

C. N. E. A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	Nº 1962

02.62.13

LITVAK.

1962

ERNESTO GARCIA CAMARERO, ANTONIO GENTILE  
Y EMMA PEREZ FERREIRA

---

INTERACCIONES  $\pi^- + C$  A 915 MEV

PARTE I: SIMULACION DE INTERACCIONES  $\pi^- + C$   
MEDIANTE EL METODO DE MONTE CARLO

De *Revista de la Unión Matemática Argentina*,  
vol. ~~XXI~~, págs. 91-103, Buenos Aires, Año 1962.  
XXI

\*

B U E N O S   A I R E S  
1 9 6 2

**INTERACCIONES  $\pi^{\pm}$  C A 915 MEV**  
**PARTE I: SIMULACION DE INTERACCIONES  $\pi^{\pm}$  C**  
**MEDIANTE EL METODO DE MONTE CARLO**

por ERNESTO GARCÍA CAMARERO, ANTONIO GENTILE y EMMA PÉREZ FERREIRA

Comisión Nacional de Energía Atómica. — Facultad de  
Ciencias Exactas y Naturales

**RESUMEN:** Se ha calculado las predicciones del modelo de partícula independiente acerca de la distribución angular y de impulsos de los productos finales de la interacción de piones de 915 Mev con núcleos de carbono. Los nucleones se tratan como partículas libres, teniendo en cuenta solamente su impulso de Fermi, de modo que la energía total del correspondiente sistema pión-nucleón varía sobre un amplio rango. Se desprecian los posibles efectos del potencial nuclear en el borde del núcleo. Se supone que en los procesos inelásticos se excita el isóbaro (3,3).

Los resultados del cálculo se han sistematizado para su comparación con datos experimentales provenientes del análisis de colisiones de piones de la mencionada energía con núcleos de carbono, observadas en una cámara de burbujas de propano.

### *I. Introducción.*

Existe considerable información experimental sobre las características de la interacción de piones con núcleos, para energías de hasta 200 Mev (<sup>1, 2, 3, 4</sup>). Si bien no se ha formulado aún una teoría que permita explicarlas, esas características responden, en particular para núcleos livianos, a lo que puede esperarse de un modelo en el cual la interacción del pión incidente tiene lugar no con el núcleo blanco en conjunto, sino con los nucleones que lo constituyen, tal como si éstos fueran libres. El hecho de estar ligados constituyendo núcleo, sólo dará a esos nucleones un impulso calculable mediante el modelo de gas de Fermi.

Resulta pues interesante averiguar si a mayor energía, las predicciones de ese mismo modelo son todavía válidas. Se dispone para ello de una serie de fotografías correspondientes a la exposición de una cámara de burbujas de propano de 12" a un

haz de piones negativos de 915 Mev de energía cinética, producido en el Cosmotrón de Brookhaven. En ella se ha seleccionado todos los eventos  $\pi^- + C$  en los cuales una traza negativa emerge después de la colisión. Para cada evento se mide el impulso y el ángulo de emergencia de esa traza negativa, que representa el  $\pi^-$  reemitido. Los datos experimentales que así resulten se compararán con las predicciones acerca de la distribución de impulsos y ángulos, del modelo de partícula independiente, calculadas mediante el método de Monte Carlo. <sup>(5,6)</sup>

Nos parece de interés dar cuenta aquí del trabajo de adaptación del método de Monte Carlo al caso particular que nos ocupa, ya que puede ser fácilmente aplicado a otros casos de colisiones entre partículas a alta energía.

## II. Descripción del método.

Nuestra hipótesis fundamental será pues la interacción de los piones, de una energía dada, con nucleones libres animados de impulsos cuya distribución responde a la que puede calcularse sobre la base del modelo de gas de Fermi. Se considera además despreciable el posible efecto de refracción del pión incidente en el borde del núcleo, que tendría como consecuencia una ligera dispersión de la energía del haz entrante. La probabilidad de que la colisión del pión incidente se produzca con un protón o con un neutrón, se ha supuesto para el  $C^{12}$  de un 50% para ambos casos.

Producida la colisión  $\pi^- + p$  o  $\pi^- + n$ , tendrá lugar una interacción elástica o inelástica, con probabilidades que dependen del rango de energía del correspondiente sistema pión-nucleón en su respectivo centro de masa. Estas energías varían, puesto que la energía del pión incidente es fija, de acuerdo al impulso de Fermi con que se encuentre el nucleón. Para una energía incidente de 915 Mev, en el caso que nos ocupa, el rango de energías en el sistema centro de masa se extiende desde 1450 Mev, hasta 2040 Mev, equivalentes a un sistema pión-nucleón en cuyo sistema laboratorio, el nucleón se encontrara en reposo y el pión incidiera con energía cinética de 500 Mev y 1600 Mev, respectivamente. Ese rango se dividió en intervalos cuyo número fue elegido en función de los datos experimentales disponibles. Así, para la colisión  $\pi^- + p$  pudieron tomarse 3 intervalos y

solamente 2 para el caso  $\pi^- + n$ , dado que en esos intervalos se encontró información sobre la relación casos elásticos, casos inelásticos y sobre la distribución angular de los productos finales de las colisiones elásticas, distribución que también varía con la energía (7, 8, 9, 10). Para los casos  $\pi^- + p$  la información es directa, mientras que no se encontró referencias a experimentos realizados sobre colisiones  $\pi^- + n$ ; en consecuencia, se tomó para este caso, la información disponible sobre el sistema, equivalente desde el punto de vista de la simetría de carga,  $\pi^- + p$ . (11, 12, 13). Entre los casos elásticos  $\pi^- + p$  se tuvo también en cuenta que, para cada intervalo de energía, existe una cierta probabilidad de que se produzca intercambio de carga, probabilidad que se tomó igualmente de los datos experimentales.

Teniendo en cuenta que el modelo isobárico (14) ha visto afirmada su validez para la descripción del proceso de producción de piones en interacciones pión-nucleón a las energías que nos ocupan, se ha supuesto que los casos inelásticos tienen lugar a través de la excitación del nucleón a su estado isobárico (3, 3), con ulterior decaimiento de este estado en un pión y un nucleón. En consecuencia, podrá producirse uno de los casos que aparecen en la Tabla I, donde se agrega el número de identificación asignado y el umbral energético correspondiente a cada caso.

TABLA I

$Y + X \rightarrow A + B \rightarrow A + C + D$	Número asignado	Caso	Umbral		
$\pi^- + p \rightarrow$	$\pi^- + p$	0	Elástico	—	
	$\pi^0 + n$	12	Intercambio de carga (rechazado)	—	
	$\pi^- + I^+ \rightarrow$	$\left\{ \begin{array}{l} \pi^- + n + \pi^+ \\ \pi^- + p + \pi^0 \end{array} \right.$	2	Inelástico	1370
		4			
	$\pi^+ + I^- \rightarrow \pi^+ + n + \pi^-$	6			
	$\pi^0 + I^0 \rightarrow$	$\left\{ \begin{array}{l} \pi^0 + n + \pi^0 \\ \pi^0 + p + \pi^- \end{array} \right.$	8		
10					
$\pi^- + n \rightarrow$	$\pi^- + n$	1	Elástico	—	
	$\pi^0 + I^- \rightarrow \pi^0 + n + \pi^-$	3	Inelástico	1365	
	$\pi^- + I^0 \rightarrow$	$\left\{ \begin{array}{l} \pi^- + n + \pi^0 \\ \pi^- + p + \pi^- \end{array} \right.$			5
		7			

Las probabilidades relativas de excitación del isóbaro en sus distintos estados de carga para el caso  $\pi_{\pm} p$ , fueron calculadas en base a los valores de los parámetros obtenidos por Alles-Borelli et al (<sup>15</sup>). Para el caso  $\pi_{\pm} n$ , en cambio, por ser un estado puro de spin isotópico 3/2, las respectivas probabilidades están dadas directamente por los coeficientes de Clebson-Gordon.

La distribución angular de producción del isóbaro se ha supuesto isotropa en todos los casos, lo mismo que la distribución angular de decaimiento del mismo, en el sistema del isóbaro en reposo.

Las variables a que nos hemos referido hasta ahora constituyen los datos de partida para cada evento simulado y sus valores se fijarán mediante sendos números al azar. Serán pues necesarios, en general, 8 números al azar para cada caso, que fijarán los siguientes datos: 1) probabilidad de colisión con neutrón o protón; 2) módulo del impulso de Fermi del nucleón; 3) ángulo entre la dirección de incidencia y la del nucleón; 4) probabilidad de que la reacción se produzca elástica o inelásticamente y en este último caso, con excitación de uno de los posibles estados de carga del isóbaro; 5) y 6) ángulos azimutal y de altura respecto del plano de incidencia, de la dirección de las partículas A y B en el sistema centro de masa; 7) y 8) ángulos azimutal y de altura, respecto del plano de producción, de la dirección de las partículas C y D. Cada dato quedará fijado por un número al azar entre 0 y 99. La asignación de un valor particular de impulso, ángulo, etc., a cada número al azar se hizo dividiendo la correspondiente distribución de probabilidad en 100 intervalos de igual área y estableciendo una correspondencia entre los 100 números al azar y los valores de la variable en el punto medio de cada intervalo.

Con tales datos podrá calcularse entonces la energía del sistema pión-nucleón inicial en el centro de masa y con ella, el impulso, en ese sistema de referencia, de las partículas A y B. Si el caso ha resultado ser elástico, bastará luego efectuar una transformación de Lorentz al sistema laboratorio, de los impulsos de ambas partículas. Para la partícula A, que representa el pión, se transformará también su ángulo de emergencia, de modo de obtener el ángulo que, en el sistema laboratorio, forma la dirección de incidencia con la del pión emergente, que es lo que se mide experimentalmente. Para la partícula B, que en el caso

elástico a que nos estamos refiriendo representa al nucleón, bastará determinar su impulso en el sistema laboratorio, el cual será comparado con el valor máximo del impulso de Fermi de los nucleones del carbono, a fin de verificar que el caso no viole el principio de exclusión.

Si, en cambio, el caso ha resultado ser inelástico, debe notarse en primer lugar, que el pión negativo puede aparecer como partícula A (extra-pión del modelo isobárico), o bien como producto de decaimiento del isóbaro. En el primer caso, el impulso del pión negativo en el sistema laboratorio se obtendría en idéntica forma que en el caso elástico. No obstante, si se quiere tener en cuenta el principio de exclusión, debe calcularse también el impulso en el sistema laboratorio, del nucleón proveniente del decaimiento del isóbaro. Ello implica una doble transformación de Lorentz, primero del sistema del isóbaro en reposo al centro de masa y de éste, al sistema laboratorio. El módulo del impulso del nucleón en el sistema del isóbaro en reposo, por otra parte, es directamente calculable en base a la masa del mismo y de las dos partículas en que decae.

En el caso en que el pión negativo provenga del decaimiento del isóbaro, su impulso y ángulo de emergencia deben ser sometidos también a la doble transformación descrita.

### III. El procedimiento de cálculo.

1º: |Estado inicial (sistema laboratorio): Cálculo del impulso total del sistema pión-nucleón y de la velocidad del centro de masa del mismo. (Ver Fig. 1)

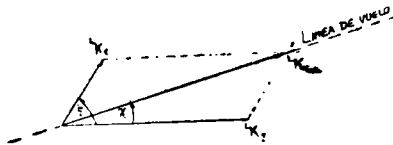


FIG. 1

$${}^L K_Y = \text{constante}$$

$${}^L K_X = 1\text{er número al azar (distribución de Fermi)}$$

$$\cos \xi = 2^\circ \text{ número al azar (distribución isótropa)}$$

$$L\mathbf{K} \text{ Total} = \sqrt{K_X^2 + K_Y^2 + 2K_X K_Y \cos \xi}; \quad LE \text{ Total} = LE_X + LE_Y$$

$$\text{sen } \chi = \frac{LK_X}{LK \text{ Total}} \text{ sen } \xi; \quad LK_Y = LK_Y \text{ sen } \chi; \quad \beta_1 = \frac{LK \text{ Total}}{LE \text{ Total}}$$

$$\text{cos } \chi = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \chi}; \quad LK_Y = LK_Y \text{ cos } \chi; \quad \gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_1^2}}$$

2º: *Estado inicial* (sistema centro de masa): Cálculo de la energía total y del impulso del pión incidente. (Ver Fig. 2)

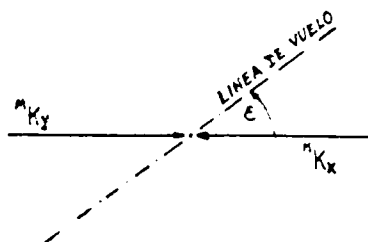


FIG. 2

$$ME = \sqrt{LE^2 \text{ Tot} - LK^2 \text{ Tot}}$$

$$M_{\perp} K_Y = L_{\perp} K_Y; \quad MK_Y = \sqrt{M_{\perp} K_Y^2 + M_{\parallel} K_Y^2}$$

$$M_{\parallel} K_Y = \gamma_1 (L_{\parallel} K_Y - \beta_1 LE_Y); \quad \vec{MK}_X = -\vec{MK}_Y$$

$$\text{sen } \varepsilon = \frac{M_{\perp} K_Y}{MK_Y}; \quad \text{cos } \varepsilon = \frac{M_{\parallel} K_Y}{MK_Y}$$

3º: Un 3er. número al azar decide si se trata de una colisión con protón o con neutrón.

4º: Un 4º número al azar decide según el caso, para cada intervalo  $\Delta E$  en que se divide el rango de energía en el centro de masa, entre las distintas posibilidades señaladas en la Tabla I.

5º: *Sistema A + B* (centro de masa): Condiciones de salida de las partículas A y B en el centro de masa. (Ver Fig. 3).



a)  $\cos \omega = \cos \varepsilon \cdot \cos \Theta + \operatorname{sen} \varepsilon \cdot \operatorname{sen} \Theta \cdot \cos \varphi$

$$\operatorname{sen} \omega = \sqrt{1 - \cos^2 \omega}$$

$$\left. \begin{aligned} M_{\perp} K_A &= M K_A \cdot \operatorname{sen} \omega \\ M_{\parallel} K_A &= M K_A \cdot \cos \omega \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} L_{\perp} K_A &= M_{\perp} K_A \\ L_{\parallel} K_A &= \gamma_1 (M_{\parallel} K_A + \beta_1 M E_A) \end{aligned}$$

$$L K_A = \sqrt{L_{\perp} K_A^2 + L_{\parallel} K_A^2}$$

b)  $M_{\perp} K_B = -M_{\perp} K_A; \quad L_{\perp} K_B = M_{\perp} K_B$   
 $M_{\parallel} K_B = -M_{\parallel} K_A; \quad L_{\parallel} K_B = \gamma_1 (M_{\parallel} K_B + \beta_1 M E_B)$

$$L K_B = \sqrt{L_{\perp} K_B^2 + L_{\parallel} K_B^2}$$

7º e: Prueba del principio de exclusión.

El impulso de salida del nucleón en el sistema laboratorio,  $L K_B$ , se compara con el máximo impulso de Fermi de los nucleones en el núcleo. Para carbono, supuesto un gas de Fermi a temperatura 0, tal máximo se ha calculado en alrededor de 200 Mev. Por lo tanto, si  $L K_B < 200$  Mev, el caso se rechaza. Si por el contrario, resulta  $L K_B \geq 200$  Mev, el caso es aceptado y continúa el cálculo.

8º e: Pasaje del ángulo de emergencia de A al sistema laboratorio. (Ver Fig. 3).

$$\operatorname{sen} L_{\omega} = \frac{L_{\perp} K_A}{L K_A}; \quad \cos \delta = \frac{\cos \Theta - \cos \varepsilon \cdot \cos \omega}{\operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{sen} \omega}$$

$$\cos L_{\omega} = \frac{L_{\parallel} K_A}{L K_A}; \quad \cos \alpha = \cos L_{\omega} \cdot \cos \chi + \operatorname{sen} L_{\omega} \cdot \operatorname{sen} \chi \cdot \cos \delta$$

B) Casos inelásticos.

Distribución angular de producción, isótropa para todos los  $\Delta E$ .

6º i: Pasaje del impulso de A del centro de masa al laboratorio. El procedimiento es idéntico al indicado en 6º e.

7º i: Decaimiento del isóbaro (B) (sistema isóbaro en reposo)

$$|M'K_C| = |M'K_D| = \frac{1}{2m_B} \sqrt{\{m_B^2 - (m_C + m_D)^2\} \{m_B^2 - (m_C - m_D)^2\}}$$

Un 7º número al azar da  $\Theta_C'$  } Distrib. angular de decaimiento,  
 Un 8º número al azar da  $\varphi_C'$  } isótropa.

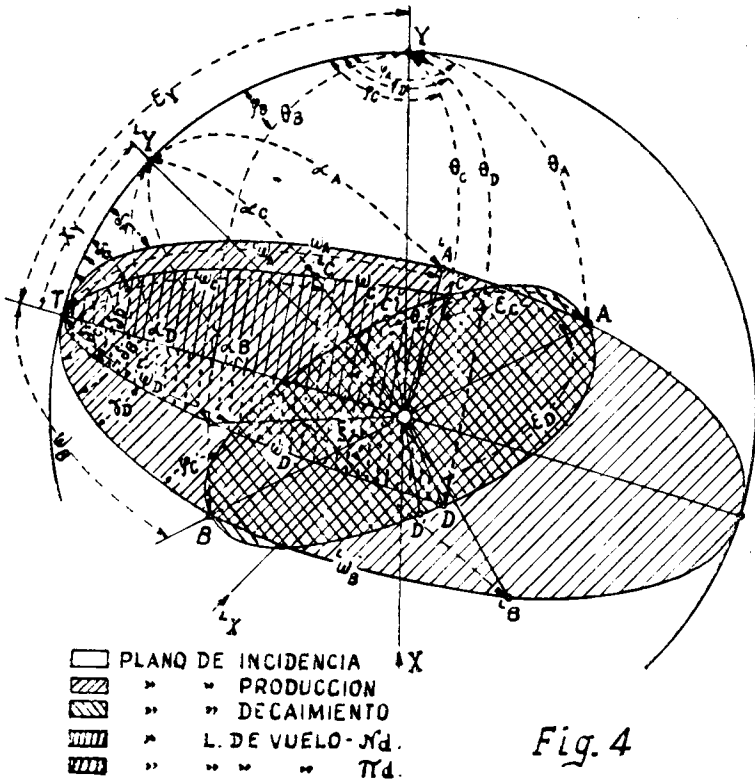


Fig. 4

8º i: Pasaje de los impulsos de las partículas C y D del sistema isóbaro en reposo, al centro de masa. (Ver Fig. 4).

$$M_{\perp}'K_C = M'K_C \text{sen } \Theta_C' = -M_{\perp}'K_D; \quad \beta_2 = \frac{MK_B}{ME_B}$$

$$M_{\parallel}'K_C = M'K_C \text{cos } \Theta_C' = -M_{\parallel}'K_D; \quad \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_2^2}}$$

$$M_{\perp}K_C = M_{\perp}'K_C \qquad \qquad \qquad M_{\perp}K_D = M_{\perp}'K_D$$

$$M_{\parallel}K_C = \gamma_2 (M_{\parallel}'K_C + \beta_2 M'E_C); \quad M_{\parallel}K_D = \gamma_2 (M_{\parallel}'K_D + \beta_2 M'E_D)$$

$$\boxed{MK_C = \sqrt{M_{\perp}K_C^2 + M_{\parallel}K_C^2}} \quad ; \quad \boxed{MK_D = \sqrt{M_{\perp}K_D^2 + M_{\parallel}K_D^2}}$$

9º i: Pasaje de los impulsos de las partículas C y D del centro de masa al sistema laboratorio. (Ver Fig. 4).

$$\text{sen } \varepsilon_C = \frac{M_{\perp}K_C}{MK_C}; \quad \text{sen } \varepsilon_D = \frac{M_{\perp}K_D}{MK_D}$$

$$\text{cos } \varepsilon_C = \frac{M_{\parallel}K_C}{MK_C}; \quad \text{cos } \varepsilon_D = \frac{M_{\parallel}K_D}{MK_D}$$

$$\text{cos } \omega_C = \text{cos } \omega \cdot \text{cos } \varepsilon_C + \text{sen } \omega \cdot \text{sen } \varepsilon_C \cdot \text{cos } \varphi_C'; \quad \text{cos } \omega_D =$$

$$= \text{cos } \omega \cdot \text{cos } \varepsilon_D - \text{sen } \omega \cdot \text{sen } \varepsilon_D \cdot \text{cos } \varphi_C'$$

$$\text{sen } \omega_C = \sqrt{1 - \text{cos}^2 \omega_C} \qquad \qquad \qquad \text{sen } \omega_D = \sqrt{1 - \text{cos}^2 \omega_D}$$

$$M_{\perp}K_C = MK_C \cdot \text{sen } \omega_C; \qquad \qquad \qquad M_{\perp}K_D = MK_D \text{sen } \omega_D$$

$$M_{\parallel}K_C = MK_C \cdot \text{cos } \omega_C; \qquad \qquad \qquad M_{\parallel}K_D = MK_D \text{cos } \omega_D$$

$$L_{\perp}K_C = M_{\perp}K_C; \qquad \qquad \qquad L_{\perp}K_D = M_{\perp}K_D$$

$$L_{\parallel}K_C = \gamma_1 (M_{\parallel}K_C + \beta_1 M'E_C); \quad L_{\parallel}K_D = \gamma_1 (M_{\parallel}K_D + \beta_1 M'E_D)$$

$$\boxed{LK_C = \sqrt{L_{\perp}K_C^2 + L_{\parallel}K_C^2}} \quad ; \quad \boxed{LK_D = \sqrt{L_{\perp}K_D^2 + L_{\parallel}K_D^2}}$$

10º i: Prueba del principio de exclusión

El impulso del nucleón, ahora  $LK_C$ , se somete a la prueba indicada en 7º e.

11° i: Pasaje del ángulo de emergencia de la partícula A al sistema laboratorio. Procedimiento idéntico al indicado en 8° e. Se aplica a los casos designados en la Tabla I con los números 2, 4, 5 y 7.

12° i: Pasaje del ángulo de emergencia de la partícula D al sistema laboratorio. Se aplica a los casos designados en la Tabla I con los números 6, 10, 3 y 7.

$$\operatorname{sen} L\omega_D = \frac{L_{\perp} K_D}{L K_D}; \quad \cos \gamma_D = \frac{\cos \omega_B \cos \omega_D + \cos \epsilon_D}{\operatorname{sen} \omega_B \operatorname{sen} \omega_D}$$

$$\cos L\omega_D = \frac{L_{\parallel} K_D}{L K_D}; \quad \cos \delta_D = \cos \gamma_D + \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \gamma_D$$

$$\cos \alpha_D = \cos L\omega_D \cdot \cos \chi + \operatorname{sen} L\omega_D \operatorname{sen} \chi \cdot \cos \delta_D$$

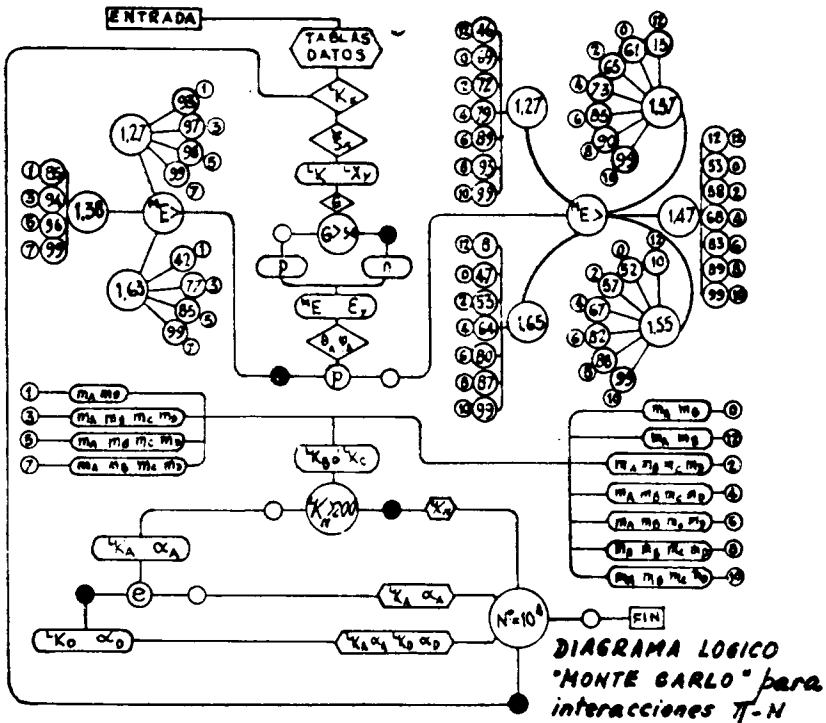
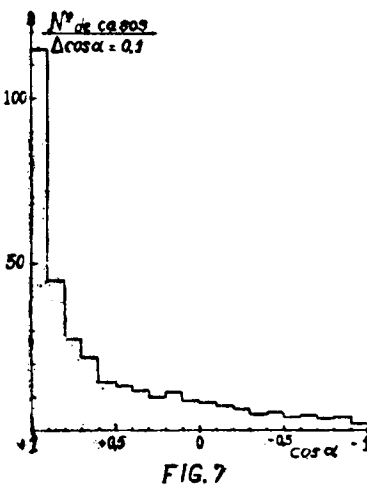
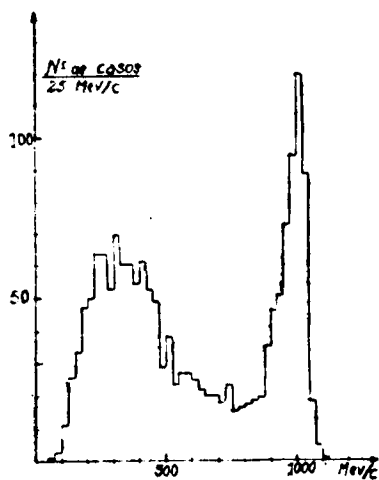


Fig. 5

#### IV. RESULTADOS.

Los cálculos sistemáticos se llevaron a cabo mediante la computadora electrónica Mercury (Ferranti) del Instituto de Cálculo de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Su programación se realizó de acuerdo al diagrama lógico de la Fig. 5. Los resultados se tabularon en forma de permitir una rápida identificación del caso, así como también la fácil lectura de los impulsos y ángulos a representar gráficamente para su comparación con los resultados experimentales.



Las Fig. 6 y 7 muestran las predicciones del modelo de partícula independiente calculadas en la forma descripta, en lo que se refiere a la distribución de impulsos y angular, respectivamente, de los piones negativos reemitidos después de la colisión  $\pi^- + C$ . Se ha excluido de la estadística los resultados de los casos identificados con el número 7 en la Tabla I, por cuanto en el trabajo experimental se excluyen asimismo de la medición, los casos con dos partículas negativas salientes. Naturalmente, los casos 8 y 12, por aparecer solamente partículas neutras en el estado final, no aportan información alguna a los mencionados gráficos.

Ambas distribuciones presentan características suficientemente notables como para que su comparación con los resultados experimentales constituya una prueba decisiva a la que puede ser sometido el modelo.

#### REFERENCIAS

- (1) LEVY, C. R., *Acad. Sci.* 238, 1412 (1954).
- (2) KENNEY, *Phys. Rev.* 104, 784 (1956).
- (3) GATCHELL, *Phys. Rev.* 105, 713 (1957).
- (4) MILLER, *Nuovo Cimento* 6, 882 (1957).
- (5) ULAM y VON NEUMANN, *Bull. Am. Math. Soc.* 53, 1120 (1947).
- (6) GOLDBERGER, *Phys. Rev.* 74, 1269 (1948).
- (7) CRITTENDEN, SCANDRETT, SHEPHARD, WALKER y BALLAM, *Phys. Rev. Letters* 2, 121 (1959).
- (8) KORENCHENKO y ZINOV, *CERN Conference Report*, pág. 41 (1958).
- (9) BERGIA, BORELLI, LAVATELLI, MINGUZZI-RANZI, WALOSCHEK, ZOBOLI, BRAUTI, CHERSOVANI y TOSI, *CERN Conference Report*, pág. 67 (1958).
- (10) FOOTE, CHAMBERLAIN, ROGERS, STEINER, WIEGAND E YPSILANTIS, *Phys. Rev. Letters* 4, 30 (1960).
- (11) WILLIS, *Phys. Rev.* 116, 753 (1959).
- (12) ROELIG y GLASER, *Phys. Rev.* 116, 1001 (1959).
- (13) STERNHEIMER y LINDENBAUM, *Phys.* 109, 1723 (1958).
- (14) ALLES-BORELLI, BERGIA, PÉREZ FERREIRA y WALOSCHEK, *Nuovo Cimento* 14, 211 (1959).