

CONTROL OPTIMO DE REACTORES NUCLEARES^{+/}Ing. Roberto A. Haran[']Centro Atómico Bariloche['] - Instituto Balseiro^{'''}INTRODUCCION

El presente trabajo es una descripción de un sistema de estimación y control óptimo para reactores nucleares tipo piletta, con vista a ser implementado en el reactor RA-5 actualmente en construcción en el CAB.

A continuación se presentan las ecuaciones usadas y resultados obtenidos mediante simulación en la computadora IBM/360 del centro de cómputo del CAB.

SISTEMA OPTIMO DE ESTIMACIÓN Y CONTROL

Un esquema del sistema se puede apreciar en la figura N° 1. El trabajo se puede dividir en 3 partes:

- 1) Simulación del reactor
- 2) Estimación de variables del mismo
- 3) Control del proceso

A continuación se describen las mismas.

Para la simulación se usó la técnica de las variables de estado.

Se partió de las ecuaciones cinéticas puntuales de un reactor y de ecuaciones simples de termodinámica a fin de considerar el efecto del moderador.

Las ecuaciones utilizadas son (1 y 2)

$$\delta \dot{n} = \frac{\delta \rho - \beta}{\ell^*} \delta n + b_1 \delta n$$

$$\delta \dot{c}_i = -\lambda_i \delta c_i + \beta_i / \ell^* \delta n \quad i = 1, \dots, 6$$

$$\delta \rho = \delta \rho_a + \alpha_f \delta \bar{c}_f + \alpha_m \delta \bar{c}_m$$

^{+/} Auspiciado por el programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, Proyecto ARG/78/020

['] Investigador Independiente del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas

^{''} Comisión Nacional de Energía Atómica

^{'''} Universidad Nacional de Cuyo

$$\delta \bar{c}_f = h_f \delta \bar{c}_f - h_m \delta \bar{c}_m + b_1 \delta n$$

$$\delta \bar{c}_m = g_m \delta \bar{c}_m + g_f \delta \bar{c}_f + b_2 \delta n$$

en donde

$$\delta \bar{c}_m = \bar{c}_m - \bar{c}_{m0}$$

$$\bar{c}_f = T_f \cdot T_p$$

$$\delta \bar{c}_f = \bar{c}_f - \bar{c}_{f0}$$

$$\bar{c}_m = T_m - T_p$$

Se eligieron como variables de estado δn , δc_f , $\delta \bar{c}_m$ y $\delta \bar{c}_f$ como variable de control δp_a

Se supuso que se medía la potencia (n) y la temperatura de salida del moderador $\bar{c}_0 (T_0 - T_p)$

Para esta podemos tomar

$$\bar{c}_0 = Cte \bar{c}_m$$

en nuestro caso $Cte = 1,1$ (depende de cada tipo de reactor).

Como resulta un sistema no-lineal se decidió en una primera etapa linealizar el mismo, en consecuencia usar como estimador un filtro de Kalman autoadaptivo y en una segunda etapa (cuando se cuenten con valores más exactos de las ecuaciones) utilizar el sistema no lineal y usar en cambio un filtro de Kalman extendido.

El sistema resultante es:

$$\dot{\underline{x}}(t) = F \underline{x}(t) + G \underline{u}(t) + GQW(t)$$

$$\underline{w}(t) \approx N/Q, Q(t)$$

$$\underline{y}(t) = H \underline{x}(t) + V(t)$$

$$\underline{v}(t) \approx N/Q, R(t)$$

Como este programa se hace a fin de que trabaje en una computadora "on Line" se decidió trabajar con todo el sistema en forma discreta.

Por lo cual, se discretizó el sistema obteniéndose el siguiente sistema.

$$\underline{x}_{k+1} = \phi_k \underline{x}_k + D_k \underline{u}_k + \Gamma_k w_k$$

$$\underline{y}_k = H \underline{x}_k + v_k$$

en donde :

$$\phi_k \approx I + F(t_k) \Delta t$$

$$D_k \approx G(t_k) \Delta t$$

$$\Gamma_k \approx GQ(t_k) \Delta t$$

$$R_k \approx R(t_k) / \Delta t$$

$$Q_k \approx Q(t_k) / \Delta t$$

ESTIMADOR DE LAS VARIABLES DE ESTADO

Para la realización de este estimador se usó un filtro de Kalman autoadaptivo, como el que se encuentra descrito en la ref. (3).

Las ecuaciones del mismo son:

$$\hat{\underline{x}}_{k+1/k} = \phi \hat{\underline{x}}_{k/k} + D \underline{u}_k + K_{k/k-1} \underline{y}_k$$

$$\underline{y}_{k/k-1} = H \hat{\underline{x}}_{k/k-1}$$

en donde

$$\underline{y}_k = \underline{y}_k - H \hat{\underline{x}}_{k/k-1} = H \underline{e}_k + \underline{v}_k$$

El error de la variación es

$$B_k = E \{ \underline{y}_k \underline{y}_k^T \} = H P_{k/k-1} H^T + R$$

la covarianza del error de la estimación es

$$P_{k+1/k} = \phi P_{k/k} \phi^T + \Gamma Q \Gamma^T$$

$$P_{k/k} = (P_{k/k-1}^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1}$$

La ganancia del filtro (K)

$$K_{k/k-1} = \phi K_{k/k}$$

$$K_{k/k} = P_{k/k} H^T R^{-1}$$

Además se implementó un algoritmo de identificación de la matriz de covarianza R como se describe en (4)

CONTROL ÓPTIMO

Se utiliza un controlador óptimo que responde a la siguiente ecuación:

$$\underline{u}_k(t) = -C_k(t) \hat{\underline{x}}_k(t)$$

utilizando un sistema de ecuaciones que corresponden al regulador óptimo discreto con criterio cuadrático de minimización.

de la referencia (5) se obtiene:

Criterio de optimización

$$J = x_N^T T x_N + \sum_{k=0}^N [x_k^T Q_k^* x_k + u_k^T R_k^* u_k + 2 u_k^T S_k x_k]$$

Matriz de ganancia de la ley de control

$$C_k = [R_k^* + D_k^T P_{k+1}^* D_k]^{-1} [D_k^T P_{k+1}^* \phi(k+1, k) + S_k^*]$$

La matriz P_{k+1}^* se calculó directamente usando el método propuesto en ref (6) que da la solución de la matriz diferencial de Riccati P_k^* para el caso estacionario y consiste en transformar las ecuaciones diferenciales no lineales en $2n$ ecuaciones diferenciales lineales. Obtenemos

$$H = \begin{bmatrix} \phi^{-1} & \phi^{-1} D R^{*-1} D^T \\ Q^* \phi^{-1} & \phi^T + Q^* \phi^{-1} D R^{*-1} D^T \end{bmatrix}$$

Los autovalores de esta matriz tienen la propiedad que

λ_1^0 se encuentra fuera del círculo unitario
 λ_i^{-1} " " dentro " " "

Tomamos los autovalores que están fuera del círculo de radio unidad y construimos la matriz

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_n \end{bmatrix}$$

y con los correspondientes autovectores obtenemos

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{bmatrix}$$

se cumple que

$$W^{-1} H W = \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda^{-1} \end{bmatrix}$$

y que

$$P_{kest}^* = W_{21} \cdot W_{11}^{-1}$$

Se deben cumplir las siguientes condiciones:

- 1) $Q_k^* \geq 0$, $T_k^* \geq 0$
- 2) $R_k^* \geq 0$
- 3) $[\phi, D_k]$ controlable
- 4) $[\phi, D_k Q_k]$ observable

donde

$$Q_k^* = D Q_k D^T$$

Resultados:

* Todas estas ecuaciones se implementaron satisfaciendo los programas de cómputo correspondientes.

Se tomaron diferentes valores de obteniéndose distintos resultados.

Se comprobó que el método da resultados aceptables.

Algunos de los resultados se presentan a continuación

MATRIX - R	2- ZEILEN	2 - SPALTEN
0.30000E-06	0.0	
0.0	0.10000E-02	
MATRIX - RM	2- ZEILEN	2 - SPALTEN
400.00	0.0	
0.0	0.10000E-03	
MATRIX - Q	3- ZEILEN	3 - SPALTEN
0.10000E-05	0.0	0.0
0.0	0.20000E-03	0.0
0.0	0.0	0.20000E-03
MATRIX - QM	3- ZEILEN	3 - SPALTEN
0.10000E-05	0.0	0.0
0.0	0.20000E-03	0.0
0.0	0.0	0.20000E-03
MATRIX - XJ	9- ZEILEN	1 - SPALTEN
0.0		
0.0		
0.0		
0.0		
0.0		
0.0		
0.0		
0.0		
MATRIX - UMOO	1- ZEILEN	1 - SPALTEN
10.000		
MATRIX - RR	1- ZEILEN	1 - SPALTEN
10.000		

MATRIX - KI	9-
0.47155E-04	53.926
0.48250E-06	1.6605
0.27078E-05	9.3103
0.23950E-05	8.1238
0.52112E-05	17.187
0.16588E-05	4.7912
0.32504E-06	0.76093
0.16341E-06	0.50661
0.18164E-05	5.1461

MATRIX - CK
1872.7
-0.64644
4.3629
-9.4599
-6.2306
-33.133
-70.804
0.23534E-06
26620.

MATRIX -
3.2.44
0.5.325

0.0035
0.24300-

OMATRIX - R	300.00	0.0	2- ZEILEN	2 - SPALTEN
0.0		0.10000E-02		
OMATRIX - RM	400.00	0.0	2- ZEILEN	2- SPALTEN
0.0		0.10000E-03		
OMATRIX - Q	0.10000E-05	0.0	3- ZEILEN	3 - SPALTEN
0.0		0.20000E-03		
0.0		0.20000E-03		
OMATRIX - QM	0.10000E-05	0.0	3- ZEILEN	3 - SPALTEN
0.0		0.20000E-03		
0.0		0.20000E-03		
OMATRIX - XJ	0.0	0.0	9- ZEILEN	1- SPALTEN
0.0				
0.0				
0.0				
0.0				
0.0				
0.0				
0.0				
OMATRIX - RR	10.000		1- ZEILEN	1 - SPALTEN
OMATRIX - QY	15.000	0.0	2- ZEILEN	2 - SPALTEN
0.0		10.000		

OMATRIX - KI	9-
0.43697E-01	51.423
0.46031E-03	1.6359
0.25823E-02	9.1501
0.22847E-02	8.0007
0.49722E-02	16.922
0.15800E-02	4.7009
0.30867E-03	0.74396
0.15583E-03	0.49813
0.17305E-02	5.0518

OMATRIX - CK	1- ZEILEN	9 - SPALTEN
0.54122	-8.9095	3.1187 13.624

-15.712	1.3965	-0.86729E-01	238.83	28.537
---------	--------	--------------	--------	--------

DIAGRAMA DE BLOQUES

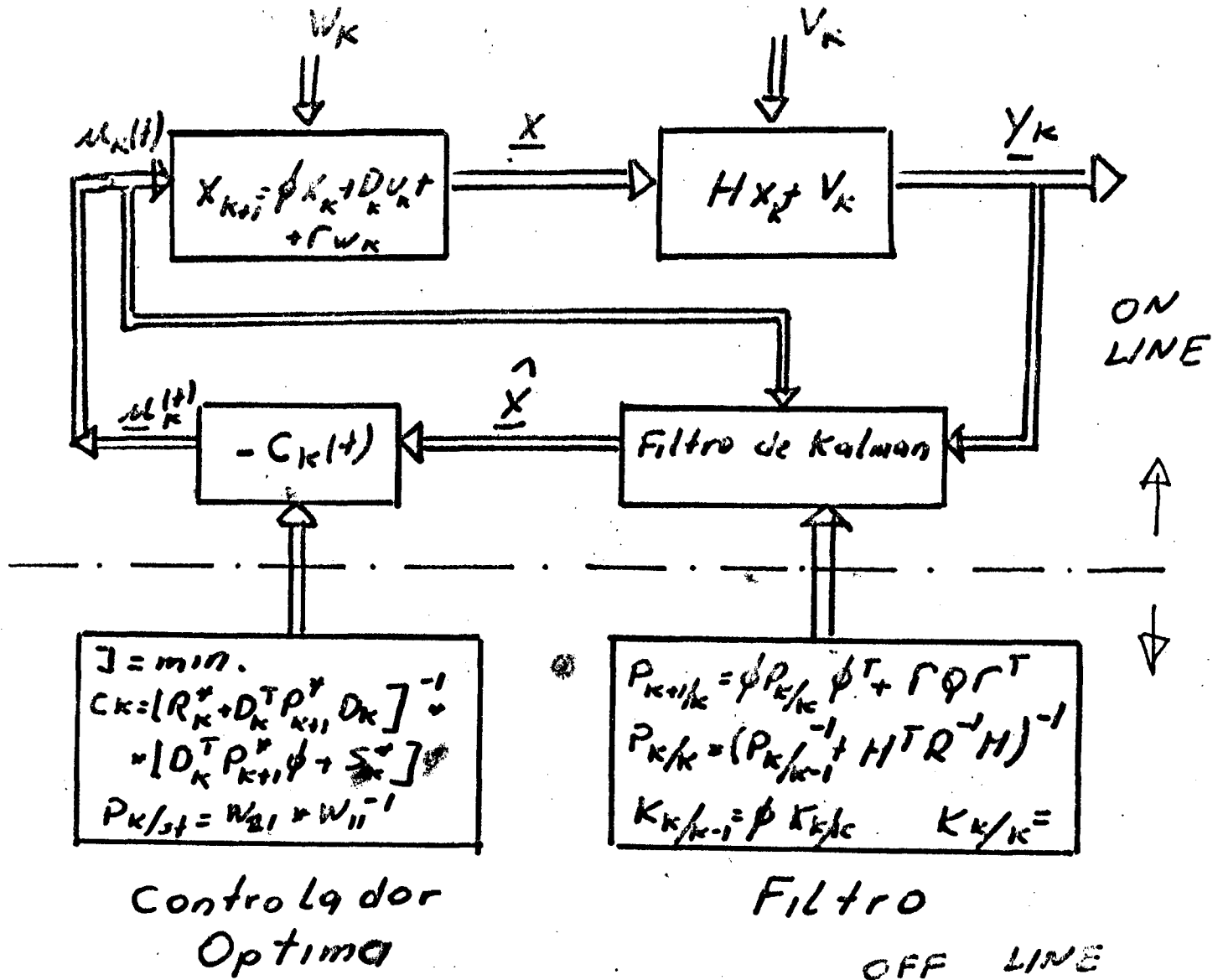


FIGURA N° 1.

NOMENCLATURA

- n : potencia media
 C_p : concentración precursor
 λ_p : velocidad media de decaimiento de precursores de tipo
 ℓ^* : tiempo de retardación de los neutrones
 ρ : reactividad
 ρ_c : reactividad de control
 α_f, α_m : coeficiente de la realimentación de la reactividad
 h_f, h_m, g_f : constantes de transferencia de la temperatura
 T_o : temperatura de entrada del moderador
 T_m : temperatura media del moderador
 T_f : temperatura media del combustible
 $\underline{x}(t)$: vector de las variables de estado $[N \times 1]$
 F : matriz del sistema $[N \times N]$
 G : matriz de entrada $[N \times V]$
 $u(t)$: vector de entrada (o de control) $[V \times 1]$
 GQ : matriz del ruido del sistema $[N \times W]$
 $W(t)$: ruido del sistema $[W \times 1]$
 $y(t)$: vector de medida $[Y \times 1]$
 H : matriz de medida $[Y \times N]$
 $v(t)$: vector del ruido de medición $[V \times 1]$
 $Q(t)$: matriz de covariancia del ruido del sistema
 $R(t)$: matriz de covariancia del ruido de la medición
 $\phi(t)$: matriz discreta del sistema
 $D(t)$: matriz discreta de entrada
 $G_k(t)$: matriz discreta del ruido del sistema
 $H(t)$: matriz discreta de medida
 $\hat{x}_k(t)$: valor estimado del vector de estado
 $\mathcal{O}_k$: grupo de observación
 K_k : matriz de Kalman

- P_k : matriz de covariancia del error del filtro
 Q_k : matriz de covariancia del ruido del sistema *discreto*
 R_k : matriz de covariancia del ruido de la medida *discreto*
 u_k : ley de control
 $\bar{u}_k(t)$: matriz de ganancia de la ley de control
 $\left. \begin{matrix} \bar{I}_k, Q_k^* \\ \bar{I}_k^*, S_k^* \\ \bar{K}_k, S_k \end{matrix} \right\}$ matrices de por la división
 P_k^* : solución de la matriz de Riccati para el controlador
 óptimo

REFERENCIAS

1. S.S. Godbole , Application of Kalman Filtering Technique to Nuclear Reactors, IEEE Nuclear Sciences, Feb. 1973
2. A. Poujol et al., Estimation de la Reactivité et du Terme source par la méthode du Filtre de Kalman Etendu - CEA N° 1747 - Services D'Electronique de Saclay- 1974
3. R.A. Haran , Implementation of an Adaptive Kalman Filter, IB 552-77/2 DFVLR, F.R.G
4. R.A. Haran , Control y Estimación Óptima de reactores nucleares utilizando un filtro de Kalman autoadaptivo - II AATE, 1979
5. CCG Kurs , Lineare Optimalle Regelung- DFVLR, F.R.G, 1975
6. D.R. Vaughan , A Nonrecursive Algebraic Solution for the Discrete Riccati Equation - IEEE Trans, on A. Control- Oct 1970