

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº	AÑO
1	1977

09.77.05

CNEA-NT 7/77

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION

ELECTROMETRO BASADO EN UN AMPLIFICADOR OPERACIONAL CON PUENTE DE VARACTORES

JOSE NAKASONE

1977

ELECTROMETRO BASADO EN UN AMPLIFICADOR OPERACIONAL CON PUENTE DE VARACTORES

I- INTRODUCCION

El objetivo inicial del desarrollo del presente instrumento fué la medición de cargas y corrientes medias del orden de 10^{-12} A, provenientes de una cámara de ionización absoluta, con una precisión superior a algunas décimas de por ciento de error.

Previamente se realizaron evaluaciones exhaustivas en un electrómetro de "lengüeta vibrante", y luego en un instrumento provisorio de ensayo provisto de un amplificador con conversor de puente de varactores, cuyas pruebas arrojaron satisfactorios resultados.

Durante su desarrollo surgieron nuevas aplicaciones en cámaras, detectores, monitores y ensayos eléctricos y electrónicos de precisión, para corrientes débiles de bajas frecuencias.

La construcción de los dos primeros instrumentos estuvo a cargo del señor Ignacio B. Mayans. Del ingeniero Santiago F. Pinasco se recibió permanente apoyo durante la ejecución de los presentes electrómetros, por lo que expresamos nuestro pleno reconocimiento.

II- FUNDAMENTOS

1) Realimentación negativa y compensación de la sobretensión de entrada

Las armaduras del capacitor C de integración (Fig.1) se conectan entre la entrada y la salida del amplificador operacional con el fin de utilizar al máximo su amplificación de potencial A. Para una tensión de salida V_o de 10 V y un valor de A de 10^5 , la tensión v de entrada será de 0,1 mV.

Para diversos fines esta sobretensión es despreciable, por lo que la entrada se considera tierra virtual. La resistencia de aislación de entrada puede descender hasta $10^{11} \Omega$ en tales condiciones, para medir corrientes del orden de 10^{-12} A, con pérdidas de 0,1%.

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION

ELECTROMETRO BASADO EN UN AMPLIFICADOR OPERACIONAL CON PUENTE DE VARACTORES

JOSE NAKASONE

RESUMEN

Se ha desarrollado un electrómetro para la medición de cargas entre 10^{-6} y 10^{-9} C y de corrientes entre 10^{-7} A y 10^{-12} A con una precisión de pocas décimas de por ciento. Previamente fueron estudiadas las características de un electrómetro de lengüeta vibrante, donde se ensayaron los capacitores de integración. Se investigaron los fundamentos y las características de un amplificador operacional con conversor de puente de varactores. Se evaluaron las propiedades de las llaves de lengüeta magnética para su uso en las llaves de descarga, de entrada y de escalas. Se adjunta a este informe un apéndice sobre la teoría del puente de varactores.

SUMMARY

An electrometer was developed to be operated in a range of 10^{-9} C - 10^{-6} C and 10^{-12} A- 10^{-7} A with a few tenths per cent of accuracy. Previously a vibrating reed electrometer was studied, where the integrating capacitors were tested. The principles and characteristics of an operational amplifier with a varactor bridge converter were investigated. Some magnetic reed switches were studied to be used like discharge, input and scale changing switches. An appendix was added to this report, about the varactor bridge theory.

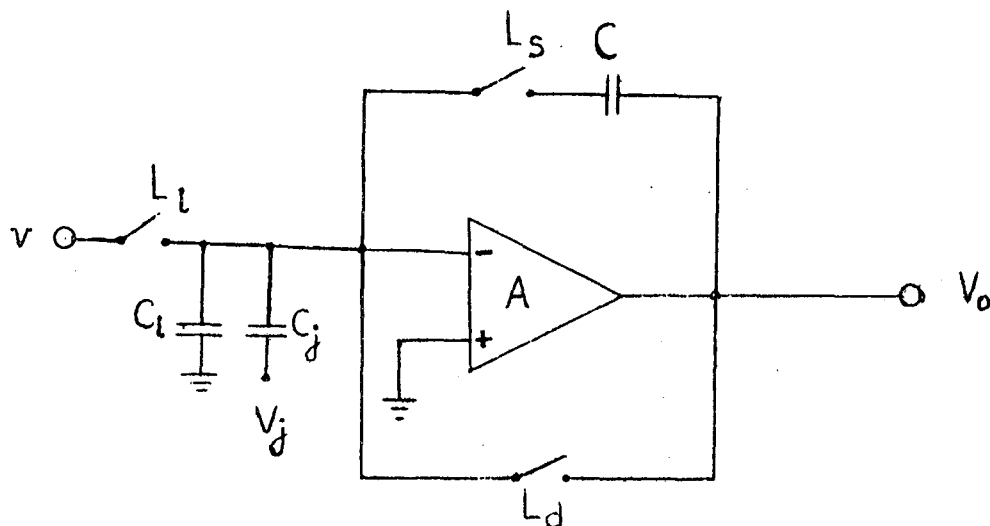


Figura 1

2) Factores de corrección para las lecturas en el electrómetro

Sea Q_v la carga verdadera y Q_m la medida y calculada $= C \cdot V_o$. Entonces, el factor de corrección vale:

$$F \equiv \frac{Q_v}{Q_m} = 1 + \frac{1}{A} + \frac{\sum C_i}{AC} - \frac{\sum \Delta(C_j V_j)}{C V_o}$$

donde (ver fig 1)

C_i = capacidades parásitas de la entrada respecto de la masa.

C_j = capacidades parásitas de la entrada, cuyas armaduras externas están sometidas a las tensiones V_j .

Con $A = 10^5$; $\sum C_i \leq 500$ pF y $C \geq 5.000$ pF, los términos de corrección 2º y 3º son despreciables.

Queda pues el factor

$$F = 1 - \frac{\sum \Delta(C_j V_j)}{C V_o}$$

El término de corrección se puede reducir a voluntad incrementando C y/o V_o , si ello resulta operativamente razonable. Supongamos que las ΔV_j estén acotadas según $|\Delta V_j| \leq \Delta V_{m\acute{o}x}$. Entonces

$$\frac{\sum C_j |\Delta V_j|}{C |V_0|} \ll \frac{\Delta V_{\text{máx}} \sum C_j}{C |V_0|}$$

Tomando el caso más desfavorable para el presente electrómetro ($\sum C_j = 500 \text{ pF}$; $C = 5.000 \text{ pF}$; $V_0 = 100 \text{ mV}$) se obtiene

$\sum C_j |\Delta V_j| / C |V_0| \ll \Delta V_{\text{máx}}$, con $\Delta V_{\text{máx}}$ en voltios. Luego, con un valor $\Delta V_{\text{máx}}$ de solamente 5 mV, la corrección puede alcanzar a 0,5%.

Para concretar, se da un ejemplo: sea la llave de entrada L_i del electrómetro, con $C_j = 1 \text{ pF}$, $C = 5.000 \text{ pF}$ y $V_0 = 100 \text{ mV}$. Si luego de su desconexión su borne externo alcanzara una tensión de 10 V, la corrección alcanza al 1%. El mismo razonamiento es válido para la llave de puesta a cero L_d y las llaves de escalas L_s . En el término de corrección, la perturbación electrostática es fundamental, a través de las zonas de entrada no blindadas o de los movimientos en las conexiones y los cables de entrada.

3) Capacitores de integración

Capacitores de diversos dieléctricos, características, tamaños y marcas fueron evaluados en el electrómetro de lengüeta vibrante. Pérdidas eléctricas, dependencia térmica y en el tiempo, efecto de polaridad y de absorción de carga eléctrica fueron examinados. Finalmente ciertos capacitores con dieléctrico de poliestireno mostraron poseer las cualidades necesarias para el proyecto.

4) Amplificador operacional (Ver el Apéndice)

Este amplificador electrométrico funciona mediante un conversor basado en un puente de varactores (diodos cuya capacidad varía de acuerdo con la tensión aplicada) "bombeado" por un generador de ondas. El puente está balanceado cuando la señal v vale cero.

La señal v produce un desbalance, el cual es amplificado (ver fig 2) por AC y demodulado por D. Finalmente DC amplifica hasta el valor final V_0 . El ajuste de cero se efectúa con un divisor cuyo punto medio se ajusta entre las fuentes positiva y negativa del amplificador. Para atenuar la histéresis eléctrica, conviene que V_0 se mantenga en el intervalo $\pm 1 \text{ V}$, al menos para el AD-310.

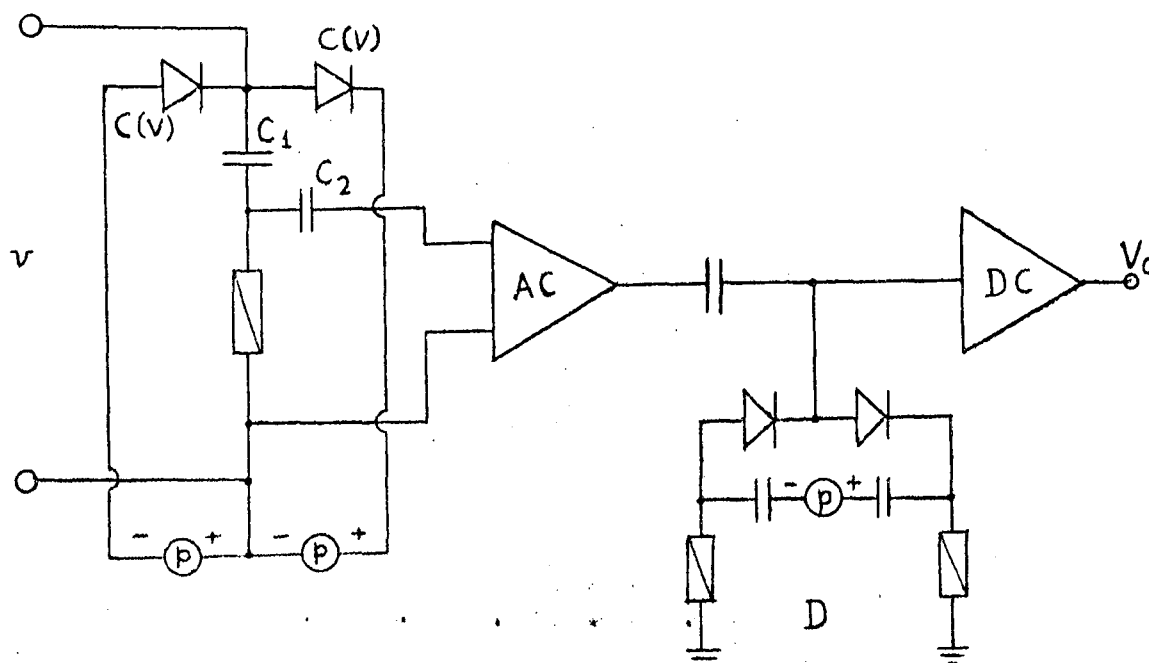


Figura 2

p: oscilador portador de ondas (cuadradas de 100 KHz para el AD-310)

C1 y C2: bloquean las componentes de bajas frecuencias y dan paso a la de "p".

AC: amplificador de señal alternada de bajo ruido.

DC: " " " " directa

D: demodulador sensible a la fase.

5) Llaves de lengüetas magnéticas

Estas llaves interruptoras, accionadas por pequeñas bobinas de baja capacidad parásita, de rápida respuesta y alta aislación, fueron ensayadas cuidadosamente, comprobándose que cumplían con los requisitos exigidos para el uso en el electrómetro como llaves de escala, de entrada y de descarga. Se las representan enmarcadas en las figuras.

De las variedades disponibles en el Departamento de Instrumentación, de marca "Hamlin", se seleccionó la MRC-3, cuyas combinaciones se adoptaron para todos los fines.

Es normalmente (sin energizar) abierta, con contacto de mercurio, ca rece de rebotes y no induce cargas.

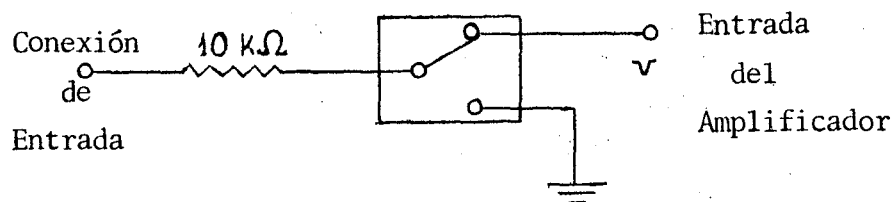


Figura 3

- a) Llaves de entrada: Dos MRC-3, energizadas en oposición de fase. Se adoptó esta disposición en razón de no disponer de una llave apropiada de doble contacto; su objeto es evitar la interferencia de la fuente de corriente sobre el electrómetro. La resistencia de $10\text{ k}\Omega$ protege al electrómetro de señales extremas, (Fig. 3).

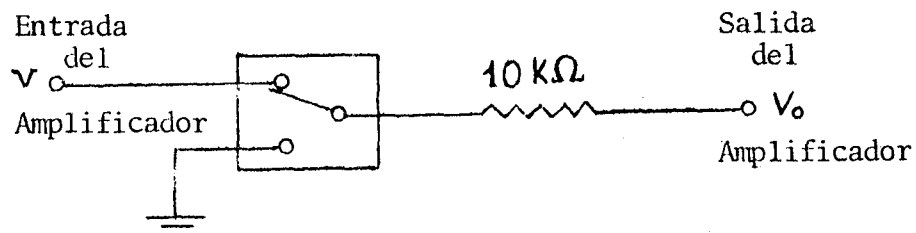


Figura 4

- b) Llaves de descarga: Aquí vale lo indicado en a), reemplazando la fuente de corriente por la salida del amplificador. Tienen por objeto descargar el electrómetro y ajustar su cero. Si éste se quiere determinar en $\pm 0,1\text{ mV}$, la corriente de la fuente de medición no debe superar el valor de 10^{-8} A ; para valores superiores se debe desconectar la entrada (Fig 4).

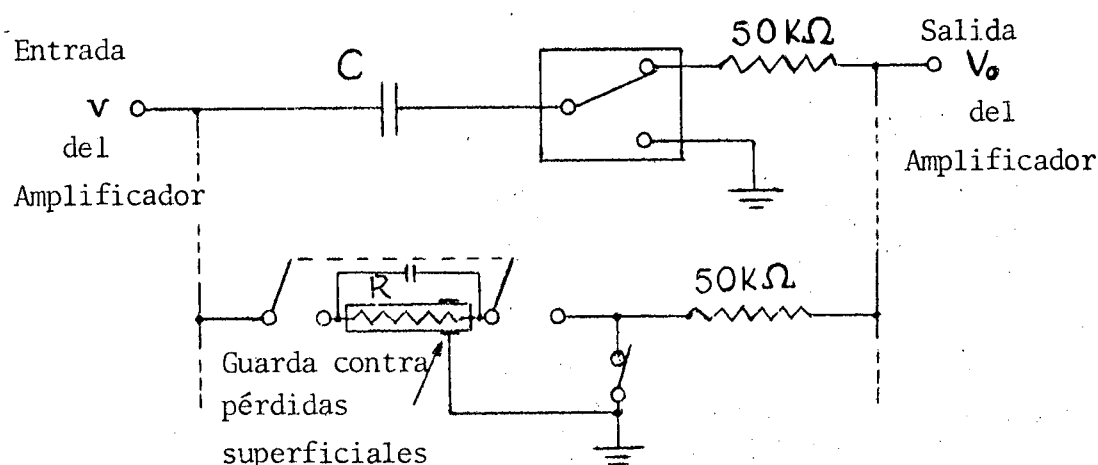


Figura 5

c) Llaves de escalas: Se utilizan dos MRC-3 en cada una de las escalas de integración. Energizadas ambas llaves en oposición de fase, la que se conecta a masa tiene por fin evitar la interferencia de salida V_o sobre la entrada del electrómetro. (Fig 5).

A continuación se tabulan las características, extraídas del folleto comercial de la MRC-3

Tensión de ruptura mínima	1.000 V
Resistencia de la llave abierta	$10^{12} \Omega$
Resistencia de la llave cerrada (máx inicial)	1Ω
Capacidad	0,3 pF
Tiempo de reacción promedio, incluyendo rebotes	1,5 mseg
Corriente máxima	1 Amp
Largo del vidrio	17,8 mm
Diámetro del vidrio	32,8 mm
Ampere-vueltas del carrete	65 ± 15

Las llaves MRH-15 poseen mejor aislación eléctrica ($10^{15} \Omega$); pero la ausencia de la película de mercurio produce el fenómeno de rebotes, cuya consecuencia es la inducción de cargas durante la apertura, lo que es inadmisibles para el electrómetro. Estos rebotes se reducen a niveles satisfactorios conectando en paralelo a la bobina que activa la llave de lengüetas un capacitor del orden de algunos mF; pero entonces se produce un retardo de tiempo superior al período efectivo de rebotes (que es inferior a 1 mseg) en la respuesta.

6) Blindaje electrostático

La zona de entrada del amplificador debe "ver" únicamente superficies conductoras conectadas a masa para evitar la inducción de cargas parásitas. Esta exigencia será menor para mayores capacidades de integración.

7) Blindaje electromagnético

Debido a posibles interferencias eléctricas y magnéticas de las bobinas de control de las llaves de lengüeta magnética, de los transformadores de las fuentes, y de otros elementos, se han separado los recintos de las escalas, de las fuentes, del amplificador, y de ensayo entre sí mediante placas de hierro.

8) Influencias de la temperatura y la humedad

La estabilidad térmica del amplificador reduce el corrimiento del cero; y a menores temperaturas se tienen menores corrientes de fuga. Resistencias y capacitores dependen de la temperatura. En consecuencia, no sólo importa controlar la temperatura ambiental, sino también aislar térmicamente el recinto de las fuentes de alimentación.

La humedad no sólo afecta a los capacitores y resistencias de las escalas, sino también al amplificador en forma marcada. Se manifiesta por corrientes de pérdidas muy superiores a las normales para cada temperatura; valores superiores a 10^{-13} A se observan con los siguientes rasgos: durante las primeras lecturas (algunos minutos iniciales) las pérdidas se van incrementando desde su valor normal hasta alcanzar el nivel correspondiente a las pérdidas en presencia de la humedad.

III DESCRIPCION

Los diagramas de conexiones se dan en la figura 6 y en el Manual del instrumento, que se presenta por separado.

1) Recinto del amplificador

- a) Amplificador electrométrico "Analog Devices" AD310; "corriente de bias" inferior a 10^{-14} A y corriente de ruidos de 10^{-15} Ap-p, duplicándose cada 7°C de incremento de temperatura; amplifica-

ción de tensión $A = 10^5$; impedancia de entrada de 10^{14} ohm, corrimiento de tensión de $10 \mu V/^\circ C$; salida máxima de 10 V y 5 mA.

b) Bandeja de Silicagel, que contiene en el fondo de la caja suficiente cantidad de dicho desecador, para mantener los recintos del amplificador y de las escalas en desecación. Ambos compartimentos deben estar comunicados y ser relativamente estancos.

2) Voltímetro de salida

Mide la tensión V_o a la salida del amplificador (cuya conexión se encuentra en el panel frontal). Debe ser un instrumento digital de 4 1/2 dígitos, con alcances de 100 mV, 1 V y 10 V continuos, con la estabilidad de 0,2% por año, y calibración anual (p.ej. Fluke 8200 A/02). Un método alternativo para la lectura de salida, menos costoso, e integrando el electrómetro propiamente dicho, es fraccionar la tensión V_o con un potenciómetro de precisión, y comparar dicha fracción con una tensión estable de referencia. Esta fuente como el indicador de cero (comparador) podrían ser montados en el recinto de ensayos. La calibración se hará entonces para la tensión de referencia y la linealidad del potenciómetro.

3) Recinto de escalas

a) Se dispone de dos escalas de integración, consistentes en capacitores Mallory, tipo miniatura, con dieléctrico de poliestireno, con valores próximos a 10 kpF y 100 kpF. Miden no sólo cargas sino también se necesitan para medir corrientes débiles con precisión. Los capacitores se calibran con precisión de 0,2% y a $20^\circ C$.

b) Hay cuatro escalas de corrientes, consistentes en resistencias elevadas, calibradas, de alta estabilidad, de alrededor de 10^{11} ; 10^{10} ; 10^9 y 10^8 ohms.

Están montadas sobre una llave "Centralab" con aislación de cerámica. Al igual que en las escalas de integración, aquí también se han efectuado conexiones para evitar la interferencia de la salida sobre la entrada del amplificador.

4) Recinto de las fuentes

- a) Fuente de alimentación AD-902E para el amplificador, estabilizada, de ± 15 V y 100 mA de salida.
- b) Fuente de 2 V para activar las bobinas de las llaves de lengüeta magnética. Las bobinas poseen 4.370 vueltas de hilos de Φ 0,17 mm de cobre con aislación vinílica.
Se requiere una corriente máxima de 12 mA. Debido al contacto de mercurio, la llave MRC3 necesita una corriente de cierre bastante superior a la de apertura.

5) Recinto de ensayos

Consiste en un compartimiento accesible desde el exterior, con una plaqueta sobre la cual se han montado terminales para soldaduras de elementos. Su finalidad es efectuar con la ayuda del electrómetro ensayos de componentes, circuitos electrónicos y dispositivos eléctricos, como así realizar conexiones adicionales más o menos fijas.

IV) ERRORES DEL ELECTROMETRO

Si se han tomado todas las precauciones para el uso correcto del instrumento, el error máximo se obtiene de $I = C V_0 / t$

$$\varepsilon_I = \varepsilon(C) + \varepsilon(V_0) + \varepsilon(t) = (0,2 + 0,2 + 0,1) \%$$

$$\varepsilon_I (\text{máx.}) = \pm 0,5 \%$$

$$\varepsilon_I (\text{medio}) = \pm 0,3 \%, \text{ independientemente de la magnitud de la corriente } I.$$

En la gama de cargas mencionadas en el Resumen, las cargas inducidas por las llaves de entrada y descarga (inferiores a 10^{-12} C) no introducen errores adicionales.

V) MANUAL DE OPERACIONES

Se ha redactado un "Manual para el uso y el mantenimiento del electrómetro modelo ET-111".

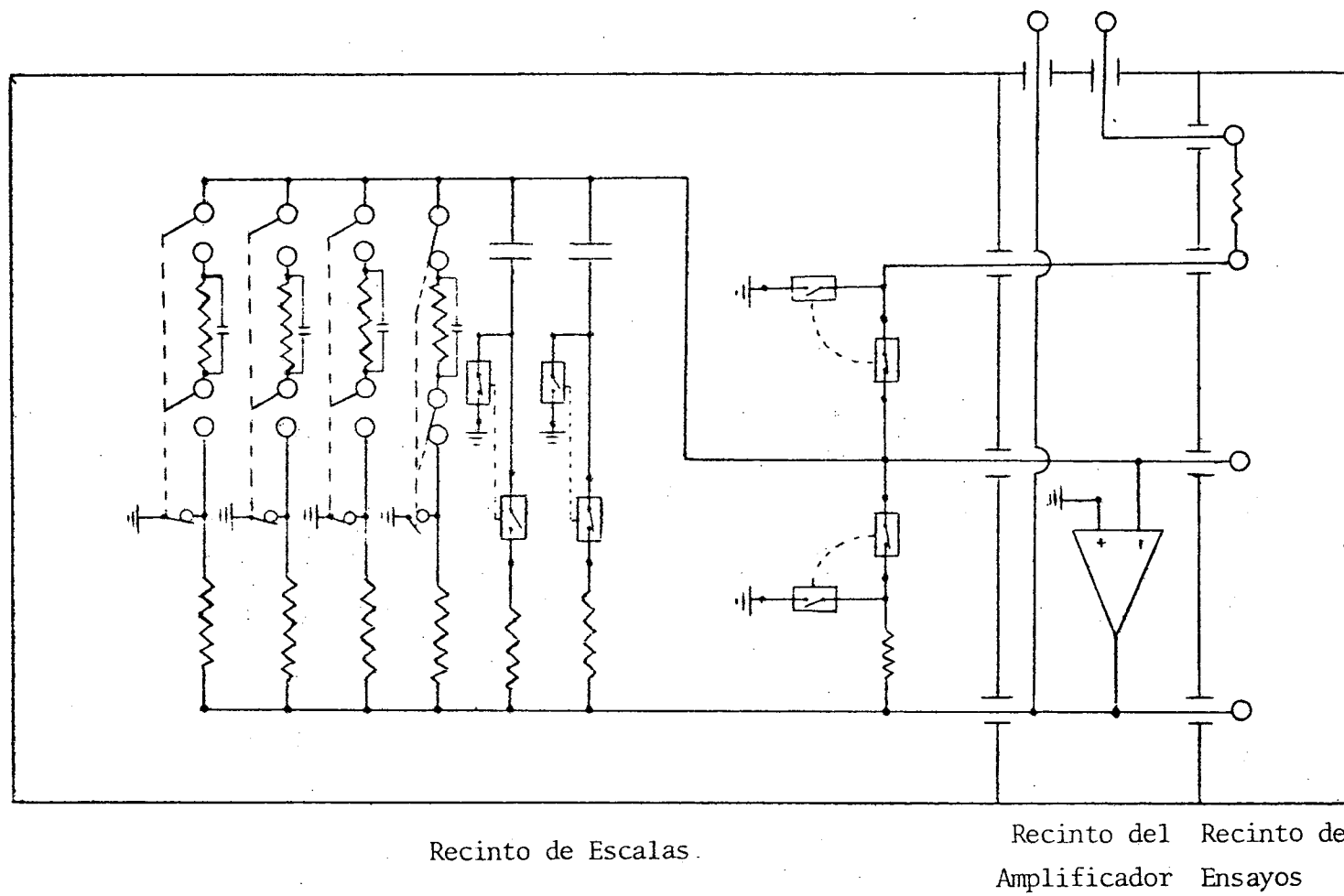


Figura 6

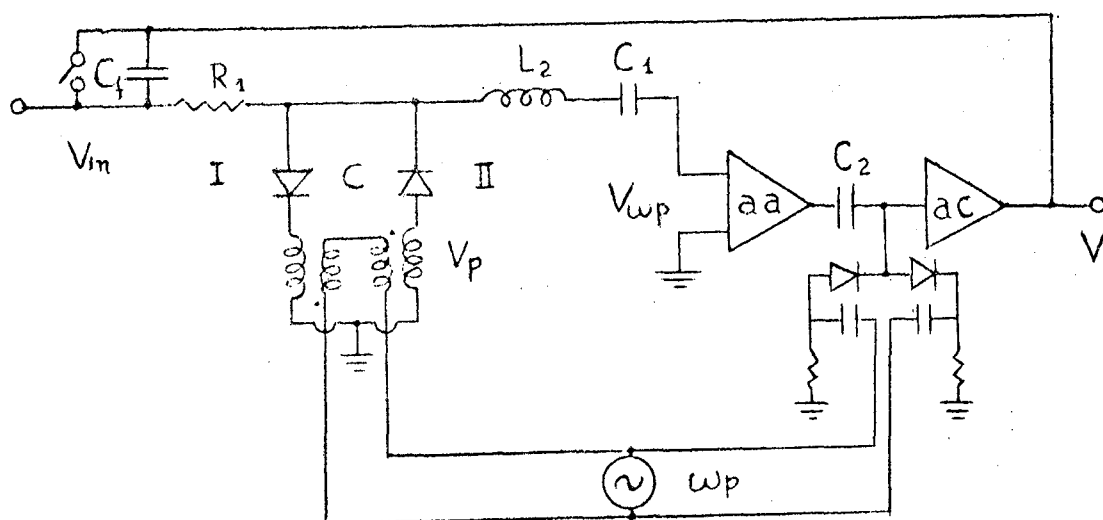
APENDICE

AMPLIFICADOR OPERACIONAL CON PUENTE DE VARACTORES

(Trabajo especial del curso "Fundamentos Físicos de los dispositivos semiconductores". Fac.Cs.Exactas y Naturales, UNBA, 1974).

Principio : Consiste en convertir la carga en una pequeña tensión, la cual se aplica sobre una de las placas del condensador variable. Al oscilar ésta con cierta frecuencia, la tensión continua se convierte en alterna, la cual es amplificable sin inconvenientes. La señal amplificada y alterna se rectifica, y si es preciso, amplificar en continua, se invierte la fase (signo opuesto a la tensión de entrada). Es ésta la señal final, la cual se realimenta a la entrada a través de un capacitor calibrado de calidad apropiada para integración de carga.

El diagrama en bloque comprende: 1°) Conversor directa-alterna; 2°) Amplificador de alterna; 3°) Demodulador alterna-contínua; 4°) Amplificador de continúa e inversor de fase; 5°) Generador de "bombeo" de los varactores.



Los varactores I y II, dispuestos en puente, son diodos de juntura p-n. Aquí se utiliza una de las 3 importantes propiedades de estos dispositivos (rectificación, capacidad, fotosensitividad). Suponiendo diodos de silicio (bajas frecuencias) con perfil abrupto a los efectos de utilizar valores numéricos, obtenemos que, el autopotencial es $V_0=0,7V$ el área eficaz es $A_j = 1 \text{ mm}^2$; la capacidad por unidad de área es

$$C_0 = (q \epsilon N_D / 2 V_0)^{1/2} = 10^5 \text{ pF}; \text{ con } N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

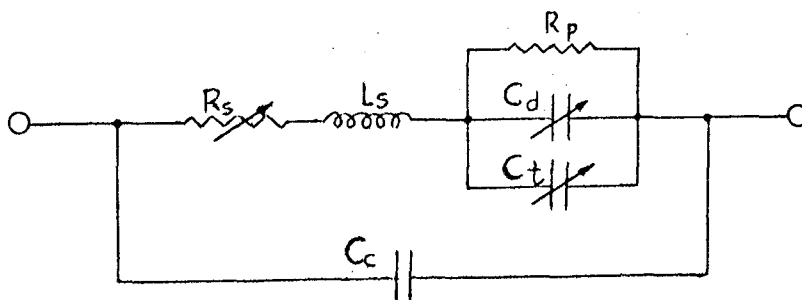
Suponemos que ambos varactores son idénticos. Por razones de uso, V_{in} no debe superar el mV; y las exigencias de precisión requieren que las resistencias en serie de los varactores sean despreciables, y las resistencias en paralelo sean de por lo menos $R_p \approx 10^{12} \Omega$. Además, la ganancia total en tensión debe ser $|V/V_{in}| \geq 10^4$.

R_1 es de bloqueo para la frecuencia de "bombeo" ω_p para evitar la interferencia del bombeo sobre la entrada V_{in} . L_2 cumple la condición de resonancia en serie $\omega_p = (L_2 C_{wp})^{-1/2}$ donde C_{wp} es la componente de C para ω_p . En estas condiciones el puente está balanceado ($V_{wp} = 0$). Los capacitores C_1 y C_2 dan paso a ω_p . La condición $V_p \gg V_{in}$ asegura que la influencia de V_{in} en C sea despreciable.

Al ir incrementándose V_{in} desde cero, el puente se desequilibra más y más, produciendo finalmente la señal V de salida, la cual realimenta negativamente la entrada a través de C_f , con lo cual se logra la estabilidad de la amplificación, reducción de la tensión de entrada y de las capacidades parásitas de la entrada.

Representación circuital de un varactor

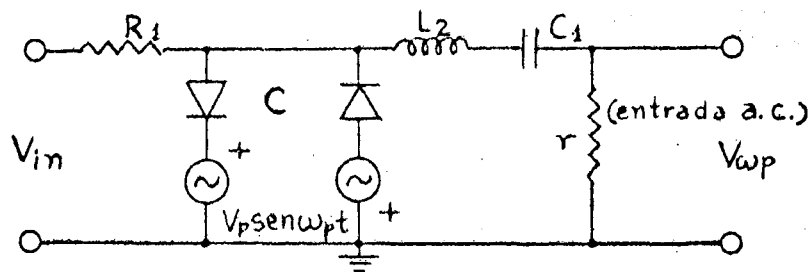
En esta nota interesa básicamente analizar el funcionamiento eléctrico del varactor y del puente de varactores como conversor de señal directa en alterna.



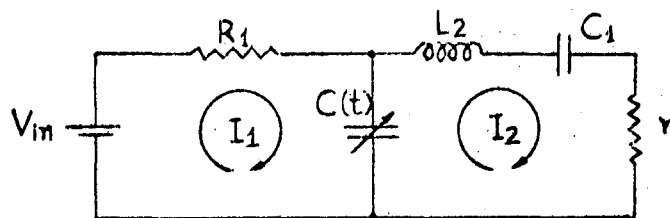
R_s, L_s : hilos + encapsulado + masa del semiconductor
 R_p : resistencia de pérdidas
 C_c : capacidad del encapsulado.

A frecuencias moderadas L_s se omite. R_s y C_c deben reducirse al mínimo para mejorar el rendimiento en el convertidor.

Las capacidades C_d y C_t (de difusión y de transición) se suman; la C_d surge en la polarización directa del varactor; la C_t vale en un intervalo que va desde una pequeña polarización directa (potencial de contacto V_{bi}) hasta una tensión de ruptura inversa definida. A este nivel se inicia un proceso de ionización por choque en avalancha. Si la polarización directa supera el valor del potencial de contacto, la capacidad de transición desaparece. Un varactor se distinguiría de un diodo común por trabajar sólo en el rango anterior de polarización; como así, por lógica, poseer una superficie de juntura plana y extensa; y niveles de calidad tales como bajas pérdidas eléctricas.



El anterior diagrama representa el circuito equivalente de un puente de varactores. Las múltiples aplicaciones del varactor surgen de su condición de convertidor de frecuencias (generación de armónicas y subarmónicas; "bombeo" de varactores). Un varactor "bombeado" equivale a una capacidad variable con el tiempo. De ahí que el diagrama anterior se puede representar como sigue:



Tomando valores eficaces de I_2 e I_1 , la amplificación del conversor será I_{2ef}/I_{1ef} . Para un varactor de perfil abrupto y polarización directa V ,

$$C = C_0 (1 - V/V_{bi})^{-1/2} ; C_0 = C(V=0)$$

La aproximación de esta función por términos de potencias de V da:

$$C' = a V^2 + bV + C_0$$

La tensión V es la total externa aplicada entre los bornes del varactor, y comprende la señal V_{in} y el bombeo V_p . Puesto que ambos varactores están polarizados en oposición, el segundo varactor tiene la capacidad C'' idéntica y en fase con C' .

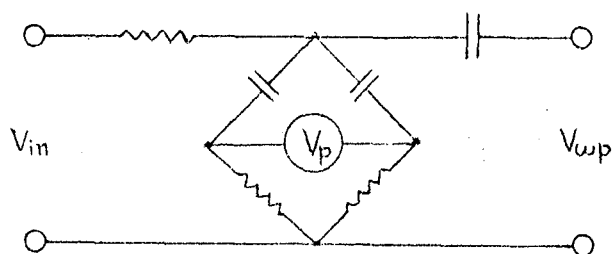
La capacidad total será pues $C=C' + C''$, por lo que a, b y C_0 deberán suponerse duplicados en adelante.

Reemplazando $V = V_p \sin \omega_p t$, se tiene

$$C = a V_p^2 / 2 + C_0 + b V_p \sin \omega_p t - (a V_p^2 / 2) \cos 2\omega_p t$$

Por efecto del filtrado, únicamente la frecuencia fundamental aparecerá a la salida del puente.

La explicación de los dos varactores en oposición reside en que sus capacidades están siempre en fase y son iguales; pero sus bornes variables están en oposición de fase en tensión, y de valores idénticos. La situación aquí difiere de un conversor de lengüeta vibrante, donde la capacidad $C(t)$ se producía mientras su armadura opuesta a la que se conecta a la entrada del electrómetro se mantenía a masa, cuidando inclusive la formación de diferencia de potenciales de contacto entre ambas armaduras. En algunos puentes se disponen de polarizaciones fijas como parámetros de ajuste para ambos varactores. La denominación de puente entonces se ve más claro, según el diagrama siguiente:



Desde aquí en adelante, la amplificación de la señal V_{in} se produce, por analogía con los electrómetros de "lengüeta vibrante", por modulación de la carga depositada en el puente por la tensión de entrada.

Funcionamiento del varactor

Capacidad de transición C_t

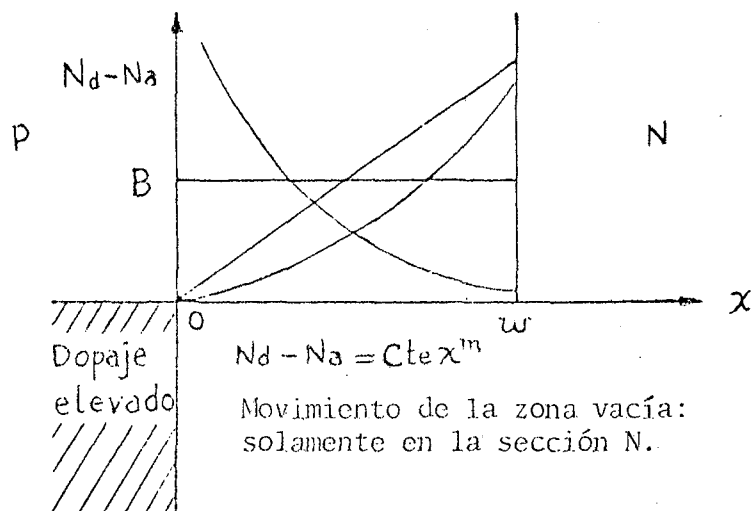
La capacidad C_t vale en un intervalo que va desde una pequeña polarización directa inferior en valor al autopotencial, como ya se mencionó, hasta la inversa de ruptura. Se origina en la capa dipolar cuyo intervalo queda vacío de portadores, y con los bordes del lado p y n bastante netos. Siendo una capacidad variable con la tensión, sólo se puede considerar una capacidad diferencial.

Esta variación se produce por efecto del corrimiento de los bordes de la juntura, cuyo ancho es variable. De las consideraciones anteriores se puede escribir la capacidad por unidad de área ,

$$C_t = dQ/dV = \epsilon/\omega ;$$

ϵ = constante dieléctrica del

semiconductor. Se trata de deducir esta expresión rigurosamente, expresando ω en función de los parámetros y de la polarización V del varactor. Se indica en el diagrama que sigue varios perfiles de impurezas, llamados abrupto-ley potencial (existen otros perfiles, tales como el gaussiano).



Los casos con $m < 0$ se llaman perfiles hiperabruptos. Por su singularidad en el origen, las deducciones que siguen no son aplicables. Estos perfiles, "redondeados" en el origen, han sido estudiados en "IEEE Trans. Electron Devices", Vol ED-13 pp 988-992.

La ec. de Poisson da

$$\nabla^2 \Phi = -q (N_d - N_a)/\epsilon = -q B x^m/\epsilon; m \text{ entero} \geq 0$$

Se polariza el varactor tal que $\Phi(x=0)=0$; $\Phi(w)=V+V_0$ siendo V la polarización inversa y V_0 el potencial de contacto. Integrando dos veces se definen las 2 constantes de integración según las condiciones de contorno:

$$\Phi(x) = (V+V_0)x/w + q B x (\omega^{m+1} - x^{m+1})/\epsilon(m+1)(m+2)$$

El campo eléctrico vale

$$E = -d\Phi/dx = -(V+V_0)/w - q B [\omega^{m+1} - (m+2)x^{m+1}]/\epsilon(m+1)(m+2)$$

Por derivación se ve que $E_{\text{máx}} = E(x=0)$

$$E_{\text{máx.}} = -(V+V_0)/w - q B \omega^{m+1}/\epsilon(m+1)(m+2)$$

Puesto que el campo E es nulo dentro de la zona N, excepto en la zona de vaciamiento, y por ser el vector desplazamiento continuo en la interfase, tenemos, que

$$E(x=w) = 0; \text{ o sea que:}$$

$$w = [\epsilon(m+1)(V+V_0)/q B]^{1/(m+2)}$$

Reemplazando en la expresión de $E_{\text{máx}}$ se obtiene

$$E_{\text{máx}} = -[(m+2)/(m+1)] [qB(V+V_0)^{m+1}/\epsilon(m+2)]^{1/(m+2)}$$

Consideramos ahora la interfase $x=0$. A la izquierda hay una zona altamente dopada, y por ende se puede considerar como un metal. Puesto que la densidad superficial de un metal es igual al vector desplazamiento, resulta,

$$Q/A = D = \epsilon E_{\text{máx}}$$

De donde, la capacidad diferencial por unidad de área es

$$C = C/A = dQ/dV = [qB \epsilon^{m+1}/(m+2)(V+V_0)]^{1/(m+2)}$$

Se suele definir un número n tal que

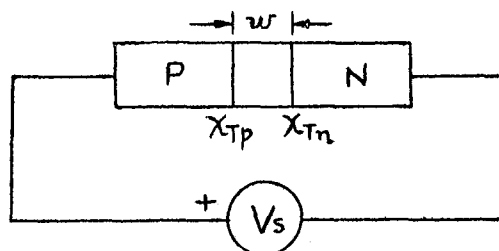
$$n = 1/(m+2) \quad n = \text{entero o fraccionario positivos.}$$

Los casos de $n=\text{enteros}$ se tienen para $m < 0$, o sean los perfiles hiperabruptos. Se ha demostrado que aún en estos casos vale la ley potencial.

$$C \propto (V+V_0)^{-n}$$

Capacidad de difusión C_d

Surge esta capacidad en la polarización directa



$$V_s = V_0 + V_1 e^{i\omega t}$$

La ec. de continuidad es , para los huecos inyectados,

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{p - p_n}{\tau_p} - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} ; J_p \simeq q D_p \frac{\partial p'}{\partial x} ; p' = p - p_n$$

τ_p = tiempo de relajación; D_p = coeficiente de difusión

p_n = concentración de equilibrio

$$\therefore \frac{\partial p'}{\partial t} = - \frac{p'}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2}$$

Haciendo $x' = x - x_{Tn}$; $x_{Tn} - x_{Tp} = w$,

las condiciones de contorno son

$$p'(0) = p_n (e^{qV_0/kT} - 1) ; p'(w) = 0$$

La solución resultante es

$$p = p_n + p_0 \exp(-x'/L_p) + p_1 \exp[i\omega t - x'(1+i\omega\tau_p)^{1/2}]$$

$$\text{siendo } p_0 = p_n (e^{qV_0/kT} - 1)$$

$$L_p = (D_p \tau_p)^{1/2} = \text{longitud de difusión}$$

$$p_1 = p_n \frac{qV_1}{kT} e^{qV_0/kT}$$

Puesto que $J_p(x'=0) = -q D_p (\partial p'/\partial x')_{x'=0}$ = densidad de corriente

$$= q p_0 D_p / L_p + q p_1 D_p e^{i\omega t} (1+i\omega\tau_p)^{1/2} / L_p, \text{ la parte d-c}$$

resulta ser

$$J_{p_0}(0) = q p_n D_p (e^{qV_0/kT} - 1) / L_p ;$$

y el término d-c es

$$J_{p_1}(0) = \underbrace{(q p_n \mu_p / L_p) e^{qV_0/kT} (1+i\omega\tau_p)^{1/2}}_{A_p} v_1 e^{i\omega t}$$

Con $\mu_p = (q/kT) D_p$ = movilidad, según la relación de Einstein.

A_p es la admitancia por unidad de área para los huecos en la región n.

$$\text{Escribimos } A_p = G_p + i S_p = G_p + i\omega C_p$$

G_p = conductancia

S_p = susceptancia

C_p = capacidad

Haciendo la aproximación $\omega\tau_p \ll 1$,

$$A_p = (q p_n \mu_p / L_p) e^{qV_0/kT} + i \omega (q p_n \mu_p / 2 L_p) e^{qV_0/kT} \tau_p$$

$$\text{Luego, } C_p = q p_n \mu_p \tau_p e^{qV_0/kT} / 2 L_p = q^2 p_n L_p e^{qV_0/kT} / 2 kT$$

Análogamente, para los electrones tenemos, con $\omega\tau_n \ll 1$,

$$C_n = q n_p \mu_n \tau_n e^{qV_0/kT} / 2 L_n = q^2 n_p L_n e^{qV_0/kT} / 2 kT$$

La capacidad total en polarización directa es pues

$$C_d = q^2 e^{qV_0/kT} (n_p L_n + p_n L_p) / 2 kT$$