

RELACION ENTRE LA ANISOTROPIA DE LA DEFORMACION PLASTICA Y  
LA TEXTURA DE CHAPAS METALICAS

N.Mingolo (Fac.C.Exactas - UNBA)  
A.Pochettino (Dto. Materiales - CNEA)

RESUMEN: El coeficiente de Lankford (anisotropía de la deformación plástica) es calculado usando el modelo de Taylor en metales de estructura fcc (deslizamiento cristalográfico) y bcc (deslizamiento no cristalográfico). La descripción cuantitativa de las texturas es realizada utilizando la Función Distribución de Orientaciones Cristalinas (FDOC). Se comparan los valores experimentales y los calculados.

Relationship between the Anisotropy of Plastic Deformation  
and the Texture of Metal Sheets.

SUMMARY: Calculations of Lankford coefficient for fcc metals (crystallographic slip) and bcc metals (non crystallographic slip) using Taylor model are presented. Quantitative description of texture is introduced by the Crystallite Orientation Distribution Function (CODF). Experimental and calculated values of the Lankford coefficient are compared.



## INTRODUCCION

En general, las propiedades físicas y mecánicas de un monocristal son anisotrópicas. Es igualmente posible observar un comportamiento a nisotrópico de esas mismas propiedades en materiales policristalinos - cuyos granos presentan orientaciones preferenciales o texturas.

La anisotropía de las propiedades mecánicas interviene fuertemente durante el formado mecánico de chapas y tubos, resultando entonces muy importante poder preveerla. Una posible forma de hacerlo es a partir del conocimiento de la textura del material parámetro que puede ser controlado a partir de diferentes tratamientos termomecánicos.

En el caso de chapas metálicas, la anisotropía de la deformación-plástica se puede describir utilizando el coeficiente de Lankford:

$$R(\alpha) = \delta E_{22} / \delta E_{11}$$

donde  $\delta E_{22}$  y  $\delta E_{33}$  son, respectivamente, las deformaciones en las direcciones transversal y normal de una probeta de tracción. La dirección longitudinal, coincidente con la de tracción (DT), forma un ángulo  $\alpha$  con la dirección de laminado (DL) de la chapa.

El objeto del presente trabajo es el cálculo del coeficiente de Lankford en materiales de estructura cúbica (fcc y bcc) utilizando una modelización que tenga en cuenta:

- 1) El comportamiento de un grano aislado (asimilable a un monocristal).
- 2) Una ley de interacción entre granos.
- 3) Una estadística de la distribución de la orientación de granos en el cristal (textura).

A tal fin se utiliza el llamado "Modelo de Taylor", el cual será discutido en detalle en la sección 3.

## DESCRIPCION CUANTITATIVA DE LAS TEXTURAS

En general, las figuras de polos obtenidas por difracción de rayos X o de neutrones, Fig. 1, son una interesante descripción cualitativa de las texturas, más son inexplotables desde el punto de vista cuantitativo. En efecto, la reducción de los resultados experimentales a-

un monocristal equivalente  $[h\ k\ l] \langle u\ v\ w \rangle$ , donde la normal a la familia de plano  $[hkl]$  coincide con la dirección normal al plano de la chapa (DN) y  $\langle u\ v\ w \rangle$  con la dirección de laminación (DL), no tiene en cuenta las diferentes componentes que pueden existir, el peso relativo de cada una de ellas ni su dispersión.

A fin de contar con una descripción cuantitativa de las texturas utilizable en la modelización de la deformación plástica, se define la función distribución de orientaciones cristalinas (FDOC), tal que para una posible orientación  $g$  de los granos del cristal, la fracción de volumen total por ellos ocupada es:

$$(\delta V/V_0) = K \cdot F(g) \cdot dg$$

donde  $K$  es una constante de normalización y  $F(g)$  es la FDOC. La orientación  $g=g(\psi, \theta, \psi)$  es función de los ángulos de Euler que permiten describir el paso de un sistema de coordenadas asociado a la chapa a otro asociado al cristal (por ejemplo a las direcciones  $[100]$ ,  $[010]$  -  $[001]$  de un cristal cúbico).

Para cada punto de una figura de polos, donde  $\vec{r}$  indica la dirección de la normal a los planos difractantes, se puede definir una "densidad de polos"  $q^r$  como el cociente entre la intensidad difractada por los planos  $[hkl]$  de la muestra en estudio y la intensidad correspondiente a una muestra isotropica.

Para una radiación no polarizada, la relación entre la densidad de polos y la FDOC se puede escribir:

$$q^r = 1/2\pi \cdot \int_0^{2\pi} F(g) \cdot d\gamma$$

donde  $d\gamma$  corresponde a una rotación infinitesimal alrededor de  $\vec{r}$  y  $F(g) = 1$  para un material isotrópico. Esta ecuación conecta los resultados experimentales de difracción con la descripción cuantitativa de texturas. La resolución de la misma fue propuesta por Bunge y Roe (1) a partir de un desarrollo en serie en armónicos esféricos generalizados, tal que:

$$F(g) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l \frac{1}{2l+1} f_{lmn} \cdot Z_{lmn}(\xi) \cdot e^{-im\psi} \cdot e^{-in\phi}$$

donde  $Z_{lmn}$  son los polinomios generalizados de Legendre y  $f_{lmn}$  son los coeficientes a ajustar a partir de las experiencias. En la figura 2 se puede observar la representación de  $F(\psi, \theta, \phi)$  para cortes a  $\phi = \text{cte}$ , donde se pone de manifiesto la componente principal de tipo  $[123] \langle 111 \rangle$  y su dispersión.

#### MODELIZACION DE LA DEFORMACION PLASTICA

El llamado modelo de Taylor ha sido utilizado con el fin de describir el comportamiento de un policristal anisotrópico sometido a una deformación plástica. Son sus hipótesis (2):

-Para una probeta de tracción la deformación es homogénea,  $E_{ij}$  es constante en la parte útil de la probeta, siendo  $E_{ij} = \epsilon_{ij}$  en cada punto si  $\epsilon_{ij}$  es el tensor de deformación asociado a cada grano. Dicho de otra forma: cada grano deforma como la probeta.

-Para los materiales de estructura cúbica, la deformación se produce por deslizamiento. Cinco sistemas independientes de deslizamiento son necesarios para describir una deformación dada en un grano. Se desprecia la deformación elástica.

-El deslizamiento sobre un sistema se puede producir si la tensión crítica resuelta sobre ese sistema es igual a un valor crítico  $\tau_c$ . El endurecimiento del material es isotrópico.

-Entre las posibles combinaciones de 5 sistemas de deslizamiento compatibles con una deformación dada, se debe (n) retener aquel (los) que corresponden a un trabajo mínimo en función de las deformaciones.

La primera hipótesis corresponde a una ley de interacción entre granos (de relativa validez para bajas deformaciones), mientras que las restantes describen el comportamiento del grano (asimilado a un monocristal).

Si  $\sigma_{ij}$  es el tensor de tensiones aplicado sobre un grano, el trabajo de deformación se puede escribir:

$$\delta W = \sum_{ij} \sigma_{ij} \cdot \delta \epsilon_{ij} = \tau_c \cdot \sum_k |\delta \gamma_k|$$

donde  $\gamma_k$  es desplazamiento sobre cada uno de los cinco sistemas independientes.

Para el caso particular de tensión uniaxial ( $\sigma_{11} \neq 0$ ), se puede definir el Factor de Taylor como:

$$M(R,g) = (\sigma_{11} / \tau_c) = (\sum_k |\delta\gamma_k| / \delta E_{11}) =$$

$$= (\delta W / \tau_c \cdot \delta E_{11})$$

el cual representa la resistencia mecánica de un cristal de una orientación dada frente a la deformación plástica. Luego, de acuerdo a la ecuación anterior, se puede minimizar el Factor de Taylor en función de las deformaciones para determinar los sistemas activos.

Para un material fcc el deslizamiento se produce en los sistemas  $[111] \langle 110 \rangle$ , por lo tanto se deben analizar  $(C^{12}) = 792$  casos posibles, los que por simetría se reducen a 384, más <sup>5</sup> el cálculo es largo y costoso.

Bishop y col. (3) simplificaron la resolución del problema trabajando en un hiper-espacio ortonormal a 6 dimensiones de base  $[\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}]$ , llamado espacio de tensiones. En el mismo, la tensión crítica resuelta  $\tau_c$  se puede escribir:

$$\tau_c = \sum_{ij} m_{ij}^k \cdot \sigma_{ij}$$

donde  $m_{ij}^k$  son las componentes de un tensor que tiene en cuenta la geometría de los sistemas de deslizamiento. Para N sistemas de deslizamiento, la ecuación anterior define un poliedro de N caras (24 para materiales fcc). Bishop y col. mostraron que el tensor de tensiones asociado a un estado de deformación plástica será aquel que maximise el factor de Taylor en función de las tensiones (Teorema del trabajo máximo). También demostraron que los vértices del poliedro donde al menos se intersectan 6 planos permiten describir todas las deformaciones que se producen por deslizamiento. El número de sistemas activos es 6 u 8, de los cuales 5 son independientes. Siguiendo el método de trabajo de estos autores, los casos a estudiar son solamente 28.

En el presente trabajo, para el estudio de los estados de tensiones en materiales de estructura fcc se utilizó un programa de cálculo escrito por M. Pernot (4).

En un trabajo más reciente, Royer y col. (5) han demostrado que, utilizando una adecuada representación tensorial para las tensiones y deformaciones, existen relaciones de interdependencia entre los 28 ca

posibles y que la aplicación del teorema del trabajo máximo se reduce al análisis de solamente 4 casos.

Esta metodología de trabajo fue extendida a materiales de estructura bcc (6), donde la dirección de deslizamiento está bien definida y es del tipo  $\langle 111 \rangle$ . No ocurre lo mismo con el plano de deslizamiento (que pertenece a la zona  $\{111\}$ ). Este puede ser  $[110]$ ,  $[112]$ ,  $[123]$  o una combinación de ellos, lo que da lugar a la existencia de deslizamientos sobre planos no cristalográficos o "pencil glide". Para este caso, estos autores proponen que el plano de deslizamiento forma un ángulo  $\beta$  con el plano  $[110]$  y una deformación es acomodada por la acción de 3 o 4 sistemas de deslizamiento activos de acuerdo a la orientación del grano.

La generalización del cálculo del factor de Taylor a un policristal se realiza utilizando la hipótesis de Hosford y Backofen (7): "El factor de Taylor de un policristal texturado es el promedio de los factores de Taylor de diferentes orientaciones por la fracción de volumen de cristal que posee cada orientación", lo que se puede escribir:

$$\bar{M}(R) = \int_g M(R,g) \cdot F(g) \cdot dg \quad (1)$$

Realizando un desarrollo en armónicos esféricos generalizados,  $M(R,g)$  se escribe:

$$M(R,g) = \sum_{lmn} m_{lmn}(R) \cdot Z_{lmn}(\cos \theta) \cdot e^{-im\psi} \cdot e^{-in\phi} \quad (2)$$

Para un ángulo  $\alpha$  entre DL y DT resulta:

$$M(R, \alpha) = \sum_{lmn} m_{lmn}(R) \cdot f_{lmn} \cdot \cos(m\alpha) \quad (3)$$

A partir de esta relación, otra hipótesis de Hosford y Backofen (7) permite determinar el valor de  $R(\alpha)$ . Este valor corresponderá al que minimiza el factor de Taylor del policristal.

## RESULTADOS OBTENIDOS

### 1.- Estructuras FCC

Se trabajó bajo la hipótesis de deslizamiento cristalográfico  $[111] \langle 110 \rangle$ . En las figuras (3) y (4) se pueden observar los valores experimentales y calculados de  $R(\alpha)$  para una aleación Al-2% Mg (tipo 5052). El estado inicial corresponde a una chapa de 8 mm de espesor, el cual fue reducido por laminados sucesivos hasta 1 mm de espesor para obtener las probetas de la serie 4E y posteriormente sometido a un tratamiento térmico de recritalización de 1 hora a  $350^\circ\text{C}$  (Probetas 4ERF). Como se puede observar en las figuras (1) y (2), la textura que presenta la chapa 4E es muy marcada y de tipo  $[123] \langle 111 \rangle$ . Por otra parte, la chapa 4ERF presenta una fuerte componente de textura cúbica  $[100] \langle 001 \rangle$  y una componente secundaria de tipo  $[123] \langle 111 \rangle$ . Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que para la muestra 4ERF existe un buen acuerdo entre los valores experimentales y calculados de  $R(\alpha)$ , mientras que, para el material laminado (muestras 4E) esos valores no son coincidentes aunque la forma de ambas curvas se asemeja. Estos desacuerdos entre los valores calculados y los experimentales pueden ser consecuencia de las limitaciones del modelo de Taylor. Particularmente, un estudio por el método de Franjas de Moiré (8), pone de manifiesto la existencia de un campo de deformaciones homogéneas en las probetas 4ERF, ocurriendo lo contrario en las muestras 4E, lo que contradeciría la primer hipótesis del modelo de Taylor. La dependencia de los valores de  $R(\alpha)$  con la textura que presenta el material se pone de manifiesto en los resultados obtenidos. Como el análisis de los mecanismos de deformación plástica para cada grano de las muestras 4E y 4ERF es el mismo, la diferencia obtenida en las curvas  $R(\alpha)$  depende de solamente de la textura.

### ESTRUCTURAS BCC

Se trabajó bajo la hipótesis de deslizamiento no cristalográfico en la dirección  $[111]$ . Los cálculos del factor de Taylor asociado a cada grano fueron hechos de acuerdo a los trabajos de Royer y col. -

(6), utilizando en parte programas cedidos por dichos autores.

En una primera etapa se verificó la precisión del método de cálculo. A tal fin se calculó el factor de Taylor de un material isótropo para distintas orientaciones del eje tensil. Diversos valores de  $M(R=1, g)$  son presentados en la Tabla I. Comparados con los obtenidos por otros autores (9), estos presentan un buen acuerdo hasta la tercer cifra decimal, lo que pone de manifiesto la precisión del método propuesto por Royer y colaboradores.

Para un policristal isótropo ( $R=1$ ), el Factor de Taylor promedio es  $\bar{M}(R=1)=2,740$ . Este valor está en buen acuerdo con los existentes en la literatura, como se puede observar en la tabla II.

Para el caso de un material policristalino anisotrópico, se analizó la variación del coeficiente  $R(\alpha)$  en una chapa de acero calmado al A1. Dicho material posee una textura bastante marcada de tipo  $[111] \langle uvw \rangle$ . El valor máximo de la FDOC corresponde a la orientación  $[111] \langle 110 \rangle$  ( $F=8,98$ ) y decrece continuamente hasta  $F=6$  alrededor de la orientación  $[111] \langle 112 \rangle$ .

En la figura (5) se pueden observar los valores experimentales de  $R(\alpha)$  y los calculados por M.Pernot (4) suponiendo que solamente existe deslizamiento cristalográfico  $[110] \langle 111 \rangle$ . En línea de trazos se representan los valores obtenidos en este trabajo bajo la hipótesis de deslizamiento no cristalográfico. En el cálculo,  $M(R, g)$  dado por la ecuación (2) fue desarrollado en serie a un orden  $l=10$ , suficiente para asegurar una buena convergencia de los valores promedios  $\bar{M}(R)$  dados por la ecuación (3). Los resultados obtenidos muestran un mejor ajuste a los valores experimentales de  $R(\alpha)$  que aquellos obtenidos teniendo solamente en cuenta el deslizamiento cristalográfico. También ponen de manifiesto que, una correcta descripción cuantitativa de  $R(\alpha)$  en el plano de una chapa no depende solamente del conocimiento de la textura que la misma presenta, sino también de la elección de un modelo adecuado para describir los mecanismos de la deformación plástica.

## CONCLUSIONES

En general, el modelo de Taylor permite realizar una aceptable descripción cuantitativa de la anisotropía de la deformación plástica

de chapas policristalinas. Las curvas  $R(\alpha)$  calculadas dependen de la textura de la chapa, la cual es descrita por la FDOC. En metales de estructura BCC, la utilización de las hipótesis de deslizamiento no - cristalográfico en la descripción de los mecanismos de deformación, - permite obtener un buen acuerdo entre los valores calculados y experimentales de  $R(\alpha)$ .

Los desajustes existentes entre los valores calculados y los experimentales de  $R(\alpha)$  son consecuencia inevitable de las limitaciones - que presentan las hipótesis del modelo utilizado.

#### REFERENCIAS

- 1- H.G. Bunge, Mathematische Methoden der Texturanalyse, Berlin, Akademie Verlag (1968).
- 2- G.I.Taylor, J.Inst. Metals, 62 (1938), 307.
- 3- J.F.W.Bishop, R.Hill, Phil, Mag. 42 (1951), 414 y 1298.
- 4- M.Pernot, These d'Etat, Univ. Paris XI, Orsay, 1978.
- 5- F.Royer, J.M.Mohr, C.Tavard, J.Appl. Cryst. 11 (1978), 35.
- 6- F.Royer C.Tavard. P.Pening. J.Appl. Cryst. 12 (1979), 436.
- 7- W.F.Hosford, W.A.Backofen, Proc. of the 9 th. Sagamore Conf. Syracuse Univ. Press, 1964, pp 259-292.
- 8- A.Pochettino, These Dr-Ingenieur, Univ. Paris XI, Orsay, 1981.
- 9- R.W. Logan, W.F.Hosford, Inst. J.Mech. Sci., 22 (1980), 419.
- 10- J.M.Rosemberg, H.R.Phiehler, Met. Trans 2 (1971), 257.
- 11- G.Y.Chin, W.L.Mammel, Trans. AIME 239 (1967), 1400.

ORIENTACION	M(R=1,g)	N° SISTEMAS ACTIVOS	ORIENTACION	M(R=1,g)	N° SISTEMAS ACTIVOS
(100)	2,121	4	(112)	2,669	3
(110)	3,182	4	(122)	2,991	3
(111)	3,182	3	(123)	2,188	3
(012)	2,765	4			

TABLA I

M(R=1)	AUTOR	METODO
2,739	Hosford y col. (9)	Desliz. no cristalograf.
2,733	Phiehler y col. (10)	Desliz. no cristalograf.
2,754	Chyn y col. (11)	Combinación lineal de desl. [110],[112], [123] < 111 >

TABLA II

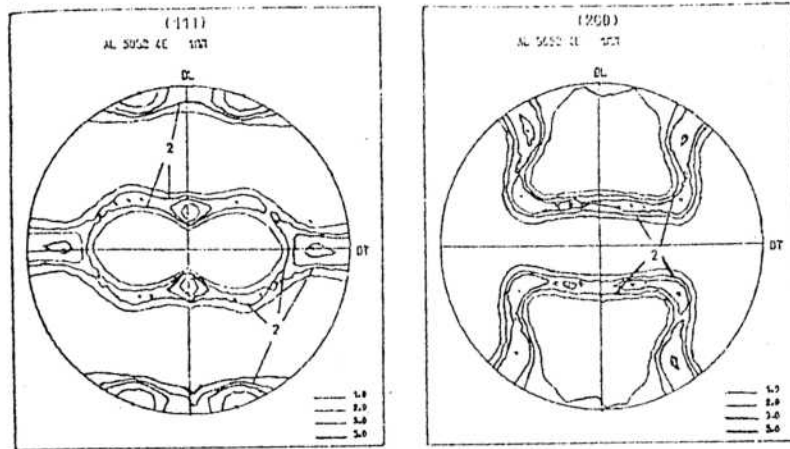


Fig. 1: Figuras de polos (111) y (200) obtenidas por difracción de rayos X para una chapa de Al 5052 laminada.



Fig. 2: Representación de la FDOC de la muestra laminada por cortes a  $\phi = \text{cte}$ . Para  $\phi = 55^\circ$  obtiene el valor máximo de la función ( $F=17,8$ ), el que corresponde a una orientación tipo  $[123] \langle 111 \rangle$ .

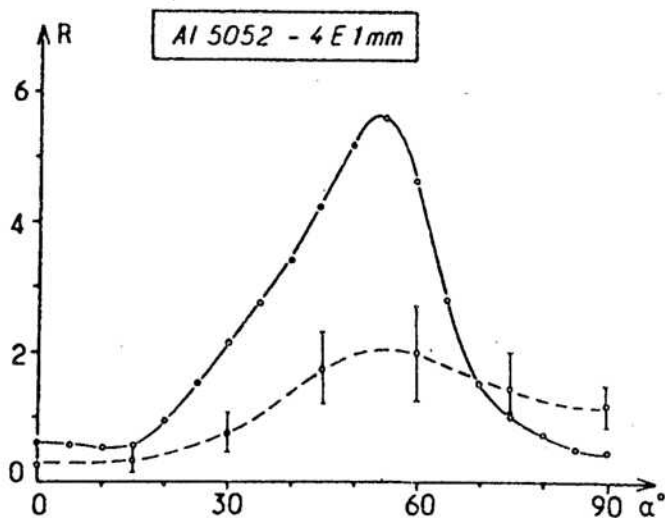


Fig. 3: Valores experimentales (línea de trazos) y calculados de  $R(\alpha)$  en función de  $\alpha$  para una chapa de Al 5052 laminada.

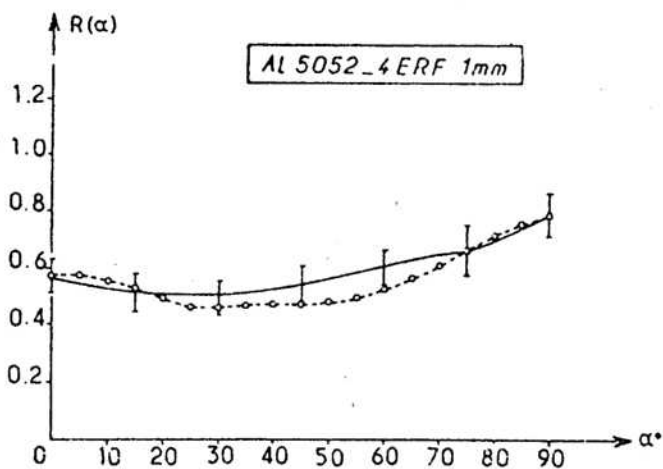


Fig. 4: Valores experimentales y calculados (línea de trazos) de  $R(\alpha)$  en función de  $\alpha$  para una chapa de Al 5052-laminada y tratada térmicamente 1h. a 350°C.

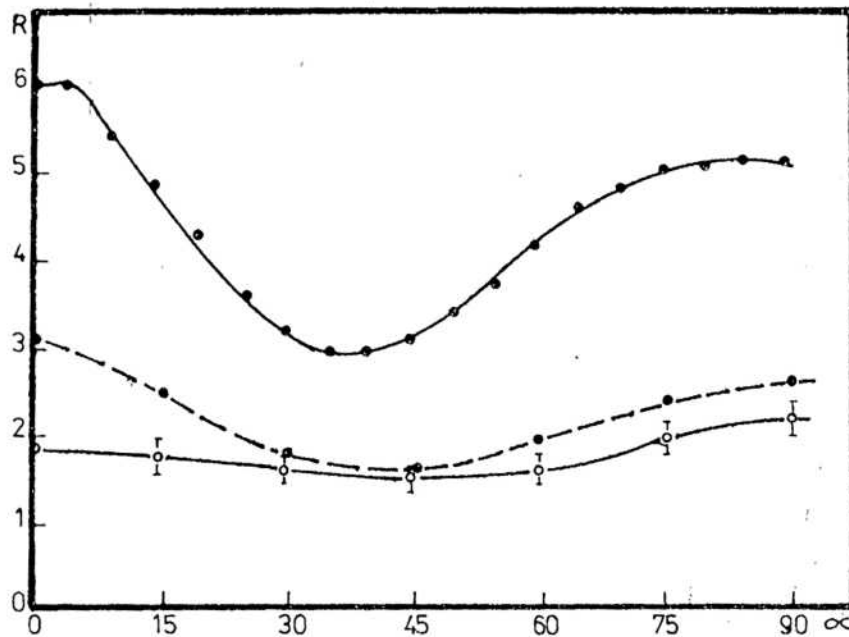


Fig. 5: Variación del coeficiente de Lankford en función de  $\alpha$  en una chapa de Acero calmado al Aluminio.

- o Resultados experimentales
- Valores calculados bajo la hipótesis de deslizamiento cristalográfico  $[110] \langle 111 \rangle$ .
- Valor calculado bajo la hipótesis de deslizamiento no cristalográfico.