

02.68.14

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
NO 1	AÑO 1968

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION
DIRECCION DE INVESTIGACIONES

UN METODO SIMPLE DE MEDICION DE SECCIONES EFICACES
DE INTERCAMBIO DE CARGA PARA EL CASO DE UN HAZ
QUE ADMITE TRES COMPONENTES DE CARGA.

A. J. Kestelman

División Haces Iónicos - Centro Atómico Bariloche.

1968

RESUMEN

Se derivan las expresiones para las fracciones de estado de carga en función del espesor del blanco, en el caso de un haz que admite tres componentes de carga: (1) para el caso general en que el haz entra a la cámara de colisión en un estado de carga arbitrario, y (2) para el caso especial en que el haz entra inicialmente puro, vale decir con una sola componente de carga. Las expresiones obtenidas presentan una simetría que las hace de más fácil manejo que las fórmulas dadas previamente por Allison para el caso (2). Por medio del uso de estas expresiones, se propone un simple método indirecto para la medición de las seis secciones eficaces involucradas en este proceso. Para ello es solo necesario medir dos fracciones de estado de carga en función del espesor de gas atravesado para cada uno de los distintos estados inicialmente puros del haz.

ABSTRACT

Expressions for the charge-state fractions in the case of a beam that admits three charge components, are derived as a function of target thickness (1) for the general case where the beam enters the collision chamber in any mixed charge state, and (2) for the special case where the beam is initially in a pure charge state. The expressions obtained present a symmetry that makes them easier to handle than those previously given by Allison for case (2). By using these expressions an indirect simple method is proposed for measuring the six charge-changing cross sections involved. In order to do this it is only necessary to measure two growing charge-state fractions as a function of target thickness for each of two different initially pure beams.-

I. INTRODUCCION

Cuando un haz de iones atraviesa la materia, estos iones sufren colisiones en las cuales hay intercambio de electrones entre los proyectiles del haz y los átomos del blanco. A las distintas cantidades físicas que describen este proceso las designamos con la siguiente notación:

σ_{if} : Sección eficaz para aquel proceso en el cual una partícula del haz con carga ie es cambiada a una partícula con carga fe donde e es la carga electrónica. σ_{if} es medido en cm^2 .

F_k : Fracción del flujo total de iones en el estado de carga k .

π : Número de átomos por cm^2 atravesado por el haz.

El número de componentes diferentes (estados de carga) que un haz puede tener está dado por $z + 1$, donde z es el número atómico de las partículas que constituyen el haz (o por $z + 2$ si la componente negativa es lo suficientemente alta como para ser tomada en cuenta). La forma en que estas fracciones de estado de carga F_k varían en función del espesor π atravesado por el haz, está regida por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dF_k}{d\pi} = \sum_{i \neq k} F_i \sigma_{ik} - F_k \sum_{f \neq k} \sigma_{kf} \quad [1]$$

Teniendo además, de acuerdo con la definición de los F_k , la siguiente identidad para cualquier π :

$$\sum_{k=0}^z F_k \equiv 1 \quad [2]$$

Las fracciones de estado de carga F_k se pueden obtener entonces en función del espesor atravesado π , resolviendo el sistema de $z + 1$ ecuaciones diferenciales homogéneas representado por [1].

Sistemas de dos y tres componentes han sido estudiados por Allison (1-3) en forma detallada. El sistema de tres componentes merece atención especial pues abarca un gran número de casos, a saber:

- (i) un haz de hidrógeno cuando la componente negativa es también tenida en cuenta.
- (ii) un haz de helio en el rango de energías donde la componente negativa He es despreciable (4).
- (iii) haces de iones pesados (como carbono, nitrógeno, oxígeno, etc.) a energías relativamente bajas, donde solo las tres componentes en los estados de carga más bajos son importantes.
- (iv) haces de iones pesados a energías suficientemente altas, donde únicamente las tres componentes en los estados de carga más altos son importantes.

La solución matemática al sistema [1] para el sistema de tres componentes, contiene coeficientes que dependen de las condiciones iniciales y que son funciones complicadas de todos los $\sqrt{v_{if}}$ posibles para las partículas en colisión. Es evidente, sin embargo, que el fenómeno que se está estudiando tiene una simetría física inherente que se refleja en una simetría matemática en el sistema [1].

Es el propósito de este trabajo hacer uso de esta simetría en el caso de un sistema de tres componentes, obteniendo así para

los distintos coeficientes que aparecen en la solución, expresiones algebraicas que son de más fácil manejo que las previamente dadas por Allison para el caso particular en que el haz se encuentra inicialmente ($\pi = 0$) en un estado de carga puro. Previamente al tratamiento de este caso, se da la solución general para condiciones iniciales arbitrarias.

Un nuevo y simple método indirecto se sugiere para la medición de las seis secciones eficaces que rigen los procesos de intercambio de cargas en un sistema de tres componentes.

II. EL SISTEMA DE TRES COMPONENTES

Aunque en el caso (i) citado en la Introducción tenemos $z=1$ y en los casos (iii) y (iv) es $z > 2$, el número de términos dentro de la sumatoria en el sistema [1] es en los tres casos citados igual a tres y la solución es entonces matemáticamente la misma que para el caso (ii) donde $z = 2$. Por lo tanto, con el solo objeto de simplificar la notación nos referiremos explícitamente al caso $z = 2$. La extensión a otros sistemas de tres componentes es inmediata.

Para $z = 2$, el sistema dado por [1] se transforma en:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dF_0}{d\pi} = -\Lambda_0 F_0 + G_{01} F_1 + G_{02} F_2 \\ \frac{dF_1}{d\pi} = G_{01} F_0 - \Lambda_1 F_1 + G_{12} F_2 \\ \frac{dF_2}{d\pi} = G_{02} F_0 + G_{12} F_1 - \Lambda_2 F_2 \end{array} \right. \quad [3]$$

donde hemos definido:

$$\begin{cases} \Lambda_0 = \sigma_{01} + \sigma_{02} \\ \Lambda_1 = \sigma_{12} + \sigma_{10} \\ \Lambda_2 = \sigma_{20} + \sigma_{21} \end{cases} \quad [4]$$

Hacemos notar que las tres ecuaciones diferenciales en el sistema [3] no son linealmente independientes pues de acuerdo con Ec. [2] tenemos:

$$F_0 + F_1 + F_2 \equiv 1 \quad [5]$$

Sin embargo, para resolver el sistema [3] no hacemos uso específico de la identidad [5] y es aquí donde nuestro desarrollo se aparta del de Allison. Como veremos más adelante, la [5] nos fija únicamente las condiciones de contorno del problema.

La solución del sistema de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas [3] se reduce a encontrar la solución a un sistema algebraico de ecuaciones lineales homogéneas si se ensaya la solución:

$$F_k = M_k e^{\lambda_0 \pi} + P_k e^{\lambda_1 \pi} + N_k e^{\lambda_2 \pi}, \quad (k=0,1,2) \quad [6]$$

Derivando y reemplazando en las [3] se obtiene el sistema algebraico de que hablábamos más arriba:

$$\begin{cases} (\lambda_0 + \Lambda_0) M_0 - \sigma_{10} M_1 - \sigma_{20} M_2 = 0 \\ -\sigma_{01} M_0 + (\lambda_0 + \Lambda_1) M_1 - \sigma_{21} M_2 = 0 \\ -\sigma_{02} M_0 - \sigma_{12} M_1 + (\lambda_0 + \Lambda_2) M_2 = 0 \end{cases} \quad [7]$$

Hacemos notar que se obtienen sistemas idénticos al [7] para

las variables $\mathcal{F}_k$ (con los coeficientes λ_1) y para las variables N_k (con los coeficientes λ_2); luego nuestro sistema fundamental es:

$$\begin{cases} (\lambda + \Lambda_0) M_0 - \sigma_{10} M_1 - \sigma_{20} M_2 = 0 \\ -\sigma_{01} M_0 + (\lambda + \Lambda_1) M_1 - \sigma_{21} M_2 = 0 \\ -\sigma_{02} M_0 - \sigma_{12} M_1 + (\lambda + \Lambda_2) M_2 = 0 \end{cases} \quad [8]$$

pues al resolverlo obtendremos una ecuación cúbica en λ y de allí los tres valores para λ que representan los respectivos valores de λ_0 , λ_1 , y λ_2 buscados.

En efecto, para que haya una solución no trivial del sistema [8] debe cumplirse:

$$\begin{vmatrix} \lambda + \Lambda_0 & -\sigma_{10} & -\sigma_{20} \\ -\sigma_{01} & \lambda + \Lambda_1 & -\sigma_{21} \\ -\sigma_{02} & -\sigma_{12} & \lambda + \Lambda_2 \end{vmatrix} = 0 \quad [9]$$

Desarrollando el determinante en potencias decrecientes de λ obtenemos:

$$\begin{aligned} &\lambda^3 + (\Lambda_0 + \Lambda_1 + \Lambda_2) \lambda^2 \\ &+ [\Lambda_0 \Lambda_1 + \Lambda_1 \Lambda_2 + \Lambda_2 \Lambda_0 - (\sigma_{01} \sigma_{10} + \sigma_{02} \sigma_{20} + \sigma_{12} \sigma_{21})] \lambda + K = 0 \end{aligned} \quad [10]$$

Donde hemos llamado K al término constante de esta ecuación cúbica en λ . Vemos sin embargo que si en el determinante [9] sumamos las tres filas y escribimos el resultado como primera fila, obtenemos (teniendo en cuenta las definiciones dadas por [4]):

$$\begin{vmatrix} \lambda & \lambda & \lambda \\ -\sigma_1 & \lambda + \Lambda_1 & -\sigma_2 \\ -\sigma_2 & -\sigma_1 & \lambda + \Lambda_2 \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -\sigma_1 & \lambda + \Lambda_1 & -\sigma_2 \\ -\sigma_2 & -\sigma_1 & \lambda + \Lambda_2 \end{vmatrix} = 0$$

donde vemos que una raíz de la ecuación cúbica es

$$\lambda_0 = 0 \quad [11]$$

Por lo tanto debe ser necesariamente $K \equiv 0$ (como se puede comprobar fácilmente) y la [10] se reduce a:

$$\lambda^2 + \Lambda \lambda + D = 0 \quad [12]$$

Donde hemos llamado:

$$\Lambda = \Lambda_0 + \Lambda_1 + \Lambda_2 \quad [13]$$

$$D = \Lambda_0 \Lambda_1 + \Lambda_1 \Lambda_2 + \Lambda_2 \Lambda_0 - (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_1 + \sigma_2 \sigma_2) \quad [14]$$

Las raíces de la [12] están dadas por:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} \Lambda \pm \sqrt{\Lambda^2 + 4D} \quad [15]$$

y llamamos con Allison:

$$q = +\frac{1}{2} \sqrt{\Lambda^2 - 4D} \quad [16]$$

Obteniendo finalmente para las [6], teniendo en cuenta que $\lambda_0 = 0$:

$$F_k(\pi) = M_k + (P_k e^{q\pi} + N_k e^{-q\pi}) e^{-\frac{1}{2}\Lambda\pi} \quad (k=0,1,2) \quad [17]$$

Donde los coeficientes P_k y N_k son constantes (para una dada energía) que dependen de las seis secciones eficaces σ_{if} y están determinadas por las condiciones iniciales del problema. Enseguida veremos el significado de los coeficientes M_k .

Como las secciones eficaces σ_{if} son cantidades esencialmente positivas, es inmediato de la [14] que siempre se cumple la desigualdad

$$D > 0 \quad [18]$$

De esta consideración resulta inmediatamente que:
cuando $\Lambda^2 - 4D > 0$ se cumple $0 < q < \frac{1}{2}\Lambda$ [19]
y si $\Lambda^2 - 4D < 0$ se cumple $q = \text{número imaginario puro}$ (5) [20]

En cualquiera de estos dos casos F_k tendrá un límite finito cuando π tiende a infinito (5).

Esto es:

$$\lim_{\pi \rightarrow \infty} F_k = M_k = F_{k\infty} \quad [21]$$

1. Condiciones iniciales arbitrarias. (7)

Queremos ahora encontrar las expresiones para los coeficientes P_k y N_k para el caso general en que las tres componentes iniciales ($\pi = 0$) de carga del haz, son conocidas y mayores que cero. Por ejemplo, el haz entra a la cámara de interacción con el estado de carga correspondiente a las fracciones de equilibrio características a una cierta lámina metálica usada como ventana.

Designamos a este estado de cargas inicial:

$$\begin{cases} F_0 (\pi = 0) = G_0 \\ F_1 (\pi = 0) = G_1 \\ F_2 (\pi = 0) = G_2 \end{cases} \quad [22]$$

Según la [17], para $\pi = 0$ (teniendo en cuenta la [21]) tenemos:

$$F_k(\pi=0) = F_{k\infty} + F_k + N_k$$

o sea, teniendo en cuenta las [22]:

$$F_k + N_k + F_{k\infty} = G_k \quad [23]$$

Derivando la [17] para $\pi = 0$ obtenemos:

$$\left(\frac{dF_k}{d\pi} \right)_{\pi=0} = q(P_k - N_k) - \frac{1}{2} \Lambda(P_k + N_k)$$

y teniendo en cuenta la [23]:

$$P_k - N_k = \frac{1}{q} \left[\left(\frac{dF_k}{d\pi} \right)_{\pi=0} + \frac{1}{2} \Lambda(G_k - F_{k\infty}) \right] \quad [24]$$

De [23] y [24] obtenemos:

$$\begin{cases} P_k = \frac{1}{2q} \left[\left(\frac{dF_k}{d\pi} \right)_{\pi=0} + \left(\frac{1}{2} \Lambda + q \right) (G_k - F_{k\infty}) \right] \\ N_k = -\frac{1}{2q} \left[\left(\frac{dF_k}{d\pi} \right)_{\pi=0} + \left(\frac{1}{2} \Lambda - q \right) (G_k - F_{k\infty}) \right] \end{cases} \quad [25]$$

Según la [1] tenemos:

$$\left(\frac{dF_k}{d\pi} \right)_{\pi=0} = \sum_{i \neq k}^z G_i \bar{\sigma}_{ik} - G_k \sum_{f \neq k} \bar{\sigma}_{kf}$$

Pero según la definición dada por las [4] tenemos:

$$\sum_{f \neq k}^z \bar{\sigma}_{kf} = \Lambda_k$$

o sea:

$$\left(\frac{dF_k}{d\pi} \right)_{\pi=0} = \sum_{i \neq k}^z \bar{\sigma}_{ik} G_i - \Lambda_k G_k \quad [26]$$

Usando la [26] obtenemos finalmente:

$$\begin{cases} F_k(\pi) = F_{k\infty} + P_k e^{-B\pi} + N_k e^{-A\pi} \\ P_k = \frac{1}{2q} \left[\sum_{i \neq k}^2 \tilde{G}_{ik} G_i - \Lambda_k G_k + A(G_k - F_{k\infty}) \right] \\ N_k = -\frac{1}{2q} \left[\sum_{i \neq k}^2 \tilde{G}_{ik} G_i - \Lambda_k G_k + B(G_k - F_{k\infty}) \right] \end{cases} \quad (k=0,1,2) \quad [27]$$

Donde hemos definido:

$$\begin{cases} A = \frac{1}{2} \Lambda + q \\ B = \frac{1}{2} \Lambda - q \end{cases} \quad [28]$$

Como se puede comprobar fácilmente, A y B cumplen las siguientes relaciones útiles:

$$A + B = \Lambda \quad ; \quad A - B = 2q \quad ; \quad AB = D \quad [29]$$

De la expresión que nos da $F_k(\pi)$ y teniendo en cuenta la [5], resulta:

$$\sum_k P_k \equiv 0 \quad , \quad \sum_k N_k \equiv 0 \quad [30]$$

2. Solución para un haz inicialmente puro.

Las ecuaciones [27] constituyen las expresiones más generales que podemos obtener para el caso de un haz que admite tres componentes de carga y por lo tanto contienen como caso particular el caso estudiado por Allison en el cual el haz entra a la cámara de interacción en un estado de carga puro. Si el haz se encuentra inicialmente ($\pi=0$) en un estado de carga puro que denominamos por intermedio de la letra p ($p=0,1,2$), haciendo uso directo de las [27] obtenemos para este caso especial las fórmu-

las equivalentes a las dadas por Allison en la Tabla II-1 de Ref(2):

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{pk}(\pi) = F_{k\infty} + P_{pk} e^{-B\pi} + N_{pk} e^{-A\pi} \\ P_{pk} = \begin{cases} \frac{1}{2q} (\tilde{\sigma}_{pk} - A F_{k\infty}) & \text{para } k \neq p \\ \frac{1}{2q} [-\Lambda_k + A(1 - F_{k\infty})] & \text{para } k = p \end{cases} \\ N_{pk} = \begin{cases} -\frac{1}{2q} (\tilde{\sigma}_{pk} - B F_{k\infty}) & \text{para } k \neq p \\ -\frac{1}{2q} [-\Lambda_k + B(1 - F_{k\infty})] & \text{para } k = p \end{cases} \end{array} \right. \quad (k, p=0, 1, 2)$$

[31 a]

[31 b]

[31 c]

[31 d]

[31 e]

Hacemos notar que en este caso para escribir la solución es necesario usar un segundo subíndice pues ahora tenemos tres diferentes condiciones iniciales posibles, una para cada p , mientras que en el caso más general tratado anteriormente, teníamos una condición inicial bien definida, dada por las [22].

En este caso las relaciones útiles [23] y [30] se convierten en:

$$P_{pk} + N_{pk} + F_{k\infty} = \delta_{pk}, \quad \sum_k P_{pk} \equiv 0, \quad \sum_k N_{pk} \equiv 0 \quad [32]$$

Donde δ_{pk} representa la delta de Kronecker.

Hacemos notar que en nuestras fórmulas hemos adoptado la notación de Allison para las cantidades compuestas q y $\tilde{\sigma}$ mientras que nuestro $\tilde{\sigma}_{pk}$ corresponde al $\tilde{\sigma}(z, i)$ de Allison. En forma similar N_{pk} corresponde a $N(z, i)$.

Aunque como lo hizo notar Allison (2), los extremos (cuando

ellos existen) presentados por las fracciones de estado de carga $F_{pk}(\pi)$, no tienen gran importancia experimental, completamos sin embargo su Ec. (III-2) que nos da la condición necesaria para la existencia de un extremo real para un espesor finito del blanco. Se puede demostrar que esta condición viene dada por:

$$0 < - \frac{F_{pk}}{N_{pk}} < 1$$

3. Secciones Eficaces σ_{if} a partir de mediciones de $F_{pk}(\pi)$ en función de π .

En la Ec. [31a] la expresión $F_{pk}(\pi)$ implica nueve funciones diferentes de π , seis de las cuales son linealmente independientes. Sin embargo, no podemos escribir (para un dado espesor de blanco) en términos de funciones elementales, los seis parámetros desconocidos σ_{if} como una función explícita de estos F_{pk} linealmente independientes. Esto es debido a que se trata de seis ecuaciones no lineales para las seis incógnitas σ_{if} , complicando la situación el hecho de que las ecuaciones son trascendentes. Sin embargo con la ayuda de una computadora y el uso apropiado de las Ecs. [31], podemos encontrar las secciones eficaces σ_{if} como se indica a continuación.

Para dar un ejemplo, supongamos que queremos medir las σ_{if} para un haz de helio a una dada energía en un cierto gas. Comenzamos con un haz puro de $He^+(p=1)$ y luego con un haz puro de $He^{++}(p=2)$. En el primer caso medimos $F_{11}(\pi)$ y $F_{12}(\pi)$ en función de π . Con el segundo haz medimos $F_{21}(\pi)$ y $F_{22}(\pi)$ en función de π .

Entregamos a la computadora estos cuatro conjuntos de datos y la programamos para que ajuste estos datos respectiva y simultá-

neamente a las siguientes funciones analíticas:

$$F_{10} + P_{11} e^{-B\pi} + N_{11} e^{-A\pi} \quad [31a-1]$$

$$F_{20} + P_{12} e^{-B\pi} + N_{12} e^{-A\pi} \quad [31a-2]$$

$$F_{1\infty} + P_{21} e^{-B\pi} + N_{21} e^{-A\pi} \quad [31a-3]$$

$$F_{2\infty} + P_{22} e^{-B\pi} + N_{22} e^{-A\pi} \quad [31a-4]$$

Este programa lo podemos además escribir de manera tal que los parámetros a ajustar sean confrontados simultáneamente con la primera de las relaciones dadas por la [32], esto es:

$$F_{11} + N_{11} + F_{1\infty} = 1, \quad F_{12} + N_{12} + F_{2\infty} = 0, \quad F_{21} + N_{21} + F_{1\infty} = 0,$$

$$F_{22} + N_{22} + F_{2\infty} = 1$$

Una vez que la computadora nos entrega los valores ajustados de estos doce parámetros, es inmediato que con los parámetros obtenidos a partir de [31a-1] y [31a-2] obtenemos $\bar{\sigma}_{10}$ y $\bar{\sigma}_{12}$ usando para ello las expresiones de P_{12} y P_{11} dadas respectivamente por [31b] y [31c]; o también usando, como verificación, las [31d] y [31e]. En forma completamente análoga encontramos valores de $\bar{\sigma}_{20}$ y $\bar{\sigma}_{21}$ a partir de los parámetros obtenidos a partir de [31a-3] y [31a-4].

Hemos obtenido de esta manera $\bar{\sigma}_{10}$, $\bar{\sigma}_{12}$, $\bar{\sigma}_{20}$ y $\bar{\sigma}_{21}$. Nos falta determinar $\bar{\sigma}_{01}$ y $\bar{\sigma}_{02}$. De acuerdo con las Ecs. [A-3] (ver Apéndice) y usando $D = AB$, tenemos:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{20} \bar{\sigma}_{02} = \Lambda_2 \Lambda_0 - AB F_{1\infty} = (\bar{\sigma}_{20} + \bar{\sigma}_{21})(\bar{\sigma}_{01} + \bar{\sigma}_{02}) - AB F_{1\infty} \\ \bar{\sigma}_{01} \bar{\sigma}_{10} = \Lambda_0 \Lambda_1 - AB F_{2\infty} = (\bar{\sigma}_{01} + \bar{\sigma}_{02})(\bar{\sigma}_{12} + \bar{\sigma}_{10}) - AB F_{2\infty} \end{cases}$$

Desarrollando y agrupando:

$$\begin{cases} (\bar{\sigma}_{20} + \bar{\sigma}_{21}) \bar{\sigma}_{01} + \bar{\sigma}_{21} \bar{\sigma}_{02} = AB F_{1\infty} \\ \bar{\sigma}_{12} \bar{\sigma}_{01} + (\bar{\sigma}_{12} + \bar{\sigma}_{10}) \bar{\sigma}_{02} = AB F_{2\infty} \end{cases}$$

o sea:

$$\begin{cases} \Lambda_2 \bar{\sigma}_{01} + \bar{\sigma}_{21} \bar{\sigma}_{02} = AB F_{1\infty} \\ \bar{\sigma}_{12} \bar{\sigma}_{01} + \Lambda_1 \bar{\sigma}_{02} = AB F_{2\infty} \end{cases} \quad [33]$$

Resolviendo este sistema algebraico de dos ecuaciones en las dos incógnitas $\bar{\sigma}_{01}$ y $\bar{\sigma}_{02}$, obtenemos:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{01} = \frac{AB(\Lambda_1 F_{1\infty} - \bar{\sigma}_{21} F_{2\infty})}{\Lambda_1 \Lambda_2 - \bar{\sigma}_{12} \bar{\sigma}_{21}} \\ \bar{\sigma}_{02} = \frac{AB(\Lambda_2 F_{2\infty} - \bar{\sigma}_{12} F_{1\infty})}{\Lambda_1 \Lambda_2 - \bar{\sigma}_{12} \bar{\sigma}_{21}} \end{cases}$$

Pero según las [A-3] y la [A-2] tenemos:

$$\frac{\Lambda_1 \Lambda_2 - \bar{\sigma}_{12} \bar{\sigma}_{21}}{AB} = F_{0\infty} = 1 - (F_{1\infty} + F_{2\infty})$$

o sea finalmente:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{01} = \frac{\Lambda_1 F_{1\infty} - \bar{\sigma}_{21} F_{2\infty}}{1 - F_{1\infty} - F_{2\infty}} \\ \bar{\sigma}_{02} = \frac{\Lambda_2 F_{2\infty} - \bar{\sigma}_{12} F_{1\infty}}{1 - F_{1\infty} - F_{2\infty}} \end{cases} \quad [34]$$

donde todas las magnitudes en el segundo miembro han sido previamente determinadas.

Hacemos notar que aunque no necesitamos medir específicamente los $F_{k\infty}$, resulta conveniente extender las medidas de las fracciones de carga a espesores lo suficientemente altos como

para asegurar una determinación de las fracciones de equilibrio. De esta manera podemos proveer a la computadora con un valor inicial para $F_{k\infty}$, el cual deberá resultar muy próximo al valor final ajustado que nos entrega la computadora.

Hacemos notar también que en el ejemplo recién estudiado, deliberadamente no hemos comenzado con un haz atómico de He^0 ($p=0$) ni hemos medido las fracciones neutras F_{p0} . Esto se debe a dos razones, a saber:

- a) Evitamos discrepancias provenientes de la posible formación de componentes metaestables, las que parecen depender no solo de la presión del gas usado como neutralizador (3,9), sino también del gas particular que se use como neutralizador (10).
- b) Es siempre más fácil y más preciso medir una componente cargada que una neutra.

En conclusión, por este método obtenemos las seis secciones eficaces σ_{if} involucradas en el proceso de intercambio de cargas, evitando experiencias de atenuación (determinación experimental de Λ_0 , Λ_1 , Λ_2). Para obtener esto es solo necesario medir el crecimiento de dos estados de carga en función del espesor del blanco para cada uno de dos estados inicialmente puros del haz.

Una ventaja de este método sobre el método que hace uso del comportamiento inicial de las curvas de crecimiento de estado de carga (11), es que en nuestro caso las secciones eficaces se determinan no solo a partir de los primeros puntos de la curva de crecimiento sino a partir de todos sus puntos.

La posibilidad de medir las secciones eficaces σ_{if} por el presente método depende de la precisión con que se mida la presión (directamente relacionada con π) en la cámara de interacción. Sin embargo, en el supuesto que esta presión sea medida

con un cierto grado de precisión, y mantenida constante durante cada medición (12,13), es de esperar que el presente método nos dé secciones eficaces que están afectadas de errores menores que los que afectan a las secciones eficaces medidas hasta ahora por las técnicas conocidas.

Agradecimientos.

El autor expresa al Profesor W. Lieckbach su aprecio por el interés mostrado en este trabajo y por su lectura crítica de una primera versión del manuscrito, la cual influyó la forma final de presentación de este artículo.

Apéndice

Queremos encontrar los valores explícitos de las fracciones de equilibrio de carga $F_{k\infty}$, definidas por la [21]. Partiendo de las [3] y teniendo en cuenta que $\lim_{\pi \rightarrow \infty} (dF_k/d\pi) = 0$ obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} -\Lambda_0 F_{0\infty} + \bar{G}_{10} F_{1\infty} + \bar{G}_{20} F_{2\infty} = 0 \\ \bar{G}_{01} F_{0\infty} - \Lambda_1 F_{1\infty} + \bar{G}_{21} F_{2\infty} = 0 \\ \bar{G}_{02} F_{0\infty} + \bar{G}_{12} F_{1\infty} - \Lambda_2 F_{2\infty} = 0 \end{cases} \quad [A-1]$$

Sabemos que este sistema no es independiente pues según la [5] es:

$$F_{0\infty} + F_{1\infty} + F_{2\infty} \equiv 1 \quad [A-2]$$

Teniendo ésta en cuenta y reemplazando en la [A-1] obtenemos un sistema independiente de dos ecuaciones con dos incógnitas que resuelto nos da finalmente:

$$\begin{cases} DF_{0\infty} = \Lambda_1 \Lambda_2 - \bar{G}_{12} \bar{G}_{21} \\ DF_{1\infty} = \Lambda_2 \Lambda_0 - \bar{G}_{20} \bar{G}_{02} \\ DF_{2\infty} = \Lambda_0 \Lambda_1 - \bar{G}_{01} \bar{G}_{10} \end{cases} \quad [A-3]$$

Hemos incluido este desarrollo en un Apéndice y no en el texto para hacer resaltar el hecho de que para la deducción formal de las [27] no es necesario el uso de la [5]. Además, las relaciones [30] siguen siendo válidas aún en el caso que los F_k representaran flujos y no fracciones según la definición dada en pág.2. En este caso la [2] se transformaría en: $\sum_{k=0}^2 F_k = \text{flujo total} = \text{constante}$.

Referencias

- (1) Allison, S.K. and Warshaw, S.D.; Revs. Modern Phys. 25, 779 (1953).
Allison, S.K.; Phys.Rev. 109, 76 (1958) Ver también Phillips, J.A. and Tuck, J.L.; Rev.Sci.Instr. 27, 97 (1956) quienes tratan el caso de un sistema de tres componentes.
- (2) Allison, S.K.; Revs.Modern Phys. 30, 1137 (1958).
- (3) Allison, S.K. and García Muñoz, M.; Atomic and Molecular Processes edited by Bates, D.R. (Academic Press Inc., New York, 1962) pag. 721.
- (4) En realidad, una descripción satisfactoria de los procesos que tienen lugar durante el pasaje de un haz de helio a través de un blanco gaseoso, no puede darse siempre en términos de un simple sistema de tres componentes debido a la existencia de una componente atómica metaestable. Ver Ref.(10).
- (5) Si q es un imaginario puro esto implica que F_k vs. π representa una oscilación amortiguada exponencialmente alrededor del valor $F_{k\infty}$ ($F_{k\infty}$ está definido por la Ec. [21]). Aunque esta posibilidad, a nuestro saber, no ha sido mencionada anteriormente en la literatura, no existe una razón física obvia por la cual esta posibilidad quede excluida. Sin embargo, a energías bombardeantes donde más de dos componentes son importantes, el período Π (átomos/cm²) de esta oscilación (que vendría dado por $4\pi / (4E - \Lambda^2)^{\frac{1}{2}}$, donde aquí $E = 3,14...$) resulta ser muy largo y representaría una presión del gas blanco del orden de los cientos de μ Eg para cámaras de interacción de una longitud razonable. Por lo tanto sería muy difícil detectar experimentalmente si tenemos una

oscilación amortiguada exponencialmente o simplemente una curva de tipo exponencial (Ec. [17]) para las fracciones F_k . Expresado en otras palabras: F_k alcanzaría prácticamente su valor asintótico $F_{k\infty}$ para espesores del blanco que son mucho más pequeños que el período T .

- (6) Este resultado es una consecuencia de la naturaleza misma del problema en estudio, y se refleja matemáticamente por el término negativo en el segundo miembro de la Ec.[1] y por el hecho de que todas las σ_{if} son cantidades esencialmente positivas. En este sentido diferimos de Allison y García Muñoz (Ref.(3) pág.727) en que ellos imponen su expresión [18] (equivalente a nuestra [19]) como una condición necesaria para que F_k tenga un límite finito, mientras que aquí demostramos que se trata de una consecuencia del planteo inicial del problema.
- (7) Aunque como se vió anteriormente, la posibilidad $\Lambda^2 - 4D < 0$ existe, no hemos encontrado, entre varios de los valores medidos experimentalmente de σ_{if} para distintos haces y gases, un ejemplo donde esta desigualdad se cumpla para un haz que admite tres componentes. Por lo tanto tratamos el problema solo para el caso en que se cumple $\Lambda^2 - 4D > 0$.
- (8) Barnett, C.F. and Stier, P.M.; Phys.Rev. 109, 385 (1958).
- (9) Allison, S.L.; Phys.Rev. 110, 670 (1958).
- (10) Wittkower, A.B.; Levy, G. and Gilbody, H.B.; Proc.Phys.Soc. 91, 852 (1967).
- (11) Fogel, M.Ya. and Mitin, R.V.; Soviet Phys. JETP 3, 334 (1956).
- (12) Es posible ahora conseguir comercialmente un tipo de manómetro

relativamente nuevo (manómetro de capacidad) el cual es ofrecido con un equipo de control automático de presión, por Granville-Phillips Co., Boulder, Colorado. Las muchas ventajas que presenta el manómetro de capacidad sobre instrumentos clásicos para medir presiones, posiblemente lo hacen el instrumento adecuado para efectuar las mediciones mencionadas.

- (13) La precisión con que se pueden medir las fracciones de carga F_{pk} se encuentra dentro del 2% en el rango de energías que se puede obtener en nuestro laboratorio: 60-320 keV. Ver Leckbach, W. and Nemirovsky, I.B.; Phys.Rev. 153, 13 (1967).