el protón que escapa está muy lejos del núcleo y es razonable por tanto suponer, en primera aproximación, que no interactúa con éste<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> S. T. BUTLER, Proc. Roy. Soc. A208, 559 (1951).

<sup>2</sup> S. T. BUTLER y O. HITTMANN, «The Theory of Deuteron Stripping» (J. Wiley and Sons, N. York), en impresión.

Observando también el neutrón reemitido en una reacción de stripping ( $d, pn$ ), puede deducirse fácilmente cuando hay o no una contribución del núcleo compuesto. Además se puede comparar la determinación de  $l$  con la medida por la distribución angular de los protones solamente.  $J$  está determinado independientemente de las posibilidades expresadas en (3). Finalmente la distribución angular en la reacción ( $d, pn$ ) dependerá de los pesos relativos de los spins de canal de la captura neutrónica, es decir, de la probabilidad relativa de que el neutrón sea capturado con spin para arriba o para abajo. Estos pesos relativos pueden ser determinados por el modo de acoplamiento correspondiente para los niveles energéticos que entran en juego, de acuerdo con el modelo de capas <sup>3</sup>. En los núcleos livianos los pesos relativos de los canales serán determinados por los parámetros de acoplamiento intermediario del modelo de capas, cuya elección daría no sólo la energía correcta del nivel, sino que también sería confirmada por la distribución angular de la reacción ( $d, pn$ ).

## 2. LA SECCIÓN EFICAZ DE LA REACCIÓN DE STRIPPING ( $d, pn$ )

La aproximación usada generalmente para representar la función de onda total  $\Psi^*(\vec{\xi}, \vec{r}_n, \vec{r}_p)$  ( $\vec{\xi}$  se refiere a las coordenadas del núcleo del blanco,  $\vec{r}_n$  y  $\vec{r}_p$  son los vectores de posición del neutrón y protón, res.) para todas las partículas que intervienen en la reacción ( $d, pn$ ), es la siguiente <sup>1, 2</sup>: el protón es considerado como partícula libre después que el neutrón ha sido capturado, es decir, después que  $r_n < r_0$  (donde  $r_0$  es el radio de stripping del núcleo del blanco). Se supone además que la energía del deuterón es suficientemente elevada para despreciar la posible interacción coulombiana, es decir

$$E_d \gg \frac{Ze^2}{r_0}.$$

Por el momento, no se tiene en cuenta la contribución de los spins y se supone que el blanco tiene masa infinita. La función  $\Psi^*(\vec{\xi}, \vec{r}_n, \vec{r}_p)$  toma la forma (para  $r_n > r_0$ )

$$\Psi^*(\vec{\xi}, \vec{r}_n, \vec{r}_p) = (2\pi)^{-3/2} \int d\vec{k}_p [v(\vec{k}_p, \vec{\xi}, \vec{r}_n) e^{i\vec{k}_p \cdot \vec{r}_p}] \quad (4)$$

<sup>3</sup> O. HITTMANN, Z. Physik 143, 465 (1955).

siendo

$$v(\vec{k}_p, \vec{\xi}, \vec{r}_p) = (2\pi)^{3/2} \sum_l [\Phi_l(\vec{k}_d, \vec{k}_p, r_n) \psi_0(\vec{\xi}) + \sum_t A_{lt}(\vec{k}_d, \vec{k}_p) \times r_n h_l^{(1)}(k_{nt} r_n) \psi_t(\vec{\xi})] \cdot Y_l^0(\theta_n). \quad (5)$$

$\Phi_l$  es la transformada de stripping de la función de onda del deuterón:

$$\Phi_l = \frac{r_n}{(2\pi)^3} \int \vec{d}r_p d\Omega_n \psi_d(\vec{r}_n, \vec{r}_p) Y_l^0(\theta_n) e^{-i\vec{k}_p \vec{r}_p} \quad (6)$$

$\psi_t(\vec{\xi})$  es la función de onda del núcleo del blanco en el estado  $t$  y  $A_{lt}$  es la amplitud relativa de la  $l$ -sima onda parcial del neutrón, después de haber sido capturado. Su número de onda  $k_{nt}$  da lugar a una función compleja esférica de Hankel  $h_l^{(1)}(k_{nt}, r_n)$ .

La fórmula (4) representa una superposición de las respectivas funciones de onda antes y después del proceso de stripping por la captura virtual del neutrón.

El eje de cuantificación está tomado en la dirección  $(\vec{k}_d - \vec{k}_p)$  del momento que transfiere el neutrón capturado al núcleo.

Se propone ahora calcular el flujo  $J_n(\vec{k}_p)$  de los neutrones reemitidos que salen, correspondientes a los protones liberados con un  $\vec{k}_p$ , donde

$$\frac{(h/2\pi)^2 k_p^2}{2m_p} = \frac{(h/2\pi)^2 k_d^2}{2m_d} + Q(d, p). \quad (7)$$

El valor  $Q(d, p)$  dado en (2) corresponde al nivel de la captura virtual.

La sección eficaz de stripping  $\sigma(k_n, \vec{k}_p)$  se deduce a partir de  $J_n(\vec{k}_p)$ . Tomando solamente la parte de los neutrones salientes en la fórmula (5) y considerando que no se tiene en cuenta la dirección de los mismos, se obtiene

$$J_n(\vec{k}_p) = \frac{hr_0^2}{2m_n i} \int d\vec{\xi} d\Omega_n W \left\{ v - \frac{(2\pi)^{3/2}}{r_n} \Phi_l \psi_0 Y_l^0, \text{ c. c.} \right\} \quad (8)$$

donde se ha usado el Wronskiano  $W$  por conveniencia en la notación. La (8) se transforma en

$$J_n(\vec{k}_p) = \frac{h(2\pi)^2}{2m_n i r_0} \sum_t |A_{lt} r_0 h_l^{(1)}(k_{nt} r_0)|^2 (f_{lt}^+ - f_{lt}^{+*}) \quad (9)$$

con

$$f_{l^+} = \frac{\left\{ \frac{\partial}{\partial r_n} [r_n h_l^{(1)}(k_n r_n)] \right\}_{r_n = r_0}}{h_l^{(1)}(k_n r_0)} = \Delta_l + i s_l. \quad (10)$$

Puede observarse que esta expresión (9) se anula para  $t \neq 0$ , es decir, para estados excitados del núcleo del blanco. Para  $t = 0$  el flujo total de los neutrones incidentes y salientes, que es necesariamente nulo para cada  $l$ , es igual a (9), que por tanto también se anula para  $t = 0$ . Se descarta por lo tanto en lo sucesivo el subíndice  $l$ , recordando que sólo el estado fundamental del núcleo del blanco participa en la captura, lo que caracteriza a la reacción de stripping<sup>2, 4</sup>.

Teniendo en cuenta la definición usual (5) de  $f_l$

$$f_l \equiv r_0 \left\{ \frac{\partial}{\partial r_n} \log [\Phi_l + A_n r_n h_l^{(1)}(k_n r_n)] \right\}_{r_0}$$

se obtiene para  $J_n(\vec{k}_p)$  la expresión

$$J_n(\vec{k}_p) = \frac{(2\pi)^2 h}{m_n r_0} \sum_l s_l \left| \frac{r_0 \frac{\partial}{\partial r_n} \Phi_l - f_l^+ \Phi_l}{f_l^- f_l^+} - \Phi_l \right|_{r_0}^2 \quad (11)$$

donde  $f_l^+$  y  $s_l$  son funciones conocidas, definidas por (10) con  $t=0$ .

La resonancia  $f_l$  debe expresarse por

$$f_l = - \frac{1}{\gamma_l} (E_n - E_r) \quad (12)$$

donde  $\gamma_l$  es el ancho reducido, perteneciente a la resonancia del neutrón difundido. Está relacionado con el ancho de la partícula  $\Gamma_l^n$  por

$$\Gamma_l^n = 2s_l \gamma_l \quad (13)$$

(difusión elástica de resonancia).

La energía  $E_r$  de (12) es la energía formal de resonancia, mientras que la verdadera energía de resonancia  $E'_r$  (que es la que se usará para expresar el denominador de resonancia) está definida por

$$E'_r = E_r - \gamma_l \Delta_l. \quad (14)$$

Con estas definiciones se obtiene para (11):

$$J_n(\vec{k}_p) = \frac{\hbar(2\pi)^2}{m_n r_0} \sum_l s_l \left[ \frac{r_n \frac{\partial \Phi_l}{\partial r_n} - f_l^+ \Phi_l}{E_n - E'_r + \frac{i}{2} \Gamma_l^n} \gamma_l + \Phi_l \right]_{r_n=r_0}^2 \quad (15)$$

la cual contiene por supuesto las amplitudes de resonancia de difusión de los neutrones liberados y la amplitud  $|\overline{s}_l \Phi_l$  de la difusión de potencial (potential scattering) de los neutrones ligados a los protones cuya influencia en la sección eficaz de resonancia en cuestión es pequeña y será despreciada en lo que sigue.

También se supone que los neutrones escapan con la misma energía que son captados, es decir que dejan al núcleo del blanco en su estado fundamental, lo que es lógico puesto que el estado residual del stripping está constituido por este estado solamente, más el neutrón.

La sección eficaz  $\sigma(k_n, \vec{k}_p)$  puede ser obtenida <sup>6</sup> integrando

$$d\sigma(k_n, \vec{k}_p) = \frac{m_d k_p^2}{(\hbar/2\pi) k_d} J_n(\vec{k}_p) d\vec{k}_p \quad (16)$$

sobre un intervalo de energía  $\gamma$ , que es suficientemente grande respecto de  $\Gamma_l^n$ , pero también suficientemente pequeño de modo tal que cambie solo apreciablemente el denominador de resonancia.

La integración puede hacerse reemplazando  $k_p dk_p$  por  $-\frac{m_p}{\hbar^2} dE_n$  debido al balance de energía de la reacción.

$$E_n + E_p = -E_d - B_d \quad (17)$$

y usando la fórmula

$$\int_{-l/2}^{l/2} \frac{dy}{y^2 + \frac{\Gamma}{4}} = \frac{4}{\Gamma} \tan^{-1} \frac{\gamma}{\Gamma} = \frac{4}{\Gamma} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\Gamma}{\gamma} + \dots \right) \quad (18)$$

Tomando  $\frac{\Gamma_l^n}{\gamma} \rightarrow 0$ , se obtiene

$$\sigma(k_n, \vec{k}_p) = \frac{8\pi^4 m_p m_d k_p}{k^2 m_n k_d r_0} \sum_l \gamma_l \left[ r_n \frac{\partial \Phi_l}{\partial r_n} - f_l^+ \Phi_l \right]_{r_0}^2 \quad (19)$$

Si se usa en (6) una onda plana para  $\psi_d$  con una función de onda interna de Hulthén, <sup>1, 6</sup> se tiene

$$\psi_d = e^{i\vec{k}_d \cdot \vec{R}} \sum_N (e^{-ar} - e^{-br})/r$$

con

$$\vec{R} = \frac{\vec{r}_n + \vec{r}_p}{2}, \quad r = |\vec{r}_n - \vec{r}_p|, \quad N = \sqrt{\frac{\alpha\beta(\alpha + \beta)}{2\pi(\alpha - \beta)^2}} \quad (20)$$

Luego la (19) se transforma en

$$\sigma(k_n, \vec{k}_p) = \frac{m_d m_p 8 N^2 r_0^3 k_p \pi}{(h/2\pi)^2 m_n k_d} \cdot \left( \frac{1}{\alpha^2 + K^2} - \frac{1}{\beta^2 + K^2} \right)^2 \sum_l \gamma_l Q_l^2 \quad (21)$$

con  $K \equiv \left| \frac{1}{2} \vec{k}_d - \vec{k}_p \right|$  y

$$Q_l \equiv \left| \frac{j_l(|k_d - k_p| r_n)}{\partial r_n} - \frac{j_l(|\vec{k}_d - \vec{k}_p| r_n)}{h_l^{(1)}(k_n r_n)} \frac{\partial h_l^{(1)}(k_n r_n)}{\partial r_n} \right|_{r_0} \quad (22)$$

siendo  $j_l$  y  $h_l^{(1)}$  las funciones esféricas de Bessel y Hankel, resp.

Los parámetros  $\gamma_l$  y  $r_0$  son características del nivel y del núcleo que ha interactuado, representando, respectivamente, el ancho reducido y el radio nuclear, respecto de la reacción de stripping <sup>2</sup>.

### 3. SECCIÓN EFICAZ DIFERENCIAL COMPLETA DE LA REACCIÓN DE STRIPPING ( $d, pn$ )

La sección eficaz (21) es la sección eficaz total respecto de los neutrones difundidos, sin tener en cuenta su dirección. Para obtener la sección eficaz diferencial completa, se debe incluir en (21) los spins de las partículas y de los núcleos, hasta ahora no considerados en el desarrollo de la teoría. Para ello se multiplica  $Q_l$  (22) con la suma de los coeficientes de Clebsch-Gordan.

$$F_{ls} \equiv \sum_{\mu_d, \mu_p, m_s, M} \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2} \mu_p \mu_d - \mu_p \mid 1 \mu_d \right) \times \\ \times \frac{1}{2} J_0 \mu_d - \mu_p m_s - \mu_d + \mu_p \mid s m_s \ 0 \mid JM \quad (23)$$

y  $\gamma_l$  se divide en las respectivas componentes del canal

$$\gamma_l = \sum_s \gamma_{ls}^2 \quad (24)$$

donde  $\vec{s} = \vec{J}_0 + \vec{s}_n$

Promediando los números cuánticos magnéticos y sumando sobre  $s$ , se obtiene

$$\frac{1}{3(2J_0 + 1)} \sum_s \gamma_{ls}^2 F_{ls}^2 = \frac{2J + 1}{2(2J_0 + 1)(2l + 1)} \gamma_l \quad (25)$$

lo que reemplaza a  $\gamma_l$  en (21).

La matriz de densidad <sup>7, 8</sup>, de los estados  $\mathbf{M}$  del estado residual del stripping cuando ocurre la re-emisión del neutrón, se obtiene sin sumar sobre  $\mathbf{M}$ , descartando por el momento factores independientes del spin,

$$E(\mathbf{J}\mathbf{J}\mathbf{M}\mathbf{M}') = \frac{2\mathbf{J} + 1}{3(2\mathbf{J}_0 + 1)} \frac{1}{2} \sum_{s, l, l', \nu, \nu'} (-)^{s-M} \gamma_{l\nu} \gamma_{l'\nu'} Q_l Q_{l'} \sqrt{\frac{4\pi}{2\nu + 1}}$$

$$(l'l'00 | \nu 0) (\mathbf{J}\mathbf{J}\mathbf{M}' = \mathbf{M} | \nu \mathbf{M}' - \mathbf{M}) \mathbf{W}(l\mathbf{J}'l'\mathbf{J}, s\nu) \mathbf{Y}_{\nu \mathbf{M}' - \mathbf{M}} \left( \begin{array}{c} \vec{k}_d - \vec{k}_p \\ \vec{k}_d - \vec{k}_p \end{array} \right) \quad (26)$$

donde  $\mathbf{W}(l\mathbf{J}'l'\mathbf{J}, s\nu)$  es un coeficiente de Racah (9). (No se hace más ninguna suposición especial sobre el eje  $Z$ ).

Con la emisión del neutrón se obtiene con esta matriz de densidad el resultado final

$$\sigma(\vec{k}_n, \vec{k}_p) = \frac{m_d m_p N^2 r_0^3 k_p \pi}{h^2 m_n k_d} \frac{2}{3} \left( \frac{1}{\alpha^2 + K^2} - \frac{1}{\beta^2 + K^2} \right)^2 \frac{(2\mathbf{J} + 1)^2}{2\mathbf{J}_0 + 1} \times$$

$$\times \sum_{\substack{s_1, l_1, \nu_1 \\ s_2, l_2, \nu_2, \nu}} (-)^{s_1 - s_2} \gamma_{l_1 \nu_1} \gamma_{l_2 \nu_2} Q_{l_1}(\vec{k}_d, \vec{k}_p) Q_{\nu_1}(\vec{k}_d, \vec{k}_p) \times$$

$$\times (l_1 l_1' 00 | \nu 0) \mathbf{W}(l_1 \mathbf{J}' l_1' \mathbf{J}, s_1 \nu) \mathbf{G}_{s_2 l_2} \mathbf{G}_{s_2 \nu_2} (l_2 l_2' 00 | \nu 0) \times$$

$$[(2l_2 + 1)(2l_2' + 1)]^{1/2} \mathbf{W}(l_1 \mathbf{J}' l_2' \mathbf{J}, s_2 \nu) \mathbf{P}_\nu \left( \begin{array}{c} \vec{k}_d - \vec{k}_p \quad \vec{k}_n \\ \vec{k}_d - \vec{k}_p \quad |\vec{k}_n| \end{array} \right)$$

El subíndice 1 se refiere al canal y a los impulsos angulares de la captura, mientras que el índice 2 se refiere a la emisión del neutrón. Los  $\gamma_l$  pueden elegirse siempre reales <sup>7</sup>. El «branching ratio» está definido como

$$\mathbf{G}_{st} = \frac{\gamma_{st} s_l^2}{\sum \gamma_{l'st}} \quad (28)$$

donde  $s_l$  está dado por (10) (con  $t=0$ ).

Si se integra (27) sobre todas las direcciones de emisión del neutrón, los términos de interferencia de la suma coherente sobre los valores  $l$ , se anulan ( $l \neq l'$ ) y se obtiene nuevamente la sección eficaz (21).

Falta finalmente considerar que el núcleo del blanco tiene una

masa finita y no infinita, como se supuso hasta ahora. Para ello basta reemplazar en (27) las masas que allí figuran por

$$m_d^* = \frac{m_d M_i}{m_d + M_i} \quad m_p^* = \frac{m_p M_f}{m_p + M_f}, \quad m_n^* = \frac{m_n M_i}{m_n + M_i} \quad (29)$$

(siendo  $M_i$  la masa del núcleo inicial y  $M_f$  la masa del núcleo después de la captura), y por otra parte reemplazar en  $Q_l |\vec{k}_d - \vec{k}_p|$  por  $\left| \vec{k}_d - \frac{M_i}{M_f} \vec{k}_p \right|$ . Esta misma diferencia de vectores permanece sin modificación en la función  $P_l$ , refiriéndose al sistema de centro de masa.

La sección eficaz diferencial (27) pone en evidencia propiedades características de una distribución angular entre partículas incidentes y salientes en una reacción de resonancia: los coeficientes de Racah limitan la anisotropía al valor mínimo de  $\{2l_{\text{máx}}, 2J\}$ ; por tanto para obtener una distribución anisotrópica debe ser  $l_{\text{máx}} > 0$ .

La simetría respecto de la dirección de  $\vec{k}_d - \vec{k}_p$  es una característica esencial de la reacción de stripping. Por el contrario una reacción  $(d, pn)$  en la que el deuterón es totalmente absorbido y luego hay una emisión de un protón y un neutrón, tiene características completamente diferentes, y la distribución angular depende en este caso de dos ángulos (en lugar de uno como en el caso de stripping, cuando se fijan  $\vec{k}_d$  y  $\vec{k}_p$ ).

La asimetría de la distribución, con respecto a la dirección  $(\vec{k}_d - \vec{k}_p)$  revela cuando hay una contribución a la reacción  $(d, pn)$  por parte del núcleo compuesto por absorción de un deuterón. Una distribución angular anisotrópica (27) determina además cuál es el valor de  $J$  posible, dentro de todos los posibles dados por (3).

#### 4. EL PARÁMETRO $\gamma_{ls}$ Y LA DISTRIBUCIÓN ANGULAR

El único parámetro nuclear desconocido en (27) es el  $\gamma_{ls}$ , el cual se determina experimentalmente. Sin embargo, si el estado de captura es un estado puro dado por el modelo de capas (es decir sin mezcla de configuraciones) solamente son aceptados aquellos neutrones con un valor definido de  $l$ , reduciéndose por lo tanto la suma sobre  $l$  en (27) a un solo término. El modo de acoplamiento en el modelo de capas determina, además, la separación (24) de  $\gamma_l$  en  $\gamma_{ls}$ .

$\gamma_{ls}$  en (24) puede ponerse bajo la forma

$$\gamma_{ls} = R_l(r_0) \beta_s \quad (30)$$

donde  $R_l(r_n)$  representa el valor absoluto de la función de onda radial (prácticamente desconocida) del neutrón en el núcleo, y  $\beta_s$  expresa la dependencia de esta función de onda, respecto de las variables angulares.

Es ya sabido que los coeficientes que transforman el acoplamiento formal del spin de canal en el acoplamiento LS tienen como expresión:

$$\chi_s^{LS} = (-)^{l_0+l-l} U(l_0 S_0 s \frac{1}{2}, JS) U(l L_0 JS, Ls) \quad (31)$$

donde  $U(a b c d, e f) = \sqrt{(2e+1)(2f+1)} W(a b c d, e f)$

Para acoplamiento  $jj$  se tiene

$$\chi_s^{jj} = (-)^{j_0+j-\frac{1}{2}} U(l \frac{1}{2} J J_0, js) \quad (32)$$

Este coeficiente de acoplamiento vectorial  $\chi_s^x$ , donde  $x$  representa LS o  $jj$ , ha de multiplicarse por el coeficiente de origen fraccional (fraccional parentage)  $\langle \alpha x T | \alpha_0 x_0 T_0 \rangle$ , el cual expresa cuánto del estado del núcleo antes de la captura contiene el núcleo después de la captura. (Se entiende que el estado del núcleo es el estado dado por el modelo de capas). Estos coeficientes han sido calculados para acoplamiento LS y  $jj$  <sup>10</sup>. La partición  $\alpha$  describe la simetría del espacio de la función de onda, denotando la correspondiente representación irreducible del grupo simétrico. Con un factor de normalización  $|\bar{n}$  ( $n$  representa el número de nucleones que intervienen en la reacción de captura) y con el coeficiente de Clebsch-Gordan para la adición vectorial de los spins isotópicos  $T_0$  y  $T$ , se obtiene

$$\beta_s = \sqrt{\bar{n}} (T_0 \frac{1}{2} M_{T_0} - \frac{1}{2} T M_T) \langle \alpha x T | \alpha_0 x_0 T_0 \rangle \chi_s^x \quad (33)$$

Estos estados simples de acoplamiento extremo no están generalmente muy de acuerdo con los niveles de energía observados en los núcleos livianos. Estos deben ser tratados con acoplamiento <sup>11</sup>.

Partiendo del acoplamiento LS, una configuración con spin  $J$  y spin isotópico  $T$  será considerado degenerado en todas las posibles funciones LS. Diagonalizando un Hamiltoniano de perturbación  $H$  consistente en una matriz de interacción central  $H_1$  y una matriz de interacción spin-órbita  $H_2$ , la primera siendo responsable del acoplamiento LS y la segunda del acoplamiento  $jj$ , se elimina la dege-

neración, en primera aproximación. El parámetro de acoplamiento intermedio  $\zeta$  determina el peso relativo de  $H_2$  y  $H_2$  en  $H$ . Con el valor correcto de la energía, también se asigna al nivel la combinación lineal correcta de las funciones LS. Si se designan por  $C_{\alpha LS}^{JT}(\zeta)$  los coeficientes de esta combinación lineal (obtenidos diagonalizando  $H$ ),  $\beta_s$  se transforma finalmente en

$$\beta_s = |\bar{n} (T_0 \frac{1}{2} M_{T_0} - \frac{1}{2} |TM_T)_{\alpha, L, S_0}^{\alpha, L, S_0} C_{\alpha LS}^{JT}(\zeta) C_{\alpha_0 S_0 T_0}^{J_0 T_0}(\zeta_0) \times \quad (34)$$

$$\times < \alpha LST | \alpha_0 L_0 S_0 T_0 > V_s^{LS}$$

Con (34) la sección eficaz diferencial todavía contiene el factor  $R_l(r_0)$  el cual será sin embargo eliminado con los otros factores proporcionales, si se considera solamente la distribución angular relativa. Por lo tanto se obtiene para ella.

$$W(\vec{k}_d, \vec{k}_p, \vec{k}_n) = \sum_{s_1, s_2, \nu} (-)^{s_1 - s_2} \beta_{s_1}^2 \beta_{s_2}^2 \times$$

$$\times W(lJlJ, s_1, \nu) W(lJlJ, s_2, \nu) P_{\nu} \left( \frac{\vec{k}_d - \vec{k}_p}{|\vec{k}_d - \vec{k}_p|} \cdot \frac{\vec{k}_n}{|\vec{k}_n|} \right) \quad (35)$$

En (35) no queda indeterminado ningún parámetro, salvo  $\zeta$  en  $\beta_s$ , por lo tanto la distribución angular medida dará un valor  $\zeta$  del acoplamiento intermedio, con el cual se podrá calcular la energía de los niveles. Esta energía, por su parte, deberá ser verificada por los valores experimentales.

### 5. LA DISTRIBUCIÓN ANGULAR EN LA REACCIÓN DE STRIPPING $Li^7(d, pn) Li^7$

Un ejemplo particularmente simple del tipo de distribuciones angulares considerados más arriba es la reacción de stripping  $Li^7(d, pn) Li^7$ , donde interviene en la captura virtual del neutrón el nivel de 2,28 Mev del  $Li^8$ .

Los primeros niveles excitados del  $Li^8$  están representados en la figura 1, expresados en Mev.

El nivel de 2.28 Mev está por encima de la energía de separación para un neutrón y por lo tanto es un nivel virtual para la captura del neutrón. Tanto la reacción de stripping  $(d, p)^{12}$  como la difu-

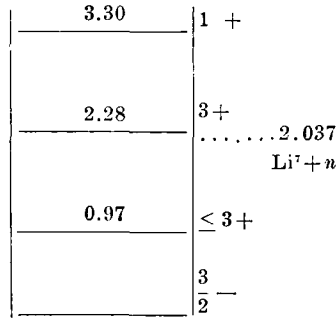


Figura 1. —Primeros niveles excitados del  $\text{Li}^8$

sión de resonancia  $(n, n)^{13}$ , ya han sido observadas para este nivel, resultando  $l = 1$  y  $J = 3+$ . La experiencia para determinar  $\sigma(\vec{k}_n, \vec{k}_p)$  (27) ó  $W(\vec{k}_d, \vec{k}_n, \vec{k}_p)$  (35) consiste por lo tanto en observar las coincidencias entre protones y neutrones, donde los protones tienen un valor  $Q(d, p)$  (2) de  $-(0.216 + 2.226)$  Mev. Puesto que el  $\text{Li}^7$  tiene un estado fundamental con spin  $\frac{3}{2}-$ , solamente contribuye el canal con  $s=2$ , y  $s$  debe eliminarse de la distribución angular (35), la cual se transforma en

$$\begin{aligned}
 W(\vec{k}_d, \vec{k}_p, \vec{k}_n) &= \sum_{\nu} W(1313, 2\nu) (1100 | \nu 0)^2 \times \\
 &\times P_{\nu} \left( \frac{\vec{k}_d - \vec{k}_p}{|\vec{k}_d - \vec{k}_p|} \cdot \frac{\vec{k}_n}{|k_n|} \right) \sim 1 + 0.48 P_2
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

Esta es una predicción definitiva para verificar los principios señalados, aunque en este caso especial no se da información sobre el acoplamiento en el modelo de capas debido a la situación particular de los spins del canal.

Deseo agradecer sinceramente a las autoridades de la Comisión Nacional de la Energía Atómica y a todo su personal científico la hospitalidad que me han dispensado, bajo la cual fué llevado a cabo este trabajo. Agradezco también al doctor Horacio E. Bosch las discusiones y ayuda lingüística prestada para redactar el presente texto.

REFERENCIAS

1. S. T. BUTLER, Proc. Roy. Soc. *A* 208, 559 (1951).
2. S. T. BUTLER y O. HITTMAR, The Theory of Deuteron Stripping, J. Wiley and Sons, New York, en impresión.
3. O. HITTMAR, Z. Physik, 143, 465 (1955).
4. — Z. Physik, 142, 219 (1955).
5. J. M. BLATT y V. F. WEISSKOPF, Theoretical Nuclear Physics, J. Wiley and Sons, N. York, 1952.
6. F. L. FRIEDMAN y W. TOBOCMAN, Phys. Rev. 92, 93 (1953).
7. L. C. BIEDENHARN y M. E. ROSE, Rev. Mod. Phys. 25, 729 (1953).
8. L. C. BIEDENHARN, KEITH BOYER y R. A. CHARPIE, Phys. Rev. 88, 517 (1952).
9. G. RACAH, Phys. Rev. 62, 438 (1952); 63, 367 (1943).
10. H. A. JAHN y H. VAN WIERINGEN, Proc. Roy. Soc. *A* 209, 502 (1951); A. R. EDMONDS y B. H. FLOWERS, Proc. Roy. Soc. *A* 214, 515 (1952).
11. D. R. INGLIS, Rev. Mod. Phys. 25, 390 (1953); T. AUERBACH y J. B. FRENCH, Phys. Rev. 98, 1276 (1955).
12. S. H. LEVINE, R. J. BENDER, J. N. MCGRUEER y W. F. VOGELSANG, Phys. Rev. 95, 640 (1954).
13. P. H. STELSON y W. M. PRESTON, Phys. 84, 162 (1951).