

01.68.08

CRUZ

C. N. E. A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1968

M. E. Porto de de la Cruz

Tesis


Qual. Es

Instituto de Física "Dr. José A. Balseiro"  
Universidad Nacional de Cuyo  
Comisión Nacional de Energía Atómica

01.68.

PROPIEDADES TERMICAS DE SUPERCONDUCTORES

- a) Conductividad térmica del zinc por debajo de  $1^{\circ}\text{K}$ .
- b) Conductividad térmica del indio en tre  $4,2^{\circ}\text{K}$  y  $1^{\circ}\text{K}$ .

  
Dr. R.P. Platzek  
Asesor Científico

  
Lic. M.E. Porta de la Cruz

Julio de 1968, San Carlos de Bariloche  
República Argentina

A quienes me une una  
deuda de gratitud

mis padres

J.A. Balseiro

Los trabajos que forman parte de esta tesis son el resultado de varios años de colaboración con J.M. Cotignola y F. de la Cruz. A ellos quiero hacer presente mi agradecimiento más sincero.

Agradezco al Dr. Ricardo Flatzeck el haber aceptado ser mi asesor científico, muy especialmente le agradezco los años que participara de nuestras inquietudes y la amistad que me brindó.

Fué el Dr. John C. Wheatley quien con su ejemplo me enseñó lo que significa hacer un laboratorio y la disciplina requerida por el tipo de trabajo que en él se realiza. Por ese ejemplo y sus enseñanzas, muchas gracias. Le agradezco también el haber dado la idea de realizar las mediciones en zinc.

Agradezco al Dr. Carlos A. Mallmann el apoyo y confianza con que nos honró durante su gestión como Director del Centro Atómico.

Ha formado una parte importante de estos años de trabajo la presencia del personal técnico. J. Barragán, H. Tutzauer y R. Scotti mostraron siempre el mayor espíritu de colaboración y un fuerte sentimiento de integración en los trabajos realizados.

Las distintas secciones del Centro Atómico brindaron siempre su apoyo efectivo: la sección electrónica con el Ingeniero R. Frenzel colaboró eficientemente en la construcción y atención de los equipos de medición; la sección electromecánica respondió siempre llenando con la mayor eficiencia nuestras necesidades; la sección obras efectuó pacientemente las numerosas reformas al edificio que se solicitaron y el personal administrativo trató de allanar en lo posible los difíciles caminos que muchas veces debían recorrer nuestros page-

les. A todos ellos muchísimas gracias.

Deseo agradecer especialmente al Licenciado A. López y al Dr. B. Alascio el interés demostrado y las numerosas discusiones con las que me ayudaron en la elaboración de la parte final de esta tesis.

En las mediciones de la conductividad térmica de indio participaron los licenciados Oscar J. Bressan y Carlos A. Luen-go. Quiero agradecerles su colaboración y desearles un feliz futuro como continuadores del laboratorio.

Estos trabajos fueron realizados en las instalaciones del Centro Atómico Bariloche bajo los auspicios de la National Science Foundation de los Estados Unidos de América (Subsidio NSF GP 3536) y del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de la República Argentina (Subsidio 2491/36).

## I N D I C E

I - Introducción	1
Referencias	9
II - Equipo experimental	
1) Crióstato para mediciones entre 4°K y 1°K	10
2) Crióstato para mediciones por debajo de 1°K	16
3) Detalles sobre la construcción de las bobinas de medición	20
Referencias	24
III- Conductividad térmica del zinc por debajo de 1°K	
1) Resumen	25
2) Técnica experimental	25
3) Preparación de las muestras	28
4) Descripción de los montajes	29
5) Método de medición	35
6) Resultados	36
7) Mediciones eléctricas	41
8) Resultados	42
9) Discusión de los resultados	46
10) Conclusión	54
Referencias	55
IV - Conductividad térmica de indio de muy alta pureza entre 4,2 °K y 1°K	
1) Resumen	56
2) Introducción	56
3) Detalles experimentales	59
4) Método experimental	63
5) Comparación de resultados	67

6) Discusión de resultados	73
Apéndice I	31
Apéndice II	32
Referencias	33

## I. INTRODUCCION

### Conductividad térmica a bajas temperaturas.

La conducción del calor en los metales normales se expresa como la suma del término de conducción por electrones más la contribución de los fonones  $k = k_{en} + k_{gn}$  (1)

Makinson<sup>1)</sup> señaló que la resistividad térmica electrónica de un metal  $\frac{1}{k_{en}}$  puede ser expresada como la suma de dos términos provenientes de los siguientes procesos de dispersión

- 1) Dispersión de electrones por fonones
- 2) Dispersión de electrones por impurezas

El análisis detallado de estos términos para el modelo del electrón libre aplicado a la conductividad térmica de un metal para temperaturas menores que  $\frac{\theta}{10}$  lleva a la expresión

$$\frac{1}{k_{en}} = \alpha T^2 + \frac{\rho_0}{L_0 T} \quad (2)$$

El primer término de la resistividad por efecto de los fonones y se impone a temperaturas altas.

El segundo término se debe a la presencia de las imperfecciones y se hace importante por debajo del punto en que  $\frac{1}{k_{en}}$  tiene un mínimo. Este valor de T máximo es

$$T_{\text{máx}}^3 = \frac{\rho_0}{2L_0 \alpha}$$

En estas ecuaciones  $\alpha$  es una constante del material que varía como  $\frac{1}{\theta^2}$

Similarmente la resistencia térmica de la red  $\frac{1}{k_{gn}}$  puede ser expresada como la suma de términos procedentes de la dispersión de fonones por choque con :

- 1) electrones
- 2) contornos del cristal
- 3) impurezas
- 4) interacción entre fonones (despreciable a bajas temperaturas).

Para temperaturas  $T \frac{\theta}{10}$  la resistencia térmica de la red puede escribirse

$$\frac{1}{k_{gn}} = \frac{A}{T^2} + \frac{B}{T^3} + CT \quad (3)$$

correspondiendo los tres términos a las tres primeras interacciones mencionadas en el orden respectivo.

Dado que la conductividad normal es la suma de  $k_{en} + k_{gn}$  se tiene una gran variedad de términos que contribuyen a la misma y la forma que resulta es bastante compleja para analizar. Un análisis cuidadoso muestra que, sin embargo, algunos términos de las expresiones (2) y (3) pueden ser despreciados frente a otros mediante la imposición de ciertas condiciones (rango de temperatura, composición, tamaño, etc). En particular resulta que en metales puros y aleaciones diluidas

$$k_{en} \gg k_{gn}$$

y la conductividad de la red se hace comparable a la de los electrones en metales conteniendo aproximadamente 10% de impurezas.

En un superconductor el número de electrones condensados aumenta si la temperatura disminuye en tanto que el número de electrones portadores disminuye. Por lo tanto la conductividad térmica por electrones disminuye con T disminuyendo. Por su parte la conductividad térmica por fonones aumenta puesto que

los fonones no sufren tanta dispersión por electrones.

Para muestras suficientemente puras se impone el término de electrones sobre el de fonones y tendremos una curva de  $k$  que desciende con  $T$ .

Si dejando de lado por el momento las teorías detalladas de la superconductividad, se usa el tratamiento empírico utilizado por Hulm <sup>2)</sup> para estudiar la conductividad térmica en el estado superconductor se puede decir que para cada proceso de transporte combinado con un proceso de dispersión que contribuye a la conductividad térmica normal existe una función característica de  $\frac{T}{T_c}$  peculiar para cada mecanismo resistivo y que varía con  $\frac{T}{T_c}$  en forma muy similar para todos los superconductores. Si un particular mecanismo resistivo es predominante en un metal normal  $\frac{k_s}{k_n}$  tiene la forma de la función característica correspondiente para ese mecanismo, mientras que si varios mecanismos intervienen,  $\frac{k_s}{k_n}$  tiene una forma intermedia entre las formas de las distintas funciones características correspondientes.

Lo dicho anteriormente para metales normales muestra cuatro mecanismos efectivos de resistencia térmica que se pueden caracterizar (siguiendo el trabajo de Hulm) según la función característica correspondiente:

- 1) Dispersión de electrones por impurezas,  $f (T/T_c)$
- 2) Dispersión de electrones por fonones,  $g (T/T_c)$
- 3) Dispersión de fonones por electrones,  $h (T/T_c)$
- 4) Dispersión de fonones por efectos de tamaño de la muestra,  $j (T/T_c)$ .

En la base de que los electrones condensados no transportan calor es claro que la conductividad térmica de un super-

conductor será menor que la de un metal normal a la misma temperatura en una proporción que dependerá del parámetro de orden  $\omega$  que indica la fracción de electrones condensados, o sea que la resistencia térmica electrónica para un superconductor la podemos escribir

$$\frac{1}{k_{es}} = x(\omega) T^2 + y(\omega) \frac{\rho_0}{L_0 T}$$

donde

$$\omega = 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 = 1 - t^4$$

de acuerdo con el modelo de Gorter-Casimir de los dos flujos.

Si se tiene un proceso predominante de dispersión de electrones por fonones despreciamos los segundos términos y resulta

$$\frac{k_{es}}{k_{en}} = \frac{1}{x(\omega)} = g(t)$$

utilizando la nomenclatura de Hulm.

Si por otra parte el proceso predominante es dispersión de electrones por impurezas resulta

$$\frac{k_{es}}{k_{en}} = \frac{1}{y(\omega)} = f(t)$$

donde en una primera aproximación  $g(t)$  y  $f(t)$  deberán ser los mismos para todos los superconductores.

Similarmente se puede hacer un análisis para el caso en que hay una conductividad apreciable por fonones y los procesos de dispersión correspondientes hallándose así las funciones características  $h(t)$  y  $j(t)$  que se dejarán de lado para

este caso.

Analicemos para el caso de conducción electrónica preponderante en qué casos se impone uno u otro mecanismo.

$$\text{Caso 1 : } T_{\text{máx}} < T_c \qquad T_{\text{máx}}^3 = \frac{\rho_0}{2 L_0 \alpha}$$

En este caso predomina la dispersión por fonones y resulta

$$\frac{k_{es}}{k_{en}} \sim g(t)$$

Los resultados experimentales coinciden en que  $g(t)$  arranca de la unidad para  $T = T_c$  y decrece con pendiente discontinua.

$$\text{Caso 2 : } T_{\text{máx}} \geq T_c$$

Predomina el proceso de dispersión por impurezas

$$\frac{k_{es}}{k_{en}} \sim f(t)$$

Los experimentos muestran que  $f(t)$  se aproxima a 1 para  $T = T_c$  con derivada continua y en forma suave y que a más bajas temperaturas decrece más lentamente que  $g(t)$ .

Los primeros cálculos de la conductividad térmica electrónica utilizando el modelo de Bardeen, Cooper y Schrieffer fueron hechos por Bardeen, Rickayzen y Tewordt (1959)<sup>3)</sup> quienes trataron las excitaciones en un superconductor como partículas independientes y calcularon las propiedades de transporte por una aproximación con la ecuación de Boltzmann. Obtuvieron una curva para dispersión por impurezas y otra para el caso de fonones.

Posteriores cálculos realizados por Kadanoff y Martin(1961)<sup>4)</sup> dieron un comportamiento similar para  $\frac{k_{es}}{k_{en}}$  en función de  $t$  y de un parámetro  $\lambda$  que da la relación de resistividad por dispersión con fonones y resistividad total. Los resultados de Kadanoff y Martin coinciden con los de Bardeen, Rickayzen y Teworát para  $\lambda = 0$  y dan una curva para  $f(t)$  que tiene buen acuerdo general con los resultados experimentales. Para el caso de  $\lambda = 1$  los resultados de Kadanoff y Martin difieren de los de Bardeen, Rickayzen y Teworát y ninguno de ellos dan una descripción total satisfactoria de los resultados experimentales obtenidos.

Para  $t$  pequeño  $f(t)$  decrece muy rápidamente. Goodman (1953)<sup>5)</sup> mostró que este decrecimiento puede ser representado por una expresión de la forma

$$f(t) = c e^{-b/t}$$

Esta forma de  $f(t)$  implica la existencia de un gap de energía entre el estado fundamental y el más bajo estado excitado como puede mostrarse en forma simple con el siguiente razonamiento:

Por teoría de transporte  $k_e = \frac{1}{3} v_o l c_e$

Suponiendo que a)  $v_o$  es la velocidad de Fermi y vale lo mismo para los electrones no condensados en el superconductor, b) los caminos libres medios en ambas fases varían en forma continua y lenta con  $T$ , entonces

$$f(t) = \frac{k_{es}}{k_{en}} = \frac{\frac{1}{3} v_o l c_{es}}{\frac{1}{3} v_o l c_{en}} \sim \frac{c_{es}}{c_{en}}$$

$c_{en}$  es proporcional a  $T$ .

For tanto  $c_{es} = c_{en} f(t) = \text{cte. } T f(t)$

y resulta  $c_{es} = -\left(3 T_c t e^{-b/t}\right) \quad (4)$

variación del calor específico que corresponde a un gap de energía.

En efecto, supongamos tener todos los electrones en un estado fundamental y excitar térmicamente el sistema. Si existiera un gap de energía  $2\epsilon$  el número de los electrones excitados sería proporcional a  $e^{-2\epsilon/2k_B T}$  (factor 2 proviene de que por cada electrón excitado se crea un agujero que es otra partícula independiente). La energía libre de la fase superconductora resulta ahora igual a la energía de condensación por partícula multiplicada por el número de partículas excitadas o sea por el exponencial. Como el calor específico es la derivada segunda de la energía libre con respecto a la temperatura resulta que el calor específico para este caso será proporcional a la exponencial y tendrá la forma

$$c_{es} = T_c t e^{-2\epsilon/2k_B T} = T_c t e^{-2\epsilon/2k_B T_c} \cdot 1/t$$

coincidiendo con la expresión (4).

Esta dependencia exponencial de  $f(t)$  con  $t$  ha sido observada en varios metales y ha permitido realizar interesantes experimentos sobre la anisotropía del gap de energía en monocristales y sobre la dependencia del gap con el campo magnético.

En el estado superconductor, a temperaturas muy bajas, la conductividad de la red comienza a imponerse sobre la conducción por electrones. Experimentalmente se ha establecido una dependencia en  $T^3$  correspondiente a la dispersión de fonones por los bordes del cristal y que es la misma para el estado normal y el superconductor. Sin embargo en el estado normal to-

avía pesa el término de conducción por electrones dispersados por impurezas que es proporcional a T.

$$\text{Por tanto en esta zona } \frac{k_s}{k_n} \sim \frac{T^2}{c}$$

donde  $c$  es una constante cuyo valor es grande ( por ejemplo  $10^5$  a  $0,1^\circ\text{K}$  para plomo). Esto abre la oportunidad de utilizar los materiales superconductores como llaves térmicas abriendo y cerrando el paso al flujo del calor mediante la aplicación de un campo magnético <sup>5)</sup>.

Tomando como base estos conceptos en el curso de los trabajos que a continuación se detallan se han encarado dos problemas principales:

- 1) Medición de la conductividad térmica del Zinc por debajo de  $1^\circ\text{K}$ . Su utilización como llave térmica.
- 2) Medición de la conductividad térmica de Indio de alta pureza entre  $1,5$  y  $4^\circ\text{K}$ . Estudio del comportamiento de la relación  $k_{es} / k_{en}$  en  $f(t)$ .

## REFERENCIAS

- 1 - MAKINSON, R.E.B. Proc.Camb.Phil.Soc. 34, 474 (1938)
- 2 - HULM, J.K. Proc.Royal Soc. 204, 98 (1950)
- 3 - BARDEEN, J., RICKAYZEN, G. and TEWORDT, L. Phys.Rev. 113,  
982 (1959)
- 4 - KADANOFF, L.F. and MARTIN, P.C. Phys.Rev. 124, 670 (1961)
- 5 - GOODMAN, R.E. Proc.Phys.Soc. A65, 217 (1953)
- 6 - HEBER, C.V. and DAUNT, J.G. Phys.Rev. 76, 854 (1949)

## II. EQUIPO EXPERIMENTAL

### 1) Crióstato para mediciones entre 4° y 1°K

El equipo utilizado para efectuar las mediciones entre 4° y 1°K se halla representado en la figura 1.

Este crióstato fué usado para hacer mediciones eléctricas y térmicas en las muestras de Indio y mediciones eléctricas en las muestras de Zinc.

El crióstato consta de un termo de vidrio con Helio 4 líquido, rodeado de un baño de aire líquido contenido en un termo de acero inoxidable.

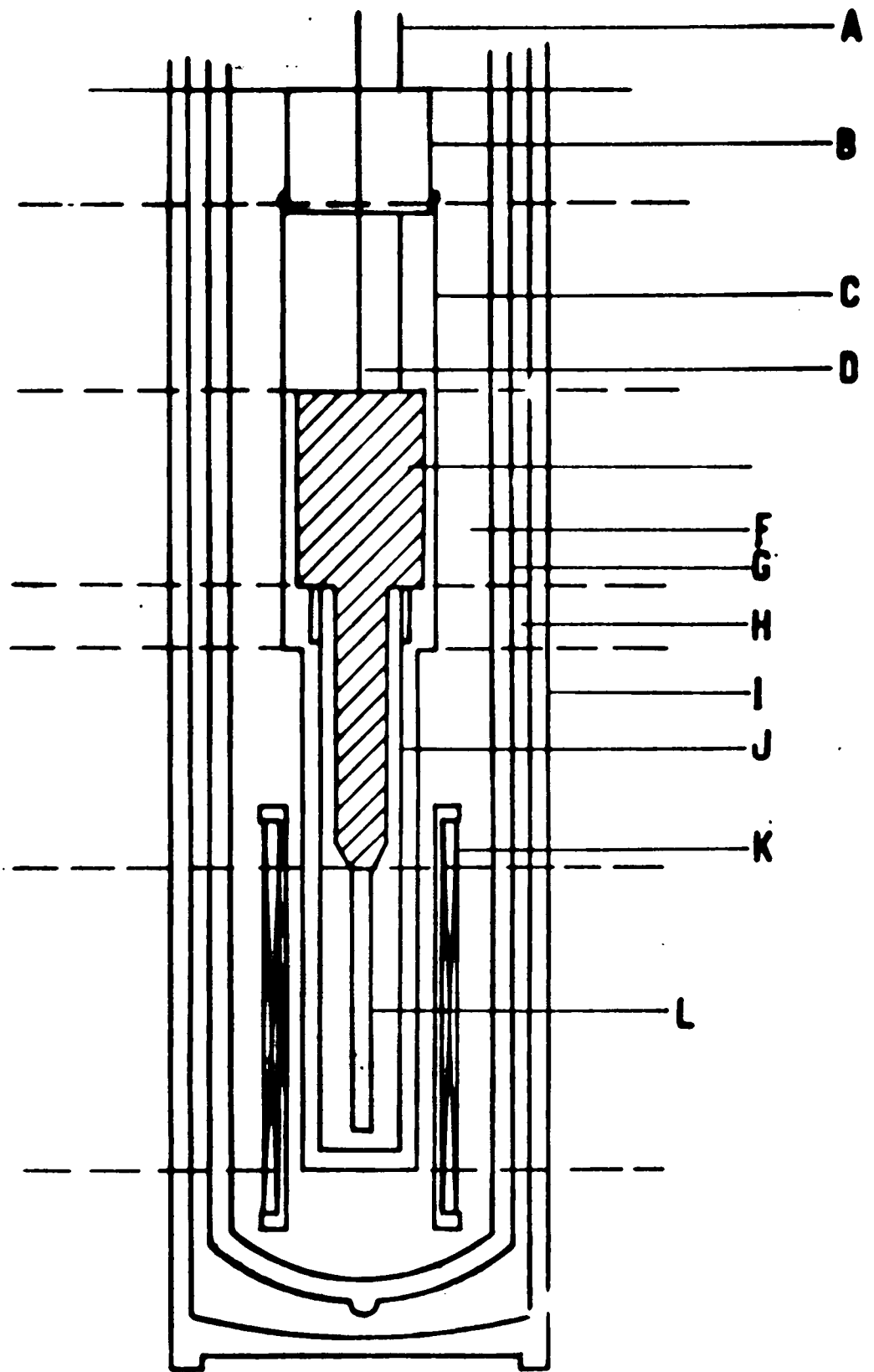
En el baño de helio se halla sumergida una camisa de vacío (C), con una cola de menor diámetro. En el interior de la camisa de vacío se halla el evaporador de Helio 4 (E) cuyos detalles pueden observarse en la Figura 2. El evaporador consiste en un recipiente de cobre de aproximadamente 120 cm<sup>3</sup> de volumen. Este recipiente fué prolongado en un tubo de cobre que también queda lleno de Helio líquido, mejorando el contacto térmico entre la muestra y el baño. Para evitar gradientes térmicos a lo largo de la columna de Helio líquido, se construyó un intercambiador de calor de cobre (B') que uniformiza la temperatura en el seno del líquido.

Adosado al evaporador de Helio 4, haciendo buen contacto térmico mediante una capa de grasa Apiezon N, se encuentran las tierras térmicas (C').

Estas tierras térmicas, consisten en un anillo de cobre en el cual se han practicado ranuras longitudinales sobre la superficie. En estas ranuras se introducen alambres de cobre cubiertos con spaghetti de vidrio y todo se cubre con Epoxy 100 A <sup>1)</sup> que se somete a un proceso de fraguado a temperatura. De esta forma las puntas de los alambres se conectan a los ca-

CRIOSTATO DE HELIO 4

- A : Línea de entrada del Helio 4 líquido desde el termo al evaporador.
- B : Erida de soporte de la camisa de vacío a la cual se suelda la camisa con metal de Wood.
- C : Camisa de vacío.
- D : Línea de bombeo del evaporador de Helio 4.
- E : Evaporador de Helio 4.
- F : Baño de Helio 4 líquido.
- G : Termo de vidrio para Helio 4 líquido.
- H : Baño de aire líquido.
- I : Termo de acero inoxidable para aire líquido.
- J : Blindaje térmico a temperatura del evaporador de Helio 4.
- X : Bobina superconductora Magnion.
- L : Muestra.



**FIG. 1**

## DETALLE DEL EVAPORADOR DE HELIO 4

- A' : Recipiente evaporador de Helio 4.
- E' : Barra de cobre con aletas para mejorar el intercambio de calor a lo largo de la columna de Helio.
- C' : Tierras térmicas a temperatura de Helio 4.
- D' : Blindaje térmico a temperatura de Helio 4.

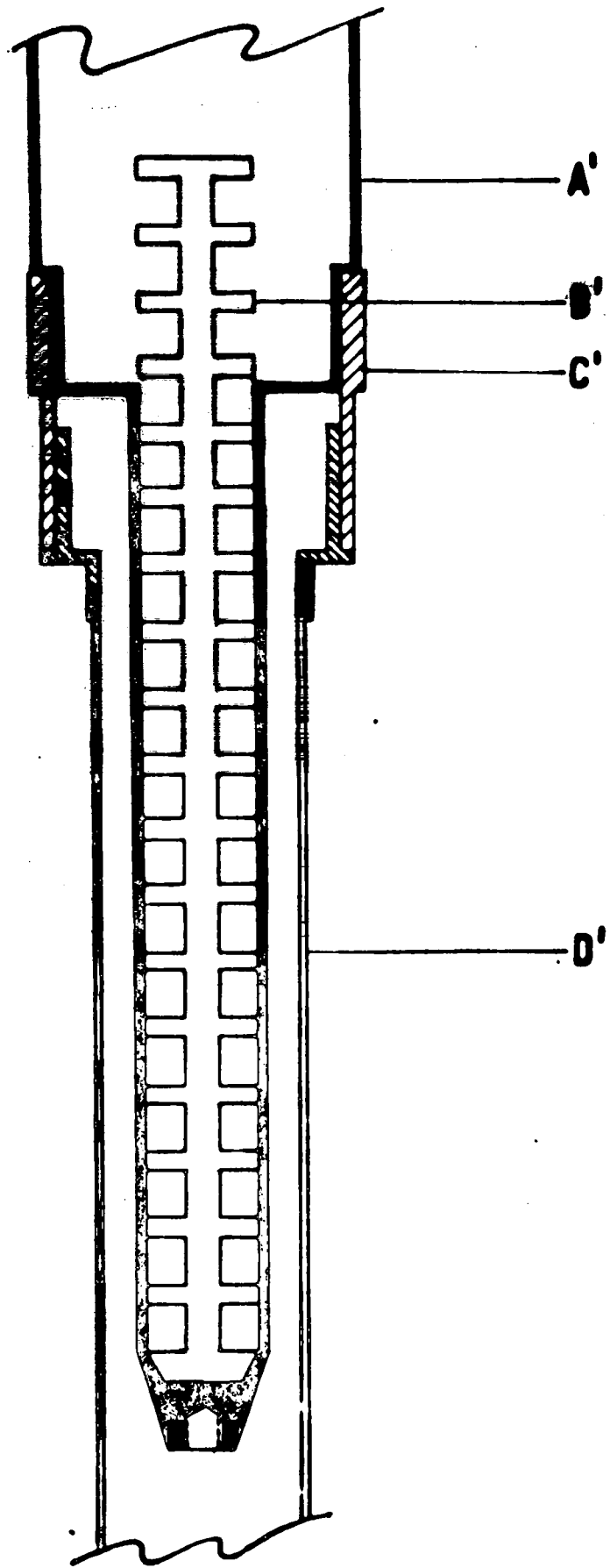


FIG. 2

bles que vienen de la parte superior del crióstato o que van a la parte inferior y las pérdidas de calor correspondientes son absorbidas por el baño líquido.

El blindaje térmico que se halla en contacto térmico con el evaporador de Helio 4 consiste en un cilindro de 3 cm de diámetro y 26 cm de largo que rodea el espacio experimental. El blindaje se construye utilizando una hoja de alambres de cobre ("coil foil")<sup>2)</sup> que se dispone formando un cilindro con los alambres según la dirección longitudinal. Esta hoja se suelda con soldadura de plata a la pluma de cobre de una pieza especialmente diseñada para hacer contacto térmico con el evaporador y luego se cubre con Epoxy 100 A. Fraguado el Epoxy la pieza se tornea a la medida conveniente.

Según los requerimientos del trabajo en marcha este blindaje puede mejorar su efectividad mediante la aplicación en la superficie de una hoja de mylar sobre la cual se ha depositado una capa de plata.

Las hojas de mylar plateado se preparan mediante depósito de capas sucesivas de plata evaporadas a temperatura en una cámara de alto vacío. Al forrar el blindaje con el mylar plateado es necesario ser cuidadoso para que no se cierre un circuito eléctrico que rodeando la muestra pudiera introducir señales espúreas en presencia del campo magnético que se utiliza en las bobinas de medición. La parte inferior de este blindaje está tapada con una tapa de teflón que actúa como centradora en la camisa de vacío, sobre esta tapa se aplica también un trozo de mylar plateado para mejorar la eficiencia del blindaje térmico.

En la parte inferior del evaporador de Helio 4 se dispone de una rosca para acoplar las muestras que deban utilizarse en

distintos experimentos (L).

Para aplicación del campo magnético se dispuso de una bobina superconductora MAGNION (K) Modelo N° CF-20-200-800.

Mediante una válvula de aguja que conecta el baño con el evaporador de Helio se permite sacar Helio líquido al evaporador. Posteriormente se bombea sobre la superficie del líquido y se logra bajar la temperatura hasta  $1^{\circ}\text{K}$ .

Para mediciones en baño de Helio 4 se utiliza el mismo equipo pero sin camisa de vacío ni blindaje de calor. La muestra queda sumergida entonces en el baño de líquido contenido en el termo de vidrio. Sobre este baño es posible bajar la temperatura mediante bombeo hasta  $1,8^{\circ}\text{K}$ .

Tanto el evaporador como el termo están conectado a un sistema de manómetros de mercurio y aceite mediante los cuales se determina la presión de vapor del líquido.

En la línea de bombeo del evaporador de Helio 4 se utilizó un regulador de presión según diseño de F.G.Strelkov and Edward J.Walker <sup>3)</sup> para poder mantener la temperatura en la zona de medición elegida para medir conductividad térmica.

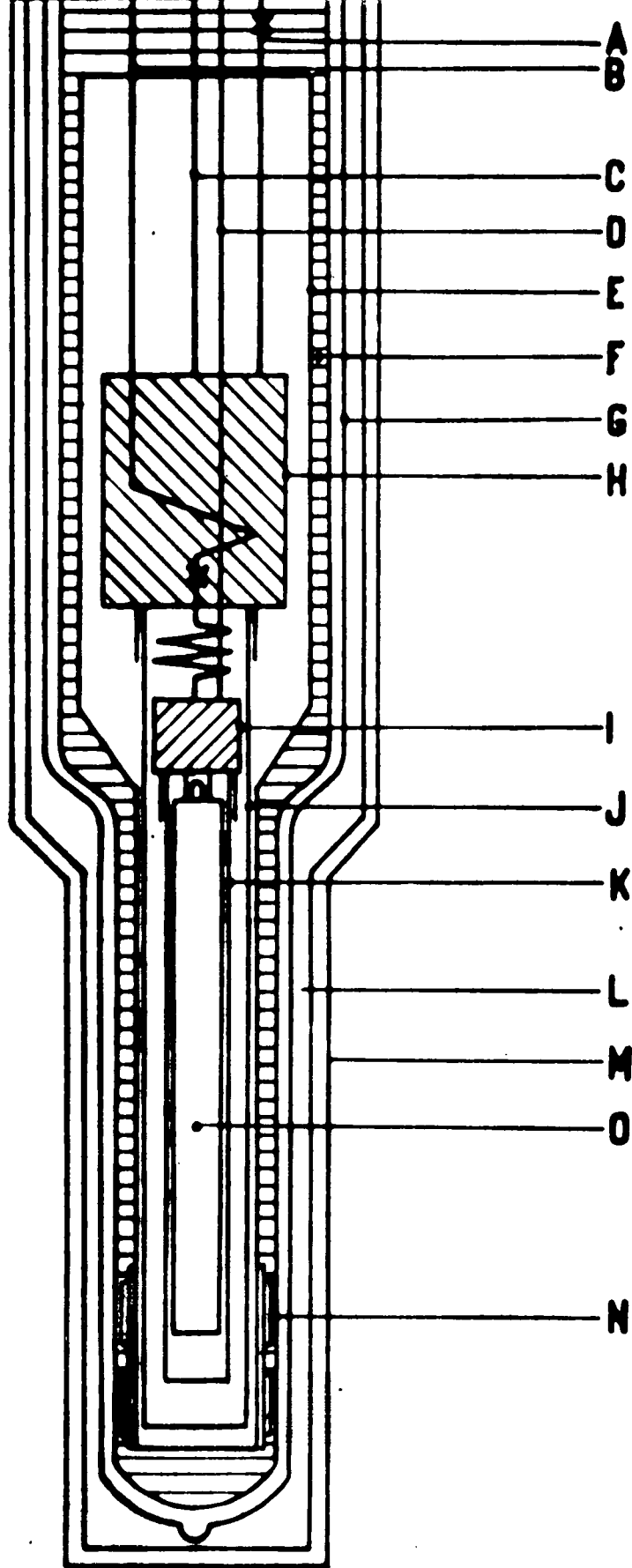
## 2) Crióstato para mediciones por debajo de $1^{\circ}\text{K}$

El esquema del crióstato utilizado para efectuar mediciones por debajo de  $1^{\circ}\text{K}$  puede verse en la figura 3.

Un baño de Helio 4 líquido (F) contenido en un termo de vidrio (G) rodea la camisa de vacío (E). Mediante una válvula de aguja se puede dejar penetrar líquido del baño al interior del evaporador de Helio 4 (H) que consiste en un recipiente de cobre de aproximadamente  $120\text{ cm}^3$  el cual se puede evacuar mediante una línea de bombeo conveniente (C). La temperatura del evaporador puede ser bajada mediante bombeo sobre la super

### CRIOSTATO DE HELIO 3

- A : Línea de entrada de Helio 4 líquido al evaporador de Helio 4.
- B : Línea de entrada de Helio 3 a la zona de condensación y al evaporador de Helio 3.
- C : Línea de bombeo de Helio 4.
- D : Línea de bombeo de Helio 3.
- E : Camisa de vacío.
- F : Baño de Helio 4 líquido.
- G : Termo de vidrio para Helio 4 líquido.
- H : Evaporador de Helio 4.
- I : Evaporador de Helio 3.
- J : Blindaje térmico a temperatura de Helio 4.
- K : Blindaje térmico a temperatura de Helio 3.
- L : Baño de aire líquido.
- M : Termo de acero inoxidable para aire líquido.
- N : Bobinas para medición de la temperatura.
- O : Espacio experimental.



**FIG. 3**

ficie del líquido hasta  $1,1^{\circ}\text{K}$ .

La línea de entrada de Helio 3 (B) consiste en un caño de cobre-níquel que conduce Helio 3 a presión reducida hasta el evaporador de Helio 4. Por efecto de la baja temperatura del Helio 4 líquido el Helio 3 se condensa y mediante una aguja que está en el interior del evaporador de Helio 4 se deja pasar el Helio 3 líquido al evaporador de Helio 3. El evaporador de Helio 3 consiste en un recipiente de cobre de aproximadamente  $1\text{ cm}^3$  de capacidad que tiene en su interior una espiral de cobre soldada con plata al fondo del evaporador para aumentar la superficie de contacto entre el líquido y el metal, disminuyendo así la resistencia térmica de contacto que en estos rangos de temperaturas constituye un problema delicado.

Sobre el Helio 3 líquido se bombea mediante un sistema de vacío constituido por una bomba booster (NRC Modelo QB2, tipo 0123) con bomba mecánica que actúa también como compresor. La temperatura del Helio 3 baja así hasta  $0,3^{\circ}\text{K}$ . El Helio 3 que se evapora, se bombea y recircula hasta volver a la zona de condensación. Cada zona de temperatura fija (Helio 4 bombeado, Helio 3 bombeado) tiene adosado su sistema de tierras térmicas construido según se detalla en la descripción del crióstato de Helio 4.

En contacto térmico con el evaporador de Helio 4 y de Helio 3 hay dos blindajes térmicos que se hallan a las temperaturas correspondientes de cada uno de los evaporadores. Estos blindajes están contruidos según la forma que se detalla en la descripción del crióstato para trabajar entre  $4^{\circ}\text{K}$  y  $1^{\circ}\text{K}$ . El objeto de estos blindajes es proteger la zona experimental mediante la absorción de la radiación en distintas capas de

temperatura fija, tal que todo el calor se disipa en última instancia en cada uno de los líquidos.

Cada uno de los blindajes térmicos está tapado en su parte inferior con una tapa de teflón a la que se adosa una estrella centradora.

La camisa de vacío (B) que se halla sumergida en el baño de Helio líquido está construída de cobre salvo en la parte inferior que es un cilindro de Resina Epoxy tipo Epibond 100 A. El método de construcción está descrito por Wheatley <sup>4)</sup>; mediante esta cola de plástico se obtiene la eliminación de corrientes parásitas en las mediciones magnéticas con un puente de inductancia mutua.

La cola de plástico se forra con un mylar plateado adherido al plástico con grasa Apiezon N, para evitar la entrada de luz al interior de la camisa.

Las bobinas utilizadas para la medición de la temperatura (N) fueron diseñadas de acuerdo a las características señaladas por Wheatley y colaboradores <sup>5)</sup> para ser utilizadas con un puente de inductancia mutua de 17 cps. Las bobinas fueron fijadas al extremo de la camisa de tal manera que el termómetro magnético quede centrado en la bobina de medición.

Figura 4.

### 3) Detalles sobre la construcción de las bobinas de medición

El diseño de las bobinas fué realizado según se indicó en base al trabajo de Wheatley y sus colaboradores <sup>5)</sup>. Se diseñó el primario de manera de obtener un campo uniforme mejor que el 5% en la zona del termómetro y un decaimiento rápido en los extremos para evitar que campos espúreos actúen sobre las muestras. Los arrollamientos fueron realizados sobre mylar

## BOBINAS DE MEDICION

- A : Bobinado primario.
- B : Bobinado secundario de medición.
- C : Bobinado secundario de compensación.
- D : Vueltas extras con distintas salidas o "taps".
- E : Termómetro de sal paramagnética.

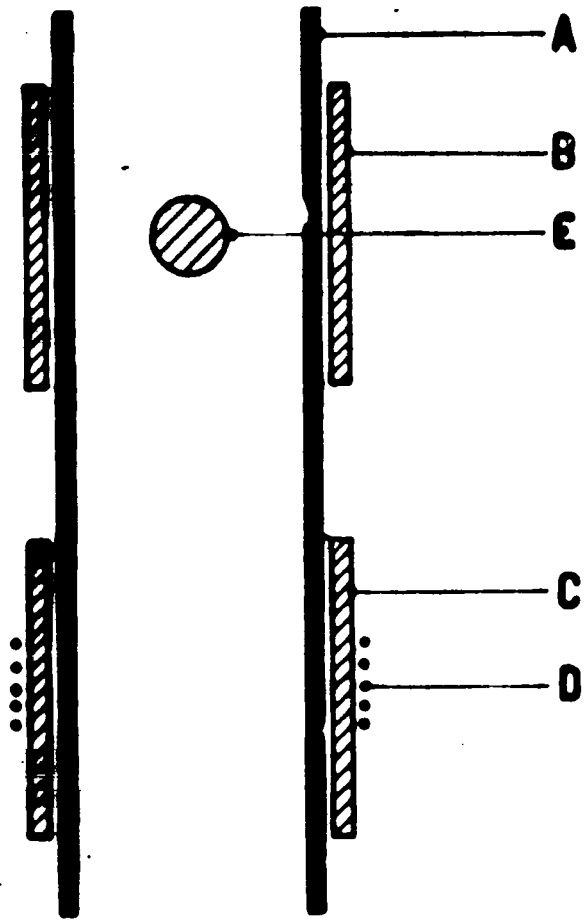


FIG. 4

en un mandrill de madera preparado a la medida correspondiente y forrado con papel de teflón. Las sucesivas capas del arrollamiento fueron barnizadas con GE 7031 disuelto con tolueno y alcohol en una mezcla muy diluida. Finalizado el arrollamiento primario se forró con una capa de mylar de 0,0005" de espesor y se inició el arrollamiento de los secundarios procurando que sean lo más idénticos y equidistantes posibles. Dado que es muy difícil lograr la identidad de los secundarios finalizados los arrollamientos con la mayor precisión posible, se sacaron del torno y se los conectó en oposición.

Se conectaron a un galvanómetro balístico y alimentando el primario con pulsos de corriente continua se detectó con la lectura del galvanómetro el mínimo de señal obtenido variando el número de vueltas del secundario compensador. En este punto se tiene la salida fundamental de las bobinas secundarias; luego se agregaron grupos de vueltas o "taps" con salidas a una llave exterior de tal manera que el rango total del puente en su máxima sensibilidad (100  $\mu$  h) pueda aprovecharse siempre variando el número de vueltas desde el exterior en una cantidad fija. Este sistema fué utilizado en los experimentos y se pudo observar que el cambio de "taps" no implica modificación de la pendiente de calibración de inductancia contra temperatura.

El uso de estas bobinas con el puente de inductancia mutua de 17 cps y con el termómetro de CMN permite la obtención del valor de la temperatura absoluta con un error de 0,5% proveniente del error en la pendiente  $\alpha$  de la recta de calibración

$$F = F_0 + \frac{\alpha}{T}$$

F es la lectura en el puente de inductancias.

## REFERENCIAS

- 1 - EPIBOND 100 A, FURANE PLASTICS INC. 4516 Brazil St. Los Angeles 39, California, U.S.A.
- 2 - Las hojas de "coil foil" se preparan bobinando alambre de cobre con aislación "heavy formex" o "heavy solderized" generalmente B & S gauge 40 o 42, sobre un tambor de bronce forrado con una hoja de papel de Teflón. El alambre así bobinado (es posible darle distintos espesores según el fin para el que se desee usarlo) se cubre con varias capas de barniz GE 7031 disuelto con una mezcla de tolueno y alcohol. Después de sometido a un proceso de fraguado a 30°C durante 12 horas, el bobinado se corta según una generatriz del cilindro y se obtiene una hoja de "coil foil".
- 3 - STRELKOV, F.G. and WALKER, E.J., Rev.Sc.Inst. 30, 334 (19 ).
- 4 - WHEATLEY, J.C., Rev.Sc.Inst. 35, 765 (1964).
- 5 - ABEL, W.R., ANDERSON, A.C. and WHEATLEY, J.C., Rev.Sc. Inst. 35, 444 (1964).

### III. CONDUCTIVIDAD TERMICA DEL ZINC POR DEBAJO DE 1°K.

#### 1) RESUMEN

El bajo campo crítico del Zn <sup>1)</sup> hace que este material sea conveniente para ser usado como llave térmica en experimentos por debajo de 1°K.

Con este fin se ha realizado una serie de experimentos para medir las propiedades del Zn como conductor térmico.

Las mediciones se efectuaron en dos rangos de temperatura. Primeramente se hicieron experimentos en el rango 0,4°K - 0,9°K, utilizándose He<sup>3</sup> como refrigerante. Se midió la conductividad térmica en estado normal y superconductor y además se midieron efectos magnetoresistivos.

En el segundo rango, 0,12°K - 0,3°K, se utilizó como refrigerante una mezcla con partes iguales de alambre de Cr y K y alambre de Fe y (NH)<sub>4</sub>. En este caso se midió únicamente la conductividad térmica del estado superconductor.

Debido a la variación de la conductividad con la temperatura, fué necesario utilizar muestras con diferentes geometrías para cada rango. Estas fueron obtenidas de la misma pieza de Zn.

También se realizaron mediciones eléctricas a temperaturas de helio líquido, para verificar que se estaba en la zona de resistencia residual y determinar el valor de ésta.

#### 2) Técnica experimental

##### a) Principios

La experiencia muestra que el transporte de calor es proporcional al gradiente de temperatura a lo largo del espécimen y de esta observación se define la conductividad del ca-

lor

$$k = \frac{\dot{Q}}{\Delta T} \frac{L}{A}$$

donde  $\dot{Q}$  es la cantidad de calor por unidad de tiempo a través de la sección A de la muestra y  $\Delta T$  la diferencia de temperatura a lo largo de la longitud de la muestra L.

El principio de las mediciones consiste entonces en tener la muestra fuertemente unida a la fuente fría por uno de sus extremos y hacer pasar una cantidad de calor conocida  $\dot{Q}$  a través de la muestra y hacia la fuente fría, midiendo la temperatura en dos puntos de la muestra. O sea que en un esquema simple tendríamos lo mostrado en la figura 1.

Debemos medir:

- 1) La sección A y la longitud de la muestra L o simplemente la relación A/L.
- 2) La potencia  $\dot{Q}$  que circula a través de la muestra.
- 3) Las temperaturas  $T_1$  y  $T_2$  que nos dan el gradiente de temperaturas y la temperatura media de la muestra.

b) Realización experimental.

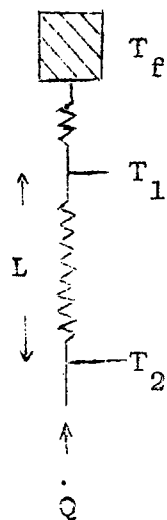


Fig. 1

Dado que el crióstato había sido diseñado primariamente para efectuar mediciones calorimétricas y se decidió ponerlo a punto con estas mediciones, fué necesario un trabajo cuidadoso e intensivo sobre el mismo a los fines de realizar con él mediciones de conductividad térmica.

La diferencia fundamental entre ambos tipos de experimento consiste en que: a) en una determinación calorimétrica el termómetro de sal paramagnética es el único utilizado

durante las mediciones; a él se le ponen las exigencias del error porcentual en Temperatura, que en última instancia afectarán en forma directa a los resultados en el calor específico. Para estos experimentos se ponen en el crióstato otros termómetros por ejemplo resistencias de carbón, que actúan como indicadores de temperatura en distintos puntos del crióstato siendo bastante elástica la precisión que se exige en sus indicaciones.

b) en una determinación de conductividad térmica hace falta usar aparte de un termómetro absoluto (presión de vapor, ley de Curie) dos termómetros perfectamente calibrados que nos permitan determinar el salto de temperatura con la precisión requerida.

En nuestro caso los termómetros elegidos fueron dos resistencias de Carbón Speer 220 1/4 watt. medidas con puentes de Wheatstone de corriente alterna.

Estos sistemas resultan muy sensibles a la radiofrecuencia y también sumamente sensibles a la baja frecuencia. Cuando se tomó el sistema para preparar estos experimentos de conductividad térmica se encontró la dificultad de que si bien teóricamente los puentes de medición permitían medir las resistencias con un error del 0,1% esto era imposible por la gran cantidad de ruidos que se acoplaban a las líneas.

Una tarea prolija y lenta llevó a efectuar las siguientes modificaciones.

1) Utilizar chasis de hierro en la construcción de los puentes de Wheatstone.

2) Blindar las líneas desde el crióstato hasta el puente con malla de cobre y luego llevarlas por el interior de caños de hierro.

3) Verificar cuidadosamente que todo el sistema esté a tierra en un solo punto, a través del chasis del puente, para evitar la formación de "loops" se construyó un sistema de tierra consistente en un radiador de auto enterrado a dos metros de profundidad al que llega un cable de cobre de  $10 \text{ mm}^2$  de sección. Este cable conecta en el otro extremo con una cinta de cobre de 2 mm de espesor y 15 mm de ancho que fijada a la pared de la sala de mediciones tiene bornes espaciados para conectar los puntos que interese poner a tierra. Por otra parte sobre el lugar donde se encuentra enterrado el radiador se colocó una canilla que gotea agua en forma permanente para mantener húmedo el terreno.

4) Se construyeron tierras térmicas para los alambres eléctricos del equipo según se describe en la sección correspondiente a descripción de equipos.

Con estas modificaciones se consiguió reducir el acoplamiento de ruidos de tal manera que las mediciones de resistencias se hacían con un error del 0,1 % hasta temperaturas de  $0,08^\circ\text{K}$ .

### 3) Preparación de las muestras.

Se utilizó Zn en barra con una pureza de 99,999%. Se cortaron rodajas transversales y se laminaron hasta un espesor de 0,12 mm. La técnica utilizada está descrita en ref.(2). Posteriormente se sometieron las muestras a pulido químico <sup>3)</sup>, hasta lograr un espesor de 0,1 mm. De entre todas se eligió la mejor, que era uniforme en un 1%. De este material se cortaron dos muestras, una para cada rango de temperatura.

El factor A/L se determinó midiendo la resistencia eléc

trica de las llaves a temperatura ambiente, y utilizando datos sobre la conductividad específica del Zn <sup>4)</sup>. El error en la determinación del factor proviene principalmente del error en los datos de conductividad eléctrica, ya que las mediciones se hicieron con un potenciómetro X-3 Leeds y Northrup, que asegura en este caso una precisión del 0,1%. Los valores obtenidos son:

$$(A/L)_1 = 1,30 \times 10^{-4} \text{ cm}; (A/L)_2 = 1,72 \times 10^{-3} \text{ cm.}$$

con un error del 2%.

La geometría es la descrita en la figura 2.

Las dimensiones de la llave

$L_1$  son:

$$\begin{aligned} a &\approx 1 \text{ cm}; & b &\approx 0,6 \text{ cm}; \\ c &\approx 1,4 \text{ cm}; & d &\approx 0,2 \text{ cm.} \end{aligned}$$

y de  $L_2$

$$\begin{aligned} a &\approx 1 \text{ cm}; & b &\approx 0,6 \text{ cm}; \\ c &\approx 1,5 \text{ cm}; & d &\approx 0,35 \text{ cm.} \end{aligned}$$

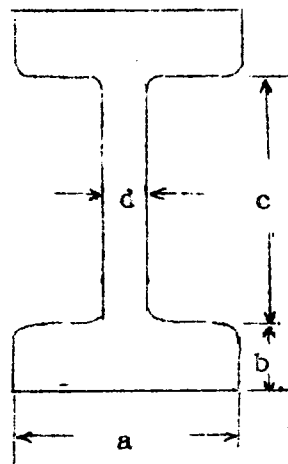


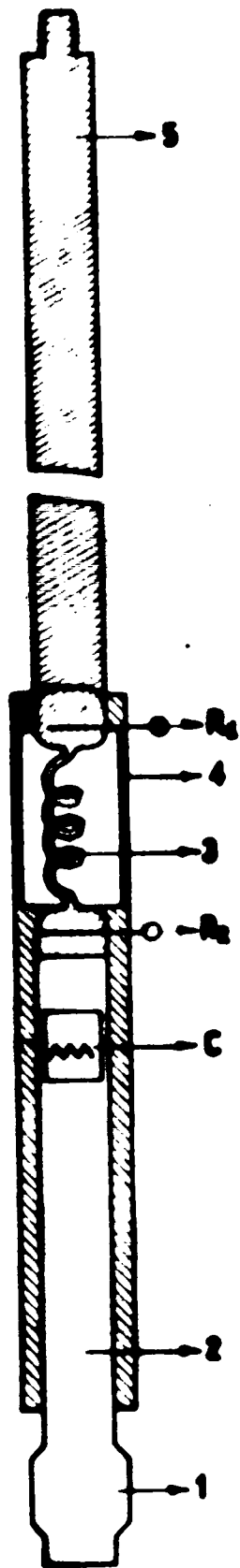
Figura 2

#### 4) Descripción de los montajes.

En las figuras 3 y 4 se observan los montajes utilizados en las mediciones.

El montaje correspondiente a la figura 3, se utilizó para medir la llave  $L_1$  en el rango de mayor temperatura.

El contacto térmico entre la muestra y el termómetro de Nitrato de Cerio y Magnesio (C.M.N.), se hizo soldando un ex-



- 1: Termómetro de C.M.N.
- 2: Contacto térmico de cobre multifilar
- 3: Muestra  $L_1$
- 4: Soporte de teflón
- 5: Barra de cobre para soporte y contacto térmico
- C: Calefactor
- $R_1$  y  $R_2$ : Resistencias de carbón

Fig. 3: Montaje para medir la conductividad térmica del Zinc policristalino en el rango entre 0.4 y 0.9°K en estado superconductor y normal

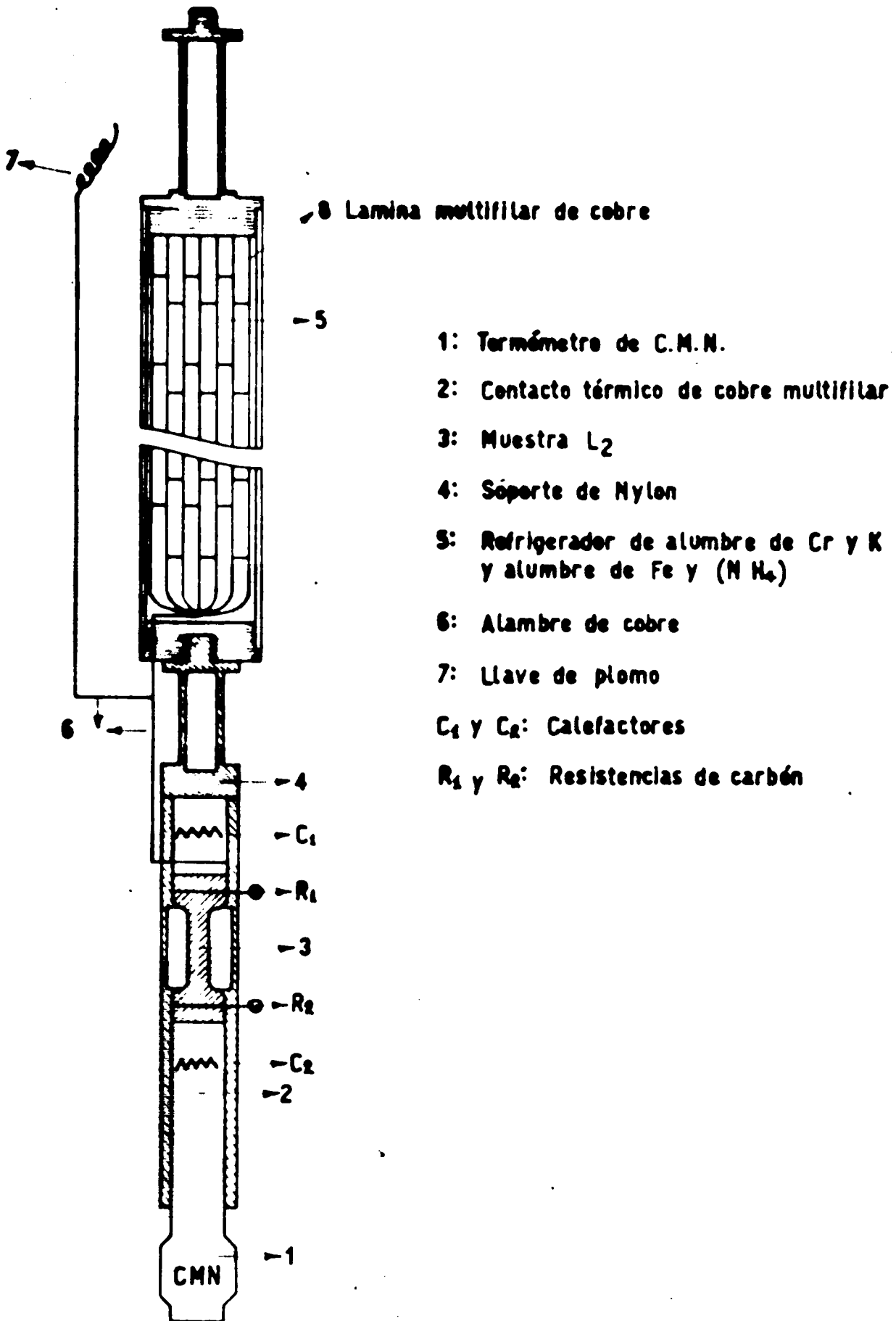


Fig. 4: Montaje para medir la conductividad térmica del Zinc policristalino en el rango entre  $0.15$  y  $0.4^\circ K$  en estado superconductor

tremo de aquélla, con estaño, a una lámina de cobre multifilar (coil-foil) <sup>5)</sup>, la cual estaba adherida con grasa Apiezon "N" al termómetro.

El otro extremo de la llave se soldó, también con estaño, a una barra de cobre que a su vez estaba en contacto térmico con el He<sup>3</sup>. El montaje correspondiente a la figura 4 se utilizó para medir la llave L<sub>2</sub> en el rango de menor temperatura. El contacto entre muestra y C.M.N. se hizo en la forma descrita más arriba. El contacto con el refrigerante de alumbre se hizo soldando, con estaño, un alambre de cobre a un extremo de la muestra y por el otro lado a láminas multifilares de cobre que estaban adheridas a los cristales de alumbre con grasa Apiezon N. El refrigerador de alumbre estaba en contacto con el He<sup>3</sup> por medio de un alambre de cobre y a través de una llave térmica de plomo.

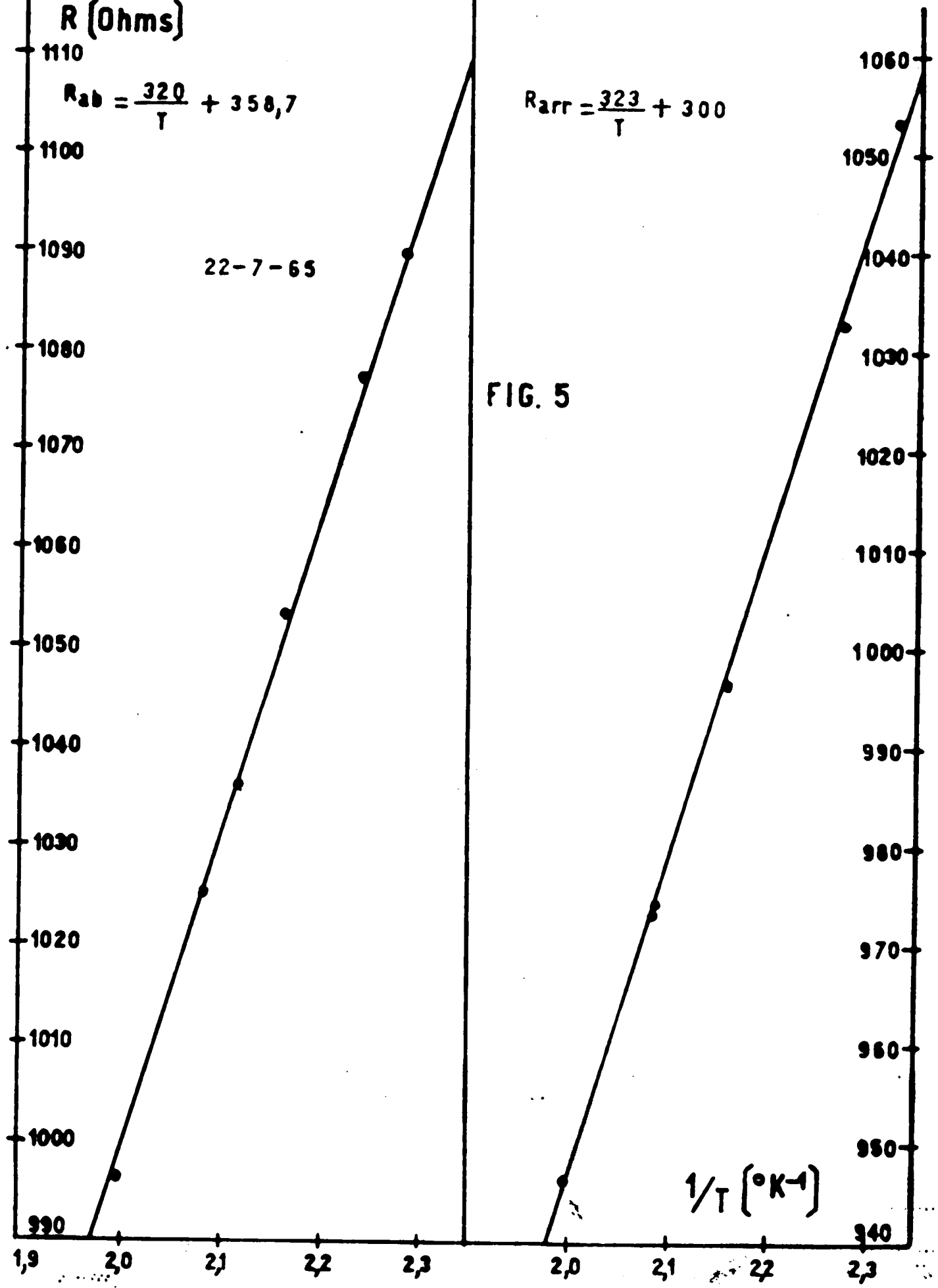
Como termómetros se utilizaron resistencias de carbón marca Speer 220 ohms 1/4 watt.

La variación de estas resistencias con temperatura puede ser aproximada por partes mediante una ley

$$R = \frac{A}{T} + B$$

Dividiendo el rango de temperaturas de interés en tramos convenientes, se realizaron las representaciones de los puntos obtenidos y se calcularon A y B para describir el comportamiento de cada resistencia en cada intervalo de temperatura. Un ejemplo de estas calibraciones puede verse en la figura 5.

En ambos casos los contactos térmicos de los termómetros de resistencia R<sub>1</sub> y R<sub>2</sub> se hicieron soldando con estaño un extremo de un alambre de cobre, de 1 mm de diámetro, a la llave y el otro extremo se soldó, igualmente, a una lámina multifila-



lar de cobre que envolvía a la resistencia, con la cual hacía contacto térmico mediante grasa Apiezon N. Los contactos térmicos a  $R_1$  y  $R_2$  se soldaron a aproximadamente 4 mm del estrangulamiento.

Midiendo la resistencia eléctrica a temperatura ambiente, y usando los mismos contactos para medir tensión que los que se usan como contactos térmicos para  $R_1$  y  $R_2$ , se determinó que si las soldaduras de dichos contactos se hacen a unos 4mm del estrangulamiento de la llave y sobre la parte ancha, una indeterminación de  $\pm 1$  mm en la localización de la soldadura, introduce una modificación menor que el 0,5% en el valor del factor  $A/L$  para la llave  $L_2$ .

En todas las soldaduras se utilizó estaño 50-50 y flujo Divco Intense Rez, teniendo especial cuidado en las soldaduras de los contactos de  $R_1$  y  $R_2$ , en donde se procuró que la soldadura no se extendiera sobre la llave más de 1 mm hacia cada lado.

Los calefactores se construyeron con alambre de mangani-na montada sobre lámina multifilar de cobre.

Como conductores eléctricos para  $R_1$  y  $R_2$ , se utilizó man-ganina de 0,002" y para los calefactores manganina con recu-brimiento de plomo de 0,002". En ambos casos la conductividad térmica de los soportes resultó despreciable de acuerdo a da-tos de Anderson et al.<sup>5)</sup>.

La cantidad de sal refrigerante usada fué de 40 grs.

El termómetro de C.M.N. consistió en 1 gr. de monocris-tales, de 1 mm de espesor, adheridos con grasa Apiezon N a láminas multifilares de cobre y dispuestos de manera tal de lograr una forma esférica.

5) Método de medición.

a) Rango  $0,4^{\circ}\text{K} - 0,9^{\circ}\text{K}$

En cada experimento se calibró el termómetro de C.M.N contra presión de vapor de  $\text{He}^4$ .

Las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  se calibraron contra el termómetro de C.M.N en todo el rango de trabajo.

Los puntos de trabajo se eligieron regulando la presión sobre el  $\text{He}^3$ . Una vez que el sistema estaba en equilibrio, se ponía calor por medio del calefactor C y se variaba la presión de  $\text{He}^3$ , en forma tal que  $R_1$  permaneciese constante. El salto de temperatura se obtenía a partir de los valores de  $R_1$  y  $R_2$  y la potencia se midió utilizando un potenciómetro K-3.

Para aplicar campo sobre la muestra, se utilizó una bobina de alambre de cobre concéntrica con el eje del montaje y también un electroimán cuyo campo era normal al de la bobina.

El campo de la bobina era inhomogéneo con una variación de un 40% en la zona ocupada por la llave. La inhomogeneidad del campo del electroimán era menor que el 1% en la misma zona.

b) Rango  $0,1^{\circ}\text{K} - 0,3^{\circ}\text{K}$

Una vez calibrado el termómetro de C.M.N. se desmagnetizó el refrigerador de alumbre.

El método de medición consiste en poner una potencia  $\dot{Q}$ , por el calefactor  $C_1$ , de esta forma y debido a la resistencia térmica que existe entre la muestra y el refrigerador, es posible elegir la temperatura de trabajo sin calentar apreciablemente el refrigerador.

Una vez que el sistema está en equilibrio, se toman los valores de  $R_1$  y  $R_2$  contra el termómetro de C.M.N. El equi-

librio del sistema se logra variando  $\dot{Q}_1$ , en forma tal que  $R_1$  y  $R_2$  permanezcan constantes. Cuando los valores de calibración de resistencias han sido tomados, se pone calor por  $C_2$ .  $\dot{Q}_1$  se regula de manera que  $R_1$  se mantenga constante y  $\dot{Q}_2$  es tal que el salto de temperatura, que se mide aproximadamente con el C.M.N., sea el deseado.

Cuando se alcanza estado estacionario, se toman los valores de  $R_1$  y  $R_2$ .

El procedimiento se repite para cada punto que se desee medir y en cada caso se toman los valores de calibración para  $R_1$  y  $R_2$ .

### 5) Resultados.

Rango  $0,4^\circ\text{K} - 0,9^\circ\text{K}$

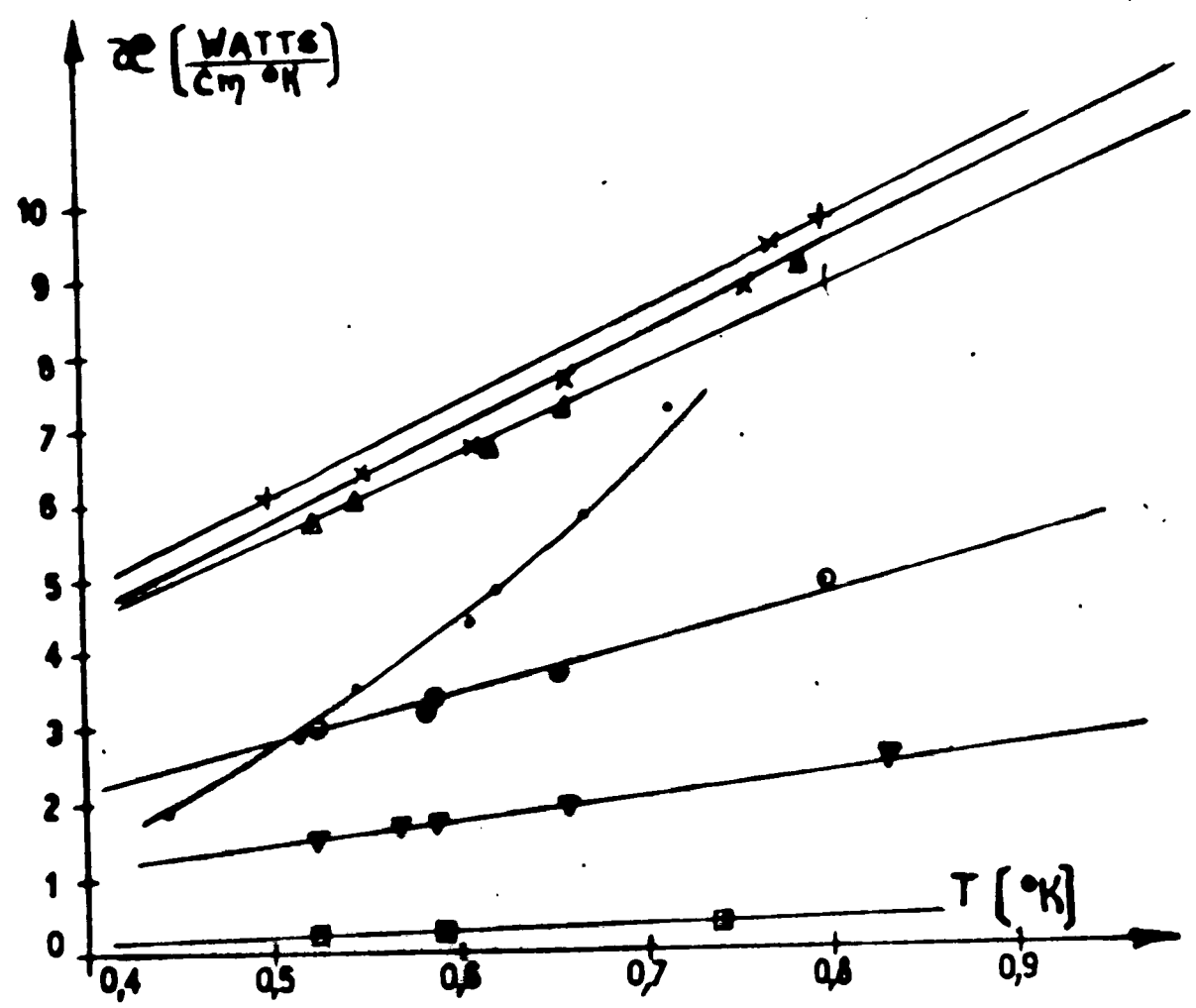
Se realizaron tres experimentos con varios días de diferencia entre uno y otro. En estos intervalos se permitió a la muestra alcanzar temperatura ambiente.

Los resultados obtenidos en uno de ellos pueden verse en la figura (6). En todos los experimentos se midió el estado superconductor y el normal. Para esto último se aplicó un campo magnético utilizando la bobina o el electroimán.

El estado superconductor fué medido antes de haber aplicado campo magnético sobre la muestra. En ningún caso se observaron efectos de histéresis al volver al estado superconductor quitando totalmente el campo aplicado.

En el primer experimento se utilizó la bobina como fuente de campo magnético. Como, pese a los bajos campos aplicados ( $H \simeq 100$  Oersted), se observaron efectos magnetoresistivos, se decidió utilizar el electroimán en los experimentos posteriores para poder aplicar campos mayores y más uniformes.

M.O. OERSTED  
x40     "  
Δ80     "  
○600   "  
▽1200  "  
□5000  "  
+ EXTRAPOLADO A CAMPO NULO



# CONDUCTIVIDAD TERMICA DEL Zn

FIG. 6

La conductividad en el estado normal obedece la ley:

$$K_n = \alpha(H) T \quad (1)$$

Un gráfico de  $\alpha(H)$  puede verse en la figura (7). Con el valor extrapolado para  $H = 0$  se graficó la curva correspondiente a campo nulo en la figura (6).

Los resultados de los otros experimentos coinciden con los presentes dentro del error experimental.

Debido a la no disponibilidad de espacio dentro del crióstat, se debió dar a la muestra forma helicoidal. Como consecuencia de esto no fué posible definir ninguna dirección de flujo de calor respecto a campo.

Igualmente se giró el imán, pero no se observó ningún efecto en los valores de  $K$ . Para observar efectos direccionales se realizaron mediciones eléctricas de muestras con direcciones bien definidas, tal como se describe más adelante.

Los resultados obtenidos en el estado superconductor se ajustan a la ley:

$$K_s = 72,4 e^{-1,55/T} \text{ W/cm}^2\text{K} \quad (2)$$

en todo el rango de medición y dentro del 5%.

Los resultados obtenidos en los demás experimentos coinciden con los dados aquí, dentro de un 30%. Todos estos valores están graficados en la figura (8).

Rango  $0,12^\circ\text{K} - 0,3^\circ\text{K}$ .

En el presente rango se realizó solamente una serie de mediciones en el estado superconductor.

El refrigerador de alumbre se desmagnetizó a partir de un campo de 15 KOe, siendo el campo sobre la muestra del mismo

$$\alpha(H) \left[ \frac{W}{Cm \cdot ^\circ K^2} \right]$$

$$\text{---} \quad \alpha(H) = \frac{1}{T}$$

$$\text{---} \quad \alpha(H) = \frac{100}{\rho(H)}$$

DETERMINACION DE  $\alpha(H)$  A PARTIR DE  
MEDICIONES TERMICAS Y ELECTRICAS  
EN Zn POLICRISTALINO

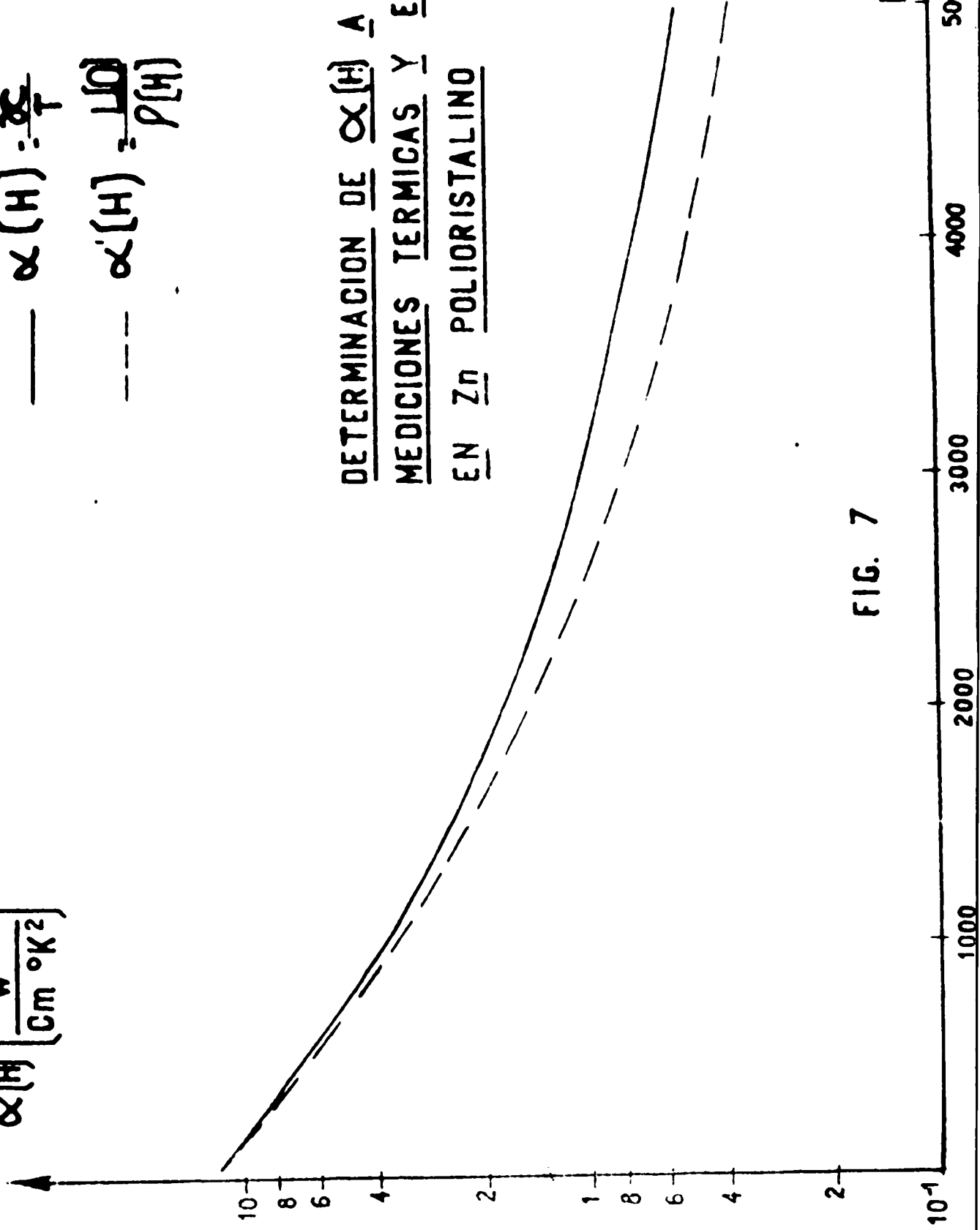


FIG. 7

H (OERSTED)

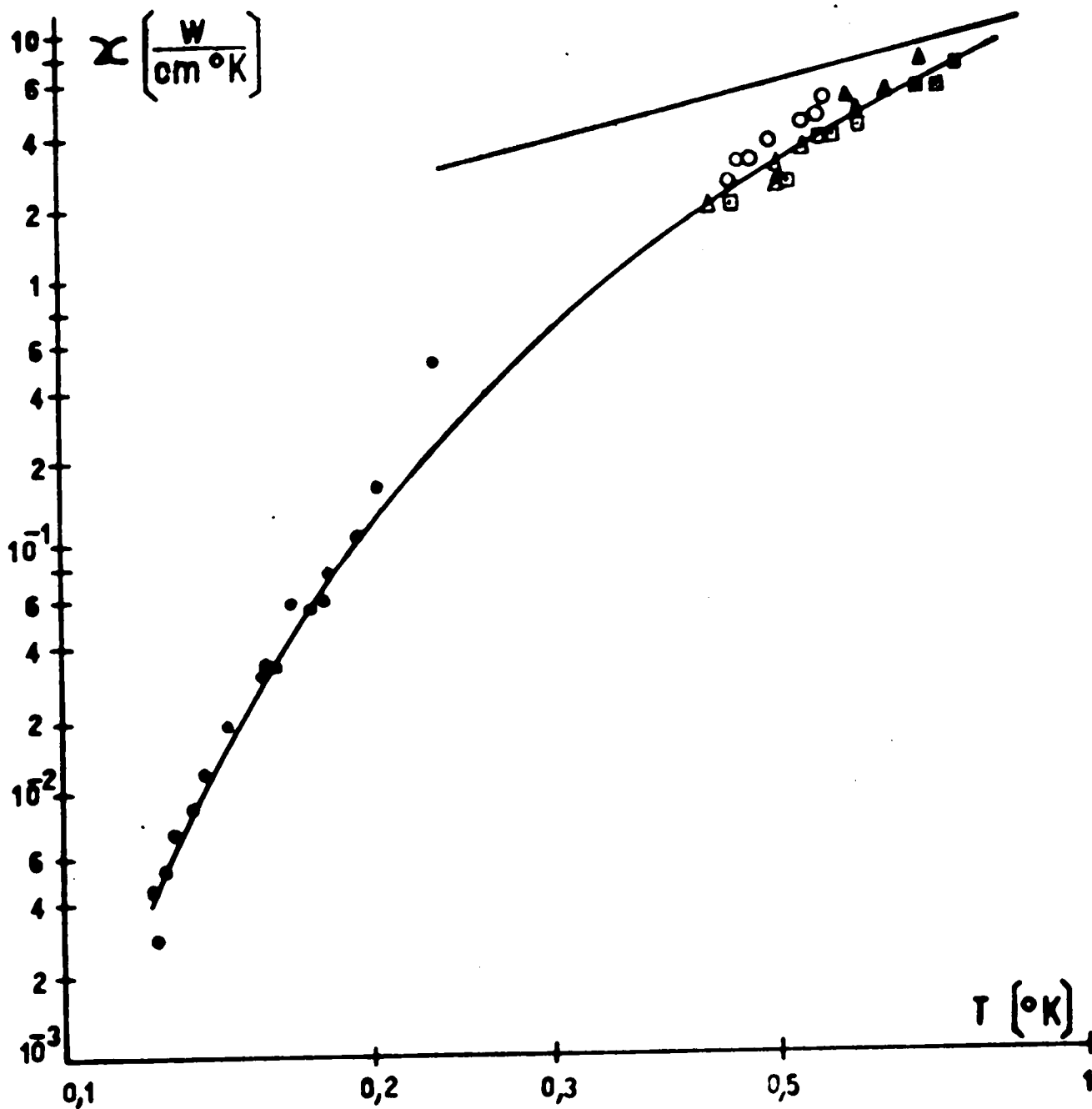


FIG 8: CONDUCTIVIDAD TERMICA DEL ZINC POLICRISTALINO EN FUNCION DE LA TEMPERATURA PARA EL ESTADO NORMAL Y SUPERCONDUCTOR

orden.

Las primeras mediciones se realizaron inmediatamente después de desmagnetizar. Posteriormente se llevó la muestra al estado normal mediante la aplicación de un campo del orden de 100 Oe. Este campo fué luego removido bruscamente y los valores de  $K_s$  obtenidos coincidieron con los anteriores.

En este rango  $K_s$  puede ajustarse también dentro del 5% por una ley exponencial dada por:

$$K_s = 29,3 e^{-1,11/T} \text{ W/ cm}^{\circ}\text{K}$$

Los valores se muestran también en la figura (8).

## 7) Mediciones eléctricas.

Se realizaron mediciones de conductividad eléctrica en muestras de Zn con idéntica geometría a la de la muestra  $L_2$ . Se hicieron uniones Zn-coil foil utilizando diversas soldaduras y se midió la resistencia eléctrica de cada una de ellas en baño de  $\text{He}^4$  con y sin campo magnético. De esta forma se obtuvieron datos para poder estimar, mediante la aplicación de la ley de Wiedemann-Franz, el efecto de las soldaduras y el efecto direccional del campo en la magnetoresistencia.

El montaje fué similar al utilizado para las mediciones de conductividad térmica, montándose cuatro llaves con la geometría indicada anteriormente.

Los extremos de las llaves se soldaron a láminas multifilares de cobre, usando

Cd con flujo Divco Hot - Roz

Sn con flujo Divco Hot - Roz

Metal de Wood con flujo Divco Hot - Roz

In con flujo Divco intense Rez

Zn con flujo Divco Nº 250 Heavy Duty 7)

Los terminales eléctricos para medir tensión estaban soldados como se indica esquemáticamente en la figura (9). Las soldaduras se hicieron utilizando un soldador eléctrico y con las técnicas usuales. En todos los casos se trató de que el área soldada fuese de unos  $0,3 \text{ cm}^2$ .

### 3) Resultados.

Las mediciones de tensión fueron realizadas con un potenciómetro K-3 de Leeds and Northrup que permite determinar fuerzas electromotrices con un error absoluto  $\Delta V = 2 \times 10^{-7}$  voltios. La corriente fué medida con un amperímetro Ernest Turnes Electric Inst. Ltd., que permite medir I con un error  $\Delta I = 5 \times 10^{-3}$  Amp. Debido a la limitación de la corriente que puede circular por el baño de  $\text{He}^4$  y a las bajas tensiones que se midieron, el error que afectó las mediciones estuvo comprendido entre el 1% y el 5%, según el rango de valores medidos.

Los valores obtenidos para  $\rho_{\perp}$  para las diferentes muestras de Zn, coincidieron dentro del 5%. La causa principal de esta diferencia se debió a que las distintas muestras estaban sometidas a campos diferentes, debido a la posición de cada una de ellas en el entrehierro. Las mediciones de  $\rho_{\parallel}$  están afectadas de mayor error debido a que el paralelismo entre muestras y campo magnético no estaba definido con suficiente exactitud.

Tanto para las llaves como para las soldaduras, se hicieron mediciones con campo paralelo y perpendicular a la dirección de la corriente eléctrica.

La resistencia eléctrica del Zn resultó independiente de

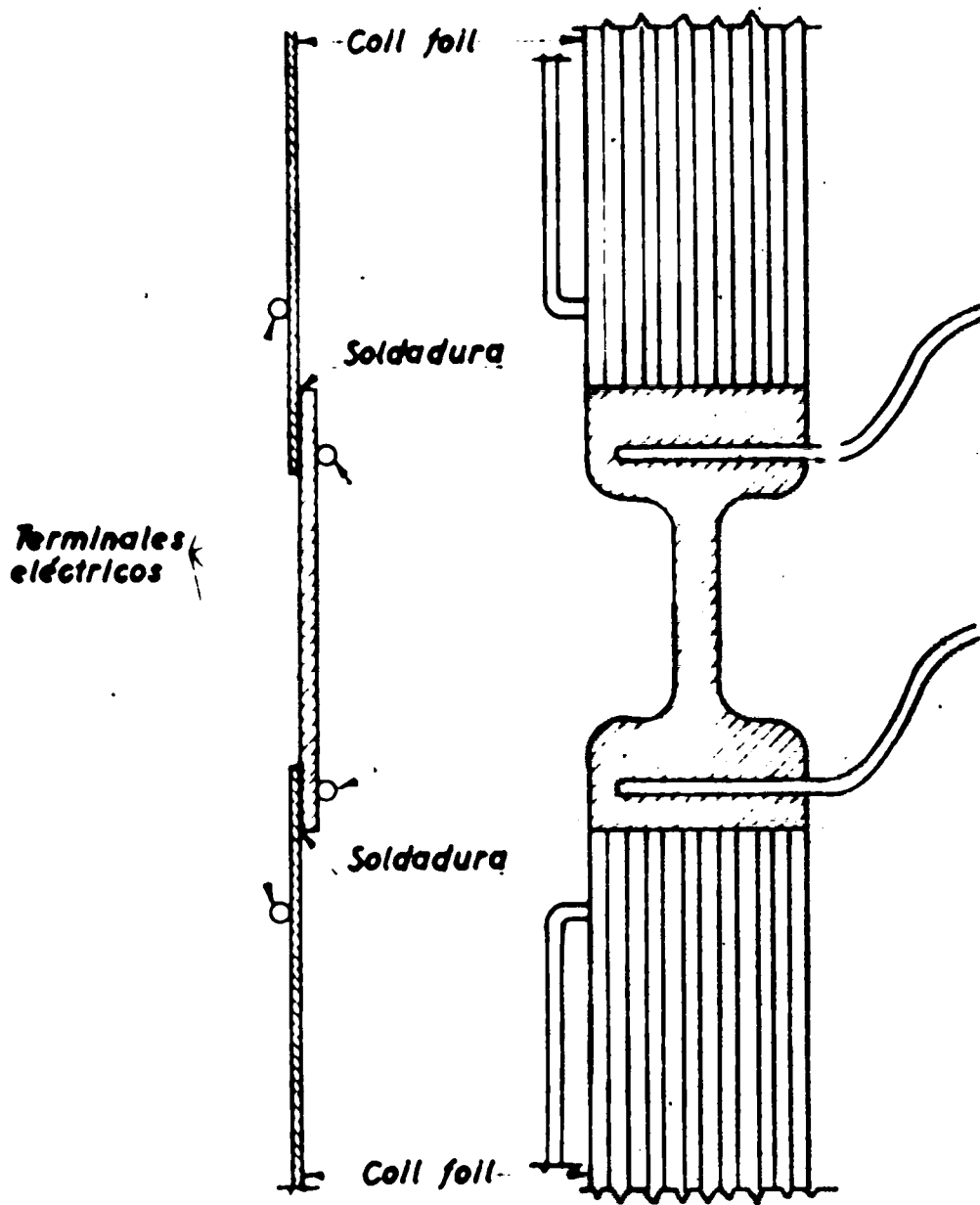


FIG. 9

la temperatura entre 4°K y 1,5°K y para campos entre 700 y 3.000 Oe. Los resultados se pueden expresar dentro del error experimental, por las siguientes relaciones:

$$\rho_{\parallel}(H) = (1,3 + 4,4 \times 10^{-4} H^{1,28}) \times 10^{-9} \text{ ohm cm}$$

$$\rho_{\perp}(H) = (1,3 + 3,5 \times 10^{-5} H^{1,67}) \times 10^{-9} \text{ ohm cm}$$

El gráfico correspondiente puede verse en figura 10.

Utilizando los datos obtenidos anteriormente para la conductividad térmica normal para  $H = 0$ , se determinó el número de Lorenz:

$$L_0 = \frac{\rho(0) K(0)}{T} = 3,3 \times 10^{-3} \frac{\text{Watt ohm}}{\text{°K}^2}$$

Suponiendo que el valor de  $L_0$  sea independiente de  $H$ , se obtiene para la conductividad térmica la expresión  $K(H)$

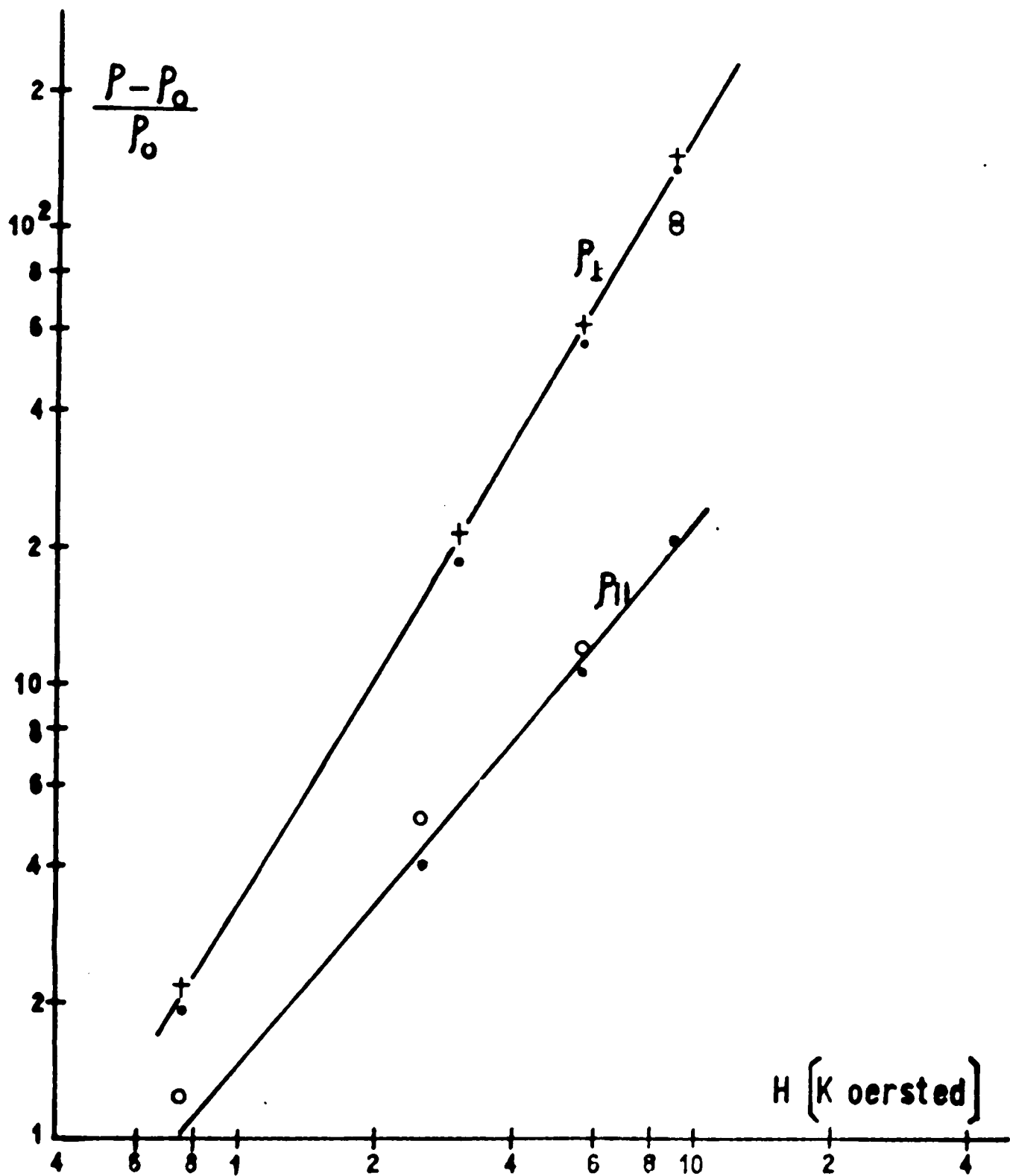
$$K(H) = \frac{L(0)}{\rho(H)} T = \alpha'(H) T$$

Una comparación de estos resultados con los obtenidos térmicamente a partir de (1) puede verse en la figura (7), donde se tuvo en cuenta el factor geométrico correspondiente a la forma helicoidal de la llave  $L_1$ , pesándose  $\rho_{\perp}$  y  $\rho_{\parallel}$  para promediarlas.

Se midió el efecto de magnetorresistencia para 0, 30, 45 y 90 grados entre las direcciones de  $H$  y corriente. Se encontró que, dentro del error experimental, la dependencia angular es :

$$\rho(H) = \rho_{\perp}(H) \cos^2 \theta + \rho_{\parallel}(H) \sin^2 \theta$$

Las resistencias de todas las soldaduras resultó ser simi-



**FIG.10** : RESISTIVIDAD ELECTRICA DEL ZINC  
EN FUNCION DEL CAMPO MAGNETICO.

lar a la de las llaves de Zn para campo nulo, excepto la de Cd que fué un 30% menor. Las soldaduras de Cd, Sn y metal Wood no presentaron magnetorresistencia, independiente de la orientación relativa de campo y corriente.

Se hicieron dos soldaduras similares con metal de Wood, obteniéndose buen acuerdo en los resultados.

El efecto del campo magnético sobre las soldaduras con In y Zn, se ve en la tabla I. Como puede observarse, hay una marcada discrepancia en los valores de  $\frac{R(H)}{R(O)}$  para las dos soldaduras hechas con Zn. Esto puede deberse a que en el proceso de soldado se puede haber introducido diferente cantidad de impurezas, afectando las características de las soldaduras.

### 9) Discusión de los resultados.

#### a) Errores :

Los valores de K se obtuvieron a partir de la relación

$$K = \frac{L}{A} \frac{\dot{Q}}{\Delta T}$$

donde el error en la determinación de  $\frac{L}{A}$  fué del 2%, como consignamos antes, y el error que afecta a la determinación de  $\dot{Q}$  es despreciable. Para medir el error en el salto de temperatura convenientemente se hicieron las siguientes consideraciones para elegir su valor relativo  $T = \frac{T}{n}$

$$K = \frac{\alpha}{\Delta T} \quad dK = \frac{\alpha}{\Delta T^2} d \Delta T$$

$$\frac{dK}{K} = \frac{d(T_2 - T_1)}{\Delta T}$$

proponemos que el error relativo en K proveniente del error en

# TABLA I

SOLDADURA	$\frac{R (M_1)}{R (O)}$	$\frac{R (M_2)}{R (O)}$
$I n_{\perp}$	2	9
$I n_{\parallel}$	2	8,5
$Z n'_{\perp}$	1,5	8
$Z n'_{\parallel}$	2,5	4
$Z n^{\circ}_{\perp}$	1,5	3
$Z n^{\circ}_{\parallel}$	2,5	2,5

$M_1 = 1.000 \text{ Oe}$

$M_2 = 5.600 \text{ Oe}$

$\perp = \text{AREA SOLDADURA PERPENDIULAR A H}$

$\parallel = \text{AREA SOLDADURA PARALELA A H}$

$\Delta T$  no sea superior al 2%

$$0,01 = \frac{2 \, dT}{T}$$

proponemos  $\Delta T = \frac{\bar{T}}{n}$ . Como el error en  $\bar{T}$  es del 0,2% resulta

$$0,02 = 2 \frac{dT}{\bar{T}} n = 0,002 n$$

$$n = 10$$

Por tanto se eligieron saltos de aproximadamente  $\frac{\bar{T}}{10}$  para efectuar las determinaciones.

Por otra parte la temperatura asignada a cada punto es  $\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$  con  $\Delta T = T_2 - T_1$ .

Como ya dijimos el valor de  $T$  está afectado de un error sistemático de 0,5% proveniente del error en la pendiente de la calibración del termómetro de C.M.N. Este error sistemático influye en forma diferente según la ley con  $T$  que verifica la conductividad térmica en las distintas zonas.

Un punto importante que debemos tener en cuenta como fuente posible de error para las mediciones, es la pérdida espúrea de calor que tiene el equipo en que se mide.

Para determinarla en el rango de 0,4 a 0,9°K se mantuvo la temperatura del baño de Helio 3 constante, sin poner potencia en el calefactor C; en estas condiciones las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  deben medir la misma temperatura salvo el salto provocado por un flujo espúreo a través de la muestra. Al aplicar un campo magnético para llevar la muestra al estado normal no se observó ningún cambio en los valores de  $R_1$  y  $R_2$  lo que implica que si existe un flujo de calor espúreo este no es detectable y por lo tanto no tiene ninguna influencia en los valores medidos.

Haciendo una operación similar en el rango de más bajas temperaturas se pudo determinar un flujo espúreo del orden de 1 ergio/minuto que es aproximadamente 500 veces menor que las potencias utilizadas en las mediciones.

b) Comparación con otros autores.

Los valores de  $K_s$  y  $K_n$  obtenidos para muestras policristalinas está en muy buen acuerdo con los resultados obtenidos por Zavaritskii en monocristales <sup>8)</sup>. Por otra parte difieren en un factor 10 con resultados obtenidos por el mismo autor en un trabajo anterior <sup>9)</sup>.

Dado que los resultados de Zavaritskii están obtenidos para monocristales orientados según el eje hexagonal y según un eje perpendicular para realizar la comparación con nuestros resultados es necesario promediar los de este autor. La expresión de Khalatnikov <sup>10)</sup>

$$K = K_{\parallel} \cos^2 \theta + K_{\perp} \sin^2 \theta \quad K_{\perp} < K_{\parallel}$$

donde  $K_{\parallel}$  es la conductividad térmica en la dirección de máxima conductividad y  $K_{\perp}$  es la conductividad térmica en una dirección perpendicular a la de máxima conductividad, da una descripción cualitativa de la dependencia de  $K$  en una dada dirección que forma un ángulo  $\theta$  con la dirección extrema.

En nuestro caso, suponiendo que el material es isótropo podemos computar  $\underline{K}$  integrando la expresión de  $K$  en todo el ángulo sólido o sea

$$\int K d\Omega = (K_{\parallel} \cos^2 \theta + K_{\perp} \sin^2 \theta) c\Omega$$

$$d\Omega = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$$

Dado que nuestra expresión depende solamente de  $\theta$  la integración sobre  $r$  y  $\varphi$  se simplifica y obtenemos finalmente

$$\int_0^{\pi} K \operatorname{sen} \theta \, d\theta = \int_0^{\pi} K_{\parallel} \cos^2 \theta \operatorname{sen} \theta \, d\theta + \int_0^{\pi} K_{\perp} \operatorname{sen}^3 \theta \, d\theta$$

$$2 K = \frac{2}{3} K_{\parallel} + \frac{4}{3} K_{\perp}$$

$$K = \frac{K_{\parallel}}{3} + \frac{2}{3} K_{\perp}$$

En figura (11) pueden verse los resultados de Zavaritskii comparados con nuestros resultados después de haber promediado de acuerdo a la expresión anterior.

Para el estado normal la conductividad resulta linealmente dependiente en T según la expresión (1) en todo el intervalo de medición. La cantidad depende de las impurezas del material.

Dado que para el metal en estado normal  $K_n$  resulta lineal en T, debe verificarse la regla de Kohler

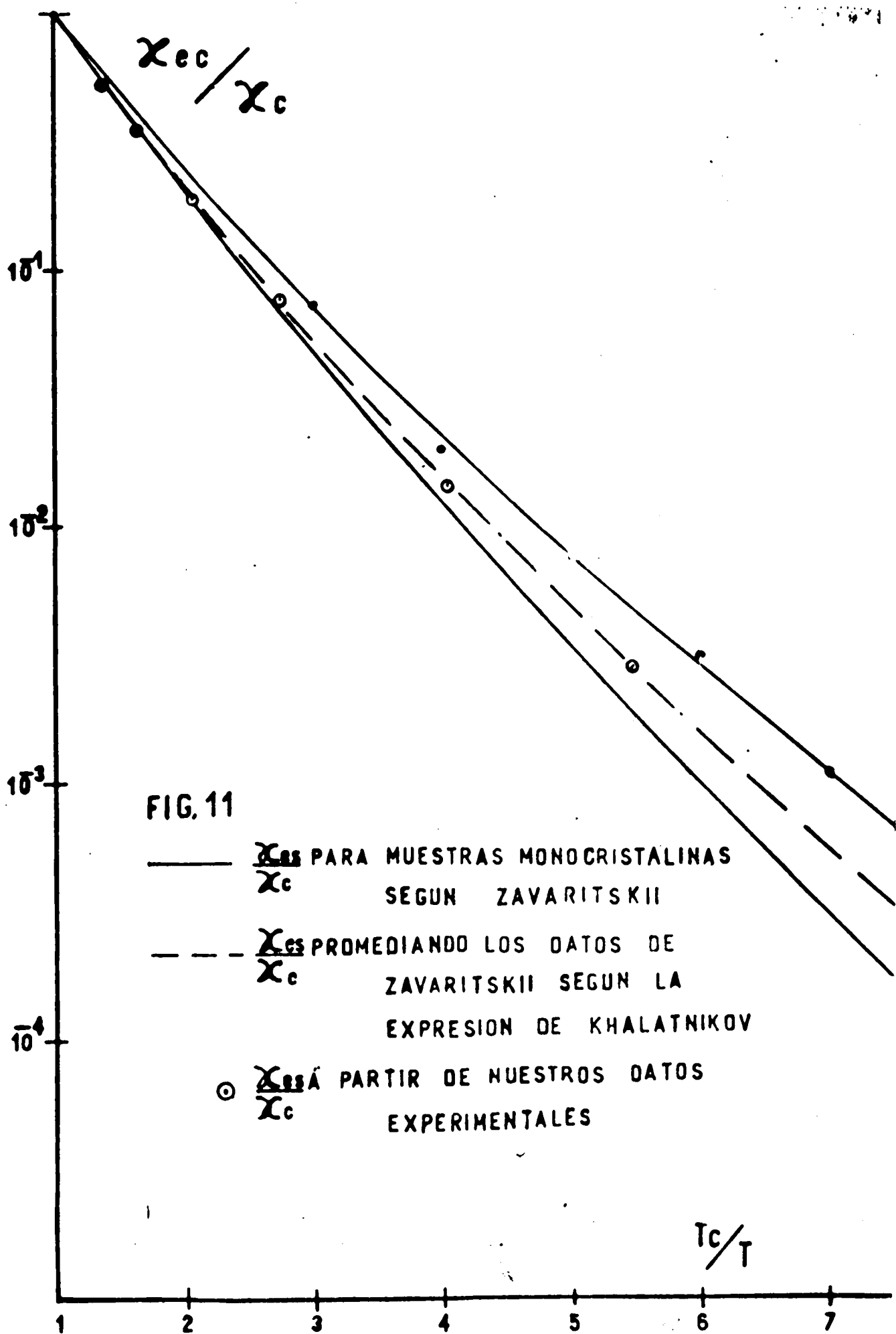
$$\frac{W_n(H) - W_n(0)}{W_n(0)} = G\left(\frac{H}{W_n(0) T}\right)$$

donde  $W_n(H)$  y  $W_n(0)$  son las resistividades térmicas del estado normal a campo magnético H y nulo respectivamente, G es una función característica del material y T es la temperatura a la que se debe realizar las mediciones.

$$\text{Dado que } W_n(H) = \frac{1}{K_n(H)} = [\alpha(H) T]^{-1}$$

según expresión (1), reemplazando en la relación de Kohler, resulta

$$\frac{[\alpha(H)]^{-1} - [\alpha(0)]^{-1}}{[\alpha(0)]^{-1}} = \frac{\alpha(0) - \alpha(H)}{\alpha(H)} = G(H)$$



y la relación resulta independiente de temperatura.

Al efectuar la comparación entre los datos para la conductividad térmica a partir de los resultados eléctricos y térmicos, (figura 7) se asumió que el número de Lorenz era función del campo magnético  $H$ , pero era independiente de la orientación relativa entre campo y corriente

$$L(H) = \frac{\rho_{\perp}(H) K_{\perp}(H)}{T} = \frac{\rho_{\parallel}(H) K_{\parallel}(H)}{T} = \frac{\rho(H)K(H)}{T}$$

o sea

$$L(H) = \frac{\alpha(H)}{\alpha'(H)} L(0)$$

esto indicará que la magnetorresistencia térmica depende de la orientación del campo.

Peshkov and Parshin <sup>11)</sup> realizaron, en base a mediciones propias y a datos experimentales de otros autores, una estimación teórica de la eficiencia de materiales superconductores como llaves térmicas.

En base a un modelo simple, dan una relación entre la resistencia residual  $\rho_0$  y la menor dimensión de la muestra  $\underline{d}$  para determinar la mayor eficiencia del material como llave térmica.

$$\rho_0 < \frac{10^{-11}}{d} \text{ ohm cm}$$

Para nuestro caso

$$\left. \begin{array}{l} \rho_0 = 2.8 \cdot 10^{-9} \text{ ohm cm} \\ d \sim 10^{-2} \text{ cm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2.8 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-2} \text{ ohm cm}^2 \sim \\ \sim 10^{-11} \text{ ohm cm}^2 \end{array}$$

Con estas condiciones puede esperarse que el camino libre medio de los fonones y de los electrones sea del mismo orden.

Si tomamos como camino libre medio de los fonones la menor dimensión de la muestra y utilizamos la relación dada por Feshkov y Parshin para estimar la conductividad por fonones en el estado superconductor, tenemos

$$\frac{K_{sg}}{T^3} = 2.58 \cdot 10^{-5} v_{mol}^{-2/3} \ell \Theta^{-2} \frac{\text{watt}}{\text{cm}^{\circ}\text{K}^4} = 6 \times 10^{-3} \frac{\text{watt}}{\text{cm}^{\circ}\text{K}^4} \quad (3)$$

donde

$$\ell = 0,01 \text{ cm camino libre medio}$$

$$\Theta = 309 \text{ }^{\circ}\text{K temperatura de Debye}$$

$$v_{mol} = \frac{\text{Peso molecular}}{\text{densidad}} = 9,15 \text{ cm}^3$$

A temperaturas para las cuales la conductividad en estado superconductor es practicamente conductividad por fonones tenemos

$$\frac{K_n T^2}{K_g} = \frac{\propto T^3}{6 \cdot 10^{-3} T^3} \text{ }^{\circ}\text{K}^2 = \frac{12,1}{6 \cdot 10^{-3}} \text{ }^{\circ}\text{K}^2 = 2,00 \cdot 10^3 = 2000 \text{ }^{\circ}\text{K}^2 \quad (4)$$

donde  $K_n$  está dada por (1).

La forma exponencial de la ecuación (2) indica que para el rango de medición la conductividad es principalmente electrónica. Comparando (2)

$$K_g = 72.4 e^{-1.66/T} \text{ watt cm}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{K}^{-1}$$

con la expresión

$$K_{sg} = 6 \cdot 10^{-3} T^3 \text{ watt cm}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{K}^{-1}$$

resulta que para  $T = 0.053 \text{ } ^\circ\text{K}$  la conductividad térmica electrónica es diez veces menor que la fonónica. Por debajo de esta temperatura se puede decir que  $K_s \sim K_{sE}$  y por lo tanto se puede utilizar la relación (4).

#### 10) Conclusión .

De los resultados obtenidos puede decirse que el Zn es un metal apto para ser usado como llave térmica por debajo de  $0,1 \text{ } ^\circ\text{K}$ . Sin embargo, hay que tener en cuenta el efecto del campo magnético. En caso que la llave esté sometida a campo es conveniente que éste sea lo más bajo posible y esté en la dirección del flujo de calor.

El efecto de las soldaduras debe ser también tomado en cuenta. De los materiales que se han medido, es aconsejable utilizar aquellos que no presentan efectos magnetorresistivos y entre estos últimos Cd por ser el que presenta menor resistencia.

## REFERENCIAS

- 1 - Los parámetros críticos del zinc son :  $T_c = 0,85 \text{ }^\circ\text{K}$  ,  
 $H_c = 53$  oersted, según datos de B.W.Roberts, General  
Electric Report N° 63 -RL - 3252 M (1963).
- 2 - Metals Handbook 1943. Edición publicada por la American  
Society for Metals - Página 1032 .
- 3 - GILMAN, J.J., Trans.Amer.Inst.Min.Met.Eng., 197 , 1217  
(1955).
- 4 - Wright Air Development Technical Report N° 60-56, Part.  
IV (unpublished).
- 5 - ANDERSON, A.C., SALINGER, G.L. and WHEATLEY, J.C., Rev.  
Sc.Inst. 32, 1110 (1961).
- 6 - ANDERSON, A.C., REESE, W. and WHEATLEY, J.C., Rev.Sc.  
Inst. 34, 1386 (1963).
- 7 - Divco Soldering flux Kit, Division Lead Co. 7742 W 51  
St.Place, Summit, Illinois, U.S.A.
- 8 - ZAVARITSKII, N.V., Soviet Physics JETP 12, 351 (1961)
- 9 - ZAVARITSKII, N.V., Soviet Physics JETP 7 , 773 (1958)
- 10- KHALATNIKOV, I.M., Soviet Physics JETP 9 ,1269 (1959)
- 11- PESHKOV, V.P. and PARSHIN, A.Ya. Soviet Physics JETP  
21, 253 (1965).

IV. CONDUCTIVIDAD TÉRMICA DE INICIO DE MUY ALTA PUREZA  
ENTRE 4,2 °K Y 1°K .

1) RESUMEN

Mediciones de conductividades térmicas de superconductores muestran que la forma de la dependencia del cociente de conductividades  $\frac{K_s}{K_n}$  con la temperatura depende del tipo de scattering resistivo que opera en el metal.

Por otra parte un trabajo reciente de Geilikman y Kresin muestra que el apartamiento del comportamiento predicho por la teoría de acoplamiento débil para superconductores anómalos puede ser determinado mediante el uso en las fórmulas correspondientes a la conductividad térmica, de un valor corregido del gap de energía.

Utilizando una muestra de indio policristalino con alto cociente de resistividades  $\frac{\rho_{293 \text{ °K}}}{\rho_0 \text{ °K}} \approx 9 \cdot 10^4$  se midió la conductividad térmica en estado normal y superconductor. Las mediciones se realizaron entre 4,2 °K y 1 °K utilizándose Helio 4 líquido como refrigerante. Debido a la alta pureza del material la resistividad térmica en el estado normal  $W_n$  para  $T = T_c$  fué debida exclusivamente al scattering de electrones por fonones.

Los resultados para el cociente  $\frac{K_s}{K_n}$  en función de  $\frac{T}{T_c}$  están en desacuerdo con las predicciones de la teoría.

Utilizando nuestros datos y datos de otros autores para superconductores de alta pureza se hizo una representación de  $\frac{K_n}{K_s}$  en función de  $\lambda(t)$ .

2) Introducción

Mediciones de conductividades térmicas en superconducto-

res muestran que en zonas cercanas a  $T_c$ , la dependencia del cociente de conductividades del estado superconductor al estado normal  $\frac{K_s}{K_n}$  con la temperatura reducida  $\frac{T}{T_c}$ , varía para el caso de scattering de electrones por puros fonones o para el caso de scattering de electrones predominantemente por impurezas. 1) 2)

En base a la teoría de Bardeen, Cooper y Schrieffer <sup>3)</sup> (B.C.S.), Bardeen Ryckayzen y Teworát <sup>4)</sup> (B.R.T.) y en forma independiente Geilikman <sup>5)</sup>, calcularon  $\frac{K_s}{K_n} = f(T/T_c)$  encontrando buen acuerdo entre lo calculado y lo medido para el caso de scattering por impurezas.

Posteriormente Kadanoff y Martin <sup>6)</sup> (K.M.) obtuvieron una expresión en acuerdo con los datos experimentales para los casos extremos de impurezas y fonones mediante la variación en dicha expresión de un parámetro  $a$  que da la proporción de scattering de electrones por fonones al scattering de electrones por impurezas. Por su parte Geilikman <sup>7)</sup> obtuvo en forma independiente una expresión para el caso de scattering por fonones que coincide en este límite con la curva obtenida mediante la expresión de Kadanoff y Martin.

Desde los trabajos de de Haas y Rademakers <sup>8)</sup> y Hulm <sup>1)</sup> en plomo y mercurio respectivamente se sabe que estos metales presentan un comportamiento de  $\frac{K_s}{K_n}$  diferente que el de la mayoría de los superconductores. Citando a Rickayzen <sup>9)</sup> (1955) digamos: "No hay aún buen acuerdo entre teoría y experimento para plomo y mercurio, pero los experimentos muestran claramente que no es posible ajustar los resultados para estaño, plomo y mercurio por el modelo de un solo parámetro. Esta no es la única manera en la cual los resultados para plomo y mercurio son anómalos; estos metales están ca-

racterizados por un valor mucho más pequeño de  $\frac{T_c}{\Theta}$  que por ejemplo, el estaño y el aluminio, un hecho que indica que el acoplamiento entre electrones y fonones es más fuerte en los materiales anómalos y que la teoría debe mejorar para tener en cuenta tal acoplamiento fuerte."

Para poner en números esta diferencia de  $\frac{T_c}{\Theta}$  entre materiales así clasificados como anómalos y los tomados en el ejemplo de Rickayzen damos a continuación los valores correspondientes:

$$\frac{T_c}{\Theta_{Pb}} = 0.075 \quad \frac{T_c}{\Theta_{Hg}} = 0.0594 \quad \frac{T_c}{\Theta_{Sn}} = 0.0191 \quad \frac{T_c}{\Theta_{Al}} = 0.0032$$

Las mediciones en indio, que tiene un valor  $\frac{T_c}{\Theta} = 0.0312$ , aparecen en la literatura verificando los cálculos teóricos de Kadanoff y Martin y de Geilikman (ver Guenault <sup>2)</sup> Geilikman <sup>7)</sup> Toxen y Jones <sup>10)</sup> ).

En un trabajo de Geilikman y Kresin <sup>11)</sup> aparecido en 1967 se muestra que mediante el uso de un valor del gap para cada material obtenido a partir de la expresión

$$\frac{\Delta}{kT_c} = \alpha \left( 1 - \frac{T}{T_c} \right)^{1/2}$$

tal que  $\alpha$  resulta ser el valor 3.06 con correcciones del orden de  $\left( \frac{\pi T_c}{\Theta} \right)^2$ , es posible obtener con las expresiones de Geilikman <sup>7)</sup> en el caso de scattering predominante por fonones las curvas correspondientes a los superconductores anómalos; en particular según el artículo resulta  $\alpha = 4$  para el plomo.

Similarmente la conductividad térmica para el caso de

scattering por impurezas resulta determinada por la expresión de Geilikman <sup>5)</sup> con solo introducir el valor del gap que resulta en el caso de cada material.

Resulta de interés en base a estas consideraciones realizar mediciones en indio de alta pureza, ya que las muestras de mayor pureza registradas en la literatura dan un 59% de scattering por fonones sobre la resistividad total, en tanto que para los superconductores anómalos las mediciones han sido realizadas en muestras con una proporción mayor que el 90% de scattering por fonones sobre el total.

### 3) Detalles experimentales

Se cortó una rodaja de material de una barra de indio <sup>12)</sup> 99,9999 % puro de la Mining and Smelting Co. of Canada Ltd., la que se laminó en un sandwich de teflón hasta 1,5 mm. Se tuvo sumo cuidado en la limpieza de los elementos utilizados para evitar una contaminación del material. A partir de este material se cortó una muestra en forma de prisma rectangular con una relación entre área transversal y longitud  $\frac{A}{L} = 3,95 \times 10^{-3}$  cm. Este factor se determinó midiendo la resistencia eléctrica de la muestra a temperatura ambiente y tomando  $\rho_{293 \text{ } ^\circ\text{K}} = 9,1 \times 10^{-6}$  ohm cm <sup>13)</sup>. La relación de resistividades entre temperatura ambiente y 4,2 °K fué de  $2 \times 10^4$ .

El crióstato utilizado en las mediciones es el que se describe en sección II - 1 (crióstato para mediciones entre 4 °K y 1 °K).

Los detalles del montaje pueden verse en figura 1. Debido a la baja rigidez del indio fué necesario fijar la muestra y los termómetros a un soporte C. Este se construyó con una lámina de mylar de 0,005" de espesor, doblada longi-

ESQUEMA DEL SISTEMA USADO EN LAS MEDICIONES

- A : Evaporador de Helio 4.  
E : Blindaje térmico.  
C : Camisa de vacío.  
D : Pieza roscada de acoplamiento entre soporte y evaporador.  
B : Soporte de mylar para la muestra y las resistencias.  
F : Muestra.  
G : Calefactor.  
I : Hilos de algodón utilizados para centrar la muestra.  
J : Tapa de nylon con estrella centradora para el blindaje térmico.  
 $R_1$  y  $R_2$  : Termómetros de resistencia.

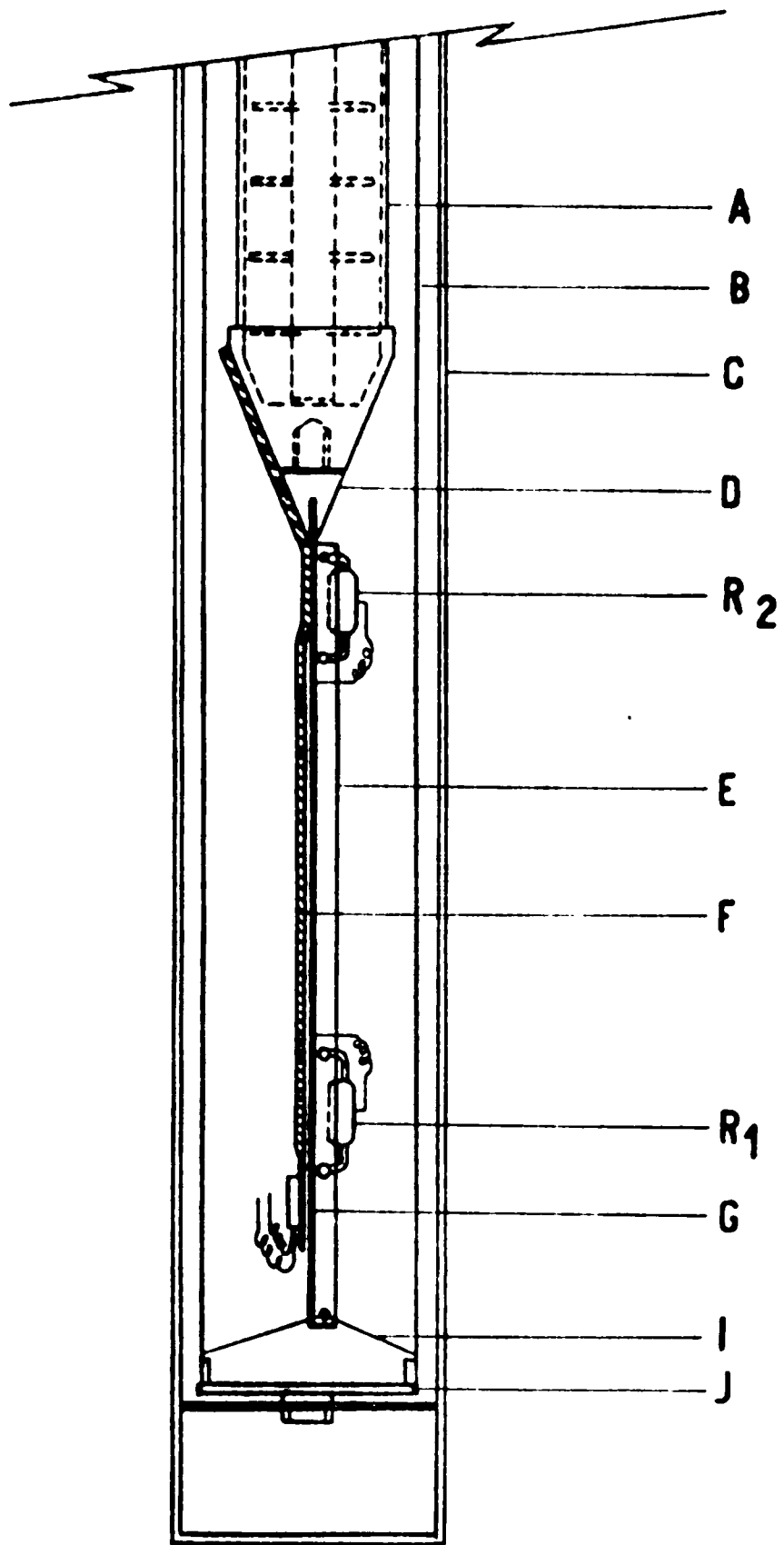


FIG. 1

tudinalmente en forma de U para darle mayor rigidez. El soporte se pegó a una pieza D de Epoxy 100A <sup>14)</sup> roscada al evaporador. Para evitar deformaciones de la muestra debido a los diferentes coeficientes de dilatación, ésta se pegó al soporte con barniz GE 7031 en un solo extremo, por encima del termómetro superior  $R_2$ . A 1 cm de distancia del termómetro  $R_2$  la muestra se ensanchó y se pegó al evaporador con grasa Apiezon N.

La parte exterior del ensanchamiento estaba pegada a una chapa de cobre de 0,1 mm de espesor que a su vez se enrolló y pegó con Apiezon al evaporador. De esta forma el área de contacto resultó ser de aproximadamente,  $4 \text{ cm}^2$ .

Como termómetros  $R_1$  y  $R_2$  se utilizaron resistencias de carbón Allen - Bradley de 10 ohm, 100 watt.

El contacto entre la muestra y cada termómetro fué hecho soldando a la muestra alambres de cobre de 1 mm de diámetro; el otro extremo de cada alambre fué soldado a una lámina de coil foil <sup>15)</sup> arrollada fuertemente alrededor del cuerpo de la resistencia y en contacto con ella mediante grasa Apiezon N. En todos los casos se utilizó indio como elemento soldante para evitar la presencia de otros materiales superconductores en las cercanías de la muestra.

Los alambres eléctricos de  $R_1$  y  $R_2$  eran de manganina de 0,05 mm de espesor.

El calefactor E fué hecho con alambre de manganina arrollado sobre una lámina de mylar y pegado a ella con barniz GE 7031. El contacto térmico entre el calefactor y la muestra fué hecho con grasa Apiezon N.

La distancia entre el calefactor E y el termómetro  $R_1$  era de aproximadamente 1 cm. Los alambres eléctricos del calefac

tor para medir tensión eran de manganina de 0,05 mm de diámetro. Para evitar disipación de calor fuera del calefactor los alambres de corriente se hicieron con cobre <sup>16)</sup>; éstos se arrollaron en forma de resorte para evitar que trabajaran mecánicamente sobre la muestra. La longitud de los alambres de cobre entre el evaporador y el calefactor era de 30 cm.

Una vez armada la muestra se la sumergió en un baño de aire líquido no pudiendo observarse, a simple vista, ninguna deformación.

El campo magnético fué aplicado utilizando un imán superconductor MAGNION Modelo CF 20 - 200 - 800.

Una vez finalizadas las mediciones se eliminó la porción de muestra comprendida entre los termómetros  $R_1$  y  $R_2$ . Se midió la conductancia térmica del resto que resultó despreciable en relación a la de la porción eliminada.

#### 4) Método experimental

Para efectuar las mediciones se utilizó una técnica en todo similar a la utilizada en las mediciones del zinc en el rango entre 0,4 °K y 0,9 °K (ver III Parte, 5). Los termómetros de resistencia  $R_1$  y  $R_2$  fueron calibrados, en cada experimento, contra la presión de vapor del helio 4. Un ejemplo de las curvas obtenidas en las calibraciones puede verse en figura 2. La temperatura en el evaporador se mantuvo constante mediante el uso de un regulador de presión <sup>17)</sup>.

Para efectuar las mediciones en presencia del campo magnético se tuvo cuidado de verificar que las resistencias de carbón no exhibían magnetoresistencia en el rango de campos aplicados. Las resistencias se midieron con un puente de corriente alterna de 33 cps.

CALIBRACION RESISTENCIAS

$\triangle$ R1	}	8,9/1/68
$\nabla$ R2		
$\odot$ R1	}	11/1/68
$+$ R2		
$\diamond$ R1	}	18/1/68
$\square$ R2		

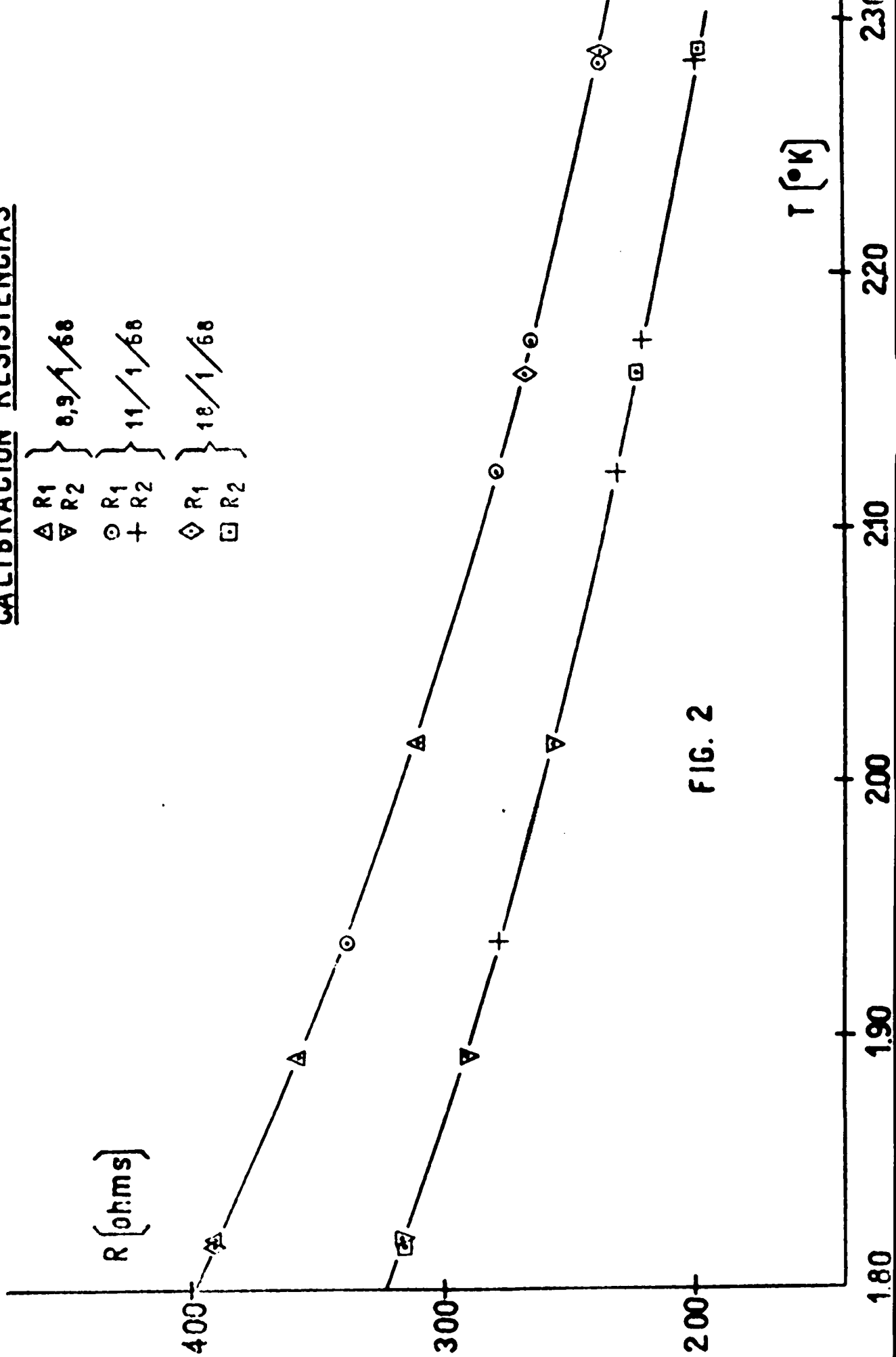


FIG. 2

La temperatura media de trabajo  $T$  y el salto de temperatura  $\Delta T$  entre  $R_1$  y  $R_2$  se obtuvieron regulando la temperatura del evaporador y la potencia del calefactor. La potencia fué calculada a partir de mediciones de tensión efectuadas con un potenciómetro K - 3.

Las mediciones fueron realizadas en distintos experimentos con diferencia de varios días entre experimentos, en el transcurso de los cuales la muestra alcanzó temperatura ambiente.

Para obtener la resistividad térmica del estado normal por debajo de la temperatura crítica fué necesario realizar determinaciones de la variación isotérmica de  $W_n$  como función del campo magnético. Dado que el indio presenta efectos muy fuertes de magnetorresistencia (ver figura 3) se necesita un buen método de extrapolación para obtener el valor de  $W_n$  a campo nulo para  $T < T_c$ . Para obtener estos valores se empleó el método de extrapolación ideado por Wyder<sup>18)</sup>. El método está fundado en que si las representaciones de  $W_n(H, T)$  en función de  $H$ , en papel log - log y para diferentes temperaturas pueden superponerse mediante un desplazamiento paralelo a los ejes, entonces existe una cierta función característica del material y se pueden determinar los  $W_n(0, T)$  para  $T < T_c$  a partir de los valores obtenidos para  $T > T_c$ . En nuestro caso se verificó que se podían superponer las curvas y que la función característica correspondiente era la dada por la relación de Kohler

$$\frac{W_n(H) - W_n(\infty)}{W_n(0)} = G \left( \frac{H}{W_n(0)T} \right)$$

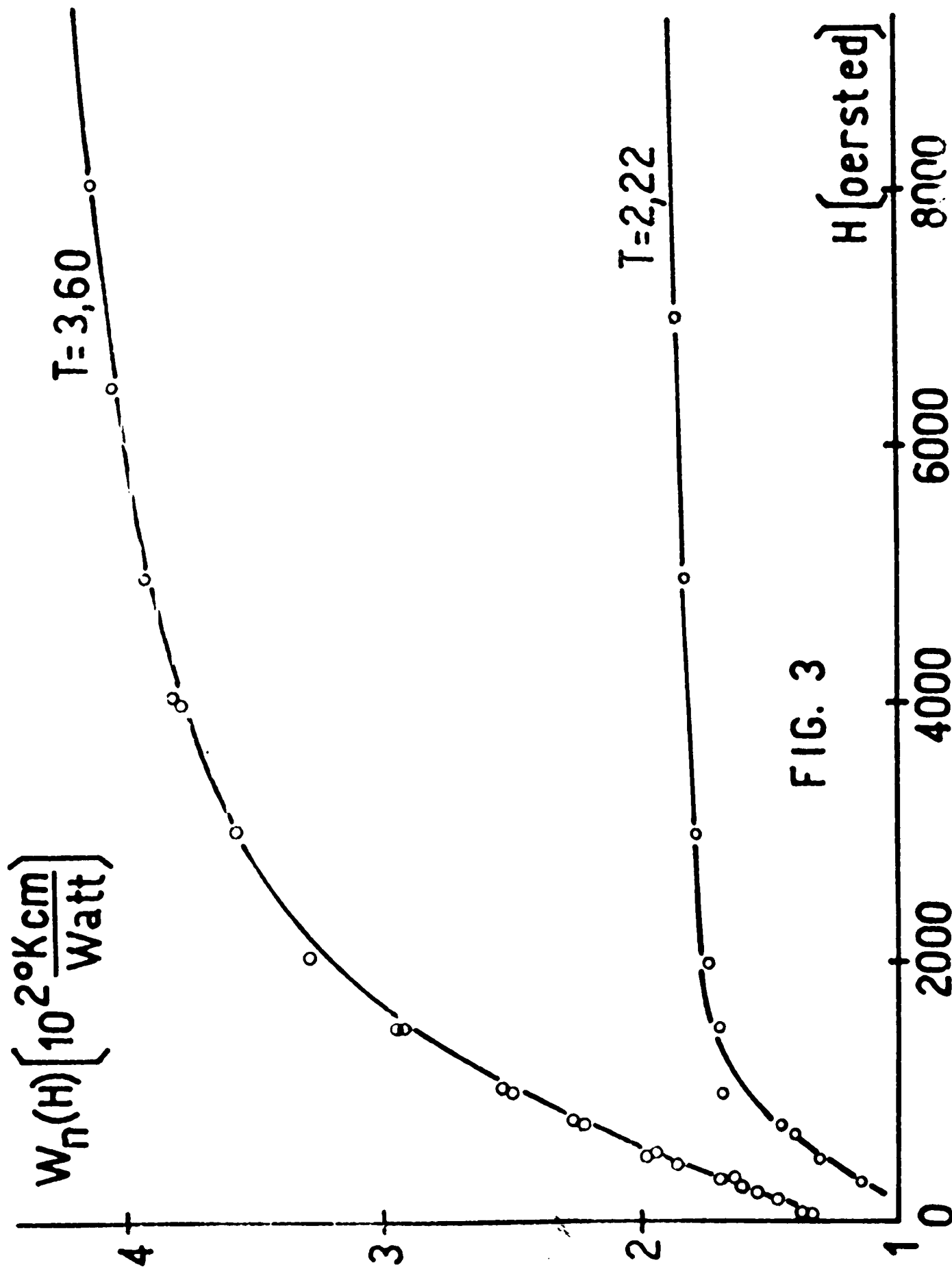


FIG. 3

donde  $W_n(H)$  y  $W_n(0)$  son las resistividades térmicas a campos  $H$  y cero respectivamente,  $G$  es una función característica del material y  $T$  la temperatura absoluta a la cual se realizan las mediciones <sup>19)</sup>. Las mediciones de  $W_n$  como función de  $T$  pueden verse en figura 4.

Los valores de  $W_n(T)$  obtenidos en base a esta extrapolación satisfacen dentro del error experimental la relación

$$W_n(T) T = \alpha + \beta T^3 \quad (1)$$

donde  $\alpha = 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ cm} \cdot \text{K}^2 \text{ watt}^{-1}$  y

$$\beta = 9.6 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \cdot \text{K}^{-1} \text{ watt}^{-1}$$

Un gráfico de  $W_n(T) T$  en función de  $T^3$  puede verse en figura 5.

Definiendo la cantidad

$$\lambda(T) = \frac{\beta T^3}{\alpha + \beta T^3} \quad (2)$$

que da la contribución relativa a la resistividad por el proceso de scattering por fonones, resulta para nuestro caso

$$\lambda(T_c) = 95\%$$

La figura 4 muestra también los resultados obtenidos para la resistividad térmica en el estado superconductor. Las mediciones en estado superconductor fueron realizadas siempre antes de haber puesto campo magnético sobre la muestra.

El error estimado que afecta las mediciones es del 3% y proviene principalmente del error en  $\Delta T$ .

##### 5) Comparación de resultados

En figura 6 podemos ver la representación del cociente

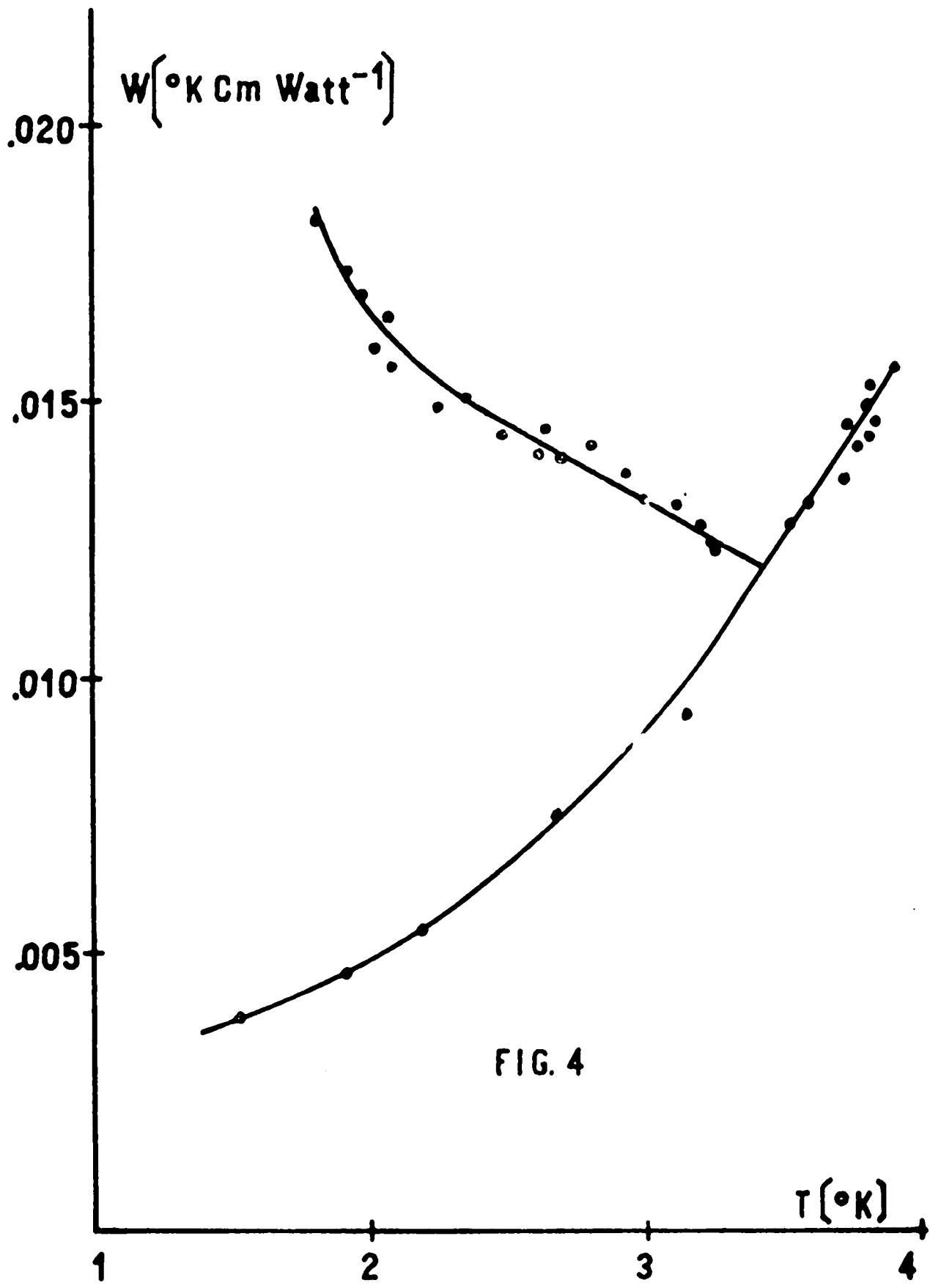


FIG. 4

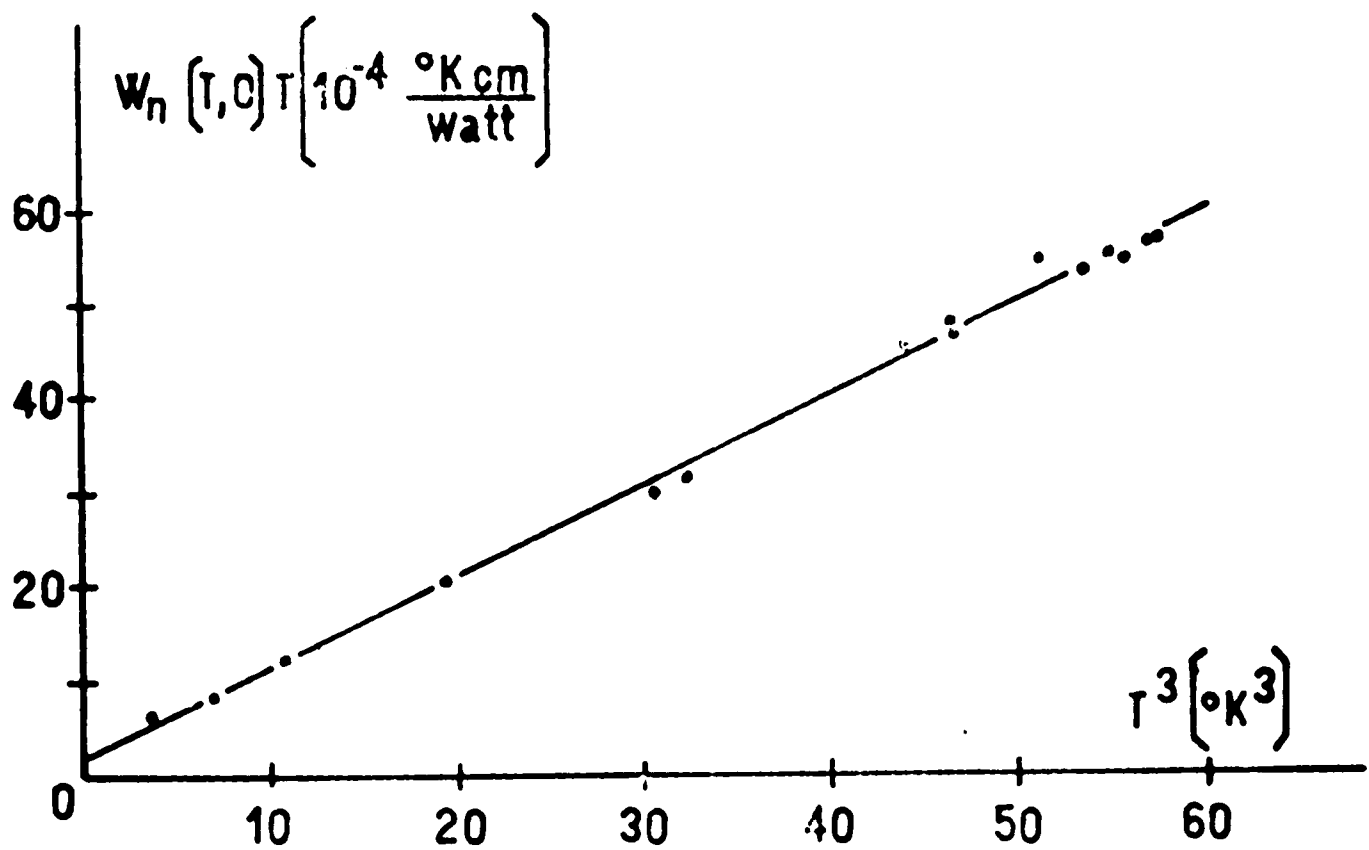


FIG. 5

$$W_n(T,0)T = \alpha + \beta T^3$$

$$\alpha = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ cm } ^\circ\text{K}^2 \text{ watt}^{-1}$$

$$\beta = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ cm } ^\circ\text{K}^1 \text{ watt}^{-1}$$

de resistividades  $\frac{W_n}{W_s}$  como función de la temperatura reducida  $\frac{T}{T_c}$ . En la misma figura hemos representado las curvas de Kadanoff y Martin <sup>5)</sup> para los casos  $a = 0$  y  $a = \infty$  y la curva obtenida para los superconductores anómalos mercurio <sup>1)</sup> 20) y plomo <sup>8)</sup> 20).

Utilizando una tabla similar a la dada por Guenault <sup>2)</sup> a la cual hemos agregado los datos obtenidos por Wyder <sup>13)</sup> en 1965 y los resultados del presente trabajo tenemos un buen resumen de los resultados experimentales en conductividad térmica del indio hasta la fecha (ver tabla 1).

Para realizar una comparación gráfica entre todos estos resultados representamos  $\frac{W_s}{W_n}$  en función de  $\lambda(t)$  para  $t = \frac{T}{T_c} = \text{cte}$ . Dado que según el trabajo de Hulm <sup>1)</sup> la resistividad en el estado superconductor es expresable como

$$W_s = \frac{\alpha}{Tf(t)} + \frac{\beta T^2}{g(t)}$$

haciendo el cociente  $\frac{W_s}{W_n}$  y usando la definición de  $\lambda$  dada en (2) tenemos

$$\frac{W_s}{W_n} = \frac{\lambda}{g} + \frac{1-\lambda}{f}$$

Esta expresión nos da, como puede verse en el trabajo de Guenault, una recta en función de  $\lambda$ . Los extremos de la recta para  $\lambda = 0$  y  $\lambda = 1$  nos dan  $\frac{1}{f}$  y  $\frac{1}{g}$  respectivamente.

La figura 7 muestra una representación de los resultados  $\frac{W_s}{W_n}$  en función de  $\lambda(t)$  para  $t = 0,8$ .

Esta representación está tomada del trabajo de Guenault <sup>2)</sup> y en ella hemos representado también nuestro resultado. Puede apreciarse el apartamiento que el punto para la muestra con

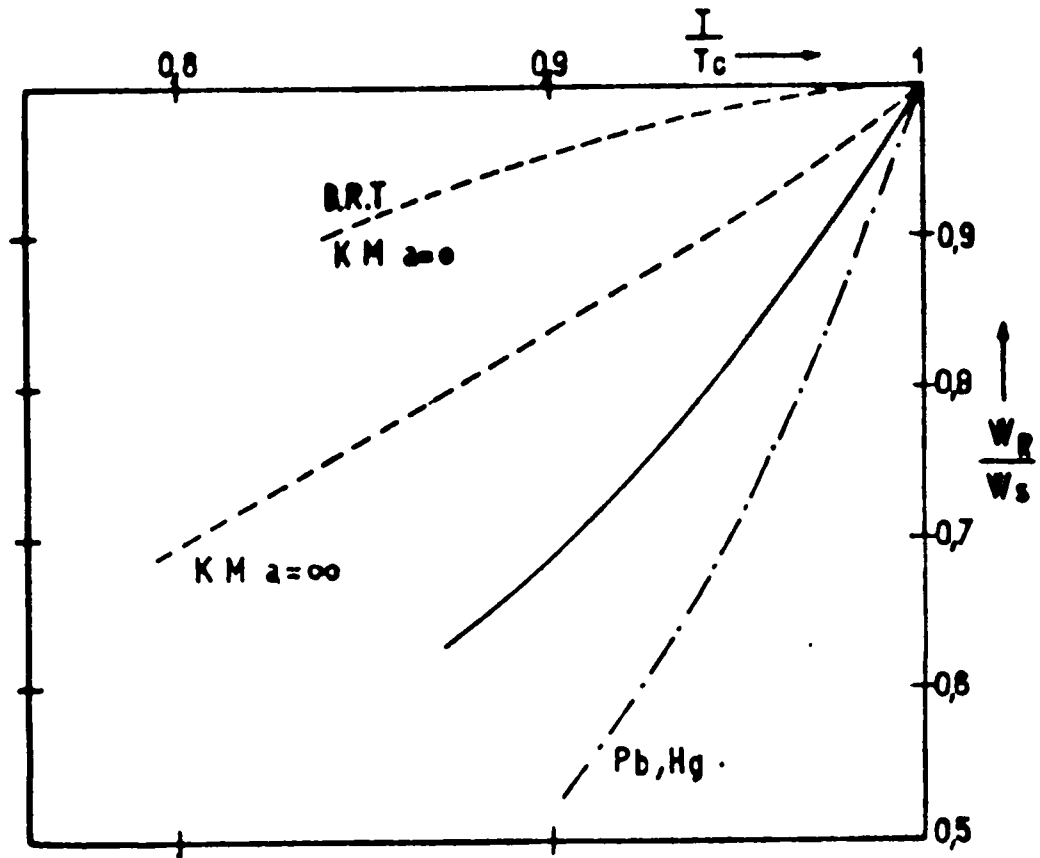


FIG. 6

- Mediciones en Indio  $\lambda(T_c) = 0,95$
- Curvas teóricas de Bardeen, Rickayzen y Teword y Kadanoff y Martin para  $a=0$  ( $\lambda=0$ )  
de Kadanoff y Martin para  $a=\infty$  ( $\lambda=1$ )
- ..... Mediciones en superconductores anómalos Pb y Hg

TABLA I

Muestra	#	R	G <sub>I4</sub>	G <sub>I3</sub>	G <sub>I1</sub>	J.I.	W	Este. trabajo
$\lambda(T_c)$	5	16	19	32	53	59	64	95
$10^4 \beta$	19	18	21.7	16.9	11.4	11.1	10	9.6
$\alpha$	1.30	—	0.563	0.141	0.035	0.034	0.022	0.0018
$\frac{293^\circ K}{300^\circ K}$	—	—	900	2.30	8.000	11.000	17.000	93.000

Referencias

H	: Hulm	Referencia	1
R	: Rosenberg	"	22
G	: Guenault	"	2
J.I.	: Jones and Toxen	"	10
W	: Wyder	"	18

91% de scattering por fonones a  $t = 0,8$  da respecto a la recta que ajusta bien los valores para las muestras de Guenault<sup>2)</sup> y Toxen y Jones<sup>10)</sup> con  $\lambda$  entre 0 y 40%.

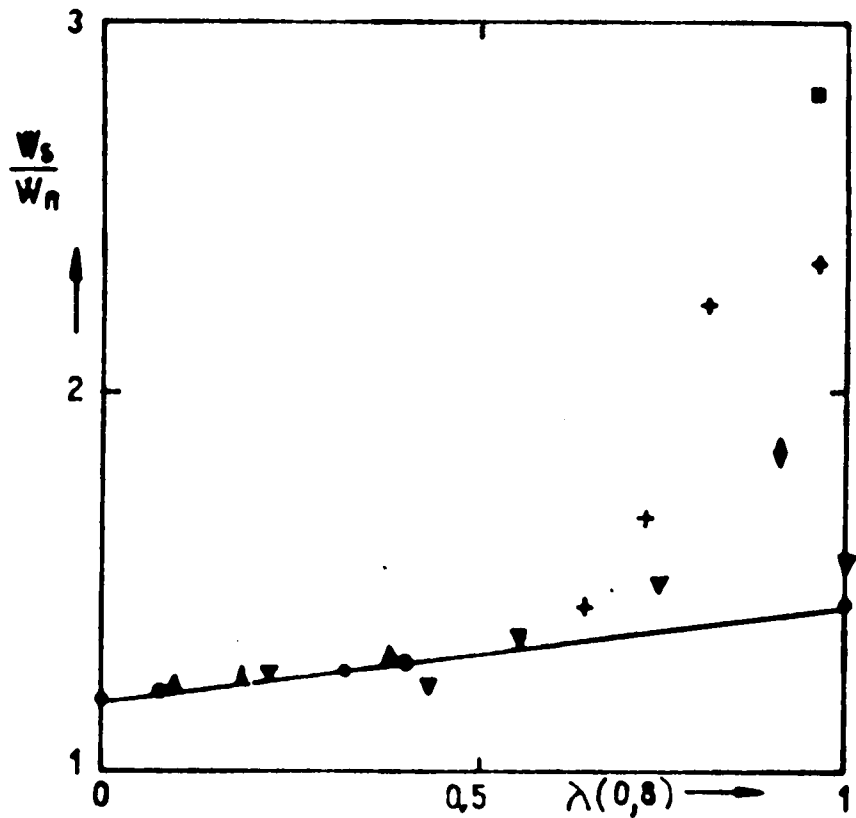
También hemos representado en la figura 7 los puntos correspondientes a las curvas de Kadanoff y Martin<sup>5)</sup> para  $a = 0$ ,  $a = 1$ ,  $a = \infty$  reduciéndolos a los  $\lambda$  correspondientes para  $\frac{T}{T_c} = 0,8$ .

La búsqueda de mediciones realizadas en otros superconductores nos permitió hallar los resultados de Zavaritskii<sup>21)</sup> para talio y también estudiar en detalle las mediciones realizadas en los superconductores así llamados anómalos, plomo y mercurio. Lo encontrado fué representado en la misma figura 7 pareciéndonos que ofrece un buen método de comparación para el comportamiento de distintas muestras.

Los resultados de Zavaritskii en talio fueron obtenidos en monocristales por lo cual no podríamos estrictamente hablando compararlos con resultados en policristales. Sin embargo nos ha parecido interesante citarlos por lo que pudieran contribuir a esclarecer nuestro resultado respecto a las predicciones de la teoría.

En su trabajo Zavaritskii expresa que las muestras con alta concentración de impurezas dan buen acuerdo con las predicciones de la teoría; en los casos de mayor pureza el comportamiento del cociente  $\frac{W_n}{W_s}$  en función de  $\frac{T}{T_c}$  para la zona cercana a  $T_c$  es completamente distinto.

Utilizando los datos obtenidos para las cuatro muestras de mayor pureza Zavaritskii extrapola y obtiene (en una forma que no está explicada en su trabajo) la curva para el caso  $\lambda = 1$ . En nuestra figura nos hemos permitido representar los puntos de  $\frac{W_s}{W_n}$  para  $t = 0,8$  para las cuatro muestras de talio y el pun



Teoria	•	Kadanoff y Martin <sup>6]</sup>
India	▲	Guenault <sup>2]</sup>
	●	Jones y Toxen <sup>10]</sup>
	◊	este trabajo
Talio	▼	Zavaritskii <sup>21]</sup>
Mercurio	+	Hulm <sup>1]</sup>
Plomo	◻	de Hass y Rademakers <sup>8]</sup>

Fig. 7

$\frac{W_s}{W_n}$  = en función de  $\lambda(t)$  para  $t = \frac{T}{T_c} = 0,8$

to obtenido de la curva extrapolada de Zavaritskii. De las cuatro muestras solamente tres están orientadas en la misma dirección y a ello atribuimos nosotros el apartamiento del valor correspondiente a muestra 2. Todos los datos utilizados y los cálculos correspondientes se hallan consignados en el Apéndice I. Lo que queremos destacar es que en el talio ya para el caso 75% de fonones se nota un apartamiento con respecto a la recta de Kadanoff y Martin.

Similarmente hemos analizado los datos para mercurio dados por Hulm <sup>1)</sup> para muestras de distinta pureza. Elaborando estos datos (ver Apéndice II) obtuvimos los puntos representados en nuestra figura 7 en los cuales se nota un acercamiento hacia los valores previstos por la teoría a medida que la proporción de scattering por fonones disminuye.

No hemos encontrado por ahora otros datos en materiales de alta pureza pero si creemos interesante realizar en el futuro un estudio del comportamiento del indio variando la proporción de fonones entre valores del  $\lambda = 50\%$  hasta nuestro valor.

### 5) Discusión de los resultados.

De acuerdo con Geilikman y Kresin <sup>11)</sup> la teoría desarrollada para superconductores con acoplamiento débil puede ser extendida a superconductores anómalos mediante el uso de un valor corregido del gap. Dado que el gap es expresable como

$$\frac{\Delta}{k T} \Big|_{T \rightarrow T_c} = \alpha \left( 1 - \frac{T}{T_c} \right)^{1/2}$$

y en el modelo de BCS  $\alpha \sim 3,06$  para  $T \sim T_c$ , estos autores di

cen que la corrección que es necesario introducir en  $\alpha$  para cada caso es del orden de  $(\frac{\pi T_c}{\Theta})^2$ , lo cual daría la posibilidad de calcular en particular para cada material las curvas correspondientes.

Teniendo en cuenta que estos autores afirman que la misma corrección es válida en el límite de scattering predominante por impurezas y que la teoría así corregida da cuenta del decrecimiento más pronunciado de  $K_e$  con la temperatura que se observa experimentalmente hicimos una revisión en las expresiones para ver como funcionan con este tipo de corrección,

Resumiendo lo que se encuentra en la literatura tenemos:

1 - Caso de scattering predominante por impurezas. Los resultados de Kadanoff y Martin <sup>5)</sup> y de Geilikman <sup>5)</sup> coinciden en una expresión de la forma :

$$\left. \frac{K_s}{K_n} \right|_{imp} = \frac{1}{1,645} \left[ -2f(1+e^{-b}) + 2b \ln(1+e^{-b}) + \frac{b^2}{e^b + 1} \right]$$

donde  $b = \frac{\Delta}{kT} \Big|_{T \rightarrow T_c} \sim 3,06 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/2}$

$$f(1+e^{-b}) = f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(x-1)^k}{k^2} \quad (2 \geq x \geq 0)$$

función dilogaritmo (Referencia 23, pág.1004).

2 - Caso de scattering predominante por fonones. Los resultados de Kadanoff y Martin <sup>5)</sup> y de Geilikman y Kresin <sup>7)</sup> difieren en la forma analítica.

a) Según Kadanoff y Martin

$$\left. \frac{K_s}{K_n} \right|_{ph} = \frac{6}{\pi^2} \left[ b^2 \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^{s+1} K_2(bs) \right]$$

b) Según Geilikman y Kresin

$$\frac{K_s}{K_n} \Big|_{ph} = \frac{36}{\pi^4} \frac{\Phi(T_c)}{\Phi(T)} \left[ b^2 \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^{s+1} K_2(bs) \right]^2$$

donde para  $T \rightarrow T_c$  la función  $\Phi(T)$  es expresable como :

$$\begin{aligned} \Phi(T) &= 96 \zeta(4) \ln(1+e^{-b}) + \\ &+ \sum_{s=1}^{\infty} s^{-5} e^{-2bs} (80 b^4 s^4 + 150 b^3 s^3 + 240 b^2 s^2 + 240 bs + 120) - \\ &- \ln(e^b + 1) \sum_{s=1}^{\infty} s^{-4} e^{-2bs} (54 b^3 s^3 + 96 b^2 s^2 + 96 bs + 48) \end{aligned}$$

donde  $\zeta(x)$  es la función zeta de Riemann,

$$\left[ b^2 \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^{s+1} K_2(bs) \right] = \left[ \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^{s+1}}{s^2} x^2 K_2(x) \right] \text{ con } x = bs$$

$K_2(x)$  es la función de Bessel modificada. Los valores  $x^2 K_2(x)$  se hallan tabulados en referencia 23 pág.417.

Como primera medida introdujimos los valores del gap tabulados por Mühlischlegel <sup>24)</sup> para calcular con las expresiones de K.M. y obtuvimos los valores siguientes

T A B L A II			
t	b	$K_0/K_n \Big _{imp}$	$K_s/K_n \Big _{ph}$
0,93	0,4233	0,99	0,97
0,93	0,5260	0,986	0,932
0,94	0,7765	0,98	0,907
0,90	1,03	0,95	0,85

donde  $b = 1,76 \frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \frac{T_c}{T}$  con  $\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)}$  dado por referencia 24.

Usando los mismos valores del gap calculamos con la fórmula de Geilikman y Kresin tomando los valores de  $\frac{\Phi(T_c)}{\Phi(T)}$  de la representación gráfica dada por Kresin (figura 8). Los valores obtenidos no nos dieron una curva del tipo fonones sino lo que se ve en tabla III, y lamentablemente tampoco fué posible obtener la curva como Geilikman y Kresin la muestran en su artículo <sup>7)</sup> utilizando la  $\Phi(T)$  en forma analítica como ellos la dan en su artículo. Suponemos que hay un error que no es obvio en las expresiones como aparecen en la publicación.

T A B L A III

$T/T_c$	$b$	$\Phi(T)/\Phi(T_c)$	$K_s/K_n \Big _{ph}$
0,98	0,4223	0,92	0,99
0,96	0,625	0,84	1,03
0,90	1,03	0,67	1,03

No obstante hicimos un intento de introducir el gap corregido según la sugerencia de Geilikman y Kresin <sup>11)</sup> en las expresiones de Kadanoff y Martin. Para obtener la curva experimental para plomo los autores dan un valor  $\alpha = 4$ . Calculamos entonces  $b$  en base a este valor de  $\alpha$  y obtuvimos lo que se tabula a continuación:

T A B L A IV

$T/T_c$	$b_{Pb}$	$K_s/K_n \Big _{imp}$	$K_s/K_n \Big _{ph}$
0,98	0,564	0,99	0,94
0,96	0,80	0,93	0,90
0,94	0,92	0,96	0,85

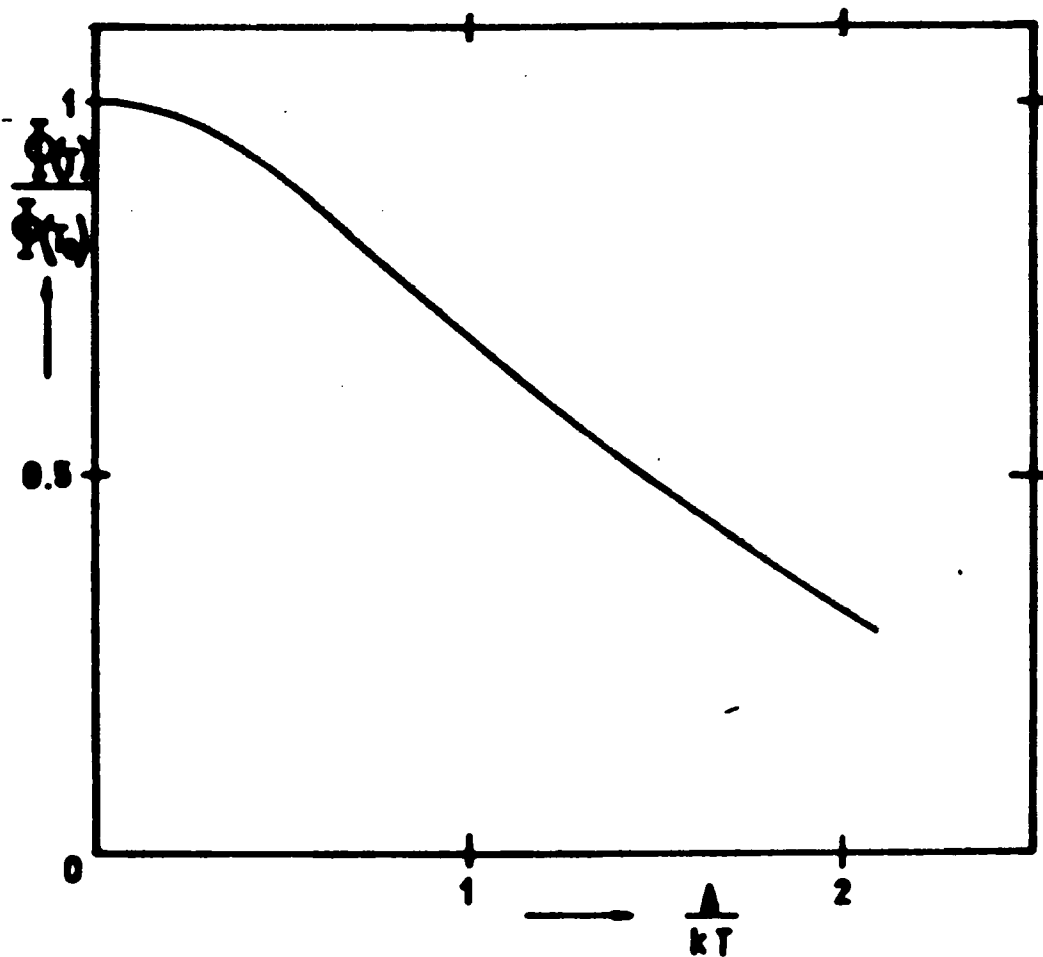


FIG 8

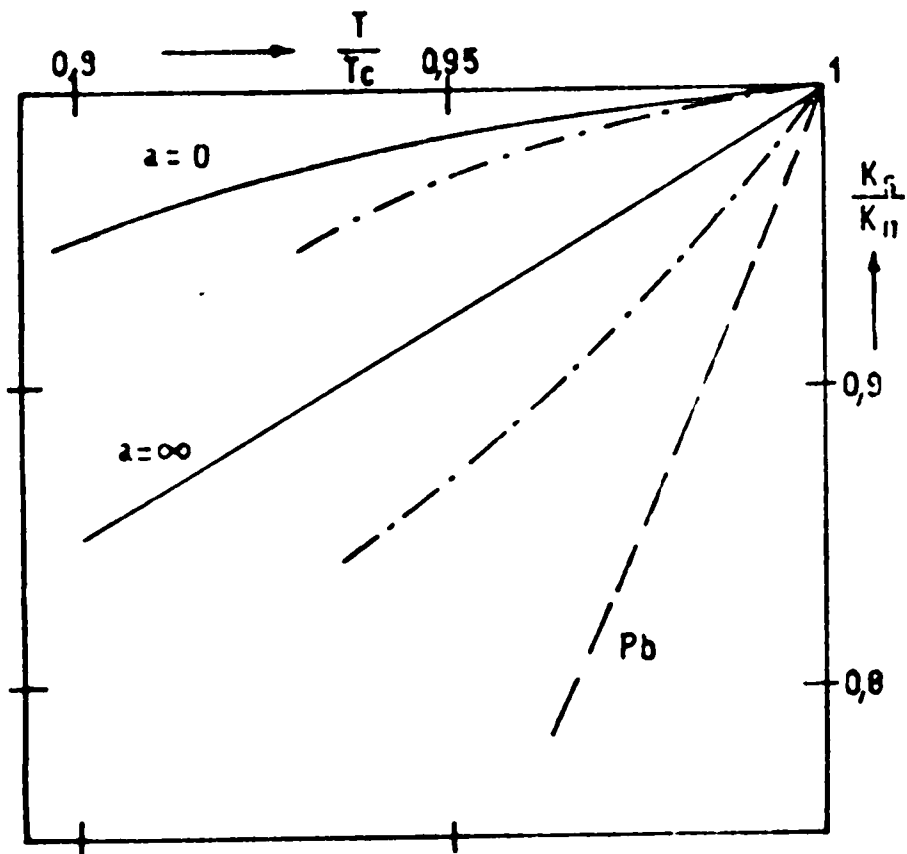
$\frac{\bar{\Phi}(t)}{\Phi(t_d)}$  en función de  $\frac{\Delta}{kT}$  según Kresin 25

Los resultados de tablas II y IV se han representando en fi gura 9.

Como se puede apreciar la introducción del gap modificado según Geilikman y Kresin modifica la posición de la curva de K.M. para el caso  $a = \infty$  pero no la lleva a coincidir con la curva experimental del plomo.

Para el caso de impurezas la introducción de  $Q = 4$  en el valor de  $b$  tiene un efecto pequeño sobre la curva de K.M. para  $a = 0$  en las cercanías de  $T_c$  y este efecto es en la di-  
rección prevista por Geilikman y Kresin<sup>11)</sup>

Creemos de interés tratar de atacar el problema desde el punto de vista que lo encararan Kresin y Geilikman por cuan-  
to si bien no ha sido posible realizar los cálculos en forma analítica por los motivos ya explicados, se ha encontrado una fuerte dependencia entre el apartamiento de los valores de  $\frac{K_n}{K_s}$  para  $\lambda = 1$  que se encuentran para talio, indio, mer-  
curio y plomo, y la relación de  $\frac{T_c}{\Theta}$  para los mismos materia-  
les. Esta dependencia se muestra en figura 10 en la cual hemos señalado el valor de  $\frac{W_s}{W_n}$  predicho por la teoría de K. M. Los valores para  $\lambda = 1$  los hemos obtenido en forma a-  
proximada a partir de la figura 7.



**FIG. 9**

———— Curvas de K.M con los valores de  $\frac{\Delta(T)}{RT}$   
 tabulados por Mühlsehlegel.  
 (ver tabla II)

----- Curvas de K.M con los valores de  
 $\frac{\Delta(T)}{RT} \sim 4 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/2}$  (ver tabla 4)

— — — Curvas experimental en Pb

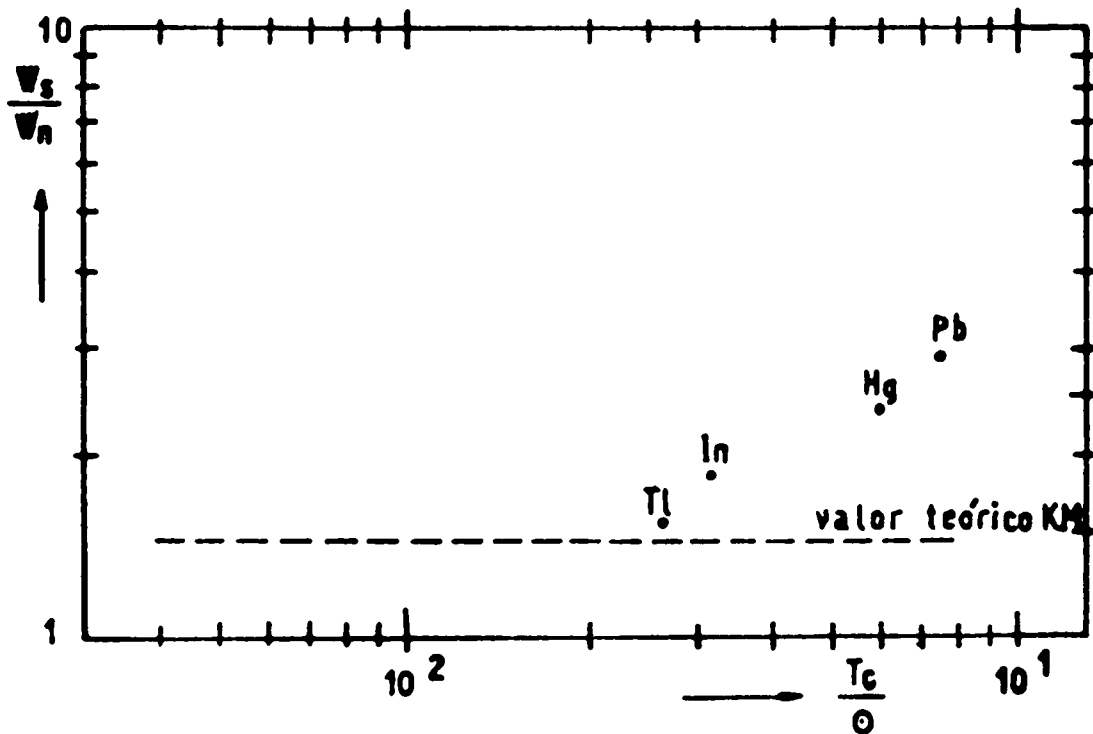


FIG. 10

$\frac{V_s}{V_n}$  en función de  $\frac{T_c}{\theta}$  para  $\lambda=1$

Tl Talio [Ravaritzkii 21])  $\left(\frac{T_c}{\theta}\right)_{Tl} \sim 0.024$

In Indio [este trabajo]  $\left(\frac{T_c}{\theta}\right)_{In} \sim 0.031$

Hg Mercurio [Hulm 1])  $\left(\frac{T_c}{\theta}\right)_{Hg} \sim 0.059$

Pb Plomo [de Haas y R. 8])  $\left(\frac{T_c}{\theta}\right)_{Pb} \sim 0.075$

A P E N D I C E I

Datos correspondientes a las muestras de talio medidas por Zavaritskii 21)

Orien- tación	D mm	$\rho_0 \cdot 10^{10}$	$T/K_n \cdot 10^2$ $T \rightarrow 0$ (1)	$10^4 \alpha_0$	$\frac{\rho_0}{L \alpha_0 T_c^3}$ (2)	$a(T_c)$ (3)	$\lambda(0,8)$ (4)	$\frac{K_n}{K_s} \cdot 0,8$	
Talio 7	30°	1,6	2,4	0,7	30	0,14-0,2	5,70	0,75	1,49
Talio 8	30°	0,9	4,5	1,8	35	0,22	2,57	0,55	1,35
Talio 1	30°	1,0	8,1	3,0	35	0,723	1,55	0,44	1,22
Talio 2	40°	1,3	6,5	3,0	35	0,57	1,55	0,44	1,22
Talio 3	20°	1,0	2,5	11,0	48	1,60	0,58	0,23	1,25
Talio 4	20°	1,1	50,0	20,0	56	2,70	0,37	0,15	1,16

D : diámetro de las muestras

(1):  $T/K_n$  dado por el autor  
 $T \rightarrow 0$

(2): Valores obtenidos usando en el cociente los valores de  $\rho_0$  y  $\alpha_0$  consignados en las columnas y para L el valor  $2,44 \times 10^{-8}$  ohm watt  $^\circ K^{-2}$

(3):  $a(T_c) = \frac{\alpha_0 T_c^3}{K_n T \rightarrow 0}$  da la proporción de scattering de electrones por fonones sobre el scattering de electrones por impurezas a  $T = T_c$

(4):  $\lambda(0,8) =$  proporción de scattering por fonones sobre la resistividad total para  $\frac{T}{T_c} = 0,2$

A F E N D I C E II

Datos correspondientes a las muestras de mercurio medidas por Hulm <sup>1)</sup>

Muestra	$\beta$ (1)	$\alpha \cdot 10^4$ (2)	$\alpha T_c^3$ (3)	$\lambda$ (1) (5)	$\alpha \frac{T^3}{T/T_c=0,8}$ (4)	$\lambda$ (0,8) (6)	$\frac{K_n}{K_s}$ $t=0,8$
Hg 2	0,05	240	2,59	0,98	1,177	0,95	2,35
Hg 3	0,32	255	2,76	0,90	1,41	0,21,5	2,24
Hg 4	1,1	-	4,70	0,81	3,00	0,73	1,57
Hg 5	3,4	-	8,41	0,71	5,30	0,55	1,43

(1) y (2) Datos dados por el autor

(3) y (4) valores obtenidos a partir de las curvas dadas por el autor para

$$\frac{T}{K_n} = f(T^3)$$

(5) y (6)  $\lambda(x)$  = proporción de scattering de electrones por fonones sobre la resistividad total para  $\frac{T}{T_c} = x$ .

## REFERENCIAS

- 1) Hulm, J.K. Proc.Roy.Soc. 204 , 92 (1950)
- 2) Guenault, A.M. Proc.Roy.Soc. 262 , 420 (1951)
- 3) Bardeen, J., Cooper, L.N. and Schrieffer, J.R., Phys.Rev. 102 , 1175 (1957)
- 4) Bardeen, J., Rickayzen, G. and Tewordt, L., Phys.Rev. 113, 928 (1959).
- 5) Geilikman, B.T., Soviet Phys. JETP 7 , 721 (1958).
- 6) Kadanoff, L.P. and Martin, F.C., Phys.Rev. 124 , 670 (1961)
- 7) Geilikman, B.T. and Kresin, V.Z., Soviet Phys.JETP 14 , 315 (1962)
- 8) de Haas, W.J. and Rademakers, A., Physica 7 , 992 (1940)
- 9) Rickayzen, G., Theory of superconductivity, Interscience monographs and texts in physics and astronomy, vol XIV (1965)
- 10) Jones, R.E. and Toxen, A.M., Phys.Rev. 120 , 1167 (1960)
- 11) Geilikman, B.T. and Kresin, V.Z., JETP Letters 5 , 220 (1967).
- 12) Los parámetros críticos del indio son  $T_c = 3,4 \text{ }^\circ\text{K}$   $H_c = 290$  oersted, según datos de B.W.Roberts, General Electric Report N°63-RL- 3252 M (1963)
- 13) Wright Air Development Division Technical Report 60 -55 Part IV N.B.S. Boulder, Colorado (U.S.A.) 1951.
- 14) Epibond 100 A, Furane Plastics Inc., 4516 Brazil St., Los Angeles 39, California, U.S.A.
- 15) Anderson, A.C., Salinger, G.L. and Wheatley, J.C., Rev. Sc.Inst. 32 , 1110 (1961).
- 16) Anaconda Copper Wire B & S N°30.

- 17) Strelkov, P.G. and Walker, B.J., Rev.Sc.Inst. 30 , 834, (1959).
- 18) Wyder, P., Phys.Kondens.Materie 3 , 263 (1965)
- 19) de la Cruz, F. Tesis (1968)
- 20) Watson, J.H.P. and Graham, G.M., Can.J.of Ph. 41 , 1738 (1963).
- 21) Zavaritskii, N.V. Soviet Ph.JETP 12 , 1093, (1961).
- 22) Rosenberg, H.M. Phil.Trans.A, 247, 441 (1955)
- 23) Handbook of Mathematical Functions N.B.S. Applied Mathematical Series 55. U.S.A.
- 24) Mühschlegel, B.Z. Phys. 155 , 313 (1959).
- 25) Kresin, V.Z. Soviet Ph,JETP 9 , 1385 (1959).

