

# El método de la matriz de respuesta para la representación de las condiciones de contorno en los códigos de difusión tridimensionales

C. Grant\*

Para la representación de un reactor en su simulación tridimensional puede ser necesaria una considerable cantidad de memoria y tiempo de procesamiento para considerar regiones cuyas propiedades nucleares y geométricas son invariantes, tales como reflectores, columnas de agua, etc.

A fin de evitar la representación explícita de estas zonas fue desarrollado un método que consiste en expresar las corrientes netas en el borde de la parte calculada del reactor como función del flujo en todos los grupos mediante una matriz de la forma más adecuada para la teoría de difusión:

$$J_i X T = \sum_{j=1}^{GXg} h_{ij} \phi_j H T \quad (1)$$

donde la matriz  $H = [h_{ij}]$  es la denominada matriz de respuesta del borde a tratar.

Supongamos, para una sola dimensión, que tenemos la matriz de respuesta en el borde B de la figura y deseamos calcularla en el borde O. este caso es muy común en los cálculos de reactores, por ejemplo, si en B se impone la condición de corrientes entrantes nulas, en cuyo caso es

Reactor

O

Medio  
no  
multiplicativo

H<sub>O</sub>

B

H<sub>B</sub>

$$H_B = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 \\ -\alpha & \ddots \\ 0 & \ddots & -\alpha \end{bmatrix}$$

con  $\alpha = 0,46922$

Si  $D_g$  son los coeficientes de difusión del medio no multiplicativo, las secciones eficaces de dispersión del grupo  $l$  al  $j$ ,  $\Sigma_{lj}$  las secciones eficaces de absorción y  $\Sigma = \Sigma + \sum_{j=1}^G \sum_{l=1}^G \Sigma_{lj}$ , definiendo las matrices:

\*Dto. de Reactores Nucleares - CNEA.

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & & \\ & D_2 & \\ & & D_3 \\ & & & D_6 \end{bmatrix} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{T1} & -\Sigma_{21} & \dots & -\Sigma_{G1} \\ \Sigma_{12} & \Sigma_{T2} & \dots & -\Sigma_{G2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\Sigma_{16} & -\Sigma_{26} & \dots & \Sigma_{TG} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ \vdots \\ J_G \end{bmatrix} \quad \phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \vdots \\ \phi_G \end{bmatrix}$$

se cumple en el medio en cuestión la relación:

$$\nabla^2 \phi = D^{-1} \Sigma \phi = S \phi \quad \text{con } S = D^{-1} \Sigma \quad (2)$$

Si se diagonaliza la matriz S, dando los autovalores  $w_i^2$  ( $i=1, \dots, G$ ) con una matriz de transformación T resulta ser:

$$\Psi = T^{-1} \nabla^2 \Psi = W^2 \Psi \quad \text{con } W = \begin{bmatrix} W_1 & & 0 \\ & W_2 & \\ 0 & & W_G \end{bmatrix}$$

o sea

$$\nabla^2 \Psi_g = W_g^2 \Psi_g \quad (3)$$

donde la solución puede expresarse en la forma:

$$\Psi_g = A_g V_A(W_g X) + B_g V_B(W_g X) \quad (4)$$

siendo  $V_A$  y  $V_B$  dos soluciones linealmente independientes de la (3). Para geometría plana se adopta

$$V_{Ag}(wx) = e^{-wx} \quad (5) \quad V_{Bg}(wx) = e^{wx}$$

y para geometría cilíndrica

$$V_{Ag}(wx) = C_{AKg} K_0(wx) + C_{Aig} I_0(wx) \quad (6)$$

$$V_{Bg}(wx) = C_{BKg} K_0(wx) + C_{Big} I_0(wx)$$

Eligiendo  $C_{AKg}$ ,  $C_{Aig}$ ,  $C_{BKg}$  y  $C_{Big}$  de tal modo que sea:

$$V_{Ag}(0) = B_{Bg}(0) = V_{Bg}(0) = 1 \quad V'_{Ag}(0) = -1 \quad (7)$$

lo que ya se cumple en las (5) para la geometría cartesianiana. Si definimos las matrices

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_G \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_G \end{bmatrix} \quad K_A(WX) = \begin{bmatrix} V_{A1}(W_1 X) \\ V_{A2}(W_2 X) \\ \vdots \\ V_{AG}(W_G X) \end{bmatrix}$$

de la (4) se puede escribir:

$$\Psi = K_A(WX) A + K_B(WX) B \quad (8)$$

$$\nabla \Psi = WK'_A(WX) A + WK'_B(WX) B$$

En el borde B tenemos:

$$\Psi_B = K_A(WX_B) A + K_B(WX_B) B \quad (9)$$

$$\nabla \Psi_B = WK'_A(WX_B) A + K'_B(WX_B) B$$

las que combinadas con la expresión  $J_B = H_B \phi_B$ ,  $J_B = -D \nabla \Psi_B$  y  $\Psi_B = T^{-1} \phi_B$  resulta:

$$B = -MA \quad (10)$$

$$\text{con } \begin{cases} U = T^{-1} H_B^{-1} D T W \\ M = (K_B + U K'_B)^{-1} (K_A + U K'_A) \end{cases} \quad (11)$$

En el borde O tenemos:

$$O = A + B \quad (12)$$

$$O = w(-A + B)$$

teniendo en cuenta las relaciones (7).

Si combinamos ahora las (12), la (10) y las relaciones  $J_O = -D \nabla \phi_O$ ,  $J_O = H_O \phi_O$  y  $\Psi_O = T^{-1} \phi_O$  resulta:

$$H_O = D T W (I + M)^{-1} T^{-1} \quad (13)$$

Esta relación, junto con las (11), nos permite hallar la matriz de respuesta en el borde O dado dicha matriz en el borde B.

### Resultados obtenidos:

Se ha desarrollado el programa "BORDE" para calcular las matrices de respuesta. Al aplicar el método aquí explicado no se tienen en cuenta las fugas en las direcciones no consideradas en el cálculo unidimensional, lo que se puede considerar con términos de "buckling" para emplearlos en cálculos tridimensionales. Se hicieron experimentos numéricos representado el reflector explícitamente y con matriz de respuesta con el código PUMA y se observó que para reactores del tipo RA3 las diferencias en el flujo y la reactividad son menores que un 0,5% y 50 pcm respectivamente.

### REFERENCIAS

- Z. Weiss Some Basic Properties of the Response Matrix Equations. Nu. Sci. Eng. 63, 457-492 (1977).
- Z. Weiss, S. Lindshl High-Order Response Matrix Equations in Two-Dimensional Geometry. Nu. Sci. Eng. 58, 166-181 (1975).
- C. Grant PUMA, código tridimensional multigrupo para la simulación de reactores nucleares. CNEA, Dto. de Reactores, 1979.