

02.74.14

C. N. E. A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1974

INSTITUTO DE FISICA "DR. JOSE A. BALSEIRO"

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

REACCIONES ($d, {}^6\text{Li}$) EN ISOTOPOS DEL ZN A $E_d = 27.25$ MEV

TESIS

Alberto E. Ceballos

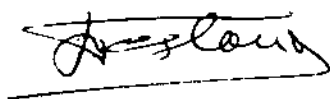
1974

REACCIONES (d, ⁶Li) EN ISOTOPOS DEL ZN A E_d = 27.25 MeV

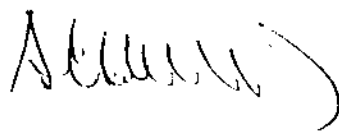
Lic. Alberto Enrique Ceballos

Tesis presentada para optar al título de
Doctor en Física
de la
Universidad Nacional de Cuyo

Asesor Científico: Dr. Jorge E. Testoni



1974



A mis padres, a mi hermano.

INDICE

1.	Introducción	1
2.	Equipo experimental	4
3.	Resultados experimentales	24
4.	Análisis con ondas distorsionadas en aproximación de Born	35
5.	Construcción del factor de forma microscópico	52
6.	Conclusiones	62
Apend. I. Formalismo matricial para un sistema de transporte de un haz de partículas		
Apend. II. Derivación del Hamiltoniano efectivo para el tratamiento de las reacciones nucleares		
Apend. III. Operadores de transferencia de cuatro partículas		
Apend. IV. Cálculo de las amplitudes de ocupación y desocupa- ción en el problema BCS		
Bibliografía		

1. INTRODUCCION.

1.1. Los resultados obtenidos en las reacciones $(d, {}^6\text{Li})$ realizadas en la zona de los núcleos livianos coinciden en señalar el carácter directo de la transferencia de una partícula α ¹⁹⁻²². En el análisis de estos experimentos y basándose en los datos obtenidos mediante dispersión de electrones²⁴, se supone que existe una gran probabilidad de que el ión ${}^6\text{Li}$ esté formado por un deuterón y una partícula α y consecuentemente que los cuatro nucleones transferidos en la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ puedan ser considerados como un núcleo ${}^4\text{He}$ en su estado fundamental²³. Los resultados teóricos basados en esta hipótesis reproducen los valores experimentales de las secciones eficaces absolutas para las transiciones entre los estados fundamentales de núcleos comprendidos entre el ${}^{12}\text{C}$ y ${}^{40}\text{Ca}$.

En el presente trabajo se ha investigado la transferencia de cuatro partículas en núcleos pertenecientes a la zona de masas intermedias; la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ ha sido inducida en los isótopos ${}^{64}, {}^{66}, {}^{68}\text{Zn}$ bombardeando con el haz de deuterones de 27.25 MeV de Sincrociclotrón de Buenos Aires.

Los resultados obtenidos sugieren que la transferencia se produce mediante un mecanismo de reacción directo y tomando esta sugerencia como hipótesis de trabajo se procede a un análisis fenomenológico y microscópico de las secciones eficaces diferenciales.

Previo a ello, en el Capítulo 2, dedicado al equipo experimental, se describe el sistema de transporte del haz externo del Sincrociclotrón, construido luego de una modificación del mecanismo de extracción de partículas³.

Se sintetiza el formalismo matricial utilizado en el cómputo de la transformación de una elipse de emitancia conocida descripta en el espacio de las fases a la salida de la cámara de aceleración, en otra elipse cuyas características están dadas por las dimensiones aceptables en el blanco situado en la cámara de dispersión. La descripción del sistema de detección incluye un análisis del

principio de identificación de partículas y del método seguido para la elección del telescopio de detectores semiconductores. Luego se estudian los dos circuitos electrónicos utilizados en el curso del experimento.

En el Capítulo 3, se muestran los resultados experimentales. Previamente se hacen consideraciones sobre los mecanismos de reacción directos y los que proceden con formación de un núcleo compuesto y las consecuencias que posibilitan, en principio, una caracterización fenomenológica de la reacción a través de las distribuciones angulares de las secciones eficaces. Se analiza un histograma típico y las características cinemáticas similares que ocurren en la zona de los isótopos estudiados y que, en todos los casos, permiten separar claramente, los niveles 0^+ y 2^+ de los núcleos residuales. Luego se muestran las distribuciones angulares experimentales de las secciones eficaces diferenciales para las transiciones que llevan a los estados fundamental 0^+ y primer excitado 2^+ en las reacciones $^{64,66,68}\text{Zn}(d, ^6\text{Li})^{60,62,64}\text{Ni}$ y se caracterizan fenomenológicamente. Los valores experimentales son comparados con los obtenidos en Ca con deuterones de 19.5 MeV, previo cálculo teórico de la reacción $\text{Zn}(d, ^6\text{Li})\text{Ni}$ a esa energía.

En el Capítulo 4 se realiza un ajuste de las distribuciones angulares diferenciales con ondas distorsionadas en aproximación de Born (DWBA); este cálculo se efectúa mediante un programa de cómputo (DWUCK) y en él se supone que la partícula α transferida tiene una masa puntual $m=4$.

Con el objeto de estudiar la validez del método para extraer los factores de estructura se hace una extensiva variación de los parámetros ópticos utilizados en el canal ^6Li , cuya elección es particularmente crítica dada la limitada información existente.

La magnitud relativa de las secciones eficaces diferenciales para los estados 0^+ y 2^+ puede estimarse con un error menor que el 20%.

En el Capítulo 5 se procede a la construcción del factor de forma microscópica; siguiendo el formalismo propuesto por Dragún et al.²⁵⁾, las secciones eficaces diferenciales se expresan como una suma de productos, uno de cuyos factores contiene la parte puramente cinemática de la transferencia de cuatro partículas y el otro la información sobre la estructura nuclear. Para la construcción de este último, se describen los estados iniciales por funciones de onda dadas por las soluciones BCS; los estados fundamental y primer excitado de los núcleos finales son descritos en términos de las soluciones BCS y la aproximación de fases al azar (RPA). Los factores de estructura así calculados conducen a un muy buen acuerdo cuantitativo con las distribuciones angulares experimentales.

Finalmente en el Capítulo 6 se dan las conclusiones sobre la transferencia de cuatro partículas en la zona de masas intermedias. En ella se expresa la coherencia de los resultados experimentales con la hipótesis de un tipo de reacción directa coincidente con los experimentos realizados en núcleos livianos, se resalta la corrección de una hipótesis simple, tal como es de suponer una partícula α puntual de masa $m=4$ para la construcción del factor de forma fenomenológico y se señala la coherencia y el buen acuerdo teórico-experimental obtenido usando un formalismo que incluye factores de estructura nuclear calculados con un modelo de fuerzas de apareamiento y excitaciones cuadrupolares.

2. EQUIPO EXPERIMENTAL.

2.1 Generalidades.

La extracción del haz de deuterones de 27.5 MeV del Sincrociclotrón de la CNEA se efectuó hasta el año 1968 usando el sistema "regenerativo", basado en la teoría no lineal de Le Couteur^{1,2)}. Consiste fundamentalmente en un campo magnético denominado "regenerador" que excita en la última órbita de equilibrio, una oscilación radial forzada de frecuencia igual a la frecuencia del ciclotrón; la trayectoria del haz de partículas deflectadas pasa por los nodos radiales N_1 y N_2 (fig.1) y la elección del campo magnético del regenerador como una función creciente del radio r , debe ser tal que permita una separación adecuada de la última órbita para entrar en el canal magnético de extracción con la mínima dispersión axial.

El efecto conjunto de la divergencia radial a partir de N_2 y de la dispersión axial, tiene como consecuencia la disminución del número de partículas que penetran en el canal magnético.

Para mejorar el rendimiento del sistema se realizó una modificación³⁾ siguiendo el método propuesto por de Kruiff y Verster⁴⁾. Este consiste en la incorporación de un segundo campo magnético auxiliar denominado "compresor" que actúa sólo en las órbitas perturbadas de la última vuelta (fig.2). La acción combinada del regenerador y compresor hace converger el haz de partículas en un foco radial F , desde donde continúa su trayectoria en el canal magnético de extracción. El campo magnético del sistema consta entonces de dos regiones: la primera, originada por el regenerador, excita una oscilación forzada de las trayectorias, con fase constante; la segunda, originada por el compresor, corre la fase de las oscilaciones según sea su amplitud para hacer converger las órbitas en un foco radial. El canal magnético de extracción debe ser

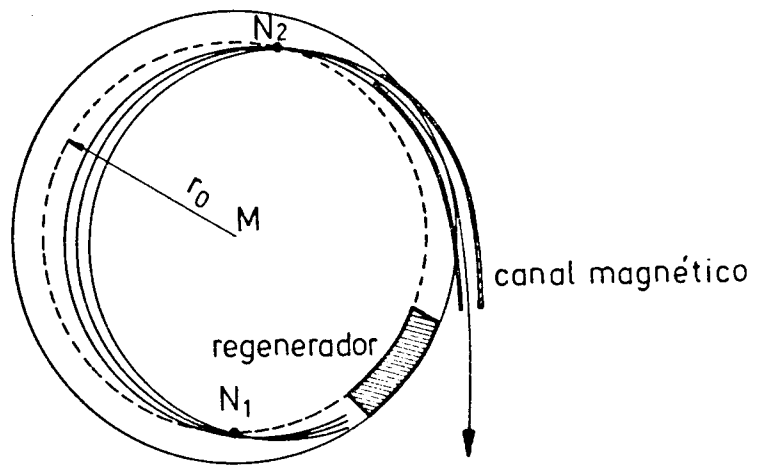


Figura 1: Sistema regenerativo de extracción sin compresor

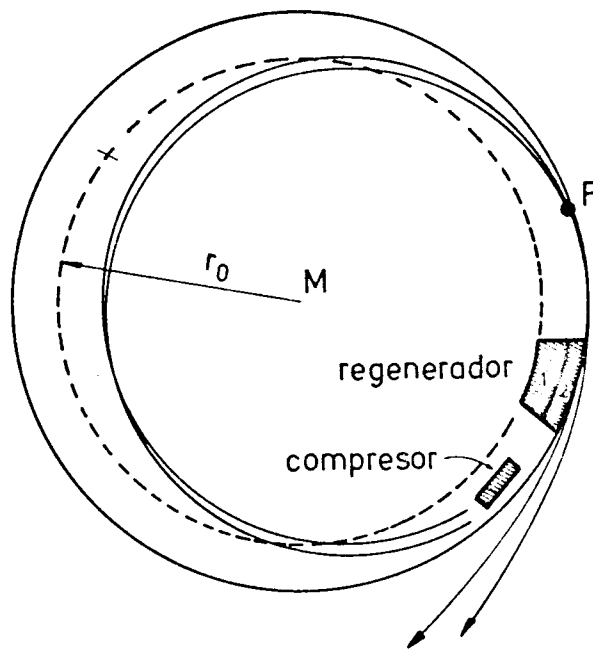


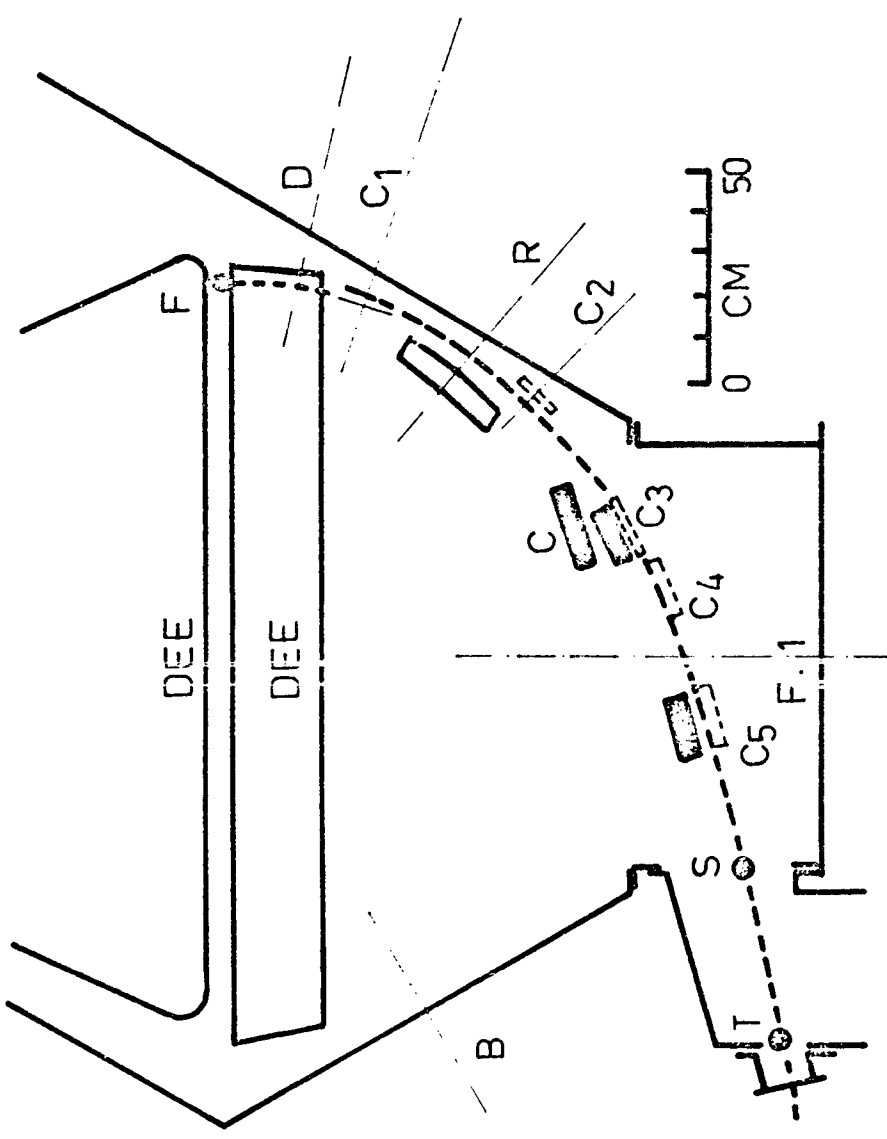
Figura 2: Sistema regenerativo de extracción con compresor

diseñado ahora de acuerdo a las características del haz y de manera de optimizar su calidad. En el presente caso las trayectorias son radialmente divergentes a partir de F y el canal magnético de extracción consta de cinco sectores (fig.3).

A la salida de la cámara de aceleración del haz tiene una corriente de 400 nA y presenta una zona caliente horizontal de 35 mm x 4 mm rodeada por una penumbra; ha sido limitado por dos colimadores de carbón después de los cuales tiene una intensidad de 20 nA con una emitancia de 56 mr x mm en el plano horizontal del espacio de las fases y de 48 mr x mm en el plano vertical.

Determinadas las características del haz, el sistema de transporte hasta el área experimental será - por lo menos teóricamente - el resultado de una solución de compromiso entre las necesidades surgidas de su utilización en diferentes campos de investigación y el espacio físico disponible. Abierto a otras posibilidades el haz será destinado a trabajos en Reacciones Nucleares, Radioquímica y Biología. La investigación en el campo de las Reacciones Nucleares implica las exigencias más críticas en todos los parámetros: máxima definición de la dirección axial y sección transversal pequeña para obtener precisión en la determinación de los ángulos; dispersión radial mínima que permita una recolección completa de carga en la caja de Faraday; condiciones de corrientes máximas y mínimas; estabilidad compatible con los requerimientos de las experiencias y reducido fondo de radiación de neutrones y rayos gamma.

Tanto en Química como en Biología nucleares las exigencias son considerablemente menores y oscilan entre haces muy colimados con corrientes del orden de décimos de nA hasta haces en donde no importa mayormente la geometría siempre que se logren las máximas intensidades de corriente posible y sin requerimientos de estabilidad ya que, en general, interesan las dosis integradas.



- Sistema de extraccion del haz -

Figura 3

Para cubrir esta gamma de necesidades se decidió diseñar un sistema de transporte que incluya un imán deflector, con el haz directo para ser utilizado en experiencias de Radioquímica y Biología y el haz deflecado enfocado en una cámara de dispersión para las experiencias de Física Nuclear que queda así fuera del cono de neutrones que tiene la dirección del haz directo.

Esta disposición posibilita eventualmente el montaje de experiencias independientes.

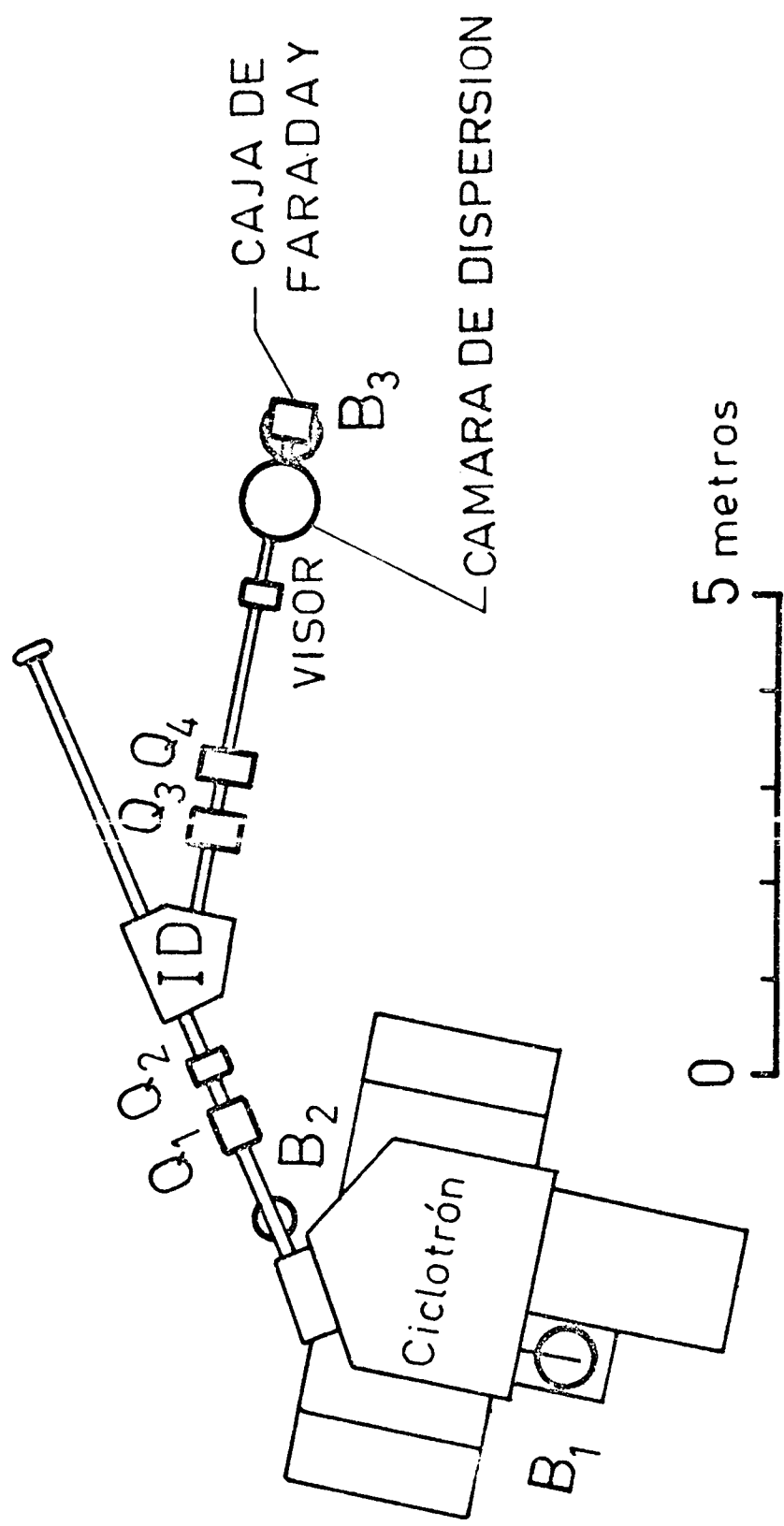
2.2 Sistema de Transporte del Haz del Sincrociclotrón.

El sistema de transporte elegido está formado por dos pares de lentes magnéticas cuadrupolares y un imán deflector (fig.4).

Las propiedades ópticas de estos sistemas son usualmente descriptos en términos de trayectorias de partículas en el espacio de las fases y utilizando un formalismo matricial. El cálculo es complicado debido a que la multiplicación de un número elevado de matrices conduce a un resultado que, en ciertas ocasiones, no permite una interpretación única de la influencia de cambio de un parámetro en las propiedades del sistema pero las dificultades pueden ser resueltas elaborando un programa de cálculo en los casos en que las imposiciones de diseño sean traducibles al lenguaje matemático en forma simple.

El problema general puede enunciarse así: "Encontrar la matriz de transformación $T_{x,z}$ que transforme dos elipses de emitancia iniciales e independientes correspondientes a dos planos perpendiculares del espacio de las fases, en dos elipses finales de características dadas" ⁵⁾.

La matriz $T_{x,z}$ será la expresión matemática de un sistema de elementos electromecánicos ("hardware") constituido por espacios de desplazamiento, cuadrupolos e imán deflector.



SISTEMA DE TRANSPORTE DEL HAZ DEL SINCRICICLOTRON

FIGURA 4

En el desarrollo siguiente se adopta el sistema de coordenadas usado por Steffen ⁶⁾ y el formalismo matricial del Apéndice I.

Todas las consideraciones están limitadas a un haz de partículas que tengan la misma relación $\frac{e}{m}$, donde e y m son respectivamente la carga y la masa de las partículas y que pasa sólo una vez a través del sistema de transporte sin sufrir aceleraciones longitudinales; no se tienen en cuenta problemas originados en la carga espacial y las trayectorias de las partículas se asimilan a rayos paraxiales de manera de justificar un tratamiento de óptica lineal.

El elemento constituido por el imán deflector de 37° ha sido simplificado considerándolo en primera aproximación como un caso no dispersivo en el que $\frac{\Delta p}{p} \approx 0$, donde p es el momento lineal de las partículas con energía $E_d = 27.25$ MeV.

La fig.5 muestra el esquema del sistema de transporte, donde:

S_i, ℓ_i = matriz de espacio de desplazamiento

q_i = matriz cuadrupolar

d = matriz de un doblete cuadrupolar

$M(\alpha, \rho)$ = matriz de imán deflector con radio de curvatura ρ y ángulo de desviación α .

Las elipses de emitancia iniciales y finales correspondientes a cada plano del espacio de las fases pueden escribirse respectivamente:

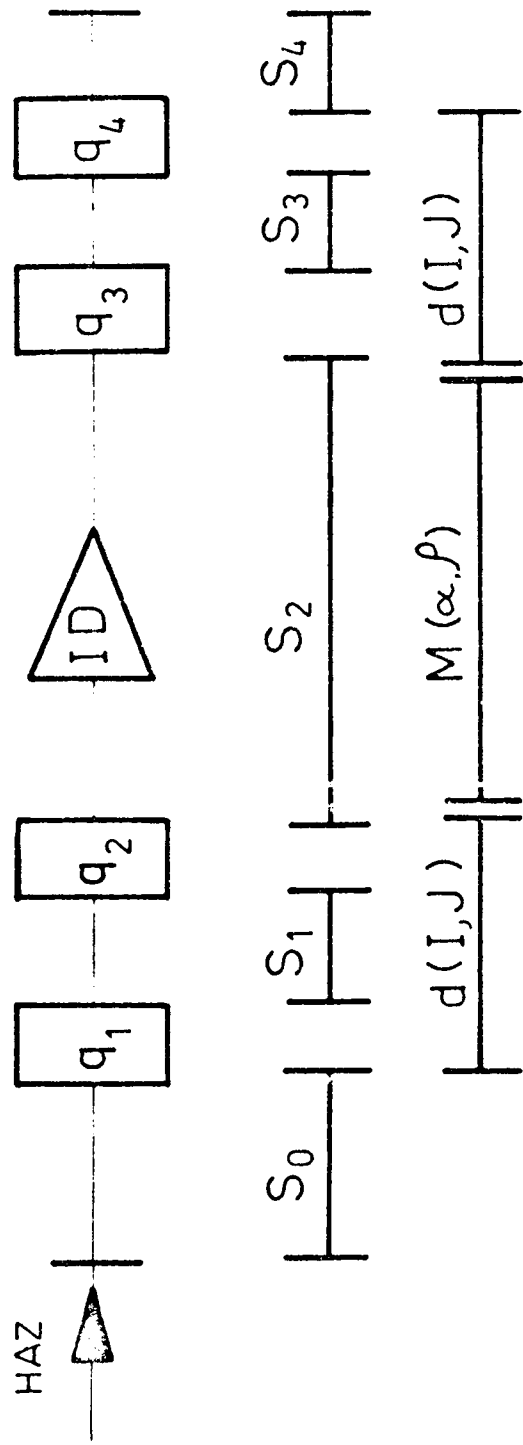
$$\gamma_0 \times S_0 \times \phi_0 \quad \text{y} \quad \gamma \times S \times \phi$$

ellas están relacionados por la matriz de transporte

$$T = \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{vmatrix}$$

que en nuestro caso suponemos corresponde a una dilatación y una rotación, es decir que los centros de las elipses están situadas en el eje del haz:

$$\gamma \times S \times \phi = T \times \gamma_0 \times S_0 \times \phi_0 \quad (1)$$



ESQUEMA DEL SISTEMA DE TRANSPORTE CON LOS PARAMETROS INTRODUCIDOS EN EL PROGRAMA DE COMPUTO.

FIGURA 5

La matriz de "hardware" H, para el sistema de la figura, cumple en cada plano, con las condiciones:

$$H(x) = T(x) = d' \ell_2 M_x \ell_1 d$$

$$H(z) = T(z) = d'^* \ell_2 M_z \ell_1 d^*$$

invirtiendo los términos y multiplicando a la derecha por las matrices d^{-1} y $(d^*)^{-1}$

$$d' \ell_2 M_x \ell_1 = T(x) d^{-1}$$

$$d'^* \ell_2 M_z \ell_1 = T(z) (d^*)^{-1}$$

que puestos en forma matricial

$$\begin{vmatrix} d_{11} & s_3 \\ d'_{21} & d'_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & \ell_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \cos\alpha & \text{sen}\alpha \\ \frac{-\text{sen}\alpha}{\rho} & \cos\alpha \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & \ell_1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} T_{11x} & T_{12x} \\ T_{21x} & T_{22x} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} d_{22} & -d_{12} \\ d_{21} & d_{11} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 - d'_{11} & s_3 \\ d'_{21} - \frac{2(d'_{11} + d'_{22} - 2)}{d_{12}} & 2 - d'_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & s_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} T_{11z} & T_{12z} \\ T_{21z} & T_{22z} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 2 - d_{22} & -d_{12} \\ -d_{21} - \frac{2(d_{22} + d_{11} - 2)}{d_{12}} & 2 - d_{11} \end{vmatrix}$$

realizando los productos y haciendo

$$D = (\ell_1 + \ell_2) \cos\alpha + \left(\rho - \frac{\ell_1 \ell_2}{\rho}\right) \text{sen}\alpha$$

$$H = \frac{\text{sen}\alpha}{\beta}$$

$$F = \left(\cos\alpha - \ell_1 \frac{\text{sen}\alpha}{\rho}\right)$$

$$G = \left(\cos\alpha - \ell_2 \frac{\text{sen}\alpha}{\rho}\right)$$

Se puede escribir para el plano (x,s)

$$d'_{11} G - S_3 H = T_{11x} d_{22} - T_{12x} d_{21} \quad (2.2)$$

$$d'_{11} D + S_3 F = -T_{11x} S_1 + T_{12x} d_{11} \quad (2.3)$$

$$d'_{21} G - d'_{22} H = T_{21x} d_{22} - T_{22x} d_{21} \quad (2.4)$$

$$d'_{21} D + d'_{22} F = -T_{21x} S_1 + T_{22x} d_{11} \quad (2.5)$$

y para el plano (z,s)

$$2 - d'_{11} = T_{11z} (2-d_{22}) + T_{12z} \left(-d_{21} + \frac{2(d_{11}+d_{22}-2)}{S_1} \right) \quad (2.6)$$

$$S_2 (2-d'_{11}) + S_3 = -T_{11z} S_1 + T_{12z} (2-d_{11}) \quad (2.7)$$

$$d'_{21} - 2 \frac{d'_{11} + d'_{22} - 2}{S_3} = T_{21z} (2-d_{22}) + T_{22z} \left(-d_{21} + \frac{2(d_{11}+d_{22}-2)}{S_1} \right) \quad (2.8)$$

$$S_2 d'_{21} - \frac{2 S_2 (d'_{11} + d'_{22} - 2)}{S_3} + (2-d'_{22}) = -T_{21z} S_1 + T_{22z} (2-d_{11}) \quad (2.9)$$

la ecuación (2.1) puede resolverse para T en función de las condiciones de entrada y salida y para un determinado valor de ϕ ; de las ocho ecuaciones (2.2) a (2.9) es posible obtener (Apend. I) los seis valores

$$d_{11}, d'_{11}, d_{22}, d'_{22}, d_{21} \text{ y } d'_{21}$$

con las relaciones (2.2) y (2.5) puede formarse:

$$\text{EQN1} = T_{11x} d_{22} - T_{12x} \frac{(d_{11} d_{22} - 1)}{S_1} - G d'_{11} + H S_3 \quad (2.10)$$

$$\text{EQN2} = T_{22x} d_{11} - T_{21z} - D \frac{d_{11} d_{22}^* - 1}{S_3} - F d'_{22}$$

se impone al sistema condiciones de cumplimiento dentro de la aproximación deseada. En caso de obtenerse una solución, se pueden calcular los focos de las lentes cuadrupolares a partir de las relaciones:

$$f_1 = \frac{S_1}{1-d_{11}} \quad f_2 = \frac{S_1}{1-d_{22}} \quad f_3 = \frac{S_3}{1-d'_{11}} \quad f_4 = \frac{S_3}{1-d'_{22}}$$

y luego calcular la corriente necesaria:

$$I = \frac{R I_m B_p}{B_m l_e f}$$

donde

R = radio del cuadrupolo (cm)

B_m = campo magnético (kgauss)

I_m = corriente para obtener B_m (amp.)

B_p = rigidez magnética de las partículas del haz (kgauss-cm)

l_e = longitud efectiva del cuadrupolo (cm)

f = distancia focal (cm)

Cuando las condiciones (2.10) no son satisfechas dentro de la aproximación impuesta, se toma otro valor de $\Delta\phi$ que, como se muestra en el Apémd. I, no entra en la geometría del sistema, y se repite el cálculo. Es posible también encontrar varias soluciones correspondientes a diferentes valores de $\Delta\phi$, es decir que el problema no tenga un resultado único: la elección, en tal caso, debe hacerse basándose en consideraciones prácticas.

En nuestro caso - con una construcción rígida preliminar a este estudio - se impuso a EQN1 y EQN2 una solución dentro del 2% de error; el ángulo $\Delta\phi$ fué variado de 0° a 360° en pasos de 1° ; los parámetros introducidos en el cálculo fueron:

$$s_0 = 115 \text{ cm}$$

$$s_1 = 52 \text{ cm}$$

$$s_2 = 390 \text{ cm}$$

$$s_3 = 50 \text{ cm}$$

$$s_4 = 167 \text{ cm}$$

$$l_1 = 95 \text{ cm}$$

$$l_2 = 240 \text{ cm}$$

$$\alpha = \text{ángulo del imán deflector, } 37^\circ$$

ρ = radio de curvatura del imán deflector, 84.8 cm

l_{e1} = longitud efectiva del cuadrupolo 1, 19.8 cm

l_{e2} = " " " " 2, 19.2 cm

A_{1x} = radio de la elipse de emitancia de entrada, plano x, 2.7 cm

B_{1x} = " " " " " " 0.9 mr

A_{1z} = " " " " " ,plano z , 0.24 cm

B_{1z} = " " " " " , " " , 10 mr

A_{2x} = " " " " de salida,plano x, 0.35 cm

B_{2x} = " " " " " " " " , 7 mr

A_{2z} = " " " " " " ,plano z, 0.24 cm

B_{2z} = " " " " " " " " , 10 mr

γ_{1x} = inclinación de la elipse de entrada,plano x, 1.46 rad.

γ_{1z} = " " " " " ,plano z, 0.025 rad.

γ_{2x} = " " " " de salida, plano x, 0.05 rad.

γ_{2z} = " " " " " , plano z, 0.025 rad.

y las distancias focales obtenidas:

f_1 = 107.8 cm

f_2 = 304.9 cm

f_3 = 156 cm

f_4 = 75.6 cm

La construcción rígida no permitió en realidad hacer efectivos los resultados del cálculo; éstos han servido como orientación para posibles modificaciones y como indicación de la mancha a obtener dentro de la cámara de dispersión.

Para tener una idea más clara sobre la forma del haz de partículas en distintos puntos de la trayectoria, se elaboró un programa de cálculo de transformación de los diagramas de emitancia: dados los diagramas iniciales definidos por 8 puntos en cada plano, se dividió la trayectoria en 17

secciones y mediante la multiplicación de las matrices correspondientes: - espacios de desplazamiento, cuadrupolos e imán deflector- se obtuvo el diagrama transformado para cada sección. Los resultados son los mostrados en la fig. 6 ; los puntos de las elipses se determinaron según los valores:

$$x = 0.44 \cos \phi + 0.38 \operatorname{sen} \phi$$

$$x' = 0.035 \cos \phi + 5.54 \operatorname{sen} \phi$$

$$z = 0.35 \cos \phi + 0.35 \operatorname{sen} \phi$$

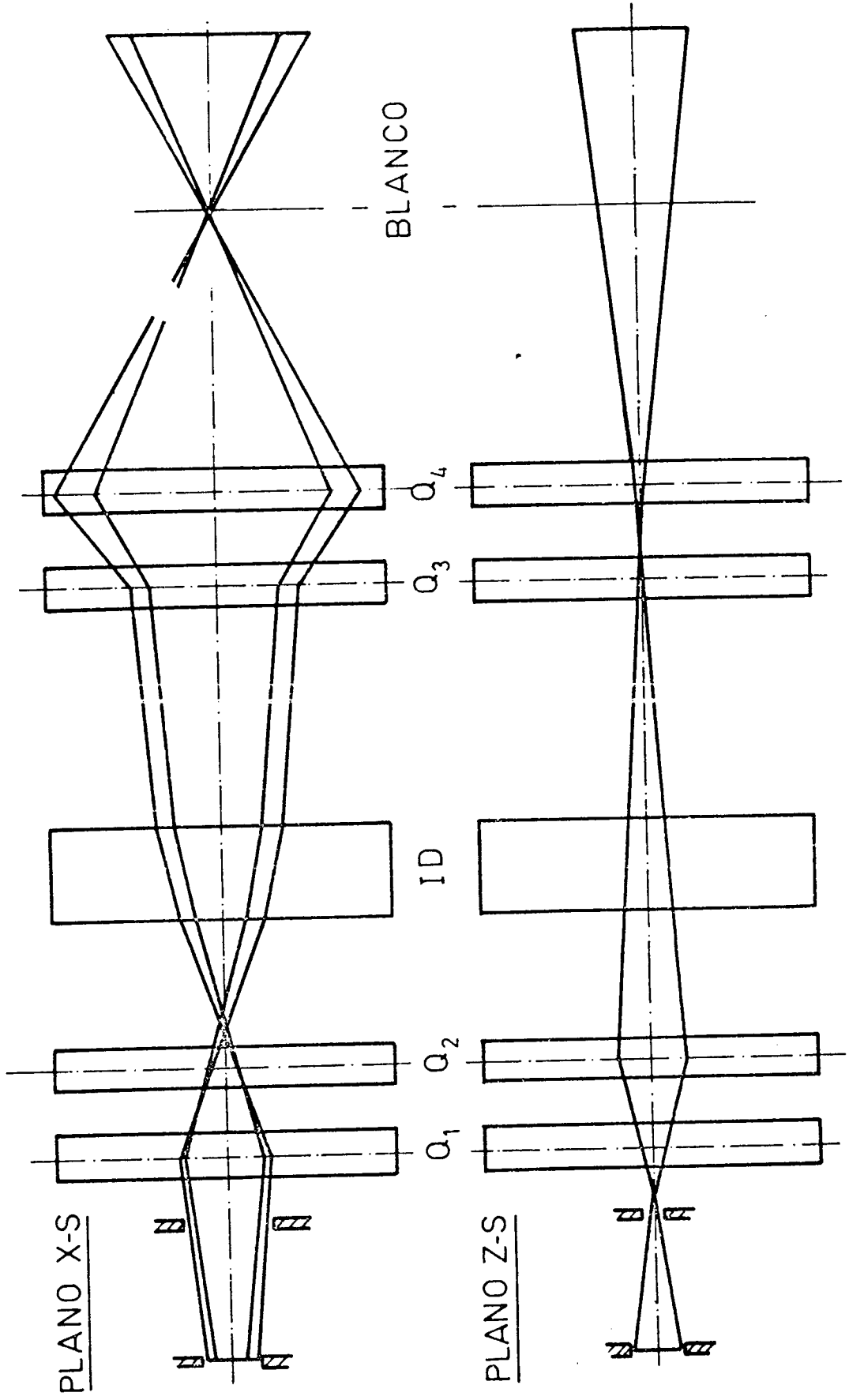
$$z' = 0.017 \cos \phi + 7 \operatorname{sen} \phi$$

2.3 Determinación de las condiciones de trabajo.

La cámara de dispersión utilizada en los experimentos (fig. 7) tiene un diámetro $\phi = 500$ mm ; un dispositivo tipo periscopio permite posicionar desde el exterior hasta cuatro blancos que pueden ser cambiados sin perder el vacío en la cámara; los detectores van montados sobre una platina móvil cuyo ángulo de giro es controlado por un sistema de vernier y que puede determinarse con un precisión de $\pm 0.05^\circ$. La corriente de irradiación es recolectada en una jaula de Faraday convencional que no produce fondo apreciable de radiación de neutrones y rayos gamma que interfiera con las mediciones. La posición del haz puede ser controlada desde la sala de comando de la máquina, interponiendo en su trayectoria una pantalla de SZn ubicada a la entrada de la cámara y cuya imagen es visualizada mediante un circuito cerrado de televisión. El vacío medido durante las experimentos es del orden de 10^{-5} mm de Hg.

Una vez alineada la cámara de dispersión con la dirección del haz, se verificó la posición del ángulo 0° ; se tomaron fotografías de la mancha producida por el haz delante de un colimador de $\phi = 1.5$ mm centrado en el portadetector ubicado sobre la platina móvil; se constató que,

FIGURA 6



TRAYECTORIA DEL HAZ A LO LARGO DEL SISTEMA DE TRANSPORTE

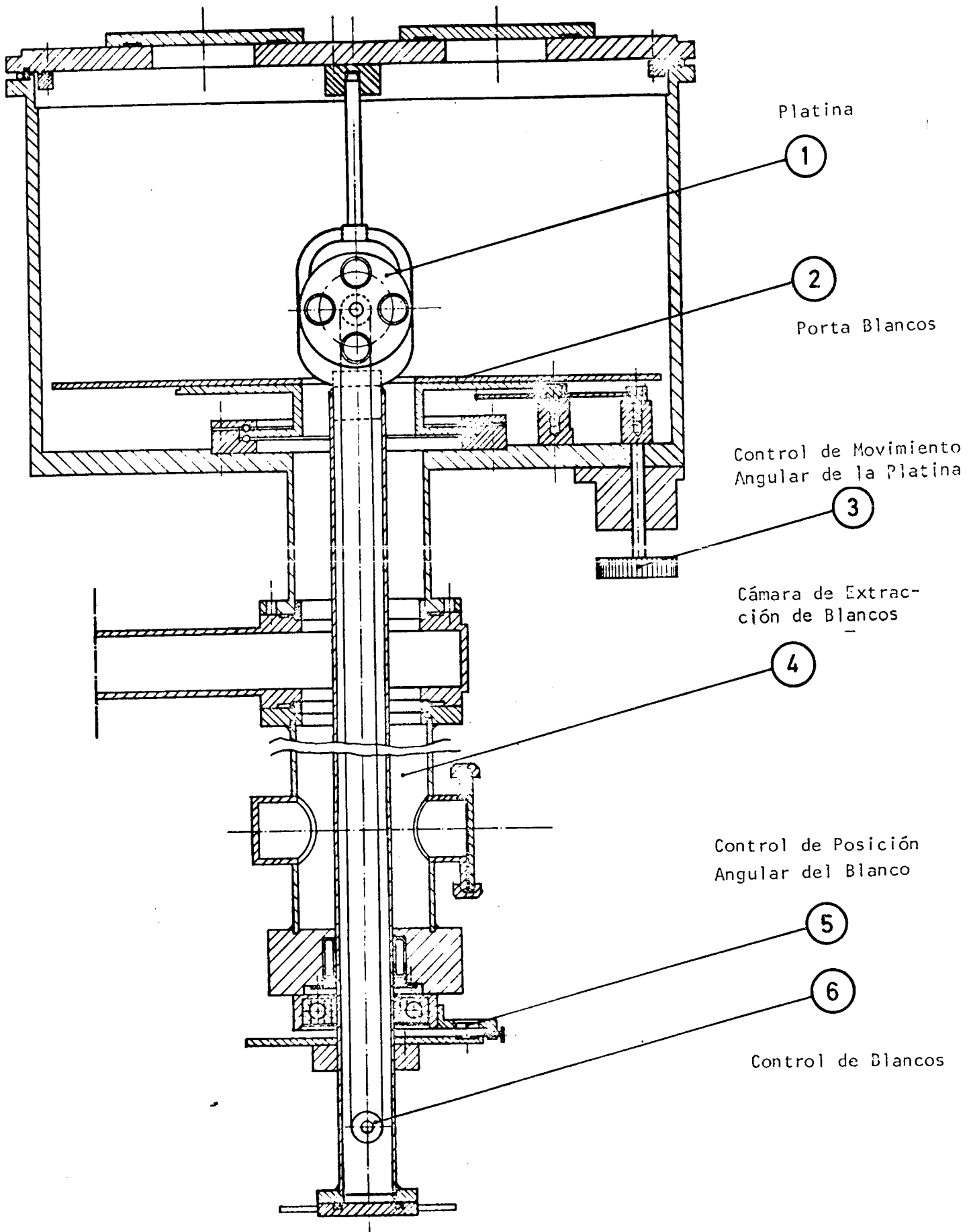


Fig. 7. Cámara de Dispersión.

en las posiciones 0° y 180° el haz estaba centrado en el orificio del colimador; la misma operación se repitió en el portablancos ubicado en el centro de la cámara, lo que permitió asegurar el ángulo de dispersión ψ entre el eje del haz y la posición del detector; se estimó que el ángulo 0° está determinado con un error de $\pm 0.1^\circ$ mediante la variación del número de cuentas integradas bajo el pico elástico en la reacción $^{197}\text{Au} (d, d') ^{197}\text{Au}$.

La dispersión del haz originada por la presencia del blanco, puede traer como consecuencia una pérdida de corriente recolectada en la jaula de Faraday y por consiguiente un error en la medición de las secciones eficaces. Para evaluar la dispersión, se colocó en el soporte del blanco una folia de Cu de 10.8 mg cm^{-2} - mucho más gruesa que las usadas en los experimentos corrientes de Física Nuclear; se hizo el espectro de dispersión elástica de un blanco auxiliar de Al de 1.7 mg cm^{-2} y se integró el número de cuentas N_1 del pico elástico correspondiente a una corriente integrada I. El mismo espectro se repitió para la misma corriente integrada I pero sin el blanco dispersor de Cu, obteniéndose un número de cuentas bajo el pico elástico N_2 ; la relación $\frac{N_2 - N_1}{N_1}$ da el error relativo debido a la pérdida de corriente por la presencia del blanco. Los resultados son los siguientes:

	N_1	N_2
1.	37.966	38.333
2.	37.692	37.946
3.	38.309	38.420
4.	37.991	38.233
	$\bar{N}_1 = 37.989$	$\bar{N}_2 = 38.233$

$$E\% = \frac{38.233 - 37.989}{37.989} \times 100 = 0.64\%$$

error que se considera despreciable. Las mediciones fueron realizadas con una corriente de irradiación $I_d = 10 \text{ nA}$.

Las características fundamentales del haz de deuterones son:

Intensidad en el blanco, $I_d = 20 \text{ nA}$ máxima

Dispersión en energía, 250 keV

Emitancia $e = 50 \text{ mr} \times \text{mm}$ en ambos planos, horizontal y vertical del espacio de las fases.

Superficie del haz en el blanco, $s = 10 \times 4 \text{ mm}^2$

Posición 0° determinada con un error de $\pm 0.1^\circ$.

2.4 Sistema de detección.

Al bombardear un blanco con partículas de una cierta energía se producen simultáneamente varios tipos de reacciones nucleares competitivas; las partículas del canal de salida llevan una energía igual a la energía del canal de entrada más un cierto valor Q que depende de la reacción y de los niveles de excitación del núcleo final (tabla 1). En el presente caso en el que bombardeamos núcleos de masas intermedias con deuterones de $E_d = 27.25 \text{ Mev}$, las partículas salientes tienen una energía mayor que la barrera coulombiana correspondiente y, como lo muestra el experimento, las distintas reacciones se producen con probabilidades que difieren en órdenes de magnitud siendo las más bajas, entre las mencionadas en la tabla 1, las correspondientes a las $(d, {}^6\text{Li})$. Un detector ubicado en un determinado ángulo ψ producirá pulsos originados por los productos de reacción indicados y el espectro consistirá en picos pertenecientes a los niveles de

los diferentes núcleos residuales; estos picos podrán estar separados o no según sea la resolución total del sistema pero, en general, la identificación será complicada. Además, debido a la cinemática de cada reacción, al variar el ángulo de dispersión ψ , los picos de los espectros se desplazarán en forma distinta, llegando a superponerse, caso en el que será prácticamente imposible extraer alguna información válida.

Se hace necesario entonces, recurrir a un sistema de detección mediante el cual las partículas provenientes de una determinada reacción nuclear puedan ser analizadas en forma separada: ello se consigue, entre otros procedimientos más elaborados, mediante el uso de un sistema telescópico formado por un detector semiconductor de transmisión $\frac{dE}{dx}$ conjuntamente con otro de absorción total E o una combinación más complicada según sea el caso. Este principio de identificación está basado en el hecho de que la pérdida específica de energía $\frac{dE}{dx}$ en un absorbente, es diferente para partículas de diferente masa y que tienen la misma energía (fig. 8). Puede demostrarse ⁷⁾ que en el caso de partículas no relativistas, la pérdida de energía por unidad de recorrido es:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4 \pi e^4 Z^2}{m_0 V^2} N z \left(\log \frac{2 m_0 V^2}{I} - C_k \right)$$

donde

e, m_0 = carga y masa del electrón

Z = número atómico de la partícula

V = velocidad de la partícula

N = número de átomos del absorbente por unidad de volumen

z = número atómico del absorbente

I = energía de ionización media del absorbente

C_k = coeficiente correspondiente a la no intervención de los electrones k en el proceso de frenado de la partícula.

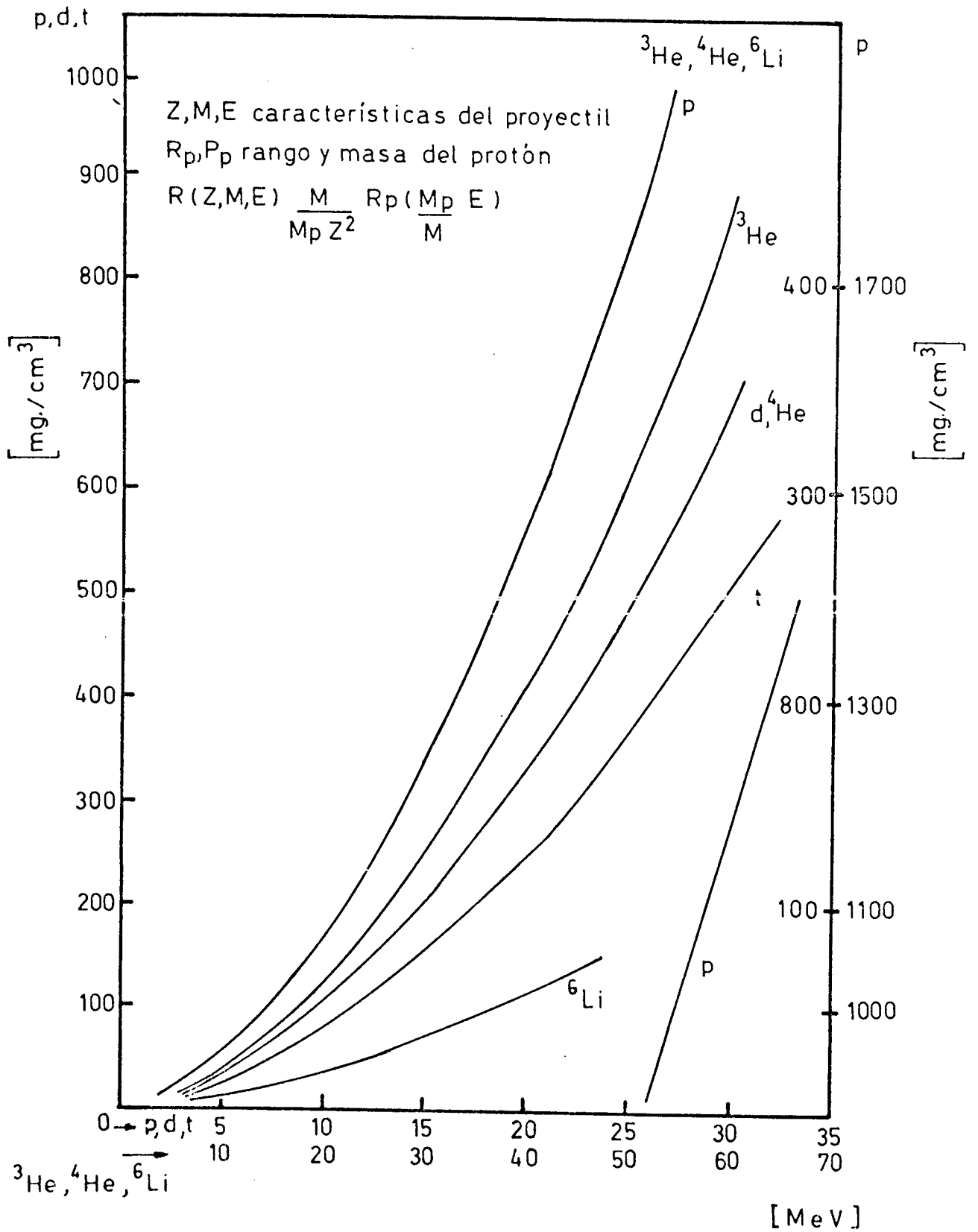


FIGURA 8

Una primera simplificación consiste en despreciar el factor C_k :

$$E \times \frac{dE}{dx} = k_1 M Z^2 \log k_2 \frac{E}{M}$$

k_1 y k_2 = constantes

(El valor de C_k depende de la energía de la partícula y es $C_k = 1$ para protones de $E_p = 4$ Mev). Esta fórmula es muy inconveniente para su posterior utilización operacional electrónica, pero puede simplificarse más aún, admitiendo que la variación con la energía del término logarítmico sea despreciable:

$$E \times \frac{dE}{dx} = k_3 M Z^2$$

k_3 = constante.

En el rango de energías que nos interesa, este producto es aproximadamente constante y característico de la partícula incidente en el material y puede ser convenientemente procesado en forma electrónica para obtener señales cuyas amplitudes guarden la relación 1,2,3,12,16,54 y 63 para pulsos producidos en el sistema de detectores semiconductores por protones, deuterones, tritones, ^3He , ^4He , ^6Li y ^7Li respectivamente.

Para optimizar el sistema de detección limitamos el análisis a la reacción $^{68}\text{Zn}(d, ^6\text{Li})^{64}\text{Ni}$, ya que las correspondientes a los isótopos ^{66}Zn y ^{64}Zn son semejantes, dados los esquemas de niveles y los valores de Q (fig. 9). De acuerdo con las cinemáticas de las reacciones (fig.10), para distribuciones angulares de los niveles 0^+ y 2^+ y para ángulos variables de 0° a 90° , los iones ^6Li del canal de salida tienen aproximadamente energías comprendidas entre 19 y 20 MeV. Es necesario que esta energía sea transmitida completamente, es decir que las partículas se frenen en el sistema de detectores; en el gráfico de la fig. 8, se encuentra que el alcance para un ion ^6Li de 24 MeV es de 25 mg cm^{-2} de Al

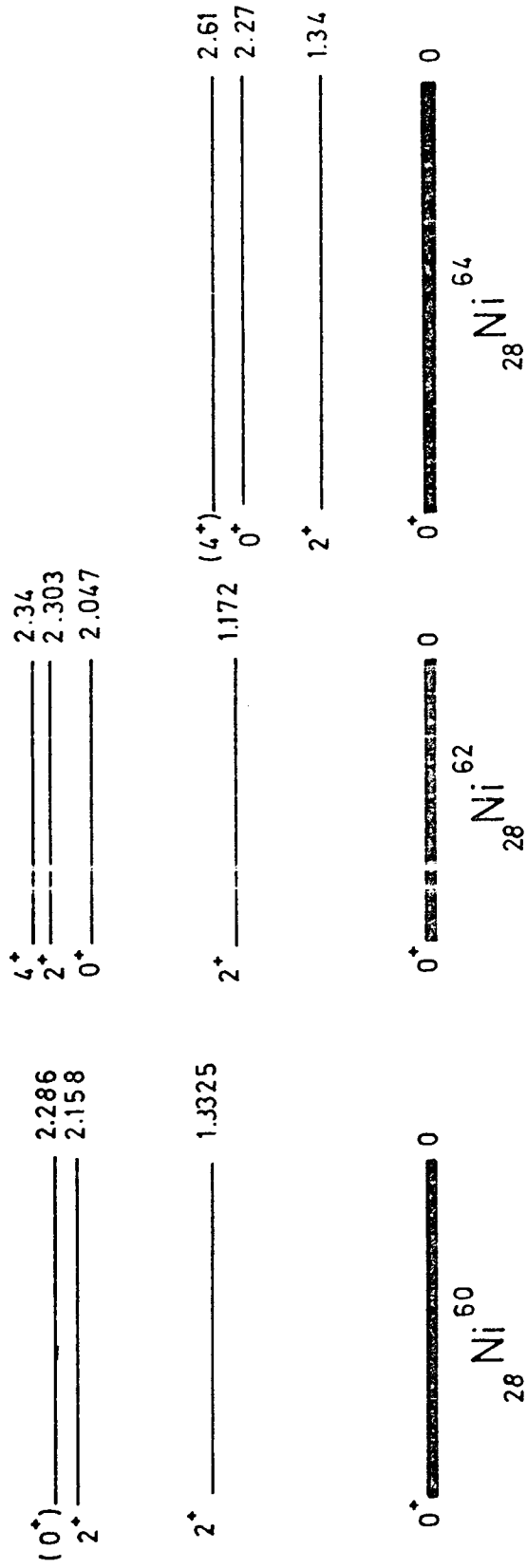
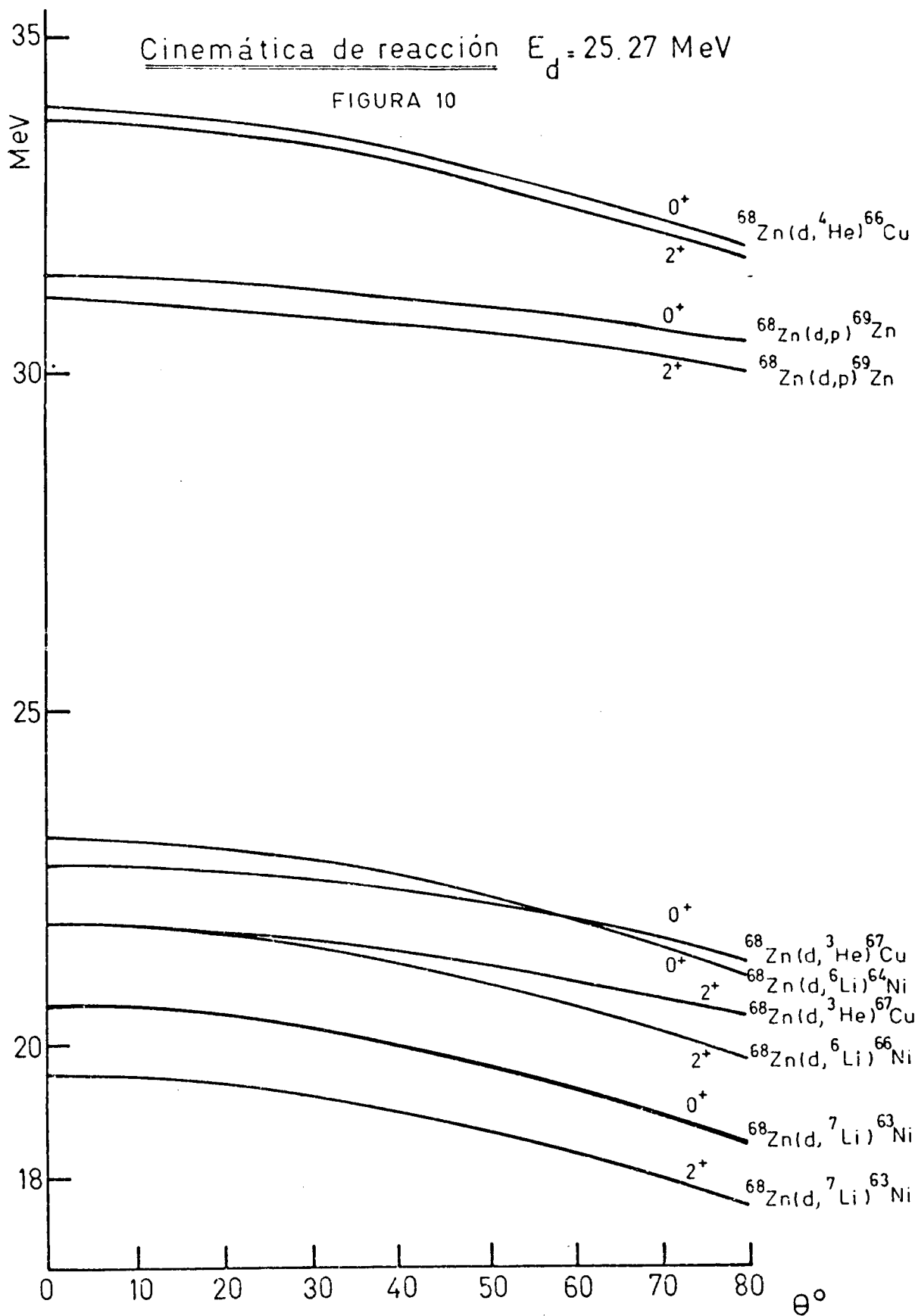


Fig. 9: Esquema de Niveles de los nucleos residuales $^{60,62,64}\text{Ni}$



que corresponde a un espesor de aproximadamente 110μ de Si. (entre el ^{27}Al y el ^{28}Si hay un protón de diferencia y las curvas de frenamiento son prácticamente iguales); en este espesor se frenan también los iones ^7Li de 21 Mev, ^4He de 13 Mev, ^3He de 12 Mev, \underline{d} de 6.5 Mev y \underline{p} de 5 Mev; siendo que el rango de interés está en la región 19-24 Mev, las señales provenientes de los cuatro últimos grupos de partículas no interfieren con los niveles del ^6Li ; el pico del estado 0^+ proveniente de la reacción ($\underline{d}, ^7\text{Li}$) está situado a 1.06 Mev debajo del estado 2^+ correspondiente al ^6Li ; siendo que la resolución total del sistema se puede estimar en 400keV, los niveles 0^+ y 2^+ de los isótopos $^{64,62,60}\text{Ni}$ poblados por la reacción ($\underline{d}, ^6\text{Li}$) estarían, en principio, bien resueltos. Conocido el espesor mínimo de Si ($e \approx 110\mu$) necesario para frenar los iones ^6Li se debe elegir el espesor de cada uno de los componentes del telescopio de detectores; la decisión estará condicionada por un factor económico, ya que cuanto más delgado es un detector mayor es su costo y por un factor técnico, debido a los posibles apilamientos de pulsos. Si bien es cierto que, como se mostró anteriormente, para un espesor total de 110μ de Si las señales originadas por una sola partícula ^4He , ^3He , \underline{d} ó \underline{p} , no causan interferencia en la región comprendida entre 19 y 24 Mev, puede darse el caso de la llegada simultánea de dos de estas partículas, iguales o diferentes, y que la señal producida por ambas sea igual a la originada por un ion ^6Li . Ello causa un error inevitable en la identificación de los productos de reacción que puede ser minimizado con una correcta elección del espesor de los detectores. Con ese fin se tabularon las pérdidas de energía en Si ^(8,9) en espesores de detectores de 50μ , 100μ , 200μ , y 250μ , correspondientes a iones ^6Li , ^4He , ^3He , \underline{d} y \underline{p} con energías comprendidas entre 1 y 25 Mev. Dados estos valores, se analizaron median-

te un programa de cálculo todos los apilamientos posibles: ${}^4\text{He}-{}^4\text{He}$, ${}^4\text{He}-{}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}-\text{d}$, ${}^4\text{He}-\text{p}$, d-p , p-p , para las combinaciones de detectores ($50\ \mu - 250\ \mu$), ($50\ \mu - 100\ \mu$), ($50\ \mu - 50\ \mu$), imponiendo como condición que la suma de la pérdida de energía en el sistema de detección debida a la llegada simultánea de dos partículas esté comprendida entre 19 y 24 Mev y que la energía perdida por ambas en el detector de transmisión sea igual a la pérdida por un ion ${}^6\text{Li}$: en ese caso se tendrá una señal de identificación equivalente a la originada por los ${}^6\text{Li}$. Si se representan las curvas de nivel de pérdida de energía total para las diferentes posibilidades de apilamiento y se hacen corresponder con las curvas de señal $E \times \Delta E$ que identificarían como ion ${}^6\text{Li}$, se obtiene un gráfico que muestra el comportamiento de una determinada configuración de detectores. Así para los apilamientos ${}^4\text{He}-{}^4\text{He}$, las figuras 11, 12 y 13 representan las curvas obtenidas para las combinaciones de detectores mencionadas anteriormente: en los ejes se han llevado las energías $E_{\alpha 1}$ y $E_{\alpha 2}$. Las líneas de nivel llenas indican los posibles apilamientos de dos ${}^4\text{He}$ que producirían una señal $E \times \Delta E$ idéntica a la originada por un ion ${}^6\text{Li}$ de una energía determinada a partir del gráfico de la fig. 7; por ejemplo, siendo que un ${}^6\text{Li}$ de 19 Mev produce una señal $E \times \Delta E = 235$, puede verse que dos partículas ${}^4\text{He}$ simultáneas de 12 Mev cada una, generarían una señal equivalente; se observa claramente que la superficie encerrada por estas líneas de nivel, que se corresponden con la probabilidad de apilamiento, disminuye con el espesor del sistema de detectores. Igualmente se han dibujado las curvas de pérdida total de energía $E_t = \text{constante}$, que presentan un comportamiento en función del espesor, similar a las anteriores: ésto indica que la probabilidad de un apilamiento causado, por ejemplo por dos partículas ${}^4\text{He}$ con $E_t = 22$ Mev es mucho menor en el sis-

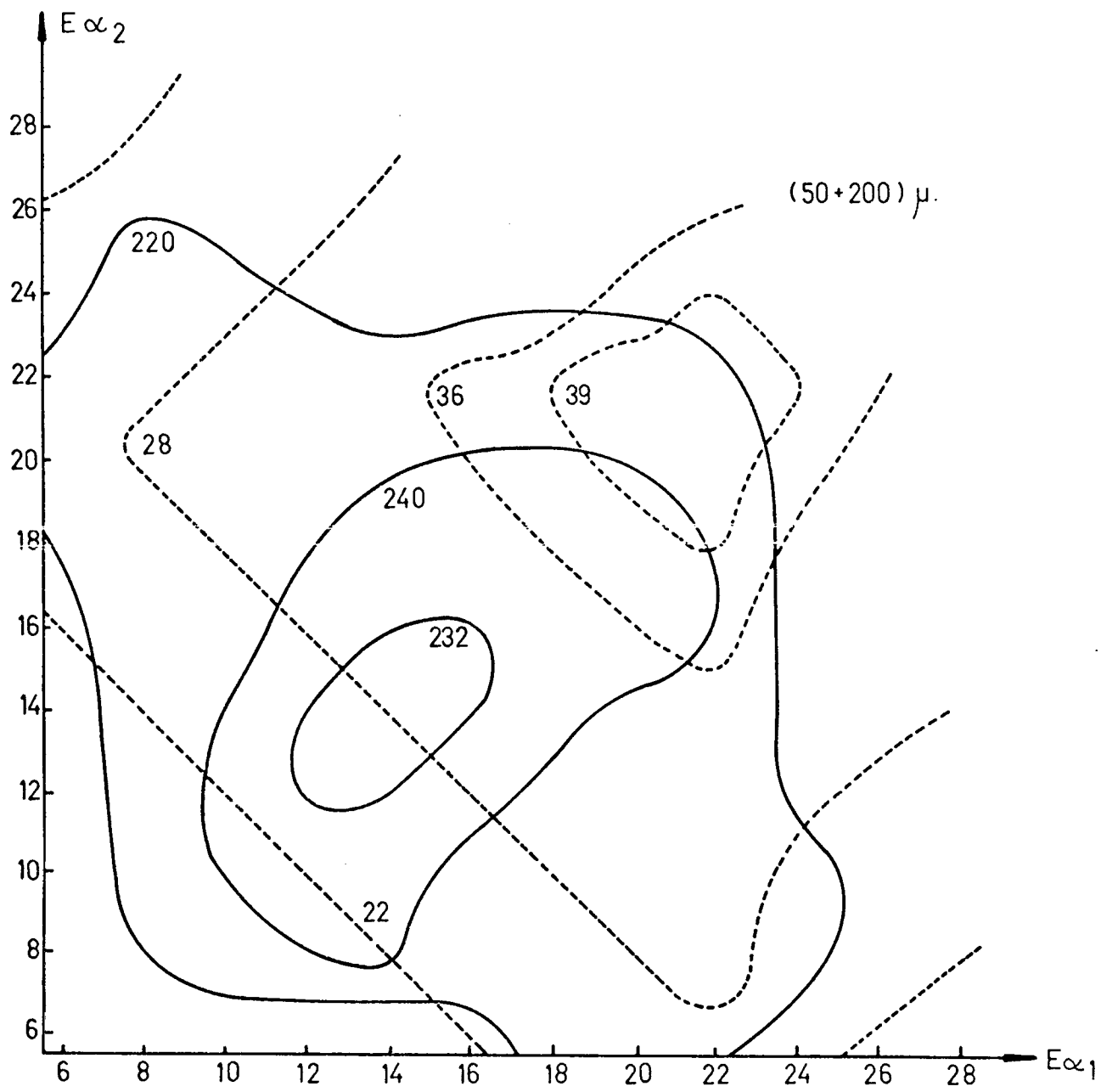


Figura 11

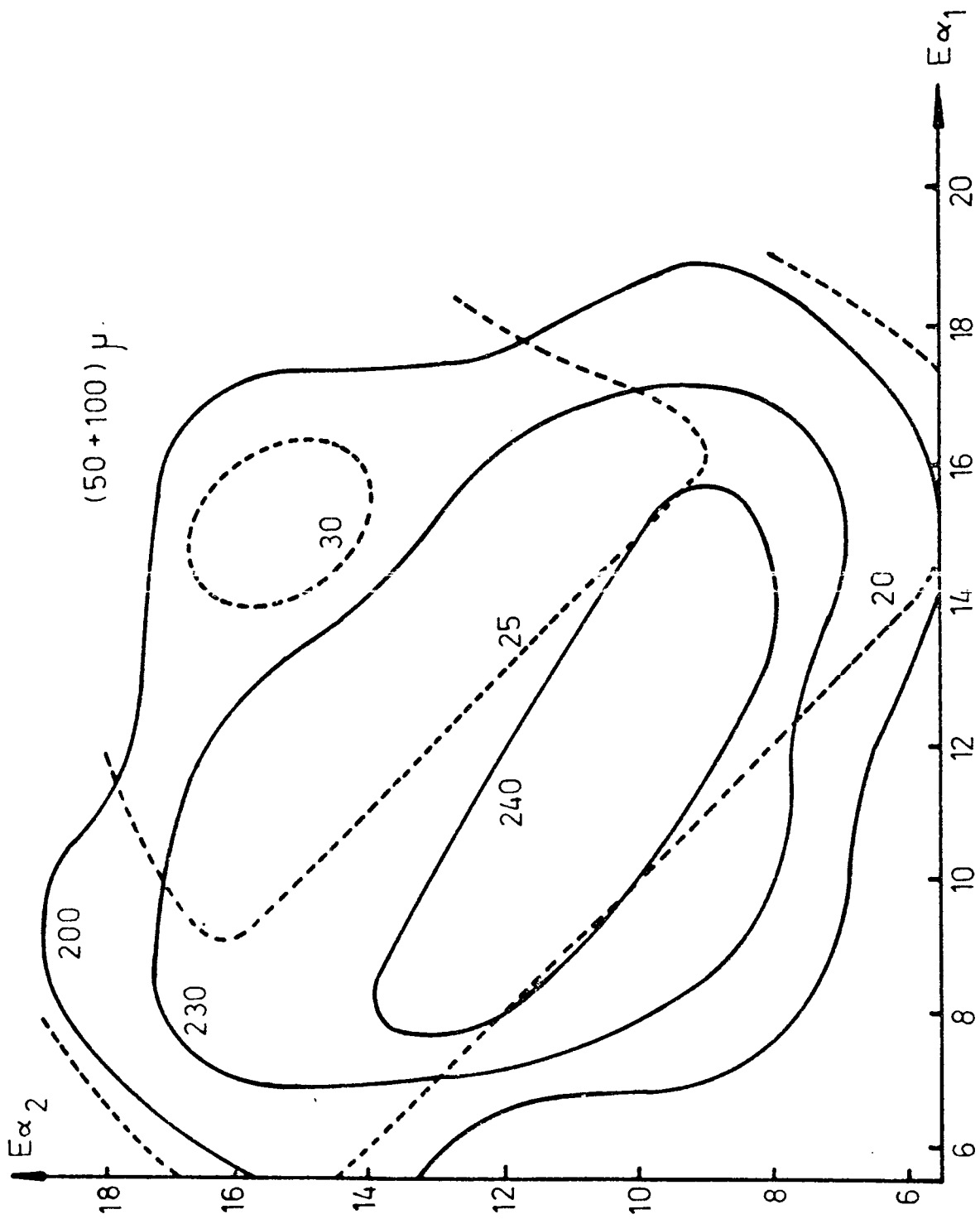


FIGURA 12

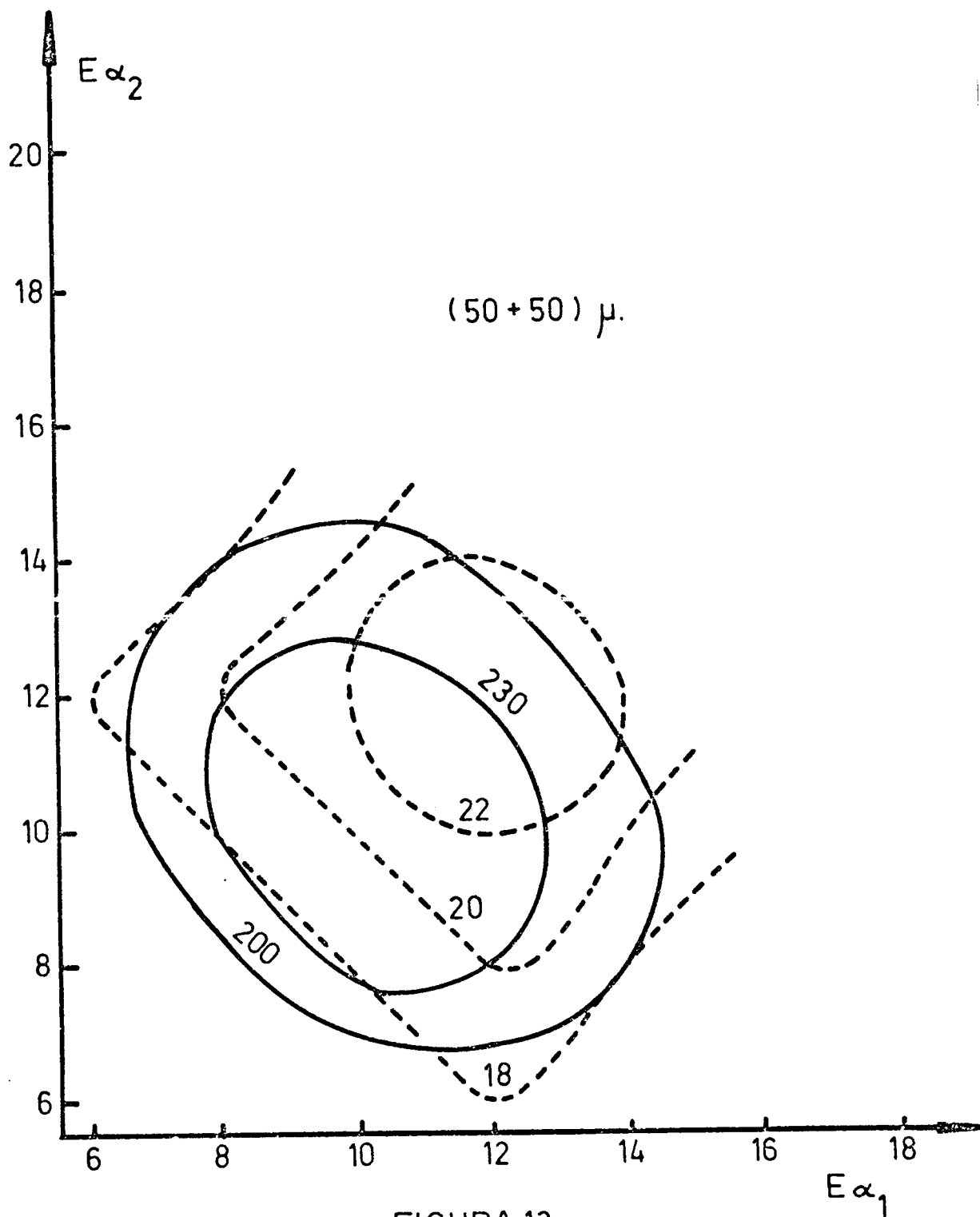


FIGURA 13

tema ($50\mu - 50\mu$) que en el ($50\mu-250\mu$).

El presente caso de coincidencias de dos ${}^4\text{He}$ es el más desfavorable ya que los otros productos de reacción, por ser más livianos, pierden menos energía y por lo tanto, las señales que originan están más alejadas de la zona de interés. La llegada simultánea de tres o más partículas no ha sido tomada en cuenta por considerársela poco probable.

En principio se conoce que disminuyendo el espesor de los detectores la situación es más favorable debido a la disminución de los apilamientos; el estudio precedente da un criterio cuantitativo para decidir, en una situación de compromiso, hasta qué punto es conveniente efectuar esa disminución.

Se puede concluir que el telescopio debería estar constituido por una combinación ($50\mu-50\mu$) o ($30\mu-80\mu$). Por razones de existencia en el laboratorio, el sistema de detección utilizado finalmente, consiste en dos conjuntos ($50\mu-100\mu$) y ($50\mu-90\mu$); sobre la platina móvil de la cámara de dispersión, están simétricamente colocados en un montaje que orienta el eje de cada telescopio en 12° fuera del plano azimutal (fig. 14) y que miden simultáneamente en el mismo ángulo de dispersión ψ , que puede ser determinado con una aproximación de 0.05° relativo a la dirección 0° . La distancia al centro del blanco es de 109 mm y la superficie de entrada de los detectores está limitada por un colimador de diámetro $\phi=3$ mm. Los detectores utilizados son de Si del tipo barrera superficial de depleción total, de procedencia Ortec, Simtec y algunos de fabricación en el laboratorio del Síncrociclotrón de la CNEA; la resolución es de aproximadamente 30 keV FWHM, medida para partículas α de 5.4 MeV.

Los tiempos de medición fueron inusualmente largos: en promedio, de 25

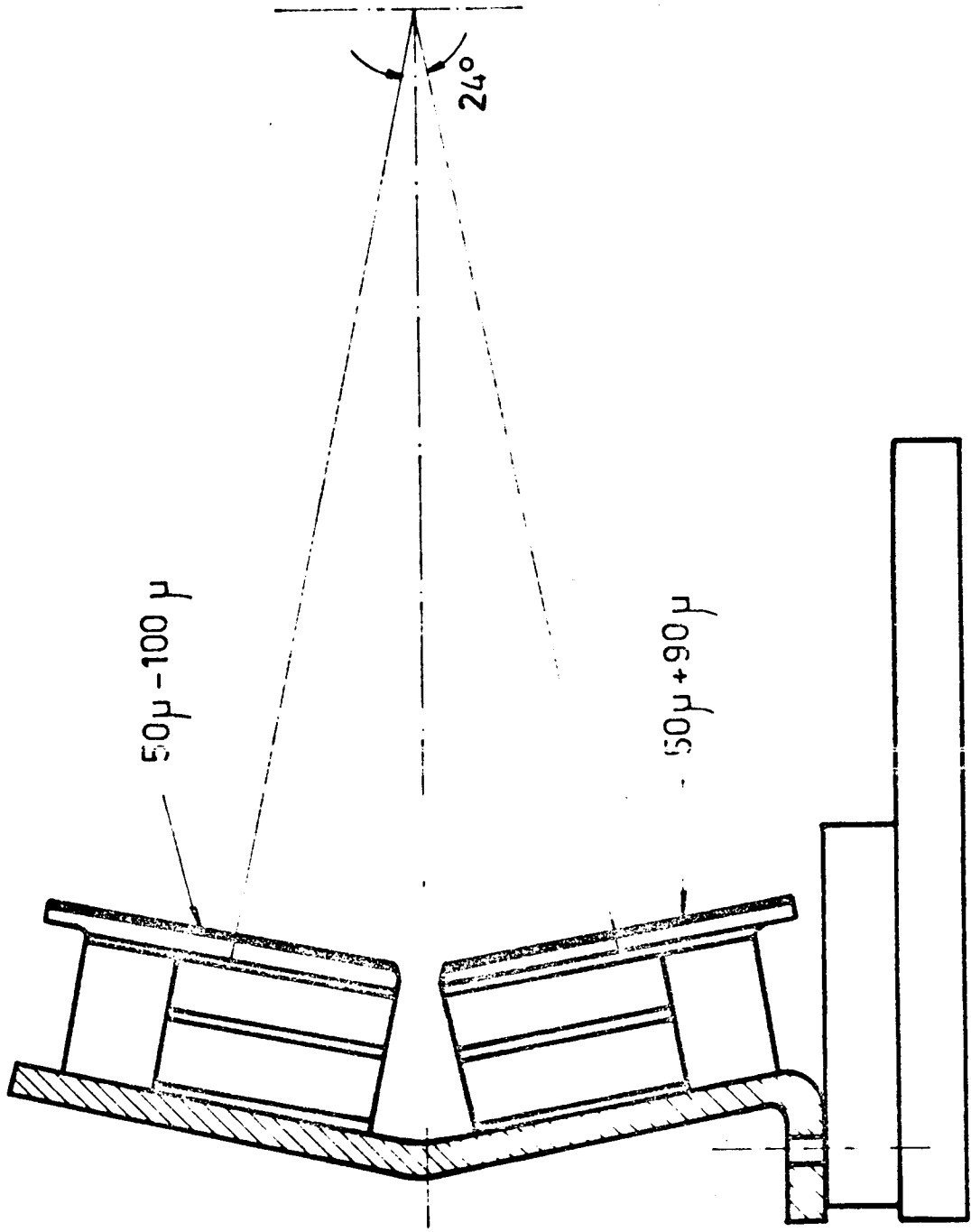


FIGURA 14: SISTEMA DE DETECCION

horas para cada ángulo, debido al pequeño valor de la sección eficaz de reacción y a la necesidad de disminuir la corriente de irradiación a un nivel variable entre 1 y 15 nA, con el objeto de minimizar la probabilidad de apilamientos. El sistema de detección usado permitió reducir el tiempo de medición a la mitad a la vez que posibilitó un control de los eventos registrados, ya que por ser los telescopios fundamentalmente iguales y encontrarse en las mismas condiciones, los espectros generados por cada uno de ellos deberían coincidir dentro de las desviaciones estadísticas.

2.5 Sistema electrónico de medición.

En el curso del experimento se utilizaron dos sistemas electrónicos diferentes: en el primero se trabajó con un Identificador de Partículas Ortec 423 y en el segundo se aprovecharon las posibilidades de un analizador multiparamétrico Intertechnique de 4096 canales.

Haciendo uso de las propiedades de las señales eléctricas producidas en un telescopio de detectores semiconductores E- ΔE , Goulding¹⁰⁾ ha desarrollado una técnica de identificación basada en las relaciones empíricas^{11,12)} (fig.15) que hay entre el recorrido R de las partículas y su energía E:

$$R = a E^b \quad E > 10 \text{ MeV} ; \quad b = 1.73$$

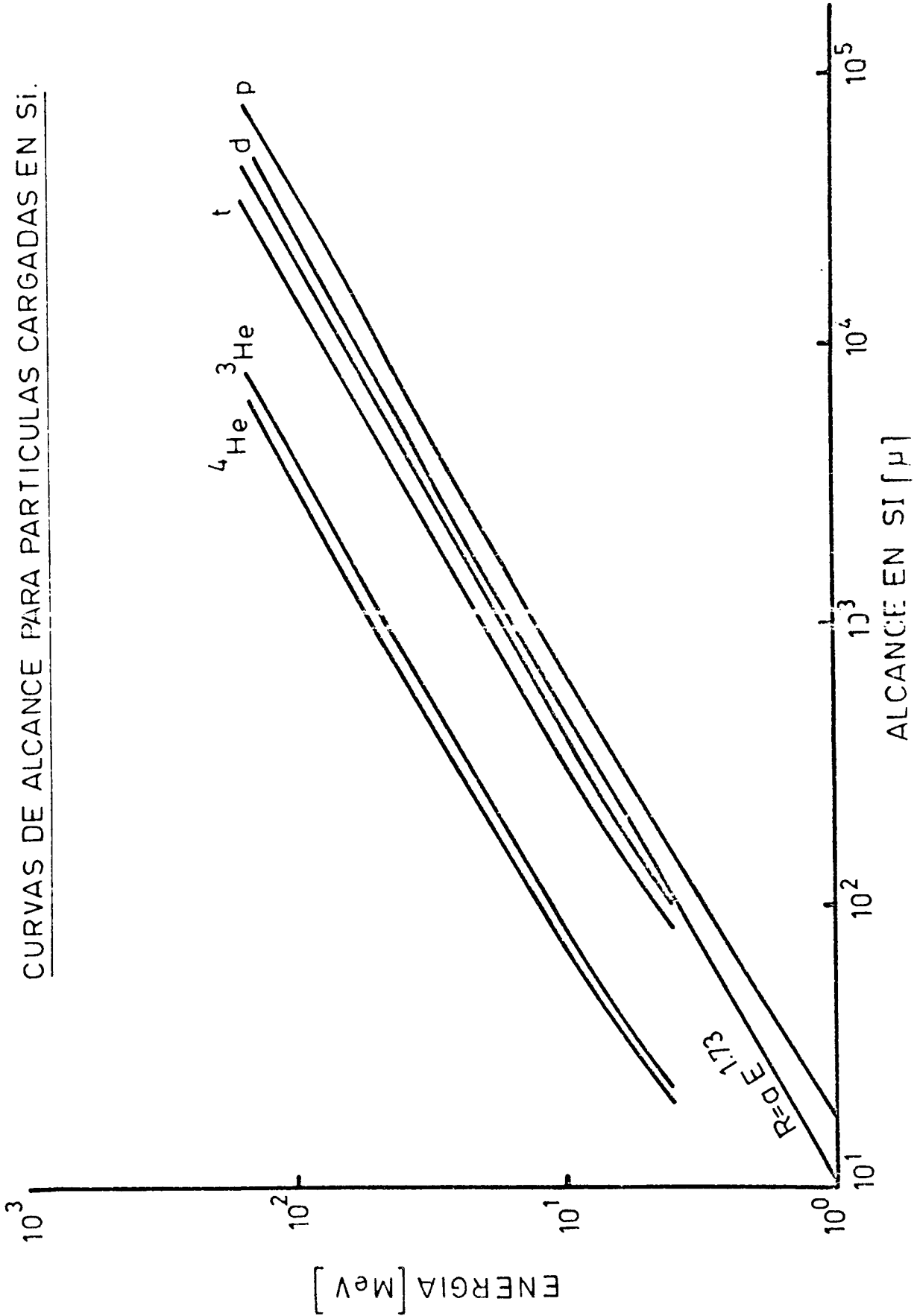
R expresado en mg cm^{-3}

E expresado en MeV

a, constante que depende de la naturaleza de las partículas e independiente de su energía

Aplicándolo al esquema de la fig. 16, donde E_T es la energía total, E_2 la energía que resta luego de atravesar el detector ΔE de espesor e

FIGURA 15
CURVAS DE ALCANCE PARA PARTICULAS CARGADAS EN SI.



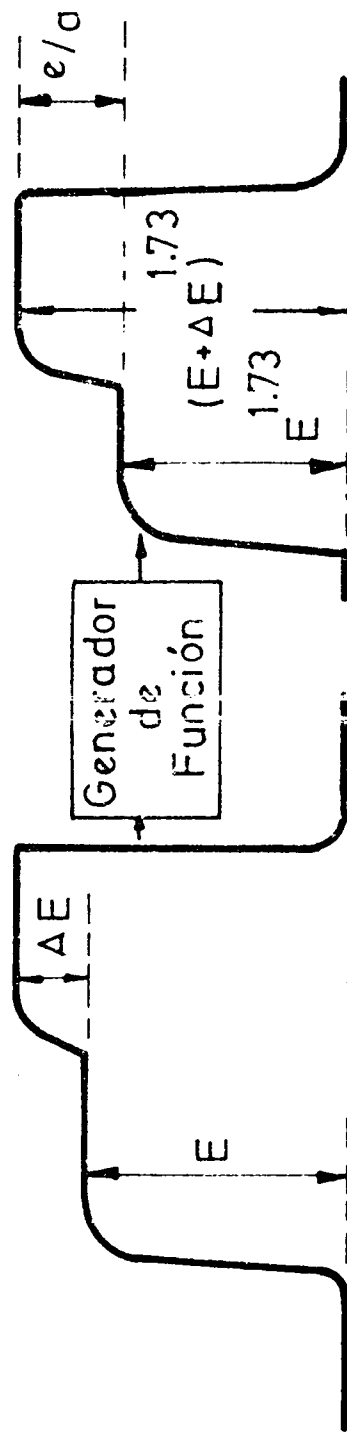
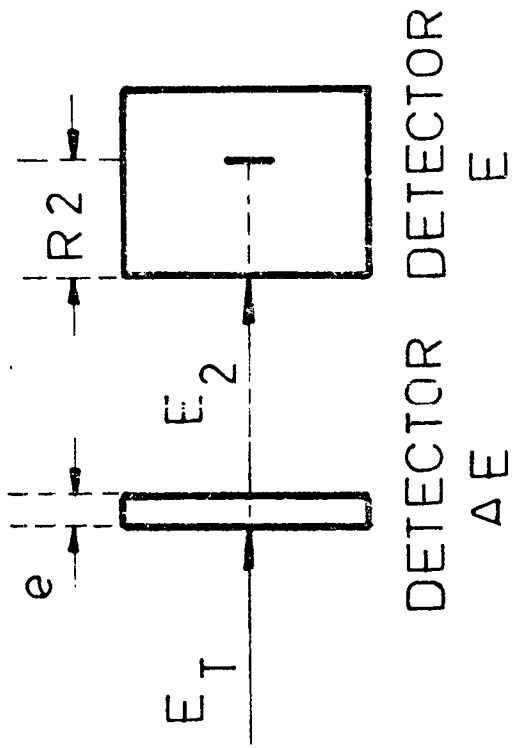


FIGURA 16

y que será perdida en el detector E en la distancia R_1 , tenemos:

$$R = e + R_1 = a E_T^{1.73}$$

$$R_1 = a E_2^{1.73}$$

$$\frac{e}{a} = E_T^{1.73} - E_2^{1.73} = (E_2 + \Delta E)^{1.73} - E_2^{1.73}$$

y la información proporcionada por los detectores puede ser procesada para obtener la relación $\frac{e}{a}$ que, de acuerdo a las consideraciones hechas anteriormente, es característica para cada tipo de partícula. El esquema de operación del Identificador de Partículas de muestra en la fig. 17: Las señales E y ΔE que provienen de un circuito de coincidencias son adicionadas linealmente en un circuito de suma condicionada; la señal E pasa sin cambio y después de $1.8 \mu\text{seg}$ se agrega la señal ΔE durante otro período de $1.8 \mu\text{seg}$; el circuito de tiempo, al recibir la señal de habilitación, genera un programa que sincroniza el retardo para el circuito de suma y las diferentes partes del identificador; el pulso escalón entra en el generador de función donde se efectúa la operación de potenciación 1.73; el resultado es inyectado en un amplificador selectivo que amplifica sólo el escalón producido por el generador de función que, como se muestra en la fig. 16 es la que tiene la información sobre el tipo de partícula. Esta señal provee luego la salida de identificación (PI0). Un pulso proporcional a la energía total E_T se obtiene del circuito suma. Una ventaja importante de este sistema de identificación es que no impone condiciones al detector ΔE , en el sentido de exigir que la pérdida de energía debida a su espesor sea una fracción pequeña de la energía total E_T ; ello permite procesar eventos provenientes de una gran variedad de partículas que tengan un amplio espectro de energías.

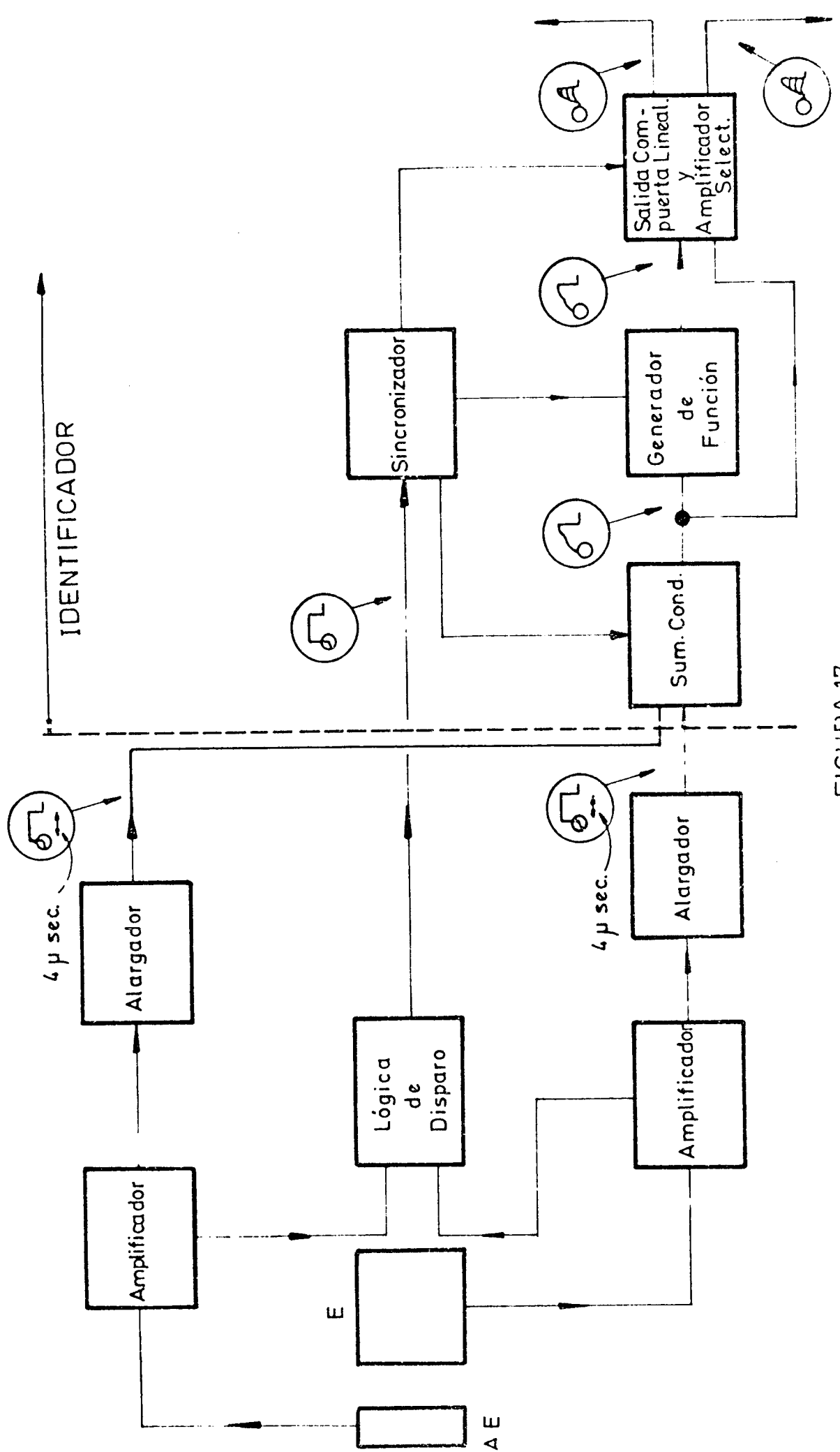


FIGURA 17

La fig. 18 muestra el esquema del circuito empleado utilizando el identificador de partículas. Los pulsos que llegan de los detectores E y ΔE van de los amplificadores (Ortec 440) a un módulo de coincidencias rápidas (N.C.27351) que habilita las compuertas lineales (Ortec 442) y el identificador (Ortec 443) : la señal P10 va a un analizador multicanal RIDL donde se visualiza el espectro completo de masas y a un selector unicanal (Ridl 3310B) que selecciona sólo las partículas ${}^6\text{Li}$; el pulso allí generado se pone en coincidencias con el de E_T que entra en el Convertidor Analógico Digital ; el espectro de energías se almacena y visualiza luego en el Analizador Intertechnique. Todo el sistema está comandado por un integrador de corriente que activa la entrada del analizador.

Con este circuito se realizaron las primeras mediciones; como se mencionó anteriormente, el valor extremadamente bajo de la sección eficaz de reacción medida llevó a la necesidad de reducir el tiempo de conteo y a tener un control estadístico de los resultados. El sistema de identificación fué cambiado adaptándolo a dos cadenas de medición similares y simultáneas y a la vez mejorando el funcionamiento del equipo. Aprovechando las posibilidades de un analizador multiparamétrico y basándose en que la pérdida de energía en el detector de transmisión ΔE contiene la información específica del tipo de partícula, se dividió la memoria del analizador en dos grupos de base bidimensional de 64×32 canales; en cada uno de ellos se llevó al eje x las señales provenientes de los detectores delgados ΔE , al eje y las correspondientes E_T y en la dimensión z se acumularon los eventos producidos. El circuito está representado en la fig. 19 : ambas cadenas son funcionalmente iguales; los pulsos amplificados pasan por los selectores unicanales (Ridl 3310B) que limitan las señales al nivel de

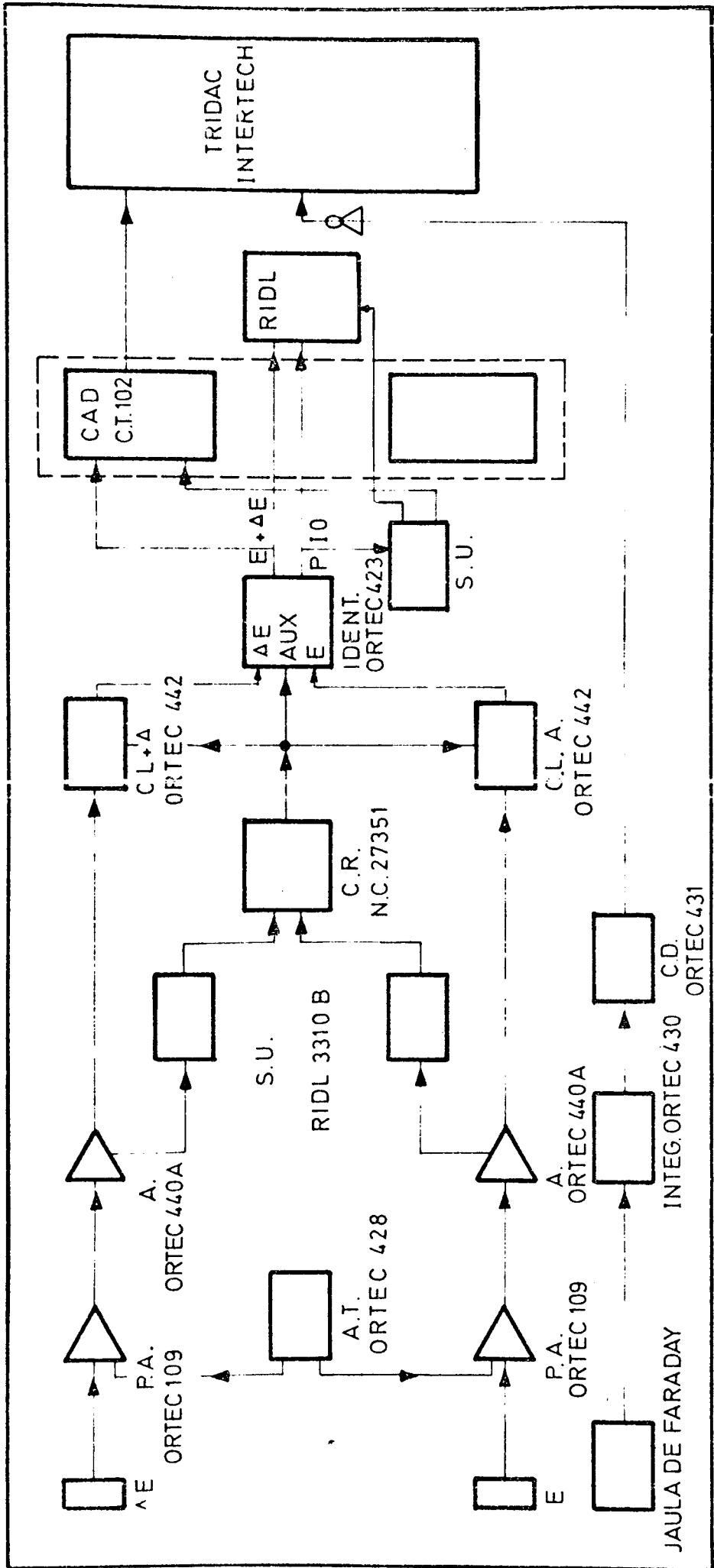


FIGURA 18: CIRCUITO CON IDENTIFICADOR DE PARTICULAS

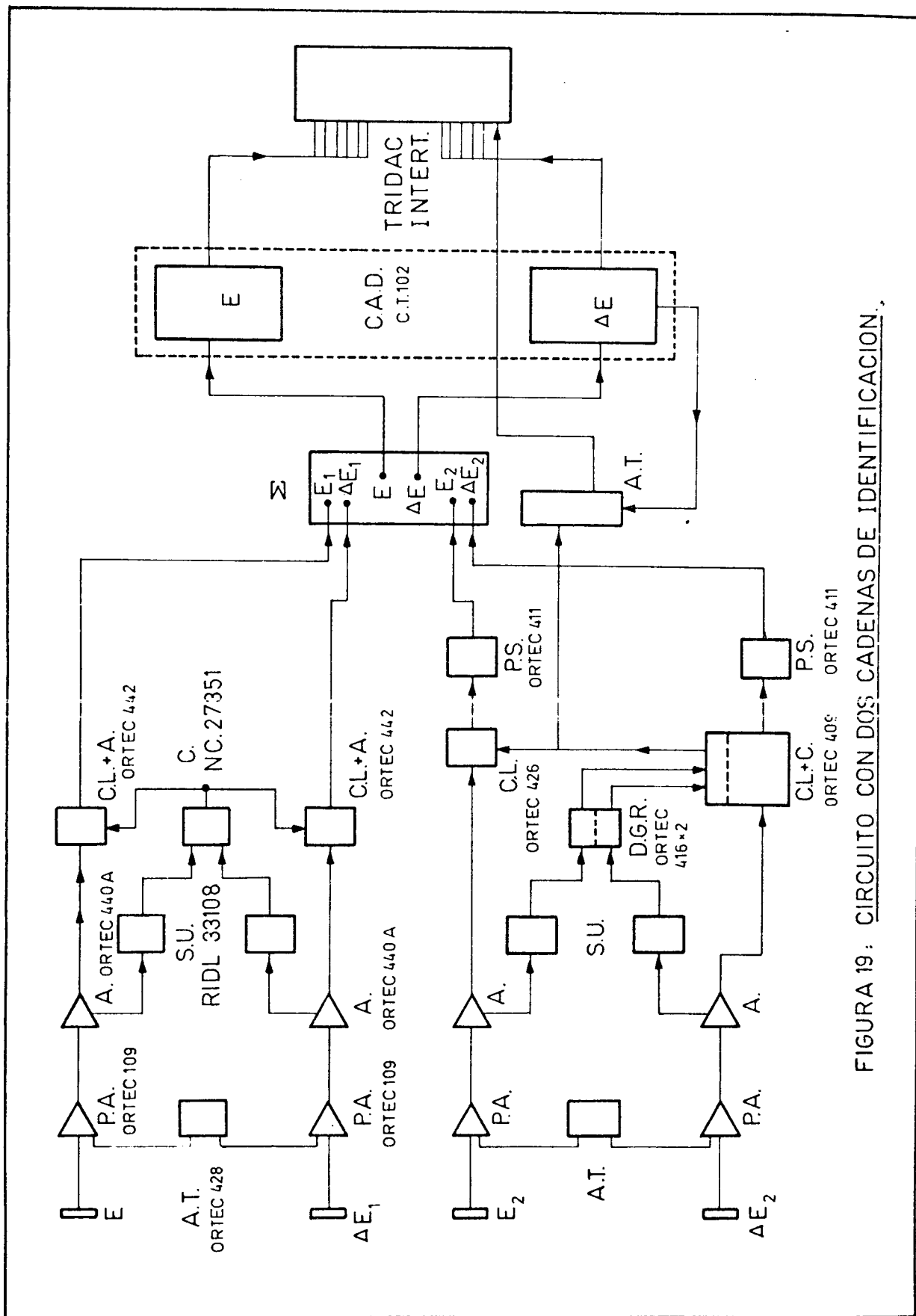


FIGURA 19: CIRCUITO CON DOS CADENAS DE IDENTIFICACION.

interés y van a un módulo de coincidencias (N.C.27351) que habilita la salida de las compuertas lineales (Ortec 442) ; luego se envían a un circuito sumador (Σ) que produce para ambas cadenas los pulsos E_T y ΔE a ser procesados en los correspondientes convertidores analógicos (CT 102); una memoria de almacenamiento temporal (A T) guarda la información referente al origen del evento en cuestión y la libera en el momento oportuno para dirigir a éste a la región de la memoria correspondiente. Los espectros típicos allí desplegados tienen el aspecto que se muestra en la fig. 20: se observa que la separación es altamente satisfactoria y que la discriminación de probables apilamientos puede hacerse en forma sencilla. Los niveles 0^+ y 2^+ están claramente separados; el número de cuentas bajo el pico oscila alrededor de 90 para cada uno de los sistema lo que permite asegurar estadísticamente los datos obtenidos.

2.6 Blancos utilizados y resolución final.

Para la realización de los experimentos se utilizaron folias metálicas autoportantes de los isótopos enriquecidos ^{68}Zn (98.5%), ^{66}Zn (96.8%) y ^{64}Zn (99.1%) con espesores de 1.1 mg cm^{-2} , 1.1 mg cm^{-2} y 0.78 mg cm^{-2} respectivamente. La resolución total del sistema puede estimarse en 400 kev FWHM , correspondiendo 250 kev a la resolución del haz y el resto debido a la dispersión de los iones ^6Li en el espesor del blanco; evidentemente trabajando con folias más delgadas podría lograrse una pequeña mejoría en la resolución pero también se prolongarían excesivamente los tiempos de medición; la solución de compromiso adoptada es muy aceptable dados los resultados obtenidos.

La resolución del sistema de detección así como la del equipo electrónico, no tienen contribución apreciable frente a los aquí mencionados.

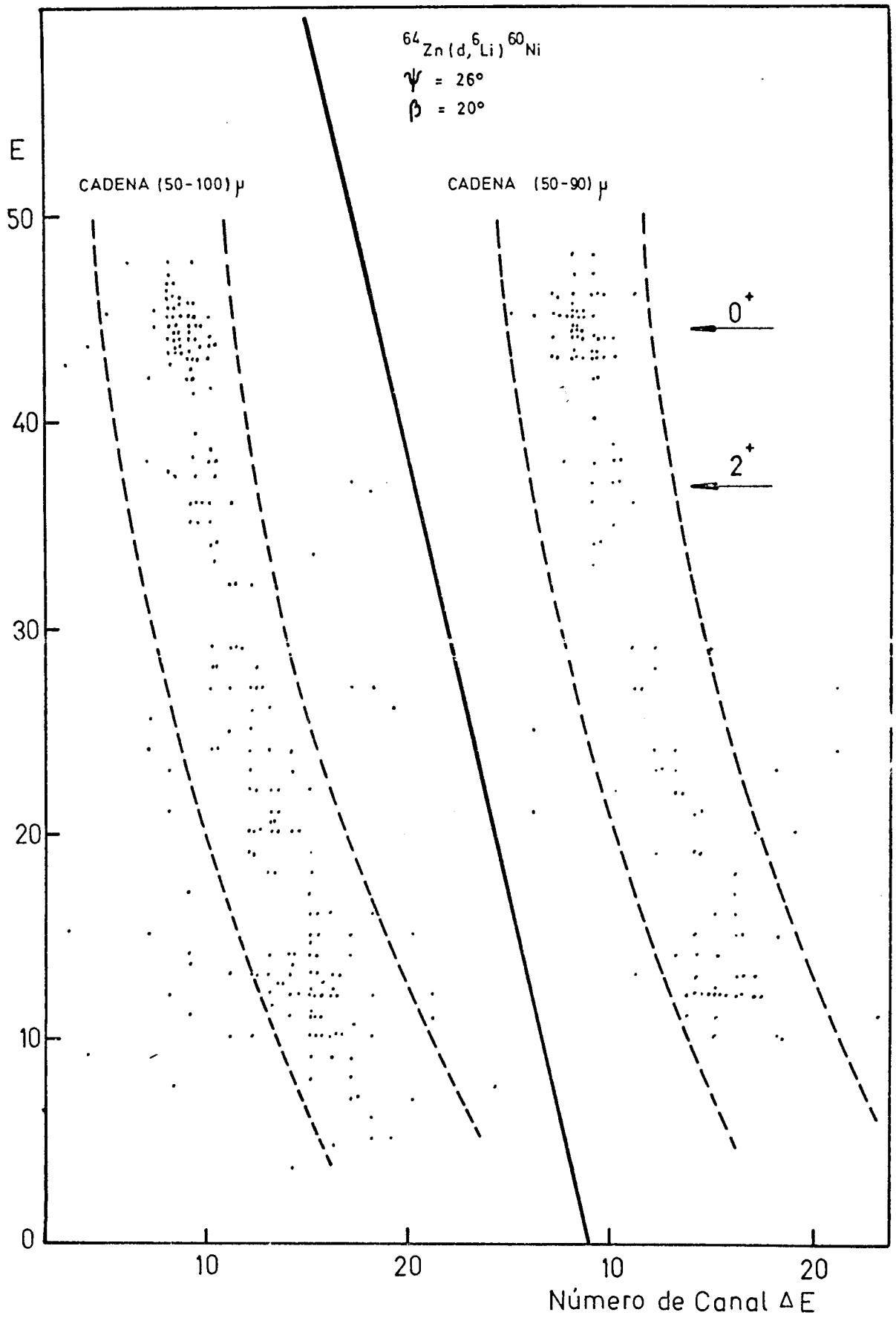


FIGURA 20 : ESPECTROS TÍPICOS VISUALIZADOS EN EL ANALIZADOR MULTICANAL

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES.

3.1. Generalidades sobre el Mecanismo de Reacción.

El mecanismo de una reacción nuclear depende de las propiedades de las fuerzas existentes entre los nucleones intervinientes; el conocimiento de estas fuerzas permite hacer predicciones teóricas sobre los procesos que dan lugar a un determinado canal de salida. Sin embargo, invirtiendo los términos, muchas características generales referentes al mecanismo de reacción pueden ser inferidas fenomenológicamente, sin formular hipótesis previas, a partir de las distribuciones angulares de las secciones eficaces experimentales.

Las excitaciones de los estados del continuo de un sistema de nucleones originados por una reacción nuclear pueden realizarse con intervención de un estado intermedio en el cual se han excitado muchos de los grados de libertad: en tal caso se dice que la reacción se ha efectuado mediante un mecanismo con formación de núcleo compuesto (NC); en otras situaciones sólo están involucrados unos pocos grados de libertad mientras que los restantes permanecen pasivos: de las reacciones que presentan esta característica de simplicidad se dice que han procedido mediante un mecanismo de reacción directo (ID). Un gran esfuerzo ha sido invertido tratando de separar las contribuciones de ambos procesos a la amplitud total de reacción; ellos representan dos situaciones extremas en el mecanismo de interacción de un sistema de muchos cuerpos en el que puede razonablemente esperarse la presencia de toda la gama de situaciones intermedias.

Desde un punto de vista clásico, el elemento físico central que caracteriza los mecanismos ID y NC es el tiempo transcurrido durante el proceso de interacción. En el primero, ese tiempo es aproximadamente igual al que necesitaría el proyectil para atravesar el núcleo: para un pozo de potencial de interacción de ≈ 50 MeV es del orden de 10^{-22} seg., mientras que el NC tiene una vida media comparativamente larga, asociada a una indeterminación en la energía del estado de ≈ 0.1 eV correspondiente a $\approx 10^{-14}$ seg.

La relación semiclásica que expresa el "tiempo de retardo" de reacción τ , como la derivada con respecto a la energía de la amplitud de dispersión¹³⁾

$$\tau_{\alpha\beta} = -i \hbar \frac{\partial}{\partial E_{\alpha}} \ln f(\bar{k}_{\alpha}, \hat{r}_{\beta}) \quad (3.1)$$

donde

$f(\bar{k}_{\alpha}, \hat{r}_{\beta})$ = amplitud de dispersión en el canal de salida β

\bar{k}_{α} = vector momento de la onda incidente en el canal de entrada α

\hat{r}_{β} = dirección de dispersión

proporciona un elemento característico adicional que puede ser puesto en correlación con las variaciones experimentales observadas en las secciones eficaces de reacción en función de la energía de la partícula incidente: los valores de (3.1) del orden de 10^{-22} seg. corresponden -excepto en los umbrales de reacción- a cambios apreciables en las secciones eficaces cuando las variaciones de la energía son de algunos MeV; mientras que cuando (3.1) es del orden de 10^{-14} seg., las secciones eficaces varían sensiblemente para energías que difieren en algunos keV. Es razonable asociar los procesos que presentan estas características con los mecanismos ID y NC y suponer que, en general, los diferentes canales de salida serán excitados por ambos, de manera que la amplitud total de reacción en el canal β pueda expresarse como una suma

$$f(\bar{k}_{\alpha}, \hat{r}_{\beta}) = f_{ID}(\bar{k}_{\alpha}, \hat{r}_{\beta}) + f_{NC}(\bar{k}_{\alpha}, \hat{r}_{\beta}) \quad (3.2)$$

Esta separación en dos términos tiene sentido experimental sólo cuando ellos están temporalmente bien distanciados lo que implica imponer restricciones a la duración del paquete de ondas incidente en el canal de entrada¹⁴⁾ que debe ser lo suficientemente breve como para no contar una superposición de ambos procesos.

En las condiciones mencionadas la sección eficaz promedio es proporcional al cuadrado de (3.2)

$$\left\langle \frac{d\sigma}{d\Omega} \right\rangle_I = \text{cte} \{ |f_{ID}|^2 + \langle |f_{NC}|^2 \rangle_I \} \quad (3.3)$$

y puede demostrarse que el término de interferencia, lineal en f_{NC} , es nulo si el promedio se hace en un intervalo de energías I que sea grande comparado con el ancho y la separación de los estados NC.

Estas consideraciones son interpretadas teóricamente mediante modelos que expresan la función de onda o el Hamiltoniano del sistema como una suma de dos términos que se corresponden respectivamente con los procesos ID y NC.

Los modelos dinámicos tratan de explicar las variaciones de las secciones eficaces en función de la energía estableciendo una dependencia semejante en el potencial efectivo actuante sobre cada nucleón. Siguiendo el formalismo introducido por Feshbach^{15,16)}, la función de onda total del sistema puede ser expresada mediante los proyectores P y Q como una partición

$$\psi = P\psi + Q\psi \quad (3.4)$$

donde $P\psi$ se comporta asintóticamente igual a ψ y contiene la información sobre las amplitudes de reacción experimentalmente observables en todos los llamados "canales abiertos"; $Q\psi$ está limitada a una región del espacio de configuración; su flujo a distancias mayores del radio nuclear es nulo y describe los llamados "canales cerrados".

Partiendo de la ecuación de Schrödinger y de la partición (3.4) puede demostrarse (Apéndice II), que el Hamiltoniano efectivo del sistema

$$H = H_{PP} + H_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ}} H_{QP} \quad (3.5)$$

es dependiente de la energía y separable en dos términos: uno que varía lentamente en función de E y otro que lo hace bruscamente presentando resonancias en los polos del propagador $(E - H_{QQ})^{-1}$; las amplitudes y las secciones eficaces de reacción teóricas derivadas de cada uno de ellos podrían en principio ser puestas en correspondencia con las observadas experimentalmente y ser identificadas como las provenientes de procesos ID y NC respectivamente.

Este modelo da una base teórica para la partición establecida en (3.3). Sin entrar en los detalles del cálculo y limitándonos a consideraciones cualitativas se observa que en los modelos dinámicos de ID los elementos de matriz de la interacción nuclear están formados sólo por acoplamientos entre los diversos términos de $P\psi$; en los modelos de NC se acoplan los términos de $P\psi$ con los de $Q\psi$. Sin embargo debido a la relación no lineal entre los elementos de matriz de la interacción nuclear y las amplitudes de transición, no es posible asegurar, en general, una correspondencia exacta entre los dos términos y las contribuciones ID y NC a las amplitudes experimentales²⁶⁾. El procedimiento queda justificado por el hecho de que, en determinadas circunstancias, uno u otro tipo de los acoplamientos es fuertemente dominante.

Las distribuciones angulares teóricas de las secciones eficaces de reacción originadas en un mecanismo NC dominante, tienen características que dependen de la distribución de los estados resonantes dados por los polos de $(E-H_{QQ})^{-1}$ en (3,5) y puede verse^{17,18)} que las funciones de onda correspondientes se acoplan a los de $P\psi$ con conservación del momento angular J y de la paridad π ; como consecuencia las distribuciones angulares provenientes de acoplamientos con un único estado resonante, serán simétricos respecto al ángulo de dispersión $\pi/2$; la superposición de acoplamientos con resonancias de paridades opuestas causará asimetrías tanto en los ángulos delanteros como traseros pero cuando la energía aumenta la separación de los estados resonantes disminuye llegando a superponerse efectuando un promedio sobre estos estados se obtienen nuevamente distribuciones angulares que son simétricas respecto de $\pi/2$.

3.2. Consideraciones sobre los Procesos ID.

Teniendo en cuenta lo expresado anteriormente es posible ahora hacer una caracterización fenomenológica de los procesos ID mediante un análisis cualitativo

de los distintos factores que inciden en el acoplamiento de los términos de $P\psi$ y $Q\psi$. Evidentemente las contribuciones más importantes a los procesos ID estarán dadas por los elementos de matriz que acoplen la función de onda del canal de entrada con aquellas funciones de onda que más se le asemejen; éstos son, por ejemplo, los elementos de matriz diagonales que dan cuenta de la dispersión elástica o las interacciones responsables de la dispersión inelástica. Las contribuciones proveniente de acoplamientos con $Q\psi$ son menores en magnitud; ellas corresponden, en general, a funciones de onda que describen estados excitados; su importancia en la formación de procesos CN dependerá de la densidad de esos estados.

Para su evaluación se pueden distinguir tres elementos importantes: el momento angular; el tipo de proyectil incidente y la energía del mismo.

a) La influencia del momento angular puede ser simplemente derivada de consideraciones semiclásicas acerca del parámetro de impacto: cuando éste es grande, el proyectil -independientemente del tipo o energía- pasa a una distancia del núcleo blanco que no favorece la formación de NC. Analizándolo en base a la discusión anterior es inmediato concluir que las ondas parciales incidentes en el canal de entrada con $l > kR$, tienen una pequeña superposición con las funciones de onda $Q\psi$ confinadas a una región próxima al radio nuclear R y que describen estados caracterizados por su bajo momento angular. Es razonable concluir que las ondas incidentes con momento angular grande favorecen la formación de procesos ID.

b) En el caso de ondas incidentes con bajo momento angular corresponderá tener en cuenta el tipo de proyectil. Si la reacción es originada por proyectiles pesados constituídos por varios nucleones es dable esperar una completa absorción y consecuentemente una fuerte excitación CN; en otros términos, el hecho de que el camino libre medio sea menor, se traduce en una mayor probabilidad de acoplamiento entre las funciones de onda entrantes y las de $Q\psi$. En el caso de tratarse

de proyectiles simples, las predicciones dependerán esencialmente de las energías de bombardeo.

c) La influencia de la energía en relación a los procesos NC e ID puede establecerse tanto en la selección de los canales abiertos -posibles- de salida, como en la superposición de éstos con el canal de entrada.

A medida que la energía aumenta, también lo hacen los factores de penetración: ello trae como consecuencia un mayor número de canales de salida abiertos -en el sentido de posibles- y siendo que en los procesos NC dichos canales tienen probabilidades de decaimiento comparables, éstas disminuirán rápidamente con el aumento de energía. Por el contrario en los procesos ID no hay formación de un sistema intermedio en el que se generen competencias entre distintos modos de decaimiento. Puede verse que, en cuanto a la selección de los estados finales el aumento de energía favorece las reacciones ID sobre las NC.

En lo concerniente a la superposición de las funciones de onda de los canales de entrada y salida cabe distinguir entre distintos rangos de energía del proyectil incidente. A bajas energías los factores de penetración de barrera tienden a favorecer los procesos NC sobre los ID: en estos últimos las amplitudes de transición son proporcionales al producto de los factores de penetración de los canales de entrada y salida en cambio en la formación de CN interviene sólo el factor de penetración de la partícula incidente. Esta conclusión no tiene una validez general: por ejemplo en reacciones (d,p) por procesos ID son dominantes aún a muy bajas energías²⁷⁾.

En la región comprendida aproximadamente entre 10 y 50 MeV es difícil establecer un criterio de competencia: la densidad de niveles próximos aumenta con el consiguiente incremento de la probabilidad de transición CN; sin embargo muchos de estos estados pueden decaer por emisión de partículas es decir tienen una gran superposición con la función de onda incidente, hecho que lógicamente favorece los procesos ID.

A energías del orden de 100 MeV quedan abiertos la mayoría de los canales que resultan de acoplamientos entre los estados de partícula independiente y el canal de entrada; los correspondientes factores de penetración son grandes y en núcleos livianos la interacción se traduce en la emisión ID de pocos nucleones que lleven prácticamente toda la energía. En núcleos pesados la primera colisión responsable de la interacción ID puede también originar una segunda etapa de "evaporación" de partículas originadas en excitaciones CN. Es de notar que en estos casos no hay competencia entre los procesos ID y NC.

Todas estas consideraciones fenomenológicas si bien no definen un criterio que posibilite caracterizar una reacción nuclear de manera unívoca, dan una base que permite hacer hipótesis a ser confirmadas a posteriori mediante procedimientos más elaborados. Las distribuciones angulares de las secciones eficaces experimentales deben, en principio, reflejar algunas de las conclusiones anteriores. Así por ejemplo, un mayor número de oscilaciones en la sección eficaz diferencial, características de los momentos angulares elevados son indicio de procesos ID como así también las asimetrías en relación a los ángulos delanteros y traseros que persistan en un amplio rango de energías. Frecuentemente las distribuciones angulares presentan un pronunciado pico delantero, reflejando el hecho de que los productos de reacción tienden a ser emitidos preferentemente en la dirección del movimiento del proyectil incidente. En efecto, simplificando los argumentos y suponiendo que el proyectil interactúa con unos pocos nucleones del blanco, el momento resultante calculado en el centro de masa del sistema tiene la dirección del proyectil. Esta característica puede dejar de ser válida principalmente a bajas energías.

Como se muestra a continuación, las distribuciones angulares experimentales de las reacciones $(d, {}^6\text{Li})$ presentan en general los distintivos enunciados como indicativos de un proceso ID y en base a esa hipótesis se realiza el tratamiento posterior del capítulo 4.

3.3. Resultados Experimentales.

La figura 24 muestra un esquema de niveles de los núcleos residuales producidos en la reacción ${}^A_{\text{Zn}}(d, {}^6\text{Li}){}^{A-4}\text{Ni}$. Como se mencionó anteriormente la resolución total del sistema, incluida la dispersión de la energía de los iones ${}^6\text{Li}$ por frenamiento en el blanco, puede estimarse en ≈ 400 keV FWHM, de manera que la situación es, en principio, favorable en los tres isótopos para una buena separación de los cuatro primeros estados. Los valores de Q de la reacción, definidos como la diferencia entre las energías internas de los núcleos iniciales y finales (tabla 2) son negativos y suficientemente bajos en valor absoluto como para que los iones ${}^6\text{Li}$ sean emitidos con una energía ligeramente superior a la de la barrera coulombiana calculada como

$$E_B = \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \quad \{\text{MeV}\}$$

donde Z_1 y Z_2 , $A_1^{1/3}$ y $A_2^{1/3}$ son respectivamente las cargas y los radios de la partícula saliente y del núcleo residual.

Los resultados de este primer análisis deben ser modificados teniendo en cuenta las interferencias causadas por las partículas provenientes de otras reacciones simultáneas y muy particularmente las ${}^A_{\text{Zn}}(d, {}^7\text{Li}){}^{A-5}\text{Ni}$. En efecto, los respectivos valores de $Q({}^7\text{Li})$ son también negativos y mayores en valor absoluto que los $Q({}^6\text{Li})$; su magnitud es tal, que los niveles correspondientes a los estados fundamentales del núcleo residual ${}^{A-5}\text{Ni}$ se superponen con los segundos y terceros estados excitados del ${}^{A-4}\text{Ni}$ que evidentemente no pueden entonces ser resueltos; en consecuencia en las reacciones ${}^A_{\text{Zn}}(d, {}^6\text{Li}){}^{A-4}\text{Ni}$ sólo podrán ser observados los estados fundamentales 0^+ y primeros estados excitados 2^+ de los núcleos residuales. En el espectro bidimensional todos los otros niveles poblados por posibles reacciones: (d, α) , (d, p) , (d, t) etc., están suficientemente alejados y no causan -en ese sentido- ninguna interferencia. Cabe consignar que

ésta es una situación general y que los mismos efectos cinemáticos se producen en toda la zona de masas intermedias.

La figura 20 muestra un histograma típico, correspondiente a la reacción $^{64}\text{Zn}(d, ^6\text{Li})^{60}\text{Ni}$ observado en el ángulo $\theta_{\text{LAB}}=30^\circ$; éste ha sido obtenido a partir del espectro bidimensional $(E + \Delta E)$, ΔE registrado con uno de los telescopios de detectores en un tiempo promedio de 30 horas de medición; para disminuir la probabilidad de apilamientos que pudieran interferir con los niveles de interés, se mantuvo la corriente de irradiación en valores que variaron entre 1nA para ángulos delanteros hasta 15nA para ángulos superiores a 40° ; debido a la baja sección eficaz de reacción medida, el número de cuentas integradas en el pico oscila alrededor de 90; el espectro final se obtiene sumando espectros parciales registrados en períodos de varias horas de duración; sin embargo el hecho de trabajar simultáneamente con dos sistemas de detección similares, permite un control de los resultados y mantener el error dentro de un 15 %.

En el espectro típico mostrado puede verse que el estado fundamental 0^+ y el primer estado excitado 2^+ (1.33 MeV) del núcleo residual ^{60}Ni están claramente resueltos y presentan un ancho a media altura de tres y dos canales respectivamente; el nivel correspondiente al estado fundamental del ^{59}Ni está situado a 4.13 MeV por debajo del estado 0^+ del ^{60}Ni e impide resolver al segundo (2^+) y tercer (3^-) estados excitados del ^{60}Ni . Los picos situados en los primeros canales del espectro son debidos a apilamientos de partículas de menor energía.

Las secciones eficaces diferenciales fueron calculadas a partir de los datos experimentales mediante la expresión

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N}{N_0 \rho \Delta\omega} \quad (3.6)$$

donde

N = número de partículas detectadas en el ángulo sólido $\Delta\omega$

N_0 = número de partículas enviadas sobre el blanco.

ρ = número de átomos por unidad de superficie del blanco.

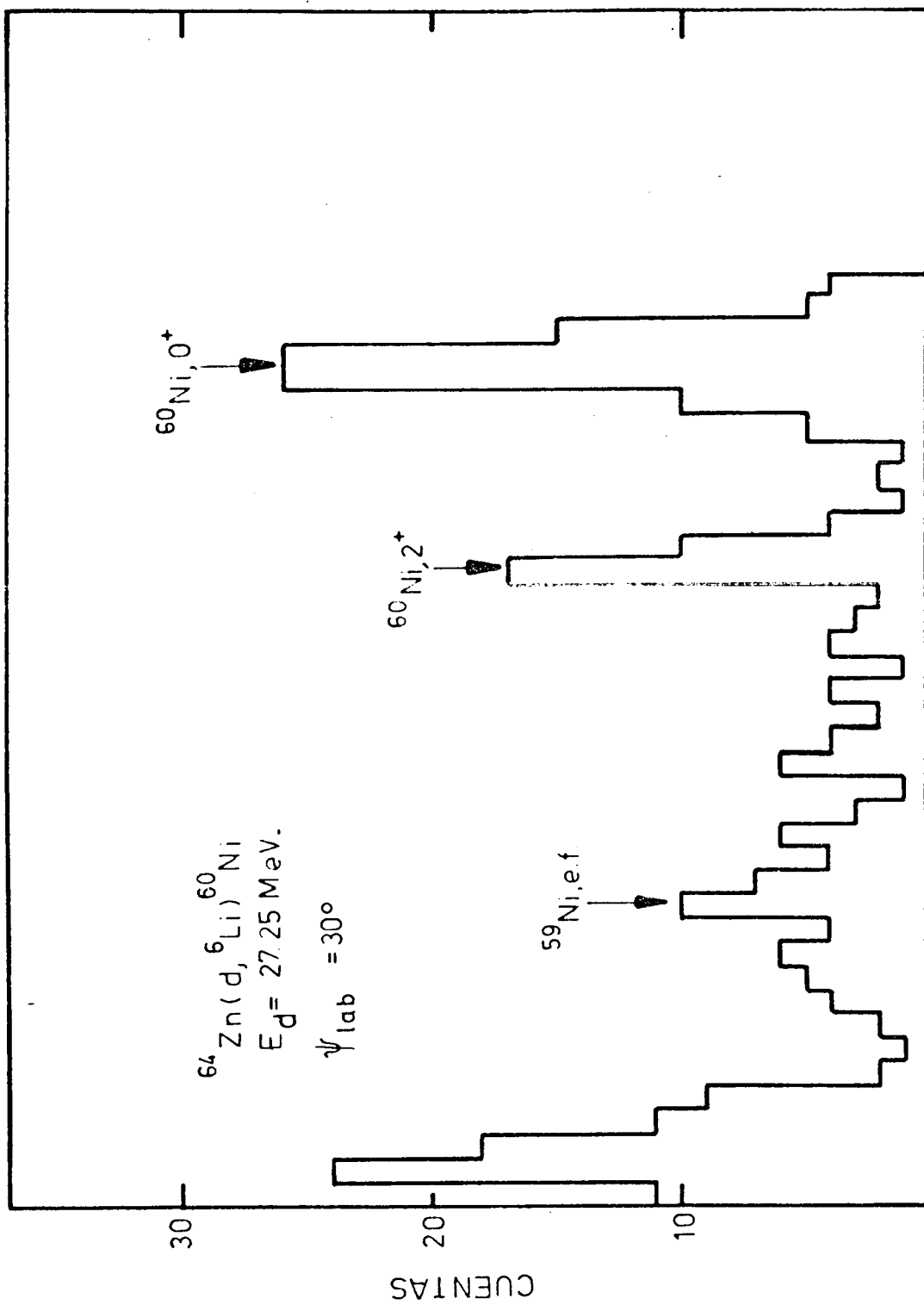


FIGURA 20 ESPECTRO TIPO EN UN SISTEMA DE DETECCION

y que traducida a los parámetros disponibles en el experimento resulta

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 3.383 \times 10^{-4} \frac{M \cdot \Delta I}{Q \cdot \mu} \left\{ \frac{d}{\phi} \right\}^2 \cos\beta \left\{ \frac{\mu b}{sr} \right\} \quad (3.7)$$

donde

M = masa del blanco.

ΔI = número de cuentas integradas bajo el pico

μ = peso del blanco expresado en mg.cm^{-2}

Q = carga total acumulada en la jaula de Faraday, expresada en ciclos del circuito integrador.

d = distancia del centro del blanco al detector, expresada en mm.

ϕ = diámetro del colimador colocado delante del detector, expresado en mm.

β = ángulo comprendido entre el plano del blanco y la dirección del haz.

Las secciones eficaces fueron medidas entre los ángulos de laboratorio comprendidos entre 15° y 70° en pasos de aproximadamente 5° ; los ángulos delanteros inferiores no fueron medidos debido a la necesidad de reducir la intensidad de corriente de bombardeo por debajo del límite de estabilidad de la máquina. En las tablas 3, 4 y 5 se muestran los valores calculados de las secciones eficaces.

3.4. Distribuciones Angulares de las Secciones Eficaces Diferenciales.

En las figuras 22 y 23 se representan las distribuciones angulares correspondientes a los estados fundamentales 0^+ y primeros excitados 2^+ de los isótopos residuales. Los parámetros están referidos al sistema de centro de masa.

Todas ellas presentan características similares: a pesar de la baja estadística de conteo se observan oscilaciones en la sección eficaz mucho mayores que los errores experimentales atribuibles a cada punto: esto permite extraer información válida para formular hipótesis referentes al carácter de la reacción nuclear.

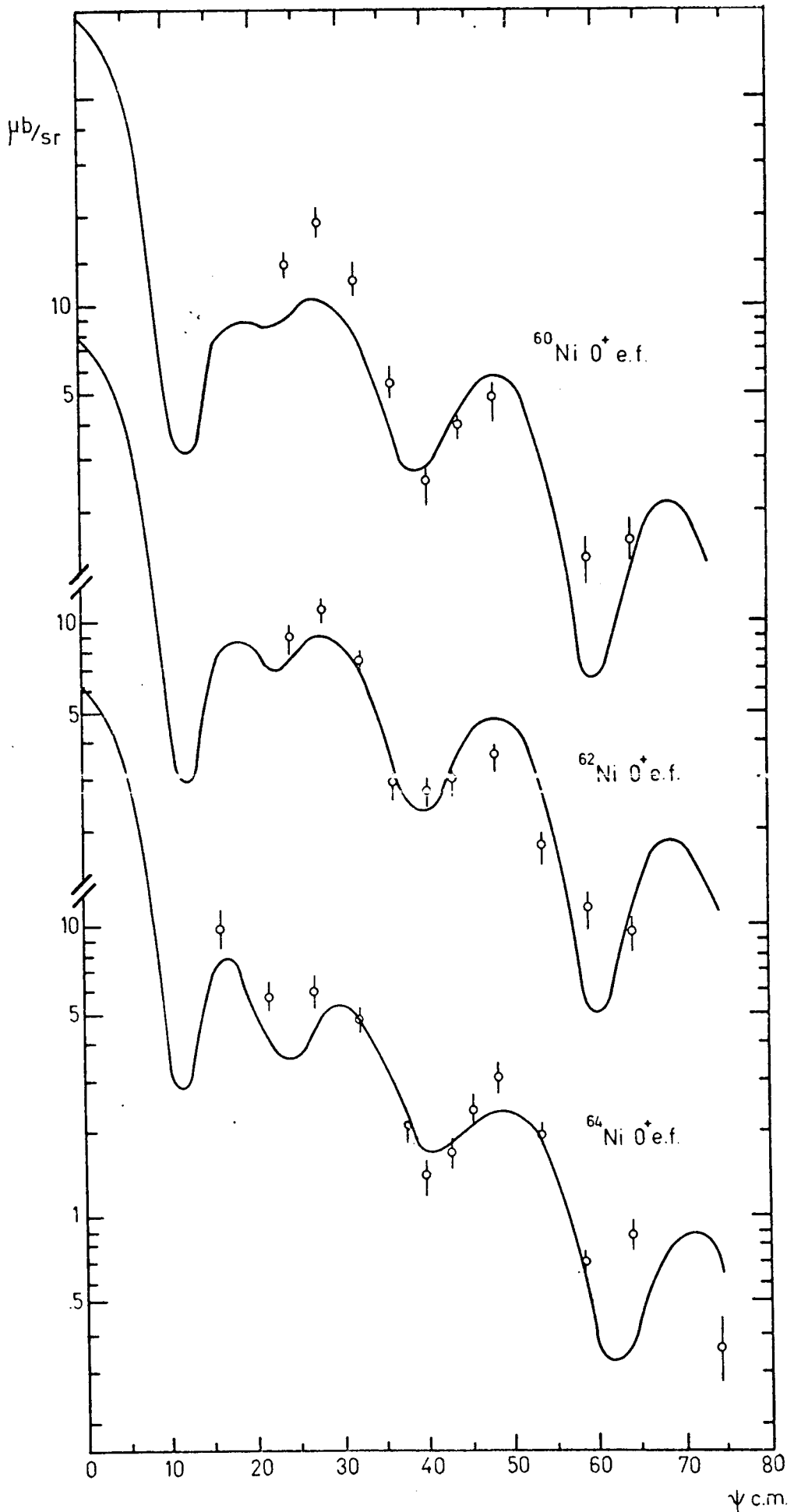


FIGURA 22 DISTRIBUCIONES ANGULARES DE LAS SECCIONES EFICACES DE LAS REACCIONES, $^{68,66,64}\text{Zn}(d, \text{Li})^{64,62,60}\text{Ni}, 0^+$

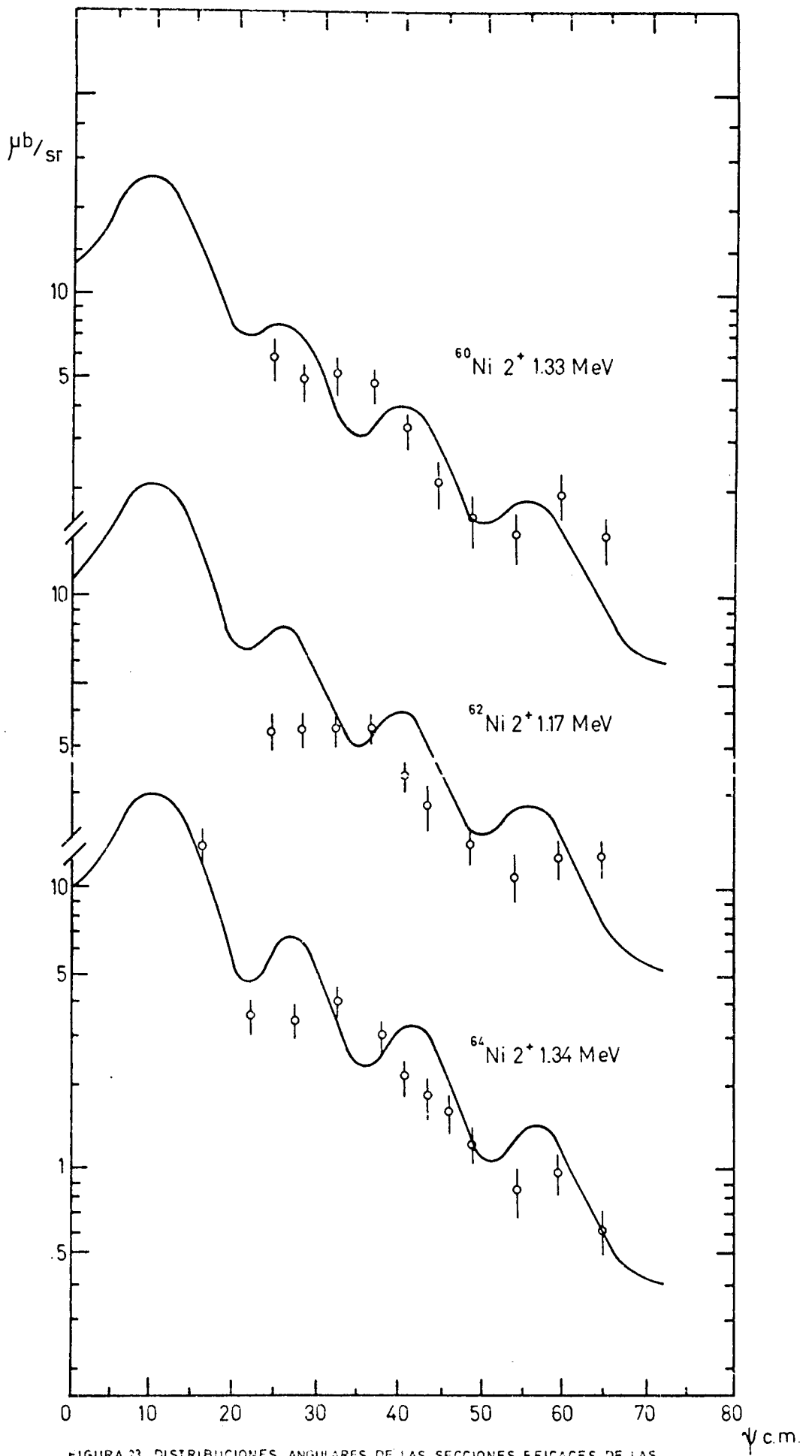


FIGURA 23 DISTRIBUCIONES ANGULARES DE LAS SECCIONES EFICACES DE LAS REACCIONES. $^{68,66,64}\text{Zn}(d,^6\text{Li})^{64,62,60}\text{Ni } 2^+$

Las magnitudes de las secciones eficaces medidas oscilan entre 20 $\mu\text{b}/\text{sr}$, en los ángulos delanteros y bajan a valores menores que 1 $\mu\text{b}/\text{sr}$ para ángulos traseros, observándose que las magnitudes tienen una relación inversa con respecto al número de masa de los isótopos en cuestión. Estos resultados concuerdan con los obtenidos en núcleos más livianos¹⁹⁻²²⁾ especialmente en ^{40}Ca a 19.5 MeV²³⁾; como se verá más adelante, se realizó un cálculo teórico con ondas distorsionadas para una energía de las partículas incidentes $E_d = 19.5$ MeV, que muestra que las secciones eficaces son prácticamente las mismas pese a que, en tal caso, los iones ^6Li son emitidos con una energía sensiblemente igual a la de la barrera coulombiana.

Estas observaciones tienden a señalar que las reacciones se producen mediante un mecanismo simple, similar en todos los casos. El hecho de que no se encuentren diferencias importantes en función del cambio de energía está vinculado estrechamente con el origen de la discusión (3.1): comprobar de que las secciones eficaces varían poco o lentamente en función de la energía de bombardeo nos da un importante criterio para considerar que estas reacciones proceden mediante un mecanismo de interacción directa.

Aún cuando las distribuciones angulares no han sido medidas en ángulos pequeños ($\theta < 15^\circ$) puede verse que tienen una tendencia general a presentar un pico delantero pronunciado; las curvas son muy estructuradas observándose un comportamiento oscilatorio que es propio de las reacciones localizadas en la superficie nuclear. Estas características cualitativas de las distribuciones angulares experimentales siguen en forma casi paralela la discusión fenomenológica anterior y constituyen un buen fundamento para hacer el análisis siguiente con ondas distorsionadas en aproximación de Born suponiendo un proceso 1D que podría haber simplemente predicho dada la baja probabilidad de emisión de un ión ^6Li en un proceso NC.

4. ANALISIS CON ONDAS DISTORSIONADAS EN APROXIMACION DE BORN.

4.1 Teoría de ondas distorsionadas de las reacciones ID.

De acuerdo con lo expresado en el capítulo anterior, en las reacciones ID la transición entre el canal de entrada y el canal de salida se efectúa en un sólo proceso sin formación de un estado intermedio. Las teorías de estas reacciones nucleares pueden ser consideradas como una extensión del modelo óptico: en efecto, en ellas se describe la dispersión elástica por un potencial complejo al que se agrega una perturbación que da cuenta de la dispersión inelástica y de los otros procesos de reordenamiento en los que están involucrados unos pocos grados de libertad de los sistemas en interacción³⁰⁾. Esta es probablemente una versión simplificada de la situación real pero sus resultados han demostrado ser válidos en la mayoría de los casos aplicados. El objeto final del cálculo es la evaluación de la sección eficaz de reacción; para ello es necesario conocer la amplitud de transición que está dada por el elemento de matriz de la interacción directa calculada entre las funciones de onda de los estados inicial y final. En la aproximación de Born con ondas distorsionadas (DWBA) el movimiento relativo entre los fragmentos intervinientes antes y después de la interacción en una reacción representada por la notación $A(a,b)B$, está descripta por funciones de onda distorsionadas de dispersión elástica calculadas en un potencial de modelo óptico. En ese caso, la amplitud de transición puede ser expresada como

$$T_{ab}^{DW} = \int dr_a \int dr_b \chi_b^{(-)*}(\bar{k}_b, \bar{r}_b) \langle B, b | V | A, a \rangle \chi_a^{(+)}(\bar{k}_a, \bar{r}_a) \quad (4.1)$$

donde,

r_a = distancia entre a y A

r_b = distancia entre b y B

J = jacobiano de transformación de las coordenadas relativas.

χ_a y χ_b son las ondas distorsionadas que asintóticamente y en ausencia de campo coulombiano tendrán la forma de una onda plana más una onda dispersada

$$\chi^+(k,r) \rightarrow \exp(ik,r) + f(\theta) \frac{\exp(ikr)}{r} \quad (4.2)$$

En la aproximación del modelo óptico, las ondas distorsionadas son solución de la ecuación de Schroedinger:

$$\left[\nabla^2 + k^2 - (2\mu\hbar^{-2})(U(r) + U_c(r)) \right] \chi(k,r) = 0 \quad (4.3)$$

donde

$$\begin{aligned} U(r) &= \text{potencial óptico nuclear} \\ U_c(r) &= \text{potencial coulombiano} \\ \mu &= \text{masa reducida del sistema} \end{aligned}$$

si las partículas a y b tienen spin debe incluirse el acoplamiento spin-órbita en $U(r)$.

El denominado "factor de forma"

$$\langle B,b|V|A,a \rangle = \int \psi_B^* \psi_b^* V \psi_A \psi_a d\xi \quad (4.4)$$

es el elemento de matriz de la interacción calculada entre la función de onda de los estados internos de las respectivas partículas; ξ representa todas las coordenadas independientes de r_a y r_b .

Este factor actúa como una interacción efectiva no local para la transición entre χ_a y χ_b y contiene toda la información sobre la estructura nuclear, selección del momento angular y tipo de reacción considerada^{28,29}). La expresión (4.4) es calculada desarrollándola en una serie de multipolos, cada uno de los cuales corresponde a la transferencia al núcleo blanco de un momento angular definido de acuerdo a

$$j = J_B - J_A, \quad s = s_a - s_b; \quad \ell = j - s$$

se tiene así:

$$J \langle B, b | V | A, a \rangle = \sum_{\ell s j} i^{-\ell} G_{\ell s j m} (r_b, r_a; Bb, Aa) (-)^{s_b - m_b} \langle J_A j M_A M_B - M_A | J_B M_B \rangle$$

$$\langle s_a s_b m_a - m_b | s m_a - m_b \rangle \langle \ell s m, m_a - m_b | j M_B - M_A \rangle \quad (4.5)$$

donde $m = M_B - M_A + m_b - m_a$.

Dadas las propiedades de simetría de (4.4) el factor $G_{\ell s j m}$, que puede ser explicitado a partir de (4.5), se transforma en una rotación del sistema de coordenadas como los esféricos armónicos Y_{ℓ}^m ; es conveniente, por razones de cálculo, expresarlo en la forma

$$G_{\ell s j m} (r_a, r_b) = A_{\ell s j} f_{\ell s j m} (r_a, r_b) \quad (4.6)$$

donde $A_{\ell s j}$ es el "factor espectroscópico" que incluye los coeficientes de parentesco fraccional dependientes de la superposición de las funciones de onda nucleares y de la intensidad de interacción; $f_{\ell s j m}$ es el "factor de forma" en donde está contenida la información sobre el proceso de interacción nuclear y el movimiento del fragmento transferido.

Reemplazando (4.5) en (4.1) la amplitud de transición puede expresarse como una suma

$$T_{ab}^{DW} = \sum_{\ell s j} (2j+1)^{1/2} A_{\ell s j} \langle J_A j M_A M_B - M_A | J_B M_B \rangle \beta_{s j}^{\ell m m_b m_a} (\bar{k}_b, \bar{k}_a) \quad (4.7)$$

en la que las contribuciones multipolares están determinadas por las reglas de selección y la dinámica de la transición contenidas en $A_{\ell s j}$; y donde la amplitud

tud de transición reducida β , está definida por

$$(2\ell+1)^{1/2} i^{\ell} \beta_{s_j}^{\ell m m_a m_b} = \sum_{m'_a m'_b m'} \langle \ell s m', m'_a - m'_b | j m - m_b + m_a \rangle \langle s_a s_b m'_a, -m'_b | S m'_a - m'_b \rangle$$

$$(-)^{s_b - m'_b} \int d\vec{r}_a \int d\vec{r}_b \chi_{m'_b m'_b}^{(-)*}(\vec{k}_b, \vec{r}_b) f_{s \ell j m}(\vec{r}_b, \vec{r}_a) \chi_{m'_a m'_a}^{(+)}(\vec{k}_a, \vec{r}_a) \quad (4.8)$$

4.2. Aproximación de orden cero. Secciones eficaces diferenciales.

Para calcular la amplitud de transición (4.7) es necesario efectuar una integración en las seis componentes de las variables r_a y r_b . En el caso de una dispersión inelástica, $r_a \neq r_b$ y el cálculo se reduce a una integral en tres dimensiones pero cuando hay reordenamiento de partículas las ondas distorsionadas de los canales de entrada y salida, dependen de variables diferentes y el cómputo de la integral es muy complicado. Usualmente, en la mayoría de los cálculos con ondas distorsionadas, esta dificultad es superada suponiendo que la interacción V es de corto alcance o que uno o más de los núcleos intervinientes está descrito por funciones de onda limitadas a una región muy pequeña del espacio de configuración. Físicamente, esta aproximación llamada "aproximación de rango cero" (R.0) significa que la partícula liviana \underline{b} es emitida en el mismo punto en que la partícula \underline{a} es absorbida, es decir que los vectores \vec{r}_a y \vec{r}_b son paralelos: $\vec{r}_b = \left(\frac{A}{B}\right) \vec{r}_a$.

En este caso, el factor de forma puede ser expresado:

$$f_{\ell j s m}^{R.0}(\vec{r}_a, \vec{r}_b) = \delta(r_b - \frac{A}{B} r_a) \int f_{\ell s j m}(s + \frac{A}{B} \vec{r}_a, \vec{r}_a) ds =$$

$$= F_{\ell s j}(r_a) Y_{\ell}^{m*}(\theta_a, \phi_a) \delta(r_b - \frac{A}{B} r_a) \quad (4.9)$$

y la amplitud de transición se reduce a una integral tridimensional

$$T_{ab}^{DW} = \sum_{\ell s j} (2j+1)^{1/2} A_{\ell s j} \langle J_A j M_A, M_B - M_A | J_B M_B \rangle \beta_{\ell}^{\ell m m_a m_b} (k_b, k_a) \quad (4.10)$$

Finalmente la sección eficaz diferencial de reacción, en el caso de proyectiles y núcleo blanco sin polarización, se expresa en función de la amplitud de transición

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{\mu_a \mu_b}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_b}{k_a} \frac{1}{2J_A+1} \frac{1}{2s_a+1} \sum_{M_A M_B m_a m_b} |T|^2 = \\ &= \frac{\mu_a \mu_b}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_b}{k_a} \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \frac{1}{2s_a+1} \sum_{j m m_b m_a} \left| \sum_{\ell s} A_{\ell s j} \beta_{s j}^{\ell m m_b m_a} \right|^2 \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde μ_a y μ_b son las masas reducidas de las partículas \underline{a} y \underline{b} . La suma sobre ℓ , s , j es incoherente, es decir que los diferentes multipolos no se interfieren en su contribución a la sección eficaz.

Considerando un solo valor de \underline{s} y $\underline{\ell}$ la ecuación (4.11) puede escribirse

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \sum_j \frac{A_{\ell s j}^2}{2s_a+1} \sigma_{\ell s j}(\theta) \quad (4.12)$$

donde

$$\sigma_{\ell s j}(\theta) = \frac{\mu_a \mu_b}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_b}{k_a} \sum_{m m_a m_b} \beta_{s j}^{\ell m m_a m_b}{}^2, \quad (4.13)$$

es la sección eficaz reducida.

En el caso de no tener acoplamiento spin-órbita, las ondas distorsionadas χ son diagonales en las componentes de spin $m=m'$ e independientes de ellas; en estas condiciones la amplitud de transición reducida definida en (A.8) seguirá dependiendo de \underline{s} y j a través del factor de forma $f_{\ell s j m}$ y en la expresión de la sección diferencial (4.13) se tendrá

$$\sum_{m_b m_a} \beta_{s_j}^{\ell m m_b m_a}{}^2 = \beta_{s_j}^{\ell m}{}^2 \quad (4.14)$$

4.3 Cómputo de las secciones eficaces diferenciales de reacción; programa DWUCK.

Siguiendo la misma línea de desarrollo efectuada anteriormente, el programa DWUCK³¹⁾ utilizado para realizar los ajustes teóricos, computa la sección eficaz diferencial de dispersión para una forma general de la DWBA; los cálculos son realizados en la aproximación de orden cero; las reacciones de transferencia de partículas pueden ser tratadas efectuando una corrección que tiene en cuenta los efectos de rango finito.

Para calcular la sección eficaz diferencial es necesario tener una expresión explícita de la amplitud de transición reducida (4.8); con ese objeto las ondas distorsionadas se desarrollan en ondas parciales:

$$\chi_{mm'}(k, r) = \frac{\sqrt{4\pi}}{k r} \sum_{JL} i^L \langle L s 0 m | J m \rangle (2L+1)^{1/2} \chi_{JL}(k, r) \times \\ \langle L s M' - m', m' | J M' \rangle Y_L^{M' - m'}(\hat{r}) D_{mm'}^J(k)^* \quad (4.15)$$

donde $D_{mm'}^J$ son los operadores de rotación³²⁾.

Las componentes radiales de las ondas distorsionadas son soluciones de la ecuación de Schroedinger

$$\left(\frac{d}{dr^2} + k^2 - \frac{L(L+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} (U + U_c + U_L^J) \right) \chi_{JL}(k, r) = 0 \quad (4.16)$$

donde

U = potencial central

U_{cJ} = potencial coulombiano

U_L = potencial de acoplamiento spin-órbita

y satisfacen las condiciones de contorno:

$$\chi_{JL}(k, 0) = 0$$

y para valores de r mayores que el rango del potencial nuclear

$$\chi_{JL}^-(k, r) \rightarrow \frac{1}{2i} \left[H_L^{*-} (k, r) - \eta_L^J H_L^-(k, r) \right] \exp(i\sigma_L) \quad (4.17)$$

donde $H_L = G_L + iF_L$ son las funciones de Coulomb salientes³³⁾

$\eta_L^J =$ coeficiente de reflexión

$\sigma_L =$ corrimiento de fase coulombiano

Las funciones χ_{JL}^- se calculan integrando numéricamente las ecuaciones (4.16) hasta un valor del radio en el que los potenciales $(U+U_L^J)$ son despreciables o donde el factor de forma no contribuya a la amplitud de transición; los coeficientes de reflexión η_L^J se determinan empalmado las funciones radiales y de Coulomb en los dos últimos puntos de integración. Eligiendo ahora un sistema de coordenadas tal que el eje z coincida con \bar{k}_a y el eje y con el vector definido por $\bar{k}_a \times \bar{k}_b$; definiendo las integrales radiales³¹⁾

$$I_{J_a J_b L_a L_b}^{\ell s j} = \frac{A}{B} \int dr_a \chi_{J_b L_b}^-(k_b, \frac{A}{B} r_a) f_{\ell s j}(r_a) \chi_{J_a L_a}^-(k_a, r_a) \quad (4.18)$$

y haciendo

$$S_{\ell s j}^{m_a m_b} = \sum_{J_b} \beta_{\ell s j J_b}^{m_a m_b} d_{m_b n_a - m}^{J_b}(k_b) \quad (4.19)$$

en donde³²⁾

$$d_{m' m}^J(\theta) = D_{m' m}^J(000)$$

se pueden reemplazar en (4.10) y (4.11) para expresar la sección eficaz diferencial

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \frac{4\pi}{E_a E_b} \frac{k_a}{k_a} \left(\frac{B}{A}\right)^2 \frac{1}{s_a+1} \sum_{j m m_a m_b} \frac{1}{2j+1} \sum_{\ell s} \sqrt{2\ell+1} B_{\ell s j} S_{\ell s j}^{m_a m_b} \Big|^2 \quad (4.20)$$

donde E_a y E_b son las energías del canal de entrada y salida calculadas en el sistema de centro de masas.

$$B_{\ell sj} = \sqrt{\frac{2s+1}{2s_a+1}} A_{\ell sj} ;$$

$A_{\ell sj}$ = coeficiente espectroscópico

El programa DWUCK calcula para el caso de una reacción con $a \neq b$

$$\sigma_{DW}^{\ell sj} = \frac{4\pi}{E_a E_b} \frac{k_a}{k_b} \left(\frac{B}{A}\right)^2 \frac{10^{-4}}{2s_a+1} (2\ell+1) \sum_{m_a m_b} S_{\ell sj}^{m_a m_b}{}^2 \quad (4.21)$$

en unidades de F^2/sr ; ($1F^2 = 10 \text{ mb} = 10^{-26} \text{ cm}^2$).

La sección eficaz diferencial es entonces

$$\frac{d\sigma_{\ell sj}}{d\Omega} = \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \frac{B_{\ell sj}^2}{1 \times 10^4} \frac{\sigma_{DW}^{\ell}}{2j+1} \quad (4.22)$$

independientemente del proceso de reacción.

4.4. Análisis DWBA.

Para realizar una descripción exhaustiva y unificada de los estados nucleares ligados y del mecanismo de una reacción nuclear sería necesario tener una representación de las funciones de onda tal que permita una diferenciación entre procesos físicamente distintos de modo que los parámetros que los caracterizan sean deducibles unívocamente. El modelo de capas ha tenido un éxito considerable en la descripción de los estados ligados y de las resonancias que ocurren en núcleos de masas intermedias y pesadas, pero las funciones de onda derivadas son frecuentemente inadecuadas para representar los niveles correspondientes a los núcleos livianos. Por otra parte, las teorías de reacciones nucleares que encuadran dentro de las consideraciones del modelo de capas^{34,35} han encontrado dificultades, entre otras, cuando se trata de proyectiles y productos de reacción constituidos por varias partículas: en efecto, en ellas se consideran nucleones in-

dependientes ubicados en orbitales determinados por un potencial hermitiano $U(r)$ de modelo de capas; se puede construir así un conjunto completo de funciones que son autoestados del hamiltoniano

$$H_0 = \sum_{j=1,A} \{T(j) + U(r_j)\}$$

donde $T(j)$ es el operador de energía cinética del nucleón j . Para simplificar el cálculo, los estados de base son limitados a aquellos en los cuales sólo hay un nucleón con energía positiva y consecuentemente sólo pueden ser tratados los problemas de dispersión elástica e inelástica de una partícula. El formalismo puede, en principio, ser extendido a reacciones inducidas por proyectiles compuestos mediante el uso de técnicas de operadores de proyección pero su derivación explícita implica todas las dificultades propias del problema de tres cuerpos³⁵⁾.

Un interés considerable ha sido puesto en las correlaciones energéticamente favorables originadas por las interacciones entre nucleones y que dan lugar a la formación de conglomerados estructurales de partículas (clusters)^{36,37)}. Estos estados correlacionados ocurren cuando un cierto número de nucleones se encuentran en condiciones que les permiten moverse aproximadamente en forma conjunta, pudiendo existir simultáneamente varios de ellos en el interior del núcleo.

Si en un sistema compuesto por A partículas se realiza una distribución en grupos (n_1, n_2, \dots, n_k) tal que $\sum_k n_k = A$ y se introducen sus coordenadas de centro de masa R_k y de centro de momento P_k , la ecuación de Schroedinger, resuelta en un potencial de oscilador armónico, es

$$\left\{ \sum_k \left[H_k + \frac{1}{2M} \frac{1}{n_k} P_k^2 + \frac{a^2 \hbar^2 n_k}{2M} R_k^2 \right] \right\} \psi_n = E_n \psi_n \quad (4.23)$$

donde

$$P_k = \sum_i P_{ki} \quad R_k = \frac{1}{n_k} \sum_i r_{ki} \quad a = \frac{M\omega}{\hbar}$$

El hamiltoniano H_k depende sólo de las coordenadas relativas de posición y de momento y de sus derivadas en el conglomerado k ; las autofunciones de (4.23) pueden ser expresadas como un producto de funciones ψ_k cada una de las cuales depende de las coordenadas relativas r_k o de una única coordenada de centro de masa R_k (38,39).

Se tendrán así diferentes sistemas de autofunciones correspondientes a las distintas distribuciones (n_1, n_2, \dots, n_k) ; dependerá de las fuerzas nucleares qué tipo de correlación entre los A nucleones es particularmente favorable y por lo tanto en qué sistema de autofunciones serán representados los estados nucleares. Luego de introducir las coordenadas de spin y de spin isobárico la función de onda nuclear es expresada en la forma de un producto antisimetrizado de funciones $\psi_k(r)$ que describen el movimiento interno de cada conglomerado multiplicados por una función $\chi(R)$ correspondiente al movimiento relativo de los mismos. En la zona de los núcleos livianos la teoría predice una fuerte correlación entre cuatro partículas (40-44) si ellas están acopladas a 0^+ y consecuentemente un especial interés ha sido puesto en la investigación de la formación de conglomerados del tipo de partícula α .

En el intento de una teoría unificada y coherentemente con la representación esbozada, se ha desarrollado un tratamiento de las reacciones nucleares: la idea consiste en definir como conglomerados a los fragmentos nucleares que aparecen en los estados inicial y final de la reacción en cuestión y aplicar un procedimiento variacional para el análisis del acoplamiento entre ambos canales (45,46). Para ello se mantiene la expresión de las funciones internas χ_k y el movimiento relativo es descrito ahora por una función $\chi(R) + \delta\chi(R)$, donde $\delta\chi$ es arbitraria; mediante un proceso variacional se determina $\chi(R)$ con la condición de que el valor de espectación del Hamiltoniano sea estacionario: $\delta\langle H \rangle = 0$; de este modo, si el sistema de ecuaciones que se obtienen del principio variacional son aplicadas al tratamiento de estados nucleares ligados, la función

relativa $\chi(R)$ deberá cumplir la condición asintótica de anularse exponencialmente para una separación infinita de los conglomerados; para que las ecuaciones variacionales sean aplicables a las reacciones nucleares se deberá imponer que las funciones relativas se comporten asintóticamente como una superposición de ondas entrantes y salientes.

Los cálculos pueden ser extendidos para describir los diferentes procesos posibles mediante la apertura de canales en los que las correspondientes funciones de onda $\chi(R)$ del movimiento relativo sean utilizadas como parámetros libres; evidentemente las dificultades numéricas crecen exponencialmente con el número de nucleones involucrados. En la zona de los núcleos livianos se ha logrado un apreciable acuerdo teórico-experimental tanto en lo concerniente a reacciones como en la determinación de los estados ligados; una extensa información sobre el tema puede ser encontrada en la ref.⁴⁷⁾; pese a las dificultades mencionadas se han realizado esfuerzos para extender el procedimiento a los núcleos pesados y particularmente a los resultados de los experimentos vinculados con la fisión nuclear⁴⁸⁾.

Las características estructurales vinculadas con el modelo de partícula independiente han sido estudiadas con éxito a través de los resultados obtenidos en reacciones de pick-up y stripping. Un estudio similar y sistemático de las reacciones $(d, {}^6\text{Li})$ puede ser un medio importante para obtener información referente a las correlaciones de cuatro nucleones. Siendo que tanto el deuterón como el ión ${}^6\text{Li}$ son partículas fuertemente absorbidas en el volumen nuclear, la reacción $A(d, {}^6\text{Li})B$ está probablemente muy localizada en la región superficial: generalmente las distribuciones angulares que se obtienen presentan una estructura de difracción que, como se ha observado en el capítulo 3 son características de los procesos I.D. El análisis DWBA de los resultados experimentales que se realiza a continuación está basado en la hipótesis de que las reacciones

(d, ${}^6\text{Li}$) pueden ser bien descritas por un mecanismo de interacción directa en el que, en un proceso de pick-up,^{um} conglomerado de tipo partícula α que se mueve en el potencial promedio de un carozo, es transferido del núcleo blanco al proyectil para formar un ión ${}^6\text{Li}$.

Para ello se supone que la partícula α es una masa puntual $m=4$ y que por consiguiente se puede construir un factor de forma fenomenológico utilizando la función de onda que describe dicha partícula moviéndose en un potencial de Woods-Saxon cuyo radio, difusividad y profundidad sean tales que ligen correctamente los estados representados por una función de onda radial con números cuánticos orbitales variables entre $N=0-7$ y $N=0-6$ para momento angular $L=0$ y $L=2$ respectivamente. Estos valores resultan de la relación existente entre los números cuánticos y la energía del oscilador armónico

$$E = 2N + L + 3/2 + 2n_v + l_v + 3/2 = \sum_{k=1-4} 2n_k + l_k + 3/2$$

donde n_v y l_v son los números cuánticos correspondientes al movimiento interno del conglomerado

n_k y l_k son los números cuánticos de las partículas individuales.

Si suponen como posibles $n_k, l_k = 0,3; 0,4; 1,1$ los máximos valores de N están dados por:

$$2N_{0+} + 0 + \frac{3}{2} = 2N_{2+} + 2 + \frac{3}{2}$$

luego

$$N_{0+} = N_{2+} + 1 \quad (4.24)$$

Para los canales de entrada y salida se optó, entre las varias posibilidades dadas por el código DWUCK, por una superposición de un potencial de modelo óptico real de tipo Woods-Saxon e imaginario de tipo primera derivada de Woods-Saxon

$$V(r) = VF(x_V) + iWF'(x_W) \quad (4.25)$$

donde

$$f(x_j) = \left[1 + \exp \frac{r - r_{0j} A^{1/3}}{a_j} \right]^{-1} \quad (4.26)$$

r_{0j} = radio del pozo de potencial

a_j = difusividad del pozo de potencial

En el análisis siguiente se han utilizado los números cuánticos orbitales $N=5$ y $N=4$ para $L=0$ y $L=2$, de acuerdo con lo sugerido en la ref.²⁵⁾ y en el cálculo del capítulo 5. Los parámetros ópticos para el canal de entrada han sido tomados de los análisis de dispersión elástica con deuterones de 26 MeV en blancos de Zn y Ni^{49,50)}.

Dada la poca información existente en la literatura para la dispersión elástica de iones ${}^6\text{Li}$, los parámetros ópticos para el canal de salida han sido elegidos introduciendo pequeños cambios en un conjunto inicial razonable y de manera de obtener un buen ajuste de los datos experimentales; la elección para el pozo de potencial dispersivo estuvo basada en el conocido valor de ≈ 50 MeV por nucleón; para el potencial de absorción se consideró la información existente para el análisis DWBA de las reacciones ${}^6\text{Li}(p,d){}^5\text{Li}$ y ${}^7\text{Li}(p,d){}^6\text{Li}$ realizadas a $E_p = 100$ MeV⁵¹⁾ y de dispersión elástica ${}^{16}_0({}^6\text{Li}, {}^6\text{Li}){}^{16}_0$ a $E_{\text{Li}} = 20$ MeV⁵²⁾; para el radio coulombiano $R_c = r_{0c} A^{1/3}$, se adoptó $r_{0c} = 2.5$ fm teniendo en cuenta la contribución debida al radio finito del ión ${}^6\text{Li}$ y su distribución de carga no puntual.

En la tabla 6 se muestra el conjunto de parámetros ópticos finales con los que se ha logrado el ajuste de las figuras 22 y 23; en ellas se observa una buena descripción del comportamiento general de los resultados experimentales; los máximos y mínimos están correctamente ubicados y las alturas relativas guardan entre sí una relación muy aceptable.

Con el objeto de comprobar la validez de los factores de estructura obtenidos a partir de los datos experimentales, se ha efectuado un extenso análisis de

de la influencia de los diferentes parámetros ópticos en los cálculos con DWBA. Dadas las características similares que se encuentran en el comportamiento de las secciones eficaces teóricas al realizar las variaciones correspondientes en los tres isótopos en estudio sólo se detallan, por simplicidad, los resultados de la reacción $^{68}\text{Zn}(d, ^6\text{Li})^{64}\text{Ni}$: las conclusiones a las que se llega tienen también validez para el caso del ^{64}Zn y ^{66}Zn .

Variación del potencial dispersivo V . Para $L=0$ (Fig.25), la tendencia general y la magnitud de la sección eficaz diferencial son semejantes en todos los casos; los máximos y mínimos se desplazan en una onda completa aproximadamente cada 25 MeV de acuerdo con la conocida periodicidad del potencial real^{53,54}); se observa que todas las distribuciones angulares están confinadas en una zona limitada, poniendo en evidencia la existencia de una estructura independiente de la variación de V . Para $L=2$ (Fig.26) los cambios son poco significativos, no habiendo corrimientos importantes de máximos y mínimos.

Variación del radio $R_V=r_{0V} A^{1/3}$ y de la difusividad a_V del potencial dispersivo. Tanto para $L=0$ (Figs. 29 y 31) como para $L=2$ (Figs. 30 y 32) la forma general se mantiene, observándose cambios significativos en las magnitudes de las secciones eficaces, sin embargo los valores relativos entre las secciones eficaces 0^+ y 2^+ se conservan.

Variación del potencial absorptivo W . Para $L=0$ y $L=2$ (Figs. 27 y 28) la posición de los máximos y mínimos se conserva pero cambiando la relación entre ellos: a medida que el potencial aumenta las curvas son menos estructuradas; la pendiente general continúa estando bien descripta.

Variación del radio $R_W=r_{0W} A^{1/3}$ y de la difusividad a_W del potencial absorptivo (Figs. 33, 34, 35 y 36). No se observan cambios de importancia en la forma o en la magnitud de las secciones eficaces.

Variación del radio coulombiano $R_c=r_{0c} A^{1/3}$ (Fig. 37). La tendencia general y la magnitud es aproximadamente la misma pero cambia completamente la posición de los máximos y mínimos.

Variación del número de nodos N de la función radial. Los cálculos fueron realizados con $N=0-7$ para $L=0$ y $N=0-6$ para $L=2$; se observan cambios importantes en la magnitud de la sección eficaz, que aumenta con el número de nodos, coincidiendo los máximos valores con lo sugerido en la ref.²⁵⁾; la magnitud relativa entre las distribuciones angulares que tienen un número de nodos vinculados por la expresión (4.24) es aproximadamente constante; la forma de las curvas, en general, se mantiene existiendo una mayor similitud entre los grupos que tienen un número de nodos de igual paridad.

Los valores de las secciones eficaces diferenciales para las transiciones entre estados fundamentales son sensiblemente iguales a los obtenidos recientemente en experimentos realizados en ^{56}Fe y ^{58}Ni a 28 MeV^{55,56)}; son ligeramente mayores que los correspondientes a ^{56}Fe y ^{114}Sn a 36 MeV⁵⁵⁾ y aproximadamente tres veces menores que los obtenidos en ^{40}Ca a 195 MeV²³⁾ y $^{42,40}\text{Ca}$ a 28 MeV⁵⁵⁾ en todos los casos las energías de bombardeo están por arriba de las respectivas barreras coulombianas. Estos resultados son coherentes con las conclusiones⁵⁷⁾ sobre la transferencia de cuatro partículas en la reacción ($^3\text{He}, ^7\text{Be}$) que indican que las secciones eficaces para las transiciones entre estados fundamentales, permanecen sensiblemente constantes con el aumento de la masa del blanco a partir de la región del ^{40}Ca .

Con el objeto de estudiar la influencia de la barrera coulombiana se efectuó un cálculo teórico DWBA de las reacciones $\text{Zn}(d, ^6\text{Li})\text{Ni}$ para una energía $E_d=19.5$ MeV: los resultados muestran que si bien las secciones eficaces diferenciales correspondientes son aproximadamente cinco veces menores que las realizadas a $E_d=27.25$ MeV, ellas no disminuyen drásticamente, lo que indicaría una sobrestimación de la barrera coulombiana calculada con la aproximación⁵⁵⁾ de la expresión dada en el capítulo 4.

Precediendo de una manera completamente análoga es posible construir el factor de forma fenomenológico para los isótopos $^{64,66}\text{Zn}$; como se muestra en la tabla 6, en todos los casos se ha utilizado el mismo conjunto de parámetros ópticos;

para obtener un ajuste correcto sólo ha sido ligeramente modificada la profundidad del pozo de potencial real V .

De acuerdo con la formulación teórica que se hará en el capítulo 5, las secciones eficaces diferenciales pueden ser escritas como una suma coherente sobre el número cuántico radial N ; para ello es necesario adaptar el cálculo en el programa DWUCK y expresar el factor de forma (4.9) según

$$F_{Lsj}^*(r_a) = \sum_N G_{NL} F_{NLsj}(r_a) \quad (4.27)$$

donde G_{NL} son los factores de estructura nuclear a definir en el capítulo 5; para la reacción $(d, {}^6\text{Li})$, donde $S=0$ se tiene entonces el valor de σ_{DW}^L ; para calcular (4.22) es necesario conocer el factor B_{Lsj} , siguiendo el desarrollo de las refs.^{28,29)} y en la aproximación de orden cero, se tiene

$$V(\rho) \quad \phi_b(\rho) = D_0 \delta(r_b - \frac{A}{R} r_a) \quad (4.28)$$

donde $\phi_b(\rho)$ es la función de onda interna que describe el movimiento del centro de gravedad del fragmento transferido, en la partícula saliente.

ρ = distancia entre el c.m. del proyectil y el c.m. de la partícula transferida:

y puede demostrarse⁶⁰⁾ que

$$B_L = D_0 \sqrt{\frac{2J_A+1}{2J_B+1}} \quad (4.29)$$

$$\frac{d\sigma^L}{d\omega} = \frac{D_0^2}{1 \times 10^4} \frac{\sigma_{DW}^L}{2j+1} \{ \text{fm}^2/\text{sr} \} \quad (4.30)$$

Siendo que la información cinemática está contenida en el cálculo DWBA de σ_{DW}^L , el factor D_0^2 refleja, (según se ve en la expresión (4.29), todo lo concerniente a la estructura nuclear. Puede observarse (Tabla 7) que, dentro de los errores experimentales, los valores de D_0^2 son prácticamente iguales para los tres isótopos; en el caso de $L=0$ se nota una ligera tendencia a disminuir cuando

la masa aumenta; para $L=2$ se mantienen constantes y subestimados en relación con los correspondientes de $L=0$. Considerando la sensibilidad de los cálculos DWBA al ser variados los parámetros ópticos, la magnitud relativa de las secciones eficaces 0^+ y 2^+ puede ser asegurada con un error aproximado del 20%.

Este buen ajuste de todas las distribuciones angulares justifica la hipótesis de que la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ se realiza según un mecanismo mediante el cual un conglomerado del tipo partícula α con masa puntual $m=4$ es transferido del núcleo blanco al proyectil en un único proceso de interacción directa. Dado que los factores espectroscópicos no son sensibles, dentro de los errores al cambio del núcleo blanco y teniendo en cuenta la información para elementos más livianos, los resultados experimentales tienden a demostrar que la reacción $\text{Zn}(d, {}^6\text{Li})\text{Ni}$ a 27.25 MeV, no es muy sensible a los cambios de estructura al pasar de un isótopo al otro.

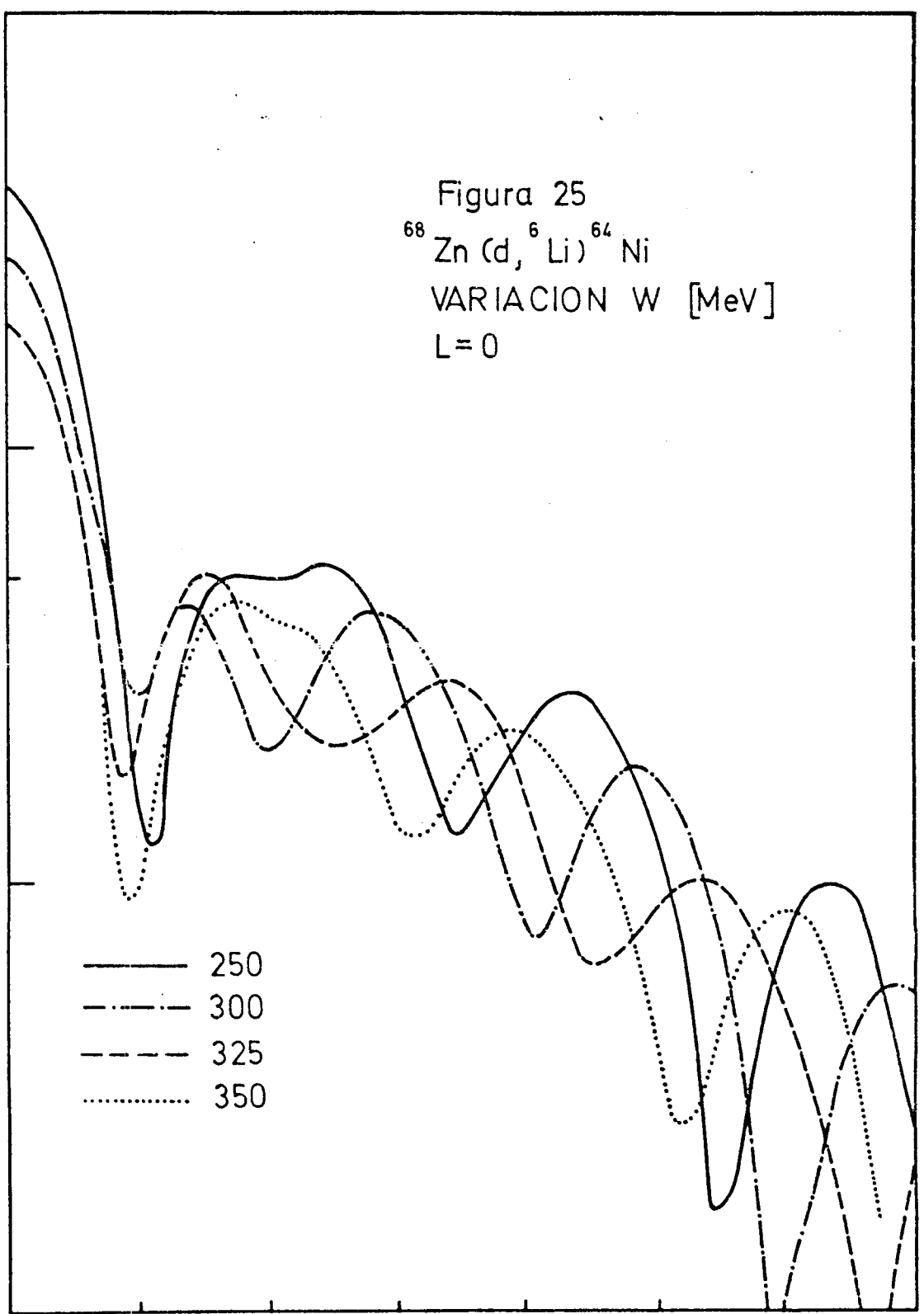
$\frac{d\sigma}{d\Omega}$
[$\mu\text{b}/\text{sr}$]

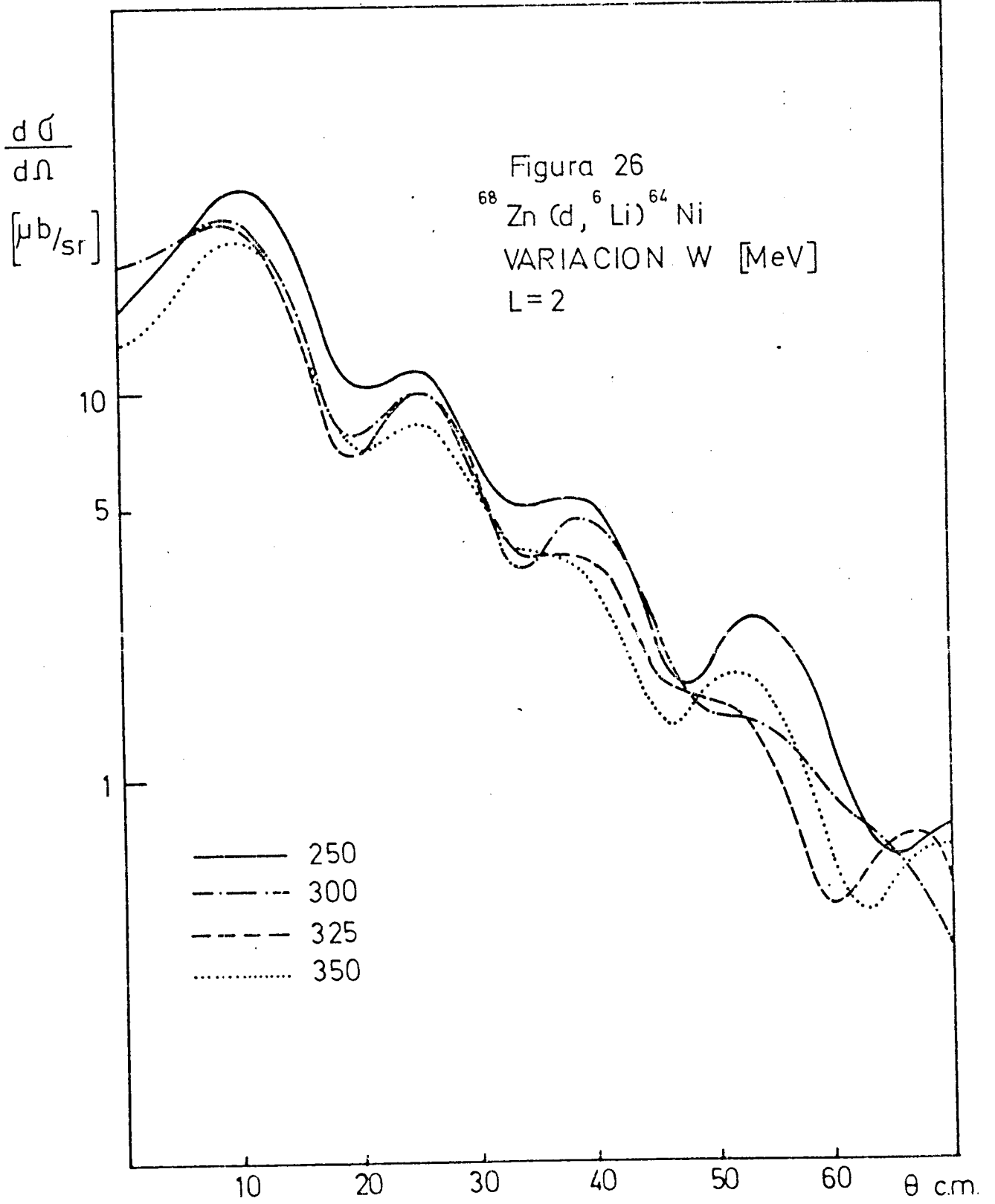
Figura 25
 $^{68}\text{Zn}(d, ^6\text{Li})^{64}\text{Ni}$
VARIACION W [MeV]
L=0

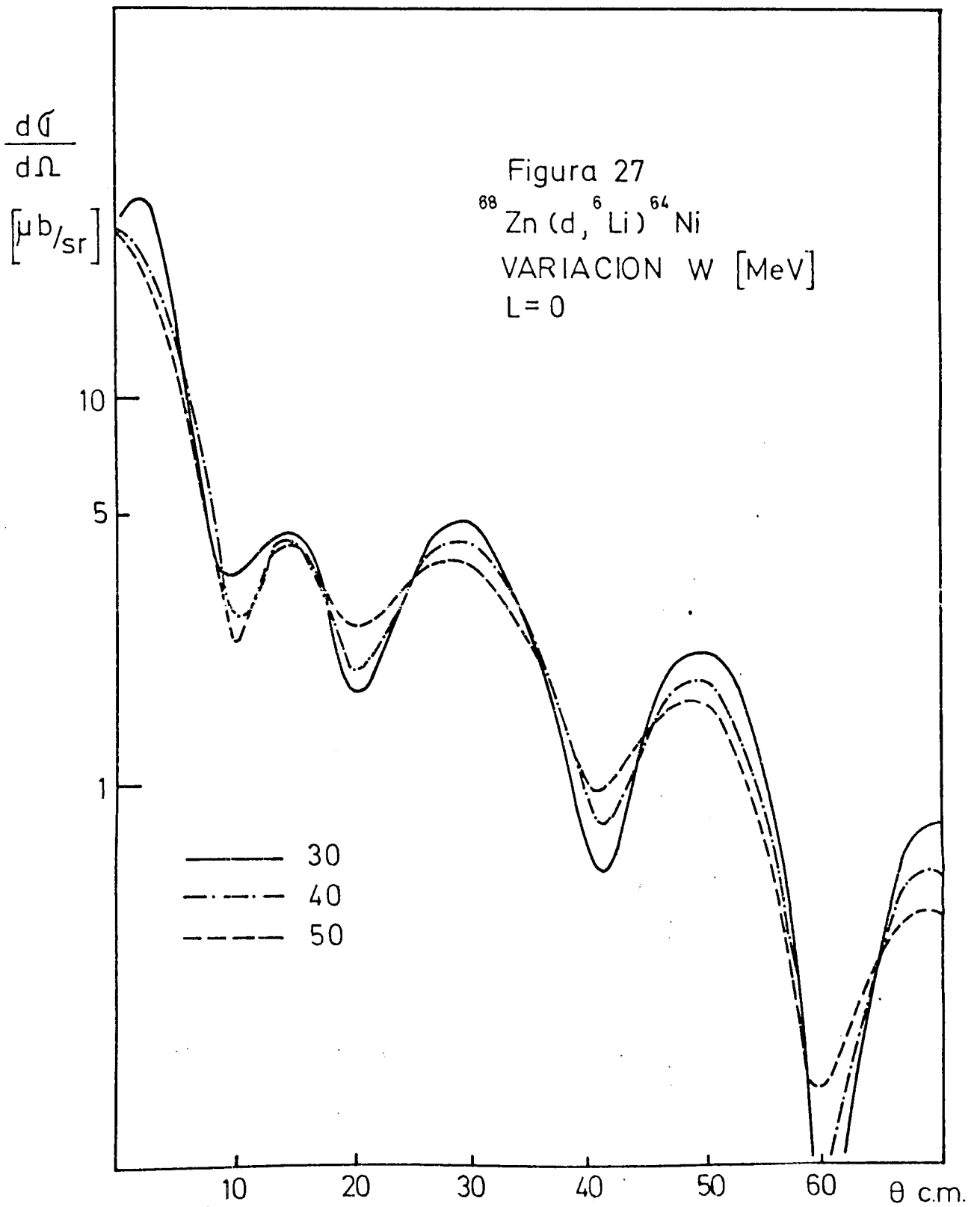
10
5
1

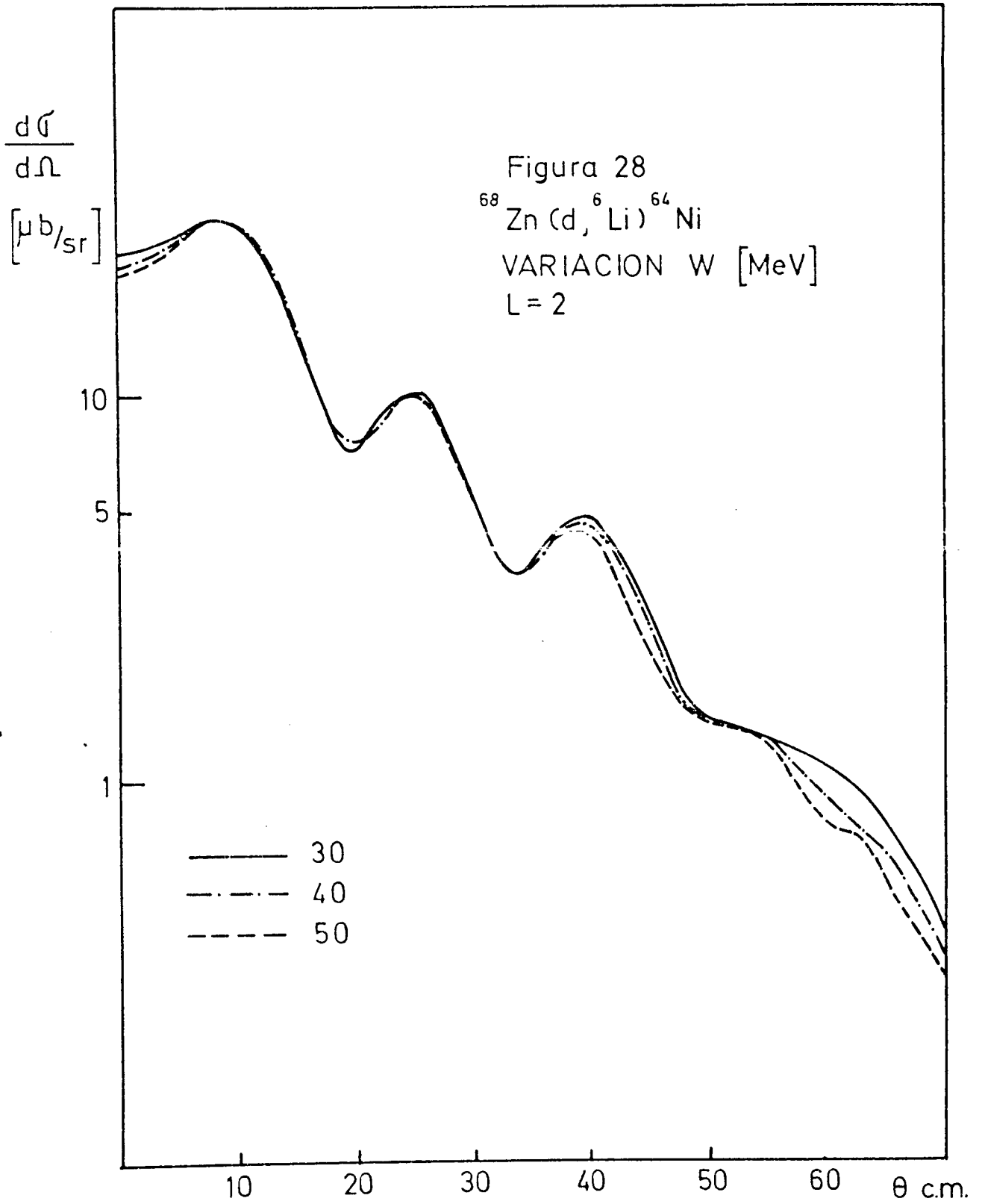
— 250
- · - 300
- - - 325
····· 350

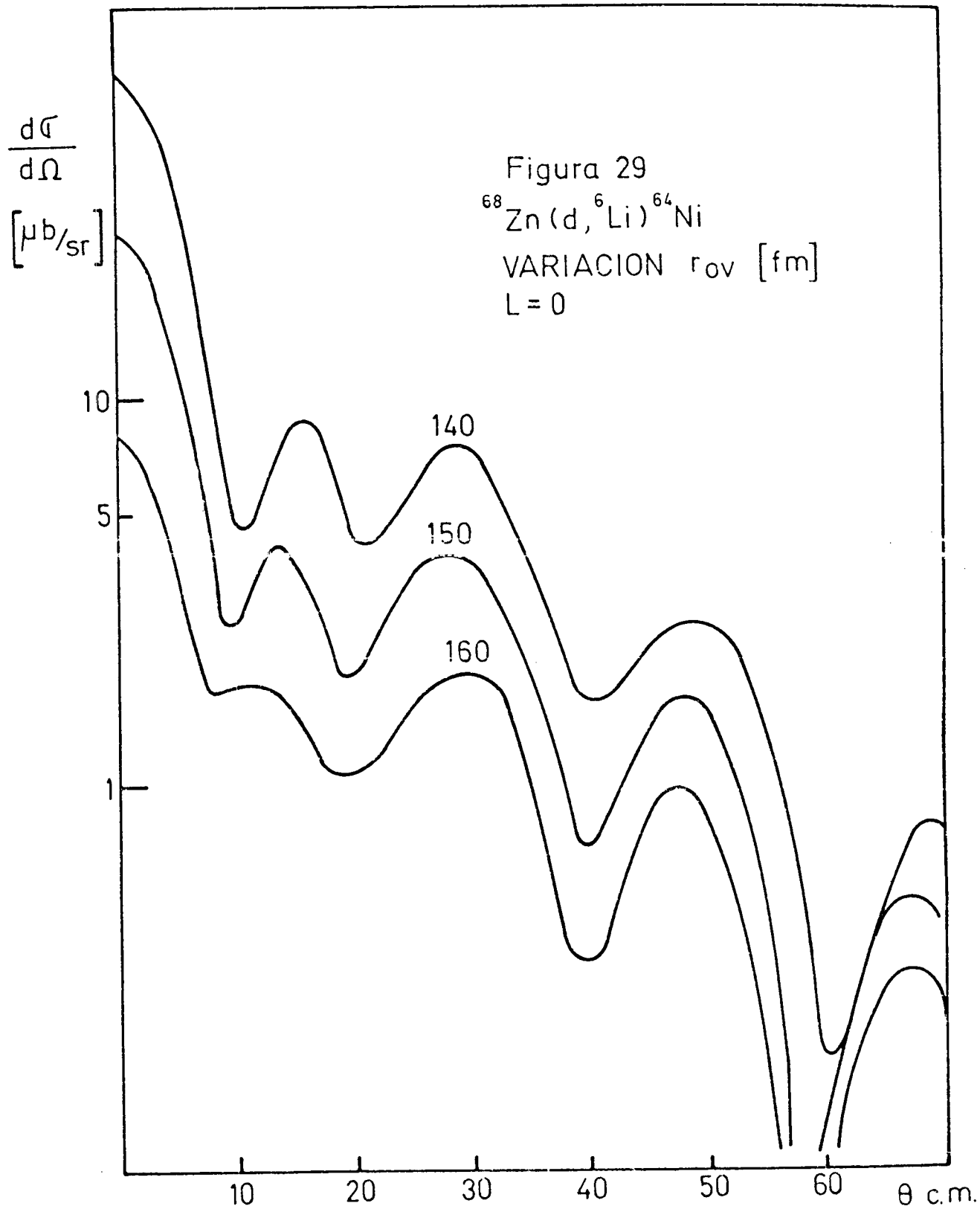
10 20 30 40 50 60 θ c.m.

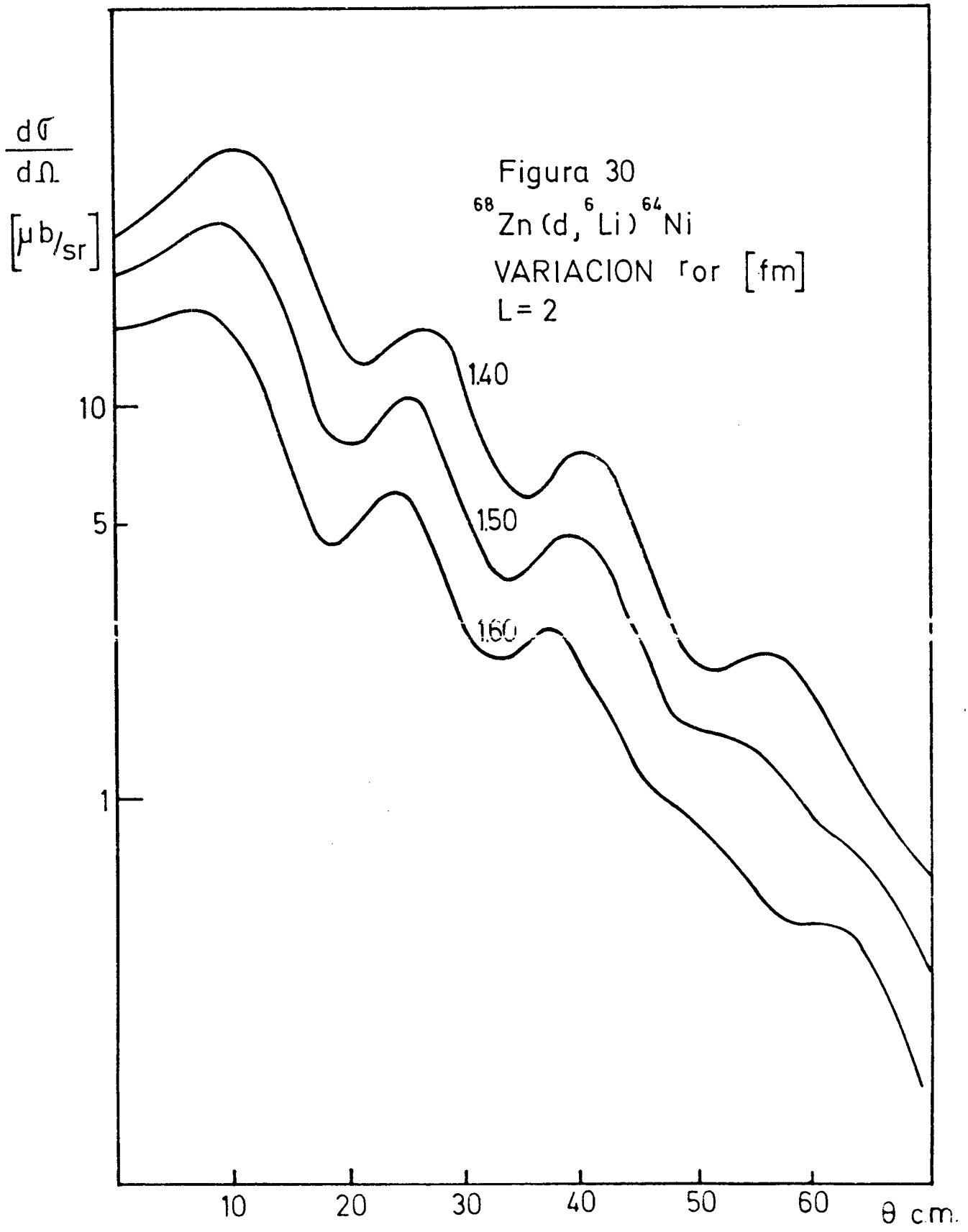


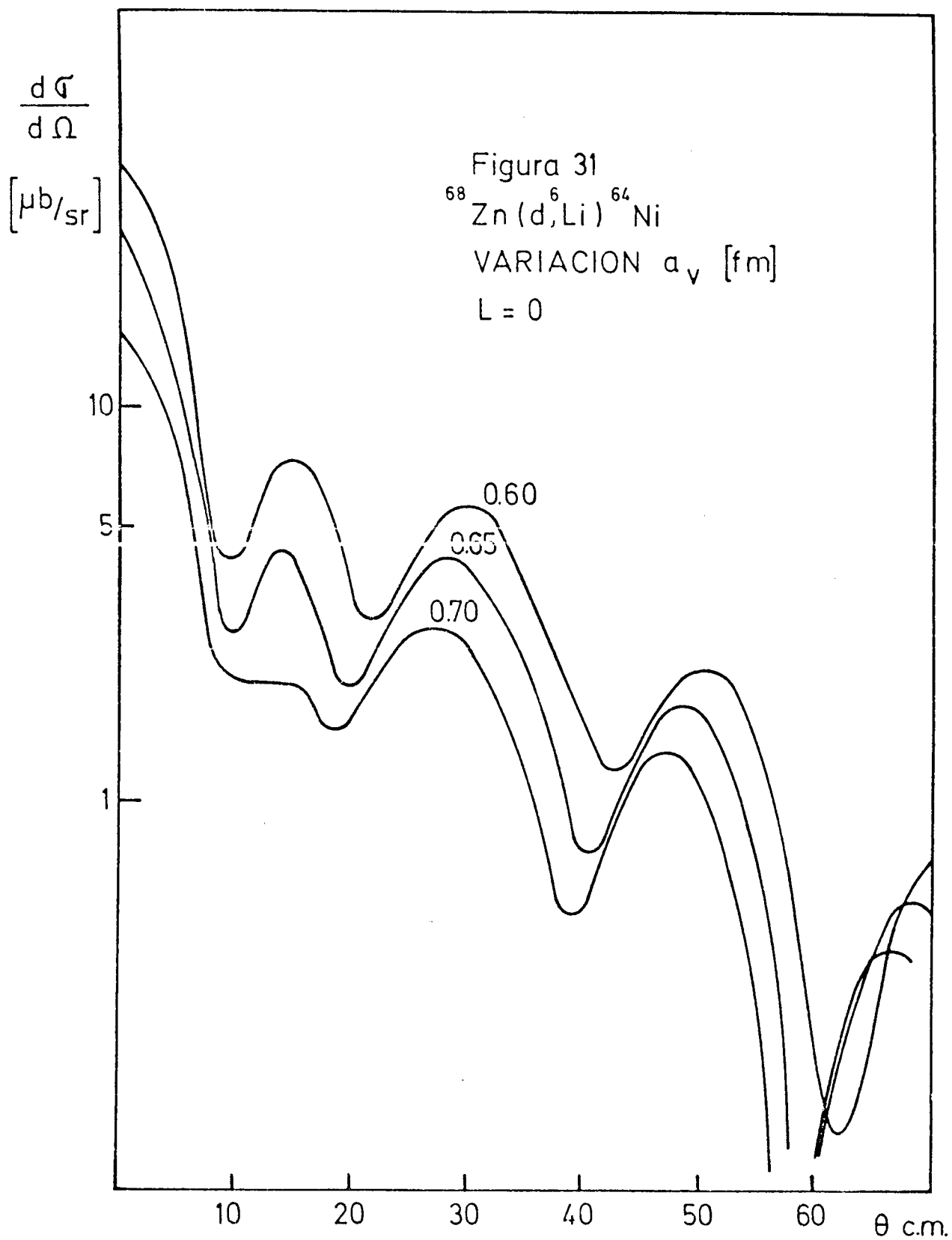


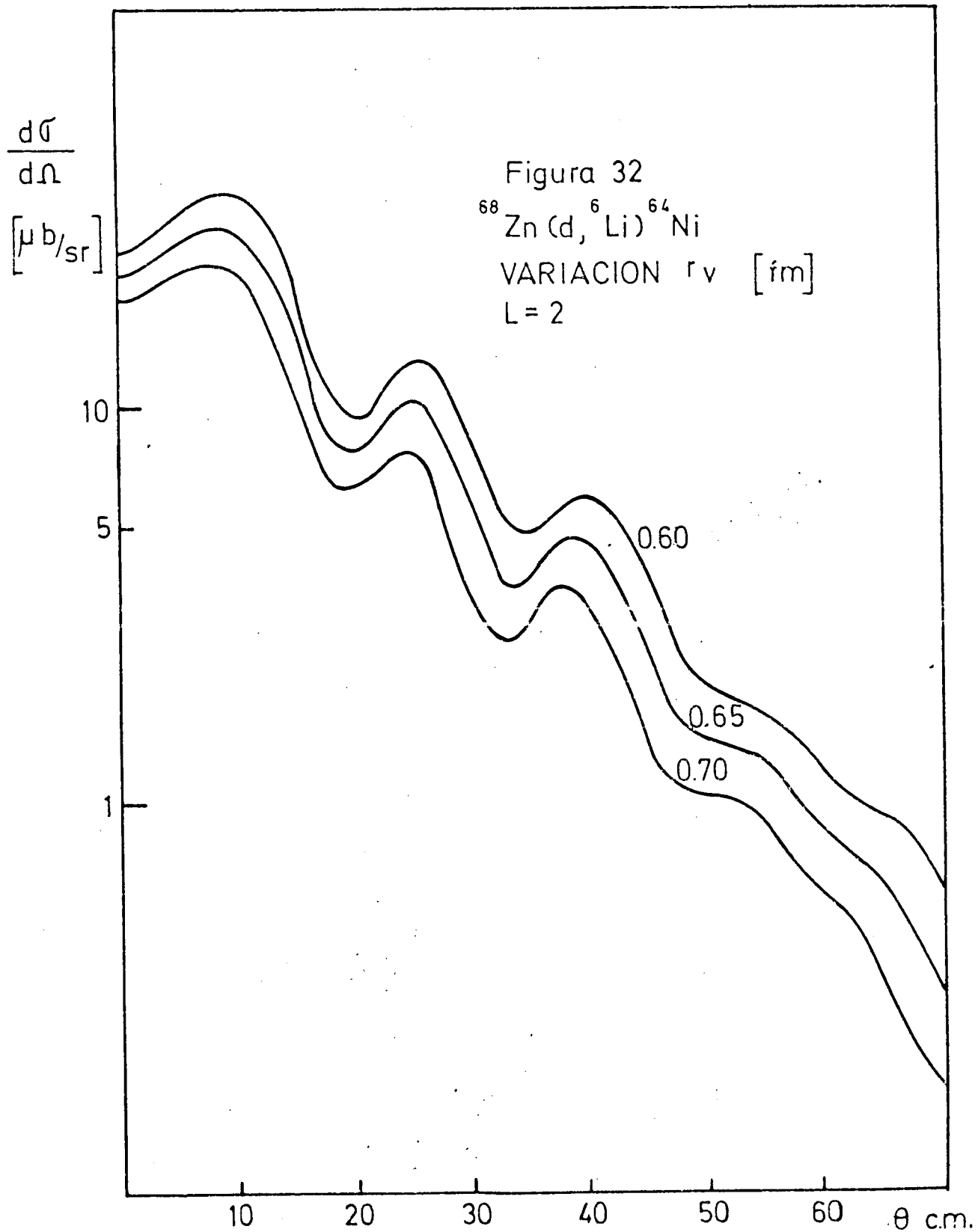


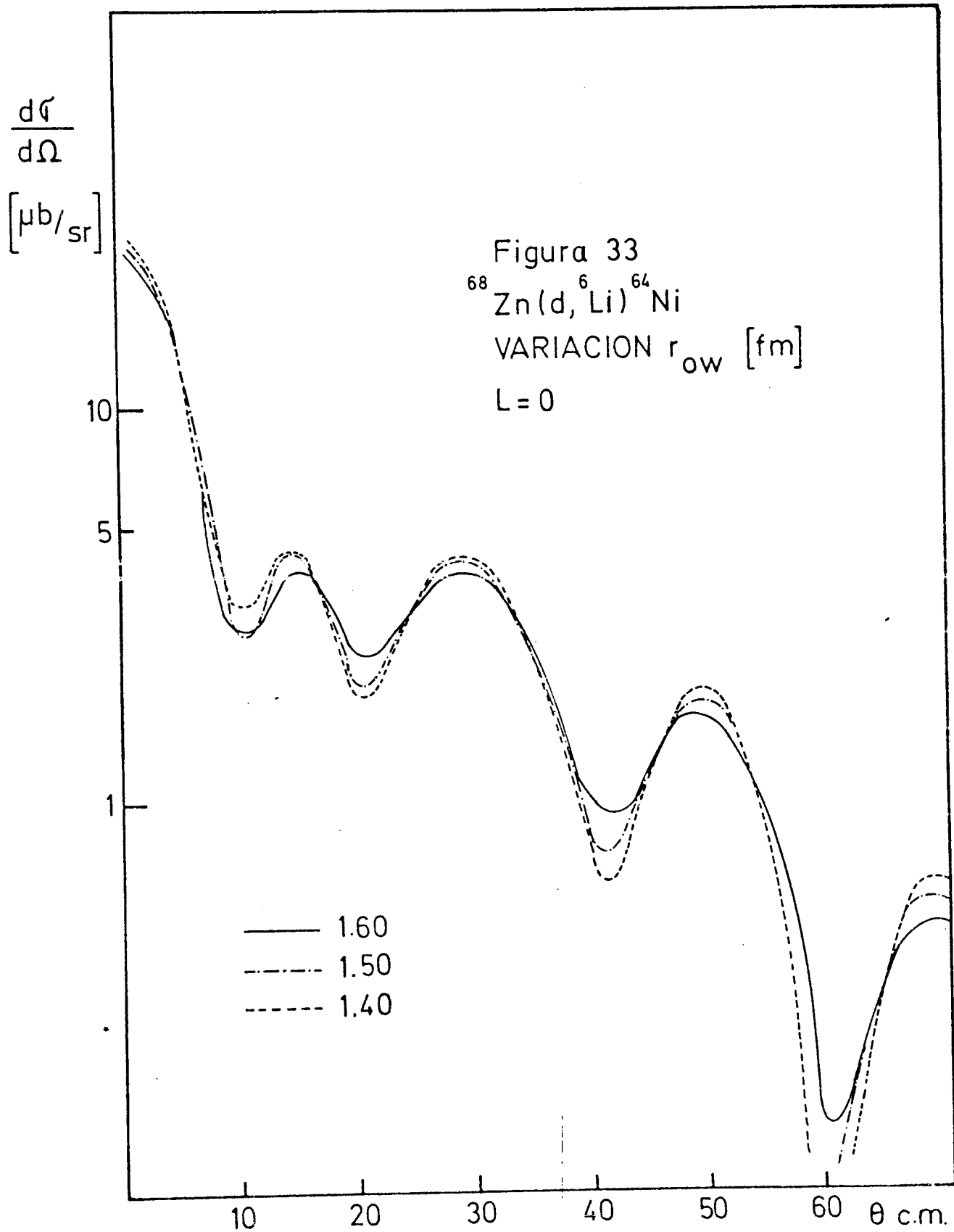


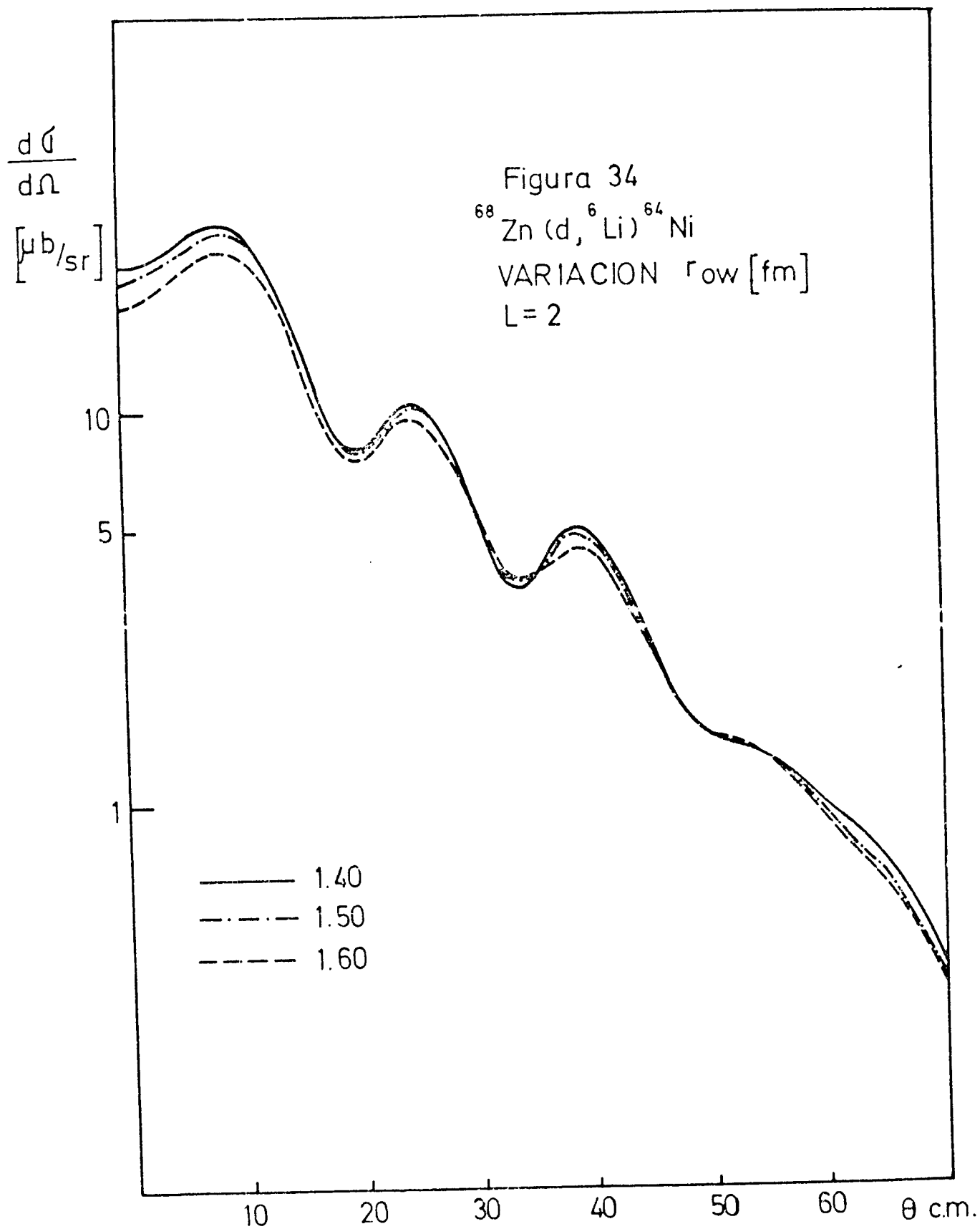


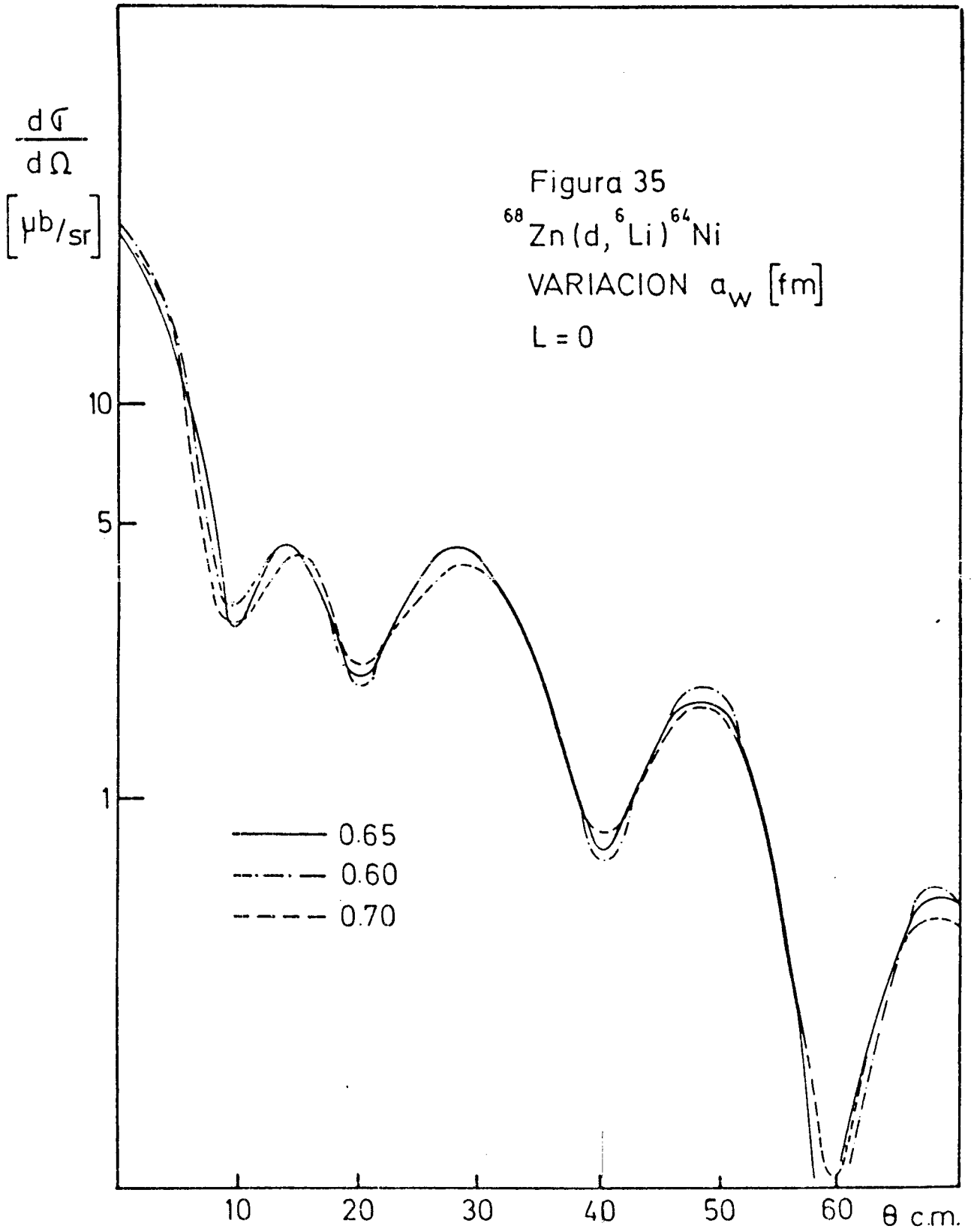


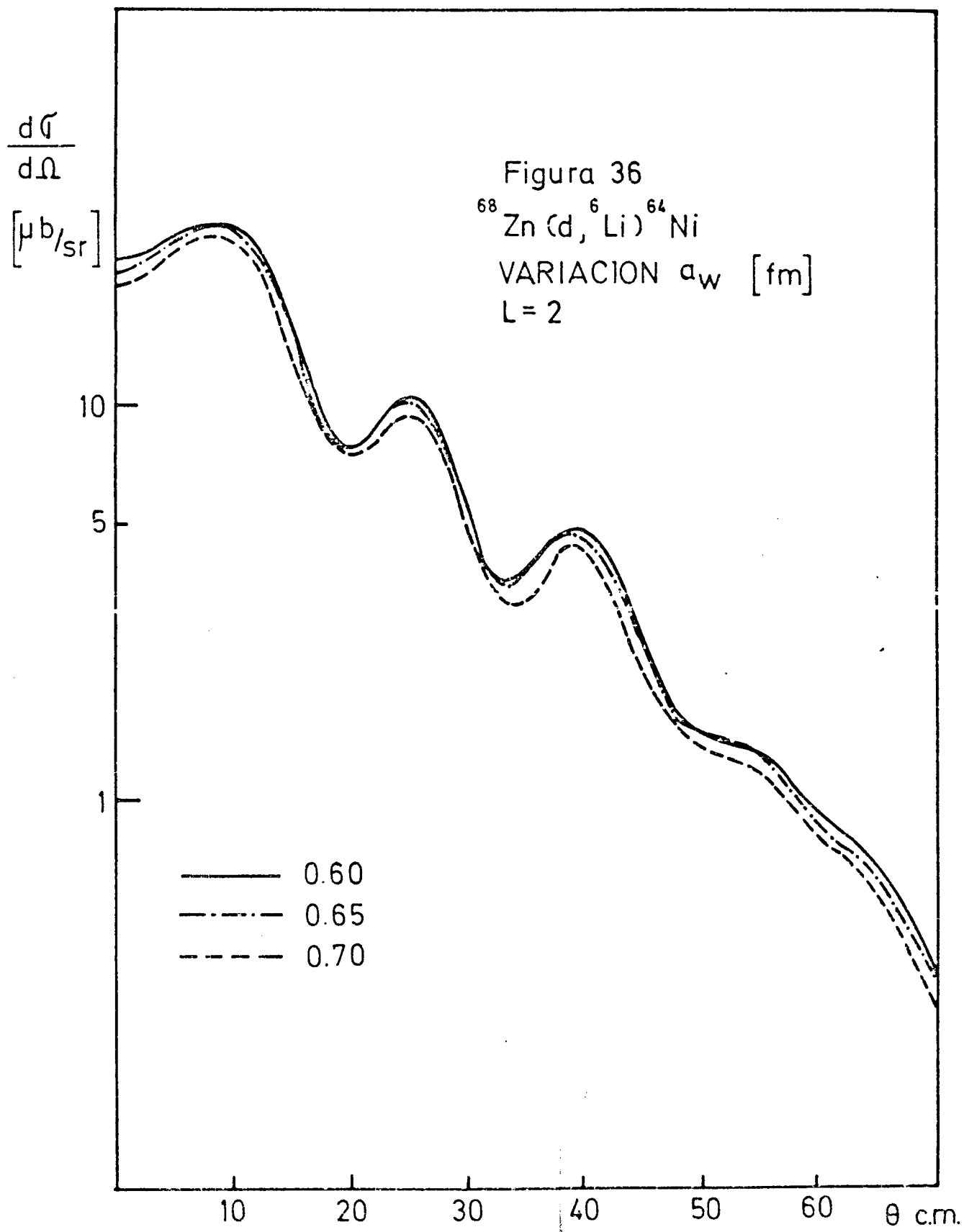












$$\frac{d\sigma}{d\Omega}$$

[$\mu\text{b}/\text{sr}$]

Figura 37
 $^{68}\text{Zn}(d, ^6\text{Li})^{64}\text{Ni}$
VARIACION r_{oc} [fm]
 $L = 0$

10

5

1

- 2.25
- - - - 2.40
- - - - 1.25
- 1.75

10

20

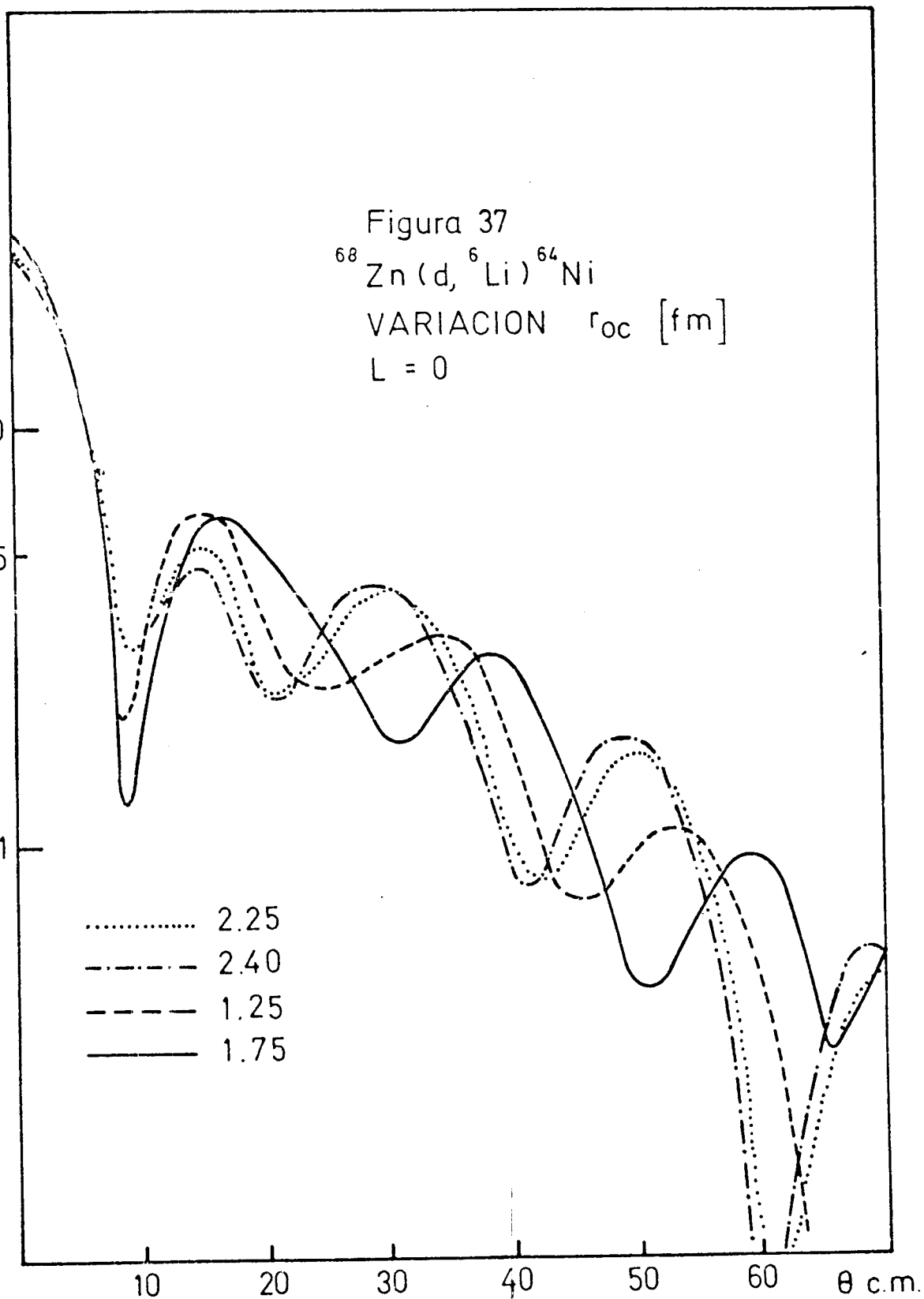
30

40

50

60

θ c.m.



5. CONSTRUCCION DEL FACTOR DE FORMA MICROSCOPICO.

5.1 Formalismo General.

Para completar el estudio de las reacciones ${}^A\text{Zn}(d, {}^6\text{Li}){}^{A-4}\text{Ni}$ se tratará ahora de calcular, a partir de un modelo microscópico de los núcleos iniciales y finales, factores de estructura que permitan evaluar la sección eficaz de reacción. Para ello se hace una extensión del tratamiento aplicado en el caso de transferencia de dos partículas⁵⁹⁾, siguiendo el formalismo de la ref.²⁵⁾.

La amplitud de transición (4.1) es, explícitamente

$$T_{d, Li} = \langle \chi_{Li}^-(\bar{k}_{Li}, \bar{R}_{Li}) \psi_{Li}(J_{Li} T_{Li} M_{Li} 0) \psi_A(\Gamma_f J_f T_f M_{J_f} M_{T_f}) | V(\rho) | \times \quad (5.1)$$

$$\psi_{A+4}(J_i T_i M_{J_i} M_{T_i}) \psi_d(J_d T_d M_d 0) \chi_d^+(\bar{k}_d, \bar{R}_d) \rangle$$

y la sección eficaz diferencial (4.11)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_d \mu_{Li}}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_{Li}}{k_d} \frac{1}{(2J_i+1)(2J_d+1)} \sum_{M_{J_i} M_{J_f} M_d M_{Li}} |T_{d, Li}|^2 \quad (5.2)$$

Para calcular (5.1) la función de onda ψ_{A+4} es expresada como un producto de funciones, una de las cuales describe el movimiento de A nucleones y la otra el movimiento de las cuatro partículas transferidas, separándose en ésta última, las coordenadas intrínsecas de las de centro de masa.

La función de onda ψ_{Li} se construye suponiendo que el estado fundamental del ión ${}^6\text{Li}$ está bien descrito por una partícula α mas dos nucleones que se mueven en la capa 1 p.

Reemplazando ψ_{A+4} y ψ_{Li} , es posible calcular la expresión (5.1) y los diferentes factores que la componen pueden ser reagrupados en la forma

$$T_{d, Li} = \delta_{T_i T_f} \delta_{M_d M_{Li}} \sum_{NLM} \langle J_f L M_{J_f} M_L | J_i M_{J_i} \rangle (2L+1)^{1/2} G_{NL}(J_i T_i \Gamma_f J_f) B_{NL}^M(\bar{k}_{Li}, \bar{k}_d) \quad (5.3)$$

donde G_{NL} contiene toda la información sobre la estructura nuclear y representa la probabilidad de encontrar en el núcleo blanco una partícula α que tenga un movimiento orbital caracterizado por los números cuánticos N y L . El factor B_{NL}^M contiene toda la información cinemática calculada mediante el código DWUCK y representa la probabilidad de transferir dicha partícula α en un proceso de reacción ID.

De este modo, la sección eficaz diferencial de reacción puede finalmente ser expresado como una suma coherente sobre el número cuántico radial N :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_d \mu_{Li}}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_{Li}}{k_d} \frac{1}{(2J_f+1)} \sum_{LM} (2L+1) \left| \sum_N G_{NL} B_{NL}^M \right|^2 \quad (5.4)$$

Dados los movimientos de las cuatro partículas transferidas, descritas por funciones de onda de oscilador armónico con números cuánticos n_k, ℓ_k, s_k ($k=1,4$), el factor de estructura nuclear es

$$G_{NL} = \frac{1}{\sqrt{2}} \binom{6}{4}^{1/2} \binom{4}{2}^{1/2} \frac{1}{2L+1} \sum_N \left(\begin{matrix} L & L & L \\ 12 & 12 & 34 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} j_1 & j_2 & j_3 & j_4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} J & J \\ 12 & 34 \end{matrix} \right) \begin{matrix} * \\ (-) \end{matrix} \begin{matrix} L+L & J & J \\ 12 & 12 & 12 \end{matrix}$$

$$\left(\begin{matrix} \ell_1 & \ell_2 & L \\ 1/2 & 1/2 & s \\ j_1 & j_2 & J \end{matrix} \right)_{12} \left(\begin{matrix} \ell_3 & \ell_4 & L \\ 1/2 & 1/2 & s \\ j_3 & j_4 & J \end{matrix} \right)_{34} \times \frac{\{(2J_{12}+1)(2J_{24}+1)\}^{1/2}}{2s_{12}+1} U \left(\begin{matrix} J & J & L & L & L & s \\ 12 & 34 & 12 & 34 & 12 & 12 \end{matrix} \right) \times$$

$$\langle n_{12} 0, N_{12} L_{12}, L_{12} | n_{11} 1, n_{12} 1, L_{12} \rangle \langle n_{34} 0, N_{34} L_{34}, L_{34} | n_{33} 1, n_{34} 1, L_{34} \rangle$$

$$\langle n_{12} 0, N_{12} L_{12}, L_{12} | N_{12} L_{12}, N_{34} L_{34}, L_{12} \rangle \Omega_{12} \times \Omega_{34} \times \Omega_{12-34} \times C_{T_f J_f}^{J_i T_i} (j_1 j_2 j_3 j_4 J_{12} J_{34} L_{12}) \quad (5.5)$$

donde

- los símbolos $9-j$ acoplan los momentos angulares de los pares 1-2 y 3-4;
- el símbolo unitario $6-j$ acopla los momentos angulares de ambos pares;
- los coeficientes de transformación de Moshinsky, llevan sucesivamente la descripción del sistema en base a los movimientos de los centros de masa de las partículas individuales, a los de los centros de masa de los pares 1-2 y 3-4 y finalmente el centro de masa del cuárteto;
- los coeficientes Ω_{ij} , dan la superposición de las funciones de onda que describen el movimiento de la masa ij en el campo propio del ${}^6\text{Li}$ y en núcleo blanco. Se ha utilizado un parámetro de oscilador nuclear $\nu=0.99 \text{ A}^{-1/3} \text{ fm}^{-2}$ y un parámetro de tamaño para el ${}^6\text{Li}$, $\kappa=0.6 \text{ fm}^{-2}$;
- $C_{\Gamma_f J_f}^{J_i T_i}$ - llamados amplitudes espectroscópicas- son los elementos de matriz reducidos del operador de transferencia T_{LM}^+ , acoplado a momento angular L e isospin $T=0$ y calculado entre las funciones de onda de los núcleos inicial y final.

5.2 Operador de Transferencia de Cuatro Partículas. Elementos de Matriz.

Es necesario ahora evaluar las amplitudes espectroscópicas

$$C_{\Gamma_f J_f}^{J_i T_i} (j_1 j_2 j_3 j_4 \ J_{12} J_{34} T_{12} L) = \frac{\langle \psi_{A+4} (J_i T_i) || T_{LM}^+ || \psi_A (\Gamma_f J_f) \rangle}{\{(2J+1)(2T+1)\}^{1/2}} \quad (5.6)$$

cuyos valores dependerán del modelo nuclear elegido. En el presente análisis se ha adoptado un esquema que incluye fuerzas de apareamiento más cuadrupolares. Es conocido^(61,62) que la introducción de una interacción residual debida a una fuerza de apareamiento de corto alcance da cuenta del "gap" de energía observado experimentalmente en los núcleos par-par y que para los núcleos no deformados, la acción conjunta de una fuerza de apareamiento más una cuadrupolar, da origen a vibraciones cuadrupolares que disminuyen en energía y aumentan en colectividad a medida que se pasa a la región de los núcleos deformados. Las predicciones teóricas que resultan de considerar una interacción residual formada por la superposición de estos dos tipos de fuerza

tienen una remarcable confirmación experimental^{63,64,65}). Para el cálculo se han utilizado las aproximaciones dadas por la teoría BCS y de fases al azar⁶⁶). En consecuencia, para calcular (5.6) se hacen las siguientes hipótesis concernientes a los estados nucleares iniciales y finales y al operador de transferencia. Se supone que los estados fundamentales del ${}^A\text{Ni}$ están dados por la solución del problema BCS y que el estado inicial ${}^{A+4}\text{Zn}$ está descrito por una función de onda producto donde dos protones están acoplados a momento angular cero y los neutrones están representados por la misma solución BCS del estado fundamental del ${}^{A+2}\text{Ni}$:

$$\psi_A(0^+, T_f) = |{}^A\text{Ni}, 0^+\rangle = |\text{BCS } {}^A\text{Ni}\rangle \quad (5.7)$$

$$\psi_{A+4}(0^+, T_i) = |{}^{A+4}\text{Zn}, 0^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_j \lambda_j (b_j^+ b_j^+)_{0-1}^{0\ 1} |\text{BCS } {}^{A-2}\text{Ni}\rangle \quad (5.8)$$

Los coeficientes λ_j miden la distribución de los dos protones en las diferentes capas j . El símbolo $(b_j^+ b_j^+)_{m_\ell m_t}^{\ell\ t}$ representa el acoplamiento de los operadores de creación de partículas b_j^+ a momento angular ℓ e isospin t con proyección m_ℓ y m_t respectivamente.

El estado final excitado 2^+ del ${}^A\text{Ni}$ está dado por la creación de un fonón cuadrupolar sobre el estado fundamental

$$\psi_A(2^+, T_f) = |{}^A\text{Ni}, 2^+\rangle = \Gamma_2^+ |\text{BCS } {}^A\text{Ni}\rangle \quad (5.9)$$

donde el operador Γ_2^+ crea un fonón cuadrupolar.

Entre todos los operadores posibles, se seleccionan aquellos en que por lo menos un par de partículas es creado con momento angular cero. Estos operadores son (Apéndice III).

$$T_0^+(j_1 j_2 j_3 j_3) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \left[1 + \frac{2_{j_2+3}}{2_{j_2+1}} \delta_{j_2 j_3} \right] \left(b_j^+ b_j^+ \right)_{0\ 1}^{0\ 1} \left(b_{j_3}^+ b_{j_3}^+ \right)_{0-1}^{0\ 1} \quad (5.10)$$

$$T_2^+(j_1 j_2 j_3 j_3) = F(j_1 j_2 j_3 j_3) \left(b_{j_1}^+ b_{j_2}^+ \right)_{0\ 1}^{2\ 1} \left(b_{j_3}^+ b_{j_3}^+ \right)_{0-1}^{0\ 1} \quad (5.11)$$

donde $F(j_1 j_2 j_3 j_3)$ es un factor que depende de los distintos casos,

$$F(j_1 j_2 j_3) = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{para } j_1 \neq j_2 \neq j_3$$

$$F(j_1 j_2 j_3) = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{para } j_1 = j_2 \neq j_3$$

$$F(j_1 j_2 j_3) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2j_3 + 2}{2j_3 + 1} \right) \quad \text{para } j_1 \neq j_2 ; j_2 = j_3$$

$$F(j_1 j_2 j_3) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2j_3 + 3}{2j_3 + 1} \right) \quad \text{para } j_1 = j_2 = j_3$$

El elemento de matriz para la transición entre estados fundamentales es entonces,

$$\begin{aligned} & \langle A_{Ni}, 0^+ | T_0(j_1 j_2 j_3 j_3) | A+4 Z_n, 0^+ \rangle = \\ & = \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_{j_3} \left(1 + \frac{2j_3+3}{2j_3+1} \delta_{j_3} \right) (-)^{\ell} \sqrt{2j_3+1} U_j V_j \end{aligned} \quad (5.12)$$

en donde $T_0 = (T_0^+)^+$ y se ha utilizado la transformación de Bogolyubov-Valatin:

$$b_{jm}^+ = U_j \beta_{jm}^+ + (-)^{\ell+j-m} V_j \beta_{j-m}$$

$$(b_{jm}^+ b_{jm}^+)_0^0 = (-)^{\ell} U_j V_j (\beta_{jm}^+ \beta_{jm}^+)_0^0 = (-)^{\ell} U_j V_j \sum_m (j j m - m | 00) (-)^{j-m} \beta_{jm}^+ \beta_{j-m} = (-)^{\ell} \sqrt{2j+1} U_j V_j$$

donde β_{jm}^+ β_{j-m} son los operadores de creación y destrucción de quasi partículas. V_j y U_j son las amplitudes de probabilidad de ocupación y desocupación del nivel j . Los valores han sido calculados resolviendo las ecuaciones del "gap" y de número de partículas⁶⁶⁾ de la aproximación BCS (Apéndice IV), dados respectivamente por

$$\frac{G}{2} \sum_{j>0} \frac{j+1/2}{\{(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2\}^{1/2}} = 1 \quad \sum_j (j+\frac{1}{2}) \left(1 - \frac{\epsilon_j - \lambda}{\{(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2\}^{1/2}} \right) = N$$

El "gap" de energía $\Delta=1.52$ MeV se calculó interpolando entre los valores $\Delta(^{65}\text{Zn})=1.64$ MeV y $\Delta(^{67}\text{Zn})=1.38$ MeV tomados de la ref.⁶⁷⁾; se incluyeron las capas $f_{7/2}$, $p_{3/2}$, $f_{5/2}$, $p_{1/2}$, $g_{9/2}$, $g_{7/2}$ y $d_{5/2}$; sus correspondientes energías ϵ_j están detalladas en la tabla 8.

Con ellas se calculó un valor de $G=0.356$ MeV y desarrollando luego las ecuaciones (5.13) en serie de Taylor como se indica en el Apéndice IV, se obtuvieron los parámetros finales Δ , λ y G para cada isótopo que se muestran en la tabla 9.

El proceso siguiente es completamente algebraico y está resuelto mediante la utilización de sucesivos programas de cómputo: calculadas las amplitudes U_j y V_j , se obtienen inmediatamente los elementos de matriz $C_{\Gamma_f \Gamma_i}^{J_i T_i}$ mediante la aplicación de la expresión (5.12); para los parámetros que miden la distribución de los protones se tomó $\lambda_{3/2}=0.68$, $\lambda_{5/2}=0.71$ y $\lambda_{1/2}=0.19$ de la ref.⁶⁸⁾. Con los valores de los elementos de matriz se entra a un elaborado programa⁶⁰⁾ de "Cálculo de Factores de Estructura para la Transferencia de Cuatro Partículas", que computa los coeficientes G_{NL} siguiendo la expresión (5.5): los resultados se consignan en la tabla 10.

Es necesario ahora calcular los elementos de matriz correspondientes al estado excitado 2^+ , que se efectúa en la aproximación de fases al azar (RPA): ésta es la teoría más simple de los estados excitados colectivos, que admite la posibilidad de que el estado fundamental no tiene sólo un carácter de partícula independiente sino que puede contener correlaciones responsables de una intensificación de las transiciones específicas⁶⁶⁾; esta aproximación ha sido usada extensamente en el tratamiento de las excitaciones colectivas vibratoriales y en particular de las vibraciones cuadrupolares y octupolares de baja energía y dipolares gigantes.

Supuesto entonces que el estado fundamental no es simplemente el vacío de partículas-agujeros, será necesario incluir, para construir un estado excitado 2^+ , una combinación de operadores de creación y destrucción:

$$\Gamma_{2M}^+ = \sum_{j_1 \geq j_2} f_{j_1 j_2} \frac{\left(\beta_{j_1}^+ \beta_{j_2}^+ \right)_M^2}{(1+\delta_{j_1 j_2})^{1/2}} - \sum_{j_1 \geq j_2} (-)^M b_{j_1 j_2} \frac{\left(\beta_{j_1}^+ \beta_{j_2}^+ \right)_{-M}^+}{(1+\delta_{j_1 j_2})^{1/2}} \quad (5.14)$$

donde las amplitudes $f_{j_1 j_2}$, $b_{j_1 j_2}$ son conocidas como los coeficientes "forward" y "backward".

Siendo que $\Gamma_{2M}^{++} = \Gamma_{2-M}^+$, se deduce de sus definiciones

$$\frac{\left(\beta_{j_1}^+ \beta_{j_2}^+ \right)_M^2}{(1+\delta_{j_1 j_2})^{1/2}} = f_{j_1 j_2} \Gamma_{2M}^+ + (-)^M b_{j_1 j_2} \Gamma_{2-M}^+ \quad (5.15)$$

En el presente caso se supone que el estado 2^+ es una vibración cuadrupolar originada por una interacción residual

$$V_{\text{res.}} = -\frac{\chi}{2} (Q^2 \cdot Q^2) \quad (5.16)$$

y que el Hamiltoniano del sistema está dado por

$$H = H_0 + V_{\text{res.}} \quad (5.17)$$

El operador cuadrupolar es

$$Q_M^2 = \sum_{j_1 j_2 m_1 m_2} \langle j_1 m_1 | r^2 Y_M^2 | j_2 m_2 \rangle b_{j_1 m_1}^+ b_{j_2 m_2} = \quad (5.18)$$

y utilizando las definiciones de b_j^+ y b_j

$$(5.18) = \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{j \geq j'} (-)^{\ell} \langle j || r^2 Y_M^2 || j' \rangle \frac{(U_j V_{j'} + U_{j'} V_j)}{(1+\delta_{j j'})^{1/2}} \left[\frac{(\beta_j^+ \beta_{j'}^+)_M^2}{(1+\delta_{j j'})^{1/2}} + \frac{(\beta_j \beta_{j'})_M^2}{(1+\delta_{j j'})^{1/2}} \right] \quad (5.19)$$

Resolviendo la ecuación de movimiento^{69,70)}

$$\{H, \Gamma_{2M}^+\} = \omega \Gamma_{2M}^+ \quad (5.20)$$

se obtienen los valores de las amplitudes

$$\frac{f_{j_1 j_2}}{b_{j_1 j_2}} = \frac{(-)^M \Lambda^{\frac{X}{2}} (-)^{\ell} \langle j_1 || r^2 Y^2 || j_2 \rangle (U_{j_1} V_{j_2} + U_{j_2} V_{j_1})}{E_{j_1} + E_{j_2} \pm \omega} \quad (5.21)$$

donde $\Lambda^2 = \sum_{j_1 > j_2} (f_{j_1 j_2}^2 - b_{j_1 j_2}^2)$ es la constante de normalización de la RPA.

E_j son las energías de quasi-partículas

ω es la energía del fonón cuadrupolar que se supone es la energía empírica del estado 2^+ .

Volviendo ahora al operador de transferencia de cuatro partículas para la transición al estado 2^+

$$T_{2M}^+ = F(j_1 j_2 j_3 j_3) \begin{pmatrix} b_{j_3}^+ & b_{j_3}^+ \\ b_{j_1}^+ & b_{j_2}^+ \end{pmatrix}_{0-1} \begin{pmatrix} b_{j_1}^+ & b_{j_2}^+ \\ b_{j_1}^+ & b_{j_2}^+ \end{pmatrix}_{M-1} \quad (5.22)$$

ya calculando $T_{2M}^{++} = T$ se tiene que el término

$$\begin{pmatrix} b_{j_1}^+ & b_{j_2}^+ \\ b_{j_1}^+ & b_{j_2}^+ \end{pmatrix}_{M-1} \begin{pmatrix} b_{j_1}^+ & b_{j_2}^+ \\ b_{j_1}^+ & b_{j_2}^+ \end{pmatrix}_{M-1} = V_{j_1} V_{j_2} \begin{pmatrix} \beta_{j_1}^+ & \beta_{j_2}^+ \\ \beta_{j_1}^+ & \beta_{j_2}^+ \end{pmatrix}_M + U_{j_1} U_{j_2} \begin{pmatrix} \beta_{j_1} & \beta_{j_2} \\ \beta_{j_1} & \beta_{j_2} \end{pmatrix}_M =$$

reemplazando (5.15) y reagrupando

$$= (1 + \delta_{j_1 j_2})^{1/2} (-)^M \left[V_{j_1} V_{j_2} b_{j_1 j_2} + U_{j_1} U_{j_2} f_{j_1 j_2} \right] \Gamma_{2-M}^+ \quad (5.23)$$

llevando esta expresión al operador T y calculando el elemento de matriz de la transición

$$\langle {}^A \text{Ni}, 2^+ | T_{2M} | {}^{A+4} \text{Zn}, 0^+ \rangle = \quad (5.24)$$

se ve que la contribución debida a los protones tiene un tratamiento igual que en la transición entre estados fundamentales y en la parte de neutrones sólo contribuye al término en Γ_{2M}^+ , luego

$$(5.24) = F(j_1 j_2 j_3 j_3) \sqrt{\frac{2}{3}} \lambda_{j_3} \sqrt{1 + \delta_{j_1 j_2}} \left(v_{j_1} v_{j_2} f_{j_1 j_2} + u_{j_1} u_{j_2} b_{j_1 j_2} \right) =$$

reemplazando las amplitudes "backward" y "forward" por sus expresiones (5.21), se tiene finalmente:

$$= F(j_1 j_2 j_3 j_3) \sqrt{\frac{2}{3}} \lambda_{j_3} (-)^{l_1} \langle j_1 || r^2 Y_M^2 || j_2 \rangle (u_{j_1} v_{j_2} + u_{j_2} v_{j_1}) \left(\frac{v_{j_1} v_{j_2}}{E_{j_1} + E_{j_2} - \omega} + \frac{u_{j_1} u_{j_2}}{E_{j_1} + E_{j_2} + \omega} \right) \quad (5.25)$$

Una vez obtenidos los elementos de matriz se procede en forma completamente análoga que en el caso 0^+ para calcular los factores de estructura nuclear G_{NL} ; el conjunto de valores para $N=1-7$, $L=0$ y $N=1-6$, $L=2$ están detallados en la tabla 9.

Las secciones eficaces diferenciales se computan ahora con el código DWUCK calculando el factor de forma como una suma coherente sobre el número cuántico radial N . Como puede observarse en la tabla 9, las contribuciones más importantes a la sección eficaz diferencial están dadas por las correspondientes a los nodos $N=6$ para $L=0$ y $N=5$ para $L=2$, coincidiendo con las predicciones de la ref.²⁵⁾; las restantes contribuciones son considerablemente menores, llegando a diferir en algunos órdenes de magnitud.

La forma de las distribuciones angulares calculadas introduciendo la estructura nuclear, no difiere esencialmente de las obtenidas fenomenológicamente suponiendo la simple transferencia de un conglomerado del tipo partícula α a un núcleo sin estructura, equivalente a considerar un único nodo con $G_{NL}=1$; ésto, por una parte, confirma la validez de las hipótesis básicas hechas para el análisis DWBA y además, indica que tanto la teoría BCS, para las transiciones entre estados fundamentales, como la RPA para las transiciones que llevan

a un estado excitado 2^+ , predicen pequeños cambios en la forma de las distribuciones angulares, originados en la introducción de la estructura nuclear.

En lo referente a los valores absolutos de las secciones eficaces, los resultados del cálculo teórico están reflejados en los factores de renormalización D_0^2 que se muestran en la tabla 11. Para las transiciones entre estados fundamentales y dentro de los errores, se observa prácticamente la misma situación que en los factores fenomenológicos y los valores relativos son próximos a la unidad indicando que la diferencia de estructura entre los isótopos del Zn no se ve reflejada en las secciones eficaces.

Para las transiciones que llevan al estado excitado 2^+ , los valores relativos de los factores microscópicos difieren de los experimentales. Las secciones eficaces 2^+ están subestimadas; esto puede ser una indicación de la existencia de procesos indirectos: es sabido que diferentes canales se acoplan más fuertemente para las transiciones 2^+ que para las 0^+ .

6. CONCLUSIONES.

Del estudio precedente sobre la transferencia de cuatro partículas en las reacciones $^{64,66,68}\text{Zn}(d, ^6\text{Li})^{60,62,64}\text{Ni}$ a $E_d=27.25$ MeV, es posible concluir:

- que las magnitudes de las secciones eficaces diferenciales obtenidas para las transiciones entre estados fundamentales en esta zona de las masas intermedias y que oscilan entre $20\mu\text{b/sr}$ y $1\mu\text{b/sr}$, si bien muestran una ligera tendencia a disminuir con el aumento de la masa del isótopo en cuestión, fundamentalmente coinciden con los valores obtenidos a la misma energía de bombardeo en experimentos realizados en núcleos más livianos y más cercanos al doble mágico, concordando estos resultados con los de transferencia de cuatro partículas en la reacción $(^3\text{He}, ^7\text{Be})$ en los que se observa una sensible constancia de la sección eficaz diferencial para las transiciones entre estados fundamentales, en función del aumento de la masa del núcleo blanco y a partir de la zona del ^{40}Ca .
- que las distribuciones angulares de las secciones eficaces medidas, sugieren la existencia de un pronunciado pico delantero -no determinado experimentalmente- y los correspondientes picos secundarios indicativos de un proceso de reacción de interacción directa.
- que las distribuciones angulares calculadas con ondas distorsionadas en aproximación de Born, suponiendo un proceso de interacción directa, ajustan muy bien los valores experimentales para los dos estados, $L=0$ y $L=2$.
- que luego de una extensa variación de los parámetros ópticos utilizados en el cálculo DWBA y realizada con el objeto de comprobar la validez de los factores de estructura obtenidos, es posible asegurar la magnitud relativa de las secciones eficaces entre $L=0$ y $L=2$ dentro de un error aproximado del 20%.
- que el buen ajuste de todas las distribuciones angulares justifica la hipótesis inicial simple, de que la reacción $(d, ^6\text{Li})$ se realiza según el mecanismo mediante el cual, un conglomerado del tipo partícula α con una masa

puntual $m = 4$, es transferida del núcleo blanco al proyectil en un único proceso de interacción directa.

- que la estructura de difracción mostrada por las distribuciones angulares y, dentro de los errores experimentales, la poca sensibilidad observada en los factores espectroscópicos en función de la masa del blanco, sugerirían que la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ a 27.25 MeV se produce en la superficie nuclear.

- que los cálculos teóricos que computan la sección eficaz diferencial como una suma coherente efectuada sobre el número cuántico radial y basados en una descripción en la aproximación de la teoría BCS para las funciones de onda de los núcleos iniciales y finales en las transiciones entre estados fundamentales y en la aproximación de fases al azar (RPA) para las transiciones que llevan al estado excitado 2^+ , predicen distribuciones angulares cuyas formas no difieren esencialmente de las obtenidas en el cálculo fenomenológico.

- que ello corrobora ampliamente la validez de las hipótesis básicas hechas en el análisis DWBA.

- que en lo referente a las magnitudes de las secciones eficaces, el cálculo con funciones de onda BCS predice, en las distribuciones angulares con $L=0$ y dentro de los errores, pequeños cambios relativos entre los factores de re-normalización reproduciendo aproximadamente la situación fenomenológica y no reflejando un cambio importante de estructura entre los isótopos estudiados.

- que en las transiciones que llevan al estado excitado 2^+ , la aproximación de fases al azar subestima la magnitud de las secciones eficaces, indicando la existencia de probables procesos no directos vinculados, por ejemplo, con acoplamiento de canales y no tenidos en consideración.

TABLA 1

Q {MeV}	⁶⁸ Zn		⁶⁶ Zn		⁶⁴ Zn	
	ESTADO FUNDAMENTAL	1er. EXCITADO	ESTADO FUNDAMENTAL	1er. EXCITADO	ESTADO FUNDAMENTAL	1er. EXCITADO
Q _{6Li}	-3,840	-5,180	-3,086	-4,258	-2,481	-3,813
Q _{7Li}	-6,249	-7,339	-6,433	-6,500	-6,613	-6,956
Q _{3He}	-4,498	-5,398	-3,411	-4,18	-2.213	-2,885
Q _{4He}	6,972	6,786	7,257		7,521	7,479
Q _p	4,278	3,839	4,829	4,736	5,764	5,704
Q _t	-3,945	-4,035	-4,778	-4,831	-5,597	

T A B L A 2

Reacción	Q{MeV}	E_{Li} {MeV}	$E_{coul.}$ {MeV}
$^{64}_{Zn}(d, ^6Li)^{60}_{Ni}$	-2.482	24.77	22.5
$^{66}_{Zn}(d, ^6Li)^{62}_{Ni}$	-3.085	24.17	23.3
$^{68}_{Zn}(d, ^6Li)^{64}_{Ni}$	-3.840	23.41	22.0
$^{64}_{Zn}(d, ^7Li)^{59}_{Ni}$	-6.613	20.64	
$^{66}_{Zn}(d, ^7Li)^{61}_{Ni}$	-6.432	20.82	
$^{68}_{Zn}(d, ^7Li)^{63}_{Ni}$	-6.249	21.01	

$E_d = 27.25 \text{ MeV.}$

TABLA 3.

Secciones eficaces diferenciales de la reacción $^{64}\text{Zn}(d, ^6\text{Li})^{60}\text{Ni}$.

ϕ°_{CL}	0^+		2^+	
	θ°_{CM}	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ($\mu\text{b}/\text{sr}$)	θ°_{CM}	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ($\mu\text{b}/\text{sr}$)
22.5	23.79	14.23 ± 1.50	23.82	6.14 ± 0.98
26.	27.47	19.54 ± 1.19	27.52	5.10 ± 0.61
30.	31.68	12.38 ± 0.92	31.73	5.27 ± 0.60
34.	35.88	5.62 ± 0.24	35.94	4.93 ± 0.49
37.5	39.55	2.60 ± 0.46	39.61	3.52 ± 0.54
41.	43.21	4.09 ± 0.59	43.27	2.21 ± 0.43
45.	47.28	4.84 ± 0.55	47.45	1.64 ± 0.35
50.	52.58	3.57 ± 0.45	52.65	1.41 ± 0.28
55.	57.76	1.42 ± 0.26	57.84	2.01 ± 0.31
60.	62.91	1.60 ± 0.26	63.	1.43 ± 0.24

TABLA 4.

Secciones eficaces diferenciales de la reacción $^{66}\text{Zn}(d, ^6\text{Li})^{62}\text{Ni}$.

ϕ°_{CL}	0^+		2^+	
	θ°_{CM}	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ($\mu\text{b}/\text{sr}$)	θ°_{CM}	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ($\mu\text{b}/\text{sr}$)
22.5	23.76	8.93 ± 0.79	23.79	3.39 ± 0.48
26.	27.45	11.08 ± 0.9	27.48	3.42 ± 0.5
30.	31.65	7.53 ± 0.66	31.69	3.49 ± 0.44
34.	35.85	2.93 ± 0.37	35.89	3.41 ± 0.33
37.5	39.51	2.70 ± 0.27	39.56	2.28 ± 0.25
40.	42.12	2.97 ± 0.36	42.18	1.93 ± 0.29
45.	47.33	3.59 ± 0.33	47.39	1.36 ± 0.20
50.	52.52	1.76 ± 0.20	52.59	1.06 ± 0.15
55.	55.70	1.09 ± 0.15	57.67	1.20 ± 0.17
60.	62.86	0.88 ± 0.11	62.93	1.18 ± 0.13

TABLA 5.

Secciones eficaces diferenciales de la reacción $^{68}\text{Zn}(d, ^6\text{Li})^{64}\text{Ni}$.

ϕ_{CL}°	0^+		2^+	
	θ°_{CM}	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ($\mu\text{b/sr}$)	θ°_{CM}	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ($\mu\text{b/sr}$)
15.	15.84	9.47 ± 2.01	15.87	14.20 ± 2.47
20.	21.11	5.68 ± 0.48	21.15	3.55 ± 0.38
25.	26.37	5.99 ± 0.49	26.42	3.45 ± 0.37
30.	31.63	4.66 ± 0.42	31.68	3.98 ± 0.39
35.	36.87	2.07 ± 0.25	36.92	3.04 ± 0.31
37.5	39.48	1.37 ± 0.19	39.54	2.14 ± 0.25
40.	42.09	1.66 ± 0.19	42.16	1.82 ± 0.20
42.5	44.70	2.30 ± 0.28	44.77	1.61 ± 0.23
45.	47.30	3.01 ± 0.27	47.37	1.26 ± 0.17
50.	52.49	1.87 ± 0.21	52.57	0.86 ± 0.14
55.	57.67	0.68 ± 0.11	57.75	0.97 ± 0.13
60.	62.81	0.85 ± 0.10	62.91	0.62 ± 0.08
70.	73.06	0.35 ± 0.11	73.15	0.35 ± 0.05

TABLA 6.

PARAMETROS OPTICOS.

	Canal de Entrada Deuteron	Canal de Salida ${}^6\text{Li}$	Pozo de Potencial Partícula α
V	71.9 MeV	328 MeV para ${}^{64}\text{Zn}$ 321 MeV para ${}^{66}\text{Zn}$ 310 MeV para ${}^{68}\text{Zn}$	Ajustado para tener la energía de liga- dura correcta.
W	56 MeV	75 MeV	-
r_{ov}	0.96 fm	1.50 fm	1.25 fm
a_v	0.99 fm	0.65 fm	0.65 fm
r_{ow}	1.35 fm	1.50 fm	-
a_w	0.75 fm	0.65 fm	-
r_{oc}	1.25 fm	2.50 fm	1.25 fm
a_c	0.00 fm	0.00 fm	0.00 fm

TABLA 7

FACTORES FENOMENOLOGICOS D_0^2

	$0^+ (N=5)$	$2^+ (N=4)$
^{64}Zn	10 ± 3	3 ± 0.5
^{66}Zn	7.5 ± 1.5	3.3 ± 0.5
^{68}Zn	7.0 ± 0.5	3.0 ± 0.5

TABLA 8

ENERGIAS de Partícula para las capas incluidas
en el cálculo BCS

j	E_j (MeV)
$f_{7/2}$	-4.00
$p_{3/2}$	0.00
$f_{5/2}$	0.75
$p_{1/2}$	1.05
$g_{9/2}$	4.95
$g_{7/2}$	9.57
$d_{5/2}$	9.57

TABLA 9

PARAMETROS DE LA SOLUCION BCS

	N	Δ (MeV)	λ (MeV)	G (MeV)
^{64}Zn	14	1.56	0.54	0.356
^{66}Zn	16	1.52	1.08	0.356
^{68}Zn	18	1.30	1.67	0.356

TABLA 10

Coefficientes de estructura nuclear G_{NL}

N	^{64}Zn		^{66}Zn		^{68}Zn	
	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0^+ \rightarrow 2^+$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0^+ \rightarrow 2^+$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0^+ \rightarrow 2^+$
0	0.0077	0.0050	0.0074	0.0050	0.0061	0.0045
1	0.0150	-0.0021	0.0144	-0.0012	0.0120	-0.00044
2	0.00085	0.0137	0.00062	0.0173	0.0014	0.0190
3	0.0600	0.0472	0.0593	0.0543	0.0501	0.0559
4	0.149	0.0515	0.144	0.0632	0.120	0.0683
5	0.154	0.117	0.150	0.122	0.127	0.117
6	0.309	0.0014	0.282	0.0018	0.226	0.0022
7	0.0077		0.0083		0.0082	

TABLA 11

FACTORES MICROSCOPICOS D_0^2

	0^+	2^+
^{64}Zn	20 ± 7	48 ± 6
^{66}Zn	17 ± 4	39 ± 7
^{68}Zn	24 ± 2	36 ± 4

A 1.1. FORMALISMO MATRICIAL PARA UN SISTEMA DE TRANSPORTE DE UN HAZ DE PARTICULAS.

Para el tratamiento del problema se adopta un sistema de referencia en el que las partículas se mueven siempre en la dirección positiva del eje \underline{s} ; el plano definido por los ejes \underline{x} y \underline{z} es perpendicular a \underline{s} cumpliéndose la relación entre los vectores unitarios

$$\underline{z} \times \underline{x} = \underline{s}$$

Arbitrariamente se designa (x,s) como plano horizontal y (z,s) como plano vertical; un punto general está determinado en cada uno de ellos por las coordenadas (x,x') y (z,z') respectivamente. En caso de existir elementos deflectores del haz, el radio de curvatura ρ tiene el signo que se indica en la figura A.1.

Dado un haz de partículas su sección transversal y divergencia definen dos elipses de emittancia correspondientes a cada uno de los planos (z,s) y (x,s) del espacio de las fases cuyos ejes son la dimensión transversal y la divergencia verticales y horizontales respectivamente.

Las coordenadas de un punto del perímetro de una elipse de semi ejes \underline{a} y \underline{b} , que tenga un ángulo de inclinación γ y esté centrada en el punto (h,h') , podrán representarse en forma matricial por el vector columna

$$\begin{vmatrix} x_1 \\ x'_1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & 0 & h \\ 0 & b & h' \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \\ 1 \end{vmatrix} \quad (A.1)$$

donde ϕ es un parámetro que varía entre 0 y 2π y que no entra en la geometría de la elipse.

Si se multiplica (A.1) por una matriz de tercer orden T_{ij} y se analizan las características del punto transformado (x_t, x'_t)

$$\begin{vmatrix} x_t \\ x'_t \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x'_1 \\ 1 \end{vmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} x_t &= a A_{11} \cos \phi + b A_{12} \sin \phi \\ x'_t &= a A_{21} \cos \phi + b A_{22} \sin \phi \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

donde

$$\begin{aligned} A_{11} &= T_{11} \cos \gamma + T_{12} \sin \gamma \\ A_{12} &= -T_{11} \sin \gamma + T_{12} \cos \gamma \\ A_{21} &= T_{21} \cos \gamma + T_{22} \sin \gamma \\ A_{22} &= -T_{21} \sin \gamma + T_{22} \cos \gamma \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

puede verse que

$$\Delta_A = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix} = 1 \quad (\text{A.5})$$

si $\Delta_T = 1$.

De (A.3) :

$$\begin{aligned} \cos \phi &= \frac{x_t A_{22} - x'_t A_{12}}{a} \\ \sin \phi &= \frac{x'_t A_{11} - x_t A_{21}}{b} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

elevando al cuadrado y sumando

$$a^2 (x'_t A_{11} - x_t A_{21})^2 + b^2 (x_t A_{22} - x'_t A_{12})^2 = a^2 b^2 \quad (\text{A.7})$$

efectuando las operaciones el discriminante de la ecuación de segundo grado en x_t, x'_t :

$$-4 a^2 b^2 \Delta_A = -4 a^2 b^2$$

resulta ≤ 1 (siempre que $\Delta_A = 1$); es decir (A.2) representa una elipse que es la transformada de la elipse inicial al multiplicarla por la matriz T_{ij} de la forma indicada. Si además $\Delta_T = 1$ las superficies de ambas elipses son iguales.

Por simplicidad de notación se expresa la elipse inicial y su transformada como

$$\gamma \times S \times \phi = T \times \gamma_0 \times S_0 \times \phi_0 \quad (\text{A.8})$$

multiplicando por ϕ^{-1}

$$\gamma \times S = T \times \gamma_0 \times S_0 \times \phi_0 \times \phi^{-1} \quad (\text{A.9})$$

donde

$$\phi \times \phi^{-1} = \begin{vmatrix} \cos(\phi - \phi_0) & \text{sen}(\phi - \phi_0) & 0 \\ -\text{sen}(\phi - \phi_0) & \cos(\phi - \phi_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

y puede verse que $\Delta\phi = \phi - \phi_0$ no entra en la geometría de las elipses que están definidas por los valores iniciales y finales γ_i, S_i . Resolviendo (A.9) para T, se tendrá en cada plano

$$T_{ij} = c_{ij} \cos \Delta\phi + c'_{ij} \text{sen} \Delta\phi + h_{ij} \quad (\text{A.10})$$

donde los coeficientes son funciones de los datos γ_i, S_i . Esto significa que, en general, existe un conjunto de matrices T correspondientes a los distintos valores de $\Delta\phi$ que cumplen con la transformación impuesta; es decir, existen diferentes sistemas ópticos que producen el mismo efecto de transporte: la diferencia reside en el ángulo de fase $\Delta\phi$ que separa un punto de la elipse inicial (x, x') y su transformado (x_1, x'_1) .

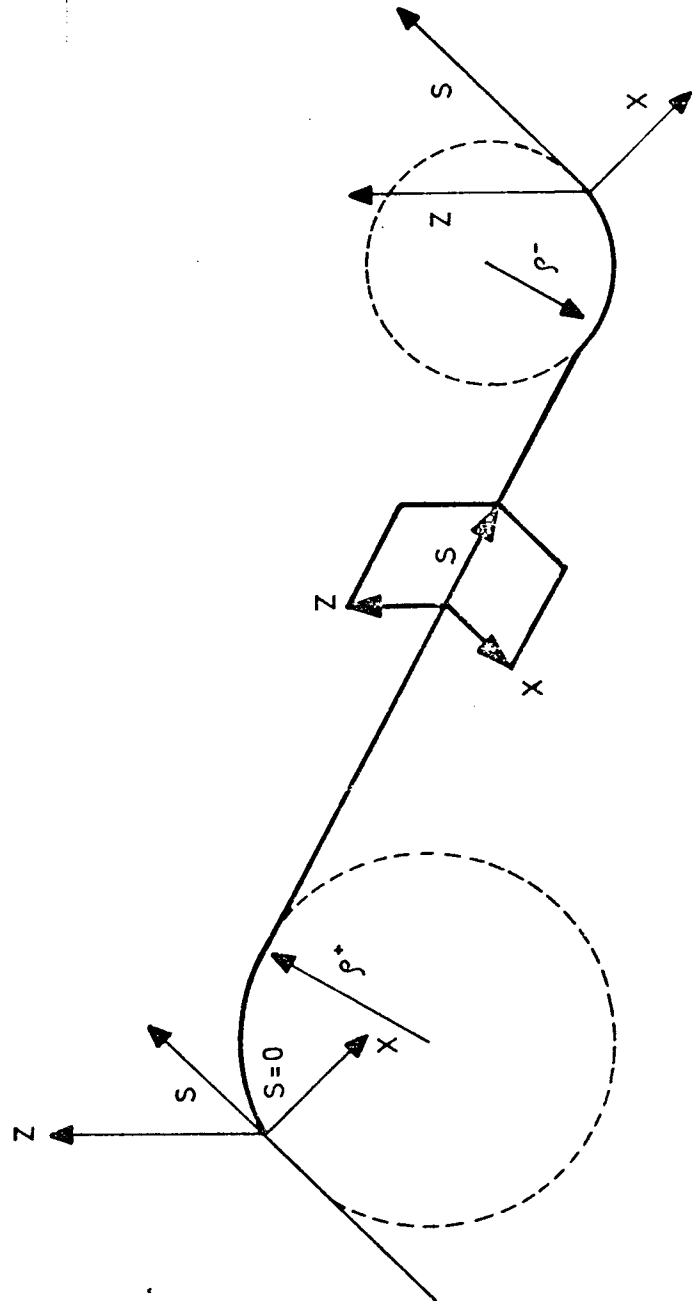


FIGURA : A1 SISTEMA DE REFERENCIA

Apéndice II.

A II.1. DERIVACION DEL HAMILTONIANO EFECTIVO PARA EL TRATAMIENTO DE LAS REACCIONES NUCLEARES.

Sean las reacciones nucleares $A(a, b_i) B_i$ en donde b_i , B_i representan respectivamente los diferentes fragmentos emergentes y los núcleos residuales energéticamente posibles, incluido el caso $A=B_i$, $a=b_i$ de dispersión elástica: estas reacciones constituyen los llamados "canales abiertos"; sean ϕ_i las funciones de onda que describen a B_i ; se puede decir entonces de una manera completamente general que, asintóticamente, cuando los productos de reacción están suficientemente separados, la función de onda del sistema tendrá la forma antisimétrica

$$\psi \rightarrow A \sum_i f_i \phi_i \quad (\text{AII.1})$$

donde

A = operador de antisimetrización

f_i = funciones de todas las coordenadas no contenidas en ϕ_i

Es posible definir un operador de proyección P que actuando sobre una función antisimétrica arbitraria χ que satisfaga las mismas condiciones asintóticas que ψ , cumpla con

$$P\chi \rightarrow A \sum_i v_i \phi_i \quad (\text{AII.2})$$

en la que v_i son funciones de las coordenadas no contenidas en ϕ_i y satisfacen las mismas condiciones de contorno impuestas a f_i . Se ve que el proyector P realiza una partición del espacio de Hilbert en dos subespacios: al ser aplicado a la función de onda $P\psi$ se comportará asintóticamente igual a ψ y por lo tanto contendrá toda la información sobre las amplitudes de reacción experimentales observables: describe así los definidos como canales abiertos. Resulta inmediatamente que el operador

$$Q \equiv I - P \quad (\text{AII.3})$$

donde I = operador identidad al se aplicada a ψ , proyectará el subespacio complementario de $P\psi$, describiendo lo que se define como "canales cerrados".

Los proyectores P y Q cumplen con las relaciones

$$P^2 = P ; \quad Q^2 = Q \quad (A11.4)$$

$$QP = PQ = 0 \quad (A11.5)$$

$$P + Q = I \quad (A11.6)$$

y la función de onda del sistema puede ser expresada como:

$$\psi = P\psi + Q\psi \quad (A11.7)$$

Partiendo de la ecuación de Schrödinger

$$H\psi = H(P\psi + Q\psi) = E\psi \quad (A11.8)$$

y aplicándole a la derecha los operadores P y Q , se obtienen las ecuaciones acopladas

$$(E - H_{PP})P\psi = H_{PQ} Q\psi \quad (A11.9)$$

$$(E - H_{QQ})Q\psi = H_{QP} P\psi \quad (A11.10)$$

en donde

$$H_{PP} = PHP \quad ; \quad H_{QQ} = QHQ$$

$$H_{PQ} = PHQ \quad ; \quad H_{QP} = QHP$$

Siendo que $Q\psi$ proyecta sólo en un subespacio, la ecuación (A11.10) puede resolverse

$$Q = \frac{1}{E - H_{QQ}} H_{QP} P\psi \quad (A11.11)$$

sustituyendo en (A11.9), se tiene

$$(E - H_{PP} - H_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ}} H_{QP}) P\psi = 0 \quad (A11.12)$$

y puede verse que el Hamiltoniano efectivo

$$H = H_{PP} + H_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ}} H_{QP} \quad (\text{A11.13})$$

es dependiente de la energía.

La separación de los procesos DI y NC se efectúa ahora mediante una división de H en dos partes: una que varía lentamente en función de la energía y otra que lo hace rápidamente. En el caso de una resonancia aislada, la variación rápida de H está vinculada con los polos del propagador $(E - H_{QQ})^{-1}$: ellas ocurren para los autovalores del operador H_{QQ}

$$H_{QQ} \phi_R = E_R \phi_R \quad (\text{A11.14})$$

donde ϕ_R son los autoestados del Hamiltoniano en el que los canales abiertos no han sido tomados en cuenta. Desarrollando la expresión (A11.13)

$$H = H' + H_R \quad (\text{A11.15})$$

con

$$H_R = \frac{H_{PQ} \phi_R \langle \phi_R | H_{QP}}{E - E_R}$$

La amplitud de transición puede ser derivada a partir de (A11.15): paralelamente con las componentes de H y en función de la energía, ella consta de una parte con variación lenta que es identificada con la amplitud ID y otra con características resonantes que se corresponde con la amplitud de transición NC en la formula de Breit-Wigner.

El desarrollo anterior sigue el tratamiento hecho en la ref.¹⁵⁾, donde se discute también el caso de varias resonancias próximas y se dan ejemplos del operador P para casos particulares.

Apéndice III.

A III.1. OPERADORES DE TRANSFERENCIA DE CUATRO PARTICULAS.

Se puede expresar el operador de transferencia de cuatro partículas acopladas a momento angular l e isospin 0 en función de los operadores de creación b_j^+ como

$$T_{IM}(j_1 j_2 j_3) = \left(\begin{matrix} (b_{j_1}^+ b_{j_2}^+)^{l-1} & (b_{j_3}^+ b_{j_3}^+)^{0-1} \\ \phantom{(b_{j_1}^+ b_{j_2}^+)^{l-1}} & \phantom{(b_{j_3}^+ b_{j_3}^+)^{0-1}} \end{matrix} \right)_{M 0}^{l 0} \quad (\text{AIII.1})$$

donde se ha supuesto la existencia de dos protones acoplados a $J=0 T=1$ en la capa j_3 .

Desacoplando los momentos angulares e isospines, se tiene

$$T_{IM}(j_1 j_2 j_3) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\begin{matrix} (b_{j_1}^+ b_{j_2}^+)^{l-1} & (b_{j_3}^+ b_{j_3}^+)^{0-1} \\ \phantom{(b_{j_1}^+ b_{j_2}^+)^{l-1}} & \phantom{(b_{j_3}^+ b_{j_3}^+)^{0-1}} \end{matrix} \right)_{M 1}^{l 1} - \left(\begin{matrix} (b_{j_1}^+ b_{j_2}^+)^{l-1} & (b_{j_3}^+ b_{j_3}^+)^{01} \\ \phantom{(b_{j_1}^+ b_{j_2}^+)^{l-1}} & \phantom{(b_{j_3}^+ b_{j_3}^+)^{01}} \end{matrix} \right)_{M 0}^{l 1} + \left(\begin{matrix} (b_{j_1}^+ b_{j_2}^+)^{l-1} & (b_{j_3}^+ b_{j_3}^+)^{01} \\ \phantom{(b_{j_1}^+ b_{j_2}^+)^{l-1}} & \phantom{(b_{j_3}^+ b_{j_3}^+)^{01}} \end{matrix} \right)_{M-1}^{l 1} \quad (\text{AIII.2})$$

De estos tres términos, el primero crea dos protones en la capa j_3 ; los otros dos no, si $j_1 \neq j_3$ y $j_2 \neq j_3$, pero en los casos en que esta condición se cumple, puede haber, por reacoplamiento, contribuciones de los dos últimos términos al primero.

Entonces, para $j_1 \neq j_3$ y $j_2 \neq j_3$ se tiene

$$T_{IM}(j_1 j_2 j_3) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\begin{matrix} (b_{j_1}^+ b_{j_2}^+)^{l-1} & (b_{j_3}^+ b_{j_3}^+)^{01} \\ \phantom{(b_{j_1}^+ b_{j_2}^+)^{l-1}} & \phantom{(b_{j_3}^+ b_{j_3}^+)^{01}} \end{matrix} \right)_{M 1}^{l 1} \quad (\text{AIII.3})$$

En el caso $j_1 = j_2 = j_3$, el segundo y tercer término pueden reacoplarse, quedando

$$\left(\begin{matrix} (b_j^+ b_j^+)^{l-1} & (b_j^+ b_j^+)^{0-1} \\ \phantom{(b_j^+ b_j^+)^{l-1}} & \phantom{(b_j^+ b_j^+)^{0-1}} \end{matrix} \right)_{M 0}^{l 1} = -\frac{2}{2j+1} \left(\begin{matrix} (b_j^+ b_j^+)^{l-1} & (b_j^+ b_j^+)^{0-1} \\ \phantom{(b_j^+ b_j^+)^{l-1}} & \phantom{(b_j^+ b_j^+)^{0-1}} \end{matrix} \right)_{M 1}^{l 1} \quad (\text{AIII.4})$$

$$\left(b_j^+ b_j^+ \right)_{M-1}^{l-1} \left(b_j^+ b_j^+ \right)_{01}^{01} = \left(b_j^+ b_j^+ \right)_{0-1}^{01} \left(b_j^+ b_j^+ \right)_{M1}^{l1} \quad (\text{AIII.5})$$

y (AIII.5) sólo contribuye al primer término cuando $l=0$.

Por lo tanto, para el caso $j_1=j_3$; $j_2=j_3$, se tiene

$$T_{IM}(jjj) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2j_3+3}{2j_3+1} + \delta_{l0} \right) \left(b_j^+ b_j^+ \right)_{M1}^{l1} \left(b_j^+ b_j^+ \right)_{0-1}^{01} \quad (\text{AIII.6})$$

Para $l \neq 0$ puede ser $j_1 \neq j_2 = j_3$ (o bien $j_2 \neq j_1 = j_3$) en este caso (AIII.4) tiene una contribución al primer término que se expresa

$$- \frac{1}{2j_3+1} \left(b_{j_1}^+ b_{j_3}^+ \right)_{M1}^{l1} \left(b_{j_3}^+ b_{j_3}^+ \right)_{0-1}^{01} \quad (\text{AIII.7})$$

y el término (AIII.5) no contribuye si $l \neq 0$.

Por lo tanto si $j_1 \neq j_2 = j_3$ (ó $j_2 \neq j_1 = j_3$)

$$T_I(j_1 j_2 j_3) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2j_3+2}{2j_3+1} \right) \left(b_{j_1}^+ b_{j_3}^+ \right)_{M1}^{l1} \left(b_{j_3}^+ b_{j_3}^+ \right)_{0-1}^{01} \quad (\text{AIII.8})$$

Para que estos operadores, actuando sobre el vacío den estados normalizados es necesario multiplicarlos por

$$N = \frac{1}{\sqrt{2(1+\delta_{j_1 j_2})}} \quad \text{para} \quad j_1 \neq j_3 \quad j_2 \neq j_3$$

$$N = \frac{1}{2} \left(\frac{2j_3+3}{2j_3+1} + \delta_{l0} \right)^{1/2} \quad \text{para} \quad j_1 = j_2 = j_3$$

$$N = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2j_3+1}{2j_3+2} \right)^{1/2} \quad \text{para} \quad l \neq 0 \quad j_1 \neq j_2 = j_3$$

$$j_2 \neq j_1 = j_3$$

Apéndice IV.

A.IV.1. CALCULO DE LAS AMPLITUDES DE OCUPACION Y DESOCUPACION EN EL PROBLEMA BCS.

Es necesario resolver las ecuaciones del "gap" de energía y de número de partículas⁶⁶⁾

$$\frac{G}{2} \sum_j \frac{j+1/2}{E_j} = 1 \quad (IV.1)$$

$$\sum_j (j+1/2) \left(1 - \frac{\epsilon_j - \lambda}{E_j}\right) = N \quad (IV.2)$$

donde $E_j = \{(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2\}^{1/2}$

G = constante de apareamiento

ϵ_j = energías de partícula

Δ = "gap" de energía

λ = potencial químico

Para ello se efectúa un desarrollo en serie de Taylor alrededor de los valores λ_0 y Δ_0

$$\frac{2}{G} \approx \sum_j \frac{j+1/2}{E_0} + (\lambda - \lambda_0) \sum_j \frac{(j+1/2) (\epsilon_j - \lambda_0)}{E_0^3} - (\Delta - \Delta_0) \sum_j \frac{(j+1/2) \Delta_0}{E_0^3} + \dots$$

$$N \approx \sum_j (j+1/2) \left(1 - \frac{\epsilon_j - \lambda_0}{E_0}\right) - (\lambda - \lambda_0) \sum_j (j+1/2) \left(\frac{(\epsilon_j - \lambda_0)^2}{E_0^3} - \frac{1}{E_0}\right) \quad (IV.3)$$

$$+ (\Delta - \Delta_0) \sum_j (j+1/2) \frac{(\epsilon_j - \lambda_0) \Delta_0}{E_0^3} + \dots$$

limitado al primer término del desarrollo, se tiene un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas λ y Δ .

$$a\lambda + b\Delta = e$$

$$c\lambda + d\Delta = f$$

Con la ayuda de un programa de cálculo es fácil ahora resolver el problema por sucesivas iteraciones.

Elegida una determinada configuración de niveles y utilizando la ecuación (IV.1) se puede obtener un juego de valores de G_0 y λ_0 a partir de un Δ_0 y λ_0' iniciales

$$1.) \quad \lambda_0', \Delta_0 \rightarrow G_0, \lambda_0, \Delta_0$$

En este caso Δ_0 se eligió por interpolación entre valores conocidos y λ_0' en forma arbitraria.

Con los valores 1.) obtenidos se itera el sistema de ecuaciones (IV.3) que converge rápidamente para dar λ y Δ .

$$2.) \quad G_0, \lambda_0, \Delta_0 \rightarrow G, \lambda, \Delta$$

puede repetirse el proceso 1), 2) en caso de ser necesario.

Finalmente a partir de G, λ y Δ se calculan las amplitudes de probabilidad de ocupación y desocupación definidas como

$$v_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\epsilon_j^{-\lambda}}{E_j} \right)^{1/2}$$

$$u_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\epsilon_j^{-\lambda}}{E_j} \right)^{1/2} \quad (IV.4)$$

Referencias.

- 1.- S.Mayo, C.A.Heras, J.Rosenblatt, Nucl.Instr. 2 (1958) 9.
- 2.- K.Le Couteur, S.Lipton, Phil.Mag. 46(1955)1265.
- 3.- S.Mayo, M.Sametband, Nucl.Instr.and Meth. 60(1968)3.
- 4.- G.T.de Kruiff, N.Verster, CERN 63-19(1963)80.
- 5.- B.Norman, W.Moore, B.N.L. Accelerator Dpto.AGSCD-26 (1966).
- 6.- K.Steffen, High Energy Beam Optics, Interscience Publish (1965).
- 7.- M.Livingston, H.Bethe, Rev.Mod.Phys. 9(1937)245.
- 8.- C.Williamson, J.Boujot, J.Picard, Rapport CEA-R 3042 (1966).
- 9.- ORTEC, Instr. Manual 423, Particle Identifier.
- 10.- F.Goulding, D.Landis, J.Cerny, R.Pehl, IEEE Trans.Nucl.Sci., NS/11(1964)388.
- 11.- C.Williamson, J.Boujot, CEA - 2189.
- 12.- H.Bichsel, Phys.Rev. 112(1958)1089.
- 13.- N.Austern, Direct Nuclear Reactions, Wiley inters. (1970).
- 14.- F.Friedman, V.Weiskopf "Niels Bohr and the development of Physics" W.Pauli, Pergamon Press (1955).
- 15.- H.Feshbach, Ann. of Physics 19(1962).
- 16.- H.Feshbach, Proc.of the Conf.on Direct Interactions and Nuclear Reactions Mechanism, Gordon and Breach (1962)..
- 17.- W.Hauser, H.Feshbach, Phys.Rev. 97(1952).
- 18.- E.Vogt, Advances in Nucl.Phys. Vol.1, M.Baranger and E.Vogt (1968).
- 19.- L.Denes, W.Daenick, Phys.Rev. 154(1967)928.
- 20.- J.Gerhard, P.Mizera, F.Slec, Ann.Report, Univ.of Washington (1964).
- 21.- W.Eichberg, R.Plieninger, E.Velten, Nucl.Phys. A149(1970)441.
- 22.- H.Gutbrod, H.Yoshida, R.Bock, Proc.of the Int.Conf.on nuclear reaction induced by heavy ions, Heidelberg 1969, North Holland (1970)311.
- 23.- H.Gutbrod, H.Yoshida, R.Bock, Nucl.Phys. A165(1971)240.
- 24.- V.Neudatchin, Proc.Int.Conf.on Cluster phenomena in nuclei, Bochum (1969).
- 25.- O.Dragún, G.Dussel, E.Maqueda, R.Perazzo, Nucl.Phys. A167(1971)529.

- 26.- K.Ratcliff, N.Austern, Ann.of Phys. 42(1967)185.
- 27.- H.Taketani, W.Alford, Nucl.Phys. 32(1962)430.
- 28.- G.Satchler, Nucl.Phys. 55(1964)1.
- 29.- R.Bassel, R.Drisko, G.Satchler, ORNL-3240 (1962).
- 30.- W.Tobocman, Theory of Direct Nuclear Reactions, Oxford Univ.Press (1961).
- 31.- P.D.Kunz, Univ.of Colorado, report C00-535-606.
- 32.- A.R.Edmonds, Angular Momentum in Quantum Mechanics, Preceton Univ.Press (1957).
- 33.- A.Messiah, Mecanique Quantique, Dunod (1962).
- 34.- H.Mang, H.Weindenmüller, Ann. Rev. of Nucl.Sc. 18, (1968)1.
- 35.- J.Hüfner, C.Maihaux, H.Weindenmüller, Nucl.Phys. A105 (1967)489.
- 36.- K.Wildermuth, T.Kanellopoulus, Nucl.Phys. 7(1958)150.
- 37.- G.Phillips, T.Tombrello, Nucl.Phys. 19(1960)555.
- 38.- J.Elliot, T.Skyrme, Proc.Roy.Soc. London A232(1955)561.
- 39.- D.Brink, Nucl.Phys. 4(1957) 215.
- 40.- S.Matties, V.Neudatchin, Nucl.Phys. 49(1969)97.
- 41.- V.Balashov, A.Boyarkina, I.Rotter, Nucl.Phys. 59(1964)417.
- 42.- Y.Kudejarov, S.Matties, V.Neudatchin, Nucl. Phys.65(1965)529.
- 43.- V.Balashov, I.Kotter, Nucl.Phys. 61(1965)138.
- 44.- V.Neudatchin, Y.Smirnov, Nucl.Phys. 66(1965)26.
- 45.- K.Wildermuth, W.McLure, Springer Tracts in Mod.Phys. 41(1966).
- 46.- K.Wildermuth, Int.Conf.on Clustering Phenomena in Nuclei Bochum (1969).
- 47.- Int.Conf. on Cluster Phenomena in Nuclei, Bochum (1969).
- 48.- F.Gönnenwein, en ref.47, pag. 175.
- 49.- P.E.Hodgson, Adv.in Physics, Phil.Mag.Supl. 15(1966)329.
- 50.- H.Tjin, A.Djie, K.Brockman, Nucl.Phys. 74(1965)417.
- 51.- T.Y.Li, S.K.Mark, Nucl.Phys. A123 (1969)147.
- 52.- W.Schmidt, U.Strohbusch, Nucl.Phys. A159 (1970)104.
- 53.- R.M.Drisko, G.Satchler, R.Bassel, Phys.Letters 5(1963)347.

- 54.- C.Perey, F.Perey, Phys.Rev. 132(1963)755.
- 55.- P.Martin, J.Viano, J.Loiseaux, Y.Le Chalony, Nucl.Phys. A212 (1973) 304.
- 56.- A.Ceballos, H.Erramuspe, A.Ferrero, M.Sametband, J.Testoni, experimento realizado a $E_d=27.25$ MeV, a publicar.
- 57.- C.Détraz, C.Zafiratos, H.Rudolph, C.Zaidins, Phys.Rev.Lett. 28(1972)117.
- 58.- K.Alder, A.Winter, Coulomb Excitation, Academic Press (1966).
- 59.- N.Glendenning, Phys.Rev. 137(1965)B102.
- 60.- E.Maqueda, comunicación personal.
- 61.- D.R.Bes, R.Sorensen, Adv.in Nucl.Phys. Vol.2(1969)129. Plenum Press.
- 62.- B.Bayman, Lectures on Seniority-Quasi Particles and Collective Vibrations (1960).
- 63.- J.Bjerregard, O.Hansen, O.Nathan, Nucl.Phys. 89(1966)337.
- 64.- G.Reynolds, J.Maxwell, Phys.Rev. 153(1967) 1283.
- 65.- N.Glendenning, Phys.Rev. 156(1967)1344.
- 66.- D.Rowe, Nuclear Collective Motion, Methuen (1970).
- 67.- L.Kisslinger, R.Sorensen, Rev.Mod.Phys. 35(1963)910.
- 68.- R.Perazzo, Nucl.Phys. A186(1972)379 y comunicación personal.
- 69.- M.Baranger, Phys.Rev. 120(1960)957.
- 70.- J.Sawicki, Nucl.Phys. 23(1961)285.

Agradecimientos

Agradezco a los responsables del Departamento de Física Nuclear de la CNEA por haberme recibido en la División de Reacciones Nucleares y permitido realizar el presente trabajo.

Al Dr. Jorge E. Testoni, por su generosa dedicación y valiosa ayuda en el esclarecimiento de todos los problemas encontrados.

A los Dres. H. Erramuspe, A. Ferrero y M. Sametband, copartícipes del trabajo experimental.

A los Dres. D. Bès, G. Dussel, E. Maqueda y R. Perazzo, por su colaboración en la interpretación teórica de los resultados.

A los Ingenieros J. Sinderman y N. Fazzini y sus respectivos grupos técnicos, por la eficiente labor de Electrónica y de operación del Sincrociclotrón.

A la Prof. Alicia Díaz Romero, por su eficaz servicio de programación y cálculos.

A la Sra. Judith Corvalán, por el trabajo de tipografía e impresión.

Buenos Aires, Marzo de 1974.