

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº	AÑO
1	1974

09.74.01

RR-1/139

REPUBLICA ARGENTINA
COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION
AREA RADIOISOTOPOS Y RADIACIONES

MEDICION CONTINUA DE NIVEL CON RADIOISOTOPOS

Antonio C. Castagnet - Ricardo J. Gillen - Casimiro J. Lazor
Guillermo E. Maggio

Departamento de Radioisótopos - División Aplicación

Buenos Aires, 1974

CONTENIDO

<u>SECCION</u>		<u>PAG.</u>
1.0.0	INTRODUCCION.....	2
2.0.0	TEORIA DE FUNCIONAMIENTO.....	2
3.0.0	PROYECTO APROXIMADO DE LA INSTALACION.....	7
4.0.0	CONTROL AUTOMATICO DE NIVEL.....	9
5.0.0	SEGUIDOR EXTERNO DE NIVEL.....	10
5.1.0	Medición estática.....	11
5.2.0	Medición dinámica.....	16

Nota: Tablas y figuras al final del texto.

RESUMEN

Se describen la teoría de funcionamiento, bases de diseño y algunas aplicaciones de los sistemas de medición y/o control continuo de nivel por medio de la atenuación de rayos gamma.-

1.0.0 INTRODUCCION

La medición continua de nivel por medio de radioisótopos se puede realizar empleando diferentes combinaciones entre fuente y detector, pero el sistema más típico está ilustrado en la Fig.1.

Los tubos GM están conectados en paralelo y alineados sobre una vertical que generalmente se elige en una posición diametralmente opuesta respecto a la fuente.

La relación entre el número n de cuentas detectadas por segundo (cps) y el nivel h (cm) de líquido en el tanque, dependerá de la geometría de medición y de los parámetros del proceso, pero, en general, tendrá la forma que muestra la Fig.2.

Dicha curva representa, en realidad, el promedio verdadero n (cps) en función de h (cm), obtenido con una calibración estática, en la cual cada valor de h se mantuvo fijo durante un intervalo de tiempo suficientemente grande, comparado con la constante de tiempo RC del circuito integrador.

Como siempre ocurre en la práctica cuando se mide un flujo de radiación cuya intensidad promedio verdadero n (cps) puede variar con el tiempo, el valor n_0 (cps) observados en los instrumentos, irá acompañado tanto de las fluctuaciones estadísticas inherentes a las medidas de radiactividad, como de un eventual retardo $\Delta T_r(s)$ en suministrar el valor correcto de la información, debido a la constante de tiempo del integrador.

Esta situación se demuestra en la Fig.3, donde se ha supuesto que:

$$\frac{dn}{dt} = \text{cte.}$$

La Fig.2 muestra que con el sistema de la Fig.1 es posible obtener una relación aproximadamente lineal entre n y h , al menos para un cierto margen de variación de nivel (entre los valores h_2 y h_1).

La disposición geométrica fuente - tanque - detector debe elegirse de tal forma que se obtenga linealidad justamente en la zona del tanque donde interesa medir y/o controlar el nivel.

2.0.0 TEORIA DE FUNCIONAMIENTO

Dentro de la zona de medición, se tendrá: (ver Fig.2)

$$n = n_1 - \frac{n_1 - n_2}{h_2 - h_1} \cdot (h - h_1) \quad (\text{cps}) \quad (1)$$

Cuanto mayor sea la variación Δn para una dada variación Δh , tanto más sensible resultará el sistema. Por lo tanto podemos definir como sensibilidad S a la relación $\Delta n / \Delta h$.

$$S = \frac{n_1 - n_2}{h_2 - h_1} \quad \left(\frac{\text{cuentas}}{\text{s. cm}} \right) \quad (2)$$

Reemplazando en la ecuación (1):

$$n = n_1 - S \cdot (h - h_1) \quad (\text{cps}) \quad (3)$$

Si el nivel h varía en función del tiempo se tendrá:

$$\frac{dn}{dt} = -S \frac{dh}{dt} \quad \left(\frac{\text{cuentas}}{\text{s}^2} \right) \quad (4)$$

Vamos a analizar el efecto de esa variación dh/dt en la respuesta n_o del equipo, suponiendo que el cambio se inicia en el instante t_o a un nivel intermedio h y a la máxima velocidad v permitida por el proceso. Utilizaremos para ello la Fig. 4 y supondremos que el nivel sube a $dh/dt = \text{cte} = v(\text{cm/s})$.

La lectura observada n_o que es la respuesta del equipo, tenderá a seguir el valor de n . Debido al retardo provocado por RC , se establecerá una diferencia entre n y n_o , cuyo valor absoluto crecerá al principio tendiendo a un valor máximo de saturación. A partir del instante en que se alcanza dicho valor, n_o variará a la misma velocidad que n , manteniendo en todo tiempo una diferencia $|\Delta n| = \text{cte}$ respecto a n .

Esto se explica porque a igualdad de otros factores la variación de n_o ocurrirá tanto más rápido, cuanto mayor sea la diferencia que la separa del verdadero valor n . Se llega así a un punto de equilibrio para el cual $dn_o/dt = dn/dt$.

Como se trata de un fenómeno en el que dn_o/dt crece desde cero hasta el valor dn/dt y crece tanto más rápido cuanto menor es RC , podremos plantear la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dn_o}{dt} = \frac{dn}{dt} \left[1 - e^{-(t - t_o)/RC} \right] \quad (\text{c/s}^2) \quad (5)$$

Siendo $dh/dt = v = \text{cte}$, la ecuación (4) se transforma en:

$$\frac{dn}{dt} = -S \quad \frac{dh}{dt} = -S v \quad (c/s) \quad (6)$$

Reemplazando en la ecuación (5):

$$\frac{dn_0}{dt} = -S v \left[1 - e^{- (t - t_0)/RC} \right] \quad (c/s^2) \quad (7)$$

que integrada entre t_0 y t da:

$$n_0 = -S v (t - t_0) + S v RC \left[1 - e^{- (t - t_0)/RC} \right] + Cte \quad (8)$$

Para $t = t_0$ es $n_0 = n(h')$; por lo tanto $Cte = n(h')$

$$n_0 = n(h') - S v (t - t_0) + S v RC \left[1 - e^{- (t - t_0)/RC} \right] \quad (c/s) \quad (9)$$

El valor de $n(t)$ para el mismo tiempo vale; de acuerdo a la ecuación (6):

$$n = n(h') - S v (t - t_0) \quad (c/s) \quad (10)$$

$$n_0(t) = n(t) + S v RC \left[1 - e^{- (t - t_0)/RC} \right] \quad (c/s) \quad (11)$$

La diferencia entre el valor observado n_0 y el valor n que debería observar se si la respuesta fuese instantánea resulta de restar la ecuación (10) a la ecuación (9):

$$n_0 - n = S v RC \left[1 - e^{- (t - t_0)/RC} \right] \quad (c/s) \quad (12)$$

Si el nivel crece v es positiva y la diferencia resulta siempre positiva ($n_0 > n$). Si el nivel disminuye v es negativa y la diferencia ($n_0 - n$) también ($n_0 < n$).

El máximo valor de ($n_0 - n$) se obtendría para $t = \infty$ y vale:

$$(\Delta n)_{\text{máx}} = S v RC \quad (cps) \quad (13)$$

El 95% de este valor se alcanza cuando $t - t_0 = 3 RC$ (s).

Esta diferencia, equivale a un error $E(cm)$ en la lectura de nivel, siendo $E = (h_0 - h)$ (nivel leído menos nivel verdadero).

Dicho error puede calcularse por la ecuación (3) que define la curva de calibración.

$$\Delta n = -S \Delta h \quad (cps) \quad (14)$$

$$(\Delta n)_{\text{máx}} = - S \cdot E \quad (\text{cps}) \quad (15)$$

$$E = - \frac{(\Delta n)_{\text{máx}}}{S} = - v RC \quad (\text{cm}) \quad (16)$$

El error será por defecto si h crece ($v > 0$) y viceversa. El valor absoluto del error, como era de esperar, aumenta con la velocidad v del cambio de nivel y con la constante de tiempo RC .

Para el caso considerado este error es independiente de h y de la actividad de la fuente.

Tal como se dijo antes, la lectura observada n_0 irá también acompañada de fluctuaciones estadísticas que introducen otro error en la medición. El error total se obtendrá sumando a E el error adicional que resulta de considerar la máxima fluctuación estadística, influyendo en el sentido más desfavorable. De la Fig. 3 se deduce que el máximo error total E_t vale:

$$E_t = \frac{|(n_0 - n)_{\text{máx}}| + |3 \sigma_{n_0}|_{\text{máx}}}{S} \quad (\text{cm}) \quad (17)$$

El mayor valor σ_{n_0} se observará para $h = h_1$ cuando $n_0 = n_1$. Por lo tanto:

$$E_t = v RC + \frac{3}{S} \sqrt{\frac{n_1}{2 RC}} \quad (\text{cm}) \quad (18)$$

Dado que según la ecuación (2)

$$S = \frac{n_1 - n_2}{h_2 - h_1} \quad \left(\frac{\text{c}}{\text{s.cm}} \right)$$

y que para una dada colimación de la fuente y geometría de medición $(n_1 - n_2) = (1 - K) n_1$ (siendo K un factor de atenuación que puede calcularse en cada caso) resulta:

$$S = \frac{(1 - K) n_1}{h_2 - h_1} \quad \left(\frac{\text{c}}{\text{s.cm}} \right) \quad (19)$$

Si denominamos $h_2 - h_1 = L$ queda:

$$S = \frac{(1 - K) \cdot n_1}{L} \quad \left(\frac{\text{c}}{\text{s.cm}} \right) \quad (20)$$

que reemplazada en la ecuación (18):

$$E_t = v RC + \frac{3 L}{(1 - K)} \sqrt{\frac{1}{2 RC n_1}} \quad (\text{cm}) \quad (21)$$

La contribución del error estadístico (E_{est}) disminuye con el aumento de RC y n_1 . Pero, a su vez, con RC crece la parte dinámica del error (E_{din}). Hay pues una situación de compromiso.

Haciendo que ambos errores contribuyan por igual, resulta:

$$|E_{\text{din}}| = |v RC| = \frac{E_t}{2} \quad (\text{cm}) \quad (22)$$

$$|E_{\text{est}}| = \left| \frac{3 L}{(1 - K)} \sqrt{\frac{1}{2 RC n_1}} \right| = \frac{E_t}{2} \quad (\text{cm}) \quad (23)$$

De la ecuación (22) se obtiene:

$$RC = \frac{E_t}{2v} \quad (\text{s}) \quad (24)$$

y reemplazando este valor en la ecuación (23):

$$n_1 = 36 \left(\frac{L}{1 - K} \right)^2 \cdot \frac{v}{E_t^3} \quad (\text{cps}) \quad (25)$$

Sea un caso práctico en que:

$$\begin{aligned} E_t &= 1 \text{ cm} \\ L &= 100 \text{ cm} \\ K &= 0,01 \\ v &= 0,2 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

Entonces:

$$RC = \frac{1}{0,4} = 2,5 \quad (\text{s})$$

$$n_1 = 36 \left(\frac{100}{1 - 0,01} \right)^2 \cdot \frac{0,2}{1}$$

$$n_1 = 36 \times 10^4 \times 0,2 = 72.000 \quad (\text{cps})$$

Este conteo es excesivo, aún cuando se utilice 10 tubos GM para la batería.

Por lo tanto convendrá variar de criterio. Se puede, por ejemplo, prefijar el valor de n_1 en función de la cantidad y características de los GM a utilizar, y calcular de allí RC en función de E_t .

Para ello se requiere resolver una ecuación de tercer grado.

Si lo que interesa es tener precisión en una medida estática, deberá reducirse la contribución del error estadístico. Si en cambio se quiere tener una respuesta rápida frente a variaciones de nivel, habrá que disminuir RC y por lo tanto disminuir la parte de error dinámico propiamente dicho. (El error estadístico también está presente en las lecturas o registros durante una variación continua de nivel).

Por último, en lugar de subordinar los cálculos de n_1 y RC a un error total prefijado, se puede encarar el diseño de acuerdo al siguiente procedimiento:

a) Se diseña la batería de GM para dar una respuesta lineal dentro del rango de medición, para las características del proceso y de la fuente radiactiva elegida (ver más adelante).

b) Se establece el máximo número de cuentas por segundo que puede entregar dicha batería de GM; con dicho valor se define la actividad A_0 (mCi) y n_1 (cps).

c) Para cada valor de n_1 hay un valor de RC que hace mínima la expresión (21) del error total. Se obtiene haciendo $dE_t/dRC = 0$ y vale:

$$RC = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{1}{n_1} \left| \frac{3L}{v(1-K)} \right|^2} \quad (26)$$

d) Se calculan para ese valor de RC y en función de los otros parámetros del proceso, cada uno de los errores (dinámico, estadístico y total) y se verifica si son compatibles las exigencias del proceso. En caso desfavorable, habrá que aumentar n_1 , rediseñando la batería de tubos GM.

3.0.0 PROYECTO APROXIMADO DE LA INSTALACION

El procedimiento consiste en un cálculo gráfico de la curva de calibración, realizado en la siguiente forma:

1) Se hace un dibujo a escala, representativo de la sección transversal del tanque, en el plano definido por la fuente y el eje de la batería de tubos GM. Ambos elementos se ubican también a escala en el plano.

2) Se divide la altura del tanque en diez partes iguales ($\Delta h = h/10$) y se trazan rectas desde la fuente hasta los puntos obtenidos en la superficie interna de la pared opuesta, en la forma indicada en la Fig. 5.

El haz de radiaciones dirigido a la baterfa de tubos GM queda así descom-
puesta en diez haces parciales.

Se puede entonces calcular para cualquier nivel desde cero hasta $h_{\text{máx}}$,
la contribución de cada haz individual, al conteje total.

Por ejemplo, para el tanque vacfo, la contribución del haz N_o 5 (elegido
para ilustrar el cálculo en la Fig. 5) sería:

$$A_{50} = \frac{A_0}{4\pi d_5^2} \cdot \phi \cdot l_5 \cdot e^{-u_0 \cdot 2 \times 05} \quad (\text{dps}) \quad (27)$$

donde:

- A_0 : actividad de la fuente (dps)
 d_5 : distancia del centro de la fuente al centro de la porción de tubo GM intersec-
tada (cm)
 ϕ : diámetro del GM (cm)
 l_5 : longitud efectiva (normal a la dirección del haz) del sector de GM afectado
por el haz N_o 5 (cm)
 u_0 : coeficiente de atenuación lineal de la radiación en la pared del tanque (cm^{-1})
 x_{05} : espesor de la pared (cm).

La ecuación (27) se puede expresar en cps:

$$n_{50} = \eta \cdot \gamma \cdot A_{50} \quad (\text{cps}) \quad (28)$$

donde:

- η : rendimiento del GM (cuentas/fotón)
 γ : rendimiento de la fuente (fotones/desintegración).

Al subir el nivel llegará un momento en que el líquido comienza a atenuar
la radiación del haz. Por ejemplo para el haz 5 ($i = 5$) y el nivel $h = 6\Delta h$ ($j = 6$) el
recorrido de la radiación en el líquido será Z_{56} , y en general para el haz i y el nivel
 $j\Delta h$ se tendrá Z_{ij} . Por lo tanto, la contribución del haz 5 para el nivel $6\Delta h$ vale:

$$n_{56} = n_{50} \cdot e^{-uZ_{56}}$$

$$n_{56} = \eta \cdot \gamma \cdot A_{50} \cdot e^{-uZ_{56}}$$

$$n_{56} = \frac{\eta \cdot \gamma \cdot A_0}{4 \pi d_5^2} \cdot \phi \cdot l_5 \cdot e^{-u_0 2x_{05}} \cdot e^{-uZ_{56}} \quad (\text{cps})$$

La contribución de todos los haces en el nivel $6\Delta h$ será:

$$n(6\Delta h) = \sum_{i=1}^{i=10} n_{i6} = \frac{\eta \cdot \lambda \cdot A_0 \cdot \theta}{4\pi} \sum_{i=1}^{i=10} \frac{l_i}{d_i^2} \cdot e^{-u_0 2 x_{oi}} \cdot e^{-u Z_{i6}} \quad (\text{cps})$$

Generalizando esta última expresión para un nivel $n(j\Delta h)$ resulta finalmente:

$$n(j\Delta h) = \sum_{i=1}^{i=10} n_{ij} = \frac{\eta \cdot \lambda \cdot A_0 \cdot \theta}{4\pi} \sum_{i=1}^{i=10} \frac{l_i}{d_i^2} \cdot e^{-u_0 2 x_{oi}} \cdot e^{-u Z_{ij}} \quad (29)$$

Utilizando datos medidos sobre la Fig. 5 construimos las Tablas I, II, III; y con los datos de éstas construimos la Tabla IV y la Fig. 6.

Se deberá verificar que la parte lineal de la curva cubre el rango de niveles que interesa medir.

Para una dada batería de tubos GM habrá un conteo máximo aceptable, en función del número de GM y de sus características (suministradas por el fabricante). Como en la práctica dicho valor se obtendrá para $h = 0$ ($j = 0$); tendremos:

$$\left(\frac{n_j}{A_0} \right)_{\text{máx}} = \frac{n_0}{A_0} = \frac{n_{\text{máx}}}{A_0} \quad \cdot \cdot \quad A_0 = \frac{n_{\text{máx}}}{\frac{n_0}{A_0}} \quad (\text{dps})$$

(n_0/A_0 se toma directamente de la curva de la Fig. 6, para $h = 0$).

4.0.0 CONTROL AUTOMATICO DE NIVEL

El sistema de medición continua se puede utilizar para el control automático de nivel entre dos límites: uno superior h_s (cm) y otro inferior h_i (cm). Mientras el nivel de líquido en el tanque se halla en una posición intermedia, el sistema de control no actúa. Si se supera el nivel superior puede actuar un mecanismo que interrumpe el ingreso de líquido. En cambio si el nivel desciende por debajo de n_i el control cortará el desagote del tanque.

El principio de funcionamiento queda ilustrado en la Fig. 7 donde se representan los tres estados posibles de la señal.

Cuando la señal supera el valor del límite ($n > n_i$) se energizará el correspondiente relay, que pasará del estado NO al SI.

Podemos por lo tanto representar los estados de los relay superior e inferior en función de la señal (o nivel). (Fig. 8)

Las conexiones de los relays se harán entonces en la forma indicada en la Fig. 9.

El lector podrá plantearse ahora el problema de determinar la mínima variación de nivel que puede controlarse con este sistema, sin que éste oscile.

5.0.0 SEGUIDOR EXTERNO DE NIVEL

La teoría desarrollada en 2.0.0 y 4.0.0 se puede aplicar al diseño de un seguidor continuo de nivel, exterior al tanque, del tipo esquematizado en la Fig. 10.

El nivel (h) de líquido en el tanque puede adoptar tres estados con respecto a la altura (h_s) del plano medio de la sonda F - D: por debajo (N_1); intermedio (N_2) y por arriba (N_3). La señal entregada por el detector será en cada caso $n_1 > n_2 > n_3$.

Podemos representar $n(\text{cps})$ en función de h (cm) para un dado h_s y un detector de diámetro $\emptyset(\text{cm})$ (Fig. 11).

Se observa que en un recorrido $\Delta h = \emptyset$ la señal promedio verdadero varía de n_1 a n_3 . Si la diferencia $\Delta n = n_1 - n_3$ es suficientemente grande, se podrán elegir dos valores intermedios, por ejemplo n_{21} y n_{23} , para el accionamiento de dos relays, conectados en la forma ilustrada en la Fig. 12.

Se observa que sólo cuando $n_{23} < n < n_{21}$ la sonda estará detenida. Los valores n_{23} y n_{21} pueden elegirse para que la posición de equilibrio se alcance cuando:

$$n = n_2 = \frac{n_{21} + n_{23}}{2} = \frac{n_1 + n_3}{2} = \frac{n_1 (1 + e^{-udp})}{2} \quad (30)$$

donde:

d : diámetro interior del tanque (cm)

u : coeficiente másico de atenuación en el líquido (cm^2/g)

p : densidad del líquido (g/cm^3)

La condición mínima que garantiza la estabilidad de la posición de equilibrio viene determinada por la fluctuación estadística que acompaña a la señal observada. De la Fig. 11 es evidente que para un equilibrio inalterable (no habiendo variación de nivel) debe ser:

$$n_{21} \geq n_2 + 3 \sigma(n_2) = n_2 + 3 \sqrt{\frac{n_2}{2 RC}} \quad (31)$$

$$n_{23} \leq n_2 - 3 \sigma(n_2) = n_2 - 3 \sqrt{\frac{n_2}{2 RC}} \quad (32)$$

Si partiendo de la posición de equilibrio el nivel, por ejemplo, baja un poco y se estabiliza en una nueva posición muy próxima a la anterior, para la cual n es apenas mayor que n_{21} puede ocurrir que el disparo del relay se retrase un tiempo más o menos grande debido a que la señal n_0 indicada por el integrador se mantiene por debajo de n_{21} ya sea a causa de las fluctuaciones estadísticas negativas ($-\sigma n_2$) o por la constante de tiempo RC que retrasa la información.

Esto significa que en una observación instantánea, individual, se puede cometer un error aleatorio de lectura. La sonda estará detenida un poco más arriba de lo que debiera.

Si el nivel permanece estable en la nueva posición un tiempo suficientemente largo, la sonda tenderá a alcanzar la posición correcta, autocompensando su error inicial.

El diseño de un mecanismo de este tipo dependerá del propósito de la medición y de las características del proceso.

5.1.0 MEDICION ESTATICA

En este caso se trata de medir con precisión el nivel en condiciones estáticas, no importando obtener mayor precisión en la indicación dinámica de una variación de nivel,

Podemos algo arbitrariamente, definir como error de medida la diferencia entre el nivel indicado por la sonda en reposo durante la observación y el nivel de líquido en el tanque.

Hay dos posibilidades de error: 1) que al momento de la observación el nivel se encuentre variando desde la posición de equilibrio h_s mientras la sonda permanece aún detenida y, 2) que habiéndose detenido el nivel tras una variación, la sonda que venía siguiéndolo con velocidad V_s se detenga por primera vez, en la posición más errónea.

Analicemos la primera posibilidad.

De la Fig. 11 surge que la señal promedio verdadera, en función de h vale:

$$n = n_2 - \frac{n_1 - n_3}{\phi} (h - h_s) = n_2 - S(h - h_s) \quad (\text{cps}) \quad (33)$$

Si la señal n_0 indicada por el instrumento, varfa prácticamente a la par de n ($n_0(t) \approx n(t)$), el máximo desplazamiento $\Delta h = h - h_s$ del nivel sin que se mueva la sonda, se tendrá cuando el correspondiente $|\Delta n|$ sea igual a $|6\sigma(n_2)|$.

Es decir:

$$|\Delta n| = |n - n_2| = \left| \frac{n_1 - n_3}{\varnothing} \Delta h \right| = |6\sigma(n_2)| \quad (\text{cps}) \quad (34)$$

Como:

$$n_3 = n_1 \cdot e^{-\text{udp}} \quad (\text{cps})$$

$$n_2 = \frac{n_1 + n_3}{2} = \frac{n_1}{2} (1 + e^{-\text{udp}}) \quad (\text{cps})$$

la ecuación (34) queda:

$$\Delta n = \frac{n_1(1 - e^{-\text{udp}})}{\varnothing} \Delta h = 6 \sqrt{\frac{n_1(1 + e^{-\text{udp}})}{4 RC}} \quad (\text{cps}) \quad (35)$$

Esta ecuación nos permite relacionar los parámetros del proceso y de la medición para limitar el error a Δh : (siendo $\Delta h \leq \varnothing/2$)

$$n_1 = \frac{9 \cdot \varnothing^2 \cdot (1 + e^{-\text{udp}})}{RC(1 - e^{-\text{udp}})^2 \Delta h^2} \quad (\text{cps}) \quad (36)$$

Si v (cm/s) es la velocidad de variación de nivel, la diferencia Δh se alcanzará en un tiempo $\Delta T = \Delta h/v$ (s).

La condición supuesta al principio de que $n_0(t) \approx n(t)$, implica que $RC \ll \Delta h/v$.

Por ejemplo, sean:

$$\begin{aligned} e^{-\text{udp}} &= 0,5 \\ \varnothing &= 1 \text{ cm} \\ v &= 0,5 \text{ cm/s} \\ \Delta h &= \varnothing/2 = 0,5 \text{ cm} \\ \Delta h/v &= 1 \text{ s} \\ RC &= 0,2 \ll 1 \end{aligned}$$

Resulta reemplazando estos valores en la ecuación (36):

$$n_1 \approx 1080 \text{ c/s}$$

el cual es un valor razonable.

Si se tiene en cuenta el retardo en la información provista por el equipo y dado por la ecuación (11), resulta para una variación de nivel a la velocidad v :

$$n_0 = n(t) + S v RC (1 - e^{-\Delta T/RC}) \quad (\text{cps}) \quad (37)$$

$$\Delta n_0 = n'(t) \cdot \Delta T + S v e^{-\Delta T/RC} \cdot \Delta T \quad (\text{cps})$$

De la ecuación (32):

$$n'(t) = \frac{dn}{dh} \cdot \frac{dh}{dt} = -S \cdot v \quad (\text{c/s}^2)$$

Por lo tanto:

$$\Delta n_0 = -S v \cdot \Delta T + S v \Delta T e^{-\Delta T/RC} \quad (\text{cps})$$

$$\Delta n_0 = S v \Delta T (e^{\Delta T/RC} - 1) \quad (\text{cps})$$

Como:

$$S = \frac{n_1 - n_3}{\varnothing} = \frac{n_1}{\varnothing} (1 - e^{-udp}) \quad (\text{c/s.cm})$$

y además:

$$v \cdot \Delta T = \Delta h \quad (\text{cm})$$

$$\Delta n_0 = \frac{n_1 \cdot \Delta h}{\varnothing} (1 - e^{-udp}) (e^{\Delta T/RC} - 1) \quad (\text{cps}) \quad (38)$$

Si ΔT empleando en la variación Δh es mucho mayor que RC , el término $e^{-\Delta T/RC}$ tiende a cero y Δn_0 tiende al valor Δn dado por la ecuación (35).

El máximo Δh corresponderá, en el peor de los casos, a una variación:

$$\Delta n_0 = 6 \sigma_{n_2} \quad (\text{cps})$$

Por lo tanto:

$$\frac{n_1 \Delta h}{\varnothing} (1 - e^{-udp}) (e^{\Delta T/RC} - 1) = 6 \sqrt{\frac{n_1 (1 + e^{-udp})}{4 RC}} \quad (\text{cps})$$

Para un error Δh preestablecido:

$$n_1 = \frac{9 \sigma^2 (1 + e^{-udp})}{RC \cdot \Delta h^2 (1 - e^{-udp})^2 \cdot (e^{-\Delta T/RC} - 1)^2} \quad (\text{cps}) \quad (39)$$

reemplazando $\Delta T = \Delta h/v$ (s)

$$n_1 = \frac{9 \sigma^2 (1 + e^{-udp})}{RC \cdot \Delta h^2 (1 - e^{-udp})^2 (e^{-\Delta h/v \cdot RC} - 1)^2} \quad (\text{cps}) \quad (40)$$

Si $RC \ll \Delta h/v$; $e^{-\Delta h/v \cdot RC} \rightarrow 0$ y la ecuación (40) se iguala con la ecuación (36). La corrección introducida por la ecuación (40) resulta superflua para el ejemplo anterior pues:

$$e^{-\Delta h/v \cdot RC} = e^{-5} \ll 1$$

La segunda posibilidad (nivel detenido y sonda desplazándose a su encuentro con velocidad V_s) puede asimilarse para su estudio a sonda detenida y nivel h variando al encuentro de h_s con la velocidad $-V_s$ y suponiendo que el nivel se detiene cuando:

$$n_o = n_{23} - 3 \sigma(n_o) \quad (\text{cps}) \text{ para la sonda ascendiendo}$$

$$n_o = n_{21} + 3 \sigma(n_o) \quad (\text{cps}) \text{ para la sonda descendiendo.}$$

En el límite, según las ecuaciones (31) y (32):

$$n_{23} = n_2 - 3 \sigma(n_2) \quad (\text{cps})$$

$$n_{21} = n_2 + 3 \sigma(n_2) \quad (\text{cps})$$

Por lo tanto la condición anterior resulta:

$$n_o = n_2 - 6 \sigma(n_2) \quad (\text{cps})$$

$$n_o = n_2 + 6 \sigma(n_2) \quad (\text{cps})$$

y como en este caso ΔT en la ecuación (37) es mucho mayor que RC y $V = V_s$:

$$n_o = n(t) - S \cdot V_s \cdot RC \quad (\text{cps})$$

$$n(t) = n_2 - S(h - h_s) = n_2 - S \Delta h \quad (\text{cps})$$

Finalmente para sonda ascendiendo:

$$n_o = n_2 - S \Delta h - S \cdot V_s \cdot RC = n_2 - 6 \sigma(n_2) \quad (\text{cps}) \quad (41)$$

De la ecuación (41) surge la relación entre el error Δh y los parámetros del proceso y del sistema de medida:

$$\left| S \cdot \Delta h + S \cdot V_s \cdot RC \right| = 6 \sigma(n_2) \quad (\text{cps}) \quad (42)$$

$$\frac{n_1}{\emptyset} (1 - e^{-u \cdot dp}) \cdot \left| \Delta h + V_s \cdot RC \right| = 6 \sqrt{\frac{n_1 (1 + e^{-u \cdot dp})}{4 \cdot RC}} \quad (\text{cps})$$

Despejando n_1 se obtiene:

$$n_1 = \frac{9 \emptyset^2 (1 - e^{-u \cdot dp})}{RC (1 - e^{-u \cdot dp})^2 \left| \Delta h + V_s \cdot RC \right|^2} \quad (\text{cps})$$

fórmula que da un valor de n_1 menor que el de las ecuaciones (36) ó (40). El movimiento de la sonda introduce el término $V_s \cdot RC$ que se contrapone al error.

La ecuación (42) revela también la conveniencia de incrementar la velocidad de la sonda.

El valor óptimo de V_s se obtendrá de la ecuación (42) cuando:

$$\left| S \cdot V_s \cdot RC \right| = \left| 6 \sigma(n_2) \right| \quad (\text{cps})$$

pues en ese caso $S \cdot \Delta h = 0$ es decir el error Δh resulta nulo.

Los mismos resultados se obtienen para la sonda descendiendo.

Por lo tanto conviene que la velocidad de la sonda sea:

$$V_s = \frac{6 \sigma(n_2)}{S \cdot RC} = \emptyset \sqrt{\frac{(1 + e^{-u \cdot dp})}{n_1 (1 - e^{-u \cdot dp})^2 (RC)^3}}$$

Los valores n_1 y RC se obtiene de la ecuación (36) y de la condición $RC \ll \Delta h/v$ donde Δh y v tienen los significados atribuidos en el análisis anterior (sonda detenida, nivel moviéndose a velocidad v).

Calculemos la velocidad para el ejemplo visto:

$$\begin{aligned} n_1 &= 100 \text{ c/s} \\ RC &= 0,2 \text{ s} \\ e^{-u \cdot dp} &= 0,5 \\ \emptyset &= 1 \text{ cm} \end{aligned}$$

Entonces $V_s \approx 2,6$ cm/s la cual es también una velocidad razonable para el desplazamiento de la sonda. Como $V_s > v$, la sonda se moverá a saltos acompañando el nivel.

5.2.0 MEDICION DINAMICA

De todo lo visto se deduce que siendo $V_s > v$ el mayor error dinámico ocurrirá justo cuando la sonda arranca para seguir el nivel.

En ese caso prefijando un error dinámico $\Delta h \leq \delta/2$, la ecuación (36) nos permitirfa calcular n_1 y la ecuación (43) la velocidad de la sonda.-

BIBLIOGRAFIA

Castagnet, A. C.; Lorenzetti, J. R. ; Gillen, R. J.; "Telemedición digital, por atenuación gamma, del nivel y densidad de líquidos almacenados en tanques" CNEA, EN-7/14 (marzo 1969).

Castagnet, A. C. ; Gillen, R. J. ; Lazor, C. J. "Ensayos y calibración en laboratorio, del medidor de nivel y densidad de líquidos" CNEA, EN- 16/36, (setiembre 1970)

TABLA I

i	l_i	d_i	$\frac{l_i}{d_i^2}$	$2x_{0i}$	$e^{-u_{02x0i}}$	$\frac{l_i}{d_i^2} \cdot e^{-u_{02x0i}}$
1	l_1	d_1	$\frac{l_1}{d_1^2}$	$2x_{01}$	$e^{-u_{02x01}}$	$\frac{l_1}{d_1^2} \cdot e^{-u_{02x01}}$
2	l_2	d_2	$\frac{l_2}{d_2^2}$	$2x_{02}$	$e^{-u_{02x02}}$	$\frac{l_2}{d_2^2} \cdot e^{-u_{02x02}}$
-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-
10	l_{10}	d_{10}	$\frac{l_{10}}{d_{10}^2}$	$2x_{010}$	$e^{-u_{02x010}}$	$\frac{l_{10}}{d_{10}^2} \cdot e^{-u_{02x010}}$

TABLA II

j	Z_{1j}	Z_{2j}	Z_{3j}	-	-	-	Z_{10j}
0	Z_{10}	Z_{20}	Z_{30}	-	-	-	Z_{100}
1	Z_{11}	Z_{21}	Z_{31}	-	-	-	Z_{101}
2	Z_{12}	Z_{22}	Z_{32}	-	-	-	Z_{102}
-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-
10	Z_{110}	Z_{210}	Z_{310}	-	-	-	Z_{1010}

TABLA III

j	$e^{-uZ_{1j}}$	$e^{-uZ_{2j}}$	- - -	$e^{-uZ_{10j}}$
0	$e^{-uZ_{10}}$	$e^{-uZ_{20}}$	- - -	$e^{-uZ_{100}}$
1	$e^{-uZ_{11}}$	$e^{-uZ_{21}}$	- - -	$e^{-uZ_{101}}$
-	-	-	- - -	-
-	-	-	- - -	-
-	-	-	- - -	-
10	$e^{-uZ_{110}}$	$e^{-uZ_{210}}$	- - -	$e^{-uZ_{1010}}$

TABLA IV

j	h	$\frac{n_{ij}}{A_o}$					$n_i = \frac{1}{A_o} \sum n_{ij}$
0	0	$\frac{n_{10}}{A_o}$	$\frac{n_{20}}{A_o}$	$\frac{n_{30}}{A_o}$	- - -	$\frac{n_{100}}{A_o}$	$\frac{n_o}{A_o}$
1	h_1	$\frac{n_{11}}{A_o}$	$\frac{n_{21}}{A_o}$	$\frac{n_{31}}{A_o}$	- - -	$\frac{n_{310}}{A_o}$	$\frac{n_1}{A_o}$
-	-	-	-	-	- - -	-	-
-	-	-	-	-	- - -	-	-
-	-	-	-	-	- - -	-	-
10	$h_{m\acute{a}x}$	$\frac{n_{110}}{A_o}$	$\frac{n_{210}}{A_o}$	$\frac{n_{310}}{A_o}$		$\frac{n_{1010}}{A_o}$	$\frac{n_{10}}{A_o}$

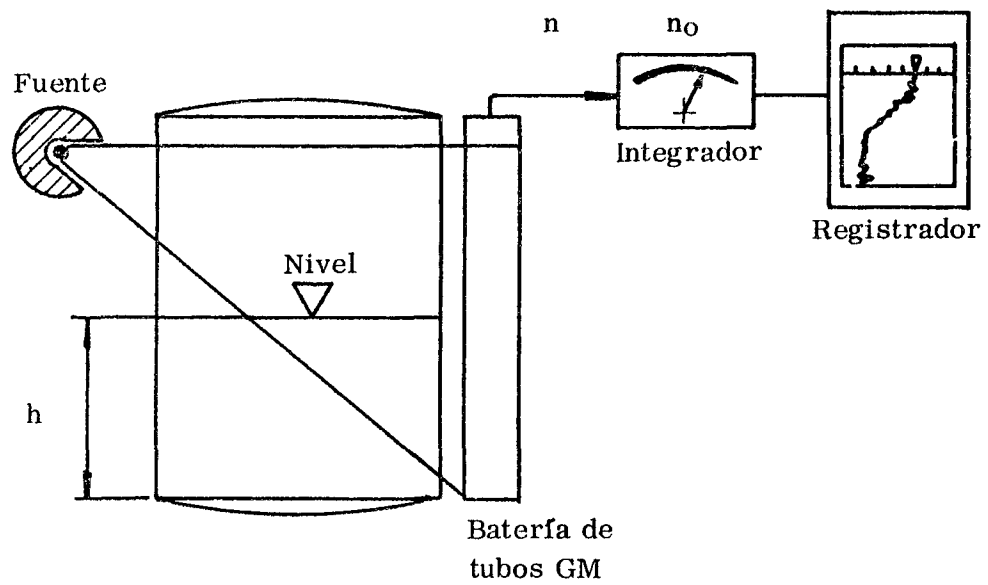


Fig.1 Esquema de un sistema típico de medición continua de nivel de líquidos.

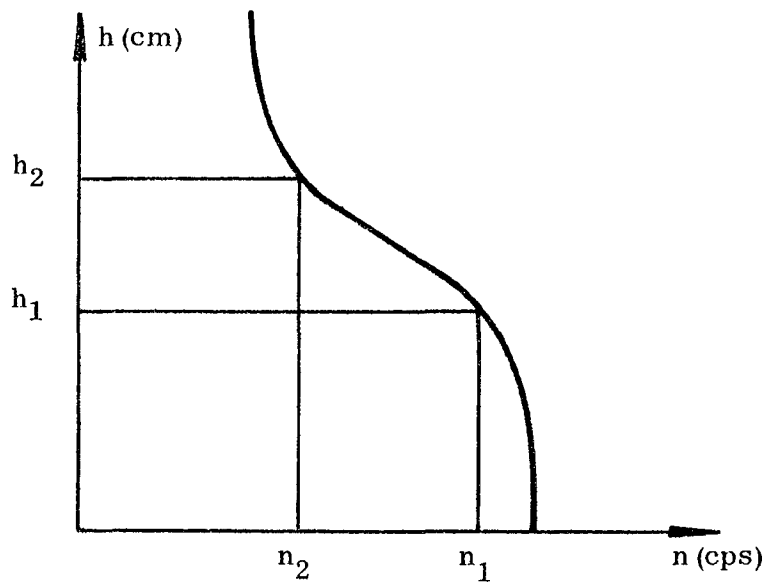


Fig.2 Curva de calibración que relaciona la intensidad de radiación detectada con el nivel, para el sistema de la Fig. 1.

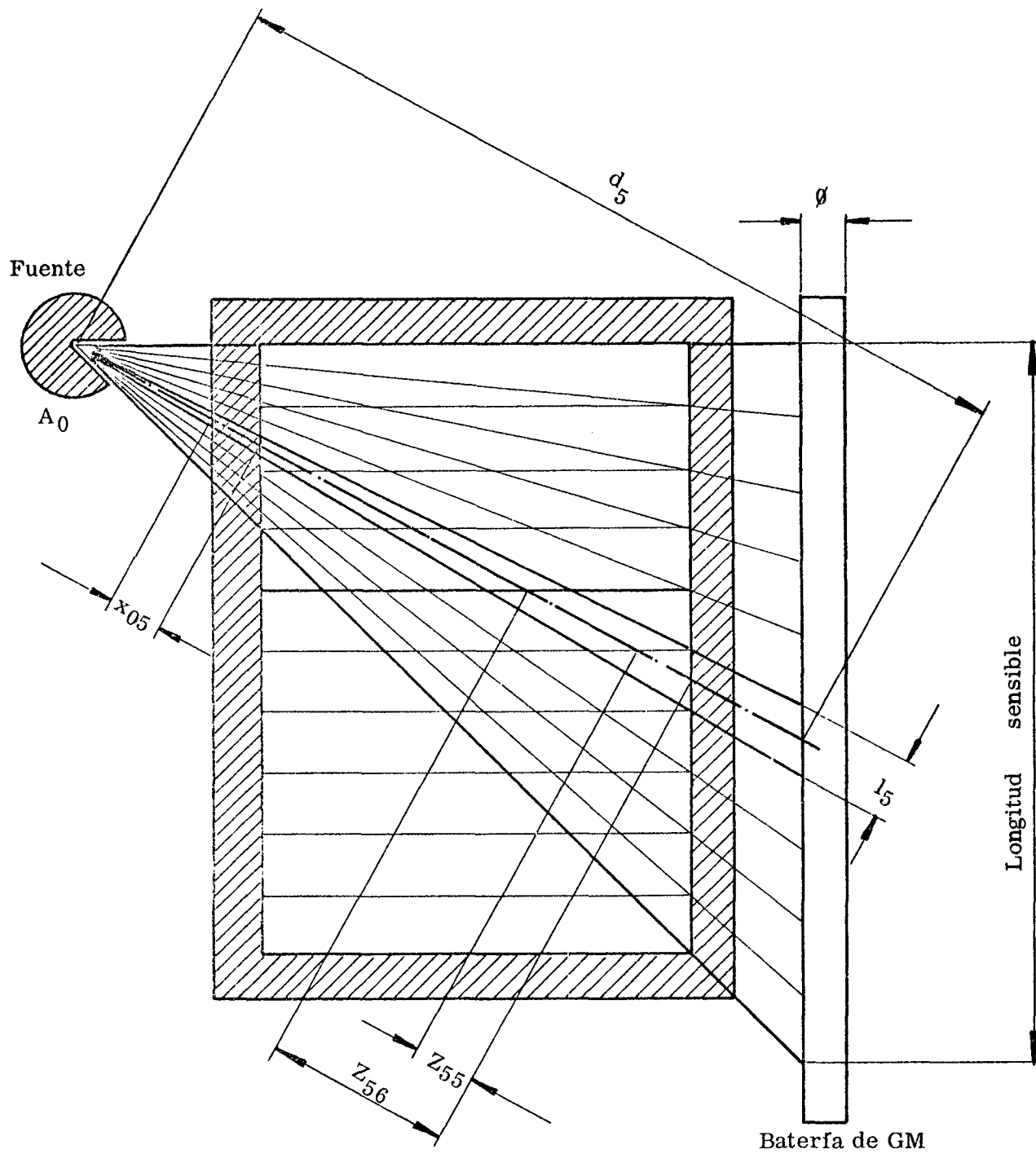


Fig. 5 - Ejemplo de cálculo gráfico de $n = f(h)$.

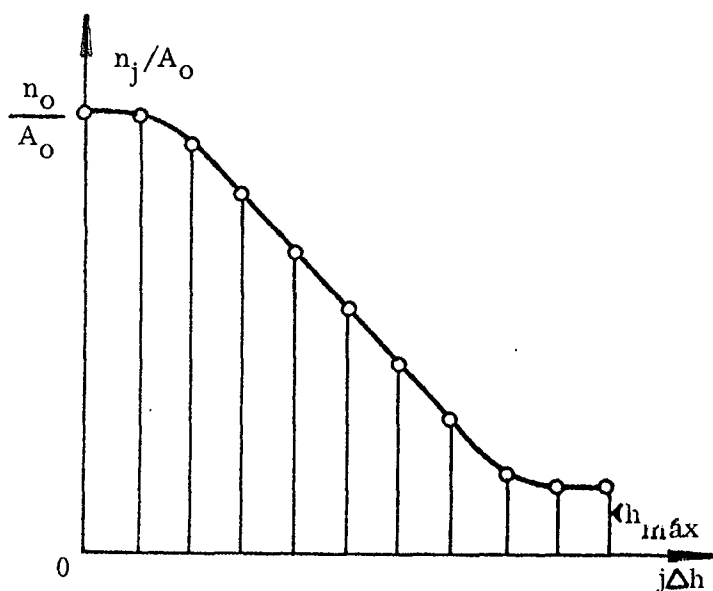


Fig. 6 - Curva de calibración interpolada con los valores obtenidos en el cálculo gráfico.

SEÑAL	NIVEL	CONTROL
n_1	Excesivo	Cierra la entrada (V_E cerrada)
n_2	Intermedio	No actúa (V_E y V_S abiertas)
n_3	Insuficiente	Cierra la salida (V_S cerrada)

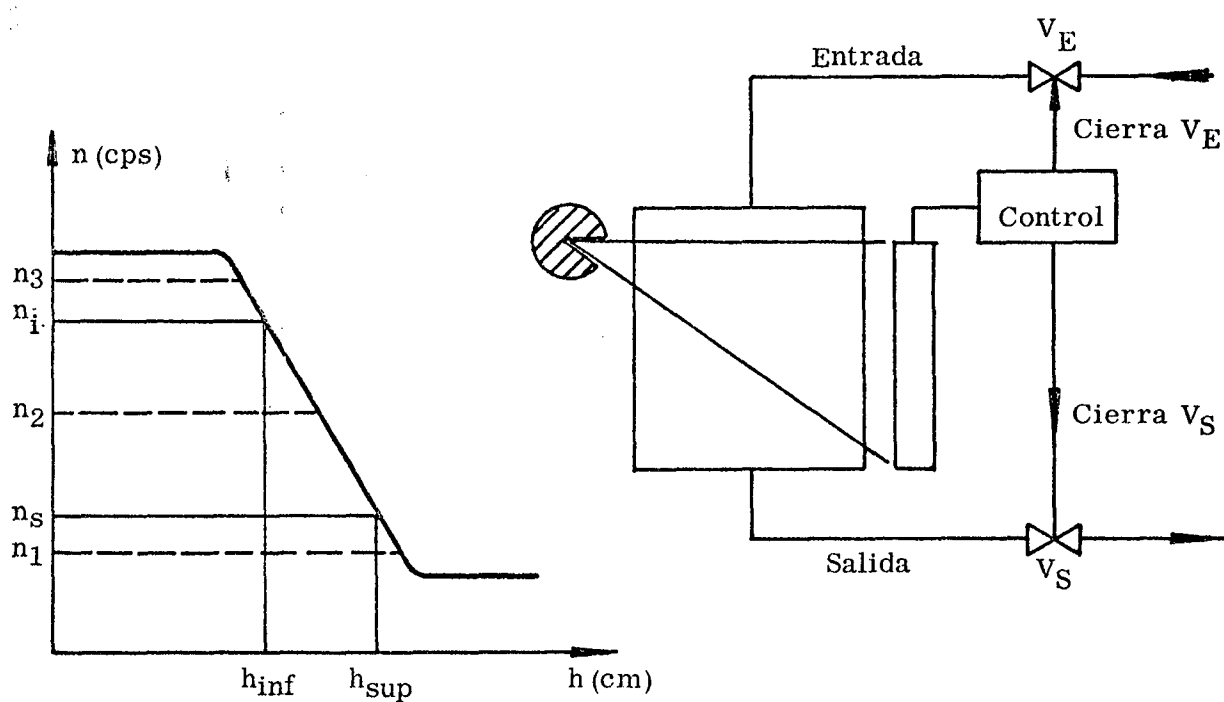
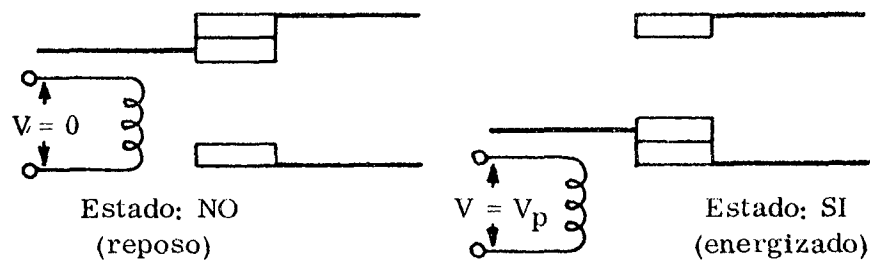


Fig. 7 Estados posibles de la señal respecto a los límites n_i y n_s de control.



NIVEL	SEÑAL	RELAY		CONTROL
		SUP	INF	
Arriba	n_1	NO	NO	Cierra V_E
Interm.	n_2	SI	NO	No actúa
Debajo	n_3	SI	SI	Cierra V_S

Fig. 8

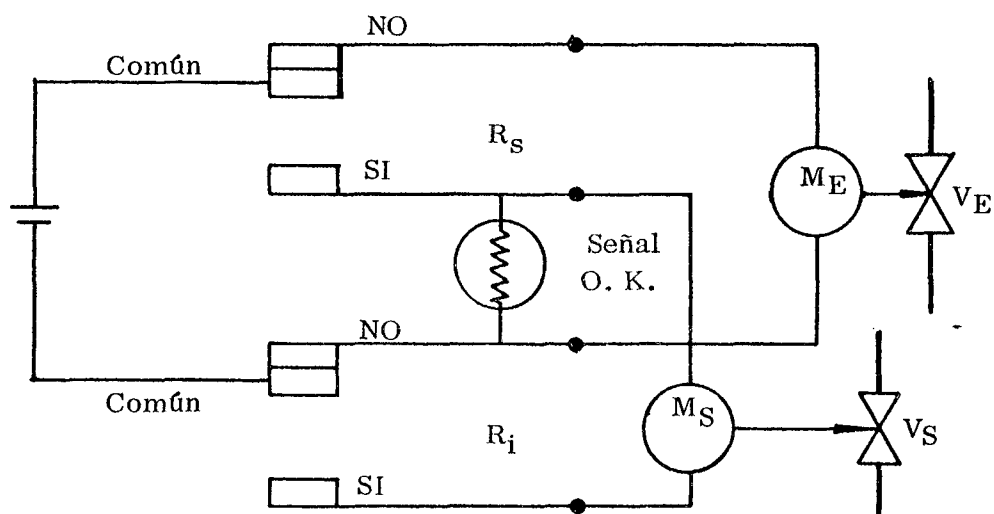


Fig. 9 Esquema de conexiones.

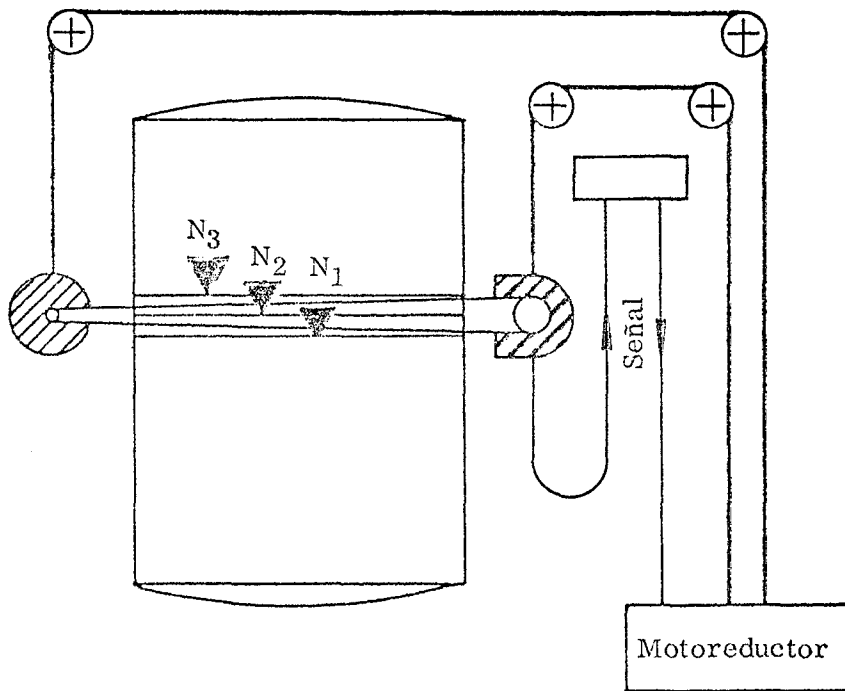


Fig.10 Seguidor contínuo de nivel basado en el uso de un solo sistema fuente-detector.

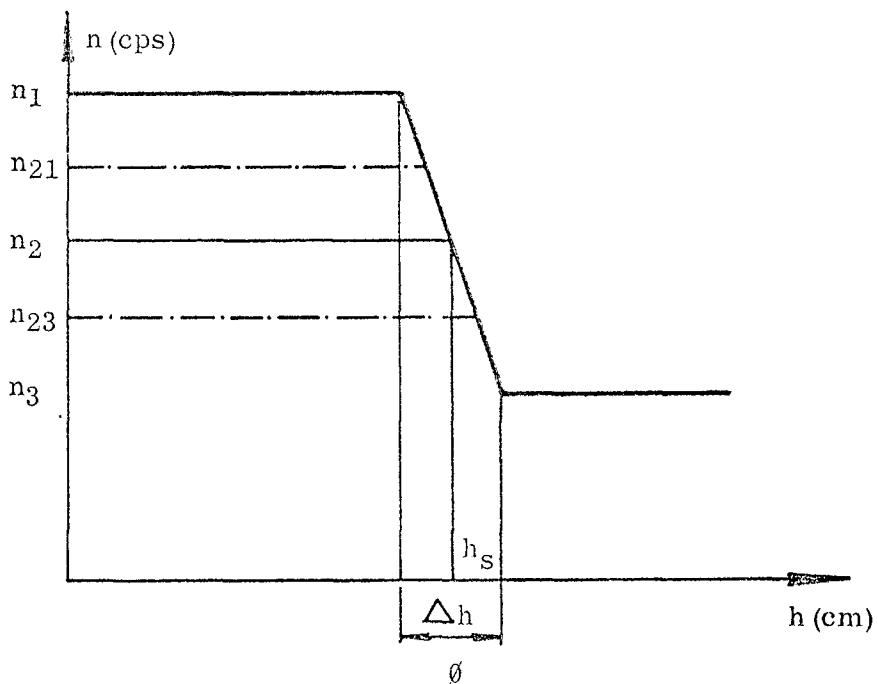


Fig.11 Señal en función del nivel para sonda fija.

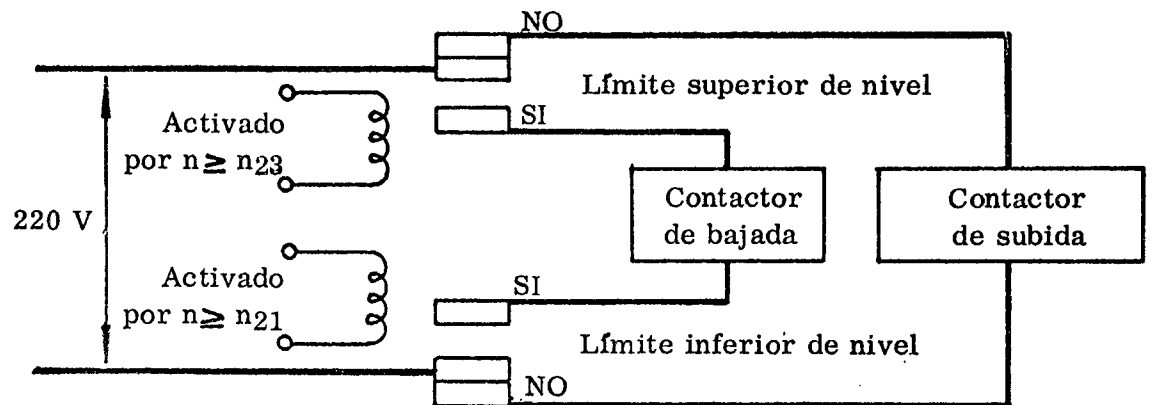


Fig.12 Esquema de conexiones de los relays.