

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1973

08.73.04

PMM/A-125

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION

NOVENO CURSO PANAMERICANO DE METALURGIA
Dentro del Programa Multinacional de Metalurgia
(Programa Regional en Ciencia y Tecnología-OEA)

INTRODUCCION A LA

TEORIA DE REACTORES NUCLEARES

Dra. Clara Mattei
Gerencia de Energía, CNEA

Departamento de Metalurgia
Buenos Aires - Argentina

1973

PMM/A-125

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION

NOVENO CURSO PANAMERICANO DE METALURGIA
Dentro del Programa Multinacional de Metalurgia
(Programa Regional en Ciencia y Tecnología-OEA)

INTRODUCCION A LA
TEORIA DE REACTORES NUCLEARES

Dra. Clara Mattei
Gerencia de Energía, CNEA

Departamento de Metalurgia
Buenos Aires - Argentina

1973

FISION

Descubierto el neutrón, con su gran penetrabilidad debida a su falta de carga, se bombardearon con él distintos elementos. Al realizar la experiencia con uranio se observó la formación de elementos en los que la diferencia de masa con el original no era ya pequeña como en todas las reacciones nucleares hasta entonces conocidas, sino que las nuevas masas eran del orden de la mitad de la del U.. Esto condujo a Hahns y Strassman, dos físicos alemanes, a la conclusión de que se producía una nueva reacción consistente en la partición del núcleo en dos fragmentos aproximadamente iguales. La fisión, como se la llamó, no sólo produce esos nuevos elementos, que por su parte son radioactivos, sino también energía y más neutrones. Es a partir de los dos últimos productos que vamos a encarar este estudio.

1) Energía producida en la fisión:

La comparación de los pesos de los núcleos formados en el proceso con el del núcleo que fisiónó, hace evidente la desaparición de una gran cantidad de materia en el proceso, alrededor de 100 veces la de una reacción nuclear común, y por lo tanto debe producirse según la ecuación de Einstein ($E = m c^2$) cien veces tanta energía como la producida comúnmente o sea alrededor de doscientos millones de electrón-voltios (200 MEV). (Compárese con la energía que resulta de una reacción química que es del orden de unos pocos ev.)

Un cálculo numérico de la energía liberada en la fisión se obtiene por la diferencia de peso entre un átomo de U más un neutrón y los fragmentos en que el átomo de U se disgrega. Como en la fisión el átomo de U puede partirse de manera distinta (hay alrededor de 30 formas en que se produce dicha partición) elegiremos una de ellas : la correspondiente a la mayor probabilidad es la que resulta en productos de fisión de números másicos 95 y 139, cuya suma, 234, hace suponer la liberación de 2 neutrones.

Por consiguiente el balance dará :

Peso isotópico del U^{235} : 235,124 u.m.a.
Masa del neutrón : 1,00897 u.m.a.

~ 236,133 u.m.a.

Peso isotópico del elemento
de n° de masa 95 : 94,945 u.m.a.
Idem, masa 139 : 138,955 u.m.a.
2 neutrones : 2,01794 u.m.a.

~ 235,918 u.m.a.

∴ la masa convertida en energía, es la diferencia :
 $236,133 - 235,918 = 0,215$ u.m.a.

que equivale a $0,215 \times 931 = \boxed{198 \text{ MEV}}$

La mayor parte de esta energía aparece como energía cinética de los fragmentos de fisión, los cuales, al moverse rápidamente a través del material, se frenan y disipan su energía en forma de calor.

2) Neutrones:

Los fragmentos de fisión no son núcleos en su estado normal, sino que se separan llevando una gran energía de excitación, además la razón : n° de neutrones / n° de protones es más alta que la razón correspondiente a estabilidad para la masa del núcleo, por todo esto ellos decaen mediante la emisión de uno o más neutrones, o por conversión de un neutrón en un protón emitiendo una partícula β negativa. En consecuencia la fisión aparece como productora de nuevos neutrones, en número variable pues, según se ha dicho, los modos de partición en la fisión son distintos. Por ejemplo, el U^{235} bombardeado con neutrones lentos produce en promedio 2,5 neutrones por fisión. (Designase ν al número medio de neutrones producidos en cada fisión).

De estos neutrones producidos por la fisión, alrededor de un 99% se emiten tan rápidamente que pueden considerarse parte de la fisión misma : son los neutrones inmediatos (prompt neutrones, tiempo a partir de la fisión 10^{-14} seg.). El resto, los neutrones retardados (delayed neutrons) se emiten durante un período de minutos, con intensidad decreciente. Estos neutrones pueden reunirse en 6 grupos que difieren por

su energía, su porcentaje, y su constante de decaimiento.

En cuanto al espectro de energía de los neutrones de fisión, cubre un gran intervalo, desde 10 Mev hasta unos centésimos de ev., sin embargo la mayoría está entre 1 y 2 MEV (Fig. 1). Estos neutrones, llamados rápidos por la velocidad a que se mueven, sólo pueden perder su energía por choques con los núcleos del material que los rodea. Cuando la pérdida así sufrida es suficientemente grande, los neutrones llegan a tener energías comparables a las de los átomos del medio, que a su vez depende de la temperatura a que éste se encuentre. A esos neutrones, en equilibrio térmico con el medio, se los llama neutrones térmicos, y sus energías cinéticas se distribuirán según la ley de Maxwell-Boltzmann, estudiada ya en la teoría cinética de los gases (Fig. 2).

SECCIONES EFICACES

Las reacciones nucleares que más interesan en el estudio de reactores son las colisiones nucleares, y de éstas, las que consisten en colisiones neutrón-núcleo. Los tipos a considerar son :

Dispersión elástica
 Dispersión inelástica
 Absorciones { capturas
 fisiones

La probabilidad de ocurrencia de cada reacción depende de las propiedades de las partículas que interaccionan, de sus concentraciones y su energía cinética. La medida numérica de esas probabilidades se da por medio de la sección eficaz microscópica, σ , resultante de las siguientes consideraciones:

Sea un haz uniforme de neutrones (intensidad : n/cm^3), con velocidad v (cm/seg), el cual incide sobre una pared (slab) constituida por un material tal que el n° de núcleos por cm^3 es N , entonces, el n° de reacciones observadas será proporcional al n° de partículas incidentes y el número de núcleos por área unidad en el blanco:

$$\text{n° de reacciones/cm}^2\text{-seg.} = \sigma \frac{\text{n° de núcl.}}{\text{cm}^2} \cdot n v \frac{\text{neutrones}}{\text{cm}^2 - \text{seg}} \quad (1)$$

σ , la constante de proporcionalidad, es la sección eficaz microscópica para esa reacción, y depende de la energía de los neutrones del haz.

De la ecuación se deduce que la dimensión de σ es la de un área; como en general el orden de las secciones eficaces microscópicas está entre 10^{-27} y 10^{-24} cm^2 , se ha adoptado como unidad el

$$\boxed{\text{barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2}$$

Esta cantidad σ puede también interpretarse como un "área efectiva" tal que atribuyendo a cada núcleo en el blanco un área σ perpendicular a la dirección de movimiento de los neutrones, si uno de éstos choca con esta área, la reacción se produce con certeza, y si no da en el área el neutrón no reacciona con ese núcleo. Por supuesto esta imagen no es exacta pero sí útil, pues el producto : $N \cdot n \cdot v$ da el n° correcto de colisiones por unidad de volumen.

El producto de σ por el n° de núcleos por cm^3 , se llama sección eficaz macroscópica, su dimensión es cm^{-1} , y da la probabilidad de que un neutrón interaccione en un recorrido unidad :

$$\begin{aligned} \Sigma &= \sigma N \\ \lambda &= \frac{1}{\Sigma} = \text{libre camino medio} \end{aligned}$$

El símbolo σ se reserva para la sección eficaz total, o sea que :

$$\sigma = \underbrace{\sigma_a}_{\text{absorción}} + \underbrace{\sigma_s}_{\text{dispersión elástica}} + \underbrace{\sigma_i}_{\text{dispersión inelástica}}$$

y a su vez :

$$\sigma_a = \underbrace{\sigma_c}_{\text{captura}} + \underbrace{\sigma_f}_{\text{fisión}}$$

Análogamente :

$$\Sigma = \Sigma_c + \Sigma_f + \Sigma_s + \Sigma_i$$

Los valores de la sección eficaz microscópica en función de la energía figuran en tablas y curvas, como las del : B N L 325 (ver ejemplos en Figs. 3,4,5 y 6). Observando las Figs. 3 y 4 se llega a la conclusión de que el U^{235} es un

elemento fisionable (se llama así a los que pueden fisiónar con neutrones de cualquier energía), mientras que el U^{238} requiere una energía mínima de los neutrones ("umbral") : la probabilidad de fisión en U^{238} disminuye bruscamente y tiende a cero si la energía de los neutrones está por debajo del umbral (1,2 MEV).

En particular para neutrones con energías térmicas, se dan tablas de valores, siendo la energía considerada la que corresponde a la velocidad más probable (2200 m/seg., $E = 0,025$ ev).

Ley $\frac{1}{v}$:

Ciertos elementos presentan a energías bajas un comportamiento inversamente proporcional a la velocidad neutrónica en su sección eficaz de absorción, es decir :

$$\sigma_a = \frac{\text{constante}}{v}$$

Es decir, en la zona en que la velocidad neutrónica se distribuye según la maxwelliana, esos elementos absorben según la ley $\frac{1}{v}$; como la tabla da la sección eficaz para la velocidad más probable, V_p , si se desea como es a menudo el caso, la sección eficaz de absorción para la velocidad media del neutrón, V_m , puede procederse de la siguiente forma :

$$\text{valor de la tabla} : \sigma_a (V_p) = \frac{\text{constante}}{V_p}$$

$$\text{valor deseado} : \sigma_a (V_m) = \frac{\text{constante}}{V_m}$$

por lo tanto :

$$\frac{\sigma_a (V_p)}{\sigma_a (V_m)} = \frac{V_m}{V_p} \quad \text{y de aquí :}$$

$$\sigma_a (V_m) = \frac{V_p}{V_m} \sigma_a (V_p) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma_a (V_p)$$

pues por las propiedades de la distribución de Maxwell es :

$$\frac{V_p}{V_m} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \frac{1}{1,128}$$

En definitiva :

$$\bar{\sigma}_a(v_{av}) = \frac{\bar{\sigma}_a(v_p)}{1,128} \quad (2)$$

La tabla establece qué elementos no siguen la ley $\frac{1}{v}$. En ese caso, si se requiere la sección eficaz para la velocidad media, se aplica esta misma corrección "como si" el elemento siguiera la ley $\frac{1}{v}$, y al resultado se le aplica otro factor (f) que da la misma tabla (ver problema 1)

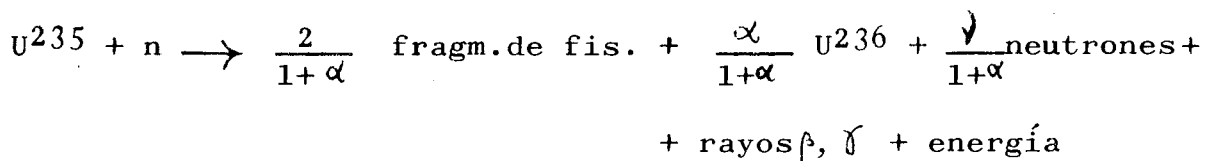
REACCION EN CADENA

Los reactores nucleares son dispositivos en los cuales se producen en gran escala reacciones de fisión provocadas por neutrones y esto resulta en la producción de energía. La condición esencial es que la reacción en cadena se auto-mantenga, o sea, que una vez iniciado el proceso de fisión en unos pocos núcleos, se continúe a través del resto del material sin intervención externa; el logro de este requerimiento es posible pues cada fisión emite al menos dos neutrones. Sin embargo, es necesario considerar la existencia de procesos competitivos como la captura y las pérdidas por escape.

Para visualizar estos primeros conceptos, consideremos el caso más simple de reactor : una esfera de U^{235} puro. Cuando un neutrón interacciona con un núcleo de U^{235} , las dos reacciones más importantes que pueden producirse son : fisión o captura. Dado entonces un cierto n° de neutrones, se producirán ambas reacciones, y la razón del número de reacciones de una y otra clase dependerá solamente de la energía de los neutrones. Si llamamos α a la relación entre el n° de reacciones de captura y el n° de reacciones de fisión, será :

$$\frac{\text{n° de fisiones}}{\text{n° total de reacciones}} = \frac{1}{1+\alpha} \quad , \quad \frac{\text{n° de captura}}{\text{n° total de reacc.}} = \frac{\alpha}{1+\alpha}$$

por lo tanto la reacción promedio del U^{235} con neutrones, teniendo en cuenta que cada fisión produce 2 fragmentos de fisión, ν neutrones, radiación y energía, y la captura produce U^{236} y radiación, puede escribirse como :



Uno de los parámetros más importantes en reactores se designa universalmente por η y es :

$$\eta = \frac{\nu}{1+\alpha}$$

o sea, el número de neutrones emitido por cada neutrón absorbido en el combustible; por supuesto, η depende de la energía del neutrón absorbido, su valor para todos los núcleos fisionables está comprendido entre 1,75 y 3,0. De estos neutrones producidos algunos se perderán a través de la superficie de la esfera, y otros reaccionarán con el U^{235} para dar nuevos neutrones.

En el caso general el combustible está acompañado por otros materiales, que a su vez pueden absorber neutrones. Como la condición mínima para que la reacción en cadena se mantenga es que por cada neutrón absorbido aparezca en promedio un neutrón, conviene definir el factor de multiplicación o de reproducción, como la razón entre el número de neutrones de una generación y el número de la generación inmediatamente precedente. Este factor se representa por k , y para el ejemplo de la esfera de U^{235} puro sería $k = \eta P$ donde P designa la probabilidad de permanencia de los neutrones (o probabilidad de no fuga).

Clasificación de reactores

1) por el tipo de combustible :

a) Uranio natural, heterogéneo

El U natural está compuesto por : U^{238} 99,28%, U^{235} 0,71%, U^{234} 0,058%. La reacción en cadena no puede sostenerse en una masa de U natural por grande que ésta sea, debido a la competencia entre la captura en U^{238} y la fisión. Sin embargo, si el combustible se dispone en barras o bloques separados por materiales moderadores no muy absorbentes de neutrones, como grafito o agua pesada, y que además llevan los neutrones por colisiones elásticas a energías térmicas (ver a esas energías la σ de fisión del U^{235}), entonces es posible alcanzar una reacción en cadena autosostenida.

b) Uranio enriquecido, heterogéneo

Si el moderador utilizado es agua común, tampoco puede obtenerse el sostenimiento de la reacción en cadena en reactores heterogéneos con U natural. En ese caso se emplea U enriquecido : aquél en que se ha aumentado el porcentaje de U^{235} presente. A medida que aumenta el enriquecimiento, la probabilidad de que la absorción neutrónica resulte en fisión también aumenta. Así, mientras que para U natural es : $\eta \approx 1,34$; para U enriquecido solamente al 1% es :

$$\eta \approx 1,51$$

c) Uranio enriquecido, homogéneo

Para altos enriquecimientos es posible obtener el mantenimiento de la reacción en cadena aún en mezclas homogéneas de combustible y moderador. Ejemplo de tales reactores es el "water-boiler" que consiste en un recipiente metálico, esférico o cilíndrico, conteniendo una solución de una sal de U enriquecido.

2) Por la energía de la mayoría de los neutrones que producen fisión :

a) Reactores rápidos

El grueso de las fisiones se produce a causa de la absorción de neutrones con altas energías (más de 100.000ev). No contienen moderador.

b) Reactores intermedios

Energías por encima de las térmicas pero por debajo de los 100.000 ev.

c) Reactores térmicos

Fisiones provocadas por neutrones térmicos (energías del orden de 0,025 ev).

Otros modos de clasificación pueden realizarse por el moderador, o por el sistema refrigerante.

CONSTANTE DE MULTIPLICACION

Fórmula de los 4 factores

Consideraremos solamente el caso de reactores térmicos. Ya hemos visto que para que un reactor de U natural funcione es necesario que el U esté en "pedazos" (barras, bloques) en

medio de un moderador, y los "pedazos" a la distancia óptima; además, sólo con U y grafito muy puros se obtiene el sostenimiento de la reacción en cadena. Antes del primer reactor (1942) no se conocía para la industria del grafito la purificación con que es necesario trabajar en reactores

Para comprender estos factores que deben ajustarse para conseguir la reacción en cadena, sigamos la historia de un neutrón. Supongamos un neutrón lento, absorbido en el U natural, para que se produzca una fisión (que daría en promedio 2,5 neutrones rápidos) debe ser absorbido en U^{235} , no en U^{238} que a esas energías no fisiona; como resultado de la competencia por el neutrón, se obtienen $\eta \approx 1,34$ neutrones rápidos. Mientras son rápidos, a medida que salen del trozo de U natural, algunos neutrones rápidos causan fisión (sobre todo del U^{238} que es el isótopo más abundante : más del 99%) y esto incrementa el número de neutrones rápidos producidos por el neutrón lento inicial, en un factor ξ ($\xi \approx 1,05$ para reactores heterogéneos a U natural y grafito), llamado factor de efecto rápido (o factor de multiplicación rápido) o sea que en total se habrán producido, $\eta \xi$ neutrones rápidos.

A medida que éstos se mueven dentro del moderador, las colisiones con éste hacen que pierda energía. Pero antes de llegar a energías térmicas deben atravesar las energías que corresponden a la captura de resonancia del U^{238} (ver Fig. 5). La probabilidad de que un neutrón se modere a térmico sin ser capturado por el U^{238} depende de la disposición U-moderador (su valor es de alrededor de 87% en Unatural-grafito), se designa con p y se llama probabilidad de escape a la resonancia; por lo tanto, a partir de un neutrón térmico, se producen

$\eta \xi p$ neutrones térmicos

(notar que en U^{235} puro $p = 1$, su valor máximo). Pero antes de que esos neutrones térmicos se absorban en U, pueden ser absorbidos en el moderador, (o en materiales estructurales, refrigerantes, etc.), y sólo una fracción, f , llamada factor de utilización térmica, es absorbida por el uranio, con lo cual se cierra el ciclo. Entonces, el valor final de k_{∞} , factor de reproducción para medio infinito resulta :

$$k_{\infty} = \eta \xi p f \quad (3)$$

expresión conocida como fórmula de los 4 factores

TEORIA ELEMENTAL DE LA DIFUSION NEUTRONICA

Una vez emitidos, los neutrones seguirán un camino recto hasta ser dispersados o absorbidos; como resultado de las colisiones de dispersión un recorrido neutrónico típico tiene forma de zig-zag. Puesto que la dirección de movimiento de un neutrón después de la colisión de dispersión obedece a leyes probabilísticas, las posiciones exactas de los neutrones después de un cierto número de colisiones no pueden predecirse. Pero como no interesa la posición real de un neutrón, sino una expresión de las probabilidades de que se encuentre en las diversas posiciones posibles, la teoría que trata de describir esta "difusión" es de naturaleza estadística, y análoga a la conocida para la difusión de los gases. La diferencia fundamental entre la teoría de difusión de neutrones y la de gases reside en que las moléculas de éstos colisionan entre sí, en cambio los neutrones colisionan sólo con los átomos del medio en que se mueven, dando lugar a ecuaciones lineales más fáciles de tratar.

Concepto de flujo y corriente :

A partir de la fórmula (1), el número total de reacciones por cm^3 y por segundo (reaction rate) resulta :

$$\sum (n v) = \sum \phi$$

$n = n^\circ$ de neutrones/ cm^3

$v =$ velocidad escalar de los neutrones

la cantidad $n v$ se define como el flujo, ϕ , de neutrones en el medio, que puede describirse como la suma de las velocidades de los neutrones presentes en 1 cm^3 .

En cuanto a la corriente, es el número total de neutrones que atraviesa una superficie de 1 cm^2 en un sentido, y la corriente total será la suma de las corrientes en ambos sentidos :

$$J_T = J_- + J_+$$

El cálculo del número de neutrones que atraviesan una superficie puede realizarse considerando los neutrones que habiendo realizado su última colisión en el elemento de volumen dV consiguen atravesar la unidad de área A (Fig. 7), la integral de ese número a todo el semiespacio superior respecto del plano de A resulta en :

$$J_- = \frac{\phi A}{4} + \frac{1}{6 \sum_s} \left(\frac{d\phi}{dz} \right) A \quad (4)$$

$(\phi)_A, \left(\frac{d\phi}{dz}\right)_A$ se calculan en el plano A)

Repitiendo el proceso para el semi-espacio inferior se obtiene :

$$J_+ = \frac{\psi_A}{4} - \frac{1}{6\Sigma_s} \left(\frac{d\phi}{dz}\right)_A \quad (5)$$

de donde, la corriente total

$$J_T = J_- + J_+ = \frac{\phi}{2} \quad (6)$$

número total de neutrones que atraviesan 1 cm² por segundo

(De aquí resulta una nueva definición de flujo : doble del número de neutrones que atraviesan 1 cm² en 1 seg.)

La corriente neta será :

$$J = J_+ - J_- = -\frac{1}{3\Sigma_s} \left(\frac{d\phi}{dz}\right)_A \quad (7)$$

La corriente resulta en las unidades:

$\frac{\text{neutrones}}{\text{cm}^2 \text{-seg.}}$, que son las mismas que para el flujo.

Para llegar a la expresión (4) es necesario sin embargo partir de ciertas hipótesis que limitan su aplicación :

- 1) Medio homogéneo poco absorbente en relación con la dispersión, o sea :

$$\Sigma_a < \Sigma_s$$

(se cumple en los moderadores, no en el combustible; la homogeneidad no se cumple en las superficies de separación de medios distintos)

- 2) Variación lineal del flujo respecto a la distancia del plano $Z = 0$, o sea :

$$\phi(z) = \phi + \frac{d\phi}{dz} \cdot z$$

esto sólo puede cumplirse lejos de los contornos, ya sea contornos entre medios o externos, pues las variaciones en la densidad neutrónica n (y por tanto en $\phi = n v$) son más rápidas a medida que nos acercamos a las superficies de separación donde hay variación de las propiedades del medio (Σ_s, Σ_a).

La fórmula (7) que da la corriente neta se generaliza a más dimensiones escribiendo :

$$J = -D \cdot \nabla \phi \quad (8) \quad \text{Ley de Fick}$$

($D = \frac{1}{3\Sigma_s}$, coeficiente de difusión, y el operador gradiente $\nabla = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}$ en notación vectorial),

esta ley de Fick fué deducida mucho antes del descubrimiento de los neutrones, en relación con la difusión de gases. Ella establece que la corriente neta de neutrones se realiza desde la región de mayor densidad neutrónica, y es proporcional al gradiente de ésta.

Ecuación de balance - Neutrones monoenergéticos

La ecuación de difusión de neutrones de una única velocidad puede obtenerse considerando las causas del crecimiento y decrecimiento de la densidad neutrónica. El principio básico es la conservación o balance de neutrones, de modo que la variación temporal de la densidad neutrónica se iguala con la producción menos las "fugas" y menos la absorción :

$$\text{Producción} - \text{fugas} - \text{absorción} = \frac{\partial n}{\partial t}$$

$$(n = n^0 \text{ neutrones/cm}^3)$$

si el sistema está en equilibrio, o sea estado estacionario, la $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ y en consecuencia :

$$\text{Producción} = \text{fugas} + \text{absorción}$$

Los procesos de producción y absorción ocurren en el volúmen, mientras que el de fugas es un proceso de superficie. Para el cálculo de las "fugas", entendiendo por tales la pérdida o la ganancia de neutrones, es necesario considerar las corrientes de entrada y salida en las caras opuestas del elemento de volúmen (Fig. 8), teniendo en cuenta la ley de Fick, resulta :

$$\begin{aligned} \text{"fugas" neutrónicas por} & \left\{ -D \nabla^2 \phi \right. \\ \text{unidad de volúmen y seg.} & \end{aligned}$$

(∇^2 = operador laplaciano el cual en coordenadas rectangulares es : $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$)

El término de absorción, teniendo en cuenta que el número general de reacciones por cm^3 y por seg. es $\Sigma_a \phi$, será : $\Sigma_a \phi$, y si llamamos S a la producción :

$$D \nabla^2 \phi - \Sigma_a \phi + S = \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (9)$$

ecuación de difusión, sólo aplicable a neutrones monoenergéticos.

Debe tenerse en cuenta que, habiendo utilizado para su derivación la ley de Fick, valen para esta ecuación las mismas restricciones entonces enunciadas, es decir, no se cumple cerca de superficies de separación de medios distintos, debido a la discontinuidad en las secciones eficaces macroscópicas, ni cerca de fuentes. Sin embargo, debido a su simplicidad es utilizada en la mayoría de los casos, imponiendo al flujo condiciones de contorno convenientes.

Una primera aplicación es resolver la ecuación de difusión considerando una fuente puntual de neutrones en un medio infinito. En ese caso, se resuelve la ecuación diferencial con $S = 0$ fuera del lugar ocupado por la fuente :

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{L^2} \phi = 0 \quad \left(\frac{1}{L^2} = \frac{\Sigma_a}{D} \right)$$

y luego se aplican en la fuente las condiciones de contorno apropiadas.

Resulta así que el flujo a distancia r de la fuente está dado por

$$\phi = \frac{e^{-r/L}}{4\pi D r} \quad (10)$$

Como en general cualquier fuente puede considerarse formada por una distribución de fuentes puntuales, la solución puede obtenerse por superposición de las soluciones de fuente puntual.

El parámetro L tiene significado físico preciso, que puede derivarse a partir de la expresión (10): calculemos la distancia media cuadrática recorrida por un neutrón desde su nacimiento hasta su absorción (como se trata de neutrones monoenergéticos, la única aplicación con sentido es la realizada para neutrones térmicos) :

$$\overline{r^2} = \frac{\int_0^\infty r^2 (4\pi r^2 \Sigma_a \phi) dr}{\int_0^\infty 4\pi r^2 \Sigma_a \phi dr}$$

que nos da :

$$\boxed{\overline{r^2} = 6 L^2} \quad (11)$$

por esto L se designa longitud de difusión y su cuadrado es la sexta parte del recorrido cuadrático medio de un neutrón (térmico) desde el lugar en que se hizo térmico hasta el lugar

en que es absorbido.

Medio homogéneo finito

Se hace necesario introducir condiciones de contorno en las superficies externas. Es evidente que la densidad neutrónica será muy pequeña fuera del medio, sin embargo no puede ser cero pues los neutrones salen del medio a través de su superficie. Una condición de contorno más exacta se obtiene considerando que, si la superficie es convexa, no entran neutrones desde el exterior al medio; o sea, en el caso estacionario ($\frac{\partial n}{\partial t} = 0$) será :

$$J_{-} = \frac{1}{4} \phi + \frac{1}{6L} \text{grad } \phi = 0 \quad (12)$$

lo cual también puede expresarse diciendo que si el flujo se extrapola linealmente fuera del medio, se anula a una distancia d , tal que $\phi + d \text{ grad } \phi = 0$ lo cual según (12) significa que :

$$d = \frac{2}{3L} \quad \text{distancia de extrapolación}$$

DISTRIBUCION EN ENERGIA DURANTE LA DIFUSION

Hasta ahora se supuso neutrones monoenergéticos. Considerar la difusión de neutrones rápidos en un medio moderador significa agregar una nueva variable : la energía, lo cual complica el tratamiento matemático. No existe por tanto un conjunto de ecuaciones y aproximaciones capaz de dar solución satisfactoria en todos los casos, sino que las aproximaciones deben elegirse de modo de satisfacer de la mejor manera las necesidades del caso que interese. La más utilizada es la teoría de Fermi llamada de la edad neutrónica.

Antes de dar una descripción de la misma, necesitamos introducir ciertos conceptos. El proceso de moderación se realiza principalmente por dispersión elástica de los neutrones, pues sólo neutrones con mayor energía que el primer estado excitado de los núcleos del medio pueden perder parte de la misma en colisión inelástica; en consecuencia, las colisiones inelásticas tienen papel importante en la reducción de la energía de los neutrones de fisión hasta alrededor de 100 kev, y sólo por colisiones elásticas puede llevarse a energías mucho menores. De allí la necesidad de introducir un moderador en los reactores llamados térmicos. Por otra parte, la teoría usual de la moderación supone que los núcleos con que los neutrones colisionan están en reposo, hipótesis incorrecta para energías por debajo de 0,1 ev. Es

decir que el rango de validez de esta teoría de moderación abarca aproximadamente de 0,1 ev hasta 100 kev, que por otra parte es prácticamente el intervalo de energía en que tiene lugar el proceso de moderación.

Dispersión elástica :

La dispersión elástica sufrida por un neutrón contra un núcleo, puede ser tratada por los métodos de la mecánica clásica, suponiendo que ambas partículas se comportan como esferas perfectamente elásticas. Por aplicación de los principios de conservación de momento y de energía se deriva una relación entre la energía antes del choque, después del choque y el ángulo de dispersión, a saber :

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} = \frac{A^2 + 2 A \cos \vartheta + 1}{(A+1)^2} \quad (13)$$

E_1 = energía antes del choque

E_2 = energía después del choque

ϑ = ángulo de dispersión medido en el sistema que toma como estacionario al centro de masa del sistema neutrón-núcleo

De la expresión anterior puede obtenerse las pérdidas fraccionales extremas de energía en una sola colisión elástica. En efecto, el valor máximo, dado A, se obtiene para $\cos \vartheta = 1$, $\vartheta = 0^\circ$ lo cual da la mínima pérdida de energía :

$$E_2 = E_1 \quad , \quad \text{en un choque "rasante".}$$

El valor mínimo de (13), que corresponde a la pérdida máxima de energía posible en una colisión, resulta de un choque en el cual

$$\cos \vartheta = -1 \quad , \quad \vartheta = 180^\circ$$

o sea :

$$E_2 = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 \cdot E_1$$

Por ejemplo, en C, para el cual $A=12$, la máxima pérdida de energía resulta ser del 28%.

A partir de estas consideraciones puede obtenerse el valor medio de la pérdida logarítmica de energía, definiendo previamente una nueva variable, equivalente a la energía, llamada letargo : $u = \log \frac{E_0}{E}$ donde E_0 es un nivel fijo de energía, suficientemente alto como para que u sea positivo

cualquiera sea el valor E correspondiente de la energía neutrónica, (en general se toma $E_0 = 10$ MEV). Obsérvese que, mientras E decrece durante la moderación, u crece.

Con la suposición de que ξ , el ángulo de dispersión, tiene distribución esféricamente simétrica, se llega a que:

$$\xi = \frac{\ln \frac{E_1}{E_2}}{\ln \frac{A-1}{A+1}} = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1}$$

que, para valores de A mayores de 10 puede aproximarse por :

$$\boxed{\xi = \frac{2}{A + \frac{2}{3}}} \quad (14)$$

Se observa que este decrecimiento logarítmico medio de la energía es independiente de la energía inicial, es decir que, en colisiones con un núcleo determinado un neutrón pierde siempre, en promedio, la misma fracción de la energía que tenía antes del choque.

Este parámetro ξ da una primera idea de la bondad de un moderador, pues es inversamente proporcional al número de colisiones necesarias para llevar un neutrón desde las energías de fisión hasta las térmicas. Pero para una mejor valoración es necesario considerar la probabilidad de dispersión elástica, y la relación entre ésta y la probabilidad de absorción. Por tanto se definen :

$$\begin{aligned} \text{poder de moderación} &= \xi \cdot \sum S \\ \text{razón de moderación} &= \xi \cdot \frac{\sum S}{\sum a} \end{aligned}$$

Esta última da un buen criterio de elección de un moderador.

TEORIA DE LA EDAD NEUTRONICA (de Fermi)

La hipótesis fundamental para esta teoría consiste en considerar que los neutrones atraviesan al moderarse todos los niveles de energía, o sea que la moderación se realiza en forma continua, no en saltos (de altura promedio ξ para escala logarítmica). Esta hipótesis estará más lejos de la realidad cuanto menor sea la masa del núcleo, o sea para H, D y en general para masas menores que la del C.

Para llegar a la ecuación que describe el balance neutrónico debemos analizar lo que ocurre en un elemento de

volúmen, dv , para neutrones de letargos en el intervalo $(u, u+du)$; la entrada y salida de los neutrones puede expresarse en función de la densidad de moderación, $q(u, r)$, definida como el n° de neutrones que cruzan un nivel u de letargo al moderarse, por cm^3 y por segundo.

Aplicando la ecuación de difusión para neutrones mono-energéticos al nivel de energía correspondiente, y teniendo en cuenta que además los neutrones aparecen o desaparecen del conjunto por moderación, si la absorción del medio es despreciable, resulta la siguiente ecuación para estado estacionario :

$$\nabla^2 q(u, r) = \frac{\sum_s}{D} \frac{\partial q(u, r)}{\partial u}$$

Usualmente se introduce la variable τ , llamada edad neutrónica, definida como :

$$\tau(u) \equiv \int_0^u \frac{D}{\sum_s} du \quad \text{y la}$$

ecuación de la edad resulta :

$$\nabla^2 q = \frac{\partial q}{\partial \tau} \quad (15)$$

Obsérvese que τ tiene dimensión de área.

Si se supone fuente puntual en medio infinito, la solución de la ecuación de la edad es : (tomando como origen de coordenadas la posición de la fuente)

$$q(r, \tau) = \frac{e^{-r^2/4\tau}}{(4\pi\tau)^{3/2}} \quad (\text{Fig. 9})$$

Si se calcula el recorrido cuadrático medio de un neutrón, desde su nacimiento hasta que llega a energía térmica, se obtiene :

$$\tau_{\text{térmico}} = \frac{\overline{r^2_t}}{6} \quad \text{y en general,}$$

$\tau = \frac{\overline{r^2}}{6}$ si se toman los recorridos desde el origen del neutrón hasta llegar a la energía E , siendo τ el valor correspondiente de la edad a esa energía. Esta significación física de la edad, permite su obtención experimental (ver Tabla 1).

Utilizando teorías de difusión y de la edad, la ecuación de balance en un reactor térmico, homogéneo, (combustible y moderador), para neutrones térmicos resulta :

$$D \nabla^2 \phi_{\text{tér.}}(\underline{r}, t) - \Sigma a \phi_{\text{tér.}}(\underline{r}, t) + p q(\underline{r}, \tau_{\text{tér.}}, t) =$$

$$= \frac{1}{\tau} \frac{\partial \phi_{\text{tér.}}(\underline{r}, t)}{\partial t}$$

El primer término representa los neutrones térmicos que desaparecen por "fugas", el segundo los que son absorbidos; el tercero la producción de neutrones térmicos : en efecto, por definición, q es el número de neutrones que por cm^3 y por segundo atraviesan el nivel de energía considerado, en este caso el térmico, y se lo multiplica por p = probabilidad de escape a la absorción de resonancia pues en su deducción ésta no fué considerada.

Si el sistema multiplicativo se encuentra en estado estacionario ($\frac{\partial \phi_{\text{tér.}}}{\partial t} = 0$), y no hay fuente externa de neutrones, el significado de ese estado es que se produce una reacción en cadena autosostenida : se dice que el sistema está en estado crítico, o sea, la multiplicación efectiva, dada por el producto de k_{∞} por la probabilidad de permanencia (no fuga) de los neutrones desde su nacimiento en la fisión hasta su absorción como térmicos :

$$k_{\text{eff.}} = k_{\infty} \cdot P = 1$$

Se sabe que $k = \eta \epsilon p f$, y que P debe estar formado por dos factores :

P_r : para neutrones durante la moderación

P_t : para los neutrones térmicos

Estas probabilidades surgen precisamente de la solución de las ecuaciones de difusión durante la moderación y de las ecuaciones de difusión de neutrones térmicos. Esta última

puede escribirse $\nabla^2 \phi + B^2 \phi = 0$ ecuación de ondas, resoluble sólo para ciertos valores de B^2 , los autovalores, B^2 recibe el nombre de buckling pues da la curvatura del flujo

$$j^0 \frac{\nabla^2 \phi}{\phi} = -B^2$$

Resulta completamente la ecuación inicial, las probabilidades de permanencia resultan :

$$P_r = e^{-B^2 \tau}$$

$$P_t = \frac{1}{1 + L^2 B^2}$$

Por tanto, la condición de criticidad para un sistema multiplicativo es :

$$k_{eff} = \frac{k_{\infty} e^{-B^2 \tau}}{1 + L^2 B^2} = 1$$

Respecto de B^2 ésta es una ecuación trascendente que puede resolverse por pruebas sucesivas, el valor obtenido se llama buckling material pues sólo depende de las propiedades del sistema. Por otra parte, el valor del buckling obtenido de la ecuación de ondas, depende sólo del tamaño y forma del sistema, por lo cual se lo llama buckling geométrico, y la condición de criticidad puede escribirse :

$$B^2_{mat.} = B^2_{geom.} \quad (\text{Tabla 2})$$

Potencia :

Una vez conocidas las dimensiones críticas y la distribución del flujo en un reactor térmico, la densidad local de potencia está dada por el producto $\bar{\phi}_t \Sigma_f$, y la potencia útil del reactor será :

$$P = \frac{\bar{\phi}_t \Sigma_f V}{C}$$

$C = 3,3 \times 10^{10}$ fisiones/watt-seg

$\bar{\phi}_t$ = flujo térmico medio

Pues la fisión de 1 átomo de U^{235} produce aproximadamente 3×10^{-11} watt-seg.

CONTROL Y DEPENDENCIA TEMPORAL

Para operar un reactor en estado estacionario éste debe ser exactamente crítico, o sea $k_{eff} = 1$. Pero es evidente que a medida que el reactor opera, una serie de factores tiende a disminuir la multiplicación, (consumo de combustible, variación de temperaturas y aparición de "venenos" : algunos de los fragmentos de fisión son o producen elementos que capturan neutrones). Para superar este problema, es necesario diseñar y construir el reactor de modo que éste tenga un exceso en su k_{eff} , o sea

$$k_{exc} = k_{eff} - 1 > 0$$

$$(\text{ se llama reactividad } \rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}})$$

Este exceso se controla por medio de barras de control. Las mismas sirven también para "parar" el reactor y luego para ponerlo en funcionamiento. El comportamiento temporal de un reactor, sea subcrítico o supercrítico, determina los procedimientos de rutina; por ejemplo, la velocidad con que deben retirarse las barras de control para llegar a potencia sin riesgos, con qué rapidez las barras de seguridad pueden detener la reacción en cadena; o qué crecimiento experimentaría la reacción en cadena si accidentalmente se aumentara la constante de multiplicación.

La dependencia temporal del flujo puede expresarse como :

$$\phi(r, t) = \phi_0(r) \cdot e^{\frac{k_{exc}}{\ell} t}$$

donde ℓ = vida media de los neutrones; $k_{exc} = k_{eff} - 1$

Se llama período el tiempo en el cual el flujo se multiplica por "e", o sea :

$$T = \frac{\ell}{k_{exceso}} = \frac{\ell}{k_{eff} - 1}$$

De acuerdo con esas ecuaciones veremos cómo aumentaría el flujo neutrónico en el tiempo, para un exceso de sólo 0,005, por ejemplo en un medio con U y C, donde

$$\ell \simeq 10^{-3} \text{ seg}, T = 0,2 \text{ seg}$$

$$\text{en } \underline{1 \text{ seg}} : \phi_0 \times e^5 = 150 \phi_0$$

$$\text{en } \underline{10 \text{ seg}} : \phi_0 \times e^{50} = 5 \times 10^{21} \phi_0 \quad \text{lo cual implica}$$

imposibilidad de controlar la reacción en cadena. Pero la realidad es que no todos los neutrones emitidos en la fisión salen de inmediato, sino que una pequeña fracción, el 0,65% del total, aparece con un retraso que puede llegar a varios segundos.

La explicación está en que estos neutrones retardados son emitidos por algunos de los fragmentos de fisión de acuerdo con las leyes de la emisión radioactiva.

Agrupando los precursores de acuerdo con su vida mitad, pueden considerarse 6 grupos de neutrones retardados, a saber :

	Vida Media (seg)	(Fracción) β_i	$\beta_i \tau_i (\tau_i = \frac{\text{vida media}}{0,693})$
1	55,7	0,00021	0,0171
2	22,7	0,00141	0,0463
3	6,22	0,00127	0,0114
4	2,30	0,00255	0,0085
5	0,61	0,00074	0,0007
6	0,23	0,00027	0,0001
		$\sum \beta_i = \beta = 0,0065$	$\sum \beta_i \tau_i = 0,084$

La acción de estos neutrones retardados extiende el ciclo temporal efectivo del reactor, pues ahora el tiempo $\bar{\ell}$ debe ser aumentado

$$\bar{\ell} = \sum \beta_i \tau_i + \ell$$

de modo que en el ejemplo antes considerado el período resultará :

$$T = \frac{\bar{\ell}}{k_{\text{exc}}} \simeq 17 \text{ seg}$$

que permite controlar el sistema.

Nº de neutr./energ.unidad

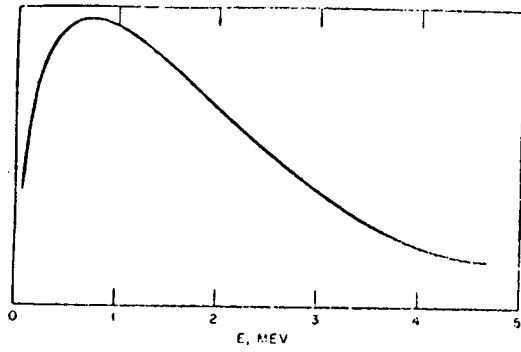


Fig. 1 - Espectro de energía de los neutrones de fisión.

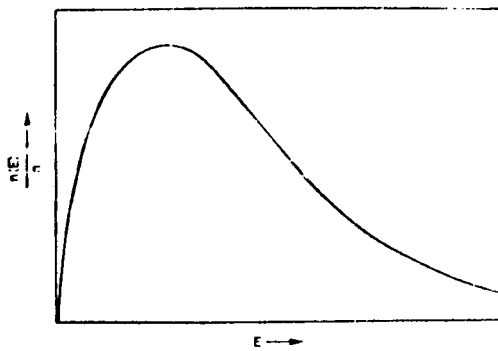


Fig. 2 - Espectro Térmico Maxwell-Boltzmann

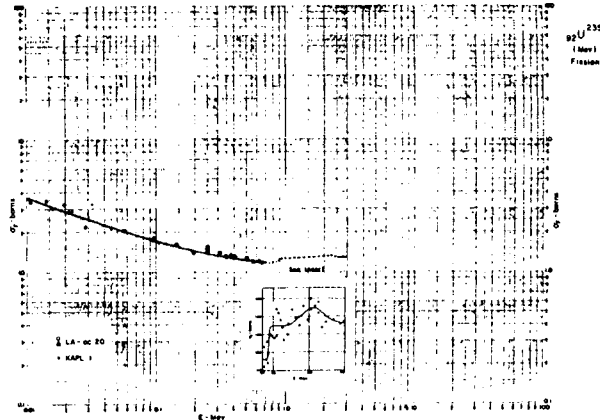


Fig. 3a - $\sigma_g^{U^{235}}$ a energías altas

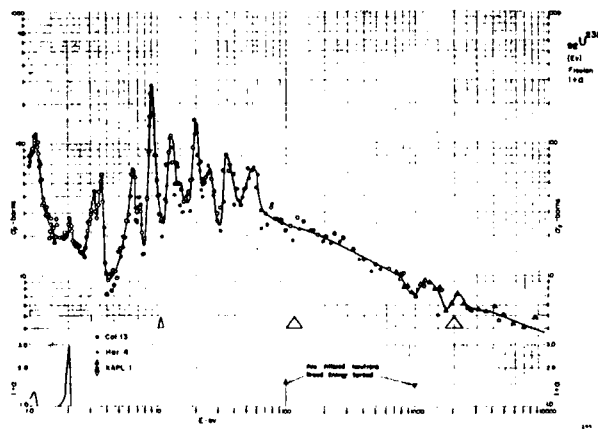


Fig. 3b - $\sigma_g^{U^{235}}$ a energías intermedias

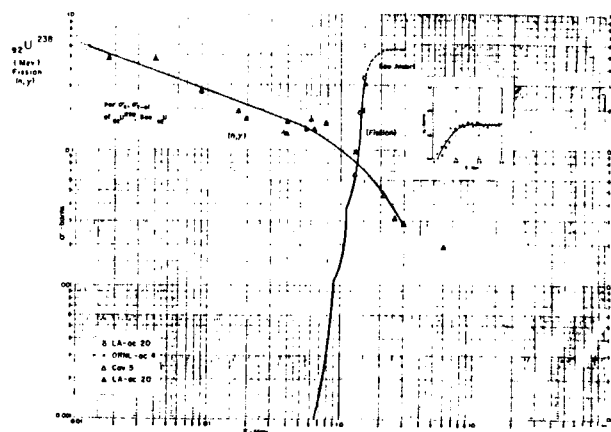


Fig. 4 - $\sigma_f^{U^{238}}$ a energías altas

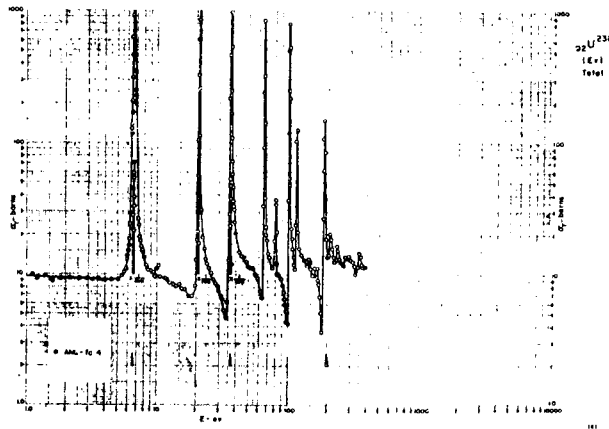


Fig. 5 - $\sigma_a^{U^{238}}$ (Resonancias)

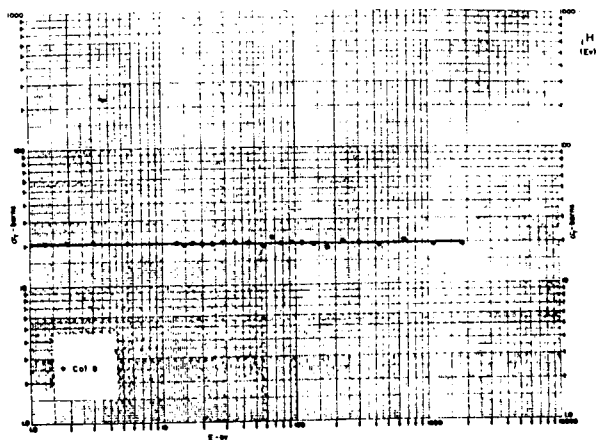


Fig. 6a - σ_{Total}^H a energías intermedias

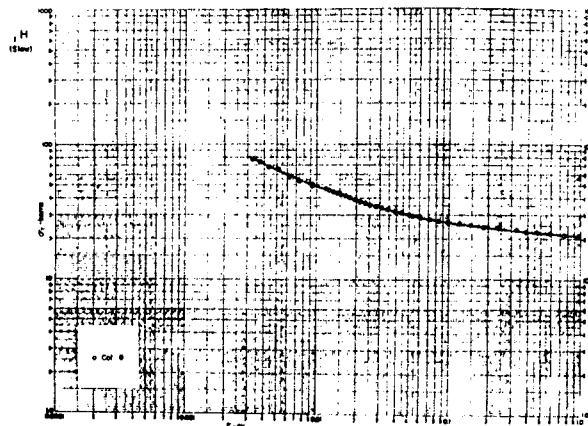


Fig. 6b - σ_{Total}^H a bajas energías

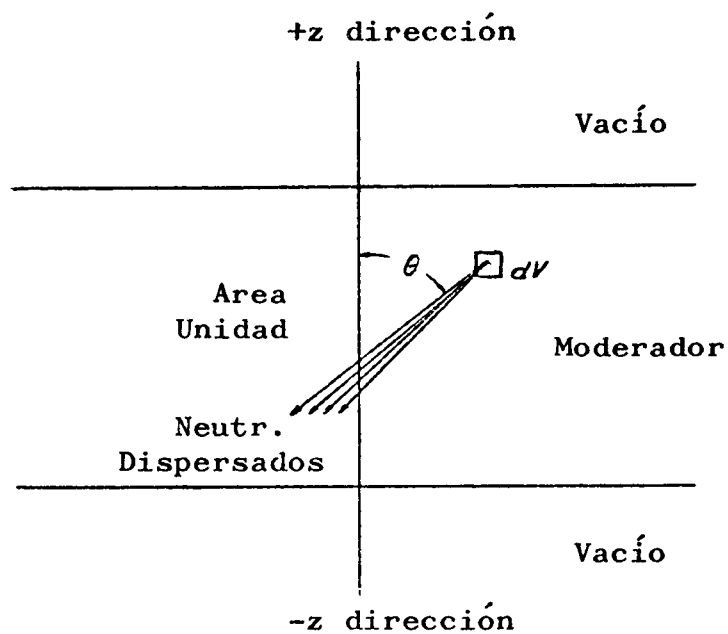


Fig.7 - Geometría para obtener la corriente neutrónica.

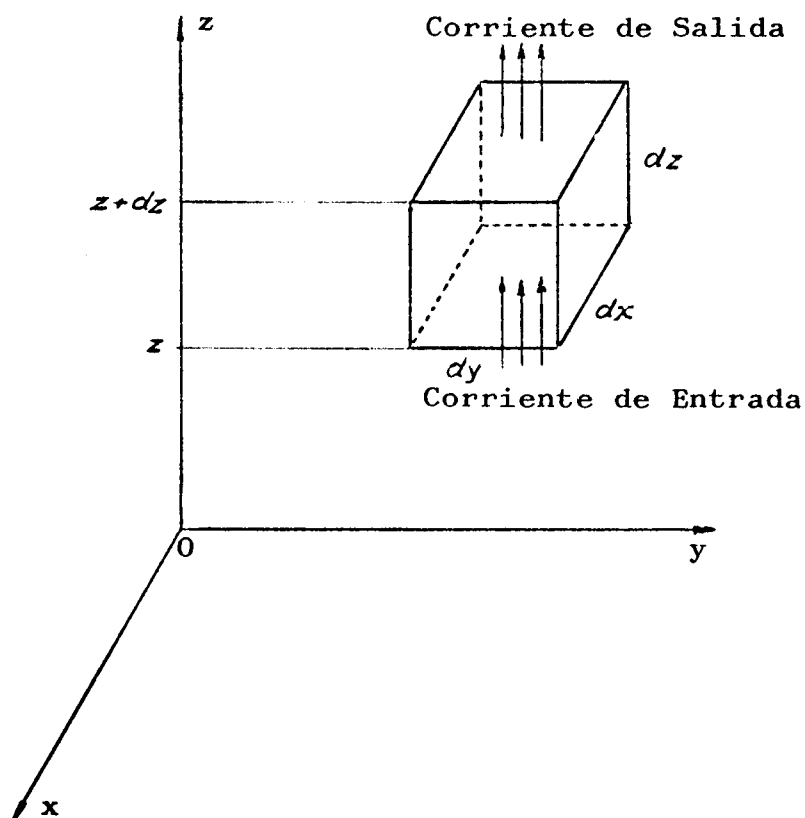


Fig.8 - Análisis del balance neutrónico en el elemento de volumen.

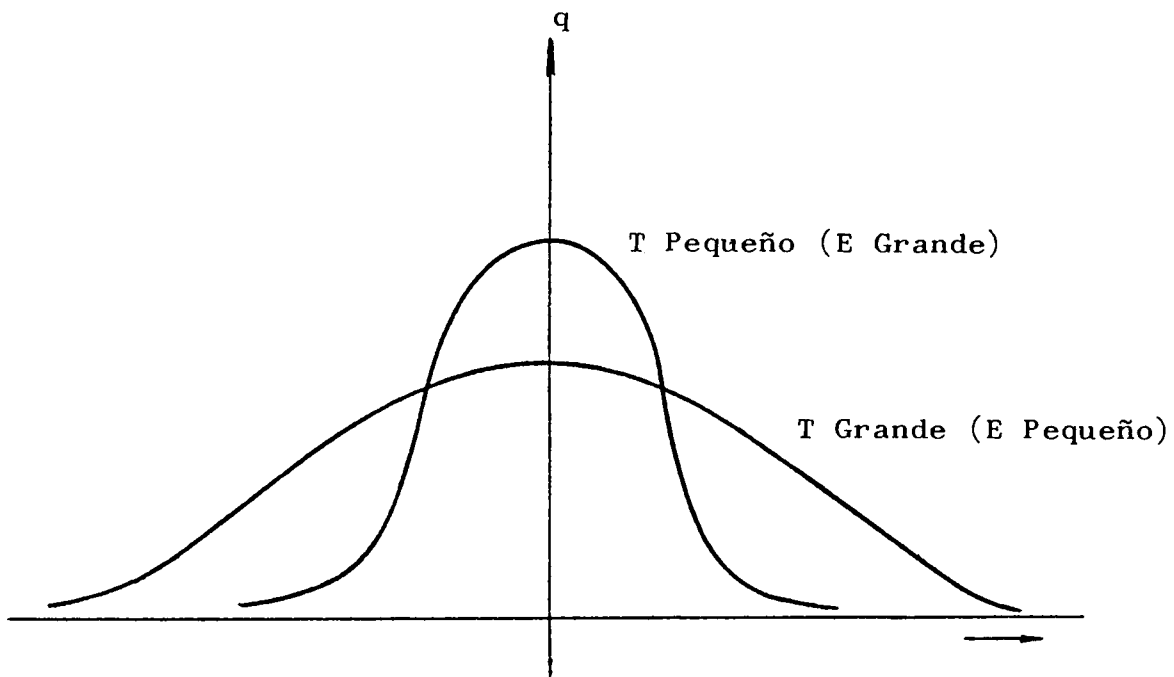


Fig.9 - Distribución espacial de la densidad de moderación alrededor de una fuente puntual.

Tabla 1 - Edad de los neutrones térmicos desde la fuente de fisión.

<u>Moderador</u>	<u>Edad</u> (cm ²)	<u>Long.de recod.</u> (cm)
Agua	33	5.7
Agua Pesada	120	11.0
Berilio	98	9.9
Grafito	350	18.7

Tabla 2 - Expresiones para el "buckling" geométrico.

<u>Forma</u>	<u>Dimensiones</u>	B_c^2
esfera	R	$(\pi/R')^2$
slab	H (espesor)	$(\pi/II')^2$
paralelepípedo	H,W,L	$(\pi/II')^2 + (\pi/W')^2 + (\pi/L')^2$
cubo	S	$3(\pi/S')^2$
cilindro infinito..	R	$(j_0/R')^2$ *
cilindro	R,H	$(j_0/R')^2 + (\pi/II')^2$

* $j_0 = 2,4048$