

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº	AÑO
1	1964

08.64.05

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
GERENCIA DE ENERGIA

DESCRIPCION DE PROCON

rama para el Cálculo de las Constantes de Difu
de sistemas con moderador líquido-

PROGRAMA DE REACTORES

DESCRIPCION DE PROCON

-Programa para el Cálculo de las Constantes de Difusión
de sistemas con moderador líquido-

Ingº. ROBERTO B. SOLANILLA

CNEA-Re-12 ---000---

1 9 6 4

I N T R O D U C I O N

PROCON es un programa escrito por M.T.Calandria en autocode para la computadora Mercury - Ferranti, que permite el análisis de reticulados con combustible en barras cilíndricas plenas o cajas con combustible en forma de placas (con o sin placa de control ubicadas en el plano de simetría de la caja), para cuando el moderador es agua liviana o pesada.

La teoría básica del método de cálculo está descrita en otras publicaciones ^(1;2) tratando este informe las modificaciones y extensiones efectuadas e incorporadas a PROCON que permitirán ampliar el rango de correlación y exactitud en el análisis de experimentos críticos y/o exponenciales y estudiar el comportamiento a largo término de la reactividad y variación de la composición isotópica del combustible, como así también aumentar la consistencia y comprensión en la descripción de la historia de un neutrón en medios multiplicativos finitos.

La primera parte se refiere a las modificaciones introducidas mientras en la segunda se hacen algunos comentarios sobre la utilización de PROCON.-

A) - METODO DE CALCULO

La descripción del método de cálculo se encuentra en varias publicaciones. Acá haremos mención de las características fundamentales.

Las ecuaciones de difusión para el modelo a cuatro grupos de difusión son:

$$\begin{aligned} D_1 \nabla^2 \phi_1 - (\Sigma_{a1} + \Sigma_{t1}) \phi_1 &= \frac{\chi_1}{\lambda} [\nabla \Sigma_{f1} \phi_1 + \nabla \Sigma_{f2} \phi_2 + \nabla \Sigma_{f3} \phi_3 + \nabla \Sigma_{fT} \phi_T] \\ D_2 \nabla^2 \phi_2 - (\Sigma_{a2} + \Sigma_{t2}) \phi_2 &= \left(\frac{\chi_2}{\lambda} \right) [\nabla \Sigma_{f1} \phi_1 + \nabla \Sigma_{f2} \phi_2 + \nabla \Sigma_{f3} \phi_3 + \nabla \Sigma_{fT} \phi_T] + \Sigma_{t1} \phi_1 \\ D_3 \nabla^2 \phi_3 - (\Sigma_{a3} + \Sigma_{t3}) \phi_3 &= \Sigma_{t2} \phi_2 \\ D_T \nabla^2 \phi_T - \Sigma_{aT} \phi_T &= \Sigma_{t3} \phi_3 \end{aligned}$$

Con

D: Coeficiente de difusión Σ_{a_i} Σ_{t_i} Σ_{f_i} Sección eficaz de absorción, transferencia y fisión, ϕ_i Flujo de neutrones, $i = 1, 2, 3$; T indica grupo rápido 1; 2 y 3 y grupo térmico, λ : autovalor que expresa el alejamiento del estado crítico ($\lambda \approx 1$).

Las constantes de difusión vienen expresadas por las secciones eficaces efectivas del esquema de Ombrellaro - Amster por:

$$\begin{aligned} D_i &= \left(\frac{3}{\Sigma_{t_i}} \right)^{-1} & i &= 1, 2, 3, T & i &= 1, 2, 3 & N_j &= \frac{0.6023 \times f}{A} \\ \Sigma_{a_i} &= \Sigma N_j \sigma_{a_j}^{(i)} & i &= T & & & N_j &= \frac{0.6023 \times f \times F_i}{A} \\ \Sigma_{t_i} &= \Sigma N_j \sigma_{t_j}^{(i)} & i &= 1, 2, T & & & F &= \text{factores de desventaja.} \\ \Sigma_{f_i} &= \Sigma N_j \sigma_{f_j}^{(i)} & i &= 1, 2 & & & & \\ \Sigma_{f_i} &= \Sigma N_j \sigma_{f_j}^{(i)} & i &= 1, 2, 3, T & & & & \end{aligned}$$

Para el grupo 3:

$$\Sigma_{a3} = \Sigma N_j \sigma_{a_j}^{(3)} + N_{238} \sigma_{a238}^{(3)}$$

$$\Sigma_{t3} = \Sigma N_j \sigma_{t_j}^{(3)} - \frac{\rho}{\beta} \Sigma_{a3}$$

$\sigma_{a238}^{(3)}$: sección eficaz efectiva del U 238 del G 3.
a: parámetro de distorsión espectral.

Reemplazando $D_1 \nabla^2 \phi_i$ por $-B^2 \phi_i$ y si B^2 es la laplaciana geométrica experimental del sistema crítico, la desviación respecto a la unidad en λ expresa el error por el método de cálculo y datos nucleares en predecir la condición crítica. En teoría a cuatro grupo λ viene dada por:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^4 (v \Sigma_f)_i \phi_i}{\bar{a}} \quad \bar{a} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^4 v \Sigma_f i \phi_i \quad \text{condición nor.} \\ \text{malización de flujo.}$$

Con

$$\phi_i = \frac{x_i + z t_{i-1} \phi_{i-1}}{D_1 B^2 + \epsilon t_i + \Sigma a_i}$$

No siempre será posible definir B^2 (geometría complejas o sistemas con varios medios multiplicativos y no-multiplicativos en forma alterna), en tal caso la resolución numérica de las ecuaciones A-1 con las dimensiones reales del sistema en estudio permitirá encontrar λ . El código Hassitt,⁽⁶⁾ escrito en binario para M.F., permite la solución de este tipo de problema, a costa de un tiempo de máquina apreciable y limitaciones en las dimensiones y números de los medios diferentes. Estas dificultades, juntamente con la poca simplicidad de la relación $\lambda = f(B^2)$ para sistemas con geometría simple, nos hace abandonar, para los casos usuales, el modelo a cuatro grupos y emplear el correspondiente a dos grupos que incluya las fisiones rápidas en el U-238 y epitérmicos en el U-235 (modelo a dos grupos modificado).

Indicando con el índice T y R el grupo térmico y rápido respectivamente las ecuaciones de difusión para dos grupos se escriben:

$$A3 \quad \begin{cases} D_T \nabla^2 \phi_T - \sum a_T \phi_T = \sum t \phi_R \\ D_R \nabla^2 \phi_R - (\sum a_R + \sum t) \phi_R = \frac{(\nabla \sum f)_R \phi_R}{\lambda} + \frac{(\nabla \sum f)_T \phi_T}{\lambda} \end{cases}$$

con:

$$A4 \quad \begin{cases} D_R = \frac{\sum D_i P_i}{\sum P_i} \\ \sum a_R = \frac{\sum a_i P_i}{\sum P_i} \\ \sum f_R = \frac{\sum f_i P_i}{\sum P_i} \\ \sum t = \frac{\sum t_i P_i}{\sum P_i} \end{cases}$$

y con los flujos medios $\bar{P}_i$ en cada grupo dados

$$A4 \text{ bis} \quad \begin{cases} \bar{P}_i = \phi_i \text{ si } 1 = \frac{1}{\lambda} \sum_{l=1}^4 (\nabla \sum f)_l \phi_l \\ \bar{P}_i = \frac{X_i + \sum t_i \bar{P}_i - \bar{P}_{i-1}}{D_i B_0^2 + \sum t_i + \sum e_i} \end{cases}$$

siendo B_0^2 la laplaciana de "prueba".

Reemplazando $D \nabla^2 \phi$ por $-B^2 \phi$ (B^2

laplaciana geométrica experimental).

$$A5 \quad \begin{aligned} \lambda &= \frac{k_1}{1 + L^2 B^2} + \frac{k_2}{(1 + L^2 B^2)(1 + L_s^2 B^2)} \\ k_1 &= \frac{(\nabla \sum f)_R}{\sum a_R + \sum t} = (\nabla f)_R (1 - P) \quad k_2 = \frac{(\nabla \sum f)_T + \sum t}{\sum a_T (\sum a_R + \sum t)} = (\nabla f)_T P \\ P &= \frac{\sum t}{\sum a_R + \sum t} \quad L^2 = \frac{D_T}{\sum a_T} \quad L_s^2 = \frac{D_R}{\sum a_R + \sum t} \end{aligned}$$

La búsqueda de las constantes de di-

fusiones hace por iteración: Se da una laplaciana de prueba, B_0^2 , se calcula $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$, luego las constantes rápidas que juntamente con las correspondien-

te al grupo térmico permiten definir una nueva laplaciana por la relación $\lambda = f(B^2) = 1$. Con esta nueva laplaciana se vuelve a calcular $\rho_{0.0}$ etc. El proceso de iteración se da por terminado si:

$$\left| \frac{B_t^2 - B_{t-1}^2}{B_{t-1}^2} \right| < \xi$$

En los casos usuales: $\xi = 10^{-6} \text{ cm}^{-2}$

Este modelo subestima en general λ (3)

no obstante las ventajas que presenta en el análisis de sistemas críticos justifica su empleo. Además el método de iteración que se sigue en la búsqueda de las constantes rápidas compensa el error del modelo a tres grupos rápidos con secciones eficaces efectivas independiente de la laplaciana.

Si en las ecuaciones se pone $\lambda = 1$ o $(\nabla \Sigma f)_{R=0}^{(x)}$ se obtienen las ecuaciones clásicas de la teoría a dos grupos para reactores grandes térmicos. En estos casos se podrá utilizar los códigos "RIFIFI" ⁽⁴⁾ o "CILINDRO" ⁽⁵⁾ para geometrías simples con varios medios distintos unidimensionales o para geometría cilíndrica bidimensionales respectivamente. (Es de interés emplear el código "Cilindro" cuando se desea evaluar también las economías de reflectores)

(x) -Despreciando solamente las fissiones no termal del U-235 y suponiendo que todas las absorciones del grupo rápidos son las correspondientes al U-238 se puede obtener también las mismas ecuaciones (ver A-3).-

Cuando no se desea la distribución de flujos correspondiente al primer modo (estado crítico) para geometrías simples y si la búsqueda del error (por el método o datos nucleares) en el análisis de sistemas críticos con geometría complejas o con varios medios diferentes y las distribuciones de flujo correspondientes, será necesario emplear el código Hassitt el cual también resuelve las ecuaciones A-3 con un tiempo de máquina aproximadamente mitad del correspondiente a las ecuaciones A-1 a igual número de mallas.

Utilizando el método de cálculo descripto aquí brevemente, en la referencia ⁽²⁾ se ha analizado un gran conjunto de sistemas críticos y exponenciales no derados a agua liviana que comprende combustible a bajo enriquecimiento y altamente enriquecido (en U-235), mostrando que la teoría predice con errores menores del 2% y en muchos de los casos menores que 1% en λ . (Aproximadamente, diferencia entre laplacianas calculadas y medidas menores del 20%). Es posible disminuir estos errores y extender el rango de correlación experimental mejorando el tratamiento de algunos de los parámetros e incorporando la nueva información de datos nucleares.

De esa forma se dispondrá de un método de cálculo que no solamente podrá predecir con menores errores y cubrir rangos de correlación más amplios sino también describirá con mayor consistencia el balance neutrónico.

En los párrafos siguientes describiremos las modificaciones incorporadas al PROCON, basados en la comparación con resultados experimentales y teorías más exactas descriptas, en su mayoría, por Dr. HICKS ^(7,8,9,10).

A-1) - LIBRERIA DE SECCIONES EFICACES EFECTIVAS.-

Las secciones eficaces térmicas de la (110) tabla de Amster fueron compiladas empleando datos nucleares del año 1957. Actualmente se dispone de una mejor información de secciones eficaces diferenciales del U-235 y Pu-239. ^{La} En forma que tendremos en cuenta ésta nueva información es renormalizar las secciones eficaces correspondiente a $v \approx 2200$ m/s. En la tabla A-1 se indican estos factores ⁽¹⁰⁾.

TABLA A-1

Sección eficaz ;	Factor de renormalización	
U-235: σ_a	1.006	—
U-235: σ_f	1.003	2.43
Pu-239: σ_a	1.002	—
Pu-239: σ_f	1.005	2.89

Este factor deberá multiplicar a las secciones eficaces de la tabla de Amster. Los polinomios de interpolación obtenidos de la tabla de Amster tienen la forma siguiente para el isótopo "i" y proceso "j":

$$P_{ij}(u,v) = A_{00}^{ij} + A_{01}^{ij} v + A_{02}^{ij} v^2 + u(A_{10}^{ij} + A_{11}^{ij} v + A_{12}^{ij} v^2) + u^2(A_{20}^{ij} + A_{21}^{ij} v + A_{22}^{ij} v^2) + u^3 + (A_{30}^{ij} + A_{31}^{ij} v + A_{32}^{ij} v^2)u^3 + u^4(A_{40}^{ij} + A_{41}^{ij} v + A_{42}^{ij} v^2)u^4$$

Estos polinomios son válidos para:

$$\begin{array}{llll} -2 \leq u \leq 2 & -1 \leq v \leq 1 & z=0 & T=293^\circ K \\ (0 \leq y \leq 0.02) & (0 \leq x \leq 4) & & \end{array}$$

Siendo:

x) Absorción en l/v por átomo de hidrógeno

y: Átomos de U-235 por átomo de hidrógeno

z: Átomo de Pu-239 por átomo de hidrógeno

T: Temperatura del moderador.

Los rangos indicados comprenden medios absorbentes con pequeña concentración de Pu-239 respecto a la concentración de H (menores que 0.0025): absorciones en l:v por átomo de hidrógeno menor que 4, es decir medios multiplicativos usuales o con concentraciones de B^{10} por átomo de H aproximadamente $\leq 0.5 \cdot 10^{-3}$ y temperatura normal. Para una temperatura distinta a 293°K PROCON supone válida la ley $(293/T)^{1/2}$. Estos polinomios no comprenden, por lo tanto, todos los valores compilados por Amster. La incorporación de todos ellos nos llevaría a un programa con tiempo de máquina mayor. Por otro lado, los problemas que presentan nuestro interés actualmente, están comprendidos en esos rangos. (Núcleos correspondientes a reactores de investigación de baja potencia y de producción despreciable de Pu239 • a reticulados de UO₂ y U metal de bajo enriquecimiento con pequeño envenenamiento con B¹⁰).

Los coeficientes de los polinomios $P_{ij}(u, v)$ generados a partir de las tablas de diferencias correspondientes y fórmula de Stirling, están compilados en la tabla A-II para varios isótopos:

T A B L A A-II- (A-II)

	U-235		H	UN	Pu-239	
	σ_f	σ_a	σ_{tr}		σ_f	σ_a
Δ_{00}	334,9	393,4	24,41	0,6128	763,3	1222,0
Δ_{01}	-20,35	-23,45	-1,360	-0,03305	13,1	34,5
Δ_{02}	2,25	2,55	0,150	0,00355	-1,0	-3,5
Δ_{10}	-33,53	-38,717	-2,2297	0,05427	17,908	50,25
Δ_{11}	7,42	8,60	0,4883	0,011962	-3,525	-10,4875
Δ_{12}	-1,235	-1,425	-0,8495	-0,0019925	0,442	1,6242
Δ_{20}	6,22	7,183	0,4071	0,00995	-2,9375	-8,7083
Δ_{21}	-2,17	-2,521	-0,1560	-0,003435	0,65415	2,6187
Δ_{22}	0,43	0,558	0,0435	0,0007935	0,12915	0,1188
Δ_{30}	1,466	1,683	0,09583	0,00233	0,4917	1,75
Δ_{31}	0,7748	0,87485	0,049165	0,001212	-0,1750	-0,7625
Δ_{32}	0,2165	-0,2498	-0,0125	0,000322	0,0083	0,09583
Δ_{40}	0,28333	0,3166	0,01792	0,00045	-0,0625	0,29167
Δ_{41}	-0,17914	-0,2042	-0,01166	-0,000289	0,045835	0,13125
Δ_{42}	0,06664	0,0667	0,004165	0,0000815	-0,020835	-0,13125

(8)

Continuación TABLA II^A (A-II)

Pu-240	Pu-241	Xe-135	Sm-149
σ_a	σ_f	$\sigma_a \times 10^{-3}$	$\sigma_a \times 10^{-1}$
115,7	779,1	1819	5593
- 2,60	-13,8	-135,2	-294,5
0,30	1,30	12,5	21,5
-4,3083	-24,333	-213,5834	-464,5
1,1791	4,4033	41,792	71,378
-0,2208	-0,7534	-6,4586	-8,9617
0,950	3,675	34,709	57,0
-0,3729	-1,325	-11,146	-16,1878
0,0896	0,3083	2,812	4,1462
0,2417	0,9167	-7,4166	-10,5
0,1208	0,4967	3,708	4,8717
-0,0291	-0,1466	-1,0414	-1,2883
0,0708	0,175	1,291	2,0
0,0271	0,125	0,854	1,0622
0,0104	0,0417	0,188	0,1038

(Estos coeficientes no incluyen los factores de renormalización).-

El cálculo de la absorción en I/v exige conocer el valor de la sección eficaz para $v=2200$ m/s. En la tabla A-III se las indican juntamente con otras secciones eficaces de interés para los isótopos que se presentan usualmente.

T A B R A -III-			
Isótopo	$\sigma_a(v=2200\text{m/s})$ -Barn	$\sigma_s(1/v)$ -Barn	$\sigma_{\text{resonante}}$ (grup.3)
H	0,332	-	20,73
O-16	0,0002	4,025	3,8
Zr	0,180	6,155	6,2
C	0,0032	4,534	0,0
Fe	2,53	10,87	11,4
Ni	4,6	17,30	17,5
Al	0,230	1,365	1,4
Cr	2,9	2,962	4,4
Cd	xx	6,959	0,0
Hf	xx	7,970	0,0
Mn55	13,2	2,272	0,0
In	xx	2,187	0,0
U-235	xx	9,972	0,0
U-236	6,0	9,972	0,0
U-238	2,75	9,972	0,0
Pu-239	xx	9,573	0,0
Pu-240	xx	9,573	0,0
Pu-241	1330	9,573	0,0
Sm 149	xx	-	-
Xe 135	xx	-	-
B-10	4010	3,733	-
D	0,00046	3,73	3,35
U-234	92,00	9,972	-
PF-1 (x)	44,05	0	-
PF-2 (xx)	53,74	0	-
Pu-242	30	10	-

(x) Ver "Envenenamiento por acumulación de productos de fisión".

(xx) Indica que no sigue la ley en $1/v$.

Las secciones eficaces efectivas para tres grupos rápidos fueron compiladas primeramente por Ombrellaro utilizando el Código MUFT I_I y librería de secciones diferenciales antiguas⁽¹²⁾ .-

Hay también una nueva recopilación de Om
brellaro utilizando el MUFTIV y una laplaciana $B^2=0,025$
 cm^{-2} y una librería no indicada explícitamente⁽¹³⁾. Ulti-
mamente Hicks ha recopilado secciones eficaces efectivas
para el modelo a tres grupos rápidos utilizando también
el código MUFTIV pero la librería de Henry usualmente
empleada⁽¹⁴⁾. Por esta razón y otras indicadas más adelan-
te adoptaremos la compilación HICKS que se indica en la
tabla A-IV.-

A-2) - CRITERIO BENOIST DE HOMOGENEIZACION DEL COEFICIENTE
DE DIFUSION EN SISTEMAS HETEROGENEOS.-

El coeficiente de difusión definido en
medios homogéneos viene dado como el tercio del libre
camino de transporte promedio correspondiente al grupo
en energía en consideración. La extensión inmediata pa-
ra medios heterogéneos nos conduce a la homogeneización
de las secciones eficaces de transporte:

$$(A-2-1) \quad \boxed{D = 1/(3 \sum \kappa_i)} \quad \boxed{\sum \kappa_i = \frac{\sum \kappa_i v_i \phi_i}{\sum v_i \phi_i}}$$

siendo

V_i : volúmen geométrico de la región "i".

$\sum \kappa_i$: Sección eficaz macroscópica de transporte ho-
mogeneizada a la región "i".

ϕ_i : Flujo medio de la región "i".

Esta fórmula será tanto más exacta cuan-
to más pequeñas sean las dimensiones características de
cada región respecto a su libre camino medio.

T A B L A ~~AI~~ (AIV)

σ_{tr}	σ_a	σ_t		σ_{tr}	σ_a	σ_t	σ_{eff}	σ_f
H { 1.5584 2.5803 6.3428	0.0 0.0002 0.0142	1.4492 2.2138 2.2454	U-235	{ 16.1340 10.0396 16.6438	1.2484 2.0913 40.0712	1.6905 0.0 0.0	3.1687 4.0601 -	1.1349 1.6371 -
O-16 { 1.7070 4.2327 4.0272	0.022 0.0 0.0	0.3198 0.0344 0.0478	U-238	{ 5.1635 8.8986 7.8876	0.4282 0.2694 30.4	1.9116 0.0 0.0	1.0601 0.0 0.0	0.3926 0.0 0.0
Z { 3.8040 7.7707 6.8108	0.0633 0.0214 0.0661	0.7070 0.0 0.0	Pu-239	{ 8.4607 12.6801 13.6547	3.4886 3.3323 -	1.8073 0.0 0.0	6.1832 5.4668 -	1.9499 1.8626 -
C { 1.7818 3.7959 4.6607	0.0001 0.0 0.0	0.3277 0.1200 0.0814	Pu-240	{ 4.5086 9.6254 0.0	0.1230 0.6328 -	1.7024 0.1933 0.0	0.0 0.0 0.0	0.0 0.0 0.0
Fe { 2.5277 3.5767 9.8934	0.0020 0.0 0.1095	0.5381 0.0128 0.0	Pu-241	{ 8.4604 12.6795 17.2521	3.4886 3.3323 -	1.8073 0.0 0.0	6.4806 5.7297 -	1.9496 1.8627 -
Ni { 2.7165 6.3992 17.880	0.0 0.0 0.2094	1.1154 0.1242 0.0	Th-232	{ 5.1984 10.7090 12.3120	0.1626 0.3407 0.9565	2.3098 0.0 0.0	0.2492 0.0 0.0	0.0956 0.0 0.0
Cr { 2.8857 5.7712 6.4764	0.0 0.0 0.1001	0.9494 0.1068 0.0	PFI	{ 0.4492 2.2919 170.086	0.4492 2.2919 170.086	0.0 0.0 0.0		

(11a)

Continuación
T A B L A (AIV) (A-IV)

	$\overline{Q}_h$	$\overline{Q}_a$	$\overline{Q}_t$				
A1-	$\left\{ \begin{array}{l} 2.0475 \\ 3.8727 \\ 1.6738 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.0092 \\ 0.0028 \\ 0.0167 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.3871 \\ 0.0483 \\ 0.0 \end{array} \right.$	PF2	$\left\{ \begin{array}{l} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.0 \\ 0.0 \\ 34.15 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{array} \right.$
D	$\left\{ \begin{array}{l} 1.6197 \\ 1.9355 \\ 2.0421 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 1.1143 \\ 0.5327 \\ 0.2716 \end{array} \right.$				
B-10	$\left\{ \begin{array}{l} 1.8517 \\ 3.5113 \\ 48.2431 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.2094 \\ 2.1045 \\ 156.2233 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.3161 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{array} \right.$				

--.-.-0000--.-.-

Para el caso extremo, el criterio de homogeneización basado en la media aritmética de los libres caminos medios será más exacto:

(4-2-2)

$$D = \frac{1}{3} \times \frac{\sum_i \phi_i v_i \lambda_i}{\sum_i v_i \phi_i} \quad \lambda_i = \frac{1}{\sum_i \kappa_i}$$

Cada criterio tendrá su rango de validez, sin embargo para reticulados heterogéneos, ambos serán erróneos, tanto más si éstos presentan anisotropia.⁽¹⁵⁾ (La anisotropia viene definida por la relación entre el coeficiente de difusión radial y axial).

Benois⁽¹⁵⁾, apoyándose en la teoría de transporte para neutrones monoenergéticos y a partir del cálculo de las fugas de neutrones fuera de un sistema absorbente-dispersante ha deducido la expresión siguiente para el coeficiente de difusión respecto a una dimensión genérica "k".

$$(4-2-3) \quad D_k = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sum_i v_i \phi_i \lambda_i [P_{ij}; k + \sum_j P_{ij}^{(0)}; k]}{\sum_i v_i \phi_i}$$

$$k = \begin{cases} = r & D = \frac{2D_r + D_z}{3} \\ = z & \\ = x & D = \frac{D_x + D_y + D_z}{3} \\ = y & \\ = z & \end{cases}$$

siendo:

P_{ij} : Probabilidad de que un neutrón nacido en "i" con una distribución uniforme, haga su próxima colisión en el medio "j".

$P_{i,j;k}$: Probabilidad P_{ij} orientada según la dirección "k".

P_{ij}^{L+1} : Probabilidad de que un neutrón nacido en "i" sufra su $L+1$ colisión en "j" comprendiéndose que existe una correlación angular entre el primer y el último libre camino medio, sin importar donde se efectuaron las colisiones intermedias.

λ_i : Libre camino medio total = $1/\sum_i \kappa_i$

El mismo autor ha encontrado un formulismo práctico para el cálculo de D_k , en un reticulado com puesto de tres medios cilíndricos concéntricos siendo el intermedio una cavidad, por medio de tablas y gráficos de doble entrada. No obstante su programación e incorporación a PROCON requeriría la utilización de registros de la máquina en forma excesiva, por otro lado, los problemas que por ahora presentan nuestro interés permiten algunas simplificaciones. En efecto, las dimensiones de los canales vacíos que presentan generalmente los reticulados moderados a agua liviana son insignifi-
cantes de tal forma que la anisotropía de esos reticula-
dos es despreciable. La independencia de D con la direc-
ción " k " permite despreciar los términos de correlación
angular de la fórmula (A-2-3) si los choques son isotró-
picos. Si los choques elásticos no son isotrópicos, una
primera aproximación bastante aceptable es omitir los
términos de correlación angular y reemplazar los libres
caminos medios totales por los libres caminos medios de
transporte ⁽¹⁵⁾.

$$\lambda_i = 1/\sum \lambda_i \quad \sum \lambda_i = \sum s_i (1 - \bar{\mu}_{0i})$$

Adoptando esas simplificaciones, el coe-
ficiente de difusión D viene dado, para el caso de dos
medios, por la expresión siguiente:

$$\begin{aligned} \text{A-2.4)} \quad D &= \left[\sum_{i,j} v_i \phi_i \lambda_j P_{ij} \right] / \sum_i \phi_i v_i = \\ &= \frac{v_1 \phi_1 \lambda_1 P_{11} + v_2 \phi_2 \lambda_1 P_{21} + v_1 \phi_1 \lambda_2 P_{12} + v_2 \phi_2 \lambda_2 P_{22}}{\phi_1 v_1 + \phi_2 v_2} \end{aligned}$$

A partir de ella pueden definirse los dos criterios de homogeneización extremos:

Si $P_{ij} = v_j \sum_i j / \sum_i (v_i \sum_i i)$ (mezcla homogénea) se encuentra fácilmente la fórmula (A-2-1).-

Si $P_{ij} = \delta_{ij} \begin{cases} = 0 & i \neq j \\ = 1 & i = j \end{cases}$ esto es: Probabilidad de que un neutrón que nació en el medio i y haga su próxima colisión en j : nula, es decir, los l.c.m. de transporte de los medios en cuestión mucho más pequeños que las dimensiones características de ellos. (Aproximación de difusión). Llevando

esa expresión de P_{ij} a A-2-4 se obtiene la fórmula (A-2-2). Es importante remarcar, como lo hace Benoist, que la aproximación de difusión conduce a la fórmula (A-2-2) solamente en el caso de que la correlación angular es nula.

Por lo visto anteriormente, los dos criterios de homogeneización dependen de la probabilidad P_{ij} . Esta verifica la relación de conservación:

$$\sum_i P_{ij} = 1$$

y el teorema de reciprocidad

$$v_i \lambda_j P_{ij} = v_j \lambda_i P_{ji}$$

Estas dos relaciones permiten expresar el coeficiente de difusión en función de una sola probabilidad:

$$A-2-5) \quad 3D = \lambda_2 \left[\frac{1 + \phi_2 v_1}{\phi_t v_t} \left(1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) - \frac{v_1 \phi_2}{v_t \phi_t} \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \right]$$

$$\phi_t v_t = \phi_1 v_1 + \phi_2 v_2$$

Suponiendo que el medio 2 tenga extensión infinita, P_{11} es la probabilidad de colisión para distribución uniforme definida por Case, Hoffmann y Placzek.

$$P_{11} = P_c = 1 - \frac{\bar{\rho}_1}{\rho_\infty} = 1 - \frac{\lambda_1}{\bar{r}_1} \int (1 - e^{-r/\lambda_1}) \phi(r) dr$$

siendo:

$\bar{\rho}_1$: densidad neutrónica promedia en el medio 1

ρ_∞ : densidad asintótica del medio 2

$\bar{r}$: Cuerda promedia = 4 volúmen/superficie =

$$\int_S r \phi(r) dr$$

$\phi(r) dr$ = Probabilidad que la cuerda tenga una longitud comprendida entre r y $r + dr$

Si $\bar{r}_1 \ll \lambda_1$

$$P_c \rightarrow \frac{1}{2} \frac{(\bar{r}_1^2)}{\lambda_1 \bar{r}_1} = \frac{\bar{r}_1}{\lambda_1} Q$$

siendo Q un factor geométrico (factor de Beherens)

Para un reticulado en donde el medio 2 no es suficientemente grande respecto al l.c.m. correspondiente, la expresión anterior de P_{11} deja de ser válida. Este es el caso de los reticulados a agua liviana como moderador; los cuales presentan un marcado efecto de interferencia, tanto más grande cuanto más pequeño es el paso del reticulado. Un tratamiento seguro aunque no exacto de este efecto es el de Bell⁽¹⁷⁾, aplicado usualmente a la estimación del efecto Dancoff de la integral de resonancia efectiva.

El método de Bell puede sintetizarse así:

Sean dos medios que forman parte de un sistema periódico, con una superficie extrema de corriente neta nula. La probabilidad de que un neutrón nacido uniformemente e isotrópicamente en el medio "i" sufra su próxima colisión en el mismo medio (eventualmente después de atravesar el otro medio), dependerá ahora de la probabilidad de colisión del medio en cuestión como si éste fuera aislado (P_c^i) y de la probabilidad de que un neutrón incidente en el medio "i" después de "n" pasadas por él ($n \geq 0$) haga una colisión en "i" antes de salir de él (G_i^n). Bell supone G_1 independiente de "n".

La probabilidad $1-P_{11}$: probabilidad de escape del medio 1 o fracción de neutrones que escapan del medio 1, viene expresada en este caso:

$$1-P_{11} = (1-P_c^1) G_2 + (1-P_c^1) (1-G_2) (1-G_1) G_2 + \dots + \\ + (1-P_c^1) (1-G_1)^S (1-G_2)^S G_2 + \dots$$

En efecto: $(1-P_c^1)G_2$ da la fracción de los neutrones que nacieron en 1 y sufren colisiones en 2, el segundo término expresa la interferencia; esto es: de los neutrones que nacieron en 1, $(1-P_c^1)(1-G_2)$ $(1-G_1)$ entran al medio 2 nuevamente y multiplicado por G_2 da aquellos que sufren colisiones en 2. Los otros términos se calculan por extensión.

La serie geométrica anterior puede ser puesta en esta forma:

$$1 - P_{11} = (1 - P_c^1) \frac{G_2}{1 - (1 - G_2)(1 - G_1)} = (1 - P_c^1) \frac{1 - \bar{r}_2}{1 - \bar{r}_2 \left[1 - \sum_1 \bar{r}_1 (1 - P_c^1) \right]}$$

siendo:

$$\bar{r}_2 : \text{probabilidad de transmisión del medio 2} \stackrel{(16)}{=} 1 - \sum_2 \bar{r}_2 (1 - P_c^2)$$

$$\bar{r}_1 : \text{probabilidad de transmisión del medio 1} = 1 - \sum_1 \bar{r}_1 (1 - P_c^1)$$

Adoptando la aproximación racional para P_c^1 y P_c^2 :

$$1 - P_c^1 = \frac{1}{1 + \sum_1 \bar{r}_1} = \bar{r}_1 ; (1 - P_c^2) = \frac{1}{1 + \sum_2 \bar{r}_2} = \bar{r}_2$$

Luego:

$$1 - P_{11} = \frac{1}{1 + \bar{r}_1 \sum_1} \quad \bar{r}_1 = \bar{r}_1 + \frac{V_1}{V_2 \sum_2}$$

De igual forma se puede encontrar:

$$1 - P_{22} = \frac{1}{1 + \sum_2 \bar{r}_2} \quad \bar{r}_2 = \bar{r}_2 + \frac{V_2}{V_1 \sum_1}$$

Es decir el tratamiento de Bell muestra que las probabilidades en reticulados tienen formas funcionales iguales a las correspondientes a medios aislados, siempre que se adopte la aproximación de Wigner y considere los medios "negros". Respecto a esta última condición, hay que recordar que la relación entre las probabilidades de colisión y las de transmisión es válida para cuerpos puramente absorbentes. Nuestra aproximación ya mencionada anteriormente, será reem

plazar la sección eficaz de absorción por la total de transporte.

Las probabilidades de colisión en reticulados según el tratamiento de Bell verifican las siguientes propiedades:

$$1) 1-P_{11} \rightarrow 1-P_c^{\text{II}} \text{ si } \Sigma_2 V_2 \rightarrow \infty$$

$$1-P_{22} \rightarrow 1-P_c^2 \text{ si } \Sigma_1 V_1 \rightarrow \infty$$

$$11) P_{11} \rightarrow 1-P_{22} = \frac{\Sigma_1 V_1}{\Sigma_1 V_1 + \Sigma_2 V_2} \text{ si } \left\{ \begin{array}{l} \Sigma_1 \bar{r}_1 \rightarrow 0 \\ \Sigma_2 \bar{r}_2 \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

$$\text{III) } (1-P_{11}) \Sigma_1 V_1 = (1-P_{22}) \Sigma_2 V_2$$

IV)

$$(1-P_{11}) \Sigma_1 \bar{r}_1 = (1-P_{22}) \Sigma_2 \bar{r}_2$$

$$(1-P_{22}) + P_{22} = 1$$

$$(1-P_{11}) + P_{11} = 1$$

La aproximación racional subestima la probabilidad de colisión para medios supuestos aislados (P_c). Para disminuir su error al menos para valores pequeños de $\bar{r}/\lambda$ es conveniente reemplazar $\bar{r}/\lambda$ por $Q \bar{r}/\lambda$ tomando Q los valores siguientes para la geometría cilíndrica y plana:

$$\text{Cilindro-} Q = 2/3$$

$$\text{Plana} \text{ --- } Q = 0.2307 + 0.25 \ln(2 \lambda / \bar{r})$$

El coeficiente de difusión D calculado con P_{11} dado por la fórmula de Bell:

$$P_{11} = \frac{Q \bar{r}_1 / \lambda_1 + V_1 \lambda_2 / (V_2 \lambda_1)}{Q \bar{r}_1 / \lambda_1 + V_1 \lambda_2 / (V_2 \lambda_1) + 1} \quad \lambda = \frac{1}{\Sigma \pi}$$

verifica los casos extremos (fórmulas A-2-1 y A-2-2) respectivamente). En efecto

$$\text{Si } \tau_1/\lambda_1 \rightarrow \infty \quad P_{11} \rightarrow 1 \quad \text{y}$$

$$3D = \frac{1}{\phi_t v_t} \left\{ \lambda_2 \phi_2 v_2 + \lambda_2 \phi_1 v_1 + \phi_2 v_1 \lambda_2 \left[\frac{\phi_1}{\phi_2} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - 1 \right) \right] \right\} =$$

$$= \frac{\lambda_1 \phi_1 v_1 + \lambda_2 \phi_2 v_2}{\phi_t v_t}$$

$$\text{Si } \tau_1/\lambda_1 \rightarrow 0 \quad P_{11} \rightarrow \frac{v_1 \lambda_2}{v_1 \lambda_2 + v_2 \lambda_1}, \quad \phi_t = \phi_1 = \phi_2$$

$$-3D = \lambda_2 + \left[\lambda_2 (1 - P_{11}) + \lambda_1 P_{11} \right] \left(1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \frac{v_1}{v_t} = \frac{\lambda_2 \lambda_1 v_t}{\lambda_1 v_2 + \lambda_2 v_1}$$

Finalmente la comparación entre las dos fórmulas muestra que

$$D(\tau_1/\lambda_1 \rightarrow \infty) > D_{(P_{11} \text{ Bell})} > D(\tau_1/\lambda_1 \rightarrow 0)$$

dependiendo la diferencia de la relación volumétrica y magnitud de los libres caminos medios de las regiones en cuestión. La figura 1 muestra la comparación entre las fórmulas A-2-1; A-2-2- y A-2-5 suponiendo $\phi_1 = \phi_2 = \phi_0 = 1$

A-3) EFFECTO DE HETEROGENEIDAD EN LAS FISIONES RAPIDAS

Es usual considerar distribuciones de neutrones rápidos uniforme (sin variación espacial) ya que los l.c.m. en el rango rápido son generalmente mucho más grande que las dimensiones características de las regiones de un reticulado. Sin embargo, es una aproximación tanto menos válida cuanto más grande sea la dimensión del elemento combustible.⁽¹⁸⁾ Hellens y Honeck describen un método simple para evaluar el efecto de hete-

rogeneidad en las fisiones rápidas ⁽¹⁸⁾ incorporado a PRO-
CON, el cual se describe a continuación:

El factor de fisiones rápidas β^{28}
viene definido por:

$$4-3-1 \quad \beta^{28} = \frac{\text{fisiones rápidas en el U-238}}{\text{fisiones totales del U-235}} = \frac{\Sigma_f^{28} \phi}{F^{25}}$$

siendo ϕ el flujo rápido, Σ_f^{28} la sección eficaz de fi-
sión del U-238 y F^{25} el número de fisiones totales en
el U-235.

La determinación de la heterogenei-
dad en β^{28} nos conduce a la determinación del flujo rá-
pido en tales sistemas. Primeramente estudiaremos la di-
fusión de neutrones rápidos en medios homogéneos. En ese
caso el flujo satisface la ecuación de difusión siguien-
te:

$$(DB^2 + \Sigma_a + \Sigma_t) \phi = \chi \beta^{25} F^{25} + \chi \beta^{28} \Sigma_f^{28} \phi$$

siendo

χ : fracción de neutrones de fisión en el grupo
rápido.

B^2 : Laplaciana geométrica del sistema

$\Sigma_a, \Sigma_f, \Sigma_t$: S.c.m. de absorción, fisión (en el U-238) y de
transferencia (incluye las colisiones inelásti-
cas del U-238) homogeneizadas.

Resolviendo

$$4-3-2 \quad \phi = \frac{\chi \beta^{25} F^{25}}{DB^2 + \Sigma_a + \Sigma_t - \chi \beta^{28} \Sigma_f^{28}} = \frac{\chi \beta^{25} F^{25}}{(\Sigma_a + \Sigma_t - \chi \beta^{28} \Sigma_f^{28})(L^2 B^2 + 1)}$$

con L_1^2 (área de moderación del grupo rápido) =
 $= 0 / (\Sigma_a + \Sigma_t - \chi v^{28} \Sigma_f^{28})$

el factor δ^{28}

A.3.3 $\delta_h^{28} = \frac{1}{1 + L_1^2 B^2} \delta_h^{28} ; \delta_h^{28} = \frac{\chi v^{25} \Sigma_f^{28}}{\Sigma_a + \Sigma_t - \chi v^{28} \Sigma_f^{28}}$
 siendo δ_h^{28} el factor de fisión rápido para un medio homogéneo infinito.

La heterogeneidad puede ser considerada a partir de la ecuación propuesta por Chernick para el combustible de un reticulado periódico de extensión infinita compuesto de dos medios: combustible y moderador. En ese caso, despreciando la variación espacial del flujo rápido dentro del combustible, las colisiones dentro del combustible dependerá de la probabilidad de colisión dentro de él y la correspondiente al escape del moderador. Si P_1 es la probabilidad que un neutrón que ha sufrido una colisión (elástica o de fisión) en el combustible sufra la próxima en el intervalo de letargia u y $u+du$ en el combustible, P_2 es la correspondiente al moderador, y V_1, V_2 son los volúmenes correspondientes a los medios 1 y 2 la densidad de colisiones rápidas en el combustible correspondiente al intervalo de letargia u y u

du será:

$$V_1 \Sigma_1(u) \phi_1(u) du = P_1(u) \left[\sum_{i=1}^u \frac{\Sigma_{s1i} V_1 \phi_1(u') e^{u'-u}}{1 - \alpha_i} du' + \chi(u) \int_0^u \Sigma_f^{28} V_1 \phi_1(u') du' + \right. \\
 \left. + \chi(u) \int_u^\infty \Sigma_f^{25} V_1 \phi_1(u') du' \right] du + [1 - P_1(u)] \times \\
 \times \left[\sum_{j=1}^u \frac{\Sigma_{s2j} V_2 \phi_2(u') e^{u'-u}}{1 - \alpha_j} du' \right]$$

siendo:

$1-\alpha$: la máxima pérdida de energía por colisión elástica isotrópica en el sistema centro de masa.

i, j : índices que indican los distintos constituyentes del combustible y moderador respectivamente.

$\phi_2(u)$: flujo en el moderador.

El significado de la expresión anterior es el siguiente: el primer miembro indica el número total de colisiones en el combustible entre u y $u+du$ mientras que el segundo expresa la cantidad de neutrones que entran al combustible en el intervalo u y $u+du$ por colisiones (elásticas o de fisión) en el combustible y por colisiones (elástica) en el moderador (último término del segundo miembro). El último término expresa la contribución del moderador por "retroceso" reflexión de los neutrones por colisiones elástica en el moderador. Es conveniente recordar que los otros procesos que existen (en el combustible) tales como la captura, escape o dispersión inelástica hacen entrar los neutrones en el proceso de moderación y no en el de fisiónes rápidas. En este último, interesa las colisiones que generan uno o varios neutrones, esto es la fisión rápida o la dispersión elástica.

Si se considera que el proceso de pérdida de energía por moderación de los neutrones rápidos se realiza esencialmente en el moderador, podemos suponer la aproximación de masa infinita en el combustible (colisiones sin pérdidas de energía) y reemplazar

ϕ_2 por el flujo asintótico; es decir

$$\sum_{v=q_i}^u \frac{\xi_{s1} v_1 \phi_1(u') e^{u'u}}{1+\alpha_i} du' \rightarrow \xi_{s1} v_1 \phi_1(u)$$

$$\sum_{v=q_j}^u \frac{\xi_{s2} v_2 \phi_2(u') e^{u'u}}{1+\alpha_j} du' \rightarrow \sum_{v=q_j}^u \frac{\xi_{s2} v_2 e^{u'u}}{1+\alpha_j} \cdot v_2 \left(\xi_{s2} / \xi_2 \xi_2 \right) du =$$

$$= v_2 \frac{\xi_{s2}}{\xi_2} - \frac{\xi_{s2}}{\xi_2} \quad u=q_j$$

Con esas simplificaciones la ecuación A-3-4 se escribe:

A-3-5

$$v_1 \xi_1(u) \phi_1(u) du = \left\{ P_1(u) v_1 \left[\phi_1(u) \xi_{s1} + \chi(u) v^{28} \xi_{f1}^{28} \phi_1(u) \right] + \right.$$

$$\left. + P_1(u) v_1(u) \chi(u) F^{25} v^{25} + \left[1 - P_2(u) \right] v_2 \frac{\xi_{s2}}{\xi_2} \cdot \frac{\xi_{s2}}{\xi_2} \right\} du$$

Integrando dentro del rango rápido y reemplazando la integral del producto de dos funciones por el producto de los valores medios de cada función en dicho rango y poniendo:

$$\int_0 P_1(u) du \rightarrow P_1(\xi_1) \quad \xi_1 : \text{s.e.m. total del combustible correspondiente al grupo rápido.}$$

$$\int_0 [1 - P_2(u)] du \rightarrow 1 - P_2(\xi_2) \xi_2 : \text{s.e.m. total del moderador correspondiente al grupo rápido.}$$

se tendrá:

$$v_1 \xi_1 \phi_1 = v_1 P_1 \left[\xi_{s1} \phi_1 + \chi v^{28} \xi_{f1}^{28} \phi_1 + \chi v^{25} F^{25} \right] + (1 - P_2) v_2 \xi_2$$

donde

$$\xi_2 \approx \xi_{s2} (\xi_2 \sim 1)$$

$$\xi_1 = \xi_{a1} + \xi_{t1} + \xi_{s1}$$

ξ_{t1} : s.e.m. de transferencia del combustible por colisiones inelásticas.

Adoptando la aproximación racional para las probabilidades de colisión, la contribución de los neutrones que vienen del moderador por "retroceso" es independiente de la sección eficaz de moderador. En efecto si suponemos válido el teorema de reciprocidad, las probabilidades de escape pueden ser escritas:

$$1-P_1 = \frac{G}{\Sigma_1 \bar{r}_1} \quad 1-P_2 = \frac{G}{\Sigma_2 \bar{r}_2}$$

siendo G la penetrabilidad. Adoptando la aproximación racional para el combustible

$$1-P_1 = \frac{1}{1+\Sigma_1 \bar{r}_1} \quad G = \frac{\Sigma_1 \bar{r}_1}{1+\Sigma_1 \bar{r}_1} = P_1$$

$$\text{y } (1-P_2) V_2 \Sigma_2 = G \frac{V_2}{\bar{r}_2} = P_1 \frac{V_2}{\bar{r}_2} = P_1 \frac{V_1}{\bar{r}_1}$$

es decir independiente de las características de dispersión del moderador y anulándose para barras de gran diámetro, lo que muestra que el retorno del moderador por colisiones elástica no es descripto en forma satisfactoria con la aproximación racional, puesto que esta contribución debería aumentar cuando la dimensión del combustible aumenta. Esta consideración lleva a no considerar en forma explícita el efecto de retorno en este tratamiento e incluir el efecto de interferencia del moderador (efecto combinado de retorno y transmisión) definiendo la probabilidad P_1 con la fórmula de Bell. En ese caso:

$$1-P_1 = \frac{1}{1+\Sigma_1 \bar{r}_1} \quad \bar{r}_1 = \bar{r}_1 + V_1/V_2 \Sigma_2 \quad \Sigma_2: \text{s.e.m. de transpa.} \\ \text{rencia del moderador.}$$

$$\phi = \frac{P_1 \chi F^{25} V^{25}}{\Sigma_1 - P_1 (\Sigma_{s1} + \chi V^{28} \Sigma_{f1}^{28})} = \frac{\chi F^{25} V^{25}}{\Sigma_1 - P_1 (\Sigma_{s1} - \chi V^{28} \Sigma_{f1}^{28})} ; \chi = \frac{1}{\bar{r}_1}$$

esta última expresión muestra como influye las características dispersante del moderador. Manteniendo δ' constante el aumento de la dispersión del moderador no influye en el flujo en el combustible,

Finalmente el factor de fisión rápido "heterógeno"

$$4-3-6 \quad \rho^{28} = \frac{\chi v^{28} \Sigma_f^{28}}{\Sigma_s + \Sigma_t - \chi v^{28} \Sigma_f^{28} + \delta'}$$

La fórmula "homogénea" se obtiene haciendo $\bar{\gamma}_i \rightarrow 0$ mientras que el caso de una barra aislada para $\bar{\gamma}_i \rightarrow \infty$

Acá son válidas las mismas consideraciones apuntadas más arriba respecto al reemplazo de $\bar{r}$ por $Q\bar{r}$.

La determinación de las constantes de difusión que incluyan la heterogeneidad en las fisiones rápidas es inmediato. Las ecuaciones de difusión en el modelo a cuatro grupos de difusión serán las mismas salvo que el término de fuente vendrá dado ahora por:

$$S = \sum_i^4 (v \Sigma_f)_i \phi_i = \bar{v}^{25} F^{25} \left(1 + \frac{v^{28}}{\bar{v}^{25}} \delta^{28} \right)$$

$$\bar{v}^{25} = \frac{\sum_i^4 (v \Sigma_f)_i \phi_i}{F^{25}}$$

$$F^{25} = \sum_i^4 \Sigma_f^{25} \phi_i$$

Por lo tanto: $(\rho_i = \phi_i / S)$

$$4-3-7 \quad (v \Sigma_f)_R = \frac{\sum_i^3 (v \Sigma_f)_i \rho_i}{\sum_i^3 \rho_i} = \frac{\bar{v}^{25} F^{25} \left[1 + \frac{v^{28}}{\bar{v}^{25}} \delta^{28} \right] - v_T^{25} \Sigma_{pt}^{25} \rho_T}{\sum_i^3 \rho_i} = \frac{\bar{v}^{25} F^{25} \left[1 + \frac{v^{28}}{\bar{v}^{25}} \delta^{28} \right] - v_T^{25} \Sigma_{pt}^{25} \rho_T}{D^2 B^2 + \Sigma_o T}$$

Estas expresiones son válidas para el caso homogéneo. Sin embargo pueden ser extendidas ya que

$$\Delta-3-8 \quad \int_H^{28}(0) = \frac{\chi \int^{28} \Sigma_f^{28} V_1}{(\Sigma_a + \Sigma_t - \chi \int^{28} \Sigma_f^{28}) V_1 + \Sigma_2 V_2 (1-\chi)}$$

$$\alpha = \frac{\Sigma_2}{\Sigma_2 + \frac{V_1}{V_2} \Sigma_1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{\eta} \rightarrow 0 \quad \alpha = 0 \\ \bar{\tau}_1 \rightarrow \infty \quad \alpha = 1 \end{array} \right.$$

es igual al $\int_h^{28}(\phi)$ (homogénea) pero con una sección eficaz del moderador disminuida en $1-\alpha$ (principio de equivalencia entre caso heterogéneo y homogéneo).

La fórmula de los cuatro factores puede ser obtenida a partir de esta formulación si se desprecia las fisiones epitermales en el U-235. En efecto en ese caso se tendrá:

$$\phi_R(V \Sigma_f)_R = \int_T^{25} \Sigma_f^{25} \frac{\int^{28}}{\int_T^{25}} \int^{28}$$

El término de fuente en teoría a dos grupos resulta:

$$S(2 \text{ grupos}) = \frac{(\int \Sigma_f)_r^{25} \phi_T}{\lambda} \left(1 + \frac{\int^{28}}{\int_T^{25}} \int^{28} \right) = \frac{(\eta_f)_T \epsilon}{\lambda} \Sigma_a T \phi_T$$

Se observa que en este caso el factor ϵ no incluye las absorciones del grupo rápido correspondiente al U-238 que en $\int^{28}$. Despreciando las absorciones rápidas de todos los constituyentes con excepción del U-238 para el grupo 1 y 3, las ecuaciones en teoría a dos grupos serán:

$$\begin{aligned}
 & \Delta-3-9 \\
 & \left\{ \begin{aligned}
 D_R \nabla^2 \phi_R - (\Sigma_{aR} + \Sigma_{tR}) \phi_R &= \frac{(v\beta)_T}{\lambda} \left[1 + \frac{V^{28} - 1 - \alpha^{28}}{V^{28}} \right] \Sigma_{OT} \phi_T \\
 D_T \nabla^2 \phi_T - \Sigma_{aT} \phi_T &= P (\Sigma_{aR} + \Sigma_{tR}) \phi_R \\
 \phi_R (\Sigma_{aR} + \Sigma_{tR}) &= (\Sigma_{a3} + \Sigma_{t3}) \phi_3 \quad ; (v\beta)_T = (v\beta_T)^{28} / \Sigma_{aT} \\
 P &= \Sigma_{t3} / (\Sigma_{a3} + \Sigma_{t3}) ; \alpha^{28} = \left(\frac{\Sigma_{f238}}{\Sigma_{f238}} \right) \text{ grupo 1}
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Estas ecuaciones, obtenidas con las hipótesis señaladas, nos permiten definir como en la forma usual, la fórmula de los cuatro factores:

$$\Delta-4) - \text{TRATAMIENTO DEL GRUPO EPITERMAL} \quad \left[k_{\infty} = \left(\eta f \right)_T \epsilon \cdot p \right] \quad (8-9)$$

Los trabajos recientes de Hicks han mostrado que la formulación del grupo 3 que tenía presente la distorsión del espectro en $1/E$ debido a las resonancias, por un factor "a", es deficiente para sistemas submoderados, lo que lo ha conducido a una nueva reformulación, la cual incluye también en mejor tratamiento de los otros isótopos fisionables:

$$\Delta-4-1 \quad \Sigma_{t3} = f(p_3) \sum_j N_j^j \sigma_{t3}^j$$

$$\Delta-4-2 \quad \sigma_{a3}^j = g_j(p_3) \left[\Delta_a^j + c_a^j \sqrt{\frac{\sigma_{p1}^*}{\sigma_{p1}^* + D_a^j}} \right]$$

$$\Delta-4-3 \quad \sigma_{f3}^j = h_j(p_3) \left[\Delta_f^j + c_f^j \sqrt{\frac{\sigma_{p1}^*}{\sigma_{p1}^* + D_f^j}} \right]$$

siendo:

Σ_{t3} : s.e.m. efectiva de transferencia del grupo 3

σ_{a3}^j : " " " " absorción del isótopo "j"

σ_{f3}^j : " " " " fisión del isótopo "j"

$\Delta_a^j \dots \dots \dots D_f^j$: constantes apropiadas para los isótopos "j" con resonancias en el grupo.

$$\sigma_{pj}^* = \sigma_p^j + \frac{\gamma \bar{r}^{-1}}{N_j} = \sigma_p^j + \frac{1}{N_j \bar{r}_e}$$

σ_{pj} : s.e.m. potencial del combustible por átomo del isótopo resonante "j".

γ : factor Dancoff

N_j : número de átomos por u. de V. del isótopo j

$f(p_3)$, $g_j(p_3)$; $h_j(p_3)$ polinomios de interacción; función de la probabilidad de escape del grupo: p_3

Los polinomios $g_j(p_3)$ y $h_j(p_3)$ han sido obtenidos por ajuste de los valores calculados con MUFT IV para mezclas homogéneas del isótopo "j", moderador y cantidades variables de U-238, mientras que $f(p_3)$ lo fué ajustando los valores que resultaban de mezclas homogéneas binarias de U-238 (bajo forma de óxido) moderador. Estos polinomios permiten mejorar la influencia de las resonancias del U-238 y isótopos "j" en la distorsión del espectro epitermal.

El gráfico 2 muestra el polinomio $f(p_3)$ obtenido por ajuste con el que resulta suponiendo $a =$ constante $= 0.862$. La comparación de ambos muestra que el empleo de $a =$ constante permite reproducir los valores de $f(p_3)$ en el rango $0.36 \leq p_3 \leq 1.0$, mientras que para relaciones de volumen de moderador; volumen combustible bajas (sistemas submoderados) el parámetro "a" deja de ser constante. Es importante remarcar que esta comparación es exacta para reticulados de UO_2 -moderador hidrogenado (H_2O), sin embargo puede ser extendida para el caso de U-metal o uranio bajo forma diferente del UO_2 pensando que esta corrección depende de la absorción reso-

nante y no de la forma que se presenta el U-238, ya que considerando el principio de equivalencia de la absorción efectiva de resonancia ésta depende del parámetro σ_p^* y no separadamente de σ_p y $r_e N_j$. Para moderador D_2O el problema es esencialmente el mismo, pues sin capturas resonantes el espectro es de la misma forma que para H_2O , por otro lado las absorciones efectivas de resonancias no dependen de las características dispersante del moderador que en el factor de interferencia. ⁷⁹

Hicks ha mostrado que los polinomios de interferencia $g_j(p_3)$ y $h_j(p_3)$ introducen pequeñas correcciones finalmente excepto para el caso especial de absorciones en el Pu-240, el cual requiere un tratamiento particular de la resonancia de este a lev. ya que no es posible tratarla como resonancia estrecha como lo hace el código MUFT. Esta conclusión muestra el acierto del tratamiento primitivo de Ombrellaro de ajuste de secciones eficaces con mezclas binarias despreciando el efecto de interferencia de las resonancias del U-238 en las secciones eficaces efectivas de isótopos resonantes.

La forma de expresar las absorciones y fisiones de los isótopos que presentan resonancias corresponde a los resultados de Dressner ^(20,21) basados en la aplicación del principio de equivalencia sin efecto Doppler. La ventaja de esta forma es para pequeñas concentraciones efectivas o en particular el límite de dilución infinita, En ese caso

A-4-4

$$A + C \sqrt{\frac{\sigma_p r_e N + 1}{r_e N (D + \sigma_p) + 1}} \rightarrow A + C$$

$r_e N \rightarrow 0$

mientras que la relación clásica

A-4-5

$$A + B \left(\frac{3\sigma^2}{M} \right)^{1/2}$$

válida para grandes concentraciones efectivas, no da el límite de dilución infinita.

Estas consideraciones muestra que las absorciones y fisiones resonantes del U-235 deben ser tratadas en general para pequeños enriquecimiento por las fórmulas A-4-2 y A-4-3 en lugar de la expresión A-4-5.

Teniendo en cuenta que los sistemas a ser estudiados por el momento son esencialmente moderados por agua liviana (generalmente no submoderados) y de baja potencia (escasa formación de isótopos fisionables) el formalismo de Hicks introducido en PROEON ha sido simplificado en la forma siguiente:

$$\Sigma_{t3} = \sum_i N_i \sigma_{t3}^{(i)} - \frac{a}{a+1} \Sigma_{a3}$$

$$\Sigma_{a3} = \sum_i N_i \sigma_{a3}^{(i)} + \sigma_{a3}^{U-238} + \sigma_{a3}^{U-235} + \sigma_{a3}^{Pu-239} + \sigma_{a3}^{Pu-240} + \sigma_{a3}^{Pu-241}$$

siendo:
 σ_{a3}^{U-238}
 σ_{a3}^{U-235}
 σ_{a3}^{Pu-239}
 σ_{a3}^{Pu-240}

$$(\Sigma_f)_3 = \sigma_{f3}^{U-235} + \sigma_{f3}^{Pu-239} + \sigma_{f3}^{Pu-240}$$

$$\sigma_{a3}^{U-238} = \left[0.30224 + 2.8542 \sqrt{\delta \times 0.05360 + \frac{S}{M}} \right] \left[1 + \beta (\sqrt{T} - \sqrt{T_0}) \right] \quad (14)$$

$$\beta = 0.0047 + 0.0054 \left(\delta \times 0.2037 + \frac{S}{M} \right)$$

ANEXO 1

$$\frac{S}{M} = \frac{270 \delta + (1.5) 257}{257} \frac{4}{\rho_{\text{metal}}}$$

$\delta = 0$ U-metal ρ : densidad metal.
 $\delta = 1$ UO_2 ρ : densidad óxido

$$\sigma_{\text{U-235}}^{\text{a } 3} = 21.1527 + \frac{18.9185}{\sqrt{\frac{\sigma_P^{25} \bar{r}_e N_{25} + 1}{(1482.4810 + \sigma_P^{25}) \bar{r}_e N_{25} + 1}}} [14]$$

$$\sigma_{\text{Pu-239}}^{\text{a } 3} = 25.8864 + 30.5655 \sqrt{\frac{\sigma_P^{29} \bar{r}_e N_{29} + 1}{(2641.1410 + \sigma_P^{29}) \bar{r}_e N_{29} + 1}} [14]$$

$$\sigma_{\text{Pu-240}}^{\text{a } 3} = 30.9647 + 959.6755 \sqrt{\frac{\sigma_P^{20} \bar{r}_e N_{20} + 1}{(138518.1620 + \sigma_P^{20}) \bar{r}_e N_{20} + 1}} [14]$$

$$\sigma_{\text{Pu-241}}^{\text{a } 3} = 32.8337 + 57.8445 \sqrt{\frac{\sigma_P^{21} \bar{r}_e N_{21} + 1}{(3052.5749 + \sigma_P^{21}) \bar{r}_e N_{21} + 1}} [14]$$

$$\sqrt{\sigma_{\text{U-235}}^{\text{f } 3}} = 37.3239 + 26.8245 \sqrt{\frac{\sigma_P^{25} \bar{r}_e N_{25} + 1}{(1432.3159 + \sigma_P^{25}) \bar{r}_e N_{25} + 1}} [14]$$

$$\sqrt{\sigma_{\text{Pu-239}}^{\text{f } 3}} = 42.8263 + 45.6045 \sqrt{\frac{\sigma_P^{29} \bar{r}_e N_{29} + 1}{(2449.1440 + \sigma_P^{29}) \bar{r}_e N_{29} + 1}} [14]$$

$$\sqrt{\sigma_{\text{Pu-241}}^{\text{f } 3}} = 56.7245 + 96.1435 \sqrt{\frac{\sigma_P^{21} \bar{r}_e N_{21} + 1}{(2842.1099 + \sigma_P^{21}) \bar{r}_e N_{21} + 1}} [14]$$

$$\begin{aligned} \sigma_P^{25} &= 7.5 + \Sigma' / N_{25} \\ \sigma_P^{29} &= 7.5 + \Sigma' / N_{29} \\ \sigma_P^{20} &= 7.5 + \Sigma' / N_{20} \\ \sigma_P^{21} &= 7.5 + \Sigma' / N_{21} \end{aligned}$$

Σ' : s.e.m. de dispersión en la región de resonancia de los otros isótopos que acompañan al elemento resonante en el combustible (tercera columna de la tabla ~~A-III~~ A-III)

$$\bar{r}_e = \bar{r} \cdot \gamma^{-1}$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{1}{\bar{r} \left[\Sigma_m \frac{V_m}{V_c} + \Sigma_v \frac{V_v}{V_c} \right]}} + 0.243 \frac{\bar{r}}{2} - 0.1533 \left(\frac{\bar{r}}{2} \right)^2 \quad \text{Anexo 1}$$

Σ_m : s.e.m. del moderador en la región de resonancia (Tabla A-III)

Σ_v : s.e.m. de la usina en la región de resonancia (Tabla A-III)

V_m : Volúmen moderador

V_v : Volúmen ~~usina~~ usina

Este tratamiento simplificado desprecia el efecto de interacción en el U-235, Pu-239, Pu-240 y Pu-241 (polinomios $g(p_3)$ y $h(p_3)$ supuestos igual a 1) y aproxima el polinomio $f(p_3)$ por

$$f(p_3) = \frac{1}{1 + \frac{a}{1+a} \frac{1-p_3}{p_3}} \quad a=0.862$$

válido para $p_3 = \frac{\Sigma t_3}{\Sigma_{t_3} + \Sigma t_3} < 0.36$ y con combustible bajo forma de UO₂. No se dispone de información para el U-metal, sin embargo se puede tomar el mismo valor de "a" que para el óxido o el determinado primitivamente por Ombrellaro para mezclas de metal H₂O:

$$\begin{array}{l} \text{Ombrellaro} \\ a = 0.67 \end{array}$$

Para pequeñas concentraciones de U-238 (sistemas altamente enriquecido) es conveniente calcular la σ_{a3}^{U-238} por la expresión:

$$\sigma_{a3}^{U-238} = -0.4265 + 30.8289 \sqrt{\frac{r_e N^{28} + 1}{r_e N^{28} (81581913 (p^{28})^2)}}$$

Cuando

$$r_e N^{28} \rightarrow 0$$

$$\sigma_{a3}^{U-238} = 30.4025$$

la cual, junto con las secciones eficaces de absorción de los otros dos grupos dan una integral de resonancia efectiva del U-238 para dilución infinita

$$I_{efec.}^{U-238} (dil.inf.) = 276.03 \text{ barn}$$

del mismo orden que la experimental $I_{efec.}^{U-238} = 280 \text{ barn}$ experimental

Para mejorar este tratamiento se puede pensar en un ciclo de iteración e incorporar los polinomios $g(p_3)$ $h(p_3)$ y $f(p_3)$.

A-5) - TRATAMIENTO DEL GRUPO TERMICO

La utilización de la tabla de Amster, obtenida empleando el modelo de gas monoatómico de masa unidad y sección eficaz de dispersión constante (modelo de Wigner-Wilking) en la búsqueda de la distribución de neutrones térmicos en medios homogéneos hidrogenados de dimensiones infinita, puede ser extendida al cálculo de las

constantes térmicas de difusión de reticulados finitos heterogéneos moderados con H o D si se desprecia el escape, fuera del reactor, de los neutrones térmicos y se introduce el concepto de números de átomos de hidrógeno equivalente, y los factores de desventaja de la distribución fina y hiperfina⁽²²⁾.

Suponiendo que el espectro de neutrones térmicos en medios hidrogenados es el mismo que cuando el moderador es a base de deuterio a igualdad de poder de moderación (aproximación válida al menos para la parte maxweliana del espectro) es posible utilizar la tabla de Amster para moderador D₂O definiendo el número de átomo de Hidrógeno equivalente como el número de átomo de hidrógeno que da el mismo poder de moderación que cuando el H y/o el D está presente:

$$A-51 \quad (N^H)_e = N^H + \frac{(\xi \sigma_s)_D}{(\xi \sigma_s)_H} N^D = 0.11732 N^D + N^H$$

siendo

$(N^H)_e$: N° de átomos de H equivalente por u. de v.

N^H : N° de átomos de H real por u. de v.

N^D : N° de átomos de D real por u. de v.

Los parámetros de entrada de la tabla de Amster deben entonces calcularse:

$$x = \frac{\sum_i N^i \sigma_a^i (1/v)}{(N^H)_e} \quad y = \frac{N^{H-235}}{(N^H)_e} \quad z = \frac{N^{Pu-239}}{(N^H)_e}$$

Si se supone que la dependencia con la energía de la sección eficaz de dispersión del deuterio ligado a la molécula de agua pesada es la misma que la corres-

pendiente al H ligado a la molécula de H₂O, la sección eficaz de transporte del D puede ser calculada por

$$\sigma_S^H(E) \left(1 - \frac{2}{3A^H}\right) = cte \cdot \left(1 - \frac{2}{3A^D}\right) \sigma_S^D(E)$$

$$- \frac{A}{A+1} = \sqrt{\frac{\sigma_a(E)}{\sigma_0(E \rightarrow \infty)}}$$

Si se desprecia σ_a del H y del D:

$$cte = 0.11733$$

$$\sigma_{\frac{D}{H}}^y = 0.117322 \sigma_{\frac{H}{H}}^H$$

$\sigma_{\frac{H}{H}}^H$: de la tabla Amster o polinomio de interpolación.

El coeficiente de difusión que se obtiene a partir de las secciones eficaces de transporte de la tabla de Amster es siempre menor que el que se calcula promediando los coeficiente de difusión con el espectro de neutrones térmicos⁽¹⁰⁾. Sin embargo esta diferencia, al menos para moderadores de agua liviana, no es importante, en el análisis de reactividades. Es muy diferente, por el contrario, cuando se desea evaluar picos de flujo térmico localizados, o en zonas cercanas a interfase⁽²⁵⁾ pues éstos dependen fuertemente de los libres caminos medios de transporte térmico, esto es del espectro de neutrones térmicos. Estudios más exacto han mostrado que la dependencia en energía de la densidad de neutrones no es la misma que la correspondiente al de corriente de neutrones⁽²³⁾ (en teoría de difusión y sin suponer dependencia espacial del espectro de neutrones, son iguales),

y tanto más es diferente cuanto más cerca se está de discontinuidades. Un método empírico⁽²⁴⁾, denominado "Mixed number Density" (método M.N.D.), obtenido por comparación con resultados exactos, aconseja la resolución de la ecuación de la difusión en densidad neutrónica en lugar de flujo, con un coeficiente de difusión calculado suponiendo una distribución maxweliana para la corriente de neutrones en lugar del espectro de Wigner-Wilking, válido este último para las otras constantes de difusión termal. El coeficiente de difusión termal que así resulta es menor que el correspondiente a un espectro W.W. y se aproxima al que se calcula con la sección eficaz de transporte de la tabla de Amster.

Por lo tanto, el uso de la tabla de Amster puede servir también como primera aproximación para el análisis de distribuciones de neutrones en zonas cercanas a discontinuidades.

La tabla de Amster puede ser empleada también en el tratamiento de la naturaleza heterogénea de los sistemas, modificando las densidades atómicas de los diferentes isótopos de cada región de la celda elemental con factores que resultan del estudio de la distribución fina y hiperfina. En el caso de un reticulado regular formado por barras "plenas" la celda elemental está constituida por combustible, la vaina del elemento combustible y el moderador y en ese caso la distribución a tener en cuenta es solamente la hiperfina. En otros casos, reactores de potencia o de investigación, el combustible

se presenta fraccionado de forma tal que en la celda elemental se puede distinguir una primera región que incluye el combustible, vaina, el moderador o refrigerante y además de la estructura hiperfina (dentro de la caja) debe considerarse la distribución fina entre la zona combustible-vaina-moderador refrigerante homogeneizada y la zona material de estructura de la caja y/o moderador homogeneizada. Si indicamos por

δ : corrección por estructura hiperfina

F : corrección por estructura fina

La densidad atómica corregida para un isótopo "j" en la región "k" de la zona combustible-vaina-moderador o refrigerante homogeneizada y en la "l" de la correspondiente a la zona material de estructura o moderador - zona combustible vaina moderador o refrigerante viene dado:

A-5-2

$$N_{1;k}^{j} = N_{1;k}^{j} \delta_k F_l$$

con:

$$\delta_k = \frac{\phi_k \sum_k V_k}{\sum_k \phi_k V_k} \quad K = c, v, m$$

$$F_l = \frac{\phi_l \sum_l V_l}{\sum_l \phi_l V_l} \quad l = H, G$$

H: región c + v + m

G: región material estructura +o moderador.

siendo:

ϕ_k : flujo promedio en la región "k"

ϕ_e : flujo promedio en la región "1"

V_k : volúmen geométrico de la región "k"

V_e : volúmen geométrico de la región "1"

V_S : densidad atómica del isótopo "j" = 0.6023
densidad/masa atómica.

La distribución hiperfina es calculada suponiendo teoría de difusión en el moderador con fuente constante y en el combustible sin fuente, mientras que la distribución fina debe ser computada con fuente en las dos regiones proporcionales a la sección eficaz de transferencia del grupo epitermal (grupo 3). PROCON calcula la distribución hiperfina con la teoría de Amouyal Benoist (teoría a la difusión en el moderador y condiciones de contorno efectiva en el combustible) suponiendo que en la vaina hay una variación lineal, mientras que la distribución fina es determinada suponiendo teoría a la difusión en las dos regiones. (Ver anexo II).

Siendo que el cálculo de δ y F requiere el conocimiento de las secciones eficaces promedias, en PROCON se ha introducido la iteración siguiente:

- 1º) Cálculo de los parámetros de entrada de la tabla de Amster o variable de los polinomios de interpolación con $\delta = F = 1$ y espectro de maxweliano.
- 2º) Cálculo de las constantes de difusión y determinación de δ y F
- 3º) Cálculo de las nuevas densidades atómicas (fórmula A-5-2)
- 4º) Cálculo repetido del punto 1 pero con las nuevas densidades atómicas y s.e. calculada en el punto 2.
- 5º) etc. etc.

La iteración se da por finalizada cuando la diferencia entre el parámetro $\rho = \frac{\sum_{i=1}^N \beta_i}{\sum_{i=1}^N \beta_i}$ de la iteración "t" y el correspondiente a la iteración "t+1" es menor que un número tan pequeño como se quiera. PROCON deja de iterar cuando:

$$\rho^{(t)} - \rho^{(t+1)} \leq 0.001$$

No obstante que en el análisis de reactividad los errores en las distribuciones hiperfinas o finas no son determinantes, puede ser indicativo la comparación entre los factores δ y F calculados con los determinados experimentales. A tal fin es importante remarcar que la comparación debe efectuarse con la relación de densidades neutrónicas más que con los flujos correspondientes, esto es, por ejemplo para el factor de desventaja del combustible:

$$\delta_c = \frac{\bar{\phi}_c}{\bar{\phi}_m} = \frac{\bar{n}_c}{\bar{n}_m} \cdot \frac{\bar{v}_m}{\bar{v}_c}$$

siendo $\bar{n}_c$ y $\bar{n}_m$ las velocidades promediadas con los espectros de neutrones en el combustible y moderador respectivamente. Una primera estimación de ellas puede hacerse con los valores UN de la tabla de Amster calculados con los x, y z, y T correspondientes al combustible y moderador.

A-6) - Envenenamiento por acumulación de productos de fisión y variación isótopos.

La concentración isotópica de los distintos elementos que se forman o destruyen al tiempo "t" en un reactor, es obtenida a partir de la expresión general:

A-6-1

$$\frac{dN_i}{dt}(t) = \sum_j Y_{j \rightarrow i} N_j (\sigma_{fj} \phi) + \sum_k N_k (\sigma_{ck} \phi) - N_i (\sigma_{ai} \phi) - \lambda_i N_i + \sum_r \lambda_{r \rightarrow i} N_r$$

(a) (b) (d)
(c)

siendo:

N_i : Nº de átomos del isótopo "i" en el combustible por cm³.

N_j : Nº de átomos del material fisionable en el combustible por cm³.

N_k : Nº de átomos de un precursor que por captura se transforma en "i".

N_r : nº de precursores q' por desintegración se transforman en "i".
 $Y_{j \rightarrow i}$: fracción del isótopo "i" formado por fisión en el isótopo "j".

λ_i : constante de desintegración del isótopo "i".

$\lambda_{r \rightarrow i}$: constante de desintegración del precursor "r" que por desintegración se transforma en "i".

subíndices c, a, f indican captura, absorción y fisión respectivamente

$$(\sigma \phi) = \sum_i \sigma_i \phi_i$$

σ_i : s.e.m. correspondiente al grupo de energía "i"

ϕ_i : flujo en el combustible correspondiente al grupo "i" de energía (fórmula A-4 bis con B^2 determinada de la fórmula A-5 con $\lambda = 1$), normalizado para que de la potencia específica por la expresión(x):

$$W = f \sum_j N_j \sum_i (\sigma_{jf})_i \phi_i p_i^j$$

siendo:

W : potencia específica (Watt/cm³) = Potencia total térmica/Volumen núcleo

p_i^j : fracción de energía desprendida por fisión del isótopo j en el grupo "i". (Tabla A-6-1)

f : factor de normalización que incluye el factor de forma de la distribución macroscópica, distribución fina y hiperfina.

la ecuación A-6-1 expresa varios procesos:

Formación por:

fisión: término (a)

captura: término (b)

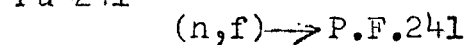
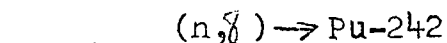
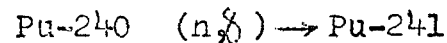
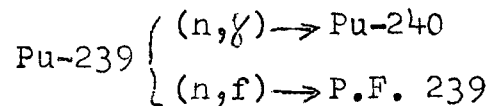
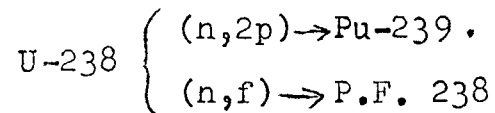
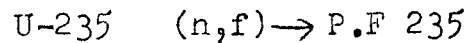
desintegración: término (c)

Destrucción por:

absorción: término (d)

Desintegración: término (e)

La cadena usualmente considerada en reactores
(26)
de flujo no muy alto es la indicada a continuación,
la cual da origen a tres isótopos fisibles:



(x) (llamada hoja 40) En ese caso el flujo $\phi_{it} = 1.2, 3, 7$ no es constante con el tiempo de irradiación y si la potencia ^{constante} específica. Si se desea el flujo durante la irradiación la normalización se hará solamente al principio ($t=0$).

Si indicamos con los subíndices:

5	U-235
8	U-238
9	Pu-239
0	Pu-240
1	Pu-241
F5	productos de fisión por fisión en U-235
F8	" " " " " U-238
F9	" " " " " Pu-239
F1	" " " " " Pu-241

Las ecuaciones que describen la variación isotópica de la cadena en consideración omitiendo F5, F8; F9-F1 son:

$$\frac{dN_5(t)}{dt} = -N_5 (\sigma_{a5} \phi)$$

$$\frac{dN_8(t)}{dt} = -N_8 (\sigma_{a8} \phi)$$

$$\frac{dN_9(t)}{dt} = N_8 (\sigma_{f8} \phi) - N_9 (\sigma_{a9} \phi)$$

$$\frac{dN_0(t)}{dt} = N_9 (\sigma_{f9} \phi) - N_0 (\sigma_{a0} \phi)$$

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = N_0 (\sigma_{f0} \phi) - N_1 (\sigma_{a1} \phi)$$

La variación isotópica de los productos de fisión requiere un tratamiento aparte: La fisión de núcleo fisiónable da origen a varios isótopos radioactivos, entre ellos es necesario separar los que tienen una vida corta de los de vida grandes. Estos últimos se los denominan "estables". Para el tratamiento de los isótopos "estables" es necesario recordar que por fisión se produce una gama de isótopos con masa comprendida aproximada-

mente entre 77 y 157 y probabilidades de formación por fisión variable con la masa. Cada isótopo formado da origen a una cadena propia por captura neutrónica. Si $Y_{j \rightarrow m}$ es la probabilidad de formación del isótopo de masa "m" por fisión en el núcleo "j", la sumatoria a toda la gama probable de masas de fisión verifica:

$$\sum_m Y_{j \rightarrow m} = 2$$

independiente del isótopo "j", no así la probabilidad de formación (o "fission yield") la cual depende del núcleo fisionable.

Las ecuaciones diferenciales que describen la variación isotópica de un isótopo "i" correspondiente a la cadena formada por captura neutrónica en el isótopo de masa "m" son del tipo :

$$\left| \frac{dn_i}{d\psi} \right|_m = \left| n_i \sigma_i - n_{i-1} \sigma_{i-1} \right|_m \quad \text{despreciando la cadena radioactiva.}$$

siendo ψ la irradiación o flujo integrado con el tiempo, n_i las abundancias del isótopo "i" de la cadena de masa "m" y σ_i la sección eficaz de absorción correspondiente.

La resolución de estas ecuaciones con

$\psi = 0$, $n_1 = 1$ y $n_i = 0$ $i > 1$ permite definir, como lo hace Hurst, la sección eficaz promedia de la cadena de masa "m" y probabilidad de formación $Y_{j \rightarrow m}$, dada por:

$$\sigma_{a,m} = \sum_i n_i \sigma_i$$

Esta sección eficaz promedia depende de la irradiación ψ y también por lo tanto la absorción promedia por fisión del isótopo "j" definida, como lo hace Hurst, por:

$(\sigma_j) = \sum_m Y_{j \rightarrow m} \sigma_{am}$
la definición de (σ_j) permitirá calcular

fácilmente el envenenamiento por productos de fisión. Supongamos la fisión del U-235 solamente, la variación de la concentración de un isótopo de masa "m" producido por fisión está dada por:

$$\frac{dN_m(t)}{dt} = Y_{5 \rightarrow m} N_5 (\phi) - N_m(t) (\phi \sigma_{am})$$

la solución, con $N_m(0)=0$ viene dada por

$$N_m(t) (\phi \sigma_{am}) = Y_{5 \rightarrow m} N_5 (\phi \sigma_{f5}) \left[1 - \exp.(-(\phi \sigma_{am}) t) \right]$$

Dividiendo por el número de fisiones en el U-235 tendremos definida la absorción del isótopo "m" por fisión en el U-235 y si sumamos a todos los isótopos probables formados por fisión encontramos que $(\phi \sigma_s) = \sum_m Y_{5 \rightarrow m} [1 - \exp.(-(\phi \sigma_{am}) t)]$

Es decir entonces, que siguiendo el tratamiento de Hurst, encontramos que el cálculo de la absorción promedio del producto de fisión correspondiente a la fisión de un isótopo "j", que es lo que interesa en el estudio de la absorción por envenenamiento, viene dada por el producto de (σ_j) por el número de fisiones correspondientes (x).

$$\sum: \int_0^t N(t) (\sigma_j \phi) dt \quad j = U235, U238, Pu239, Pu241$$

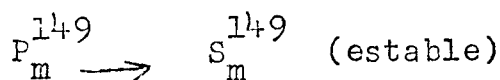
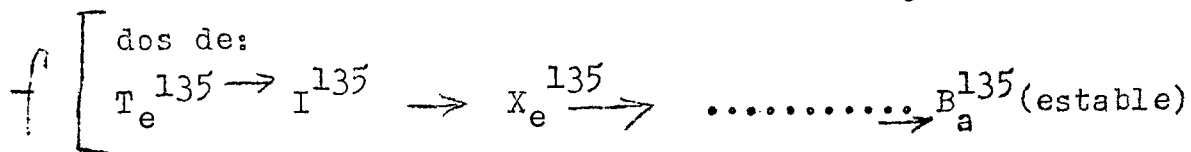
(x) Este resultado se obtiene también si suponemos que la densidad atómica de un producto de fisión verifica:

$$\frac{dN_{PF}}{dt} = \sigma_{j5} N_j(t) \phi$$

En general el cálculo de $(\bar{\sigma}_f^j)$ requiere el empleo de los denominados "productos de fisión ficticios" con Y y $\bar{\sigma}_f$ ficticios e independiente de la irradiación. Sin embargo para pequeñas irradiaciones (menores que $\psi = \ln/K_{\text{barn}}$) puede utilizarse los valores compilados en las tablas A-III y A-IV correspondientes a PFI (productos de fisión por fisión en el U-235 y U-238) y PF2 (producto de fisión por fisión en el Pu-239 y 241) para el modelo a cuatro grupos. Es necesario remarcar acá que las densidades atómicas correspondientes a PFI y PF 2 son iguales a $j = \text{U-239}$ PF2

$$\int N(t) \bar{\sigma}_f^j dt \quad i = \begin{matrix} \text{U-235} \\ \text{U-238} \end{matrix} \text{ PFI} \quad j = \begin{matrix} \text{U-239} \\ \text{Pu-241} \end{matrix} \text{ PF2}$$

Respecto a los productos de fisión de corta vida, es usual considerar solamente el X_e^{135} y Sm^{149} obteni-



el T_e^{135} pasa inmediatamente a I^{135} (vida media < 0.5 m.) de forma que el I^{135} puede considerarse que proviene de la fisión directamente. Además hay formación de X_e^{135} directamente por fisión en una proporción igual a 0.3%.

La formación X_e^{135} y Sm^{149} supuesta la concentración en equilibrio se calculan por las fórmulas:

$$N_{X_e}^X = \frac{\sum N_j \sum [\bar{\sigma}_f^j \phi_i] (Y_{X_e}^I + Y_{X_e}^X)}{\sum \phi_i}$$

A-6-4

$$N_{Sm}^{Sm} = \frac{\sum N_j \sum [\bar{\sigma}_f^j \phi_i] (Y_{Sm}^{rm})}{\sum \phi_i \sigma_{a, Sm}}$$

siendo:

Y^I : fracción de I^{135} por fisión (tabla A-6-I)
 Y^X : " " X_e^{135} " " "
 Y^P_m : " " P_m^{140} " " "

La absorción del S_m^{149} y X_e^{135} es de importancia solamente en el grupo térmico de forma que

$$\sum a_i \phi = \phi \sum a_i^X$$

$$\sum a_i^S \phi = \phi_T \sum a_i^S$$

Tabla A-6-I

Isótopo	P_i^j (Watt seg./fisión) 10^{-10}	precursor	Y
G.1	0.11435		
U-235	G.2	0.12772	
	G.3	0.12676	
	G.4	0.12905	

	0.1175		
U-238	0.0		
	0.0		
	0.0		

	0.09886		
Pu-239	0.10305		
	0.10834		
	0.10947		

	0.09577		
Pu-241	0.09961		
	0.10181		
	0.10947		

P_m^{149}	U-235	0.014
	U-238	0.014
	Pu-239	0.014
	Pu-241	0.014

I-135	U-235	0.063
	U-238	0.063
	Pu-239	0.0727
	Pu-241	0.0727

X_e-135	U-235	0.003
	U-238	0.003
	Pu-239	0.003
	Pu-241	0.003

La resolución de las ecuaciones A-6-3 requiere conocer las condiciones iniciales la potencia (o flujo) y el tiempo de irradiación.

Las condiciones iniciales son provistas por PROCON cuando la formación de Pu-239, 240 y 241 y los productos de fisión es igual a cero. Es así que PROCON calculará, fijada las concentraciones iniciales de los otros isótopos, y las características geométricas (es decir la laplaciana geométrica correspondiente a la geometría real inicial, en caso de geometría simple), las constantes de difusión y el exceso de reactividad correspondiente (por la fórmula A-5 con B^2 dado como dato) y los flujos medios para cada grupo $\bar{\Gamma}_i$ (fórmula A-4 bis con B^2 correspondiente a $\lambda = 1$). En caso de geometría compleja, un estudio espacial considerando 2 grupos y la geometría real del sistema inicial (código Hassitt) permitirá determinar el exceso de reactividad inicial. Conocida la potencia específica se normalizan los flujos medios ϕ por las fórmulas:

$$W = f x \sum_j N_j \sum_{i=1}^4 \frac{\sigma_{fi}^j}{f_i} \Gamma_i \psi_i P_i^j \quad J = U_{235}, U_{238}$$

Siendo $f = \delta_c F$

ψ : factor de forma $\begin{cases} = 1 & W: \text{potencia específica "media"} \\ \neq 1 & W: \text{potencia específica "máxima"} \end{cases}$
 en este caso ψ debe calcularse con la distribución de neutrones real (incluye masa operativa y elementos de control introducidos).

Conocido x y ϕ_i se calcula para todos los isótopos que entran en la cadena descrita por las ecuaciones A-6-3 las reacciones:

$$A-6-5 \quad (\sigma_j \phi) = f \cdot x \cdot N_j \sum_{i=1}^4 \frac{\sigma_{fi}^j}{f_i} P_i \psi_i \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Procon cálculo } (\sigma_j \phi) \text{ con} \\ \text{poniendo } x = \psi_i = 1 \end{array} \right.$$

Fijando el tiempo de irradiación se resuelven las ecuaciones A-6-3 y con las densidades atómicas encontradas $Z_5 = \int_0^t N_5(\sigma_5^f \phi) dt$; $Z_9 = \int_0^t N_9(\sigma_9^f \phi) dt$; $Z_{10} = \int_0^t N_{10}(\sigma_{10}^f \phi) dt$; $Z_8 = \int_0^t N_8(\sigma_8^f \phi) dt$ se repite el cálculo de PROCON, el cual incluye esta vez los isótopos nuevos formados. PROCON dará el nuevo exceso de reactividad, y los nuevos flujos medios. Si se supone que durante la irradiación el flujo medio se ha mantenido constante, el cálculo de las reacciones (fórmula A-6-5) para una nueva irradiación se hace con el mismo factor x calculado inicialmente. Si por el contrario, se considera que es la potencia específica la que no varió, el factor de normalización se calcula esta vez por:

$$A-6-6 \quad W = f x' \sum_j N_j \sum_{i=1}^4 \frac{\sigma_{fi}^j}{f_i} \psi_i \Gamma_i P_i^j \quad J = U_{235}; U_{238}$$

$P_0 = 235; P_0 = 238$

De esa forma, fijando las condiciones iniciales (exceso de reactividad inicial), potencia especificada (o flujos) y el límite inferior de reactividad deseable, la combinación de la rutina que resuelve las ecuaciones A-6-3 con PROCON permitirá estimar el tiempo de irradiación. Evidentemente, el problema inverso también puede ser respondido, esto es fijando la irradiación (o tiempo de irradiación) prever el exceso de reactividad final.

La determinación de los tiempos de irradiación parciales requerirá fijar si es la potencia o el flujo lo que permanece constante.

Finalmente, es usual referir los resultados a una variable BU(burn-up) definida como el producto de la potencia especificada por el volumen geométrico de la parte reactiva y por el tiempo de irradiación, dividido por los tn de uranio, esto es:

$$BU = W V t / t_n \text{ (MW días/tn uranio)}$$

A-7) TRATAMIENTO DE LA CELDA DE CONTROL

Se denominan celdas de control a las que tienen un elemento de control de gran absorción térmica y/o epitérmica, rodeada de material fisiónable-moderador. Interesa evaluar las absorciones efectivas del elemento de control. Esta viene dada por un parámetro $\mathcal{L}$ definido como la relación entre la corriente neta en la superficie del elemento al flujo en ella:

$$\mathcal{L} = \frac{J^+ + J^-}{\psi^+ + \psi^-}$$

indicando el índice $+$ y $-$ la superficie a la derecha e izquierda del plano de simetría del elemento de control.-

Si se supone simetría:

$$A-7-1 \quad \alpha = \frac{J}{\psi} = \lambda \text{tr}/3 \text{ d} \quad (\text{extrapolación})$$

Este parámetro se puede calcular con la teoría de Amouyal-Benoist en función de las características geométricas y material del elemento. En efecto la relación entre la distancia de extrapolación del elemento de control ^{al} libre camino medio de transporte del medio adyacente al elemento viene dada por:

$$\frac{d(E)}{\lambda \text{tr}} = -\frac{4}{3} \left(\frac{1}{\Gamma(E)} - 1 \right) + 2/3$$

$$1/\Gamma(E) = \frac{1 - c P(a \sum t)}{\sum a \times 2a \gamma [1 - P(a \sum t)]}$$

siendo

$$c = \sum s / \sum t$$

a: semiespesor de la placa o radio de la barra de control.

$$A-7-2 \quad \left. \begin{array}{l} \gamma = 1 \text{ geometría cilíndrica} \\ \gamma = 2 \text{ geometría plana} \end{array} \right\}$$

$P(a \sum t)$: probabilidad de colisión

Utilizando la aproximación racional mejorada ⁽¹⁹⁾:

$$1 - P = \frac{1}{1 + \bar{r} \sum t - \frac{\bar{r} \sum t}{\bar{r} \sum t + m}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\left(\frac{2x+1}{x} \right) \left[1 - \frac{2x}{(m+2x)(1+2x)} - 1 \right]}$$

$$x = a \sum a \quad \text{---} \quad x' = a \sum r \quad \text{---} \quad \text{g.cilíndrica}$$

$$x = 2a \sum a \quad \text{---} \quad x' = 2a \sum t \quad \text{---} \quad \text{g.plana}$$

Utilizando la fórmula de Breit-Wigner para

$T=0$: (la notación e: es la clásica)

$$\sigma_t = \frac{\sigma_0}{(E)^{1/2}} \frac{1}{1 + (4/\Gamma^2)(E-E_j)^2} + \frac{\sigma_0' 4(E-E_j)/\Gamma}{1 + (4/\Gamma^2)(E-E_j)^2} + \sigma_p$$

$$\sigma_0 = \frac{2.6 \cdot 10^6}{E_j} \text{ g } \frac{\rho_n}{\rho} \quad \sigma_0' = \left(\sigma_0 \sigma_p \frac{\rho_n}{\rho} \text{ g} \right)^{1/2}$$

es posible calcular la dependencia de α con la energía y así determinar los valores promedios:

$$A-7-3 \quad \alpha_T = \frac{\int_0^{0.625 \text{ ev}} \alpha(E) \psi_t(E) dE}{\int_0^{0.625 \text{ ev}} \psi_t(E) dE} \quad \alpha_e = \frac{\int_{0.625 \text{ ev}}^{5.5 \text{ Key}} \alpha(E) \psi_e(E) dE}{\int_{0.625 \text{ ev}}^{5.5 \text{ Key}} \psi_e(E) dE}$$

siendo:

ψ_t : flujo térmico

ψ_e : flujo epitérmico

Es posible demostrar que el flujo epitérmico viene dado en esta condición por:

$$d\psi_e(E) = \frac{dE}{[1 + \alpha(E) \Gamma_3]} E$$

Para la parte termal los calculos pueden hacerse con el

formulismo Wescott (27)

$$d\psi_w(E) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left[(1-b.r) \frac{E}{kT} e^{-E/kT} + r \frac{A}{E} \right] dE \quad (T: \text{temperatura neutrónica})$$

$$b = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{D}{E} dE \quad r = \frac{\bar{E} a T}{\rho_n \rho \Sigma_s}$$

$$\text{Cumpliendo: } \int_0^\infty \psi_w(E) dE = 1$$

o el tratamiento Tretiakoff

$$dE \Phi_T(E) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{E e^{-E/KT}}{KT} + 2 r_T E(E) \quad (T: \text{temperatura moderador})$$

$$r_T = \left(\sqrt{\frac{4}{\pi}} r_w \right) = \sqrt{\frac{4}{\pi}} \frac{\sum a_n}{\sum s_n}$$

$E(E)$: determinado para el modelo de gas pesado o liviano y aproximado por los polinomios, para el caso de $E(E)$ independiente de r :

gas hidrógeno:

$$E(x) = 8.715 x - 97.286 x^2 + 399.4 x^3 - 855.14 x^4 + 1032.95 x^5 - 706.69 x^6 + 255.29 x^7 - 37.826 x^8$$

$$0 \leq x \leq 1.62$$

$$E(x) = -0.2565 x^4 + 2.5489 x^3 - 9.4636 x^2 + 15.5121 x - 9.3634$$

gas pesado:

$$1.62 \leq x \leq 3$$

$$E(x) = -2.094 x + 18.032 x^2 - 88.787 x^3 + 201.75 x^4 - 248.96 x^5 + 174.72 x^6 - 65.52 x^7 + 10.172 x^8$$

$$0 \leq x \leq 1.56$$

$$E(x) = -10.586 + 17.60 x - 10.706 x^2 + 2.864 x^3 - 0.2858 x^4$$

$$1.56 \leq x \leq 3$$

para $x > 3$ en ambos casos:

$$E(x) = \frac{1}{72}$$

$$x \rightarrow 3$$

$$\text{siendo } x = \sqrt{\frac{E}{KT}} = \frac{\sqrt{E}}{(2KT)^{\frac{1}{2}}}$$

La figura (3) muestra la comparación entre los distintos modelos: Wescott con los valores de definido por: $x < \mu$, $\Delta = 0$; $x > \mu$; $\Delta = 1$ Tretiakoff hipótesis gas liviano ($A=1$) y pesado ($A=\infty$)

En todos los casos lo que se calcula es la distribución de neutrones en equilibrio térmicos omitiendo la dependencia espacial. Esta distribución, que corresponde a medios de extensión infinita, no será exactamente la que se observará en puntos cercanos al elemento de control. Sin embargo, para absorbentes fuertes, la dependencia de α con el espectro no es significativa. En efecto, en ese caso

$$x \rightarrow \infty \quad \alpha = 1/2 \quad \alpha_T = 1/2 \text{ independiente del espectro}$$

Para la región epitermal, siendo que en general la absorción es menor siempre que la correspondiente a la región térmica, puede bastar la aproximación citada más arriba.

El cálculo de α permitirá encontrar las absorciones efectiva de la celda de control. Un primer proceso imaginable es realizar un cálculo de difusión para los dos medios de la celda de control o para uno (material fisiónable-moderador) y condiciones de contornos efectivas sobre la superficie empleando los α calculados. Estos lo fueron suponiendo simetría, por lo tanto un cálculo de difusión consistente será el que emplea simetría a ambos lados del elemento de control. En ese caso el flujo en una cara, viene dado por ⁽²⁹⁾:

$$\phi_0^+ = \frac{Q^+}{\Sigma} \quad \frac{1}{1 + \alpha \left[\coth \left(\sqrt{\frac{\Sigma}{D}} \cdot \frac{t}{2} \right) \right] \sqrt{\frac{1}{D\Sigma}}} \quad \phi = \phi_0^+ (1-t) \phi^-$$

$$\Sigma = \Sigma_a E t.$$

$$D: \quad \beta^+ = \beta - \alpha t$$

s.e.m. total del material fisiónable-moderador.
coeficiente difusión del material fisiónable-moderador.

$$\phi_0^+ = \frac{Q^+}{\Sigma}$$

Si Σ_p es la sección eficaz "homogénea" del elemento de control la relación

$$\frac{\Sigma_p}{\Sigma_p + \Sigma_a + \Sigma_t} \quad \text{expresa} \quad \frac{\text{absorción en elemento de control.}}{\text{fuente en la celda}}$$

Esta última puede ser calculada con las expresiones del flujo halladas más arriba teniendo presente que la absorción en el elemento de control debe ser igual a la corriente, por unidad de longitud, entrante en el elemento: $\alpha \psi + S$

Finalmente la sección eficaz "homogénea" equivalente a la efectiva del elemento de control, viene dada por:

A-7-4

$$\Sigma_p = \frac{\Sigma_a}{\frac{V}{S} \left[\frac{\Sigma_a}{\alpha} + \sqrt{\frac{\Sigma_a}{D}} \coth\left(\frac{L}{2} \sqrt{\frac{\Sigma_a}{D}}\right) \right] - 1}$$

U_S : relación entre volumen y superficie de la caja sin control.

Esta fórmula será correcta para predecir la absorción epitermal y no la termal ($\alpha = \alpha_e; \Sigma = \Sigma_{a3} + \Sigma_{t3}$). En efecto, en esta última será necesario considerar el intercambio de neutrones epitérmico a térmico, es decir se tratará de la resolución de las ecuaciones de difusión a dos grupos de energía. La resolución da finalmente la expresión siguiente para la sección eficaz "homogénea" equivalente a la efectiva del elemento en la región térmica (29)

A-7-5

$$\Sigma_{pt} = \frac{\Sigma_{aT} \left[1 - \frac{\Sigma_{p3}}{\Sigma_3} \Delta \right]}{\frac{V}{S} \frac{\Sigma_{aT}}{\alpha_T} + \sqrt{\frac{\Sigma_{aT}}{D_T}} \coth\left(\frac{L}{2} \sqrt{\frac{\Sigma_{aT}}{D_T}}\right) - 1 + \frac{\Sigma_{p3}}{\Sigma_3} \Delta}$$

$$\Delta = \frac{V/S}{\frac{P_r}{\Sigma_{oT}} - \frac{D_3}{\Sigma_3}} \left\{ \sqrt{\frac{D_T}{\Sigma_{aT}}} \cot\left(\frac{L}{2} \sqrt{\frac{\Sigma_{aT}}{D_T}}\right) - \sqrt{\frac{D_3}{\Sigma_3}} \coth\left(\frac{L}{2} \sqrt{\frac{\Sigma_3}{D_3}}\right) \right\}$$

Si hacemos $\alpha \rightarrow 0$ en las fórmulas A-7-4 y A-7-5

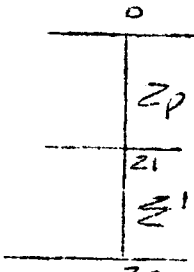
$$\Sigma_p z = \Sigma_p \tau \rightarrow 0$$

Un cálculo que podrá ser cumplido ahora es la efectividad del elemento de control parcialmente introducido en el canal correspondiente a la celda de control.

Supongamos que sea z_1 la altura del elemento de control insertada y z_2 la correspondiente al volumen de moderador que deja el elemento en el canal y Σ_p y Σ' las secciones eficaces correspondiente al elemento homogeneizado y moderador respectivamente, La sección eficaz correspondiente del canal con elemento de control parcialmente introducido puede ser calculada aproximadamente

por:
$$\Sigma(z) = \Sigma_p \bar{\phi}_p + \Sigma' \bar{\phi}'$$

siendo:



$$\bar{\phi}_p = \frac{\int_0^{z_1} \phi_p(z) dz}{\int_0^{z_1} \phi_p(z) dz + \int_{z_1}^{z_2} \phi'_p(z) dz}$$

$$\bar{\phi}' = \frac{\int_{z_1}^{z_2} \phi'_p(z) dz}{\int_0^{z_1} \phi_p(z) dz + \int_{z_1}^{z_2} \phi'_p(z) dz}$$

Suponiendo teoría a un grupo:

$$\phi_p = A \cosh(z) \sqrt{\frac{\rho}{\Sigma_p}}$$

$$\phi' = C e^{z/\sqrt{\Sigma_1}} \left[1 - e^{-z z_2 / \sqrt{\Sigma_1}} e^{-z / \sqrt{\Sigma_1}} \right]$$

B) COMENTARIO Y UTILIZACION DEL PROCON.

PROCON ha sido concebido agregando las modificaciones descritas en la parte A al método de cálculo que se disponía^(1,2), con el ánimo de predecir, con mayor precisión que anteriormente, los experimentos tipo "integrales" de sistemas moderados a agua liviana. La imposibilidad, por el momento, de utilizar la gran variedad de códigos escritos en las computadoras IBM 7090 o Mercury Ferranti con 4 tambores (los cuales permitirían el cómputo, con gran exactitud, de varios de los parámetros neutrónicos), nos ha conducido a introducir en PROCON rutinas simples ajustadas por comparación con resultados más exactos o con valores experimentales.

La filosofía de los formularios de cálculos basados en rutinas simples no es errada finalmente como fué señalado ya por Deutsch. Las incertidumbres en los datos nucleares y geométricos, juntamente con las limitaciones de las aproximaciones de las teorías empleadas usualmente, no pueden obviarse con computadoras veloces y a gran capacidad. Afortunadamente esos errores, de distintos signos se compensan de forma tal que esquemas más o menos simples permiten correlaciones en general aceptables. En algunos casos se introduce formulas empíricas que permiten el ajuste con los resultados experimentales (por ejemplo la correlación empleada en Francia en el análisis de sistemas moderados a agua pesada sobre la base de la fórmula de los cuatro factores); en otros casos, se mejoran las aproximaciones a fin de aumentar la consistencia y comprensión en la descripción del proceso físico sin necesaria-

mente aumentar la complejidad del formulario de cálculo (correlación empleada por Hicks^(8,7) y seguida por nosotros, basada en la formulación a cuatro grupos de neutrones standard y secciones eficaces efectivas para cada grupo). Finalmente, es el análisis de sistemas críticos lo que definirá la "bondad" de las aproximaciones y simplificaciones adoptadas en los formularios de cálculos.

A medida que el rango de correlación experimental aumente, el grado de seguridad en predecir situaciones fuera de él será mayor. Sin embargo, la computación de parámetros "diferenciales" exigen teorías más complicados que las que se pueden considerar con formularios simples, si se desea comparaciones aceptables con los valores correspondientes medidos. Es el caso, por ejemplo, del estudio de las activaciones "térmicas" en medio heterogéneos, la cual requiere una gran exactitud en predecir la distribución de neutrones en energía y en espacio⁽³¹⁾.

Por razones prácticas, es conveniente separar el estudio de sistemas con combustible "fresco" (PROCON I) del correspondiente a combustible envenenado por productos de fisión (PROCON II). El error en predecir la laplaciana ^{λ} material en el primer caso puede ser determinado con el análisis de tres tipos de sistemas críticos o exponenciales:

- 1) Reticulados de U-metal H₂O con bajo enriquecimiento en U-235 (1,1 a 1.3%) con y sin soluciones de boro en el moderador y distintas relaciones de moderación(3,18)
- 2) Reticulados de UO₂-H₂O con bajo enriquecimiento (1.3 a 4.0%) con vainas de aluminio o acero y distinto rela-

ciones de moderación. (3,7)

- 3) Sistemas hidrogenados con combustible altamente enriquecido, en forma de placas distintas relaciones de moderación y grado de endurecimiento del espectro termal. (32)

El método utilizado para el cálculo de la efectividad de elementos de control puede ser probado con el análisis de las experiencias WAPD con núcleos correspondientes al caso 3 y membranas absorbentes de distintas características en absorción de neutrones. (29) (33)

Es importante señalar acá que con el conjunto crítico que contaremos próximamente (de características similares al señalado en 3), nos permitirá aumentar el rango de correlación experimental en laplacianas $\beta-\lambda$ como así también la comparación de índices espectrales en diferentes puntos del núcleo (método integral de medición de espectro) y dependencia de la economía de reflectores laterales con el tamaño y geometría del núcleo, información experimental en general escasa actualmente.

Para probar el grado de aproximación de PROCON II, el cual comprende los isótopos formados por fisión, será necesario analizar las experiencias realizadas en el conjunto "HELEN" (moderador agua liviana, combustible U-235 y Pu-239) (32) las cuales simulan el quemado de U-235 y formación de Pu-239 durante la irradiación.

PROCON permitirá también el cálculo de las constantes de difusión necesarias para evaluar los picos de flujo localizados o distribuciones de flujo en puntos cercanos o interfases, siguiendo el criterio empírico del * la laplaciana es del orden de 120 m² por lo tanto el volumen de la zona "asintótica" será lo suficientemente reducido como para no permitir retroalimentación de cambios de flujo

método M.N.D. Sin embargo, como fué señalado ya, no se debe esperar más que una primera estimación. Este tipo de cálculo exige métodos más perfeccionados para describir el proceso de termalización de neutrones que el empleado en PROCON. Un esfuerzo fue dado ya por Hicks⁽⁹⁾ empleando un método simple basado en dos grupos de neutrones para el grupo térmico con secciones eficaces de retermalización o de transferencia de cada grupo computadas con el modelo de Leslie⁽³⁴⁾. El método actualmente en desarrollo por nosotros, basado en el modelo de gas monoatómico⁽³⁵⁾ para la ley de "scattering" y muchos grupos en el grupo termal, permitirá cálculos más exactos de distribuciones finas o hiperfinas (o determinación de las constantes para evaluar picos de flujo localizados) como así también de las constantes de difusión del grupo termal para zonas cercanas a interfases.

La extensión del formulismo de cálculo empleado en PROCON para sistemas moderados a agua pesada de diseño común requerirá posiblemente mejorar el tratamiento del grupo termal (por ejemplo empleando el modelo a dos grupos en el grupo termal) e introducir la anisotropía para el cálculo del coeficiente de difusión. Sin embargo se preve que el análisis de experiencias con barras plenas podrá ser descriptas satisfactoriamente, pues en estos casos el efecto de anisotropía como la dependencia del espectro de neutrones termal en agua pesada no es muy significativa en los resultados finales. No obstante será el análisis de la gran variedad de experiencias críticas con moderador a agua pesada disponibles^(36,37,38,39)

-60-

lo que permitirá finalmente fijar un criterio sobre el grado de exactitud del método empleado en PROCON.

BUENOS AIRES, Marzo de 1964.-

-.-.-ooOoo-.-.-

R E F E R E N C I A S

- 1) R.SOLANILLA: "Método de Cálculo de Reactores Moderados a Agua Liviana" Informe Interno -1963-
- 2) R.SOLANILLA: "Cálculos Nucleares de Reactores Moderados a Agua Liviana y Correlación Experimental". SM 42/25 - Simposio sobre Experimentos Críticos y Exponenciales- Amsterdam - 1963 -
- 3) H.KOUTS y otros: A/Conf. 15/P/1841 - 1958 -
- 4) A. AMOUYAL y otros : Rapport CEA Nº 1398 - 1960 -
- 5) C.MATTEI y otros: Proyecto R/A.E.P. -Libro V- 1962
- 6) A.HASSITT: AERE T/R 2487 y 2859 (1959)
- 7) D.HICKS: AEEW - R-64 (1961)
- 8) D.HICKS: Light Water Lattices - Technical Reports - Series Nº 12 (1962) pág.99
- 9) D.HICKS: Heavy Water Lattices- Technical Reports Series. Nº 20 (1963) pag.
- 10) D. HICKS & M. WILKINSON: AEEW-R184 (1962)
- 11) H. AMSTER: WAPD-185 (1958)
- 12) P.A. OMBRELLARO. WAPD-M-Pag. 1 (1961)
- 13) P.A. OMBRELLARO. WAPD-TM-63 (1957)
- 14) D.HICKS. COMUNICACION PRIVADA
- 15) P. BENOIST. RAPPORT CEA Nº 1354 (1959)
- 16) K. CASE; DE HOFFMAN, G. PLACZEK: "Introduction to the theory of neutron diffusion"
- 17) G.I. BELL "Nuclear Science and Engineering" 5 - 139 (1959) X
- 18) R. HELLENS, H. HONECK: "Light Water Lattices - Technical Reports Series" Nº 12 (1962) pg.
- 19) W. ROTHENSTEIN "Nuclear Science and Engineering" 7 - 2 -Feb.1960

- 20) Dressner "Resonance Absorption in Nuclear Reactor" Pergamon Press - New York - 1960 -
- 21) J. MOUGHEY - R.SOLANILLEA: Rapport S.P.M. nº 705 (1961)
- 22) R.ALPIER - Sand Piper I AEEW - R90 ||
- 23) GOLSTEIN
- 24) R.J.BREEN - N.S. and E. 2 91 (1961)
- 25) E.ELDER - R.SOLANILLA - "Análisis experimental de configuraciones nucleares anulares moderados por agua y reflejados por grafito" - Informe Interno -1963-
- 26) R.ALPIER - Redshank I and Greenshank I - AEEW -R91 (1963)
- 27) C.H.WESCOTT - C.R.R.P. - 680 (1957)
- 28) R. NAUDEW - Rapport SPM Nº 740 (1962)
- 29) A.HENRY : WAPD - 218 (1959)
- 30) R.W.PENTSCH: R.S.and T. (J.N.E.) 1961 Vol.14 -168-
- 31) H.HONECK "Light Water Lattices" Technical - Report Series Nº 12 (1962) pág.233.-
- 32) I.JOHNSTONE - "Light Water Lattices" Technical Reports series Nº 12 (1962) pág. 74.-
- 33) R.SOLANILLA "Efectividad de elementos de control" (en preparación)
- 34) D.LESLIE - AEEW - R 133 (1962)
- 35) H.BROWN - D.St.HON - DP-33 (1954)
- 36) D.HONE - Proc. 2nd. UN Int. Conf. PUAE 12 (1958) 351
- 37) Y.GERARD Y OTROS: " " " " " 12 (1958) 281
- 38) A.GALANIN y otros:" " " " " 12 (1958) 380
- 39) B.PERSHAGEN y otros: " " " " " 12 (1958) 341
- 40) M.LEVINE N.S.E. 16 (1963) 271/279

A N E X O -1-

Sobre la base de las aproximaciones clásicas N.R. y NRIM, aproximación racional de Wigner mejorada para tratar el efecto de autoprotección, el cálculo de la integral de resonancia efectiva del U-238 desde 6.67 ev. a 2 Mev. considerando 54 resonancias resueltas distribución de Porter Thomas para la zona estadísticas (1 Kev a 30 kev.) y, contribución de los estados $l=0$ y dispersión inelástica, para barras cilíndricas de diferentes diámetros y temperaturas ha mostrado que los valores calculados pueden ser ajustados por la relación siguiente: ⁽²¹⁾

$$(1) \quad I_{\text{efec.}}^{238}(T) = I_{\text{efec.}}^{238}(T_0) \left[1 + \left(T^{1/2} - T_0^{1/2} \right) \right] \quad T_0 = 293^\circ \text{K.}$$

$$I_{\text{efec.}}^{238} = A \quad B \quad (S/M)^{1/2}$$

$$\beta = c \quad d \quad (S/M)$$

Definiendo la sección eficaz efectiva de resonancia por la relación

$$\sigma_{\text{efec.}}^{238} = \frac{\sum I_j}{\Delta u}$$

siendo:

I_j : integral de resonancia efectiva de la resonancia j

Δu : intervalo en letargia $= \ln(E/E_0)$ donde esta defi-

nida la sumatoria, el cálculo ha mostrado que,

para $T=T_0$; $\sigma_{\text{a efect.}}^{238}$ puede ser puesta:

$$\sigma_{\text{a efect.}}^{238} = C \quad D \quad (S/M)^{1/2} / \Delta u$$

con C y D dependiente del grupo de energía y la forma que se presenta el U-238. En la tabla A-1 se indican los valores de C y D calculados (sin contribución de captura en $1/v$)

Tabla A-1

	C		D	
	Oxido	metal	Oxido	metal
$E = 6.67 \text{ ev. a}$				
$E = 190 \text{ ev.}$ ($u = 3.348$)	1.55	0.61	23.50	22.40
$E = 209 \text{ ev a}$				
$E = 997 \text{ ev.}$ ($u = 1.562$)	0.66	0.497	2.4	2.25
$E = 997 \text{ ev a}$				
$E = 30 \text{ Kev}$ ($u = 3.414$)	1.67	1.453	1.1	1.33
$E = 30 \text{ Kev. a}$				
$E = 2 \text{ Mev.}$ ($u = 4.19$)	0.8	0.8	0.0	0.0

Mientras que el gráfico A-1 muestra la variación con la energía de la $\sqrt{\sigma_{\text{ef}}(E)}$ en la zona comprendida entre 30 Kev. a 100 ev., para diferentes relaciones S/M y T en los dos casos estudiados: óxido de densidad 10.0 gr/cm³ y U-metal. El examen de estos gráficos muestran que es posible considerar la influencia de la temperatura y autodepresión solamente en la sección eficaz de absorción del grupo epitermal (entre 5.5 kev y 0.625ev.) de forma tal que si ponemos

$$\int_{5.5 \text{ Kev.}}^{30 \text{ kev.}} \sigma_a \text{ efec. (E)} \frac{dE}{E} = 0.90 \text{ barn (Integración numérica de las curvas del gráfico A-1)}$$

la sección eficaz efectiva del grupo 3, incluyendo la captura en $1/v \approx 107$ viene dada, a partir de los coeficiente C y D de la tabla A-1 por:

$$(2) \text{ Metal } \int_a^{238} = \frac{(2.73 \frac{25.78(S/M)}{9.0324})^{1/2}}{1 (0.47 \quad 0.54(S/M)) 10^{-2} (T^{1/2} - T_0^{1/2})}$$

$$(3) \text{ Óxido } \int_3^{238} = \frac{(4.05 \frac{27.0(S/M)}{9.0324})^{1/2}}{1 (0.58 \quad 0.55(S/M)) 10^{-2} (T^{1/2} - T_0^{1/2})}$$

y $\int_a^{238} \int_a^{238}$ dadas por la Tabla A-1-IV

independiente de S/M y T e igual para el óxido y U metal.

Los valores de A y B de la integral de resonancia efectiva total que así resultan (extendida ahora desde 10 Mev a 0.625ev y con inclusión de la captura en $1/v$) son:

$$A (\text{óxido}) = 5.486$$

$$B (\text{óxido}) = 27.0$$

$$A (\text{metal}) = 4.166$$

$$B (\text{metal}) = 25.78^{(39)}$$

mientras que los determinados por Hellstrand por ajuste con los valores de $I_{\text{exp.}}^{238}(T_0)$ experimental es:

$$A (\text{óxido}) = 5.21$$

$$B (\text{óxido}) = 26,6$$

$$A (\text{metal}) = 4.02$$

$$B (\text{metal}) = 25.80$$

La diferencia es entonces, menor de 0.2b y 0,4b para A y B respectivamente.

La comparación entre los resultados, para $T=T_0$, para el óxido y el U-metal, muestra que una expresión del tipo:

$$(4) \quad (S/M)_{\text{metal}} = 0.0070528 \left(\sqrt{\frac{A}{257}} \right) (S/M)_{\text{óxido}} \quad \begin{array}{l} \text{metal } \sqrt{p} = 0 \quad A=257 \\ \text{óxido } \sqrt{p} = 0.6 \quad A=270 \end{array}$$

permite pasar de la I_{efec}^{238} correspondiente al metal a la correspondiente al óxido. Esta expresión es similar a la fórmula dada por Levine y diferente de la que surge del principio de equivalencia de Dressner⁽²⁰⁾, dando diferencias crecientes a medida que S/M disminuye o la concentración efectiva aumenta. Para los isótopos U-235, Pu-239 etc. la concentración efectiva es en general baja, de forma que las fórmulas de la sección A-4 son una buena aproximación.

La equivalencia para el coeficiente Doppler no es la misma que la escrita mas arriba (como surgiría de la validez del principio de equivalencia) obteniéndose, por comparación la relación siguiente:

$$(S/M)_{\text{metal}} = 0.02680 \left(\sqrt{\frac{A}{257}} \right) (S/M)_{\text{óxido}} \quad \begin{array}{l} \text{metal } \sqrt{p} = 0, \quad A=257 \\ \text{óxido } \sqrt{p} = 7.6 \quad A=270 \end{array}$$

De acuerdo a las dos relaciones de equivalencia establecidas es posible escribir una única expresión para

σ_{a3}^{238} dada por:

$$(5) \quad \sigma_{a3}^{238} = \left[0.30224 \quad 2.8542 \quad \sqrt{0.05360 \left(\frac{S}{M} \right)} \right] \left\{ 1.0047 \right. \\ \left. 0.0054 \quad 0.2037 \quad \frac{S}{M} \right\} (\sqrt{T} - \sqrt{T_0})$$

siendo:

$$S/M = \frac{270 \delta (1 - \delta) 257}{257} (4/\bar{r} \rho)$$

metal $\delta = 0$ ρ : densidad del metal

óxido $\delta = 1$ ρ : densidad del óxido

La extensión de la expresión de $(6.3)^{238}$ para el caso de barras no aisladas se hace usualmente reduciendo la superficie de la barra por un factor el cual depende del efecto de interferencia o de sombra de las barras vecinas de un reticulado periódico. En estos reticulados es posible siempre definir una superficie de corriente nula. Bell definiendo la celda como el volumen limitado externamente por dicha superficie, ha encontrado que el factor de reducción definido por:

$$(6) \quad \gamma = 1 - C$$

C: corrección Dancoff o probabilidad de transmisión en la región entre la barra y la superficie de corriente nula (moderador)!

puede ser escrito, adoptando las aproximaciones racionales para las probabilidades de colisión:

$$(7) \quad \gamma = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sum_m \bar{r}_m}} = \frac{1}{1 + \frac{V_c \bar{r}_c}{V_m \sum_m \bar{r}_m}} \quad \begin{array}{l} \bar{r}_m : \text{s.e.m. del moderador} \\ V_c : \text{volumen combustible} \\ V_m : \text{volumen moderador} \\ \bar{r}_c : \text{volumen combustible} \\ \text{Superficie} \end{array}$$

Este tratamiento no tiene presente la disposición geométrica de las barras.

La comparación con tratamientos más exactos muestra que la fórmula 7 sobreestima γ . En el gráfico A-2 se muestran que los valores calculados con (7) respecto a los que resultan de la fórmula de Dancoff-Ginsburg, para tres radios de barras y diferentes relaciones volumétricas son sobrestimados, manteniéndose la diferencia entre ambos aproximadamente constante con la relación volumétrica y dependiente del radio de la barra. Una corrección empírica aproximada a la fórmula (7) puede ser obtenida a partir de la diferencia $\gamma_{\text{Bel}} - \gamma_{\text{Dancoff}}$ promediada respecto a la relación volumétrica para cada radio. La expresión que resulta es

$$\gamma_{\text{corregida}} = \gamma_{\text{Bell}} \bar{w}$$

$$\bar{w}(\bar{r}) = \frac{\sum w_i(\bar{r})}{3} = 0.243 \left(\frac{\bar{r}_c}{2} \right) - 0.1533 \left(\frac{\bar{r}_c}{2} \right)^2$$

válida para relaciones volumétricas comprendidas entre 1 y 4.-

-.--.-.-.-.-.-

Estructura hiperfina:

Suponiendo una celda cilíndrica o plana elemental compuesta por combustible, vaina y moderador, la teoría de Amos y Denoist, obtenida aplicando teoría a la difusión en el moderador, con corrección de transporte sobre la superficie del combustible y variación lineal en la vaina de las fórmulas siguientes para el flujo medio en el moderador y vaina referido ambos al del combustible:

$$\frac{\bar{\Phi}_m}{\bar{\Phi}_c} = G(b) + \frac{q_0}{j_2} \frac{\sum_a^{comb.}}{\sum_a^{mod.}} (1 + R_v) X_1; \quad \frac{\bar{\Phi}_v}{\bar{\Phi}_c} = \frac{G(b) + G(a')}{2}$$

$$R_v = \frac{q_0 \sum_a^{vaina}}{q_0 \sum_a^{comb.}} \bar{\Phi}_v / \bar{\Phi}_c$$

Geometría cilíndrica $\left\{ \begin{array}{l} a: \text{radio interno combustible} \\ a': \text{radio interno vaina} \\ c: \text{radio externo vaina} \\ b: \text{radio celda} \end{array} \right.$

$$G(b) = G(a) + a \sum_a^{comb.} (1 - a/a') + \frac{3}{2} \sum_{tr}^{vaina} (b-a) \frac{a}{a'} \sum_a^{comb.}$$

$$G(a) = 1 + \frac{\sum_a^{comb.}}{\sum_t^{comb.}} \left[1 + \alpha \left(\frac{\sum_{comb}^{comb.}}{\sum_t^{comb.}} \right) + \beta \left(\frac{\sum_{comb}^{comb.}}{\sum_t^{comb.}} \right) \right]; \quad G(a') = G(a) + \frac{q_0 \sum_a^{comb.}}{j_2 a'}$$

$$X_1 = 3 \sum_t^{mod.} \sum_a^{mod.} \frac{c^2}{c} + \frac{c^2 - b^2}{b} \sum_a^{mod.} \left[\frac{3}{2} \lambda \sum_t^{mod.} - 1 \right] \cdot \left(1 - \frac{a}{a'} \right)$$

$$C = \frac{1}{2} \left[\frac{b^2}{b^2 - c^2} \ln \left(\frac{b}{c} \right) - \frac{3}{4} + \frac{c^2}{4b^2} \right]$$

Geometría plana $\left\{ \begin{array}{l} a: \text{semiespesor combustible} \\ b: \text{semiespesor cara externa elemento combustible.} \\ c: \text{semiespesor celda} \end{array} \right.$

$$G(b) = G(a) + 3(b-a) \sum_{th}^{vaina} (a) \sum_a^{comb.}$$

$$X_1 = \sum_a^{mod.} \sum_{u_{tr.}}^{mod.} (c-b)^2 + \sum_a^{mod.} (c-b) \left[\frac{3}{2} \lambda \sum_t^{mod.} - 1 \right]$$

siendo:

$G(r) = \frac{\phi(r)}{\phi_c}$: relación entre el flujo en la superficie "r" y flujo medio en el combustible.

$\sum_a^{comb.}$: s.e.m. de absorción del combustible.

$\sum_a^{mod.}$: s.e.m. de absorción del moderador.

$\sum_t^{comb.}$: s.e.m. de absorción total del combustible

$\sum_t^{mod.}$: s.e.m. de absorción total del moderador.

$$\sum_s^{comb.} = \sum_t^{comb.} - \sum_a^{comb.}$$

$\sum_{tr.}^v$: s.e.m. de transporte de la vaina

$\sum_a^v$: s.e.m. de absorción de la vaina

$$f_0 = V_{comb.}/V_{celda} ; g_1 = V_{vaina}/V_{celda} ; g_2 = V_{moder.}/V_{celda}$$

$A, \alpha, \beta, \lambda \sum_t^{mod.}$ están dados por tablas y gráficos en la referencia y ajustados por los polinomios:

$$A = a \sum_t^{comb.} - \frac{a \sum_t^{comb.}}{a \sum_t^{comb.} + m_1 e}$$

$$\alpha = \mu \alpha (a \sum_t^{comb.}) + \nu \alpha (a \sum_t^{comb.})^2$$

$$\beta = \mu \beta (a \sum_t^{comb.}) + \nu \beta (a \sum_t^{comb.})^2 ; \lambda \sum_t^{mod.} = \frac{m_2 e}{\lambda} + 10.71$$

tomando los coeficientes los valores siguientes:

<u>Geometría cilíndrica</u>	
U= 0.06525	V= -0.00175
V= 0.04016	V= -0.01416
U= 0.62	V= -0.9917

$$A = \frac{P_c}{1-P_c} - 2a \sum_a^{comb.}$$

$$\alpha = \frac{P_c}{(1-P_c)^2} \frac{1}{A}$$

$$\beta = \frac{P_c}{1-P_c} \frac{1}{A}$$

$$\lambda = \sum_t^{mod.} = 0.71$$

Geometría Plana

empleando una rutina especial la cual se calcula:

$$P_c = \frac{1}{2} \frac{c}{20 \sum_a^{comb.}} \left[\frac{1}{2} - E_3(20 \sum_a^{comb.}) \right]$$

$$L = \frac{1}{P_c P_c} I(v) \quad v = a \sum_a^{comb.}$$

$$I(v) = \frac{2}{v} \left[\frac{1}{2} - E_3(v) \right] + \left[E_2(v) + \frac{E_3(v)}{2} \right]^2$$

y aproximación en $E_3(\theta) \approx E_2$ hasta la potencia 5

Finalmente la relación entre flujo en el medio

"k" al de la celda :

$$\frac{Q}{\phi_k} = \frac{\phi_k}{\phi_{\text{celda}} \sum_i V_i (\phi_i / \phi_k)} \quad \begin{array}{l} i = c, v, m \text{ respect.} \\ k = c, v, m \text{ respect.} \end{array}$$

Distribución fina:

Para el cálculo de la distribución fina es necesario en general un estudio bidimensional. Debido a la complejidad que presentan las soluciones de la teoría de la difusión en dos dimensiones frente a la solución en una en PROCON se ha introducido esta última, pero definiendo las dimensiones del problema unidimensional de forma que las relaciones de volumen/superficie se conserven en ambos.

Llamando t_h y t los semiespesores de las zonas homogeneizadas combustible-vaina-moderador o refrigerante (zona h) y material de estructura y/o moderador' (zona g) respectivamente correspondiente al problema unidimensional, la relación de flujos medios de las dos zonas:

$$\frac{Q_g}{Q_h} = \frac{V_h \sum a_h}{V_g \sum a_g} \left\{ \frac{\left(1 + \frac{Q_h}{Q_g} \frac{V_h}{V_g} \right) \left(E + G \frac{V_g \sum a_g}{V_h \sum a_h} \right) - 1}{1 + \frac{Q_h}{Q_g} \frac{V_h}{V_g} \left(E + (G-1) \frac{V_g \sum a_g}{V_h \sum a_h} \right)} \right\}$$

siendo:

$$Q_h: \text{fuente en la zona "h"} = P_3^h \sum t_3^h$$

$$Q_g: \text{fuente en la zona "g"} = P_3^g \sum t_3^g$$

$$E: K_g t_g \coth K_g t_g$$

$$G: K_h t_h \coth K_h t_h$$

$$K = \sum a / D$$

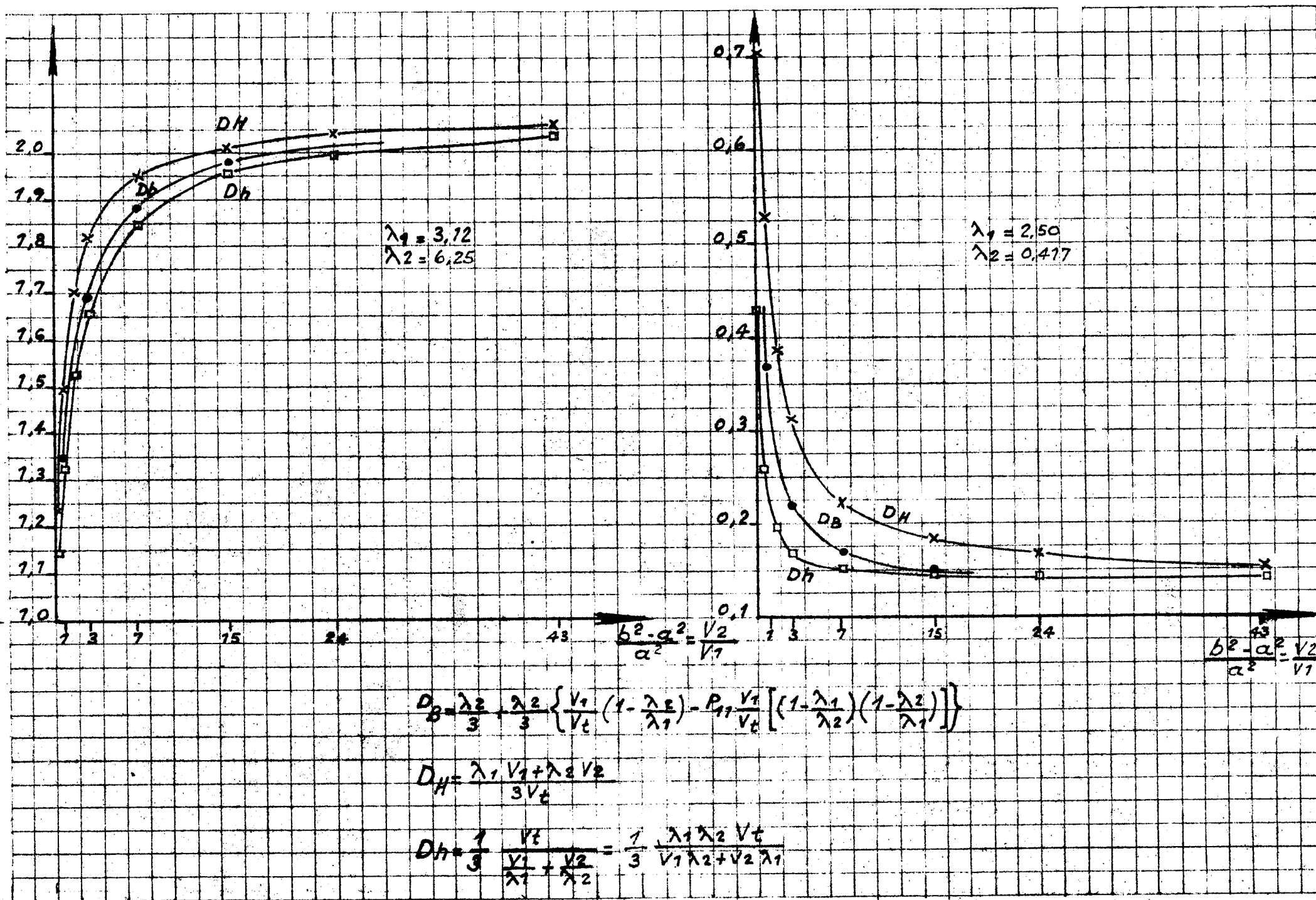
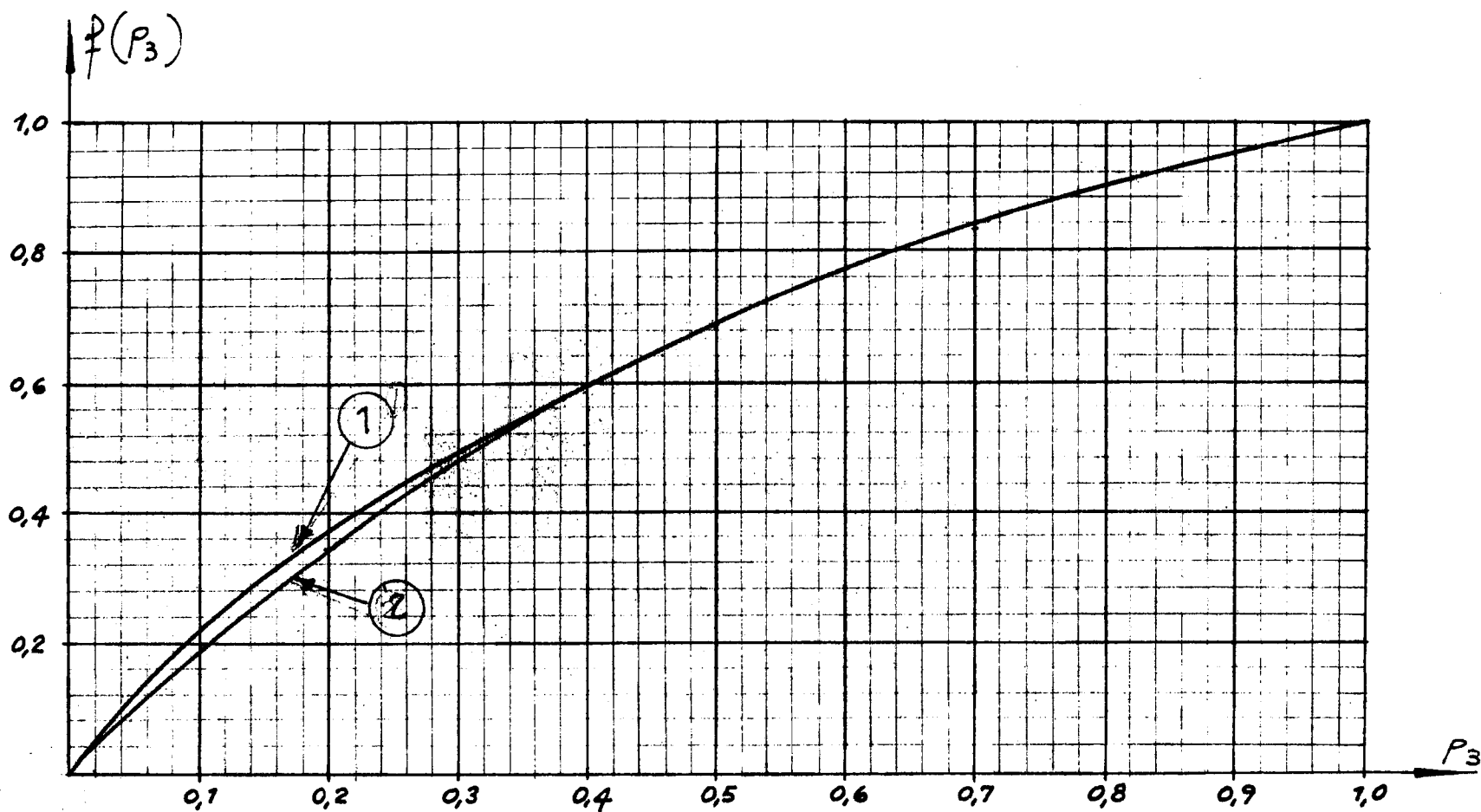


FIGURA Nº 1



1 : $f(p_3)$ de [8]

$$2 \quad f(p_3) = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\alpha+1}} \cdot \frac{1-p_3}{p_3} \quad \alpha = 0,867$$

FIGURA Nº 2

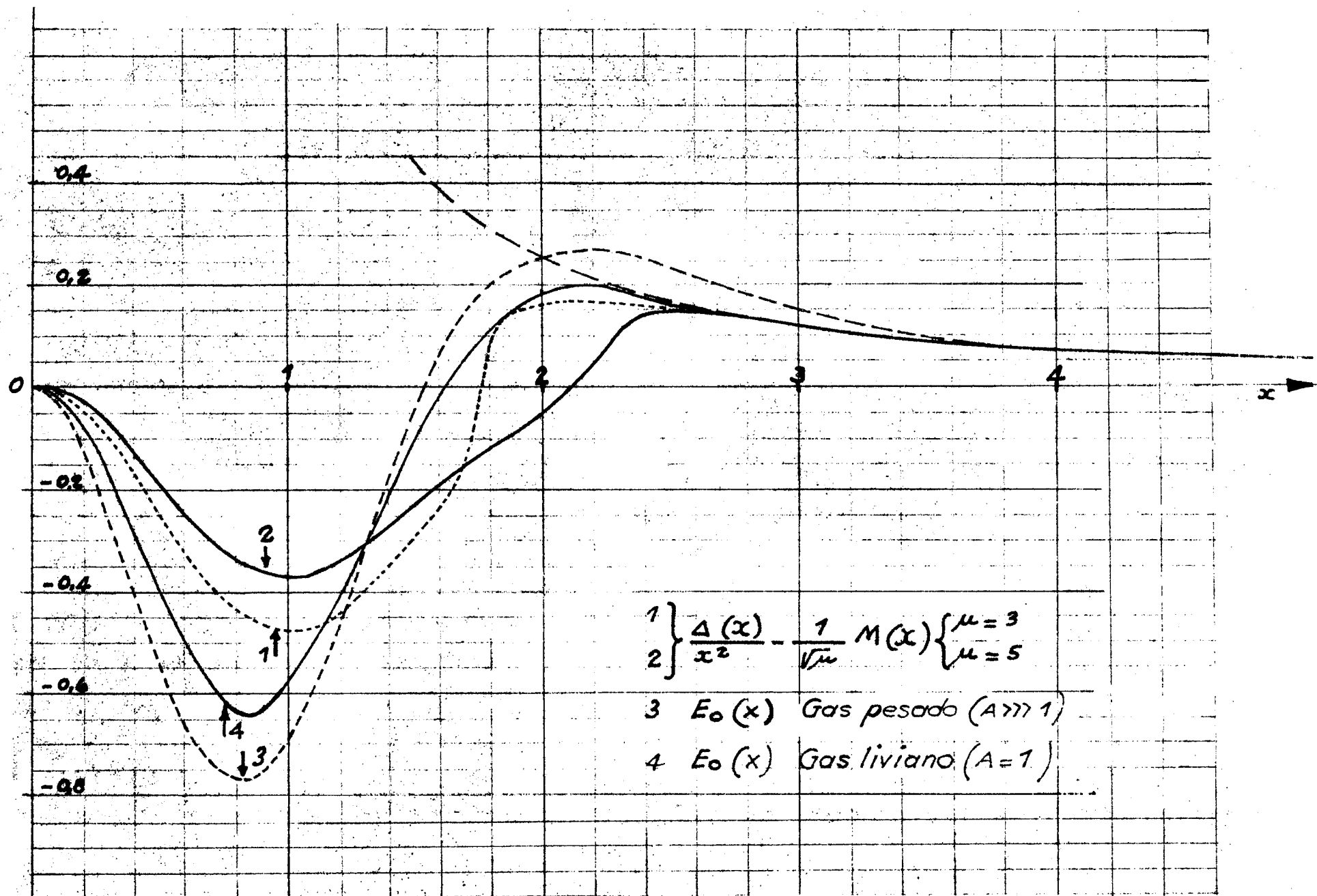


FIGURA 3

U Metal $T = 300^\circ K$

densité' = 18,9

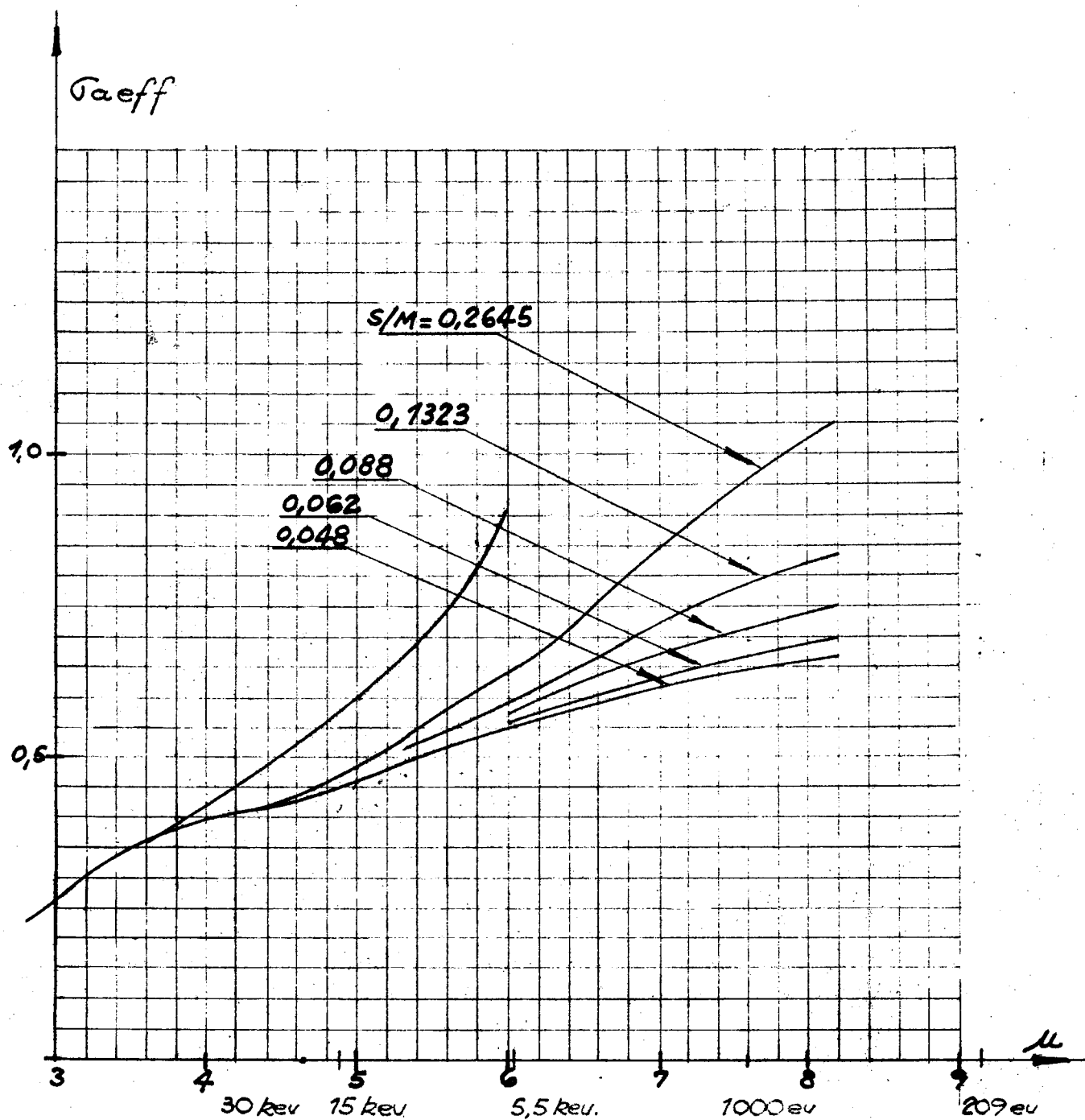


FIGURA A-1-a

Oxyde $T = 300^\circ$

densite' = 100

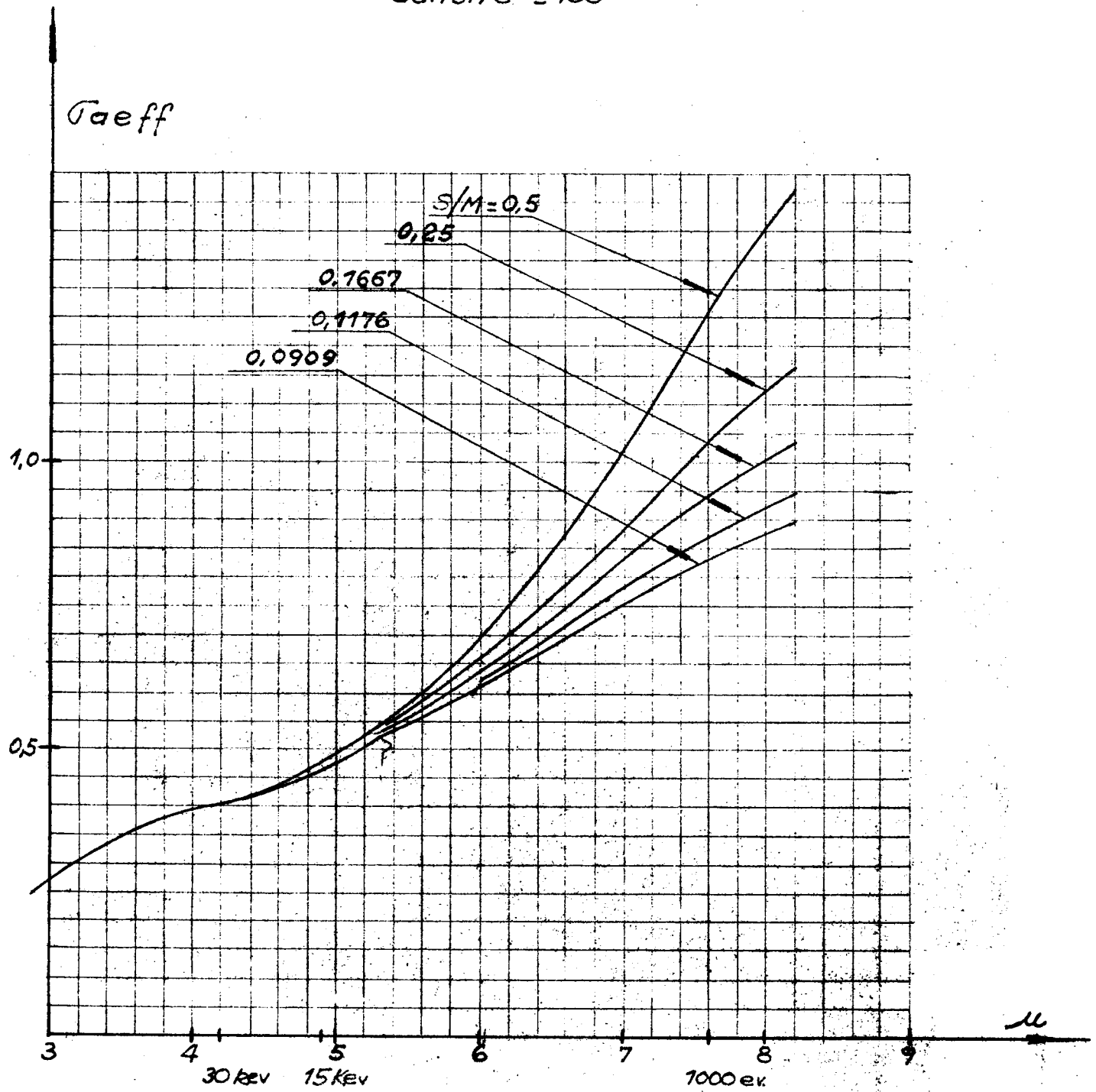


FIG. A-1-b

Oxyde

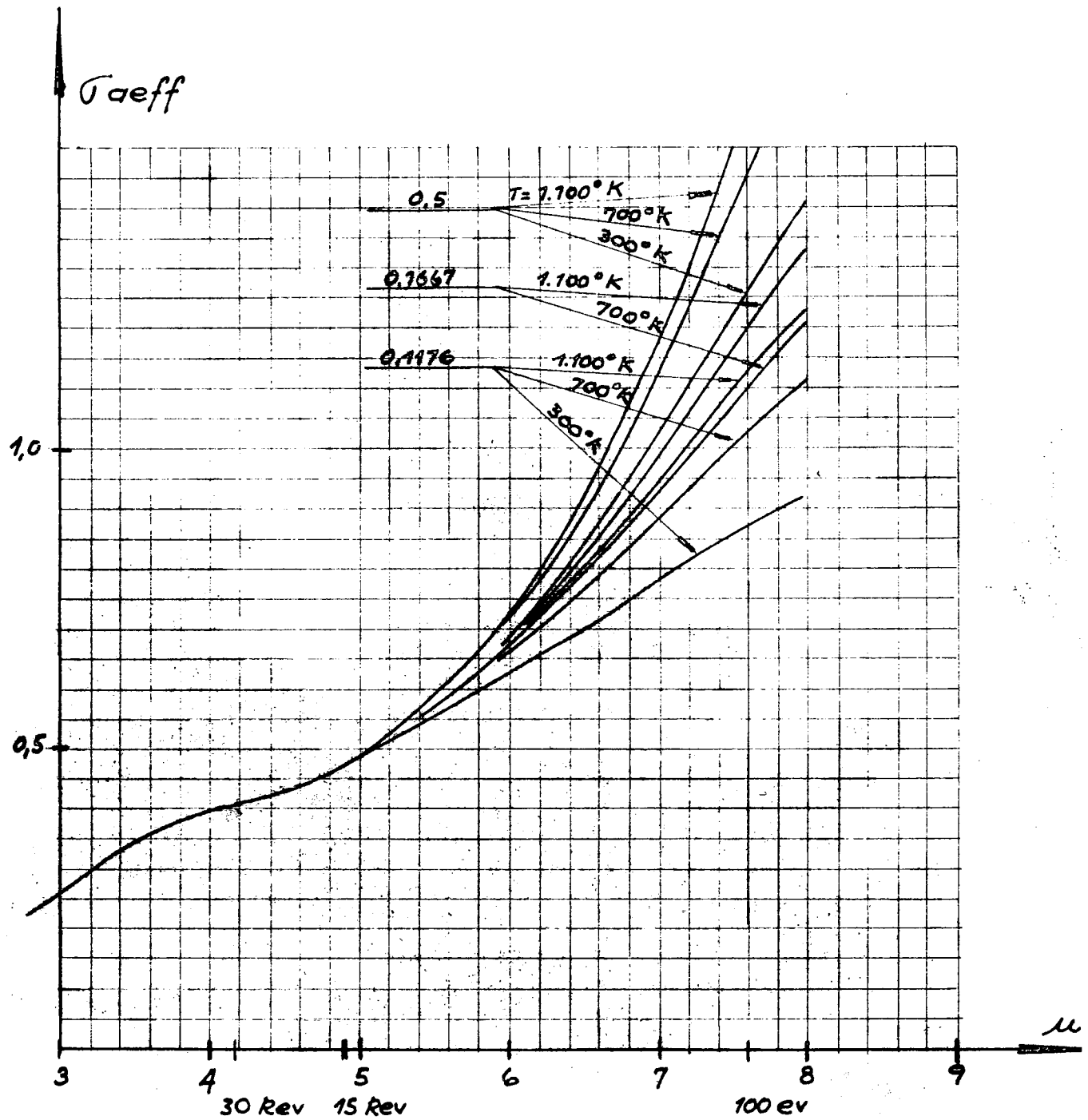
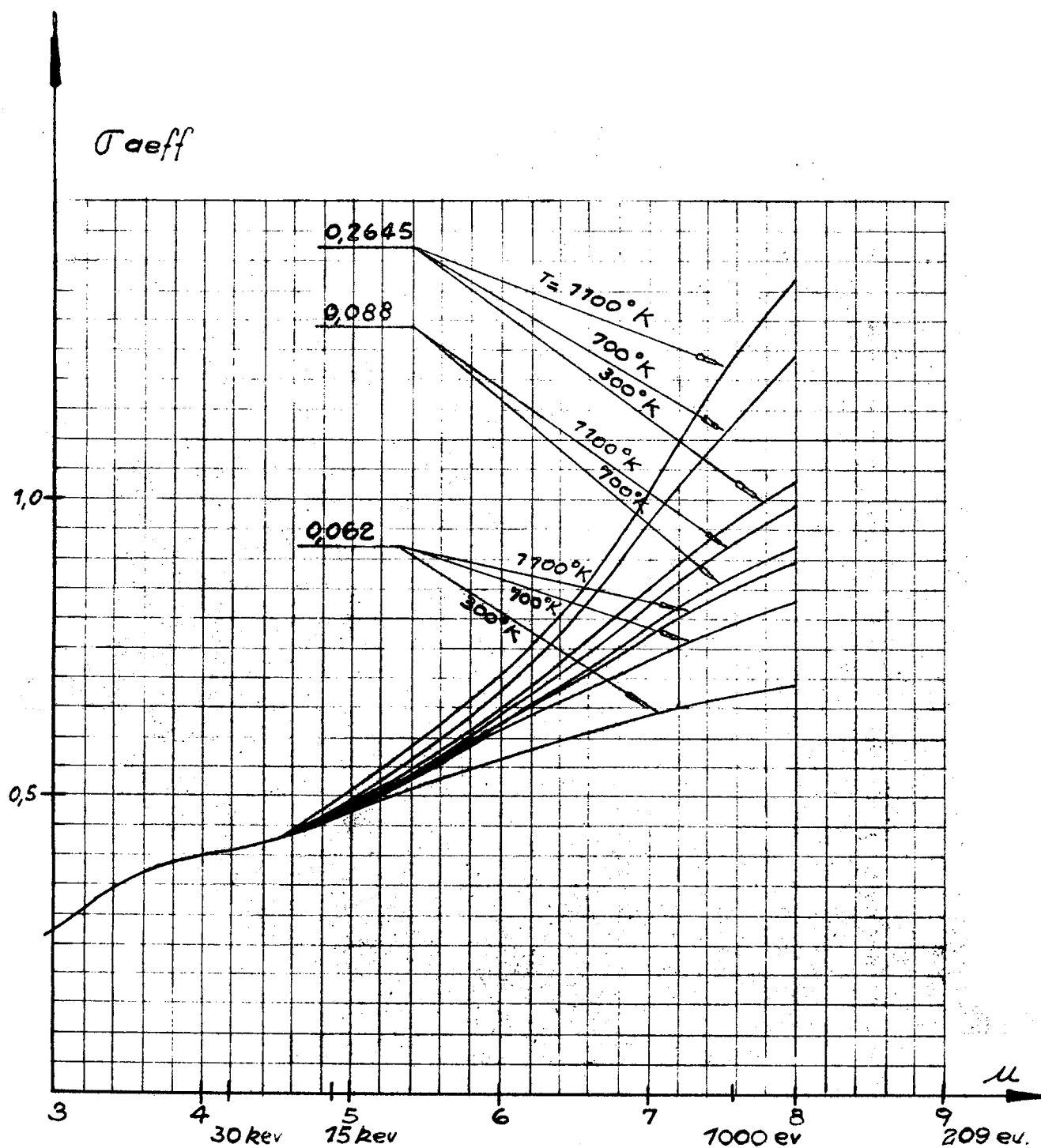


FIGURA A - I - C

U - Metal



F I G U R A A - 1 - d

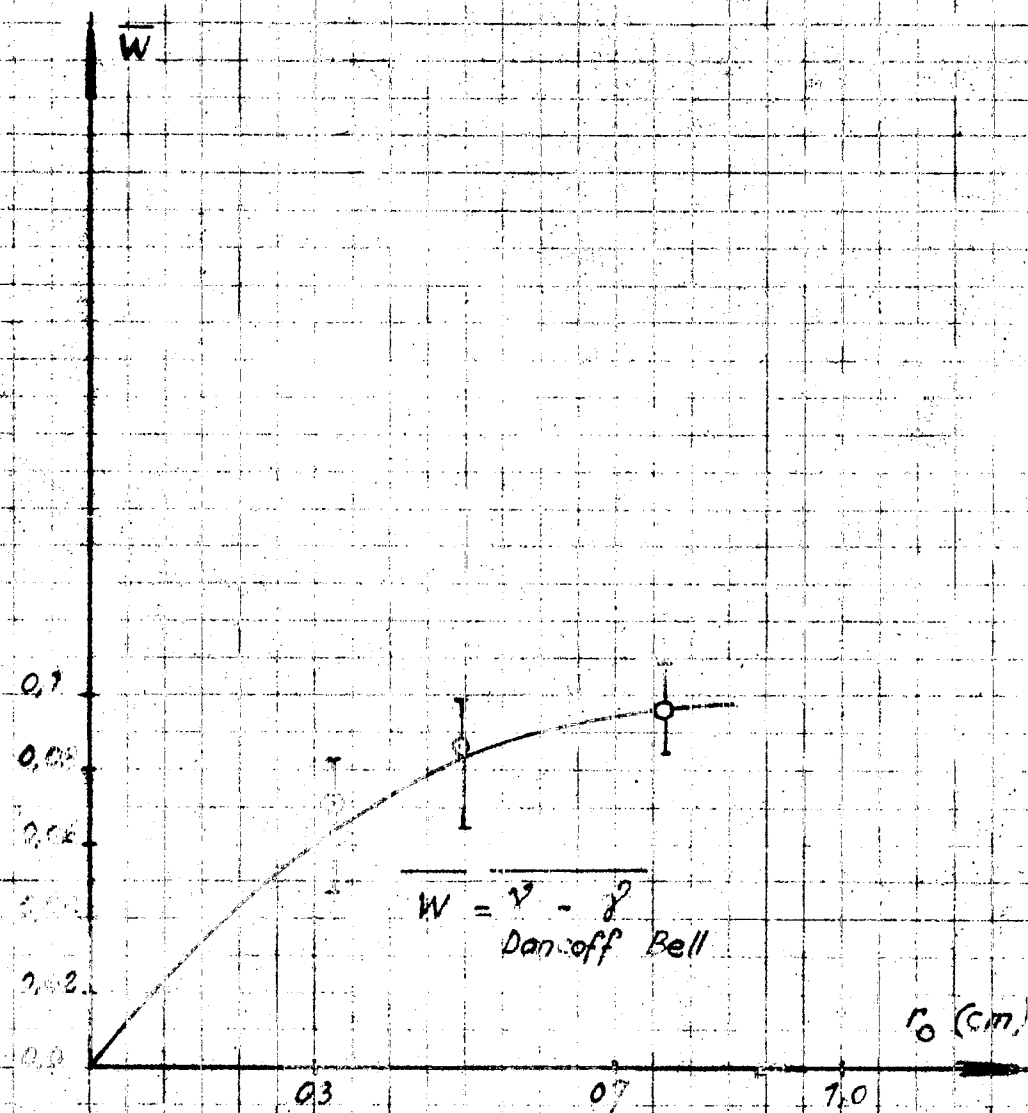
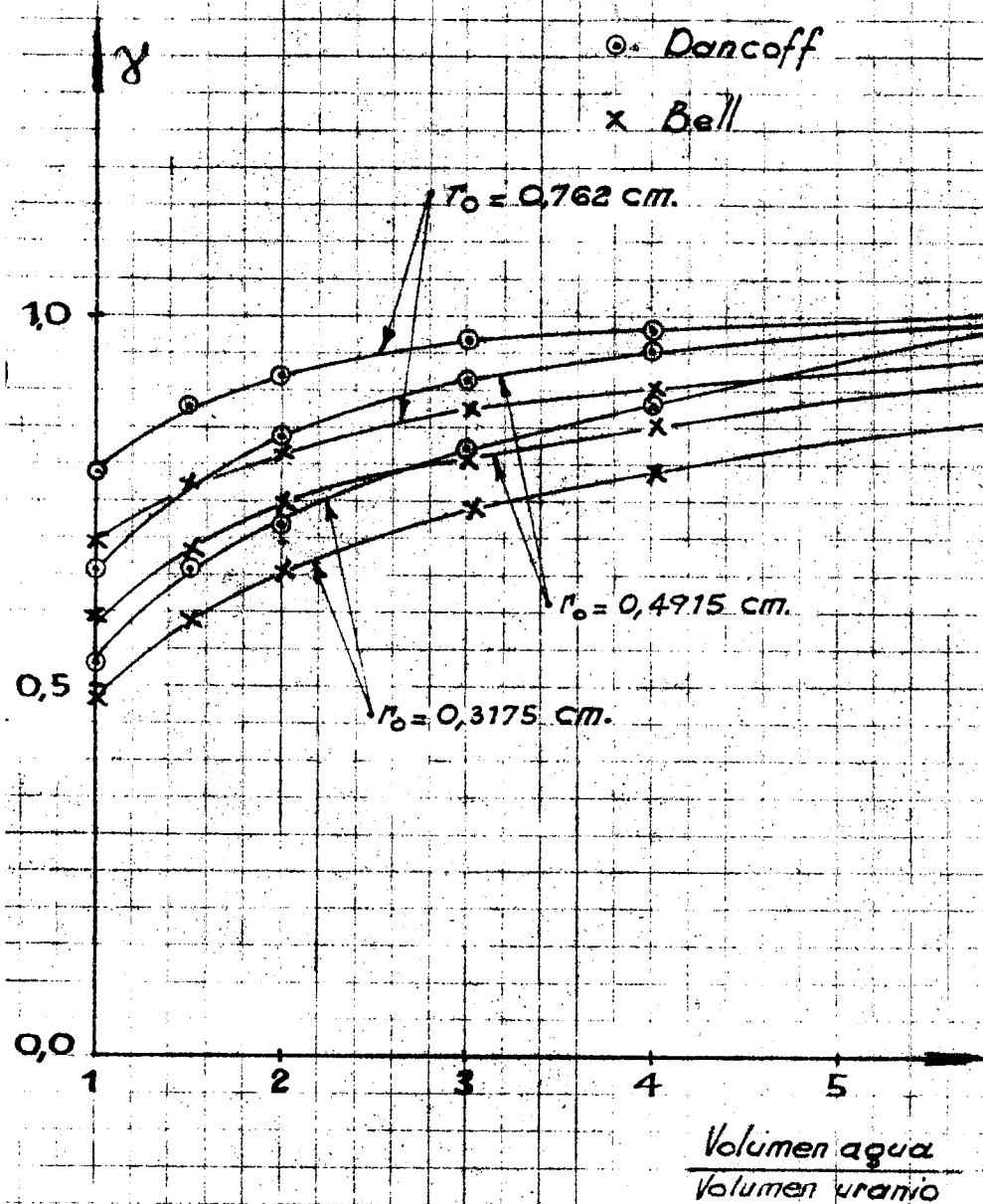


FIGURA A-2