

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 2	AÑO 1970

04.70.181

PMM/A - 12

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION

SEXTO CURSO PANAMERICANO DE METALURGIA

Dentro del Programa Multinacional de Metalurgia
(Programa Regional de Ciencia y Tecnología - OEA)

INTRODUCCION AL TRABAJO MECANICO

Ingenieros L. Iurman, C.A. Martínez Vidal y A. Sáenz López

FASCICULO I

Capítulos 1 a 7

Departamento de Metalurgia
Buenos Aires - Argentina
1970

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION

SEXTO CURSO PANAMERICANO DE METALURGIA

Dentro del Programa Multinacional de Metalurgia
(Programa Regional de Ciencia y Tecnología - OEA)

INTRODUCCION AL TRABAJADO MECANICO

Ingenieros L. Iurman, C.A. Martínez Vidal y A. Sáenz López

FASCICULO I

Capítulos 1 a 7

Departamento de Metalurgia
Buenos Aires - Argentina
1970

P R O L O G O

Si bien las primeras manifestaciones de metales trabajados o deformados se remonta a algunos milenios antes de Cristo, puede decirse que recién luego de la segunda guerra mundial comienza a entenderse "cómo" y "por qué" deforman (cuáles son sus mecanismos). Ello ha obligado a replantear una cantidad de conceptos y hechos: Tomando sólo algunos:

- a) Existían dos áreas totalmente aisladas: ingeniería mecánica que se ocupaba sólo del diseño, construcción y mantenimiento de los equipos para deformar; e ingeniería metalúrgica, a la que interesaba sólo el metal o aleación obtenida. Podríamos decir que era "materiales vs. equipos". Actualmente se ha efectuado una síntesis entre ambas, lo que se ha traducido en enormes adelantos en la capacidad y calidad de producción.
- b) Puede decirse que cuando se pasa de "investigación básica" a "investigación aplicada" y a "investigación tecnológica" ("development"), aumentan exponencialmente la cantidad de parámetros que entran en juego, o sea, aumenta exponencialmente la complejidad del fenómeno o proceso a controlar. Surge así que, para hacer "buena tecnología" es indispensable la correcta aplicación de los "conocimientos y conceptos básicos".
- c) La "transferencia" de los resultados de la "investigación tecnológica" a la "producción", es un mecanismo aún hoy muy mal conocido, incluso en los países más desarrollados. Además, supuestos conocidos, esos mecanismos no son extrapolables a otros países. A esto se agrega que la mejor "solución técnica", no va a ser seguramente la óptima "solución técnico-económica" y, deben además tenerse presente los factores sociológicos y políticos, que terminarán dando una "solución coyuntural" para cada país, inclusive, para cada región (la definiremos como "tecnología de escala", en oposición al concepto de "economía de escala").
- d) El punto c) determina también que el profesional de industria, domine un conocimiento "empírico-tecnológico", poco conocido para el investigador, que posee su conocimiento "científico-tecnológico". Es fundamental el respeto mutuo de ambos conocimientos y tender a un "lenguaje común" que permita acelerar la "transferencia".
- e) Como se dijo al comienzo, todos los procesos metalúrgicos están sufriendo una "crisis de conocimientos", debiendo ser reanalizados a la luz de herramientas modernas: física del sólido, computación, automatización, instrumental cada vez más sofisticado, etc.

Esta revolución científico-tecnológica es uno de los factores que permita a países "en desarrollo", tentar la superación o el acortamiento de la "brecha tecnológica" que nos separa de los países "desarrollados".

Estos hechos se tuvieron presentes como premisas para ir elaborando el programa de esta materia, que empezó a gestarse en 1964. En octubre de ese año se dictó un curso sobre "Trabajado de Metales" (C. A. Martínez Vidal) organizado conjuntamente por la Comisión Nacional de Energía Atómica y la Sociedad Argentina de Metales.

En el II Curso Panamericano de Metalurgia, en 1965, en el ciclo básico se dió "Comportamiento Mecánico de Materiales" (C. A. Martínez Vidal y A. Vidoz) y en el ciclo de especialización: "Introducción al trabajado mecánico" (C. A. Martínez Vidal y A. Sáenz López).

De la unión de ambos cursos surgió el programa del "IX Curso de Especialización de la Associacao Brasileira de Metais", que sobre el tema "Deformación Mecánica de Metales", fuera dictado por C. A. Martínez Vidal en San Pablo en noviembre/diciembre de 1965. En esa oportunidad se imprimió la primera versión de estos apuntes.

En el III Curso Panamericano de Metalurgia, en 1967, se dictó en el ciclo básico "Comportamiento Mecánico y Trabajado de Metales" (C. A. Martínez Vidal), continuando las modificaciones de los temas que formaban el programa del curso.

En 1968, IV Curso Panamericano de Metalurgia, se dió en el ciclo básico "Comportamiento Mecánico y Trabajado de Metales" (L. Iurman, C. A. Martínez Vidal y A. Sáenz López) y en el de especialización: "Introducción al Trabajado Mecánico" (L. Iurman y C. A. Martínez Vidal). Se le dió forma final al programa y es ya la correspondiente a estos apuntes.

En 1969, el V Curso Panamericano de Metalurgia ya es dictado como parte del "Programa Multinacional de Metalurgia" dentro del "Programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico" de la Organización de los Estados Americanos. En el ciclo básico se dictó "Comportamiento Mecánico y Trabajado de Metales" (H. Helman, L. Iurman y A. Sáenz López), de acuerdo al programa presente.

Los puntos 1 a 13 corresponden a "Comportamiento Mecánico de Metales" y de 14 a 21 a "Trabajado de Metales". Se analizará a continuación el programa.

i) Comportamiento Mecánico de Metales

En esta parte se ha procurado dar los dos enfoques con que se estudia el comportamiento de los materiales: el plasticista (teoría matemática de plasticidad como capítulo de la mecánica del continuo -corresponden los puntos 2, 3 y 4). En este campo plástico se ha dado mayor énfasis al estudio de las "grandes deformaciones", que interesan más al trabajado de metales que al estudio de las "pequeñas deformaciones" (moderno método usado en el área del diseño); y el metalurgista (deformación plástica y fractura desde el punto de vista de metalurgia física -puntos 5 y 6).

En el punto 7 se hace una revisión crítica de los "ensayos mecánicos" utilizados para determinar las curvas tensión-deformación, base experimental de lo anterior. En el punto 8 se trata la "recuperación y recristalización de metales", necesarios para entender la "influencia de la temperatura", discutida en el punto 9. En el punto 10 se estudia la "influencia de la velocidad de deformación" y de ésta sobre la temperatura.

Los puntos 11 y 12 "creep" y "fatiga" respectivamente, completa dos temas con carácter informativo. No son importantes desde el punto de vista del trabajo de metales, si bien son fundamentales en los problemas de diseño.

Finalmente, el punto 13 presenta los problemas creados por la inhomogeneidad en la deformación y las tensiones residuales.

ii) Trabajo de Metales

En esta parte se ha intentado dar una idea de este proceso, como para que aquellos alumnos que seguirán la orientación de "Metalurgia Física" en el ciclo de especialización, tengan nociones generales. Los que sigan la orientación "Metalurgia Tecnológica" ampliarán específicamente esta parte posteriormente.

El punto 14 presenta someramente los métodos que permiten estudiar e investigar los procesos de trabajo. El 15 da distintos criterios usados para la clasificación de procesos.

Los puntos 16 y 17 completan el panorama general de "Introducción al Trabajo de Metales", discutiendo los problemas de "fricción y lubricación" y de las "texturas por trabajo y por recocido".

El punto 18 indica las posibilidades para deformar y trabajar metales en laboratorio.

En el punto 19 se dan los procesos industriales de trabajo más importantes y el 20 los distintos posibles métodos de elaboración de formas finales.

Finalmente, en el punto 21 se presentan las tendencias modernas en los procesos de trabajo, aunque algunas de ellas no hayan llegado al sector productivo y estén en etapa experimental.

Los puntos 14 y 17 a 21 fueron escritos por L. Iurman, en función de los temas dados. Los otros puntos fueron preparados por C. A. Martínez Vidal y revisados y reescritos por L. Iurman y A. Sáenz López. Se agradece a M. Victoria las sugerencias sobre el punto 5. Durante la impresión de los apuntes colaboraron en la revisión de los originales J. C. Almagro, H. Helman y C. Lerch. Los dibujos fueron ejecutados por A. Leston y O. Lemos.

I N D I C E

FASCICULO I (Capítulos 1 a 7)

1. GENERALIDADES SOBRE COMPORTAMIENTO MECANICO DE LOS METALES

- 1.1. Introducción
- 1.2. Deformación plástica
- 1.3. Ensayo de tracción
- 1.4. Efecto Bauschinger
- 1.5. Anisotropía
- 1.6. Efecto de tamaño e inhomogeneidad de las tensiones

2. ESTADO DE TENSIONES Y ESTADO DE DEFORMACIONES

- 2.1. Objeto
- 2.2. Introducción al estado de tensiones
 - 2.2.1. Estado de tensiones en un punto
 - 2.2.2. Tensiones en un plano oblicuo
 - 2.2.3. Cuádrica de tensiones - Tensiones principales
 - 2.2.4. Ecuación cúbica. Invariantes del estado de tensiones
 - 2.2.5. Representación gráfica del estado de tensiones en el punto. Método de Mohr
 - 2.2.6. Tensiones tangenciales principales
 - 2.2.7. Casos particulares de estados de tensiones
 - 2.2.8. Componentes hidrostática y desviadora del estado de tensiones
 - 2.2.9. Tensión efectiva
- 2.3. Introducción al estado de deformaciones. Desplazamientos y deformaciones
 - 2.3.1. Componentes infinitesimales de deformación
 - 2.3.2. Diferencia entre corte simple y corte puro
 - 2.3.3. Deformaciones infinitesimales incrementales
 - 2.3.4. Relaciones de constancia de volumen
 - 2.3.5. Deformaciones finitas. Necesidad de las deformaciones logarítmicas
- 2.4. Bibliografía

3. RELACIONES TENSION-DEFORMACION ELASTICAS

- 3.1. Objeto
- 3.2. Elementos necesarios para elaborar una teoría de elasticidad
 - 3.2.1. Ecuaciones de equilibrio
 - 3.2.2. Condiciones de borde
 - 3.2.3. Ecuaciones de compatibilidad
 - 3.2.4. Relaciones tensión-deformación elásticas
 - 3.2.4.a. Cambio de volumen elástico
 - 3.2.4.b. Constantes elásticas
 - 3.2.4.c. Relaciones elásticas en componentes esféricas y desviadoras
 - 3.2.4.d. Círculo de Mohr en elasticidad

- 3.3. Energía elástica: de dilatación y de distorsión
- 3.4. Función tensión y función de Airy
- 3.5. Bibliografía

4. RELACIONES TENSION-DEFORMACION PLASTICAS

- 4.1. Objeto
- 4.2. Elementos necesarios para elaborar una teoría de plasticidad
 - 4.2.1. Criterios de fluencia
 - 4.2.1.a. Criterio de Tresca
 - 4.2.1.b. Criterio de Von Mises
 - 4.2.1.c. Representación gráfica de los criterios de fluencia
 - 4.2.1.d. Representación gráfica para el estado de tensión plana
 - 4.2.1.e. Endurecimiento por deformación
 - 4.2.2. Relaciones plásticas tensión-deformación
 - 4.2.2.a. Teoría de Prandtl-Reuss
 - 4.2.2.b. Teoría de Levy-Mises
 - 4.2.2.c. Teorías de deformaciones totales
 - 4.2.3. Condición de fluencia plana
- 4.3. Modelos reológicos y ecuaciones empíricas tensión-deformación
- 4.4. Bibliografía

5. PLASTICIDAD DE LOS CRISTALES

- 5.1. Objeto
- 5.2. Introducción
- 5.3. Cristales
 - 5.3.1. Planos cristalográficos
 - 5.3.2. Direcciones cristalográficas
- 5.4. Elasticidad de cristales
- 5.5. Deformación plástica de monocristales
 - 5.5.1. Estudio geométrico de la deformación
 - 5.5.2. Mecanismo de deslizamiento (slip)
 - 5.5.3. Mecanismo de maclado (twinning)
 - 5.5.4. Imperfecciones cristalinas
 - 5.5.5. Bandas de deformación
 - 5.5.6. Endurecimiento por deformación
 - 5.5.7. Diagramas tensión-deformación
- 5.6. Policristales
 - 5.6.1. Bordes de grano
 - 5.6.2. Flujo plástico de agregados
 - 5.6.3. Efecto de una segunda fase
 - 5.6.4. Deformación en frío
 - 5.6.5. Deformación en caliente
- 5.7. Algunos efectos particulares
 - 5.7.1. Efecto Bauschinger
 - 5.7.2. Punto de fluencia (Yield point)
 - 5.7.2.1. Bandas de Lüder
 - 5.7.2.2. Punto de fluencia superior

- 5.7.2.3. Envejecimiento por deformación (strain aging)
- 5.7.2.4. Efecto Portevin-Le Chatelier
- 5.7.2.5. Fragilidad en azul (blue brittleness)
- 5.8. Bibliografía

6. FRACTURA

- 6.1. Objeto
- 6.2. Definición y clasificación de las fracturas
- 6.3. Mecanismos básicos de fractura en monocristales
- 6.4. Resistencia cohesiva teórica
- 6.5. Origen en las grietas
- 6.6. Concentración de tensiones
- 6.7. Propagación de fisuras en medio elástico. Teoría de Griffith
 - 6.7.1. Velocidad de propagación en medio elástico
 - 6.7.2. Propagación en medio plástico. Teoría de Griffith-Orowan
 - 6.7.3. La teoría de dislocacionista y la propagación de grietas por clivage
- 6.8. La fractura plásticamente inducida
 - 6.8.1. La fractura dúctil en probetas cilíndricas traccionadas
- 6.9. El efecto de entalla
- 6.10. La transición dúctil-frágil
- 6.11. Bibliografía

7. ENSAYOS MECANICOS

- 7.1. Objeto
- 7.2. Introducción
- 7.3. Ensayos para determinar las curvas tensión-deformación
- 7.4. Ensayo de tracción simple
 - 7.4.1. Inestabilidad plástica
 - 7.4.1.a. Estudio de la Estricción
 - 7.4.1.b. Efecto de la presión hidrostática sobre la inestabilidad plástica
- 7.5. Ensayo de compresión
 - 7.5.1. Inestabilidad plástica. Pandeo
 - 7.5.2. Fricción en compresión
 - 7.5.3. Ensayos especiales de compresión
 - 7.5.3.a. Compresión en fluencia plana
- 7.6. Ensayo de torsión
- 7.7. Comparación entre ensayos de tracción, compresión y torsión
- 7.8. Los ensayos mecánicos y sus posibilidades para la determinación de las características mecánicas en "caliente"
- 7.9. Bibliografía

FASCICULO II (Capítulos 8 a 14)

8. RECOCIDO

- 8.1. Introducción
- 8.2. Procesos de recuperación
 - 8.2.1. Efecto del trabajado en frío. Energía almacenada
 - 8.2.2. Eliminación de defectos puntuales
 - 8.2.3. Relevamiento de tensiones
 - 8.2.4. Poligonización
 - 8.2.5. Conclusiones
- 8.3. Proceso de recristalización
 - 8.3.1. Cinética de recristalización
 - 8.3.2. Nucleación
 - 8.3.3. Efecto de temperatura y tiempo
 - 8.3.4. Influencia del grado de deformación
 - 8.3.5. Influencia de la composición
 - 8.3.6. Tamaño de grano
 - 8.3.7. Diagramas T. G. - T_r - def -
- 8.4. Proceso de crecimiento de grano
 - 8.4.1. Crecimiento de grano normal
 - 8.4.2. Factores que afectan al crecimiento
 - 8.4.3. Recristalización secundaria
- 8.5. Bibliografía

9. INFLUENCIA DE LA TEMPERATURA

- 9.1. Introducción
- 9.2. Temperaturas homólogas
- 9.3. Rangos de temperaturas en la deformación
 - 9.3.1. Fragilidad a baja temperatura
 - 9.3.2. Deformación en frío
 - 9.3.3. Deformación en tibio
 - 9.3.4. Deformación en caliente
- 9.4. Energía de trabajado
 - 9.4.1. Energía o trabajo específicos
 - 9.4.2. Trabajo total y trabajo real
 - 9.4.3. Potencia de deformación
- 9.5. Sobrecalentamiento o quemado
 - 9.5.1. Termodinámica de las deformaciones
 - 9.5.2. Quemado
 - 9.5.3. Fragilidad en caliente
- 9.6. Bibliografía

10. INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACION

- 10.1. Introducción
 - 10.1.1. Influencia de la vlocidad sobre la temperatura de transición
- 10.2. Efecto de la velocidad de deformación en el trabajado en frío

- 10.3. Efecto de la velocidad de deformación sobre el trabajado en caliente
- 10.4. Velocidades de deformación comunes en los distintos procesos tecnológicos
- 10.5. Altas velocidades de deformación
- 10.6. Bibliografía

11. CREEP

- 11.1. Introducción
- 11.2. Tipos de Creep en función de la temperatura
 - 11.2.1. Creep logarítmico
 - 11.2.2. Creep de recuperación
 - 11.2.3. Creep de difusión
- 11.3. Estudio del creep de recuperación
 - 11.3.1. Curvas de creep
 - 11.3.2. Creep y recristalización conjuntos
- 11.4. Mecanismos de creep
 - 11.4.1. Mecanismos de deformación que actúan en el creep logarítmico
 - 11.4.2. Mecanismos que actúan en el creep de recuperación
 - 11.4.3. Mecanismos que actúan en el creep por difusión
- 11.5. Presentación de datos de creep
- 11.6. Materiales resistentes al creep
- 11.7. Bibliografía
- 11.8. APENDICE - Materiales resistentes a alta temperatura
 - 11.8.A. Aleaciones de base hierro
 - 11.8.B. Aleaciones de base níquel
 - 11.8.C. Aleaciones de base cobalto
 - 11.8.D. Metales y aleaciones refractarios
 - 11.8.E. Cerámicos
 - 11.8.F. Cermets

12. INFLUENCIA DE LAS TENSIONES CICLICAS Y FATIGA

- 12.1. Efecto Bauschinger en mono y policristales
 - 12.1.a. Fenómeno
 - 12.1.b. Teoría
- 12.2. Tensiones cíclicas
- 12.3. Límite de fatiga
- 12.4. Curvas de Wohler
- 12.5. Fenómenos estructurales de la fatiga
- 12.6. Teorías de fatiga
 - 12.6.a. Teoría de Orowan (1939)
 - 12.6.b. Concepto de Wood de la fatiga - W. A. Wood (1955)
 - 12.6.c. Modelos dislocacionistas de la fatiga
 - 12.6.d. Teoría del límite de fatiga
- 12.7. Variables que afectan la duración de piezas sometidas a fatiga
 - 12.7.a. Preparación superficial
 - 12.7.b. Efecto de la temperatura

- 12.7.c. Frecuencia del ciclo de tensiones
- 12.7.d. Tensión media
- 12.7.e. Medio ambiente
- 12.7.f. Factores metalúrgicos que afectan la resistencia a la fatiga

13. TENSIONES RESIDUALES

- 13.1. Origen: Inhomogeneidad de la deformación
- 13.2. Bandas de Lüders en aceros
- 13.3. Homogeneidad de la deformación en función de la reducción en laminación
- 13.4. Clasificación de las tensiones residuales
 - 13.4.a. Tensiones residuales microscópicas
 - 13.4.b. Tensiones residuales macroscópicas
 - 13.4.b.1. Tensiones residuales macroscópicas por gradiente térmico
 - 13.4.b.2. Tensiones residuales macroscópicas por trabajado mecánico
 - 13.4.b.3. Tensiones residuales macroscópicas por transformaciones de fase
- 13.5. Métodos para medir las tensiones residuales
 - 13.5.a. Métodos mecánicos
 - 13.5.b. Métidos de deflexión
 - 13.5.c. Utilización de rayos X para medir las tensiones residuales
- 13.6. Bibliografía

14. METODOS DE INVESTIGACION EN LOS PROCESOS DE TRABAJADO DE METALES

- 14.1. Medida de tensiones y deformaciones
- 14.2. Estudio de las condiciones de fluencia del material
- 14.3. Métodos matemáticos para estudiar los procesos
 - 14.3.1. Introducción
 - 14.3.2. Ecuaciones básicas
 - 14.3.3. Método de energía de deformación uniforme
 - 14.3.4. Método del bloque
 - 14.3.5. Campo de líneas de deslizamiento
 - 14.3.6. Teoremas del límite
 - 14.3.7. Visioplasticidad
- 14.4. Bibliografía

- Fe de erratas del Fascículo II

FASCICULO III (Capítulos 15 a 21)

15. CLASIFICACION DE PROCESOS

- 15.1. Introducción

- 15.2. Métodos de procesamiento de metales
- 15.3. Criterios para la clasificación de los procesos
- 15.4. Clasificación de los procesos por estado de tensiones
- 15.5. Bibliografía

16. FRICCIÓN Y LUBRICACIÓN

- 16.1. Objetivo
- 16.2. Introducción
- 16.3. Superficies
 - 16.3.1. Superficie ideal
 - 16.3.2. Rugosidad
- 16.4. Contacto entre dos superficies
 - 16.4.1. Superficies ideales
 - 16.4.2. Superficies rugosas
 - 16.4.3. Indentación elástica
 - 16.4.4. Indentación plástica
 - 16.4.5. Formación de "juntas"
 - 16.4.6. Efecto de la contaminación superficial
- 16.5. Deslizamiento entre superficies
 - 16.5.1. Superficies ideales
 - 16.5.2. Superficies rugosas
- 16.6. Fricción
 - 16.6.1. Factores que afectan la fricción
 - 16.6.2. Tipos de fricción
 - 16.6.3. Fricción límite o de borde
 - 16.6.4. Fluencia subsuperficial
 - 16.6.5. Aumento superficial de temperatura
 - 16.6.6. Influencia del estado superficial
 - 16.6.7. Influencia de la velocidad de deslizamiento
 - 16.6.8. Efecto de la dureza
 - 16.6.9. Ejemplo de cálculo para trefilación
- 16.7. Lubricación
 - 16.7.1. Lubricación límite o de borde
 - 16.7.2. Mecanismos de lubricación límite
 - 16.7.3. Efectos sobre lubricantes orgánicos
 - 16.7.4. Lubricantes para altas presiones
 - 16.7.5. Lubricantes sólidos
 - 16.7.6. Lubricantes gaseosos
 - 16.7.7. Vidrios lubricantes
- 16.8. Lubricantes en trabajo mecánico
 - 16.8.1. Requerimientos de un lubricante ideal
 - 16.8.2. Tipos de lubricantes
 - 16.8.3. Valores de fricción en operaciones de trabajo
- 16.9. Comentarios generales
- 16.10. Bibliografía

17. TEXTURA

- 17.1. Introducción
- 17.2. Mecanismos de textura - Teorías
- 17.3. Texturas para diferentes procesos
 - 17.3.1. Texturas de alambres, barras y tubos
 - 17.3.2. Texturas de laminación
 - 17.3.3. Laminación cruzada
- 17.4. Textura por recocido
- 17.5. Influencia de la textura en el estampado profundo: el orejado
- 17.6. Determinación de texturas
- 17.7. Eliminación de texturas
- 17.8. Texturas de chapas de hierro-silicio

18. PROCESOS DE LABORATORIO

- 18.1. Laminación
 - 18.1.1. Laminación de chapa
 - 18.1.2. Tipos de laminadoras
 - 18.1.3. Laminación en paquete
 - 18.1.4. Laminación cruzada
 - 18.1.5. Laminación de compresión
 - 18.1.6. Laminación en caliente
 - 18.1.7. Laminación con enmarcado
 - 18.1.8. Defectos de laminado
 - 18.1.9. Laminación de barras
- 18.2. Trefilado de alambre
 - 18.2.1. Matrices y lubricantes
 - 18.2.2. Equipo de trefilado
 - 18.2.3. Defectos y fallas del alambre
 - 18.2.4. Recocido del alambre
- 18.3. Bibliografía

19. PROCESOS DE TRABAJADO

- 19.1. Laminación
 - 19.1.1. Laminación plana y de perfiles
 - 19.1.2. Desbastado
 - 19.1.3. Laminadora Mannesmann y Stiefel
 - 19.1.4. Laminador paso de peregrino
 - 19.1.5. Laminadora forjadora
 - 19.1.6. Laminadora planetario
 - 19.1.7. Trenes laminadores
- 19.2. Forjado
 - 19.2.1. Matriz abierta y cerrada
 - 19.2.2. Equipo de forja
 - 19.2.3. Propiedades mecánicas de las piezas forjadas
 - 19.2.4. Swaging y forjado rotatorio
 - 19.2.5. Forjado en frío

- 19.3. Extrusión
 - 19.3.1. Extrusión directa e inversa
 - 19.3.2. Extrusión por impacto
- 19.4. Trefilación
 - 19.4.1. La trefila
 - 19.4.2. Trefilación de barras y alambres
 - 19.4.3. Trefilación de tubos
- 19.5. Estampado profundo ("Deep drawing")
 - 19.5.1. Matrices para estampado
 - 19.5.2. Relación de embutido-reembutido
 - 19.5.3. Procesos especiales de estampado profundo
 - 19.5.3.1. Proceso Guerin
 - 19.5.3.2. Estampado por bombeo
 - 19.5.3.3. Estampado al torno (Repujado)
 - 19.5.4. "Ironing" y "Sinking"

20. METODOS DE ELABORACION

- 20.1. Introducción
- 20.2. Generalidades sobre la fabricación de piezas de sección constante
 - 20.2.1. Laminación
 - 20.2.2. Extrusión
- 20.3. Fabricación de chapas, planchuelas y cintas
 - 20.3.1. Laminación en caliente de productos planos
 - 20.3.2. Laminación en frío de productos planos
- 20.4. Fabricación de barras y perfiles
- 20.5. Fabricación de alambres
- 20.6. Fabricación de tubos
 - 20.6.1. Fabricación de tubos sin costura
 - 20.6.1.1. Procedimiento del paso de peregrino
 - 20.6.1.2. Procedimientos del tren automático
 - 20.6.1.3. Procedimiento del laminador continuo
 - 20.6.1.4. Procedimiento del laminador Assel
 - 20.6.1.5. Procedimiento de extrusión
 - 20.6.2. Fabricación de tubos con costura
 - 20.6.2.1. Procedimiento Fretz-Moon
 - 20.6.2.2. Fabricación de tubos perfilados en frío y soldados eléctricamente
 - 20.6.2.3. Fabricación en serie de tubos soldados de gran diámetro
- 20.7. Conformado de chapas
 - 20.7.1. Estirado de chapas
 - 20.7.2. Doblado de chapas
 - 20.7.3. Corte de chapas
- 20.8. Bibliografía

21. TENDENCIAS ACTUALES EN LOS PROCESOS DE TRABAJADO

- 21.1. Introducción
 - 21.1.1. Altas presiones hidrostáticas
 - 21.1.2. Extrusión

- 21.1.3. Trefilado de alambres
- 21.2. Altas velocidades de deformación
 - 21.2.1. Deformación con explosivos
 - 21.2.2. Métodos mecánico-neumáticos ("dynapak")
 - 21.2.3. Métodos eléctricos
- 21.3. Aplicación del ultrasonido a los procesos de conformado
- 21.4. Bibliografía

- Fe de erratas del Fascículo III

CAPITULO I

GENERALIDADES SOBRE COMPORTAMIENTO MECANICO DE LOS METALES

I.1. Introducción

La manufactura de los metales se remonta a la pre-historia. Con el correr de los siglos ha pasado del forjado manual elemental hasta los complejos procesos actuales. Su objetivo fué siempre la obtención de piezas de formas y propiedades determinadas y se logró a través de diferentes procesos: a partir del estado sólido (en forma de polvos, por deformación plástica, etc.), a partir del estado líquido (fundición) o por combinación de ambos. Además los tratamientos térmicos y las técnicas de acabado mejoran las propiedades de los elementos obtenidos por estos medios.

El presente curso está orientado al estudio del trabajado de metales por deformación plástica. En el desarrollo del mismo se prestará atención a aquellos elementos de la Metalurgia y la Mecánica que intervienen de manera fundamental en los procesos de deformación plástica: Elasticidad, Plasticidad en sus aspectos macroscópicos y microscópicos, Fractura, Ensayos Mecánicos, Efectos de distintas variables que afectan al proceso de deformación plástica en sí, etc.

I.2. Deformación Plástica

Se dice que un sólido ha deformado plásticamente bajo el efecto de un sistema de fuerzas si al retirar éstas se observan alteraciones permanentes en su forma y dimensiones iniciales. Si dichas alteraciones fueron observadas solamente mientras se mantuvieron aplicadas las fuerzas y desaparecen con ellas, se dirá que el sólido fué deformado elásticamente.

El fenómeno de la plasticidad es estudiado simultáneamente por la Física del Estado Sólido y por la Metalurgia Mecánica y Mecánica del Continuo. La primera tiende a justificar el comportamiento plástico de los sólidos a través del estudio de las estructuras cristalinas de los mismos, sus propiedades y las imperfecciones de las mismas (dislocaciones, bordes de grano, vacancias, etc.). En cambio la Mecánica del Continuo ha desarrollado sus métodos en forma independiente de la estructura de la materia.

Sería deseable que la Física del Estado Sólido proveyera, sobre la base del estudio de los procesos físicos elementales, los puntos de partida y suposiciones esenciales para la teoría de la Plasticidad. La necesidad de dar inmediata solución a los problemas con que se enfrentan quienes trabajan con la Plasticidad desde el punto de vista de sus aplicaciones y dado que la Física no puede aún satisfacer estos requisitos, hace inevitable el tener que partir de hipótesis fenomenológicas basadas, en general, en ciertas observaciones e investigaciones experimentales. En consecuencia, las leyes que se obtienen por este medio no son generales y resultan una razonable aproximación a un número limitado de procesos reales.

Hasta tanto no se vinculen totalmente ambos enfoques será menester tener presente los dos puntos de vista puesto que proveen información complementaria, particularmente en lo que se refiere al trabajado mecánico de metales.

En el Simposio Internacional sobre "Impacto de la Metalurgia Física en la Tecno-

logía", B. Chalmers señaló la necesidad de investigadores que trabajen "con un pie en la lamina-dora y el otro pie en las dislocaciones".

I.3. Ensayo de tracción

La complejidad de los fenómenos que se desenvuelven en un proceso de deformación plástica pueden evidenciarse analizando uno de los ensayos más elementales: el ensayo de tracción simple.

En la figura 1 puede verse el diagrama tensión-deformación correspondiente a un material elasto-plástico típico, ensayado en tracción simple.

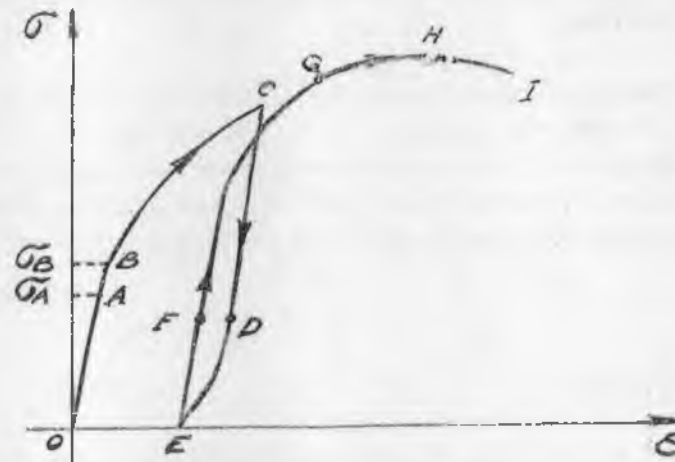


Figura 1

Desde 0 hasta B (límite de fluencia) el material es elástico, es decir, la deformación es completamente reversible y la descarga tiene lugar a lo largo de B0. Sin embargo, la relación tensión-deformación deja de ser lineal desde A, denominado límite de proporcionalidad. En el tramo 0A del ensayo se cumple la ley de Hooke, que rige los procesos de deformaciones elásticas lineales.

Para cargas mayores que σ_A la deformación es parcialmente irreversible de manera que la descarga desde un punto tal como el C hasta tensión nula dejará en el material ensayado una deformación permanente o plástica. Reiniciando la carga a partir de un punto como el E, el proceso continua a lo largo de EF hasta el nuevo punto de fluencia G y de allí en adelante prosigue a lo largo de GH. El hecho de necesitar incrementar la carga para incrementar la deformación en el proceso de deformación plástica se expresa manifestando que el material "endurece" por deformación (strain hardening) o trabajado (work hardening).

A partir del punto H, denominado "carga máxima", el ensayo deja de ser de tracción simple. En virtud de la aparición de una zona de estricción en la probeta, ésta queda sometida a un estado triaxial de tensiones que se mantiene hasta la rotura, que tiene lugar en I. En la zona de estricción la velocidad de reducción del área de la sección normal de la probeta es mayor que la velocidad de endurecimiento del material, produciéndose, en consecuencia, un proceso de deformación plástica inestable, que se desarrolla en el tramo HI.

En general, la curva tensión-deformación es influenciada por efectos dependientes

del tiempo (velocidad de deformación, fluencia lenta o creep, etc.) y de la temperatura.

Es frecuente cuando se trabaja con la Mecánica del Continuo, recurrir a una idealización de dicha curva realizada por Prandtl en base a trabajos experimentales de Berliner. Dicha idealización supone procesos isotérmicos e ignora los efectos dependientes del tiempo (es decir considera que el material es no-viscoso).

Las principales características del modelo de Prandtl, que puede verse en la figura 2 son las siguientes:

- a) La pendiente de la tangente a EFG en E (figura 1) se toma igual a la pendiente de OA.
- b) La trayectoria de carga a partir de cualquier punto coincide con la de descarga.
- c) Se admite que el camino de recarga pasa por el punto en que se inició la descarga (C en la figura 1) y prosigue luego como si la descarga no hubiese tenido lugar (tramo CH).
- d) El material es permanentemente estable.

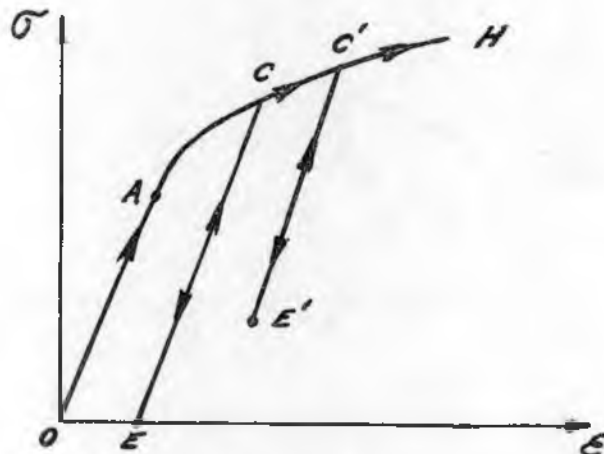


Figura 2

Estas condiciones implican que las pérdidas por histéresis son nulas, de manera que el camino CDE coincide con el EFG. Además se considera que el límite de proporcionalidad A coincide con el límite de fluencia B y que los caminos de descarga tales como CE, C'E', etc., son líneas rectas paralelas a OA.

Naturalmente, la elección del modelo de trabajo está condicionada a las características particulares del proceso a que será aplicado y del material con que se deberá operar.

El análisis realizado podría corresponder a metales como cobre o aluminio. Otros materiales como el acero tienen algunas características propias que deberán tenerse en cuenta.

I.4. Efecto Bauschinger

Se produce cuando una probeta es sometida a un ensayo de tracción seguido de un ensayo de compresión o viceversa. En determinadas circunstancias se observa que la tensión de fluencia para el posterior ensayo de compresión es menor que la correspondiente al ensayo de tracción previo, como se observa en la figura 3.

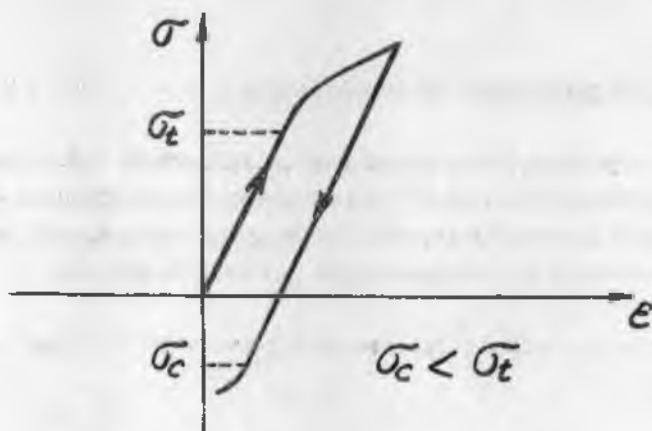


Figura 3

La isotropía del material establecerá que ambas tensiones fueron iguales, como en la figura 4.

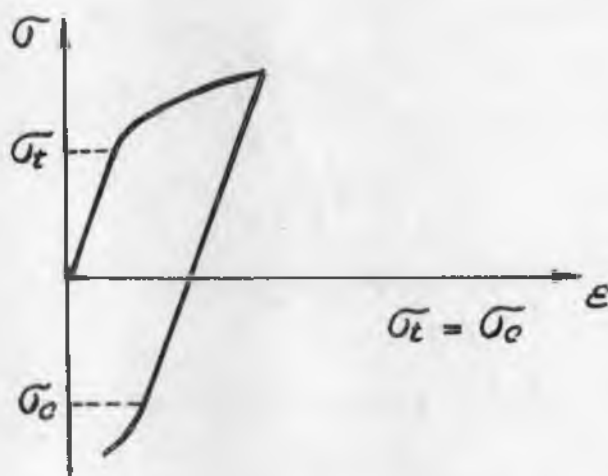


Figura 4

Dicho fenómeno que se manifiesta como un "ablandamiento por trabajado" puede justificarse a través de la teoría dislocacionista y se lo conoce con el nombre de "Efecto Bauschinger" desde el trabajo sobre endurecimiento por deformación publicado por J. Bauschinger en 1886.

1.5. Anisotropía

La deformación plástica es físicamente anisotrópica. El proceso de deslizamiento que involucra, según los planos cristalográficos es netamente direccional. Como consecuencia, cualquier isotropía inicial que existiera en el material se destruye al ser deformado plásticamente. Se dice que el material ha adquirido una "textura" como resultado de la deformación.

Desde el punto de vista de la teoría de dislocaciones, el deslizamiento es un proceso irreversible. Estos cambios son los que dan lugar al efecto Bauschinger y a la anisotropía de los materiales deformados plásticamente.

I. 6. Efecto de tamaño e inhomogeneidad de las tensiones

Como prácticamente todos los materiales poseen una estructura microscópica no homogénea, las propiedades plásticas de una pequeña región pueden ser diferentes de las de una región extensa. Esta circunstancia resulta de gran importancia en el problema de concentración de tensiones, presente en probetas que presentan entallas en su geometría.

PUNTO 2 - ESTADO DE TENSIONES Y ESTADO DE DEFORMACIONES

- 2.I. Objeto.
- 2.II. Introducción al estado de tensiones.
 - 2.II.1. Estado de tensiones en un punto.
 - 2.II.2. Tensiones en un plano oblicuo.
 - 2.II.3. Cuádrlica de tensiones-Tensiones principales.
 - 2.II.4. Ecuación cúbica. Invariantes del estado de tensiones.
 - 2.II.5. Representación gráfica del estado de tensiones en el punto. Método de Mohr.
 - 2.II.6. Tensiones tangenciales principales.
 - 2.II.7. Casos particulares de estados de tensiones.
 - 2.II.8. Componentes hidrostática y desviadora del estado de tensiones.
 - 2.II.9. Tensión efectiva.
- 2.III. Introducción al estado de deformaciones. Desplazamientos y deformaciones.
 - 2.III.1. Componentes infinitesimales de deformación.
 - 2.III.2. Diferencia entre corte simple y corte puro
 - 2.III.3. Deformaciones infinitesimales incrementales.
 - 2.III.4. Relaciones de constancia de volumen.
 - 2.III.5. Deformaciones finitas. Necesidad de las deformaciones logarítmicas.
- 2.IV. Bibliografía.

2.I. OBJETO

Determinar y definir el estado de tensiones y el de deformaciones en un punto de un cuerpo, para luego relacionarlos. Esta relación se estudiará en las zonas elástica (Punto 3) y plástica (Punto 4), determinando las condiciones para pasar de una a la otra (Criterios de fluencia).

Se verán en apretado resumen los puntos que se consideran más importantes. La bibliografía agregada al final permitirá ampliar y profundizar estos temas.

2.II. INTRODUCCION AL ESTADO DE TENSIONES

Desde el punto de vista de elasticidad y plasticidad del continuo, la primera hipótesis simplificativa que debe tenerse en cuenta, es que se suponen sólidos perfectos, es decir isótropos y homogéneos. Ambos términos se definen:

Isótropo: En cualquier punto del cuerpo sus propiedades son iguales en todas direcciones.

Homogéneo: Las propiedades son iguales en todos los puntos del cuerpo.

Un cuerpo puede estar sometido a la acción de fuerzas, siendo éstas de volumen o de superficie. Las fuerzas magnéticas, gravitacionales, centrífugas, térmicas, etc., son ejemplos de las de volumen. Aquí se trabajará sólo con las de superficie. La fuerza aplicada por unidad de superficie se designa "tensión".

2.II.1. ESTADO DE TENSIONES EN UN PUNTO

Supóngase un cuerpo ubicado en un sistema xyz de referencia, sobre el que actúan fuerzas exteriores (fig. 2.1). Como consecuencia de estas fuerzas aplicadas, cada uno de los puntos del cuerpo estará soportando o transmitiendo esfuerzos.

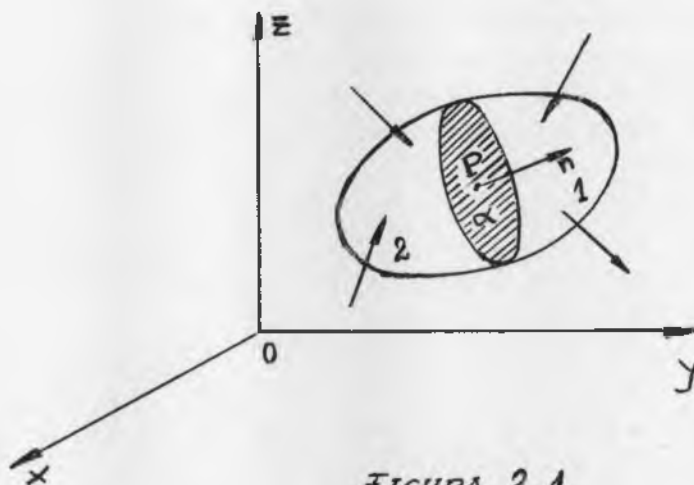


FIGURA 2.1

Un punto P cualquiera estará sometido a un estado de tensiones que se quiere determinar. Para ello, se corta al cuerpo con un plano α cualquiera (identificado por los cosenos directores de su normal que pase por P). Al quitar la parte 1 del cuerpo, los esfuerzos que se transmitían a través del plano α , pueden ser representados por fuerzas distribuidas en el mismo. Si se considera un entorno de área δA alrededor de P, sobre éste actuará una fuerza δF , y en el límite se tendrá:

$$\lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F}{\delta A} = T$$

T es la tensión resultante en el punto P, sobre el plano que pasa por él.

En el caso más general, la dirección de T formará un cierto ángulo con el plano α . Resulta útil descomponer a T en una tensión normal, σ , y otra tensión tangencial, τ , yacente en el plano (Fig. 2.2 a). La tensión τ puede además descomponerse en dos componentes paralelas a los ejes x e y (fig. 2.2 b) si se toma una terna arbitraria xyz tal que $n = z$ y el plano xy coincida con α .

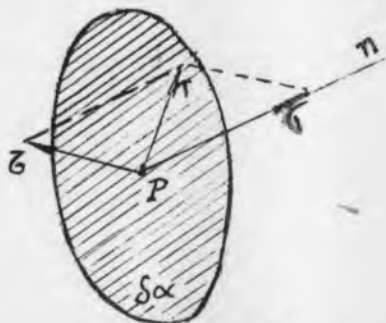


FIGURA 2.2 a

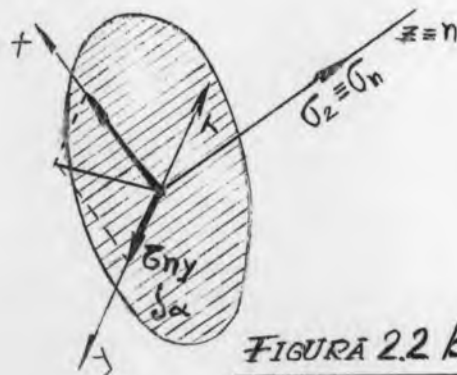


FIGURA 2.2 b

En lo que sigue se adoptará la convección

- i) Las tensiones normales llevarán un subíndice que indicará su dirección.
- ii) Las tensiones tangenciales llevarán dos subíndices, el primero indicará la normal al plano en que actúa, y el segundo la dirección de la recta de acción.

Existen otras convecciones igualmente válidas

Para definir el estado de tensiones en el punto P se consideran en el mismo tres planos cuyas normales corresponden a los ejes xyz. En esos planos actuarán tensiones normales y tangenciales (fig. 2.3.)

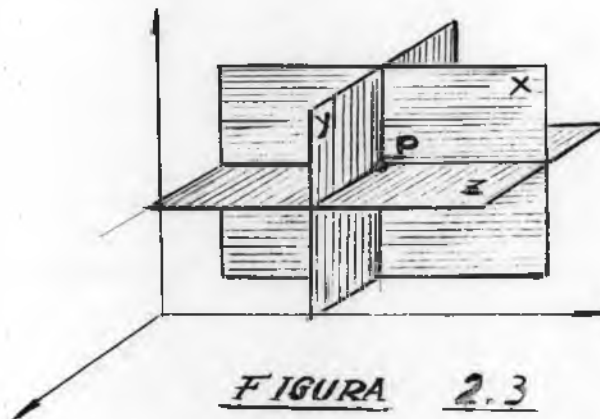
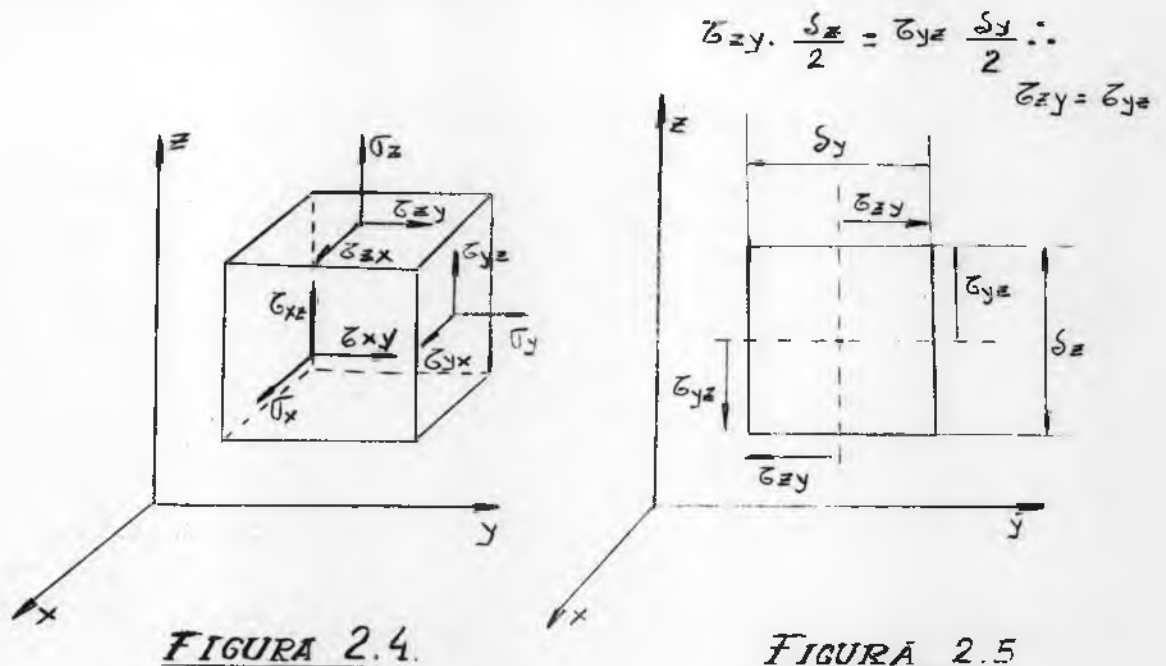


FIGURA 2.3

Para determinar el número de variables necesarias para conocer el estado de tensiones en P, puede hacerse la siguiente consideración. Los planos xyz, tanto en sus direcciones positivas como negativas se separan del punto en las cantidades infinitesimales $\frac{\delta x}{2}$, $\frac{\delta y}{2}$, $\frac{\delta z}{2}$ (tendientes a cero). Se forma así un cubo elemental en cuyas caras actuarán tensiones normales (de tracción o compresión) y tensiones tangenciales (fig. 2.4.)



De las 18 componentes de tensión sólo 6 son suficientes. En efecto, si el punto está en equilibrio las tensiones de igual dirección que actúan en planos opuestos deben ser iguales y de signo contrario, y las tensiones tangenciales cuyas direcciones convergen en las aristas deben ser también de igual magnitud (fig. 2.5.).

Por lo tanto, el estado de tensiones en un punto queda definido por las tres tensiones normales $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ y las tres tensiones tangenciales $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$

2. II. 2 TENSIONES EN UN PLANO OBLICUO

Aquí se analizará el siguiente problema. Conocido el estado de tensiones en un punto, se pretende averiguar cuanto vale T para un plano oblicuo cualquiera (que pasa por P) identificado por sus cosenos directores que se designarán respectivamente

$$\cos(\hat{x}\hat{n}) = l \quad \cos(\hat{y}\hat{n}) = m \quad \cos(\hat{z}\hat{n}) = n$$

El plano γ cortará al cubo dando un tetraedro irregular (fig. 2.6.) Como las caras perpendiculares a los ejes de referencia son infinitésimos del mismo orden, se pueden hallar las componentes cartesianas de T planteando las ecuaciones de equilibrio de fuerzas respecto de los ejes xyz (fig. 2.7.)

$$T_x \Delta = \sigma_x \Delta_x + \tau_{yx} \Delta_y + \tau_{zx} \Delta_z$$

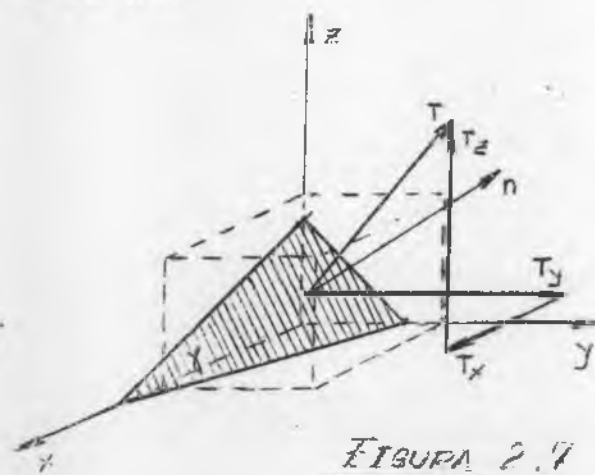
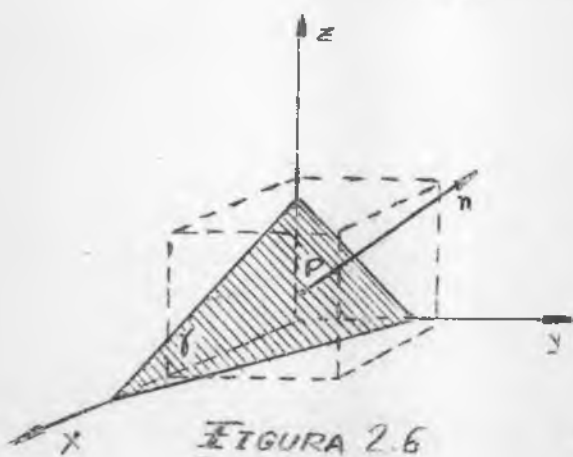
donde Δ = área de la cara γ

$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ = áreas de las caras x, y, z respectivamente.

Como

$$\frac{\Delta_x}{\Delta} = l \quad \frac{\Delta_y}{\Delta} = m \quad \frac{\Delta_z}{\Delta} = n$$

$$\left. \begin{aligned} T_x &= \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n \\ T_y &= \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{zy} n \\ T_z &= \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n \end{aligned} \right\}$$



Conocida sus componentes cartesianas, T resultará:

$$T^2 = T_x^2 + T_y^2 + T_z^2$$

Para un estado de tensiones dado, resulta claro que T depende de la orientación del plano oblicuo γ , puesto que T_x , T_y y T_z son funciones de los cosenos directores de la normal que identifica al plano en cuestión.

Como se explicara en 2.II.1, puede descomponerse a T en una tensión normal al plano σ_n y otra tensión tangencial τ_n (fig 2.8)

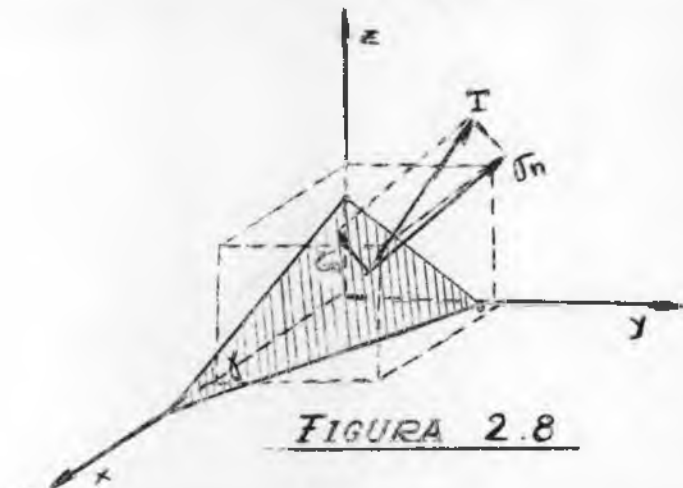


FIGURA 2.8

El valor de σ_n puede hallarse proyectando las componentes cartesianas, T_x , T_y y T_z de T en la dirección n , y luego sumando sus proyecciones, resulta

$$2.4 \quad \sigma_n = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2(\tau_{xy} l m + \tau_{yz} m n + \tau_{zx} n l)$$

puede obtenerse ahora de

$$2.5 \quad T^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2$$

2.II.3. CUADRICA DE TENSIONES - TENSIONES PRINCIPALES

A los efectos de analizar la ecuación 2.4 es útil introducir el siguiente cambio de variables

$$x = \frac{l}{\sqrt{|\sigma_n|}} \quad y = \frac{m}{\sqrt{|\sigma_n|}} \quad z = \frac{n}{\sqrt{|\sigma_n|}} \quad 2.6$$

con lo que se obtiene

$$\pm 1 = \sigma_x x^2 + \sigma_y y^2 + \sigma_z z^2 + 2(\tau_{xy} x y + \tau_{yz} y z + \tau_{zx} z x) \quad 2.7$$

La 2.7. es la ecuación de una superficie que permite determinar los valores de σ_n en función de la normal n (o sea, en función del plano oblicuo considerado).

para un estado dado de tensiones

Una propiedad de las "cuadricas" es que hay una terna de direcciones, llamadas direcciones principales, en las que se anulan los términos bilineales (x.y, y.z, z.x). De manera que en la cuádrlica de tensiones (ecuación 2.7.) habrá tres direcciones en las que se anulan las componentes tangenciales.

A las tensiones normales correspondientes a esas tres direcciones se las llama tensiones principales, y se las identifica en general como $\bar{\sigma}_i$ (para $i = 1, 2 \text{ ó } 3$)

2.II.4. ECUACION CUBICA - INVARIANTES DEL ESTADO DE TENSIONES

Interesa en este punto determinar el valor de las tensiones principales.

Supóngase que el plano γ de las figuras 2.7 y 2.8 sea un plano principal (o sea un plano donde actúa una tensión principal). En ese caso T coincide con $\bar{\sigma}_n$ (no hay componente de corte) y cuando ello ocurre se la designa $\bar{\sigma}_i$

Las componentes cartesianas de $\bar{\sigma}_i$ serán:

$$T_x = \bar{\sigma}_i \cdot l \quad T_y = \bar{\sigma}_i \cdot m \quad T_z = \bar{\sigma}_i \cdot n \quad 2.8$$

Si en las ecuaciones de equilibrio 2.2. se reemplazan T_x , T_y y T_z por los valores hallados en 2.8 se obtiene

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_i \cdot l &= \bar{\sigma}_x \cdot l + \bar{\tau}_{yx} \cdot m + \bar{\tau}_{zx} \cdot n \\ \bar{\sigma}_i \cdot m &= \bar{\tau}_{xy} \cdot l + \bar{\sigma}_y \cdot m + \bar{\tau}_{zy} \cdot n \\ \bar{\sigma}_i \cdot n &= \bar{\tau}_{xz} \cdot l + \bar{\tau}_{yz} \cdot m + \bar{\sigma}_z \cdot n \end{aligned} \right\} \quad 2.9$$

que reordenadas dan

$$\left. \begin{aligned} (\bar{\sigma}_x - \bar{\sigma}_i) \cdot l + \bar{\tau}_{yx} \cdot m + \bar{\tau}_{zx} \cdot n &= 0 \\ \bar{\tau}_{xy} \cdot l + (\bar{\sigma}_y - \bar{\sigma}_i) \cdot m + \bar{\tau}_{zy} \cdot n &= 0 \\ \bar{\tau}_{xz} \cdot l + \bar{\tau}_{yz} \cdot m + (\bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_i) \cdot n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad 2.10$$

Puesto que l, m y n no pueden ser simultáneamente nulos, la solución se encuentra anulando el determinante de los coeficientes de l, m y n. Desarrollando dicho determinante y ordenando

$$\bar{\sigma}_i^3 - (\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_z) \bar{\sigma}_i^2 + (\bar{\sigma}_x \bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_y \bar{\sigma}_z + \bar{\sigma}_z \bar{\sigma}_x - \bar{\tau}_{xy}^2 - \bar{\tau}_{yz}^2 - \bar{\tau}_{zx}^2) \bar{\sigma}_i - (\bar{\sigma}_x \bar{\sigma}_y \bar{\sigma}_z + 2 \bar{\tau}_{xy} \bar{\tau}_{yz} \bar{\tau}_{zx} - \bar{\sigma}_x \bar{\tau}_{yz}^2 - \bar{\sigma}_y \bar{\tau}_{zx}^2 - \bar{\sigma}_z \bar{\tau}_{xy}^2) = 0 \quad 2.11$$

Como el estado de tensiones en el punto P, es independiente de la terna de referencia elegida, las soluciones de la 2.11 serán las mismas cualquiera sea la terna adoptada para definir dicho estado

Una consecuencia importante que surge de ello, es que los coeficientes de la ecuación cúbica no sufrirán alteraciones si se cambia el sistema de coordenadas de

referencia, es decir, serán invariantes del estado de tensiones.

En función de una terna xyz, o de los ejes principales, los invariantes serán respectivamente:

$$2.12 \left\{ \begin{array}{l} I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 \\ I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2 \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \end{array} \right.$$

En su forma más general la ecuación 2.11 puede escribirse ahora:

$$\sigma_i^3 - I_1 \sigma_i^2 + I_2 \sigma_i - I_3 = 0 \quad 2.13$$

2. II. 5 REPRESENTACION GRAFICA DEL ESTADO DE TENSIONES EN EL PUNTO METODO DE MOHR

Se verá aquí un método gráfico de representar el estado de tensiones de un punto.

Para los estados tridimensionales de tensiones es posible determinar σ_n y τ_n en un plano α cuya orientación respecto de los ejes principales se conoce, como así también la magnitud de las tensiones principales. En el desarrollo de este punto se considerará:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Obsérvese que éste es el mismo problema planteado analíticamente en 2. II. 2, cuya solución gráfica es posible si la terna de referencia es la principal. En efecto, cuando el sistema de referencia está dado por los ejes principales, la 2.2, 2.3 y 2.4 quedan respectivamente

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = \sigma_1 l \\ I_2 = \sigma_2 m \\ I_3 = \sigma_3 n \end{array} \right\} \quad 2.2'$$

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 \quad 2.3'$$

$$\sigma_n = \sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 n^2 \quad 2.4'$$

Con 2.3', 2.2' y 2.4', el valor τ_n de la 2.5 resulta:

$$2.5' \quad \tau_n^2 = \sigma_1^2 l^2 + \sigma_2^2 m^2 + \sigma_3^2 n^2 - (\sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 n^2)^2$$

La 2.4' y la 2.5' constituyen la solución analítica del problema. Si se trabaja con

ellas conjuntamente con la expresión que vincula a los cosenos directores:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 \quad 2.14$$

se llega a un sistema lineal homogéneo en l^2 , m^2 y n^2 que conduce a tres ecuaciones del tipo:

$$(\sigma_n - C_\alpha)^2 + \zeta_n^2 = R_\alpha^2 \quad 2.15a$$

$$(\sigma_n - C_\beta)^2 + \zeta_n^2 = R_\beta^2 \quad 2.15b$$

$$(\sigma_n - C_\gamma)^2 + \zeta_n^2 = R_\gamma^2 \quad 2.15c$$

donde:

$$C_\alpha = \frac{1}{2} (\sigma_2 + \sigma_3) \quad y \quad R_\alpha^2 = l^2 (\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3) + \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \right)^2$$

$$C_\beta = \frac{1}{2} (\sigma_3 + \sigma_1) \quad y \quad R_\beta^2 = m^2 (\sigma_2 - \sigma_3)(\sigma_2 - \sigma_1) + \left(\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \right)^2$$

$$C_\gamma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) \quad y \quad R_\gamma^2 = n^2 (\sigma_3 - \sigma_1)(\sigma_3 - \sigma_2) + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right)^2$$

En un sistema de ejes ortogonales $\sigma_n - \zeta_n$, la 2.15a constituye una familia de circunsferencias con centro sobre el eje de abscisas en C_α y cuyos radios variarán en función del coseno director l entre los valores extremos (fig.2.9.)

Para $\alpha = 0$ es $l = 1$ y $R_{\max} = \pm \left| \sigma_1 - \frac{1}{2} (\sigma_2 + \sigma_3) \right|$

Para $\alpha = \frac{\pi}{2}$ es $l = 0$ y $R_{\min} = \pm \left| \frac{1}{2} (\sigma_2 - \sigma_3) \right|$

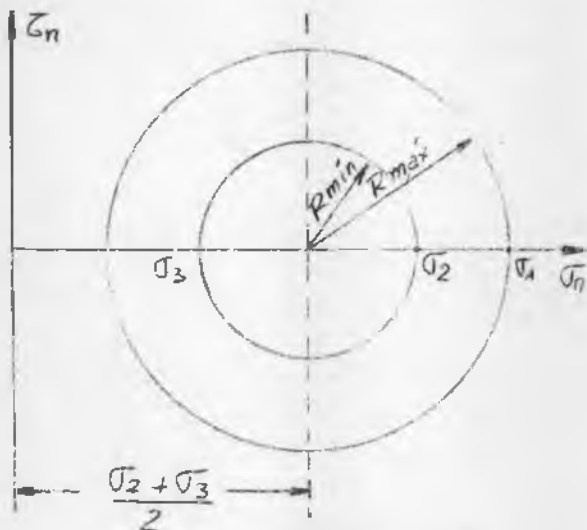


FIGURA 2.9

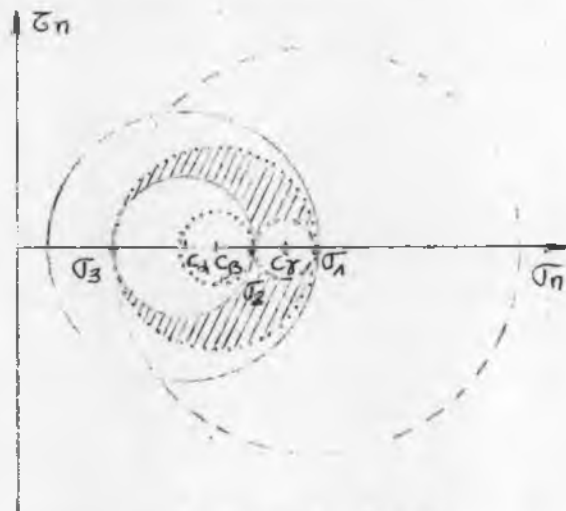


FIGURA 2.10

En la misma forma la 2.15b y 2.15c darán otras dos coronas circulares para los ángulos β y γ (o sea los cosenos directores m y n). Como debe satisfacerse la 2.14, el campo final de aplicación será el área común de las tres coronas circulares. En la figura 2.10, la zona rayada.

En la práctica, la construcción se realiza de la siguiente manera: (fig.2.11)

a) En un sistema de coordenadas $\sigma_n - \tau_n$, se toman sobre el eje correspondiente los valores de las tensiones principales.

b) Con centro en C_α se traza la circunferencia de radio $R_\alpha = \pm \frac{1}{2} (\sigma_2 - \sigma_3)$

Con centro en C_β se traza la circunferencia de radio $R_\beta = \pm \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3)$

Con centro en C_γ se traza la circunferencia de radio $R_\gamma = \pm \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2)$

Cada punto del área común de los tres círculos corresponde a σ_n y τ_n para los planos de las diversas orientaciones del espacio que pasan por el punto P.

c) se levanta una perpendicular a σ_n por σ_1 , y a partir de ella se toma un ángulo α . El nuevo lado del ángulo cortará a las circunferencias de las familias β y γ en A_2 y A_3 . Con centro en C_α se traza el arco de circunferencia de radio $C_\alpha A_2$ que pasará también por A_3 . Es posible demostrar que el radio $C_\alpha A_2$ del arco así trazado satisface el valor de R_α para el α dado.

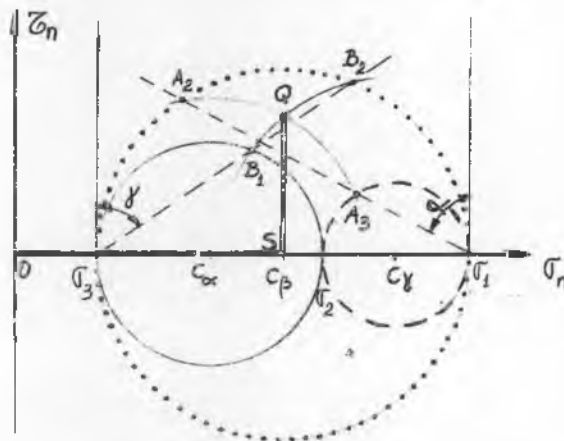


Figura 2.11

En forma similar, por σ_3 se levanta una perpendicular y se toma un ángulo γ que cortará en B_1 y B_2 a las circunferencias α y β . Con radio $C_\gamma B_2$ se traza el arco.

La intersección de los arcos da el punto Q. La ordenada $\overline{QS}$ será el valor de τ_n y la abscisa $\overline{OS}$ el de σ_n .

Si por σ_2 se traza el ángulo β con la perpendicular hasta cortar a las circunferencias α y γ , el arco con centro en C_β deberá pasar por Q. En efecto, como la ecuación 2.14 liga a los tres cosenos directores, sólo es necesario conocer dos ángulos para poder realizar la construcción.

2.II.6. TENSIONES TANGENCIALES PRINCIPALES

En la fig. 2.12 se observan tres valores particulares de las tensiones tangenciales. Corresponden a las tensiones tangenciales principales, que valen respectivamente:

$$\tau_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_2 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

Habiendo adoptado la convención $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, resulta τ_1 la tensión tangencial máxima. Los ángulos de los planos en que actúa serán respectivamente: $\alpha = \gamma = \frac{\pi}{4}$

Análogamente, τ_2 y τ_3 actúan en planos ubicados a 45° con los respectivos ejes principales.

Obsérvese que para cada par de tensiones principales hay dos planos de tensiones de corte principales que bisectan las direcciones principales.

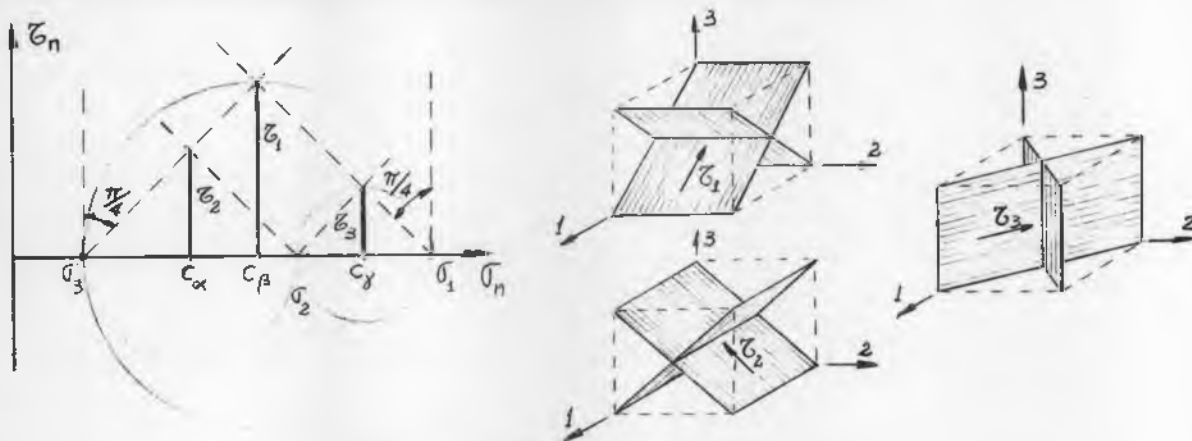


Figura 2-12

2.II.7. CASOS PARTICULARES DE ESTADOS DE TENSIONES

- a) El más simple de todos corresponde a tracción o compresión uniaxial o simple. Las figuras 2.13a y 2.13b muestran respectivamente esos estados y sus círculos de Mohr correspondientes.

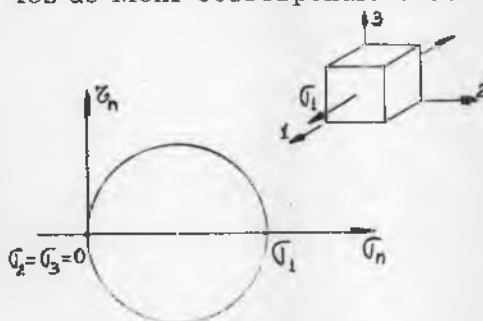


Figura 2.13 a

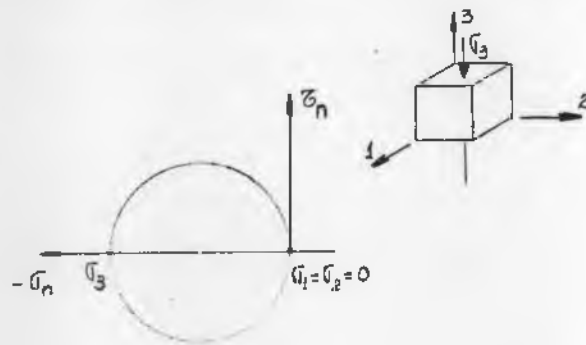


Figura 2.13 b

- b) El estado de corte puro, obtenido por torsión de una barra cilíndrica, y su equivalente producido por una tracción y una compresión de igual magnitud, se muestran en las figuras 2.14a y 2.14b.

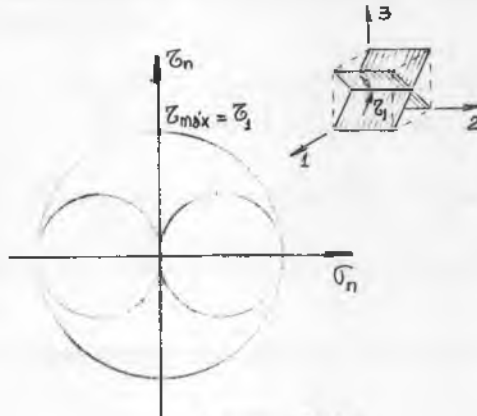


Figura 2.14 a

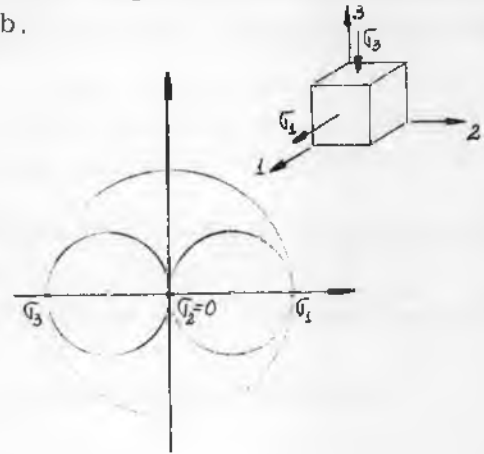


Figura 2.14 b

- c) El estado de tensión plana, dado por $\sigma_1 \neq 0$, $\sigma_2 \neq 0$ y $\sigma_3 = 0$, se ilustra en la figura 2.15.

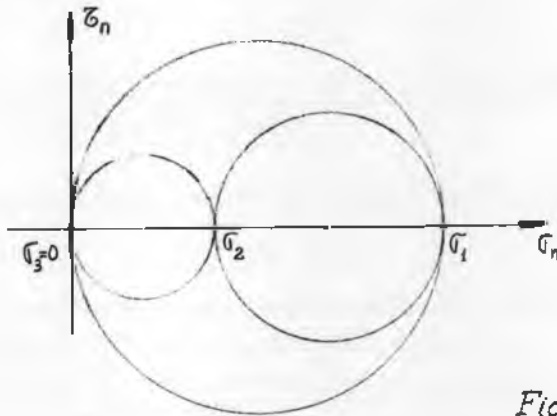


Figura 2.15

2.II.8. COMPONENTES HIDROSTATICA Y DESVIADORA DEL ESTADO DE TENSIONES

Un estado general de tensiones se puede considerar como la suma de dos estados llamados "esférico" y "desviador" respectivamente.

La componente esférica del estado general, llamada también "tensión hidrostática" o "tensión media", se indica con σ'' o σ_m y se define como:

$$\sigma'' = \sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = -p_h \quad 2.17$$

las sumas entre paréntesis corresponde al primer invariante (ecuación 2.12), por lo que:

$$I_1 = 3 \sigma_m \quad 2.18$$

Las componentes desviadoras que se indican con σ' , están dadas por:

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_x &= \sigma_x - \sigma_m = \frac{2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z}{3} \\ \sigma'_y &= \sigma_y - \sigma_m = \frac{2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x}{3} \\ \sigma'_z &= \sigma_z - \sigma_m = \frac{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y}{3} \end{aligned} \right\} \quad 2.19$$

Las tensiones tangenciales τ_{xy} , τ_{yz} y τ_{zx} , puesto que no tienen componentes normales, son desviadoras.

En la representación de Mohr, obtener de un estado general, el estado desviador, equivale a correr el eje de ordenadas una cantidad σ_m (figura 2.16a). Esta descomposición es importante para el estudio de los criterios de fluencia y el comportamiento plástico.

En la figura 2.16b se ha representado esta descomposición de tensiones en el punto, y en la 2.16a su equivalente en el diagrama de Mohr.

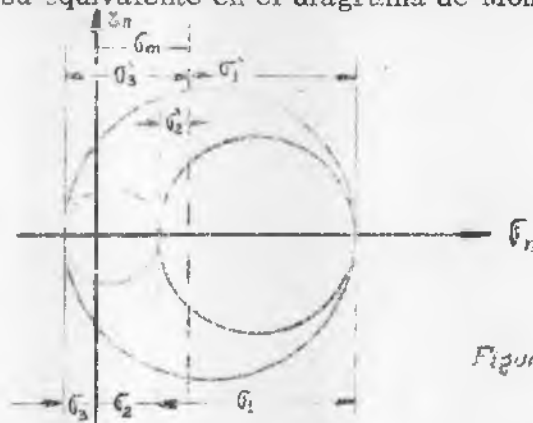


Figura 2.16 a

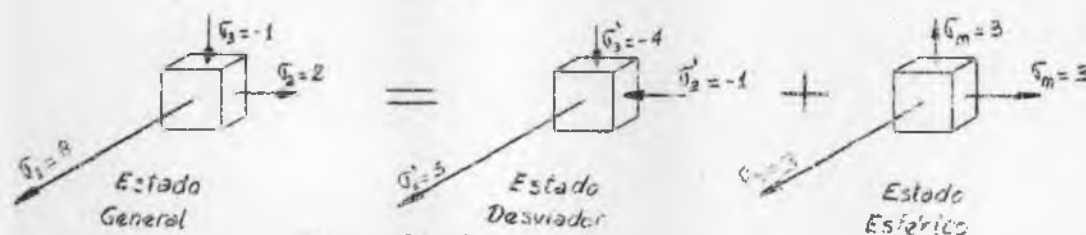


Figura 2.16 b

Los invariantes del estado esférico pueden obtenerse reemplazando la 2.17 en las expresiones 2.12, resultando

$$\left. \begin{aligned} I_1'' &= 3\sigma_m = I_1 \\ I_2'' &= 3\sigma_m^2 = \frac{I_1^2}{3} \\ I_3'' &= \sigma_m^3 = \frac{I_1^3}{27} \end{aligned} \right\} \quad 2.20$$

Análogamente si los valores 2.19 se introducen en 2.12, se obtienen los invariantes desviadores:

$$\left. \begin{aligned} I_1' &= 0 \\ I_2' &= I_2 - \frac{I_1^2}{3} = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \\ I_3' &= I_3 - \frac{I_1 I_2}{3} + \frac{2}{27} I_1^3 \end{aligned} \right\} \quad 2.21$$

2.II.9 TENSION EFECTIVA O EQUIVALENTE

Se define a la tensión efectiva, $\bar{\sigma}$, de la siguiente manera:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

Comparando la 2.22 con la expresión del segundo invariante desviador I_2' se

obtiene:

$$\bar{\sigma} = (I_1^2 - 3I_2)^{1/2}$$

Lo que implica que $\bar{\sigma}$ es también un invariante del estado de tensiones. $\bar{\sigma}$ permite comparar comportamientos plásticos bajo distintos estados de tensiones reduciéndolos a estados equivalentes.

Obsérvese que para estados uniaxiales, $\bar{\sigma}$ se reduce a la tensión uniaxial.

2.III INTRODUCCION AL ESTADO DE DEFORMACIONES-DESPLAZAMIENTOS Y DEFORMACIONES

Un cuerpo sometido a fuerzas exteriores se moverá o se deformará. Para analizar cuales son las condiciones para uno y otro caso, tómese dos puntos A y B suficientemente próximos, a una distancia d_0 , como indica la figura 2.17.

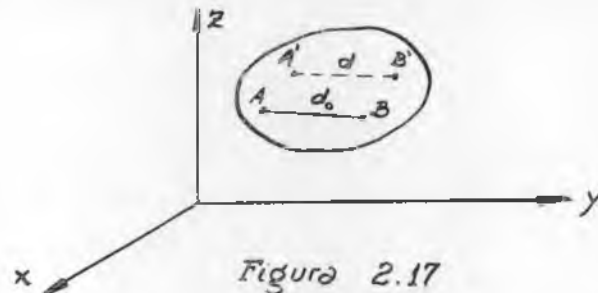


Figura 2.17

Luego o durante la acción de las fuerzas los puntos pasarán a ocupar posiciones tales como A' y B' siendo ahora su distancia d . AA' será el desplazamiento del punto A y BB' el del punto B. Pueden tener lugar dos casos:

- a) $d = d_0$ El cuerpo solamente se ha movido, pero no ha deformado. Si A'B' no se mantiene paralelo a AB el movimiento es de traslación y rotación.
Si A'B' se mantiene paralelo a AB, hubo sólo traslación.
- b) $d \neq d_0$ Hay un desplazamiento relativo de B con respecto a A. Se ha producido un estado general de deformaciones.
Si A'B' se mantiene paralelo a AB se dice que la deformación es homogénea.

Interesa en particular el estudio de las deformaciones homogéneas, que se analizarán en lo que sigue.

2.III.1. COMPONENTES INFINITESIMALES DE DEFORMACION-DEFORMACIONES NORMALES Y TANGENCIALES

En la figura 2.18 tanto los puntos A y B como A' y B' están infinitamente próximos. Sean sus coordenadas:

$$\begin{aligned}
A & (x, y, z) \\
B & (x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z) \\
A' & (x + u, y + v, z + w) \\
B' & (x + \delta x + u + \delta u, y + \delta y + v + \delta v, z + \delta z + w + \delta w)
\end{aligned}$$

u, v y w son las componentes del desplazamiento del punto A. Análogamente $u + \delta u, v + \delta v$ y $w + \delta w$ son las componentes del desplazamiento del punto B.

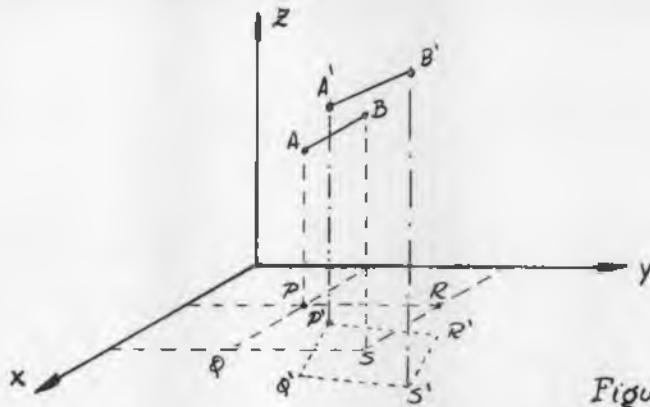


Figura 2.18

Si el medio es continuo (es decir que dos partículas no ocupan el mismo punto en el espacio, o no hay agujeros), los desplazamientos serán funciones continuas de xyz . Además si la deformación es homogénea pueden desprejarse infinitésimos de mayor orden y puede escribirse:

$$\delta u = \frac{\partial u}{\partial x} \delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \delta z$$

δu es la componente cartesiana según x del desplazamiento total del punto B respecto del A. En forma similar se tendrá δv y δw .

El término $\frac{\partial u}{\partial x} \delta x$ es la alteración de la longitud inicial δx , por lo que $\frac{\partial u}{\partial x}$ es la deformación en la dirección x .

$\frac{\partial u}{\partial y}$ es la deformación angular de δy , producida por el desplazamiento u (de dirección x) y $\frac{\partial u}{\partial z}$ es la deformación angular de δz producida por el desplazamiento u .

Para visualizar estas deformaciones es útil la reducción a un caso bidimensional, por ejemplo la proyección en el plano xy , en la figura 2.19.

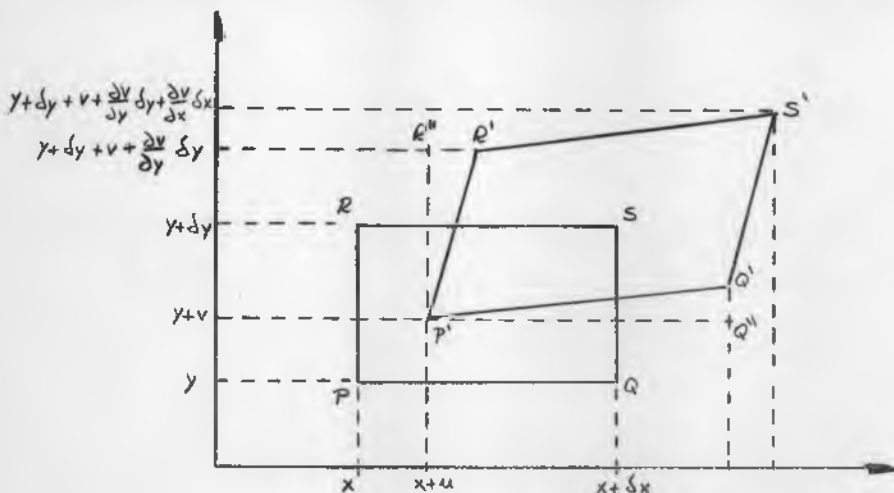


Figura 2.19

La deformación por unidad de longitud (específica) en la dirección x será:

$$\epsilon_x = \frac{P'Q'' - PQ}{PQ} = \frac{(\delta_x - \frac{\partial u}{\partial x} \delta_x) - \delta_x}{\delta_x} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad 2.25 a$$

y en la dirección y:

$$\epsilon_y = \frac{P'R'' - PR}{PR} = \frac{(\delta_y - \frac{\partial v}{\partial y} \delta_y) - \delta_y}{\delta_y} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad 2.25 b$$

Además se ha producido una variación angular, medida por la deformación tangencial ϕ_{xy} :

$$\phi_{xy} = \widehat{RPQ} - \widehat{R'P'Q'} = \widehat{R''P'R'} + \widehat{Q''P'Q}$$

Cuando las deformaciones son suficientemente pequeñas se puede suponer el ángulo igual a la tangente

$$\phi_{xy} = \frac{(\partial u / \partial y) \delta y}{\delta y} + \frac{(\partial v / \partial x) \delta x}{\delta x} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad 2.26 a$$

Si la deformación es irrotacional, es $\widehat{R''P'R'} = \widehat{Q''P'Q'} = \frac{1}{2} \phi_{xy} = \gamma_{xy}$

Procediendo en igual forma con los planos yz y zx se tendrá finalmente:

<u>Tres deformaciones normales</u>	2.25	$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \\ \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \end{cases}$
<u>Tres deformaciones tangenciales</u>	2.26	$\begin{cases} \frac{1}{2} \phi_{xy} = \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \phi_{yz} = \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \phi_{xz} = \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{cases}$

Conviene insistir en la diferencia entre desplazamiento y deformación. Desplazamiento es el corrimiento de un punto producido por la deformación.

Deformación es la variación relativa de longitud:

Si las expresiones de δu (ecuación 2.24), δv y δw se dividen por d

$\frac{\delta u}{d}$	=	componente según x del desplazamiento específico	= e_{xd}
$\frac{\delta v}{d}$	=	" y "	= e_{yd}
$\frac{\delta w}{d}$	=	" z "	= e_{zd}
$\cos(\widehat{xd})$	=	1	
$\cos(\widehat{yd})$	=	m	
$\cos(\widehat{zd})$	=	n	

y si se tiene en cuenta que cuando no hay rotación:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{2} \phi_{xy} = \gamma_{xy}; \quad \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{2} \phi_{yz}; \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{1}{2} \phi_{xz} = \gamma_{xz}$$

entonces las componentes según x y z del desplazamiento específico se pueden escribir:

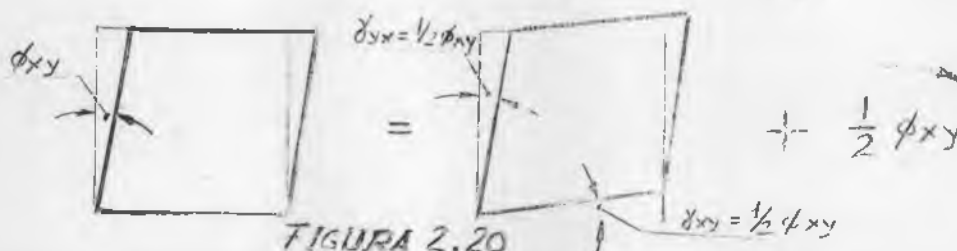
$$\left. \begin{aligned} e_{xd} &= \epsilon_x l + \gamma_{xy} \cdot m + \gamma_{zx} n \\ e_{yd} &= \gamma_{yx} l + \epsilon_y m + \gamma_{yz} n \\ e_{zd} &= \gamma_{xz} l + \gamma_{zy} m + \epsilon_z n \end{aligned} \right\} \quad 2.26$$

Si se comparan las ecuaciones 2.2. (que dan las componentes cartesianas según x y z de la tensión resultante en un plano) con las expresiones 2.26, se observa una analogía matemática entre el estado de tensiones y el de deformaciones. Es posible desarrollar el estado de deformaciones en forma similar al de tensiones. Existen así una "cuádrlica de deformaciones", "invariantes del estado de deformaciones", "deformaciones normales y tangenciales principales", "círculo de Mohr para deformaciones", "componentes esféricas y desviadoras de deformaciones", "deformación efectiva o equivalente", etc.

2. III.2. DIFERENCIA ENTRE CORTE SIMPLE Y CORTE PURO

En ingeniería se suele definir el "corte simple" como se indica en la figura 2.20., que no es más que la suma de un estado de "corte puro" y de una "rotación" de valor

$$\text{CORTE SIMPLE} = \text{CORTE PURO} + \text{ROTACION}$$



2. III.3. DEFORMACIONES INFINITESIMALES INCREMENTALES

Las deformaciones infinitesimales tratadas en 2. III.1. se aplican a las deformaciones elásticas totales. En plasticidad tienen particular interés los incrementos de deformación. Cuando tales incrementos son suficientemente pequeños constituyen también componentes infinitesimales, por lo que las expresiones desarrolladas en 2. III.1. son válidas también en este caso.

Existirán entonces tres componentes normales de incrementos de deformación y tres tangenciales.

$$d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\epsilon_z \quad \text{y} \quad d\gamma_{xy}, d\gamma_{yz}, d\gamma_{zx}$$

Como ya se anticipó, análogamente como en el estado de tensiones, en deformaciones también se define la deformación incremental efectiva o equivalente:

$$2.28 \quad d\bar{\epsilon} = \frac{2}{3} \left[(d\epsilon_1 - d\epsilon_2)^2 + (d\epsilon_2 - d\epsilon_3)^2 + (d\epsilon_3 - d\epsilon_1)^2 \right]^{1/2}$$

2.III.4. RELACIONES DE CONSTANCIA DE VOLUMEN

En 2.III.1 se dijo que había analogía temática entre el estado de tensiones y deformaciones. Existirán invariantes del estado de deformaciones. Interesa aquí el primer invariante, J_1 , y su relación con la dilatación volumétrica, Δ .

$$J_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad 2.29$$

y

$$\Delta = \frac{\Delta V}{V} = \frac{l_1(1+\varepsilon_1) \cdot l_2(1+\varepsilon_2) \cdot l_3(1+\varepsilon_3) - l_1 \cdot l_2 \cdot l_3}{l_1 \cdot l_2 \cdot l_3}$$

Cuando las deformaciones son infinitesimales, en el desarrollo de la expresión anterior se pueden despreciar los términos de segundo y tercer orden, resultando:

$$\Delta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = J \quad 2.30$$

Así, en el campo elástico, el primer invariante da la deformación volumétrica.

Si las deformaciones son plásticas, se supone (con un error del 0,01%) que hay constancia de volumen, y por lo tanto:

$$\Delta = d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = 0 \quad 2.31$$

2.III.5. DEFORMACIONES FINITAS-NECESIDAD DE LAS DEFORMACIONES LOGARÍTMICAS

Cuando las deformaciones no son infinitesimales, no sólo son incorrectas las conclusiones del análisis desarrollado en el punto 2.III.1. sino que en las relaciones de constancia de volumen (punto 2.III.4.) no se pueden despreciar los términos de segundo orden. Ludwik (1909) propone para solucionar esto las "deformaciones logarítmicas".

En el punto anterior ya se indicó que en deformación plástica hay constancia de volumen, por lo tanto:

$$V = V_0(1+\varepsilon_1) \cdot (1+\varepsilon_2) \cdot (1+\varepsilon_3) = V_0$$

$$(1+\varepsilon_1) \cdot (1+\varepsilon_2) \cdot (1+\varepsilon_3) = 1$$

y aplicando logaritmos:

$$\ln(1+\varepsilon_1) + \ln(1+\varepsilon_2) + \ln(1+\varepsilon_3) = 0 \quad 2.32$$

Se define a la deformación logarítmica

$$f_x = \int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = \ln \frac{x}{x_0} \quad 2.33$$

y siendo la deformación convencional referida a la longitud inicial (y no a la instantáneas):

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_0} = \frac{x - x_0}{x_0} = \frac{x}{x_0} - 1 \quad 2.34$$

$$\therefore f_x = \ln \frac{x}{x_0} = \ln(1 + \varepsilon_x) \quad 2.35$$

De acuerdo a la 2.35, la 2.32 puede escribirse ahora:

$$f_1 + f_2 + f_3 = 0 \quad 2.36$$

y la 2.36 queda ahora igual a la 2.31.

Las deformaciones logarítmicas tienen además la ventaja de ser aditivas:

$$\varphi_x = \ln \frac{x_1}{x_0} + \ln \frac{x_2}{x_1} + \dots + \ln \frac{x_n}{x_{n-1}} = \ln \frac{x_n}{x_0}$$

La utilidad de las deformaciones logarítmicas se pone en evidencia con el siguiente ejemplo: Una barra cilíndrica se alarga de L_0 a $2L_0$ por tracción pura, por lo tanto $\epsilon = 2L_0 / L_0 = 1$, o sea 100% de deformación convencional.

Para alcanzar 100% de deformación convencional con la misma barra por compresión, habría que llegar al límite de hacerla desaparecer. Parece intuitivo que duplicar L_0 en tracción equivaldría a acortar a la mitad en compresión. En efecto con deformaciones logarítmicas se tiene:

En tracción

$$\varphi = \ln \frac{2L_0}{L_0} = \ln 2$$

En compresión

$$\varphi = \ln \frac{1/2 L_0}{L_0} = -\ln 2$$

De la ecuación 2.35 se obtiene el valor de la deformación convencional en función de la logarítmica.

$$\epsilon_x = e^{\varphi} - 1$$

La figura 2.21 muestra la diferencia entre ambas deformaciones. En abscisas se ha representado x/x_0 y en ordenadas ϵ y φ , siendo las curvas:

$$\epsilon = \frac{x}{x_0} - 1 \quad \text{y} \quad \varphi = \ln \frac{x}{x_0}$$

Las dos deformaciones dan valores prácticamente iguales hasta valores de alrededor de 0,1.

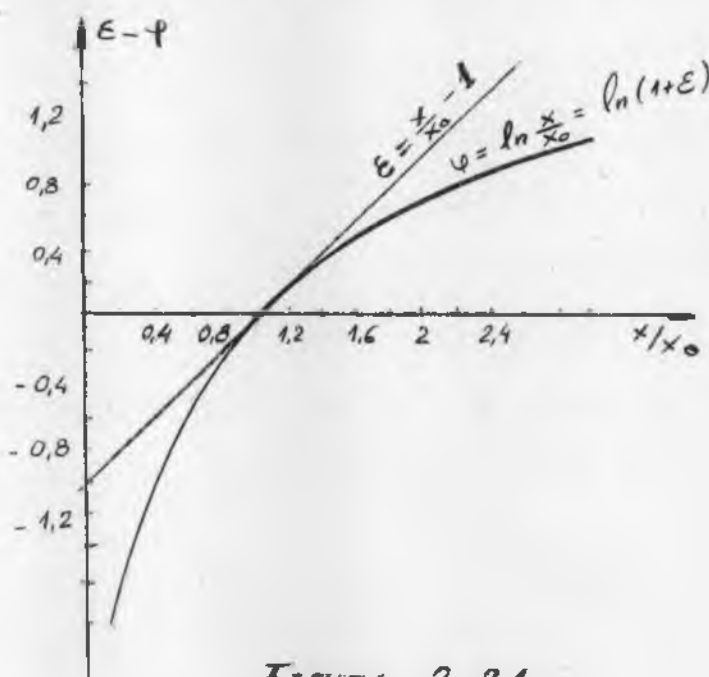


FIGURA 2.21

2.IV. BIBLIOGRAFIA

Básica

1. Mechanical Metallurgy - Dieter (McGraw Hill, 1961), Cap. 2
2. Manufacturing properties of materials, Alexander y Brewer (Van Nostrand, 1963), Cap.
3. Analysis of stress and strain, Durelli, Phillips y Tsao (McGraw Hill, 1958)
4. Mechanical properties of matter, Cottrell (Wiley, 1964), Cap. 4
5. Etude de la plasticité et application aux Métaux, Jaoul (Dunod, 1965), Cap.1
6. Mechanics of plastic deformation in metal processing, Thomsen, Yang y Kobayashi (McMillan, 1965), Cap. 3 y 4.

De consulta:

1. Theoretical Elasticity, Pearson (Harvard U.P., 1959)
2. Theory of Elasticity, Timoshenko y Goodier (McGraw Hill, 1951)
3. An introduction to the theory of elasticity, Sauthwell (Oxford U.P., 1941),
4. Mathematical theory of elasticity, Sokolnikoff (McGrawHill, 1956)
5. Mathematical theory of plasticity, Hill (Oxford U.P.) 1950
6. Theory of plasticity, Hoffman y Sachs (McGraw Hill, 1953), Cap. 1 y 2
7. Plasticity for mechanical engineers, Johnson y Mellor, (Van Nostrand, 1962) Cap. 2 y 3
8. Advanced Mechanics for Engineers, Ford (Longmans, 1963) Cap. 1,2,3,4,5, 6,7,8,9,10 y 11.



PUNTO 3 - RELACIONES TENSION-DEFORMACION ELASTICAS

- 3.I. Objeto.
- 3.II. Elementos necesarios para elaborar una teoría de elasticidad.
 - 3.II.1. Ecuaciones de equilibrio.
 - 3.II.2. Condiciones de borde.
 - 3.II.3. Ecuaciones de compatibilidad.
 - 3.II.4. Relaciones tensión-deformación elásticas.
 - 3.II.4a Cambio de volumen elástico.
 - 3.II.4b Constantes elásticas.
 - 3.II.4c Relaciones elásticas en componentes esféricas y desviadoras.
 - 3.II.4d Círculo de Mohr en elasticidad.
- 3.III. Energía elástica: de dilatación y de distorsión.
- 3.IV. Función tensión y función de Airy.
- 3.V. Bibliografía.

3.I. OBJETO

Reseñar las condiciones necesarias para dar solución analítica a los problemas que se plantean dentro del campo elástico, indicando el tipo de relaciones existentes entre tensiones y deformaciones.

3.II. ELEMENTOS NECESARIOS PARA ELABORAR UNA TEORIA DE ELASTICIDAD

Los elementos necesarios para elaborar una teoría de elasticidad son:

1. Ecuaciones de equilibrio.
2. Condiciones de borde.
3. Ecuaciones de compatibilidad.
4. Relaciones elásticas tensión-deformación.

Se analizarán cada una de ellas.

3.II.1. ECUACIONES DE EQUILIBRIO

En un cuerpo continuo sometido a la acción de fuerzas exteriores, las tensiones variarán en forma continua. La fig. 3.1 ilustra las tensiones que actúan en un elemento del cuerpo.

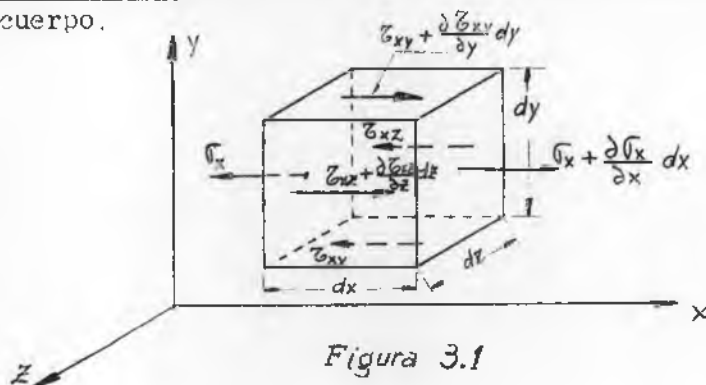


Figura 3.1

El elemento estará en equilibrio si se cumplen las condiciones:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

El análisis de la primera ecuación conduce a:

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx\right) dy dz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy\right) dx dz + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz\right) dx dy - \sigma_x dy dz - \tau_{yx} dy dz - \tau_{zx} dy dz = 0$$

y simplificando

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0$$

Si además de las tensiones surgidas como consecuencia de la aplicación de fuerzas exteriores, existieran fuerzas de volumen, y si a la componente según la dirección x de estas fuerzas se la designa X, se tiene:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0 \quad 3.1 a$$

Procediendo en forma análoga para las direcciones y y z:

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y = 0 \quad 3.1 b$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \quad 3.1 c$$

Las expresiones 3.1 son las "ecuaciones de equilibrio". Aseguran que las tensiones varían en forma continua debiendo satisfacerse por lo tanto en todos los puntos del cuerpo. En general no dan una relación entre las tensiones y las cargas externas, excepto en el caso que se indica en el punto siguiente.

3.II.2. CONDICIONES DE BORDE

Las relaciones entre tensiones y cargas externas deben ser tales que en el límite del cuerpo las tensiones sean iguales a las fuerzas aplicadas en la superficie del mismo por unidad de área. Es decir, en el límite del cuerpo, las "ecuaciones de equilibrio" deben satisfacer las "condiciones de borde."

3.II.3. ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD

Describen la geometría de las deformaciones y aseguran la interdependencia de las mismas.

Derivando dos veces la 2.25a y 2.25b respectivamente:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x^2}$$

y sumando estas dos expresiones se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad 3.2 a$$

en forma semejante:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \quad 3.2 \text{ b}$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} \quad 3.2 \text{ c}$$

También por derivaciones parciales se tienen tres ecuaciones del tipo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) = 2 \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y \partial z} \quad 3.2 \text{ d}$$

Si las deformaciones satisfacen estas ecuaciones, las mismas son compatibles entre si y la continuidad del medio se mantiene.

3.II.4. RELACIONES TENSION-DEFORMACION ELASTICAS

En el campo elástico, si además de la recuperación de las deformaciones, existe proporcionalidad entre tensiones y deformaciones, se cumple:

Tensión = Constante x deformación

Para el caso particular de una tensión aplicada en la dirección x, la "Ley de Hooke" se expresa:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x \quad 3.3$$

Simultáneamente con ϵ_x , y por efecto de σ_x se producen deformaciones de signo contrario a ϵ_x en las direcciones transversales z e y. La relación entre las deformaciones transversales ϵ_z y ϵ_y , y la longitudinal ϵ_x , está dada por el "módulo de Poisson"

$$\nu = - \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = - \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \quad \therefore \quad \epsilon_y = \epsilon_z = -\nu \epsilon_x \quad 3.4$$

Reemplazando ϵ_x por su valor dado en 3.3.:

$$\epsilon_x = \epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad 3.5$$

Si se trata de un estado triaxial y se aplica superposición de estados, la deformación en la dirección x será la suma de la deformación producida por σ_x más las producidas a través del efecto Poisson por σ_y y σ_z en la dirección de x:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} + \left(-\frac{\nu}{E} \sigma_y \right) + \left(-\frac{\nu}{E} \sigma_z \right)$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} \left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \right] \quad 3.6 \text{ a}$$

Análogamente:

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} \left[\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x) \right] \quad 3.6 \text{ b}$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} \left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \right] \quad 3.6 \text{ c}$$

También existe proporcionalidad entre las tensiones y las deformaciones tangenciales:

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{2G} \tau_{xy} \quad 3.7 \text{ a}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{1}{2G} \tau_{xz} \quad 3.7 \text{ b}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{2G} \tau_{yz} \quad 3.7 \text{ c}$$

donde G es el módulo de elasticidad por corte.

3.II.4a. CAMBIO DE VOLUMEN ELASTICO

Sumando las tres ecuaciones 3.6 se obtiene la variación de volumen elástico, Δ , (ver punto 2.III.4, ecuación 2.30).

$$\Delta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad 3.8$$

Para un estado hidrostático de tensiones, la dilatación volumétrica Δ vale:

$$\Delta = \frac{1}{K} \sigma_m \quad 3.9$$

donde K es el módulo volumétrico o de rigidez.

3.II.4b. CONSTANTES ELASTICAS

Observando las ecuaciones 3.3, 3.4, 3.6 y 3.9 se aprecian cuatro constantes elásticas propias de los materiales isótropos y homogéneos.

Estas constantes están relacionadas entre sí. Por ejemplo, si la suma entre paréntesis de la 3.8 se reemplaza, de acuerdo con la 2.17, por $3 \sigma_m$

$$\Delta = \frac{1-2\nu}{E} 3 \sigma_m \quad 3.10$$

y comparando 3.9 y 3.10:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad 3.11$$

En forma análoga pueden obtenerse las relaciones:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad 3.12; \quad \nu = \frac{3K-2G}{6K+2G} \quad 3.13; \quad E = \frac{9KG}{3K+G} \quad 3.14$$

3.II.4c. RELACIONES ELASTICAS EN COMPONENTES ESFERICAS Y DESVIADORAS

Si en la 3.6a se reemplaza $(\sigma_y + \sigma_z)$ por su valor en función de σ_m obtenido en la 2.17, y se reordena:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} (1+\nu) - \frac{\nu}{E} 3 \sigma_m \quad 3.15$$

según 3.12:

$$\frac{1+\nu}{E} = \frac{1}{2G} \quad \therefore \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{2G} - \frac{\nu}{E} 3 \sigma_m \quad 3.16$$

sumando y restando en el segundo miembro $\sigma_m/2G$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x - \sigma_m}{2G} + \sigma_m \left(\frac{1}{2G} - \frac{3\nu}{E} \right) \quad 3.17$$

y como $\sigma_x - \sigma_m = \sigma'_m$

$$\gamma \cdot \frac{1}{2G} = \frac{1+\nu}{E} \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma'_x}{2G} + \frac{1-2\nu}{E} \sigma_m \quad 3.18$$

de acuerdo con 3.11

$$\frac{1-2\nu}{E} = \frac{1}{3K} \quad \therefore \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma'_x}{2G} + \frac{1}{3K} \sigma_m \quad 3.19$$

En igual forma podrán expresarse ε_y y ε_z

Como las deformaciones y tensiones de corte son desviadoras, su relación está dada por las ecuaciones 3.7.

3.II.4d. CIRCULO DE MOHR EN ELASTICIDAD

Si se escribe la ecuación 3.16 en función de la terna principal:

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{2G} - \frac{3\nu}{E} \sigma_m$$

reemplazando ν y E por sus valores dados en 3.13 y 3.14.:

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{2G} - \frac{3k-2G}{3k \cdot 2G} \sigma_m \quad 3.20$$

$$\epsilon_1 = \frac{1}{2G} \left(\sigma_1 - \frac{3k-2G}{3k} \sigma_m \right)$$

En el círculo de Mohr de la fig. 3.2 se aprecia que para la medición de deformaciones, se ha tomado un nuevo origen O' , a una distancia $\frac{3k-2G}{3k} \sigma_m$. Además hay un cambio de escala, dado por el valor $1/2G$.

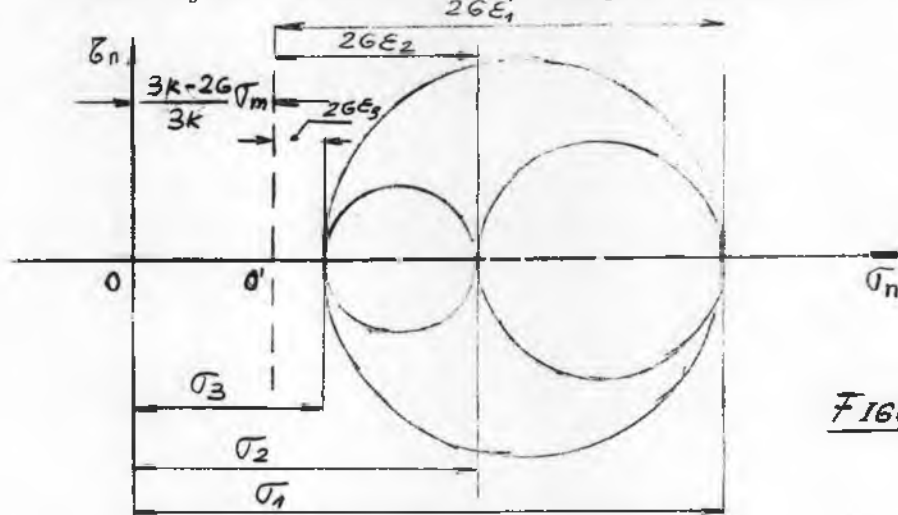


FIGURA 3.2

3.III. ENERGÍA ELÁSTICA: DE DILATACION Y DE DISTORSION

En general, la energía de deformación por unidad de volumen es:

$$u = \int_{\epsilon_0}^{\epsilon_1} \sigma d\epsilon \quad 3.21$$

En el campo elástico, al ser lineal la ley que vincula σ con ϵ , la energía específica de deformación elástica para el caso de tensión uniaxial, vale:

$$u = \frac{1}{2} \sigma_1 \cdot \epsilon_1 \quad 3.22$$

Si bien es cierto que en este caso existen deformaciones transversales ϵ_2 y ϵ_3 las mismas no contribuyen al trabajo total por cuanto según las direcciones 2 y 3 no hay esfuerzos aplicados.

Para un estado triaxial, el principio de superposición conduce a:

$$u = \frac{1}{2} (\sigma_1 \epsilon_1 + \sigma_2 \epsilon_2 + \sigma_3 \epsilon_3) \quad 3.23$$

Si las deformaciones ϵ_1 , ϵ_2 y ϵ_3 se reemplazan por las ecuaciones 3.6a, 3.6b y 3.6c expresadas para una terna principal, y se agrupan términos:

$$u = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)$$

Teniendo ahora en cuenta las expresiones 3.13 y 3.14 se obtiene:

$$3.24 \quad u = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] + \frac{1}{18K} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

El primer sumando de la 3.24 constituye el trabajo de distorsión, y el segundo la resiliencia volumétrica.

La energía elástica de dilatación está dada por:

$$u'_e = \frac{1}{18K} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

y la energía de distorsión elástica:

$$u'_e = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

3.IV. FUNCION TENSION Y FUNCION DE AIRY

En general, dar solución a los problemas en elasticidad, involucra encontrar una distribución de tensiones que satisfagan las ecuaciones de equilibrio, las relaciones de compatibilidad y las condiciones de borde.

Para estados triaxiales, Maxwell propone tres funciones de posición independientes, ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 que expresen las componentes de tensión, tal que cumplan las condiciones enunciadas.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x^2} \\ \sigma_z &= \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y^2} \\ \tau_{xy} &= - \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x \partial y} \\ \tau_{yz} &= - \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y \partial z} \\ \tau_{zx} &= - \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z \partial x} \end{aligned} \right\} \quad 3.27$$

Para el caso bidimensional, Airy encontró que existe siempre una función que permite determinar las tensiones en cualquier punto:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad \tau = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \quad 3.28$$

Es fácil comprobar que estas ecuaciones satisfacen las condiciones de equilibrio. Para verificar las condiciones de compatibilidad es necesario expresar 3.2a en función de las tensiones. Para ello se derivan 3.6a, 3.6b y 3.7a (previamente reducidas al caso plano) y se reemplazan en 3.2a, dando:

$$3.29 \quad \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} - \gamma \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} - \gamma \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} = 2(1+\gamma) \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y}$$

Si las correspondientes derivadas de 3.28 se reemplazan en 3.29 se obtiene:

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0$$

En esta forma, si es posible encontrar una función que satisfaga la ecuación 3.30 entonces las tensiones estarán dadas por 3.28, siempre que se cumplan además

las condiciones de borde.

En general, no es fácil encontrar la función ϕ , y sólo algunos problemas se han resuelto por este método.

3.V. BIBLIOGRAFIA

Básica:

1. Mechanical Metallurgy, Dieter (McGraw Hill, 1961) Cap. 2
2. Manufacturing properties of materials, Alexander y Brewer (Van Nostrand, 1963)
3. Analysis of Stress and Strain, Durelli, Phillips y Tsao (McGraw Hill, 1958)
4. Mechanical properties of matter, Cottrell (Wiley, 1964), Cap. 4
5. Etude de la plasticité et application aux métaux, Jaoul (Dunod, 1965)
6. Mechanics of plastic deformation in metal processing, Thomsen, Yang y Kobayashi (Mc Millan, 1965), Cap. 5

De consulta:

1. Theoretical Elasticity, Pearson (Harvard U.P., 1959)
2. Theory of Elasticity, Timoshenko y Goodier (McGraw Hill, 1951)
3. An introduction to the theory of elasticity, Southwell (Oxford U.P., 1941)
4. Mathematical theory of elasticity, Sokolnikoff (Mac Graw Hill, 1956)
5. Mathematical theory of plasticity, Hill (Oxford U.P., 1950)
6. Theory of plasticity, Hoffman y Sachs (Mc Graw Hill, 1953), Cap. 3
7. Advanced Mechanics for engineers, Ford (Longmans, 1963), Cap. 12 y 13

PUNTO 4 - RELACIONES TENSION-DEFORMACION PLASTICAS

- 4.I. Objeto
- 4.II. Elementos necesarios para elaborar una teoría de plasticidad.
- 4.II.1. Criterios de fluencia.
- 4.II.1.a. Criterio de Tresca.
- 4.II.1.b. Criterio de Von Mises.
- 4.II.1.c. Representación gráfica de los criterios de fluencia.
- 4.II.1.d. Representación gráfica para el estado de tensión plana.
- 4.II.1.e. Endurecimiento por deformación.
- 4.II.2. Relaciones plásticas tensión-deformación.
- 4.II.2.a. Teoría de Prandtl-Reuss.
- 4.II.2.b. Teoría de Levy-Mises.
- 4.II.2.c. Teorías de deformaciones totales.
- 4.II.3. Condición de fluencia plana.
- 4.III. Modelos reológicos y ecuaciones empíricas tensión-deformación.
- 4.IV. Bibliografía

4.I. OBJETO

Reseñar las condiciones necesarias para dar solución a los problemas que se plantean dentro del campo plástico.

Como es necesario predecir cuando se abandona el campo elástico (o se inicia la fluencia plástica), a las condiciones del punto 3 se agregan los criterios de fluencia. Por otra parte, siendo el fenómeno de deformación plástica de naturaleza distinta que la deformación elástica, las leyes que vinculan las tensiones con las deformaciones en el campo plástico resultan también diferentes que las relaciones elásticas.

4.II. ELEMENTOS NECESARIOS PARA ELABORAR UNA TEORIA DE PLASTICIDAD

Para elaborar una teoría de plasticidad son necesarios además de los cuatro elementos vistos en el punto 3.II., los dos siguientes:

- 5. Un Criterio de Fluencia, que indique cuando se pasa de la zona elástica al campo plástico.
- 6. Relaciones tensión-deformación en la zona plástica.

Según el estado de tensiones y la geometría del cuerpo, habrá fluencia total o parte del cuerpo fluirá y el resto permanecerá en la zona elástica. Esto hace que las ecuaciones de compatibilidad y las relaciones tensión-deformación sean difíciles de obtener, existiendo sólo soluciones de algunos problemas muy particulares. La razón es la diferencia en las magnitudes de las deformaciones y los desplazamientos entre las zonas elásticas y plásticas adyacentes.

4. II. 1. CRITERIOS DE FLUENCIA

"Un criterio de fluencia es una hipótesis con respecto al límite de elasticidad, bajo cualquier posible combinación de tensiones". Debe predecir cuando se iniciará la fluencia bajo estados complejos de tensiones. conocida la tensión de fluencia para un estado simple, determinada experimentalmente.

Se insiste aquí una vez más en recordar que los criterios de fluencia sólo predicen el estado de tensiones por el que se abandona la zona elástica, pero no da ninguna idea de lo que sucede en el campo plástico.

Experimentalmente se ha encontrado que un estado hidrostático de tensiones no produce fluencia. Ello permite enunciar que sólo el estado desviador es el responsable de la fluencia o deformación plástica.

Existen dos criterios generalmente aceptados que se verán y compararán a continuación.

4. II 1. a. CRITERIO DE TRESCA

Indica que la "fluencia se inicia cuando la tensión tangencial máxima alcanza un valor crítico".

$$2 \tau_{\max} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad 4.1$$

La fig. 2.12 ilustra este criterio. Los valores que asume para tracción uniaxial y corte puro son respectivamente:

- i) Tracción simple. En el círculo de Mohr que representa este estado (fig. 4.1a) se ve que

$$\sigma_1 = Y = 2k_t ; \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \quad 4.2$$

luego

$$2k_t = \sigma_1 - \sigma_3 = Y$$

- ii) Corte puro. En este caso (fig. 4.1b):

$$\sigma_1 = -\sigma_3 = k_c ; \sigma_2 = 0 \quad 4.3$$

luego

$$2k_c = \sigma_1 - \sigma_3$$

Comparando 4.2 y 4.3

$$k_c = \frac{Y}{2} = k_t \quad 4.4$$

Según Tresca, la tensión de fluencia por corte puro " k_c ", es igual que la máxima tensión de corte elástica en tracción " k_t ".

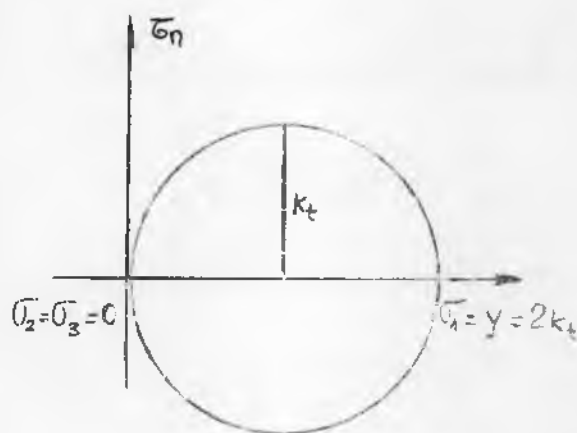


FIGURA 4.1a

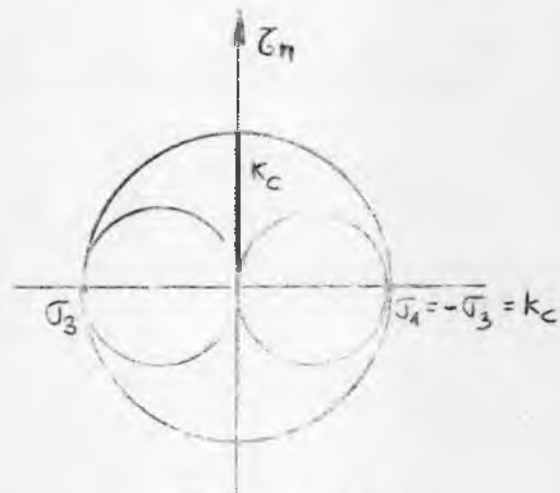


FIGURA 4.1b

4.II.b. CRITERIO DE VON MISES

Indica que "la fluencia se inicia cuando la energía elástica de distorsión alcanza un valor crítico"

La energía de distorsión elástica está dada por (Ver punto 3.III.):

$$U'_e = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

En este criterio, a diferencia del de Tresca, no se desprecia la tensión intermedia. Los valores que U'_e toma para tracción y corte puros son respectivamente:

i) Tracción simple (fig. 4.1a): $U'_e = \frac{2Y^2}{12G}$

$$\therefore (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2Y^2 \quad 4.5$$

ii) Corte puro (fig. 4.1b): $U'_e = \frac{6K_c^2}{12G}$

$$\therefore (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6K_c^2 \quad 4.6$$

Comparando 4.5 y 4.6:

$$K_c = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{Y}{2} = 1,155 \frac{Y}{2} = 1,155 k_t \quad 4.7$$

Según Von Mises, la tensión de fluencia por corte puro " K_c ", es 1,155 veces mayor que la máxima tensión de corte elástica por tracción " k_t ".

Cuando se compara la 4.5 con la expresión de $\bar{\sigma}$ (ecuación 2.22) surge de inmediato que la tensión efectiva para el estado uniaxial de tracción coincide con el valor de la tensión de fluencia:

$$\bar{\sigma} = Y$$

4.II.1.c. REPRESENTACION GRAFICA DE LOS CRITERIOS DE FLUENCIA

En un sistema de ejes coordenados coincidentes con las direcciones princi-

pales (espacio de Estergaard), se toman los valores de σ_1, σ_2 y σ_3 obteniéndose el punto P que representará ese estado de tensiones (fig. 4.2).

En el mismo sistema se traza $\overline{OO'}$ en forma tal que sus cosenos directores sean iguales ($l = m = n = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$ y $\alpha = \beta = \gamma = 54^\circ 44'$). Cualquier estado de tensiones sobre $\overline{OO'}$ tendrá $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, es decir, será un estado hidrostático, y ya se dijo que tales estados no producen fluencia.

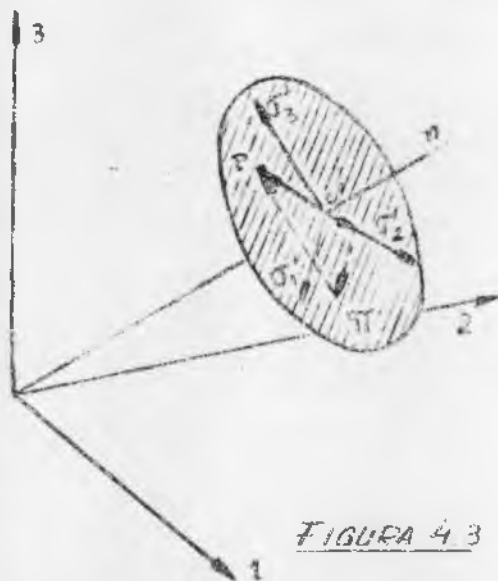
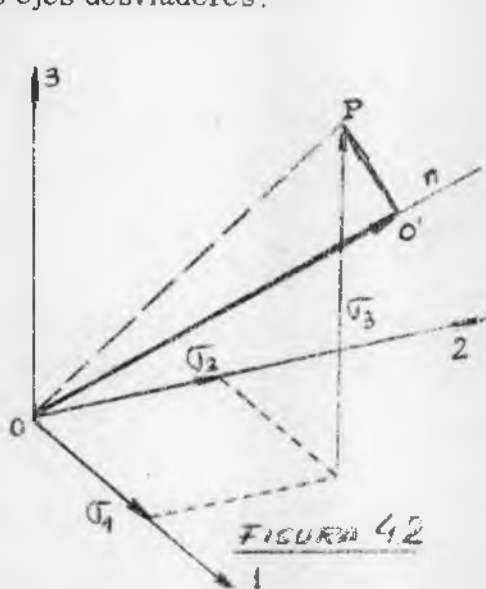
Si se descompone OP según la dirección $00'$, se obtendrá gráficamente la representación de los estados hidrostático y desviador de tensiones:

00' Estado hidrostático de tensiones

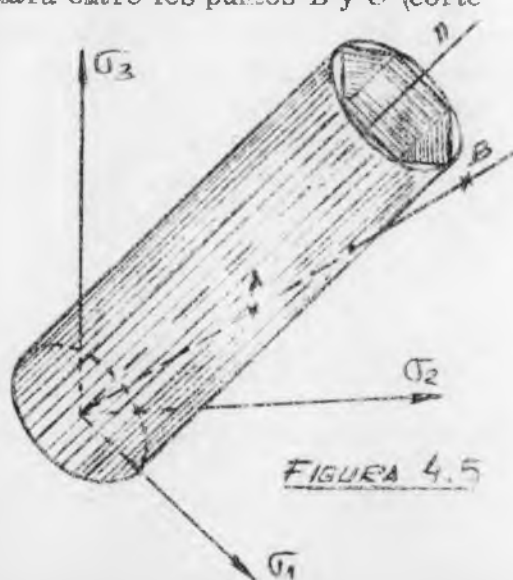
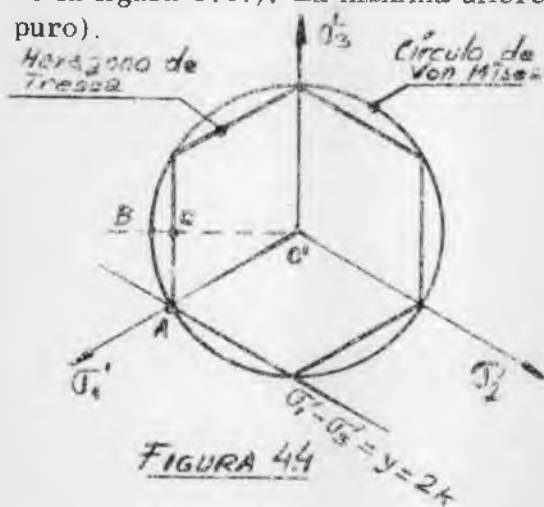
0'P Estado desviador

El estado desviador se encuentra en un plano perpendicular a $00'$, llamado plano II (fig. 4.3). Dado que la fluencia la produce $0'P$ que yace en el plano II se trabaja entonces en este plano

La proyección de los ejes principales sobre el plano, da tres ejes a 120° , los ejes desviadores.



Es posible demostrar que el criterio de Von Mises está representado en el "plano desviador" por una circunferencia de radio $\frac{\sqrt{3}}{3} Y$, y que el criterio de Tresca es un hexágono regular inscrito en la circunferencia de Von Mises. Sólo para tracción o compresión simples ambos criterios coinciden (punto A de la figura 4.4.). La máxima diferencia estará entre los puntos B y C (corte puro).



Siendo la fluencia independiente de las presiones hidrostáticas, la circunferencia de Von Mises y el hexágono de Tresca se mantienen constante cualquiera sea su posición a lo largo del eje σ_0 . Es decir, en el espacio de tensiones principales constituyen un cilindro y un paralelepípedo de sección constante (fig.4.5)

Se puede apreciar la similitud de los criterios de fluencia con un calibre pasa no pasa. Si el estado de tensiones cae dentro del cilindro o del prisma, como en el punto A de la figura 4.5, no se produce fluencia. Si el estado de tensiones cae fuera de ellos, punto B, el material habrá deformado plásticamente.

4.II.1.d. REPRESENTACION PARA EL ESTADO PLANO DE TENSIONES

Un estado plano de tensiones está dado por $\sigma_1 \neq 0$, $\sigma_2 \neq 0$ y $\sigma_3 = 0$. La representación gráfica de los criterios de fluencia para este caso estará dada por la intersección del cilindro de Von Mises y del prisma hexagonal de Tresca con el plano $\sigma_3 = 0$. Se obtendrá así la elipse y el hexágono irregular de la figura 4.6.

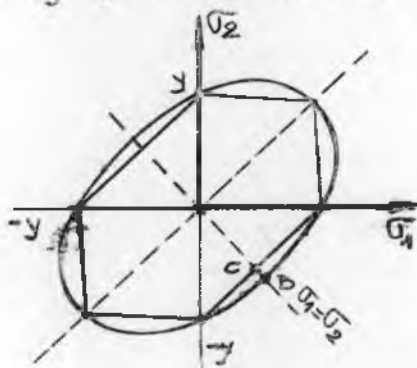


FIGURA 4.6

4.II.1.e. ENDURECIMIENTO POR DEFORMACION

Al analizar en el punto el ensayo de tracción, se observó que el material, luego de superar la fluencia, ofrece mayor resistencia. Es decir, para producir nuevas deformaciones es necesario incrementar las tensiones. Se dice que el material "endurece por deformación". Si se interrumpe el ensayo y luego se lo reinicia, aparecen nuevas condiciones de fluencia mayores que la anterior.

Suponiendo que el endurecimiento es igual en todas direcciones y aceptando el criterio de Von Mises, los sucesivos lugares de fluencia son círculos concéntricos con el original de radio $\sqrt{\frac{2}{3}} Y$. En la figura 4.7 se pasará por ejemplo de la condición Y a la condición C, siendo necesaria una tensión efectiva mayor.

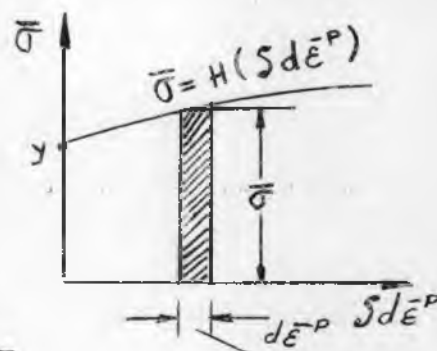
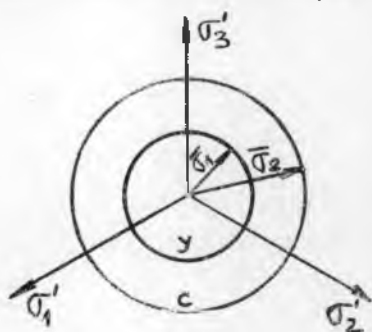


FIGURA 4.7

Hay dos hipótesis para evaluar la tensión de fluencia instantánea

- i) Endurecimiento por deformación
- ii) Endurecimiento por trabajado

- i) Endurecimiento por deformación. Se supone que el valor instantáneo de la tensión efectiva es función únicamente de la deformación plástica previa:

$$\bar{\sigma} = H(\int d\epsilon^p) \quad 4.8$$

H estará dada por la suma de los incrementos de deformación y no por la deformación total. En la misma figura 4.7 está graficada esta función. Para grandes deformaciones la curva se hace asintótica, lo que permite considerar que un material muy deformado no endurecerá más por deformación.

- ii) Endurecimiento por trabajado. Se supone que el valor instantáneo de la tensión de fluencia es función únicamente del trabajo efectuado por unidad de volumen-

$$\bar{\sigma} = F(W^p) \quad 4.9$$

4.II 2. RELACIONES PLASTICAS TENSION-DEFORMACION

En el campo plástico no existen relaciones simples entre tensiones y deformaciones como en el campo elástico.

Las teorías de plasticidad formuladas hasta el presente son de "deformaciones incrementales" o de "deformaciones totales".

Las teorías incrementales predicen la proporcionalidad entre el estado actual de tensiones y los incrementos de deformación. Las teorías de deformaciones totales relacionan la deformación total al estado actual de tensiones (similarmente como ocurría en el campo elástico).

La deformación elástica, siendo reversible, depende sólo del estado inicial y final de tensiones. No ocurre así con las deformaciones plásticas que al ser irreversibles no sólo dependen del estado final de carga, sino también del camino por el cual se arribó a él.

Las dos teorías incrementales que se verán son las de Prandtl-Reuss y Levy-Mises. Ambas fueron inicialmente formuladas para materiales sin endurecimiento. Cuando se desea tener en cuenta el endurecimiento por trabajado, el mismo debe intercalarse en las ecuaciones, previamente obtenida en forma experimental la relación $\bar{\sigma}-\bar{\epsilon}$.

Prager enunció otra teoría de deformación incremental, pero su complejidad matemática la ha hecho muy poco usada.

4.II 2.a TEORIA DE PRANDTL-REUSS

Supone que los incrementos de deformación plástica (se indican con $d\epsilon^p$) son en cualquier instante proporcionales a las respectivas tensiones desviadoras ins-

instantáneas.

$$\frac{d\epsilon_x^p}{\sigma_x'} = \frac{d\epsilon_y^p}{\sigma_y'} = \frac{d\epsilon_z^p}{\sigma_z'} = \frac{d\epsilon_{xy}^p}{\epsilon_{xy}'} = \frac{d\epsilon_{yz}^p}{\epsilon_{yz}'} = \frac{d\epsilon_{zx}^p}{\epsilon_{zx}'} = d\lambda \quad 4.10$$

d λ es una constante de proporcionalidad instantánea no negativa que varía punto a punto e instante a instante.

Estas ecuaciones son válidas sólo cuando coinciden los ejes principales de deformaciones y tensiones instantáneas.

La teoría considera al incremento de deformación total, como la suma del incremento elástico más el plástico

$$d\epsilon_x = d\epsilon_x^e + d\epsilon_x^p \quad 4.11$$

Teniendo en cuenta la 3.6a. $d\epsilon_x^e$ vale

$$d\epsilon_x^e = \frac{1}{E} [d\sigma_x - \nu (d\sigma_y + d\sigma_z)] \quad 4.12$$

Como la base de la teoría es suponer que el incremento de deformación plástica es proporcional al estado actual de tensiones y no a los incrementos, de acuerdo a la 4.10 se tiene

$$d\epsilon_x^p = \sigma_x' \cdot d\lambda$$

puesto que

$$\begin{aligned} \sigma_x' &= \sigma_x - \sigma_m & \sigma_m &= \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \\ d\epsilon_x^p &= (\sigma_x - \sigma_m) \cdot d\lambda = \left(\frac{2}{3} \sigma_x - \frac{\sigma_y + \sigma_z}{3} \right) d\lambda \\ d\epsilon_x^p &= \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_x - \frac{1}{2} (\sigma_y + \sigma_z) \right] \end{aligned} \quad 4.13$$

Reemplazando las ecuaciones 4.12 y 4.13 en la 4.11

$$4.14 \quad d\epsilon_x = \frac{1}{E} [d\sigma_x - \nu (d\sigma_y + d\sigma_z)] + \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_x - \frac{1}{2} (\sigma_y + \sigma_z) \right]$$

En igual forma pueden obtenerse $d\epsilon_z$ y $d\epsilon_y$ Los incrementos de deformación tangencial están dados por

$$d\epsilon_{xy} = \frac{d\tau_{xy}}{2G} + d\lambda \epsilon_{xy} \quad 4.15$$

y las dos expresiones similares para $d\epsilon_{yz}$ y $d\epsilon_{zx}$.

Si el material endurece por deformación, la 4.10 puede escribirse en función de la tensión y deformación efectivas para tener en cuenta este efecto. Para simplificar se considera la 4.10 referida a los ejes principales. Por una propiedad de las proporciones:

$$\frac{(d\epsilon_1 - d\epsilon_2)^2}{(\sigma_1 - \sigma_2)^2} = \frac{(d\epsilon_2 - d\epsilon_3)^2}{(\sigma_2 - \sigma_3)^2} = \frac{(d\epsilon_3 - d\epsilon_1)^2}{(\sigma_3 - \sigma_1)^2} = d\lambda^2$$

También la suma de los numeradores sobre la suma de los denominadores mantiene la proporción $d\lambda^2$, y si se saca la raíz cuadrada de estas sumas, el numerador es $\sqrt{\frac{9}{2}} d\epsilon^p$ (ver ecuación 2.28) y el denominador $\sqrt{2} \cdot \sigma$ (ver ecua-

ción 2.22), por lo tanto:

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{d\bar{\epsilon}^P}{\bar{\sigma}} = d\lambda \quad 4.16$$

Como por 4.10 es

$$d\lambda = \frac{d\epsilon_x^P}{\sigma_x'}$$

Comparando ésta última con 4.16:

$$d\epsilon_x^P = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\epsilon}^P}{\bar{\sigma}} \sigma_x' \quad 4.17$$

Análogamente $d\epsilon_y^P, d\epsilon_z^P, d\gamma_{xy}^P, d\gamma_{yz}^P$ y $d\gamma_{zx}^P$

4. II. 2 b. TEORIA DE LEVY-MISES

Si bien históricamente precedió a la de Prandtl-Reuss, didácticamente conviene enunciarla "a posteriori". La teoría de Prandtl-Reuss vista en el punto anterior considera un sólido elasto-plástico. Teniendo en cuenta que las deformaciones elásticas alcanzan a un 0,5% como máximo, pueden ser despreciadas frente a grandes deformaciones plásticas. Esta es la idea de Levy-Mises, que constituye de hecho una simplificación de la expresión 4.11, que se transforma ahora:

$$d\epsilon_x = d\epsilon_x^P \quad 4.18$$

Las expresiones 4.10 y 4.14 de Prandtl-Reuss toman ahora para Levy-Mises la forma:

$$4.19 \quad \frac{d\epsilon_x}{\sigma_x'} = \frac{d\epsilon_y}{\sigma_y'} = \frac{d\epsilon_z}{\sigma_z'} = \frac{d\gamma_{xy}}{\tau_{xy}} = \frac{d\gamma_{yz}}{\tau_{yz}} = \frac{d\gamma_{zx}}{\tau_{zx}} = d\lambda$$

$$4.20 \quad d\epsilon_x = \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_x - \frac{1}{2} (\sigma_y + \sigma_z) \right]$$

y la 4.17 queda

$$4.21 \quad d\epsilon_x = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \cdot \sigma_x'$$

4. II. 2. c TEORIAS DE DEFORMACIONES TOTALES

En contraposición con las teorías anteriores, Hencky supone que las componentes de la deformación plástica total son proporcionales a las componentes desviadoras de tensión

$$4.22 \quad \epsilon_x^P = \phi \sigma_x'$$

O es una cantidad escalar positiva durante la carga y cero en la descarga.

Swainger también formuló una teoría de deformación total, pero al igual que con la de Hencky, la observación experimental demuestra que conducen a errores muy groseros.

4. II. 3. CONDICION DE FLUENCIA PLANA

Es un caso particular del estado de deformaciones, tal que: $\epsilon_z = \gamma_{zx} = \gamma_{yz} = 0$ y ϵ_x, ϵ_y y γ_{xy} distintos de cero e independientes del eje z.

Supóngase el siguiente estado de fluencia plana referido a una terna principal. ϵ_1 y ϵ_3 distintos de cero e independientes de la dirección 2, y $\epsilon_2 = 0$

Si la ecuación 4.20 se toma respecto de esa terna principal, puede escribirse:

$$d\epsilon_2 = \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_2 - \frac{1}{2} (\sigma_3 + \sigma_1) \right] = 0 \quad 4.23$$

luego

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} (\sigma_3 + \sigma_1) \quad 4.24$$

En la dirección cuya deformación normal es nula, la tensión es igual a la semisuma de las otras dos.

Comparando la ecuación 2.22 con la 4.5 se observa que esta última vale $2\bar{\sigma}^2$. Reemplazando la 4.24 en la 4.5, se obtiene la expresión del criterio de Von Mises para el caso de fluencia plana

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} Y \quad 4.25$$

En general, los metales frágiles se acercan al valor del criterio de Tresca, mientras que los dúctiles se comportan más de acuerdo al de Von Mises. Es cómodo, en base a la ecuación 4.25, para fluencia plana adoptar un criterio único para esa condición:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \beta Y \quad 4.26$$

donde $1 \leq \beta \leq 1,155$, y el error máximo posible es de aproximadamente 8%

4. III. MODELOS REOLOGICOS Y ECUACIONES EMPIRICAS TENSION-DEFORMACION

Para dar solución a los problemas de deformación, suele recurrirse a modelos tensión-deformación idealizados. Los más importantes son:

- Perfeccionamiento elástico. La pendiente de la recta da el valor del Módulo de Young (fig. 4.8a)
- Rígido, perfectamente plástico. Se comporta como rígido hasta la fluencia, luego es perfectamente plástico (no endurece por deformación, fig. 4.8b).
- Rígido - plástico con endurecimiento lineal. Rígido hasta la fluencia, luego endurece con una variación lineal. La pendiente H mide el grado de endurecimiento (fig. 4.8c).
- Elasto-perfectamente plástico. Elástico hasta la fluencia, luego es perfectamente plástico (fig. 4.8d).
- Elasto plástico con endurecimiento lineal. Es el más completo de los expuestos. Hasta la fluencia es elástico y luego endurece linealmente (fig. 4.8e)

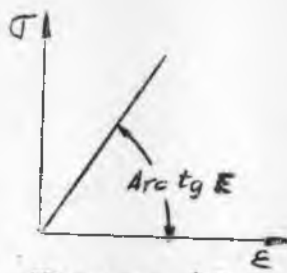


FIGURA 4.8a

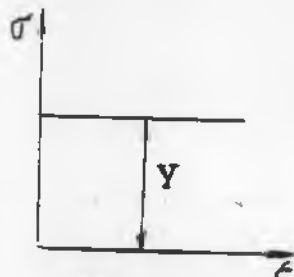


FIGURA 4.8b

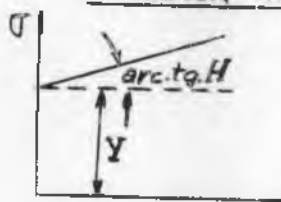


FIGURA 4.8c

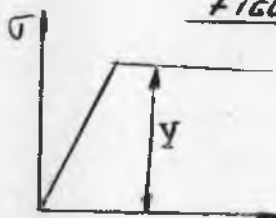


FIGURA 4.8d



FIGURA 4.8e

A los efectos de interpretar resultados experimentales y para la resolución de problemas plásticos, es cómodo establecer funciones para las curvas tensión deformación reales. Existen varias propuestas que se adaptan en mayor o menor grado según los materiales

a) Adoptar el modelo plástico endurecible, usando dos ecuaciones (fig. 4.9):

- i) hasta la fluencia $\sigma = E \varphi$
- ii) desde la fluencia $\sigma = H \varphi$

4.27

b) Ludwick propuso:

$$\sigma = Y + H \cdot \varphi^m \quad 4.28$$

La figura 4.10 grafica esta ecuación para $m=1$ y $0 < m < 1$.

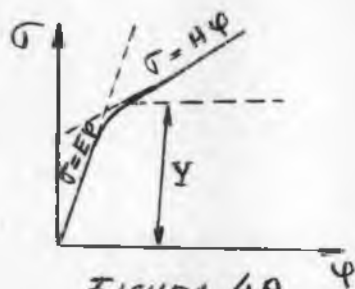


FIGURA 4.9

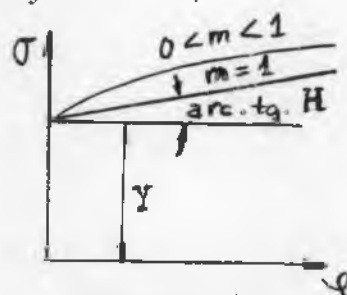


FIGURA 4.10

c) Swift enuncia:

$$\sigma = C(A + \varphi)^n \quad 4.29$$

para $0 \leq n \leq 1$

d) La expresión de Hollomon que constituye una simplificación de la de Swift:

$$\sigma = C \cdot \varphi^n \quad 4.30$$

e) Voce plantea una ecuación muy buena, pero muy compleja matemáticamente:

$$\sigma = A + (B - A) \cdot (1 - e^{-n\varphi}) \quad 4.31$$

f) El mismo inconveniente tiene la ecuación debida a Prager

$$\sigma = Y \tanh(E\varphi/Y) \quad 4.32$$

4.IV. BIBLIOGRAFIA

Básica:

1. Mechanical Metallurgy, Dieter (McGraw Hill, 1961) Cap. 3
2. Manufacturing Properties of Materials, Alexander y Brewer (Van Nostrand 1963)
3. Analysis of stress and strain, Durelli, Phillips y Tsao (McGraw Hill, 1958)
4. Mechanical properties of matter, Cottrell (Wiley, 1964) , Cap. 10
5. Etude de la plasticité et application aux métaux, Jaoul (Dunod, 1965)
6. Mechanics of plastic deformation in metal processing, Thomsen, Yang y Kobayashi (McMillan, 1965), Cap. 5 y 6.

De consulta:

1. Mathematical theory of plasticity, Hill (Oxford U.P. 1950)
2. Theory of plasticity, Hoffman y Sachs (McGraw Hill, 1953) Cap. 4, 5 y 6
3. Plasticity for mechanical engineers, Johnson y Mellor (Van Nostrand, 1962) Cap. 4, 5 y 6.
4. Advanced mechanics for engineers, Ford (Longmans, 1963), Cap. 24 a 27.

PUNTO 5 - PLASTICIDAD DE LOS CRISTALES

- 5.1 Objeto
- 5.2 Introducción
- 5.3 Cristales
- 5.4 Elasticidad de cristales
- 5.5 Deformación plástica de monocristales
- 5.6 Deformación plástica de policristales
- 5.7 Algunos efectos particulares
- 5.8 Bibliografía

5.1. OBJETO

En este punto, quizá excesivamente ambicioso, se procurará entender las razones y los mecanismos por los cuales deforman los cristales.

Se da una somera idea de estructuras cristalinas y de elasticidad de cristales. Se ha creído conveniente dar un poco más de extensión a la deformación plástica de monocristales y, en particular, a las imperfecciones cristalinas, a fin de entender los modelos aplicados a la forma más simple del monocristal y recién aplicar este concepto a la deformación plástica de policristales.

En igual forma, se interpreta en base al modelo de imperfecciones, algunos fenómenos usuales que aparecen en la tecnología, tales como punto de fluencia, envejecimiento por deformación, efecto Bauschinger, efecto Portevin-Le Chatelier, etc

Se ha completado el punto con una bibliografía básica y de consulta.

5.2. INTRODUCCION

En la Introducción del punto 2.2. anterior, hemos supuesto un sólido perfecto, es decir, isótropo, homogéneo y continuo. Veamos ahora qué sucede con los materiales con que trabajamos, los metales. La mayoría de ellos presenta, a simple vista, ese aspecto aparente de homogeneidad e isotropía. Pero si tomamos un trozo, lo pulimos y atacamos adecuadamente y, luego lo observamos al microscopio, nos encontramos que ese material está formado por una gran cantidad de zonas perfectamente delimitadas, que llamamos "granos". Esos granos, que definen cada uno distintas orientaciones cristalográficas, deben ser a su vez, el resultado de la unión de los elementos básicos que forman la materia, los átomos.

Hagamos el análisis inverso. Los átomos se agrupan en "agregados atómicos", mantenidos por las fuerzas interatómicas que dan lugar a los "enlaces atómicos": enlaces iónico, homopolar, de van der Waals y metálico. De los distintos tipos de agregados que se puedan obtener, nos interesan solamente los cristalinos.

5.3. CRISTALES.

Una distribución ordenada, simétrica y sistemática de átomos en tres dimensiones de tal forma que cada átomo tiene vecindades idénticas, forman una red espacial. Esta se obtiene entonces por la repetición de un modelo elemental o "motivo".

Existen 32 grupos puntuales o motivos, que conducirían a 230 grupos espaciales. Afortunadamente la "Cristalografía", ha sistematizado y clasificado estos grupos, llegando a la conclusión que existen sólo 14 tipos de redes espaciales, correspondientes a 7 sistemas. Si bien la red espacial es una distribución de puntos en el espacio, es cómodo unir estos puntos mediante líneas y describirla en base a los cuerpos geométricos que se forman. La figura 5.1. da los elementos para la clasificación de los sistemas cristalinos, que son los ángulos formados por los ejes y el valor de los lados del paralelepípedo. La Tabla 5.1. da la clasificación de redes y sistemas, que están representados en la figura 5.2.

Tabla 5.1.

Sistemas cristalinos y redes espaciales

Sistema	Ejes y ángulos	Redes espaciales
Triclínico Monoclínico	$a \neq b \neq c \quad \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$ $a \neq b \neq c \quad \alpha = \beta = 90^\circ \neq \gamma$	triclínico simple monoclínico simple monoclínico centrado en la base
Hexagonal	$a = b \neq c \quad \alpha = \beta = 90^\circ$ $\gamma = 120^\circ$	hexagonal simple
Romboédrico Ortorrómbico	$a = b = c \quad \alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$ $a \neq b \neq c \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	romboédrico simple ortorrómbico simple ortorrómbico centrado en el cuerpo ortorrómbico centrado en la base ortorrómbico centrado en las caras
Tetragonal	$a = b \neq c \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	tetragonal simple tetragonal centrada en el cuerpo
Cúbico	$a = b = c \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	cúbico simple cúbico centrado en el cuerpo cúbico centrado en las caras

Las más importantes redes desde el punto de vista metalúrgico son: a) cúbica centrada en el cuerpo, b) cúbica centrada en las caras y c) hexagonal compacta (figura 5.3.), red hexagonal con un átomo en el interior. La figura 5.4 esquematiza estas redes, suponiendo un modelo en que los átomos son esferas macizas en contacto.

5.3.1. Planos cristalográficos.

En la red cristalina, tendremos planos y direcciones cristalográficas, siendo muy importante su identificación. Para obtenerla, se miden las distancias $\underline{x}$, $\underline{y}$, $\underline{z}$, en que el plano a identificar corta los ejes de coordenadas (figura 5.5.), se determinan las inversas $\underline{1/x}$, $\underline{1/y}$, $\underline{1/z}$ y luego se toman los números enteros mínimos que guarden igual relación que estas inversas. En la figura se ha aplicado a la determinación del plano (123). Los planos cristalográficos se indican con estos índices entre paréntesis. Reciben el nombre de índices de Miller. En la figura 5.6. se han dibujado algunos de los planos más importantes del sistema cúbico.

Como los índices dan sólo información geométrica de la red, se usa agrupar los planos de índices equivalentes en "familias de planos". Así, por ejemplo:

$$\{100\} = (100) + (010) + (001) \quad 5.1$$

$$\{110\} = (011) + (101) + (110) + (\bar{1}01) + (0\bar{1}1) + (\bar{1}\bar{1}0) \quad 5.2$$

$$\{111\} = (111) + (\bar{1}\bar{1}1) + (1\bar{1}\bar{1}) + (\bar{1}1\bar{1}) \quad 5.3$$

la figura 5.7 muestra estas familias de planos.

Para la estructura hexagonal también se usan los índices de Miller, pero en un sistema de cuatro coordenadas; tres "ejes secundarios" en un plano y a 120° uno del otro, y el cuarto, "eje primario", perpendicular al plano.

Los planos se determinan en igual forma que en cúbico. La figura 5.8.a muestra el plano basal (0001) y la figura 5.8.b los planos prismáticos ($\bar{1}100$).

$$\{1100\} = (\bar{1}100) + (10\bar{1}0) + (0110) \quad 5.4$$

5.3.2. Direcciones cristalográficas

En este caso se toman como coordenadas, directamente los índices de Miller. Las direcciones se indican entre corchetes. En la figura 5.9 se dan algunos ejemplos. También los juegos de direcciones equivalentes, determinan la familia de direcciones:

$$\langle 110 \rangle = [110] + [011] + [\bar{1}01] + [0\bar{1}1] + [10\bar{1}] \quad 5.5$$

la figura 5.10 da algunos ejemplos en la red de sistema hexagonal.

5.4. ELASTICIDAD DE CRISTALES.

Veamos en un modelo muy sencillo, qué sucede cuando aplico tensiones a un trozo de material cristalino. La figura 5.11 es suficientemente clara de por sí. Al igual que lo visto en "Plasticidad del Continuo", el material deforma elásticamente hasta que la fuerza aplicada supere un cierto valor, iniciándose posteriormente la deformación plástica. Si retiramos la carga, el cristal recuperará elásticamente, pero queda con una deformación permanente.

En el punto 2.6.3 obtuvimos las relaciones elásticas para un sólido continuo, isótropo y homogéneo. La ley de Hooke indica que existe proporcionalidad entre las tensiones aplicadas y las deformaciones obtenidas, siendo ésta una función lineal. En un cristal ideal, si bien sus propiedades son iguales en todos los puntos, son función de la dirección, por lo que lo podemos considerar un sólido anisotrópico y homogéneo. Tendremos entonces, aplicando superposición de estados, que la deformación total en una dirección cualquiera va a ser igual a la suma de las deformaciones producidas por todas las tensiones aplicadas :

$$\epsilon_x = s_{11} \sigma_x + s_{12} \sigma_y + s_{13} \sigma_z + s_{14} \tau_{xy} + s_{15} \tau_{yz} + s_{16} \tau_{zx} \quad 5.6$$

Considerando también las otras deformaciones, quedará finalmente un conjunto de seis ecuaciones, con treinta y seis constantes elásticas.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= s_{11} \sigma_x + s_{12} \sigma_y + s_{13} \sigma_z + s_{14} \tau_{xy} + s_{15} \tau_{yz} + s_{16} \tau_{zx} \\ \epsilon_y &= s_{21} \sigma_x + s_{22} \sigma_y + s_{23} \sigma_z + s_{24} \tau_{xy} + s_{25} \tau_{yz} + s_{26} \tau_{zx} \\ \epsilon_z &= s_{31} \sigma_x + s_{32} \sigma_y + s_{33} \sigma_z + s_{34} \tau_{xy} + s_{35} \tau_{yz} + s_{36} \tau_{zx} \\ \gamma_{xy} &= s_{41} \sigma_x + s_{42} \sigma_y + s_{43} \sigma_z + s_{44} \tau_{xy} + s_{45} \tau_{yz} + s_{46} \tau_{zx} \\ \gamma_{yz} &= s_{51} \sigma_x + s_{52} \sigma_y + s_{53} \sigma_z + s_{54} \tau_{xy} + s_{55} \tau_{yz} + s_{56} \tau_{zx} \\ \gamma_{zx} &= s_{61} \sigma_x + s_{62} \sigma_y + s_{63} \sigma_z + s_{64} \tau_{xy} + s_{65} \tau_{yz} + s_{66} \tau_{zx} \end{aligned} \quad 5.7$$

Si se colocan las tensiones en función de las deformaciones, tendremos también otro sistema de seis ecuaciones del tipo:

$$\sigma_x = c_{11} \epsilon_x + c_{12} \epsilon_y + c_{13} \epsilon_z + c_{14} \gamma_{xy} + c_{15} \gamma_{yz} + c_{16} \gamma_{zx} \quad 5.8$$

A las constantes " s_{ij} " se les llama "módulo de elasticidad" y a las " c_{ij} " "constantes de elasticidad".

El incremento de la energía de deformación elástica por unidad de volumen, visto en el punto 2.6.8, será:

$$du_e = \sigma_x d\epsilon_x + \sigma_y d\epsilon_y + \sigma_z d\epsilon_z + \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \tau_{yz} d\gamma_{yz} + \tau_{zx} d\gamma_{zx} \quad 5.9$$

la primer derivada de la ecuación 5.9 es:

$$\partial u_e / \partial \epsilon_x = \sigma_x \quad y \quad \partial u_e / \partial \epsilon_y = \sigma_y$$

y haciendo la segunda derivada:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial \epsilon_y} = \frac{\partial^2 u_e}{\partial \epsilon_x \partial \epsilon_y} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial \epsilon_x}$$

con lo cual, en el sistema de ecuaciones 5.8, resulta:

$$c_{12} = c_{21} \quad 5.10.a$$

Las constantes serán simétricas respecto a la diagonal principal. En igual forma se tiene:

$$s_{12} = s_{21} \quad 5.10.b$$

Este número de constantes, reducida de 36 á 21, variará con la estructura, disminuyendo a medida que aumenta la simetría del cristal. Resumiendo para los siete sistemas cristalinos:

triclínico	: 21 constantes
monoclínico	: 13 constantes
ortorrómbico	: 9 constantes
tetragonal	: 7 constantes
romboédrico	: 6 constantes
hexagonal	: 5 constantes
cúbico	: 3 constantes

La figura 5.12 esquematiza estas constantes, para el sistema hexagonal vale:

$$s_{11} = s_{22}; \quad s_{13} = s_{23}; \quad s_{44} = s_{55}; \quad s_{66} = 2(s_{11} - s_{12}) \quad 5.11$$

Para el sistema cúbico:

$$s_{11} = s_{22} = s_{33}; \quad s_{12} = s_{23} = s_{31}; \quad s_{44} = s_{55} = s_{66} \quad 5.12$$

en ambos sistemas, el resto de las constantes se anulan.

La Tabla 5 II (al final de este punto) dá valores de los módulos elásticos para diferentes metales.

Al aumentar la simetría, se pasa del sistema cúbico a un sólido isótropo y homogéneo, disminuyendo el número de constantes a dos. Quedará: las constantes del cúbico, pero

$$s_{44} = 2 (s_{11} - s_{12}) \quad 5.13$$

donde tienen los valores:

$$s_{11} = \frac{1}{E} ; \quad s_{44} = \frac{1}{G} ; \quad s_{12} = -\nu s_{11} = -\frac{\nu}{E} \quad 5.14$$

el "módulo de Poisson", según la ecuación 2.35, vale:

$$\nu = -\frac{s_{12}}{s_{11}} = \frac{E}{2G} - 1 \quad 5.15$$

Como ya vimos en el punto 2.6.4, encontramos que la ecuación 5.15 coincide con la 2.41 y si introducimos los valores de s_{11} , s_{12} y s_{44} dados por la 5.14 en la ecuación 5.7, tendremos:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{2G} \cdot \tau_{xy} \end{aligned}$$

que son las ecuaciones 2.36 y 2.37 ya vistas. En la Tabla 5. III se dan valores de K , E , G y ν para distintos metales puros policristalinos.

Las consideraciones para pasar de cualquier estructura cristalina metálica al sólido isótropo y homogéneo, son válidas en la medida en que consideramos al sólido como un policristal formado por un número suficientemente grande de monocristales, para suponer que sus propiedades anisotrópicas tendrán una distribución al azar. Esto permite determinar propiedades elásticas promedios, confiriendo característica de isotropía.

5.5. DEFORMACION PLASTICA DE MONOCRISTALES

Llamamos "monocristal" a un sólido metálico formado por un solo cristal. Para obtener deformaciones permanentes en los cristales, debemos vencer la resistencia cohesiva entre los átomos que forman la red cristalina, que hablamos en la introducción 5.2.

La figura 5.13 representa la variación de la energía interna y de la fuerza en función de la distancia entre dos átomos. Para separarlos, debemos vencer esa fuerza, que sin error considerable, podemos suponer varía sinusoidalmente.

Nos interesa conocer cómo y porqué se produce la deformación permanente. En la figura 5.11 partíamos de una red perfecta; podemos suponer entonces:

- al deformar plásticamente la red se destruye totalmente, ó
- se obtiene una red también ordenada, pero rotada un cierto ángulo, ambas hipótesis son eliminadas por las observaciones hechas con rayos X, con lo que llegamos a
- al deformar la red se conserva, pero hay deslizamiento entre planos cristalinos.

Procuremos calcular la tensión necesaria para producir un desplazamiento unitario (un espaciado atómico) entre los dos planos cristalinos. Para ello supongamos el reticulado de la figura 5.14. Aceptando la suposición de que la fuerza o la tensión cohesiva varía sinusoidalmente, tendremos:

$$\tau = \tau_{\max} \cdot \sin 2\pi x/a \quad 5.16$$

la ley de Hooke da:

$$\tau = 2G\gamma \approx 2G \frac{x}{2d} \approx G \frac{x}{d} \quad 5.17$$

si la deformación angular γ es pequeña, se podrá poner que

$$\sin 2\pi x/a \approx 2\pi x/a$$

y la ecuación 5.16 quedará:

$$\tau = \tau_{\max} 2\pi x/a \quad 5.16$$

e igualando esta última con la ecuación 5.17 :

$$\tau_{\max} = \frac{G}{2\pi} \cdot \frac{a}{d}$$

pero $\tau_{\max}$ es la tensión tangencial necesaria para mover los dos planos una distancia $x_0 x_1$, que es el límite de la deformación elástica. Superado el punto x_1 , el plano de átomos superior saltará a la nueva posición de equilibrio x_4 , resbalando libremente sin esfuerzo adicional. Si $a = d$, finalmente:

$$\tau_i \approx G/6 \quad 5.18$$

Si en lugar de una función simple como es el seno, adoptamos otra que sea más real, por ejemplo

$\sum_{n=0}^{\infty} \sin 2 n \pi x/a$, la relación 5.18 queda:

$$\tau_i \simeq G/30 \quad 5.19$$

5.5.1 Estudio geométrico de la deformación.

Procuremos entender cómo se produce la deformación plástica de un monocristal, observando la geometría de la deformación y por lo tanto, de los mecanismos que operan en la misma. El porqué será contestado en base a las imperfecciones o defectos de los cristales.

Se han encontrado tres mecanismos distintos que producen deformación:

- i) deslizamiento (slip) - figura 5.15
- ii) maclado (twinning) - figura 5.16
- iii) bandas de plegado (kinking) - figura 5.17

Este último es un mecanismo muy particular, producido por compresión longitudinal en varillas, especialmente en cadmio y zinc. Aparece también como "plegado de acomodación" en algunos casos de maclado. No volveremos a insistir en este mecanismo.

5.5.2 Mecanismo de deslizamiento (slip)

Es el más importante de todos. Como muestra la figura 5.15, se produce el deslizamiento de unidades atómicas de un plano respecto de otro. Estos planos son cristalográficos y coinciden con los más compactos (mayor densidad atómica). En esos planos, hay direcciones preferenciales de deslizamiento, que también son las más compactas.

La tabla 5. IV indica los planos y direcciones de deslizamiento para metales de diferentes estructuras, para bajas y altas temperaturas.

Un plano y una dirección de deslizamiento forman un "sistema de deslizamiento", así por ejemplo, los metales de estructura cúbica centrada en las caras (los llamaremos ccc) deslizan según planos (111) y direcciones $[101]$; como tienen cuatro planos (111) y en cada uno de ellos tres direcciones $[101]$, poseerá doce sistemas de deslizamiento. La figura 5.18.a ilustra lo dicho. Las figuras 5.18.b y 5.18.c muestran los sistemas para las estructuras cúbica centrada en el cuerpo (la abreviaremos cc) y hexagonal compacta (hc), respectivamente.

La intersección de estos planos de deslizamiento con la superficie del cristal, produce las "líneas de deslizamiento", que se agrupan en "bandas de deslizamiento". En las figuras 5.15 b y 5.15 c se pueden apreciar éstas. La figura 5.15 d esquematizada la 5.15.c, mostrando que la distancia entre líneas es de aproximadamente 200 Å y la separación o altura de escalón entre ellas, es de unos 2.000 Å. El ancho de las bandas puede ser de 2.000 Å a 20.000 Å.

Tanto la composición del metal como la temperatura de deformación, afectan notablemente la "activación" de los planos de deslizamiento, pudiendo cambiarlos inclusive (caso de alta temperatura) o "frenarlos" (caso de impurezas en la estructura cc). La dirección de deslizamiento en cambio, no es afectada por estos dos parámetros.

5.5.2.1: Tensión tangencial crítica de deslizamiento: Existe una tensión crítica a partir de la cual un metal comienza a deformar a velocidad apreciable. Por abajo de esta tensión, el material se encuentra en la zona elástica y sólo puede deformar a muy bajas velocidades de deformación y en tiempos largos (fenómeno de escurrimiento o creep, visto en el punto 1.6).

En la figura 5.19 tenemos un monocristal cilíndrico, de sección transversal A y cuya normal al plano de deslizamiento forma un ángulo ϕ con el eje. Si aplicamos fuerza según ese eje, en tracción por ejemplo, solamente producirá deformación su componente en el plano y dirección de deslizamiento. Esa componente, si no hay endurecimiento por la deformación, se mantendrá constante. La tensión tangencial crítica valdrá:

$$\tau_c = F_{\lambda} / A_{\phi}$$

donde $F_{\lambda} = F \cos \lambda$ componente de la fuerza en la dirección de deslizamiento, que forma un ángulo λ con el eje.

$A_{\phi} = A / \cos \phi$ superficie del plano de deslizamiento

finalmente:

$$\tau_c = \frac{F}{A} \cos \lambda \cos \phi \quad 5.20$$

Al término " $\cos \lambda \cdot \cos \phi$ " se le llama "factor de Schmidt".

La Tabla 5.V da algunos valores de "tensión tangencial/crítica" para el deslizamiento.

TABLA 5. V

Tensiones tangenciales críticas para deslizamiento.

(Barret - Estructura de metales-pag.443)

Metal	Temperatura	Impurezas (%)	Plano	Dirección	τ_c
Cu	20°C	0.1	(111)	{110}	0.10
Ag	20°C	0.01	(111)	{110}	0.060
Au	20°C	0.01	(111)	{110}	0.092
Ni	20°C	0.2	(111)	{110}	0.58
Mg	20°C	0.05	(0001)	{1120}	0.083
	20°C	0.02	(0001)	{1120}	0.0778
	330°C	0.02	(0001)	{1120}	0.0655
	330°C	0.02	(1011)	{1120}	0.400
Zn	20°C	0.001	(0001)	{1120}	0.030
	20°C	0.04	(0001)	{1120}	0.094
	25°C	0.00088	(0001)	{1120}	0.0184
Cd	20°C	0.004	(0001)	{1120}	0.058
	20°C	0.0006	(0001)	{1120}	0.0098
	20°C	0.0006	(0001)	{1120}	0.0171
Sn β	20°C	0.01	(110)	{001}	0.13
	20°C	0.01	(100)	{001}	0.19
	20°C	0.01	(101)	{101}	0.16
	20°C	0.01	(121)	{101}	0.17
Bi	20°C	0.1	(111)	{101}	0.221

Pasemos rápida revista a qué parámetros influyen sobre el valor de esta tensión tangencial.

- i) Influencia de la temperatura - La τ_c disminuye a medida que aumenta la temperatura. Los gráficos de la figura 5.20 muestran este efecto para metales de distintas estructuras cristalinas.

Algunos metales, como el aluminio y el magnesio, tienen diferentes sistemas de deslizamiento a distintas temperaturas. Por ejemplo, el magnesio 99.95% de pureza, a 330°C desliza por el plano piramidal (1011) con una $\tau_c = 52 \text{ g/mm}^2$ y por el plano basal (0001) con $\tau_c = 46 \text{ g/mm}^2$. El nuevo sistema de deslizamiento, le da gran ductilidad.

- ii) Influencia de impurezas - En general, las impurezas incrementan el valor de τ_c , pero las solubles tienen un efecto endurecedor más marcado que las insolubles. La figura 5.21, a muestra el efecto de trazas de

plata en mercurio a -60°C (monocristales). La figura 5.21.b presenta este efecto en aleaciones de zinc, el cual disuelve hasta 1.5% de cadmio y solamente 0.1% de estaño.

Otros ejemplos de la influencia de la solución sólida; plata en cobre.

Cu 99.98 %	τ_c	= 58 g/mm ²
" " + 0.3 % Ag		232 "
" " + 0.6 % Ag		385 "
" " + 1.0 % Ag		595 "

Una influencia muy marcada se encuentra en plata pura:

Ag: 99.99 %	τ_c	= 48 g/mm ²
99.97 %		= 73 "
99.93 %		= 131 "

Para estructuras hexagonales encontramos:

Mg puro	τ_c	= 45 g/mm ²
Mg + 0.003 % at Th	τ_c	= 67 "
Mg + 0.049 % "		= 85 "

El envejecimiento también aumenta notablemente el valor de τ_c . Para una aleación de aluminio + 3.5 % Cu se encontró.

- a) calentada a 535°C y enfriada en aire: $\tau_c = 2.2 \text{ kg/cm}^2$
b) calentada a 535°C y 3 horas a 190°C : $\tau_c = 5.5 \text{ kg/cm}^2$

iii) Influencia de la superficie - Tiene gran efecto sobre la τ_c . Varía, por ejemplo, con el tipo de pulido: mecánico, químico o electrolítico. En cadmio, zinc, estaño, etc., películas de óxido de aproximadamente 1.000 Å de espesor, duplican o triplican el valor de τ_c .

iv) Influencia de la velocidad de deformación - Aumenta τ_c al incrementar la velocidad. Se encontró para monocristales de ferrita ensayados a diferentes velocidades

$v = 4 \text{ kg/mm}^2/\text{min}$	τ_c	= 1.7 kg/mm ²
$v = 16 \text{ "}$		= 2.2 "
$v = 800 \text{ "}$		= 3.3 "

v) Influencia de la deformación previa - El τ_c aumenta con la deformación previa. Ese efecto endurecedor es máximo para estructuras ccc. La figura 5.22 grafica τ_c para distintos metales en función de la deformación. Se puede apreciar que el zinc tiene una ley prácticamente lineal.

Más adelante volveremos a ver algunos de estos efectos procurando entonces tener una idea más clara del porqué de estas influencias

5.5.2.2.: Reorientación durante el deslizamiento: Si el cristal deformara libremente, los planos de deslizamiento se mantendrían paralelos a sí mismos, como muestra la figura 5.23.b. Pero como el cristal deforma generalmente entre mordazas, la parte central rotará, tendiendo a acercarse al eje de tensión en el caso de tracción (figura 5.23.c) y tendiendo a ubicarse perpendicular al mismo eje para compresión, según la figura 5.23.d. La rotación aumenta con la deformación.

5.5.2.3.: Deslizamiento doble: El efecto endurecedor de que hablamos, hace que en algunos metales el deslizamiento se produzca mediante la creación continua de nuevas "líneas de deslizamiento", que aportan una pequeña cantidad de deformación cada una, caso del aluminio. En cambio en otros metales, como el plomo y el cadmio, la deformación continúa en los mismos planos que se comenzaron a activar.

Esta particularidad, unida a que al rotar los planos de deslizamiento, según vimos en el punto anterior, pueden alejarse los planos de la posición óptima, disminuyendo así la tensión tangencial resuelta, harían cesar la deformación. Pero al mismo tiempo, la rotación puede favorecer la posición de otros planos del mismo cristal, haciendo que su tensión tangencial resuelta alcance el valor crítico y deforme según ese nuevo sistema. Este proceso, llamado "deslizamiento cruzado" o "deslizamiento doble" puede continuar, produciéndose el deslizamiento sobre los dos planos simultáneamente o, alternativamente sobre cada uno de ellos. La figura 5.24.a muestra un esquema del proceso y la 5.24.b es una micrografía de aluminio 99.99% deformado 5%.

5.5.3 - Mecanismo de maclado (twinning)

La figura 5.16.a nos muestra el principio de este mecanismo. Bajo la acción de esfuerzos tangenciales, los átomos de planos reticulares adyacentes son desplazados fracciones de distancias atómicas, produciendo una distorsión tal de la red, que la zona deformada es una imagen especular del cristal matriz, con relación a un plano llamado "plano de macla". En la figura 5.25 se pueden apreciar esos desplazamientos.

El desarrollo del maclado es propio de las transformaciones reticulares producidas por procesos de corte, tal como la "reacción martensítica", y es importante para la deformación de los metales de estructura hexagonal compacta. Las maclas pueden producirse también por recocido o por crecimiento.

Este proceso de corte, tiene lugar a muy altas velocidades de deformación y en tiempos de 10^{-3} a 10^{-5} segundos. Esto produce sonidos sumamente característicos, "tics" muy nítidos, a cuya sucesión se le llama "grito" del estaño (por ser en este metal donde primero se observó).

Las máximas deformaciones por maclado, no pasan de valores bajos, por ejemplo 7.5 % para el zinc. Su ventaja es que produce reorientaciones que permiten activar nuevos sistemas de deslizamiento y continuar así la deformación.

Es relativamente fácil diferenciar las bandas de deslizamiento de las maclas. Basta con repulir la probeta, las primeras desaparecen, mientras las segundas permanecen nítidamente.

La Tabla 5. VI da la cristalografía del maclado de algunos metales.

TABLA 5. VI

Planos y direcciones de maclado

(Barret - Estructura de metales - pag 484)

Estructura	Metal	Plano	Dirección
CCC	Au; Cu; Au; Ni; Cu-Zn α	(111)	$[11\bar{2}]$
CC	Fe α W Cu-Zn β	(112) (112)	$[111]$ $[111]$
HC	Cd; Zn; Be Mg	(1012) (10 $\bar{1}$ 2) (10 $\bar{1}$ 3) (30 $\bar{3}$ 4)	$[10\bar{1}1]$ $[10\bar{1}1]$ $[10\bar{1}1]$ $[10\bar{1}1]$
Tetrag.	Sn β	(301)	$[\bar{3}01]$
Romboédr.	Bi; As; Sb	(011)	?

Recién en 1952 se pudo verificar la existencia de tensiones críticas de maclado, se hizo en cadmio obteniendo:

$$\begin{array}{lll} \text{Cd } 99.966 \% ; & \tau_{cm} = 422 \text{ g/mm}^2 ; & \tau_c = 30 \text{ g/mm}^2 \\ \text{Cd } 99.999 \% ; & = 434 \text{ " } ; & = 70 \text{ " } \end{array}$$

donde τ_{cm} es la tensión tangencial crítica para maclado y τ_c la de deslizamiento. Este resultado indicaría que la tensión tangencial crítica para maclado no sería mayormente afectada por las impurezas.

5.5.3.1: Maclado en estructuras hexagonales compactas: Se puede apreciar que para que se produzca maclado en los metales hexagonales compactos, como el zinc, cadmio, magnesio, etc., tiene que haber una relación óptima entre los planos de deslizamiento y de maclado. Para tracción, el "factor de Schmidt" en el plano basal (0001) debe ser bajo y muy alto en el plano de maclado ($10\bar{1}2$). Esta condición se satisface cuando el plano (0001) es casi paralelo al eje de tracción.

La figura 5.26 es una curva tensión-deformación de un monocristal de cadmio. Las fuertes irregularidades en forma de dientes, son debidas al maclado.

5.5.3.2: Maclado en estructuras cúbicas: En 1956, deformando monocristales de cobre a muy baja temperatura, 4,2 °K, se encontró maclado de deformación en estructura ccc. La figura 5.27.a muestra el diagrama tensión-deformación.

En estructuras cc, se produce macla luego de considerable deformación plástica o, si la carga se aplica muy rápidamente. Según muestra la figura ... 5.27.b, pareciera que estos metales necesitan un cierto tiempo diferido para deslizar luego de aplicada la carga, que debe ser mayor de 10^{-4} segundos. Ello hace que si aplicamos la carga muy rápidamente, se produzcan maclas muy finas y alargadas, llamadas "bandas de Neumann" (ver figura 5.27.c.), mientras que si se deforma lentamente, se produce deslizamiento.

5.5.4 - Imperfecciones cristalinas.

En forma muy general, ya tenemos idea de qué es un cristal (más correctamente, un "monocristal") y de su comportamiento elástico y plástico. Vimos que la deformación plástica se produce fundamentalmente por "deslizamiento" de partes del sólido, a lo largo de planos cristalográficos y en direcciones determinadas.

Además, calculamos las tensiones tangenciales necesarias para deformar esos cristales, que según las ecuaciones 5.18 y 5.19 valían:

$$G/\tau_i \approx 6 \text{ a } 30 \quad 5.21$$

y tenemos los valores de esas tensiones tangenciales críticas para el deslizamiento, obtenidos experimentalmente, dados en la Tabla 5 V. Compararemos esos valores con el módulo de corte G , dado en la Tabla 5. III, para algunos metales y, en la misma Tabla 5. VII indicaremos los valores de τ_{cw} (tensión tangencial crítica de deslizamiento para whiskers o "barbas metálicas") y su relación con G . Conviene aclarar qué son los "whiskers" o "barbas metálicas". En 1952 se descubrieron pequeños filamentos de aproximadamente 1 a 2 micrones de diámetro, cuya resistencia era elevadísima, llegan -

do las tensiones tangenciales resueltas a los valores dados por la Tabla 5. VII. Se puede apreciar que sus valores G/τ_{cw}

TABLA 5. VII

Relaciones entre G , τ_c y τ_{cw} para algunos metales

	G (kg/mm ²)	τ_c (kg/mm ²)	τ_{cw} (kg/mm ²)	G/τ_c	G/τ_{cw}
plata	2.940	0,060	72	50.000	41
cobre	4.650	0,10	82	46.500	57
estaño	2.070	0,19	--	11.000	--
magnesio	1.770	0,078	--	23.000	--
hierro (0.0005 C)	8.460	1.52	364	5.600	23

están en orden de la ecuación 5.21, por lo que se les considera como cristales perfectos o casi-perfectos. Cuando su diámetro se eleva a 10 ó 15 micrones, disminuye enormemente su resistencia.

Revisando ahora los valores de G/τ_c , encontramos que oscila entre 5.000 y 50.000, en vez de los 6 á 30 dados por la ecuación 5.21. Esto nos lleva a la suposición que los cristales que consideramos no son perfectos (incluso en contraposición con las "barbas metálicas"), sino que tienen una enorme cantidad de defectos que hacen disminuir de 1.000 á 10.000 veces su resistencia.

5.5.4.1. Clasificación de defectos: La idea de la imperfección de los cristales comenzó a principios de siglo con Volterra y Weingarten, pero recién hacia 1934 tomó la orientación actual mediante los trabajos de Orowan, Taylor y Polanyi sobre dislocaciones.

Los defectos o "imperfecciones cristalinas" podemos clasificarlos en puntuales, lineales, bidimensionales y tridimensionales. Pasemos a describirlos:

puntuales	{	vacancias: puntos no ocupados de la red
		intersticiales: átomo que ocupa un lugar intersticial
		impurezas { substitucionales: reemplazan un átomo solvente intersticiales
		complejos

lineales	dislocaciones: Se verán en el próximo punto
bidimensionales	{
tridimensionales	precipitados.

La figura 5.28 permite visualizar los defectos puntuales.

5.5.4.2: Dislocaciones: Procuraremos entender y visualizar este importante defecto, pero sin dar su teoría, que escapa al alcance de estas notas.

En la figura 5.11, en el modelo simplificado que usamos, se indicaba el estado final de la deformación por deslizamiento, con el corrimiento de un espacio atómico. Es lógico suponer, dadas las energías en juego, que el deslizamiento no es simultáneo en el plano. Si ahora dibujamos un estado intermedio, figura 5.29, encontramos que en borde del cristal y en el plano de deslizamiento, se produjo el corrimiento de un espaciado atómico. Ello hace que en la parte superior tenga n átomos o, considerando que vemos una proyección, n planos cristalinos perpendiculares a la superficie del papel, pero distribuidos en una longitud de $n-1$ espaciados atómicos. Al defecto producido por ese plano extra es a lo que se le llama "dislocación", en este caso, "dislocación de borde". La intersección del "plano extra" de átomos con el plano de deslizamiento, da lugar a la "línea de dislocación".

Tenemos así, creada la dislocación. Pero puede suceder que el cristal ya contenga dislocaciones (es normal la existencia de 10^4 a 10^6 líneas de dislocaciones por cm^2), con lo que, al aplicar una fuerza, la dislocación se moverá hasta el borde libre, dando también lugar al desplazamiento de un espacio atómico. La figura 5.30 muestra este movimiento de la línea de dislocaciones. Para este caso en que el plano extra se encuentra en la parte superior, para la dirección de la tensión aplicada, la dislocación se moverá de izquierda a derecha y se dirá que es una "dislocación positiva". Si el plano extra estuviera en la parte inferior, sería una "dislocación negativa".

La forma de describir cuantitativamente las dislocaciones, es mediante el "vector de Burgers" ó "vector desplazamiento ($\vec{b}$)". Se define por el "circuito de Burgers", que consiste, como indica la figura 5.31, en unir átomo a átomo en una porción del cristal, con lo que queda un circuito que será cerrado si no hay dislocaciones, pero quedará abierto en caso contrario. El vector necesario para cerrarlo en esta última posibilidad, es el vector de Burgers.

Existe otro tipo de dislocaciones. En la figura 5.32.a se ha dibujado la "dislocación de borde" ya vista, en 5.32.b encontramos otra posibilidad de dislocación, llamada "dislocación de hélice". La figura muestra el circuito y el vector de Burgers para este tipo de dislocación (figura 5.33).

Comparando las figuras 5.31, 5.32 y 5.33 se aprecia que una diferencia fundamental entre ambos tipos de dislocaciones es que el "vector desplazamiento o de Burgers" es perpendicular a la "línea de dislocación" de borde BB y paralelo a la "línea de dislocación de hélice" HH.

La dislocación de hélice en sí podemos visualizarla imaginando una rampa en espiral, tal como lo indica la figura 5.34.a para un modelo plano y 5.34.b para uno tridimensional. La misma figura 5.34.b muestra el cambio de una dislocación de hélice a una de borde.

Una característica importante de las dislocaciones, es que no pueden terminar en el interior del cristal, debiendo hacerlo en la superficie o cerrarse en sí misma formando un "anillo de dislocaciones". Para cerrarse y poder deslizar, deben tenerse dislocaciones de borde y de hélice (desplazamiento perpendicular y paralelo a la línea de dislocaciones) como muestra la figura 5.35.a. Esto da lugar a las "dislocaciones mixtas" cuyo vector de Burgers es igual a la suma de los otros dos (figura 5.35.b.)

$$b_m = b_b + b_n \quad 5.22$$

5.5.4.3. Fuerza, tensión y energía de una dislocación: La dislocación distorsiona la red, creando un campo de microtensiones a su alrededor. Si aplicamos teoría de elasticidad, se obtiene: para una distancia r :

$$\sigma_{\varphi} = \frac{1}{2\pi} \frac{G \cdot b}{r} f(\varphi) \quad 5.23$$

o sea que la "energía elástica" para una línea de longitud L será:

$$u_e = \frac{G \cdot b^2}{2\pi} \cdot L \ln \frac{r_1}{r_0} \quad 5.24$$

Dividiendo por L , obtendremos la "energía por unidad de longitud de línea".

Haciendo: $r_0 = b$

$r_1 \simeq 10^4 \cdot b$ (distancia media a la que aparece otra dislocación)

queda finalmente:

$$T = \frac{u_e}{L} = \frac{1}{2} G \cdot b^2 \quad 5.25$$

Queremos calcular ahora la fuerza necesaria para mover una dislocación. Para ello suponemos aplicada una tensión tangencial τ a un cristal, que hace mover las dislocaciones. En la línea de dislocación, figura 5.36, un elemento ds de la misma se moverá o desplazará un valor dx bajo la acción

de τ . El trabajo realizado será:

$$dW = \frac{1}{A} \tau A (ds \quad dx \quad b)$$

la fuerza necesaria será entonces:

$$F = \frac{dW}{dx} \quad \text{y si la consideramos por unidad de longitud de la}$$

línea, tendremos:

$$F = \tau b \quad 5.26$$

la dirección de F es perpendicular a la línea de dislocación.

Se producirá entonces una "deformación tangencial" que valdrá:

$$\gamma = \rho b L \quad 5.27$$

donde:

$$\rho = \frac{\text{densidad de dislocaciones}}{\text{volumen}} \left(\frac{\text{long. total de dislocaciones}}{\text{volumen}} \right)$$

En monocristales muy puros, crecidos cuidadosamente, se obtienen entre 10^0 y 10^3 . Para el estado de recocido, ese valor aumenta a $10^5 - 10^6$.

En policristales recocidos $10^7 - 10^8$. Altamente deformados en frío, 10^{11} a 10^{12} .

En muchos casos interesa expresar la ecuación 5.27 en función de la velocidad de movimiento de las dislocaciones:

$$\dot{\gamma} = \rho b \bar{v} \quad 5.28$$

$\bar{v}$ - velocidad media de dislocaciones, que puede variar desde 10^6 hasta 10^5 cm/seg en función de la tensión tangencial aplicada. Esta velocidad es siempre menor que la velocidad de propagación de una onda elástica tangencial en el material considerado. Hay diferencia entre las velocidades de las dislocaciones de borde y de hélice, a igual tensión, las de borde son mayores.

5.5.4.4: Intersección de dislocaciones: Además del movimiento de deslizamiento, las dislocaciones de borde pueden "trepas" (climb). Si una vacancia que difunde llega a ocupar el lugar del último átomo del plano extra, se puede considerar que la dislocación "trepó" un espacio atómico en el plano del papel. Este proceso involucra difusión de vacancias e intersticiales (figura 5.37).

Sucede que para que se produzca el "trepado" en toda la línea de dislocaciones, se deben tener vacancias disponibles a todo lo largo del plano

extra. Si ello no sucede, tendremos solamente un 'trepado parcial' de la línea de dislocaciones, que forma un escalón llamado muesca (jog). La figura 5.38.a esquematiza una. El mismo proceso se produciría con impurezas lo que permite decir que las muescas son fuentes y sumideros de vacancias e impurezas. Otra forma de producirse estas 'muescas' es la indicada en la figura 5.38.b, por intersección de dislocaciones.

5.5.4.5: Fallas de empaquetamiento: En cristales de empaquetamiento compacto, ccc ó hc, se pueden producir dislocaciones parciales. Supongamos el plano (111) en una estructura ccc (figura 5.39). El vector de Burgers en la dirección de deslizamiento es b_1 (figura 5.39.a), pero para los átomos será más fácil moverse a la posición C y luego a la B; o sea, de acuerdo a b_2 y b_3 . La figura 5.39.c muestra el primer caso de dislocación total, la 5.39.d este último de dislocación parcial. En esta estructura el orden de empaquetamiento es ABCABCABC y el deslizamiento b_2 a la posición C producirá una falla ABCACABC obteniendo una fina zona en que existe una estructura hexagonal compacta CACA.

Entre las dos dislocaciones parciales pueden existir varios espacios, dando lugar entonces a una 'dislocación extendida'. La figura 5.39.e visualiza este tipo de dislocación, cuyo esquema está dado en la 5.39.f.

5.5.4.6: Multiplicación de dislocaciones: Para deformar un monocristal de cadmio un 75 %, deben abandonar el cristal aproximadamente 10^9 líneas/cm². Ya hemos dicho que los 'mejores' cristales tienen de 10^5 a 10^6 líneas/cm², proviniendo estas dislocaciones de la solidificación; crecimiento, microsegregación y condensación de vacancias.

Durante el proceso de deformación, el material "endurece", lo que pareciera indicar una disminución del número de dislocaciones presentes. Pero la difracción de rayos X demuestra que los cristales sufren una fuerte distorsión, aumentando su energía y llegando a un valor de 10^{12} líneas/cm². Además se observa un incremento de resistencia eléctrica, que tiene que ser debido a un aumento de defectos puntuales.

La técnica de microfichas de corrosión, reafirma lo expuesto, mostrando un aumento de dislocaciones. Se llega así a la conclusión de que se "generan dislocaciones".

Un mecanismo que explica esta generación de dislocaciones, es el propuesto por Frank y Read. Sigámoslo en la figura 5.40. En el plano de deslizamiento α , tenemos una línea de dislocación ABCD, de la cual sólo el segmento BC, de longitud L , pertenece al plano α . La orientación normal al plano, de los segmentos AB y CD, hace que en esos puntos la línea de dislocaciones esté 'anclada' (a). Si se aplica la fuerza necesaria (dada por la ecuación 5.26) la línea se moverá, pero por estar fijos sus extremos, no se mantendrá recta, sino que se curvará. Esa fuerza, para un radio de curvatura R de la línea valdrá:

$$f = T/R$$

La línea avanzará hasta que llegue a un valor crítico el radio de curvatura R : de las ecuaciones 5.25 y 5.26, obtenemos reemplazando en la 5.29

$$f = \tau_b = \frac{1}{2} G b^2 \frac{1}{R}$$

el valor crítico es: $R = L/2$, con lo que la ecuación anterior queda:

$$\tau_c = \frac{G b}{L} \quad 5.30$$

como $L \approx 10^4 b$, obtenemos:

$$\tau_c \approx 10^{-4} G \text{ valor del mismo orden que}$$

los obtenidos en la Tabla 5. V.

Volvamos ahora a la descripción del mecanismo de Frank y Read. La línea de dislocaciones seguía avanzando, curvándose cada vez más, figuras 5.40.b y 5.40.c, hasta que terminan juntándose (d) y completan el ciclo aniquilándose e iniciando un nuevo movimiento de la línea, figura 5.40.e. La figura 5.41 es una fotomicrografía tomada al infrarrojo de un cristal de silicio, que verifica experimentalmente el mecanismo enunciado.

5.5.4.7: Apilamiento de dislocaciones: Si una fuente de Frank y Read genera dislocaciones en un plano de deslizamiento, pero éstas son frenadas por algún obstáculo, se produce un "apilamiento" de dislocaciones sobre él.

En la figura 5.44.a, el número de dislocaciones que pueden ocupar la distancia FO en el plano de deslizamiento será:

$$n = \frac{k \pi d \tau}{G b} \quad 5.31$$

donde: $k = 1 - \nu$ (para dislocaciones de borde)

$k = 1$ (para dislocaciones de hélice)

d : distancia FO

Para algunos propósitos, puede considerarse como una "dislocación gigante" de vector de Burgers nb , que se mueve una distancia $0.75 d$.

En la cabeza del apilamiento, existen fuerzas muy grandes, iguales a $nb\tau$.

En la figura 5.44.b. se ha graficado un apilamiento, que confirma la ecuación 5.31.

5.5.4.8: Interacción de dislocaciones con impurezas: Las impurezas, sean substitucionales o intersticiales, introducen una distorsión en la red a su alrededor. La dislocación, por su parte, también distorsiona la red. En la figura 5.45.a la zona A de la red está traccionada, por lo que a la impureza le resulta más fácil estar en esa posición, ya que la energía en A es menor que en la red perfecta (figura 5.45.b).

Existen varios tipos de interacciones: elástica o de "Cottrell", química o de "Suzuki", eléctrica, geométrica (orden inducido o efecto Schoek-Schoek, orden de corto alcance y orden de largo alcance). Veremos algo sobre interacción elástica.

La impureza produce una distorsión hidrostática de la red, ocupando un volumen ΔV mayor. La energía de interacción entre el campo elástico de la dislocación y la impureza será:

$$u_i = \sigma_m \cdot \Delta V \quad 5.32$$

siendo $\sigma_m = -\frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$; $\Delta V = \frac{4}{3} \pi \epsilon r_o^3$

$$\epsilon = r - r_o / r_o \quad (r_o: \text{radio del átomo base y } r: \text{radio del átomo impureza}).$$

El átomo está ubicado en coordenadas polares R, θ de la dislocación de borde, la energía de interacción será:

$$u_i = \frac{A \sin \theta}{R} = \alpha G b \epsilon r_o^3 \frac{\sin \theta}{R} \quad 5.33$$

a "A" se le llama "parámetro de interacción" y α es una constante que vale 0.2 para la dislocación de borde.

Finalmente, las fuerzas entre la dislocación y la impureza serán:

$$F_R = - \frac{\partial u_i}{\partial R}$$

$$F_\theta = - \frac{1}{R} \frac{\partial u_i}{\partial \theta} \quad 5.34$$

Estas fuerzas son las que hacen que la impureza difunda hacia la dislocación, ocupando el lugar de mínima energía (figura 5.45.b).

Cottrell y Bilby demuestran que el número de impurezas que migran a una línea de dislocación de largo unitario, en una solución sólida que contiene n_0 átomos de soluto por unidad de volumen, en un tiempo t , es:

$$n(t) = 3 \left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/3} \left(\frac{A D t}{k T} \right)^{2/3} n_0 \quad 5.35$$

A - Parámetro de interacción (ecuación 5.33)

D - Coeficiente de difusión a temperatura T.

Llega un momento en que, por saturación, cesa la difusión de impurezas. La distribución de impurezas en ese "estado estacionario", alrededor de la dislocación, se conoce como "nube o atmósfera de Cottrell". La concentración local de impurezas, en relación con la concentración promedio, es:

$$c = c_0 \exp - u_i/kT \quad 5.36$$

Con este punto 5.5.4.8, creemos haber dado una idea general sobre las dislocaciones, defecto cristalino que juega un rol fundamental en el trabajado de metales. Procuraremos aplicar permanentemente los conceptos aquí vistos.

5.5.5. - Bandas de deformación

Ya vimos en el punto 5.5.2.2, la rotación que se produce en los planos de deslizamiento. En la observación metalográfica se han observado "bandas de deformación" o "pliegues", que se suponen debidos a una zona de desorientación de la red, producida al avanzar la deformación y por la inhomogeneidad de la misma. La figura 5.46.a esquematiza uno de los mecanismos posibles para el caso de tracción. La 5.46.b es una micrografía de un cristal de aluminio, en la que se puede apreciar cómo se forma el "pliegue" a medida que avanza la deformación. Esta propiedad dinámica, es una de las diferencias observables con las maclas.

En monocristales, estas bandas llegan a medir hasta más de un centímetro.

5.5.6 - Endurecimiento por deformación

Se dijo en el punto 5.5.2.1, que la deformación previa aumentaba el valor de la tensión tangencial crítica de desplazamiento. Procuremos entender porqué sucede, en base al estado actual de conocimientos.

Los mecanismos de plegado (kinking) y maclado (twinning), contribuyen muy poco a la deformación. Esta está dada básicamente por el deslizamiento, mediante el movimiento de dislocaciones. Por otro lado, se ha observado que los defectos puntuales no producen endurecimiento, pues al anular esos defectos el material no ablanda. Tendremos entonces dos problemas a ver: a) al aplicar tensión, cómo se generan las dislocaciones y, b) puestas las dislocaciones en movimiento, que las frena.

Con respecto al punto a), ya hemos indicado el mecanismo propuesto por Frank y Read, donde la tensión tangencial crítica debía alcanzar

el valor $\tau_c = G b/L$. Recordemos que las dislocaciones deben estar "ancladas".

En lo que hace al punto b), enunciaremos efectos de corto alcance (de 5 á 10 distancias atómicas) y de largo alcance .

de corto alcance:

- i) Impurezas aisladas o atmósferas de Cottrell. En general ya vistas en el punto 5.5.4.8. En las estructuras ccc hay sólo impurezas sustitucionales, con la posible excepción del hidrógeno. En las estructuras cc las impurezas son esencialmente intersticiales; carbono, nitrógeno, oxígeno. La distorsión intersticial es mayor que la sustitucional y este hecho aclara porqué el frenado de dislocaciones es mucho mayor.
- ii) Intersección de dislocaciones. La formación de "muescas" contribuye apreciablemente al frenado, lo mismo que su movimiento.
- iii) Fuerzas de Peierls. Es la fuerza necesaria para salvar la configuración intermedia en el avance de un espaciado atómico de la dislocación. En la figura 5.47 se vé que para pasar del estado A al C, se debe pasar por otro estado B, cuya energía es mayor.

de largo alcance:

- iv) Fuerzas interiores. Creada por la interacción de los campos de tensiones elásticas de las dislocaciones paralelas. Cuando las distancias son largas frena el movimiento de las dislocaciones.
- v) Precipitados. Región cuya estructura cristalina es diferente de la matriz. Se verá nuevamente en el punto 5.6.3.4.
- vi) Apilamiento de dislocaciones. Sobre distintos tipos de "harreras".

En general podemos decir que el endurecimiento es menor cuando actúa un solo sistema de deslizamiento, aumenta notablemente al actuar dos simultáneamente y es mayor aún al actuar tres o más. En el próximo punto estudiaremos esto para las distintas estructuras.

5.5.7 - Diagramas tensión-deformación.

De las distintas estructuras metálicas, el mecanismo mejor estudiado es el que se produce en ccc, razón por la cual comenzaremos con él, revisando luego los otros.

5.5.7.1: Estructura centrada en las caras: En las curvas tensión-deformación obtenidas, encontramos tres zonas plásticas perfectamente definidas,

luego de la zona elástica OA, según indica la figura 5.48.

I - "zona de deslizamiento fácil" (easy glide). La deformación se produce en un solo sistema de deslizamiento, en el plano (111), por lo que se le llama también "flujo laminar". Las dislocaciones se pueden mover a grandes distancias, llegando casi todas a la superficie del cristal. El pequeño efecto endurecedor se debe a defectos preexistentes en el cristal. De la ecuación 5.27, la deformación será: $\gamma = \rho L b$, o sea que cuanto mayor sea L, mayor será la deformación γ .

II - "zona de endurecimiento lineal". Comienza a activarse un segundo sistema y las dislocaciones se encuentran en un punto de intersección. En la figura 5.49, la dislocación A se mueve en el plano (111) y tiene un vector de Burgers $b_1 = \frac{1}{2} a [10\bar{1}]$ y la dislocación B se mueve en el plano (111) con un vector de Burgers $b_2 = \frac{1}{2} a [011]$. Se tiene así, en la intersección formada una nueva dislocación de borde, cuyo vector será:

$$b_3 = b_1 + b_2 = \frac{1}{2} a [10\bar{1}] + \frac{1}{2} a [011] \quad 5.39$$

Esta nueva dislocación se deslizará en el plano (001) con $b_3 = \frac{1}{2} a [110]$. Esto no es un plano de deslizamiento para esta estructura, por lo que las tres dislocaciones quedarán ancladas. Se les llama "barrera de Cottrell-Lomer" y en ese punto se producirá un apilamiento de dislocaciones, con el consiguiente aumento de las fuerzas interiores y, por lo tanto, del endurecimiento.

III - "zona de recuperación dinámica". Se observa una marcada disminución del grado de endurecimiento. Observando las curvas de las figuras 5.50.a y b, para cobre y aluminio respectivamente, ensayados a temperatura ambiente y a la del aire líquido, se aprecia que las zonas I y II no son afectadas mayormente por la temperatura, pero sí la III. Esto indicaría un proceso de activación térmica en esta última zona. Este está conectado con el ancho de las "fallas de empaquetamiento".

En las mismas figuras se vé que, mientras el cobre presenta las tres zonas a temperatura ambiente, el aluminio presenta sólo dos, desapareciendo prácticamente la segunda.

5.5.7.2: Estructura cúbica centrada en el cuerpo: La curva de la figura 5.51 es un diagrama tensión-deformación para un monocristal de hierro con sólo 0.003% de carbono y obtenidas a temperatura ambiente y a -68°C . Pasado el "punto de fluencia" A (se verá en el punto 5.7.2), la curva se mantiene con una ligera pendiente y en forma prácticamente lineal hasta la ruptura en el punto C. Evidentemente, no se ha presentado un segundo sistema de deslizamiento, por lo que la forma de la curva se ha simplificado.

El ensayo hecho a -68°C , se observa un apreciable aumento de la parte elástica OA' y luego del punto de fluencia, se produce una meseta A' B' por deformación heterogénea. A partir de B' la pendiente B'C' es prácticamente paralela a AC.

5.5.7.3: Estructura hexagonal compacta: En estas estructuras interviene un único plano de deslizamiento, el basal. No se forman barreras para las dislocaciones y el endurecimiento es pequeño. La deformación se desarrolla en la I zona hasta su rotura.

Para orientaciones desfavorables, pueden desarrollarse otros deslizamientos, o maclado, o clivage, lo que modifica substancialmente la curva.

En la figura 5.52 se ha resumido el comportamiento de las tres estructuras. Las curvas de trazos corresponden a una disminución de temperatura o a un aumento de impurezas. En la Tabla 5.VIII se comparan los valores

TABLA 5.VIII

Valores de τ_c , ϵ_d , H_{df} y H_{el} para distintas estructuras.

Estructura	τ_c	ϵ_d	H_{df}	H_{el}
CCC	10^{-5} a 10^{-4} G	5 a 15%	10^{-3} G	2×10^{-2} G
CC	3×10^{-4} a 10^{-3} G	50%	10^{-3} G	no existe
HC	10^{-5} G	50 a 70%	10^{-5} G	10^{-4} G

5.6 POLICRISTALES.

En base a la teoría de dislocaciones y a los mecanismos elementales de deslizamiento y maclado, hemos considerado la deformación plástica de los monocristales. Sólo en electrónica, en semiconductores, tienen aplicación práctica estos monocristales. Todo el trabajo tecnológico se efectúa sobre policristales. Se han efectuado numerosas investigaciones tendientes a aplicar el conocimiento de los monocristales a los mecanismos de deformación de los policristales, pero surgen nuevos problemas creados por

a) los bordes de grano,

b) el flujo plástico del agregado; se crean restricciones a la deformación de un grano, dadas por los granos vecinos con diferentes orientaciones.

- c) los metales no-puros o aleados, que introducen la presencia de una segunda fase.

A estos puntos enunciados, se agrega el inconveniente de no poder estudiar la deformación de los policristales en el interior de las probetas, pues solamente se han hecho observaciones sobre la superficie.

5.6.1 - Bordes de grano.

Como su nombre lo indica, "borde de grano" o "límite de grano" es la separación entre dos granos o superficies cristalinas. Entre ellas pueden existir diferentes relaciones, que darán lugar a diferentes tipos de límites de grano. La Tabla 5. IX y la figura 5.53 sistematizan esas relaciones.

TABLA 5. IX

Tipos de superficie para distintas relaciones entre superficies cristalinas

R e l a c i ó n	Tipo de superficie
a) diferente orientación con pequeño ángulo	borde de subgrano
b) diferente orientación con simetría	borde de macla
c) diferente orientación con grandes ángulos	borde de grano
d) diferente orientación con estructura intermedia de transición	borde de grano
e) diferente orientación con capa amorfa	borde de grano
f) idéntica orientación, pero desplazada	falla de empaquetamiento

El tipo b), borde de macla, ya ha sido tratado en el punto 5.5.3 y tipo f), falla de empaquetamiento, en el punto 5.5.4.5.

Por otro lado, pueden distinguirse dos tipos básicos de límites, "límites por inclinación" (tilt boundary) y "límites por torsión" (twist boundary). En el desarrollo de este punto, aclararemos estos tipos.

5.6.1.1: Límites de pequeño ángulo: En la figura 5.54 puede apreciarse la formación del tipo a) de la Tabla 5. IX. Los cristales tienen una diferencia de orientación Θ , menor de 10° . El límite está dado por una pared de dislocaciones de borde. El modelo de burbujas es muy cómodo para visualizarlo, como lo muestra la figura 5.54.b.

Estos límites son del tipo de "inclinación" y, dado su pequeño

ángulo, corresponden a los llamados "sublímites" ó "límites de subestructuras" ó "bordes de subgrano", formados generalmente por "poligonización".

La distancia h entre dos dislocaciones de borde, estará dada por:

$$h = \frac{b}{\sin \Theta} ; \text{ si } \Theta < 60^\circ \quad h \approx \frac{b}{\Theta} \quad 5.40$$

5.6.1.2: Límites de gran ángulo: En la figura 5.55. a se aprecia el modelo de burbujas del tipo c) de la Tabla 5.IX, para un ángulo de 25° . Este modelo es aplicable solamente para bordes de hasta 15° . Para ángulo mayores de 15° , la pared de dislocaciones, como indica la figura 5.55.b, se va agrupando formando "grupos condensados" o regiones de transición", que van tomando continuidad a lo largo del borde, hasta formar, para un ángulo $\Theta \sim 35^\circ$, una "zona continua", con lo que estamos en el caso d) de la Tabla 5.IX.

5.6.1.3: Límites con estructura intermedia de transición: Acabamos de ver que se puede obtener este tipo con "límites por inclinación", en base a un modelo de dislocaciones de borde. Pero, básicamente, se tiene mediante "límites por torsión". La figura 5.56.a muestra la forma de llegar a él, y la b) es una representación esquemática. En este caso, el arreglo de dislocaciones de borde sería muy inestable, por lo que se supone un modelo de dislocaciones de hélice.

No puede decidirse en este momento cuál de las dos teorías, la tipo d) de "estructura de transición" o la tipo e) de "capa amorfa", es más correcta. El problema está enfocado en el cálculo de la energía del límite de grano.

5.6.1.4: Geometría de los límites de granos: Las condiciones de energía hacen que la forma de unión de los "bordes de granos" adyacentes, sean ángulos de $\dots 120^\circ$ (figura 5.57.a), lo que dará lugar a una representación bidimensional ideal formada por hexágonos, figura 5.57.b.

Al querer pasar a una representación tridimensional, resulta más complejo el problema, pues no hay poliedros regulares que satisfagan las condiciones de energía y espacio. El tetracaidecaedro, que se muestra en la figura $\dots$ 5.57.c, pareciera ser el volumen más apropiado.

5.6.1.5: Propiedades de los límites de grano: El límite de grano es un lugar de alta energía de superficie, a la vez que su red, altamente distorsionada, posibilita la existencia de agujeros. Ambas condiciones hacen que las impurezas migren y la concentración de soluto en el borde de grano sea mayor que en el interior. Es un sitio preferencial para las transformaciones en estado

sólido tales como difusión, transformación de fase, reacciones de precipitación, etc. Estas transformaciones no permiten diferenciar claramente el efecto mecánico del borde de grano, del efecto debido a la segregación de impurezas.

Una de las características más marcadas del límite de grano, es el de "barrera" para las dislocaciones, que se "apilan" contra él.

5.6.2 - Flujo plástico de agregados.

Al deformar un monocristal, su parte central lo hace libremente, con tensión prácticamente uniforme y con un solo plano de deslizamiento actuante (zona I de "fácil deslizamiento"). Un agregado policristalino no puede modificar libremente su forma, pues los bordes de grano lo mantienen unido con los granos vecinos. Es éste el segundo factor de influencia de los bordes de grano, el primero era el "apilamiento de dislocaciones".

Taylor encontró que según las condiciones de continuidad y para que el agregado deforme homogéneamente, cada cristal debe "deslizar" según "cinco sistemas"; tres planos de deslizamiento, con dos direcciones en dos de ellos. Esta suposición ha sido demostrada parcialmente y, pareciera que el inconveniente mayor, es la suposición de deformación homogénea. En la figura 5.58, se aprecia la diferencia en deformación (alargamiento) y resistencia (dureza) en una probeta policristalina, indicadora de la inhomogeneidad de la deformación. No obstante, una teoría de "flujo plástico de agregados" permitiría calcular las curvas tensión-deformación de policristales, a partir de las del monocristal, aunque sea aproximadamente.

Kochendörfer propuso otro procedimiento. Considera que cada grano intenta fluir libremente por sus planos de deslizamiento y endureciendo sólo por su deformación. Luego agrega a este modelo el efecto endurecedor del borde de grano. Le ha permitido aproximar valores en estructuras ccc, pero no sirve para hexagonales.

5.6.3 - Efecto de una segunda fase.

Procuramos seguir los efectos al pasar de un monocristal a un policristal, veamos ahora qué sucede cuando pasamos de un metal de muy alta pureza, a uno de pureza comercial o a una aleación.

Normalmente, debido al proceso de obtención, los metales presentan impurezas o sea, restos de otros metales o elementos. Se tienen así los metales de "pureza comercial". Costosos métodos, como la "fusión zonal" permiten disminuir gradualmente esas impurezas, pero sin eliminarlas totalmente.

Una "aleación" está formada por un metal base, generalmente el de mayor proporción: elementos aleantes que dan las características de la aleación (los de menor proporción), constituyentes menores, agregados para modificar alguna propiedad en particular, como resistencia a la corrosión, aumentar nucleación, etc. y que son del orden del uno por ciento o menores; y finalmente, las impurezas.

Al agregar átomos de un elemento B a una estructura de átomos A, puede producirse:

- a) hay solubilidad de B en A, presentando una sola fase. Solución sólida.
- b) no hay solubilidad de B en A (ni parcial). Existen dos fases.
- c) hay interacción entre B y A. Se forman compuestos intermetálicos para determinadas composiciones.

5.6.3.1: Solución sólida: Existen dos tipos: i) si los átomos del soluto y solvente son de diámetros atómicos aproximadamente iguales, se forma "solución sólida sustitucional". Expresado más correctamente, debe cumplir con las "reglas de Hume-Rothery", y ii) si el diámetro del soluto es bastante menor, puede ocupar posiciones intersticiales en la red del solvente, caso del carbono, nitrógeno, oxígeno, boro, etc., formando una "solución sólida intersticial".

La resistencia a la deformación, para soluciones sólidas sustitucionales se incrementa con el aumento de la relación de diámetros atómicos. En la figura 5.59.a, se aprecia ese efecto para cobre, usando el cambio en el parámetro de red como medida de la relación de diámetros atómicos. Para el níquel, cuyo diámetro es 4.98 frente a 5.10 del cobre, no hay prácticamente endurecimiento al aumentar su contenido.

Siempre la solución sólida presenta mayor resistencia que el metal solvente puro, o sea, el efecto endurecedor es mayor y proporcional al contenido de soluto. La figura 5.59.c muestra el incremento de resistencia para distintas soluciones sólidas de hierro y la 5.59.b para cobre. La figura 5.60 grafica curvas tensión-deformación para aluminio con distintos agregados de solución sólida: a) magnesio, b) cobre y c) zinc.

Existen varias teorías sobre el endurecimiento por solución sólida, basadas en la interacción dislocación-impureza, descritas en el punto 5.5.4.8.

5.6.3.2: Impurezas: Puede decirse que las impurezas, sean solubles o insolubles, siempre aumentan la resistencia a la deformación del material. Ya vimos su efecto sobre la tensión tangencial crítica de deslizamiento en el punto 5.5.2.1. ii) y esos resultados pueden, en general, ser extrapolados a policristales.

5.6.3.3: Compuestos intermetálicos: Son frágiles y duros. Presentan alta resistencia a la fluencia y su ductilidad es cero. Hay algunas excepciones como el Au_3Fe o el CuZn , que permiten ligeras deformaciones.

5.6.3.4: Precipitados: Normalmente las aleaciones están formadas por dos o más fases, pudiendo presentarse alguna de ellas como dura y frágil, y en forma de precipitados. Estos precipitados incrementan el efecto de endurecimiento por solución.

Veamos qué sucede en base al modelo dislocacionista. Según la ecuación 5.29, una línea de dislocación se puede doblar bajo la acción de una tensión τ , mediante la fuerza:

$$f = \tau b = \frac{T}{R} = \frac{G b^2}{2 R}$$

o sea que el radio será:

$$R = \frac{G b}{2 \tau} \quad 5.39$$

En la figura 5.61 se consideran precipitados cuyas distancias entre sí d , guarda las relaciones:

- i) $d \ll R$
- ii) $d \simeq R$
- iii) $d \gg R$

En el primer caso, el radio de curvatura es mucho mayor que la distancia entre precipitados. La tensión interna actúa en ambos sentidos sobre la línea de dislocación, que se podrá mover con relativa facilidad. El frenado se debe a la interacción impureza-dislocación y es el caso de endurecimiento por solución sólida.

Cuando son iguales, caso ii), la línea tiene que pasar una región donde la tensión interna se opone al movimiento. Para vencerla debe incrementarse la tensión aplicada y es el caso de máximo endurecimiento por precipitación o "envejecimiento".

En el tercer caso, la línea flexiona y se mueve entre los precipitados, terminando por dejar anillos de dislocaciones alrededor de los mismos. Es el problema del "sobreenvejecimiento".

5.6.4 - Deformación en frío .

Llamaremos "deformación en frío", cuando la temperatura a que se deforma el metal, es por debajo de la de recrystalización. Observamos que se produce "endurecimiento por deformación". En el caso de monocristales, punto 5.5.7, se vió que la aparición de un segundo sistema de deslizamiento, endurecía marcadamente el metal. En el caso actual de policristales, el efecto de los límites de grano y de la interacción entre granos vecinos, hace que siempre haya deslizamiento múltiple, con lo que el endurecimiento es mucho mayor. Se puede apreciar lo dicho en la figura 5.62, curva para monocristal de zinc deformado por el plano basal y policristal recocido.

Hay que tener presente el efecto del tamaño de grano, que aumenta notablemente el endurecimiento. La figura 5.63 compara policristales de diferentes tamaño de grano con monocristal de aluminio 99.99 %.

Una forma de medir el "endurecimiento por deformación", es analizando las curvas tensión-deformación. Según el punto 2.8.2 y considerando que las curvas son aproximadamente parabólicas, valdría la ecuación 2.80 de Ludwik:

$$\sigma = Y + H \varphi^m \quad 5.40$$

o la simplificación de Hollomon:

$$\sigma = H \cdot \varphi^m \quad 5.41$$

el exponente "m" caracteriza el endurecimiento. En el mismo dibujo de la figura 5.63, se dan esos exponentes.

La "dureza" es otra medida de endurecimiento. Este ensayo no es más que la "resistencia a la indentación" del metal. Aplicando análisis de Meyer a ensayos de dureza Brinnell efectuado con distintos tamaños de bolas y diferentes cargas, obtenemos:

$$P = h \cdot d^n \quad 5.42$$

donde: P - carga

h - constante del metal

d - diámetro de la impresión

n - "índice de Meyer" - da la medida del endurecimiento.

La deformación en frío produce modificación en los diagramas de difracción de rayos X. En los diagramas de Laue produce "asterismos" y en los de Debye-Scherrer ensanchamiento de las rayas.

Los "asterismos" parecieran debidos a la distorsión no-homogénea y, el "ensanchamiento" a precipitaciones, fallas de empaquetamiento, micro- y macro-tensiones, aparición de subestructuras de deformación, etc.

Estudios con microsondas de rayos X, han verificado en cierta forma la existencia de "subestructuras de deformación". La figura 5.64 da un modelo, en el que se aprecian regiones de estructura perfecta, con sublímites distorsionados de alta densidad de dislocaciones.

La mayoría de la energía entregada a un metal para deformarlo en frío, se convierte en calor. Sólo una cantidad del diez por ciento, queda almacenada aumentando la energía interna (stored energy). Esta "energía almacenada" mantiene una cierta proporción con el punto de fusión del metal y con el soluto para el caso de solución sólida. La mayor parte se debe a la generación e intersección de dislocaciones y, en menor grado, a los defectos puntuales. En el punto 7 se volverá sobre el problema de la deformación en frío.

5.6.5 - Deformación en caliente.

Los metales presentan baja resistencia a la deformación en caliente. En la misma forma que procuramos entender cómo y porqué deforman en frío, haremos ahora en caliente, considerando como tal una relación de temperaturas $T/T_f \approx 0.7$. Veamos qué caracteriza a la deformación en caliente:

- a) Como ya se indicó en el punto 5.5.2.1.i), con el aumento de temperatura disminuye el valor de la tensión tangencial de nuevos sistemas de deslizamiento.
- b) Las vacancias, en equilibrio térmico en la red, se incrementarán con el aumento de temperatura. Por ejemplo, para el cobre:

T/T_f	T	N_v
0	0°K	0
0.22	300°K	3×10^{-15} (temp. amb.)
0.74	1000°K	4×10^{-5} (def. en cal.)
0.99	1350°K	6×10^{-4} (cerca de fusión)

donde N_v es el número de vacancias en porcentaje.

- c) La difusión es otro proceso activado térmicamente, por lo cual aumentará notablemente la movilidad de los defectos puntuales; vacancias, intersticiales e impurezas.

- d) La suma de los efectos b. y c., trae aparejada la posibilidad del "trepado de dislocaciones" como movimiento de las mismas que contribuya realmente a la deformación. Desaparece así el "apilamiento" frente a los bordes de grano, para dar lugar al "trepado", aumentando asimismo el movimiento de las muescas.
- e) La velocidad de deformación es, en general, alta, a diferencia del proceso de escurrimiento (creep) en la que es muy pequeña. Se considera mayor de 5 % por segundo. La velocidad de deformación influye notablemente sobre la resistencia a la deformación, como se verá en el punto 7.
- f) Se puede producir, debido al trepado rápido de dislocaciones, una subestructura "poligonizada".
- g) Tiene lugar el fenómeno de "recuperación y recristalización", que se verá junto con el f. en el punto 7.

La suma de los efectos enunciados, hacen que desaparezca el endurecimiento, adquiriendo el metal una nueva estructura final, que dependerá de la historia térmica y plástica de la deformación, en caliente y en frío. La figura 5.65 muestra como disminuye el efecto endurecedor, a medida que aumenta la temperatura, o la relación de temperaturas.

5.7 ALGUNOS EFECTOS PARTICULARES.

Para terminar este tercer punto, veremos fenómenos o efectos, enunciados someramente en la introducción del curso.

5.7.1 - Efecto Bauschinger

Ya descripto en el punto 1.4. Veamos qué sucede en monocristales cuando se invierte el sentido de la tensión aplicada. En el punto 5.5.4.7 se vió el "apilamiento" de dislocaciones frente a un obstáculo. Se dijo que ese apilamiento frenaba las dislocaciones, creando una "tensión antagónica" (back stress) que se opone a la tensión aplicada en el plano de deslizamiento. Si ahora invertimos el sentido de deslizamiento, esa "tensión antagónica" se suma al efecto de la nueva tensión aplicada, produciendo un efecto de "ablandamiento" en el monocristal. La figura 5.66 muestra las curvas tensión-deformación para zinc, que es óptimo para visualizar el efecto, ya que desliza sólo en el plano basal.

Volveremos ahora a la curva de la figura 1.5, para explicar el efecto Bauschinger en policristales, no es suficiente el efecto de la "tensión antagónica", es necesario considerar las "microtensiones residuales". Mediante un modelo sencillo, veamos cómo se producen: en la figura 5.67.a tenemos

dos cristales A y B unidos por un límite de grano, y cuyas curvas tensión-deformación están dibujadas. Como presentan diferentes orientaciones, sus módulos elásticos según la dirección de la tensión que se aplicará, serán distintos. b. se comprime el conjunto y, mientras el grano B se mantiene en la zona elástica, el grano A deformará plásticamente. De no existir el borde grano como vínculo, al descargar, los granos A y B tomarían las dimensiones dadas en c., pero la restricción impuesta por el mismo hace que el cristal (d), quede traccionado (el A), y el cristal B comprimido. Estas microtensiones residuales se suman a las tensiones antagónicas y al invertir el sentido de la carga, disminuirá apreciablemente el valor de la tensión necesaria para deformar nuevamente el conjunto de los dos granos.

5.7.2- Punto de fluencia (Yield point)

En el punto 1.2 describimos dos ensayos de tracción, en el segundo aparecía el llamado "punto de fluencia". La figura 5.68 magnifica la zona elástica y de transición elástico-plástica. Repitamos paso a paso el ensayo. La carga alcanzado el 'punto de fluencia superior' ó "p.f.s." (upper yield point) baja súbitamente y fluctúa alrededor de un valor prácticamente constante, "punto de fluencia inferior" ó "p.f.i." (low yield point), para finalmente, continuar con un incremento por endurecimiento normal. Conviene destacar estas dos observaciones:

- i) la deformación es heterogénea y se produce según bandas discretas que veremos a continuación.
- ii) si una vez en la zona plástica, se suspende la carga y luego se vuelve a reiniciar el ensayo, ya no aparece el "punto de fluencia", dando una curva con la misma envolvente que la anterior.

5.7.2.1: Bandas de Lüder: Son llamadas también "bandas de Piobert", "líneas de Hartmann" ó "marcas de deformación" (stretcher strain marks). Aparecen en el momento en que cae bruscamente la carga.

Se inicia sobre un borde de la probeta (figura 5.69) y se propaga a través de cientos de cristales hasta el otro borde, formando un ángulo bien definido con el eje de tracción y caso coincidente con el de máxima tensión tangencial, (de 45° á 55°). Luego la banda se desplaza a lo largo de la probeta. Durante esta propagación, se forman otras bandas, que también se mueven a lo largo y terminan cubriendo toda la probeta. Cada mínimo de la curva indica la formación de una nueva banda. Al cubrir toda la probeta, la deformación se hace homogénea y marca el fin de la "elongación del punto de fluencia".

El "punto de fluencia" se ha encontrado primero en acero de bajo

carbono, con una elongación de hasta 12 %. Posteriormente se encontró en molibdeno, niobio, tantalio y titanio (estructuras ccc), aleaciones aluminio-magnesio (estructura ccc). En forma menos pronunciada, se ha encontrado en monocristales de zinc y cadmio conteniendo nitrógeno. En definitiva, este fenómeno se encuentra en las tres estructuras cristalinas.

5.7.2.2: Punto de fluencia superior: Siempre se asocia a pequeñas cantidades de impurezas intersticiales o sustitucionales. Se encontró que eliminando totalmente el carbono y el nitrógeno del acero, no aparecía punto de fluencia definido, lo que corrobora la teoría. Basta sin embargo 0,001 % de alguno de esos dos elementos, para que reaparezca.

Es aceptada la "teoría de Cottrell" para explicarlo, basada en la "nube de impurezas" que rodea a las dislocaciones, como viéramos en el punto 5.5.4.8. La ecuación 5.36 da la concentración local de impurezas. Estas, en régimen estacionario, se condensan formando una línea paralela a la línea de la dislocación y a aproximadamente dos espacios atómicos del núcleo de la dislocación de borde.

La tensión que se debe aplicar para "arrancar la dislocación de la línea de átomos de impurezas será:

$$\tau \approx \frac{A}{b^2 r_0^2} \quad 5.43$$

donde: A - parámetro de interacción (ec. 5.33)

r_0 - distancia $\approx 2 \times 10^{-8}$ cm

Una vez en movimiento, la tensión para continuarlo es mucho menor, de aquí la brusca disminución hasta el "punto de fluencia inferior".

La "atmósfera de impurezas" ejerce una fuerza de atracción que tiende a volver a la línea de dislocación a su lugar primitivo. Si la dislocación se mueve a baja velocidad, puede arrastrar su atmósfera. La máxima velocidad a la que la línea de dislocación se movería arrastrando la atmósfera será:

$$v = \frac{D}{kT} \frac{A}{r^2} \quad 5.44$$

Si la velocidad es mayor, la atmósfera quedará atrás y la dislocación será totalmente libre. En caso contrario, se producirán fluctuaciones en la curva, correspondientes a la interacción dislocación-atmósfera.

5.7.2.3: Envejecimiento por deformación (strain aging): Es otro fenómeno asociado con el "punto de fluencia". Al hablar del mismo, destacamos que al descargar y cargar nuevamente una probeta, desaparecía el punto de fluencia, Pero si dejamos pasar un cierto tiempo a temperatura no muy alta, pero suficientemente para que las impurezas difundan y se vuelvan a reagrupar alrededor de las dislocaciones, encontramos que las vuelve a "anclar", reapareciendo el "punto de fluencia" y, llegando a producirse en ciertos casos, endurecimiento del metal.

La figura 5.70 indica el efecto del envejecimiento por deformación en acero con 0.004 % de nitrógeno. El ensayo se interrumpió con un 4 % de deformación (punto 0) y las probetas se envejecieron a 60° C diferentes tiempos, como se indica:

curva A: 1/2 hora

curva B: 1 y 1/2 horas

curva C: 2 y 1/2 horas

La curva A, reaparece el "punto de fluencia", pero luego continúa con los valores originales. En la curva B, se produce un incremento de resistencia, si bien se mantiene el grado de endurecimiento por trabajado, mientras que en la curva C., éste último también ha aumentado.

El nitrógeno es más importante que el carbono en este fenómeno, por su mayor solubilidad y alto coeficiente de difusión. Para controlar el "envejecimiento por deformación" se procura mantener bajos el carbono y el nitrógeno en solución, mediante el agregado de elementos que los combinan, dando carburos o nitruros. Se usan aluminio, vanadio, titanio, niobio y boro a este fin. Otra solución es deformar un uno á dos por ciento las chapas en "enderezadoras a rodillos" o por medio de una "pasada pelicular" (skin pass) en laminadora, usándose inmediatamente para , para evitar que envejezca.

5.7.2.4: Efecto Portevin-Le Chatelier: Está caracterizado también por la deformación heterogénea efectuada mediante bandas sucesivas, que dan una curva de fluencia discontinua, pero ahora, localizada ya en la región plástica. Las bandas son más inclinadas que las de Lüders, formando ángulos de 55° á 60° y la velocidad de propagación es mucho mayor.

Se produce principalmente en aleaciones sobresaturadas, con bajos límites de solubilidad. Por ejemplo en aluminio-magnesio (5 %), como indica la figura 5.71.a. Las bandas de propagación en forma discontinua, comenzando en un punto y llegando hasta el otro extremo de la probeta. Si el mismo ensayo se efectúa en una máquina de ensayos "blanda", que mantiene carga constante, se obtendría la curva de la figura 5.71.b, en la cual las fluctuaciones son reemplazadas por mesetas. La diferencia en este caso, de una máquina de ensayos "dura" y "blanda" está indicada en la figura 5.71.c.

Este efecto depende básicamente de tres factores: temperatura, velocidad y deformación. Se produce por acumulación alrededor de las dislocaciones, de nubes de impurezas, que corresponden a un estado intermedio entre solución sólida sobresaturada y precipitación. Las dislocaciones liberadas en una zona de la probeta por donde pase el frente de banda, pueden ser recapturadas por la nube de impurezas al actuar una segunda banda. O sea, se producen sucesivamente "fluencia" y "envejecimiento" durante el ensayo, dadas las bajas velocidades de deformación y el relativamente alto coeficiente de difusión. Existe una relación entre ambos: $d \varphi / dt$ y D .

5.7.2.5: Fragilidad en azul (blue brittleness): La llamada "región de fragilidad en azul" se encuentra en aceros de bajo carbono, entre los 150°C y los 370°C, como muestra la figura 5.72. Se caracteriza por la "fluencia discontinua" o "repetida", siendo un fenómeno de "envejecimiento por deformación", pero muy acelerado. La figura 5.72b es de un acero con 0.02 % de carbono, ensayado a temperatura ambiente y a 205°C.

5.8 BIBLIOGRAFIA

En este punto, se ha considerado conveniente clasificar la bibliografía, no solamente en básica y de consulta, sino también por puntos.

Punto 5.3 - a) Básica

- 5.1 Estructura de los Metales: C. Barret (Aguilar-1957) Traducido de Structure of Metals (Mc Graw Hill-1952)-Cap.1 (p.2-18)
- 5.2 Physical Metallurgy Principles: R. Reed-Hill (Van Nostrand-1964) - Cap. 1 (pág. 3-25)
- 5.3 Principios Básicos de Metalurgia: A.B.M. (A. B.M. -1959)-Punto 4.
- 5.4 Física del Estado Sólido: C. Kittel (Reverté - 1965) Traducido de "Introduction to Solid States Physics" (John Wiley -1956)-Cap. 1 (pág. 1-35)
- 5.5 Étude de la Plasticité et application aux Metaux: B. Jacot (Dunod - 1965) - Cap. 3 (pág. 76-86)

b) de consulta

- 5.6 Elementary Crystallography: Buerger (John Wiley - 1956)

Punto 5.4-a) básica

5.4 Cap. 3 (pág. 84-101)

5.5 Cap. 3 (pág. 90-103)

b) de consulta

5.7 Physical Properties of Crystals: J. Nye (Oxford - 1957) -
Cap. 1, 2, 5 y 8.

Punto 5.5 - En general

a) básica

5.1 Cap. 15 (pág. 429-451)

5.2 Cap. 4 (pág. 95 - 129)

5.3 Puntos 6 7 y 9.

5.8 Mechanical Properties of Metals: McLean (John Wiley -
1962) Cap. 4 y 5 (pág. 69-161).

b) de consulta

5.5 Cap. 6 y 7 (pág. 187 - 261)

5.10 Physical Metallurgy: B. Chalmers (John Wiley - 1959)

Punto 5.5.4 - En particular

a) básica

5.1 Cap. 16 (pág. 502-529)

5.4 Cap. 19 (pág. 526-559)

5.5 Cap. 4 (pág. 104-154)

5.8 Cap. 6 (pág. 158-189)

5.9 Cap. 2 (pág. 11 - 50)

5.11 Cold Working of Metals: A.S.M. (ASM - 1949) - Cap. 7
"Dislocations Theory": W. Shockley (pág. 131-146)

5.12 Theory of Dislocations: A.H. Cottrell (Progress in Metal
Physics. Vol. I, 1949) - (pág. 77-126)

- 5.13 Relation of Properties to Microstructure: A.S.M. (ASM-1954) - (pág. 131-162)
- 5.14 Structure of Metals: Institution of Metallurgists (Iliffe and Sons- 1959) - Puntos 3 y 4 (pág. 59-113)
- 5.15 Elementary Dislocation Theory: J. y J.R. Weertman (McMillan-1964)

b) de consulta

- 5.16 Direct Evidence of Dislocations: P.Hirsch (Metallurgical Reviews - Vol. 4 - 1959) - (pág. 101 - 140)
- 5.17 Theory of Dislocations: A.H.Cottrell (Progress in Metal Physics - Vol. 4 - 1953) - (pág. 205-264)
- 5.18 Dislocations in Crystals: W.T.Read (McGraw Hill-1953)
- 5.19 Dislocations and Plastic Flow in Crystals: A.H.Cottrell (Oxford- 1953)
- 5.20 Dislocations and Mechanical Properties of Crystals: Editors; Fisher, Johnston, Thomson and Vreeland (John Wiley -1957)
- 5.21 Imperfections in Crystals: H.C.van Beuren (North Holland - 1961).
- 5.22 Dislocations: Friedel (Addison Wesley - 1964)

Punto 5.6 - a) Básica

- 5.1 Cap. 15 (pág. 451 - 489)
- 5.2 Cap. 5 (pág. 130-154)
- 5.3 Ponto 10
- 5.8 Cap. 5 (pág. 118-157)

b) de consulta

- 5.5 Cap. 8 (pág. 362-547)
- 5.23 Grain Boundaries in Metals: McLean (Oxford - 1957)

Punto 5.7 - a) básica

- 5.9 Cap. 6 (pág. 190-221)

TABLA 5. II

Valores de coeficientes y módulos elásticos para algunos metales
(Boas y Mackenzie - Progress in Metal Physics - Vol. 2-pág.103)

A. COEFICIENTES DE ELASTICIDAD en 10^{-6} cm ² /kg							
	s_{11}	s_{12}	s_{44}	s_{33}	s_{13}	s_{14}	s_{66}
Aluminio	1.56	-0.57	3.45				
Níquel	0.783	-0.305	0.828				
Cobre	1.46	-0.61	1.30				
Plata	2.27	-0.974	2.24				
Oro	1.99	-1.04	2.33				
Plomo	9.1	-4.2	6.7				
Hierro α	0.742	-0.276	0.845				
Molibdeno	0.27	-0.076	0.89				
Tungstenio	0.252	-0.071	0.648				
Magnesio	2.172	-0.755	5.91	1.936	-0.483		
Zinc	0.82	+0.11	2.58	2.81	-0.760		
Cadmio	1.20	-0.14	5.29	3.48	-0.91		
Antimonio	1.73	-0.37	4.0	3.31	-0.83	-0.7	
Bismuto	2.63	-1.3	10.47	2.81	-0.60	+1.56	
Estaño β	1.81	-0.97	5.58	1.15	-0.24		13.2
Al+1.1% at. Cu	1.5	-0.67	3.6				
Cu+26.5% at Zn	1.90	-0.819	1.36				
Cu+46.5% at Zn	3.80	-1.49	0.567				

B. MODULOS DE ELASTICIDAD en 10^6 kg/cm ²							
	c_{11}	c_{12}	c_{44}	c_{33}	c_{13}	c_{14}	c_{66}
Aluminio	1.10	0.634	0.289				
Níquel	2.55	1.63	1.208				
Cobre	1.73	1.25	0.76				
Plata	1.22	0.914	0.444				
Oro	1.89	1.60	0.428				
Plomo	0.49	0.42	0.147				
Hierro α	2.42	1.44	1.183				
Molibdeno	4.7	1.82	1.11				
Tungstenio	5.11	1.01	1.544				
Magnesio	0.569	0.255	0.169	0.622	0.212		
Zinc	1.66	0.261	0.386	0.635	0.518		
Cadmio	1.23	0.490	0.189	0.523	0.451		
Antimonio	0.808	0.304	0.291	0.435	0.266	0.11	
Bismuto	1.92	-0.92	1.10	0.449	0.215	-0.43	
Estaño β	0.855	0.496	0.178	0.986	0.28		0.075
Al+2.2% at Cu	3.14	2.68	0.275				
Cu+26.5% at Zn	1.50	1.13	0.73				
Cu+46.5% at An	0.527	0.341	1.76				

Tabla 5.III

Módulos elásticos isótropos para diferentes metales.-

(W. Köster - Appl. sci. Res. - Section A, Vol. 4 - pag. 329)

1	2	3	4	5	6
Metal	K	E	G	ν_{med}	ν
1	2	3	4	5	6
Metall	K kg/mm ²	E kg/mm ²	G kg/mm ²	$\mu_{geom.}$	μ
Li	1 160 ^{*)}	1 170 ^{*)}	430 ^{*)}		0,36
Na	705 ^{*)}	910 ^{*)}	345 ^{*)}		0,32
K	305 ^{*)}	360 ^{*)}	130 ^{*)}		0,35
Rb	290 ^{*)}	240 ^{*)}			0,36
Cs	170 ^{*)}	250 ^{*)}			0,35
Be	11 750 ^{*)}	31 550 ^{1*)}	14 970 ^{1*)}		0,05
Mg	3 400 ^{*)}	4 515 ^{1*)}	1 770 ^{*)}		0,28
Ca	1 760 ^{*)}	2 000 ^{1*)}	750 ^{*)}		0,31
Sr	1 230 ^{*)}	1 600 ^{*)}	620 ^{*)}		0,28
Ba	980 ^{*)}	1 290 ^{1*)}	500 ^{*)}		0,28
Al	7 470 ^{*)}	7 190 ^{1*)}	2 680 ^{1*)}	0,343 ^{1*)}	0,34
La	2 850 ^{*)}	3 820 ^{1*)}	1 500 ^{*)}		0,28
Ti	12 600 ^{1*)}	10 830 ^{1*)}	4 060 ^{1*)}		0,34
Zr	9 150 ^{1*)}	9 400 ^{1*)}	3 500 ^{1*)}		0,33
Hf	11 150 ^{1*)}	14 100 ^{1*)}	3 540 ^{1*)}		0,29
Th	5 510 ^{*)}	7 450 ^{1*)}	2 860 ^{1*)}		0,30
V	16 530 ^{*)}	12 950 ^{1*)}	4 760 ^{1*)}		0,36
Nb	17 670 ^{*)}	10 600 ^{1*)}	3 820 ^{1*)}		0,39
Ta	21 050 ^{1*)}	17 830 ^{1*)}	7 000 ^{*)}	0,35 ^{1*)}	0,35
Cr	19 420 ^{*)}	19 000 ^{*)}	7 300 ^{*)}		0,31
Mo	28 000 ^{1*)}	30 650 ^{1*)}	11 800 ^{1*)}	0,30 ^{1*)}	0,31
W	31 860 ^{*)}	39 600 ^{1*)}	15 430 ^{1*)}	0,29 ^{1*)}	0,29
U	10 400 ^{*)}	20 900 ^{1*)}	8 500 ^{1*)}		0,23
Mn	12 690 ^{*)}	20 160 ^{1*)}	7 800 ^{*)}		0,24
Fe	17 163 ^{*)}	21 690 ^{1*)}	8 470 ^{1*)}	0,280 ^{1*)}	0,28
Co	18 670 ^{*)}	20 800 ^{1*)}	7 770 ^{1*)}		0,32
Ni	19 060 ^{*)}	20 540 ^{1*)}	7 850 ^{1*)}	0,309 ^{1*)}	0,31
Ma	29 000 ^{*)}	41 500 ^{*)}	16 500 ^{*)}		0,26
Re	37 000 ^{*)}	53 000 ^{*)}	21 000 ^{*)}		0,26
Ru	29 500 ^{*)}	44 000 ^{*)}	17 600 ^{*)}		0,25
Os	38 000 ^{*)}	57 000 ^{*)}	22 800 ^{*)}		0,25
Rh	28 010 ^{*)}	38 640 ^{1*)}	15 300 ^{*)}	0,27	0,27
Ir	37 800 ^{1*)}	53 830 ^{1*)}	21 400 ^{*)}	0,26 ^{1*)}	0,26
Pd	19 090 ^{*)}	11 480 ^{1*)}	1 120 ^{1*)}	0,393 ^{1*)}	0,39
Pt	28 090 ^{*)}	17 080 ^{1*)}	6 220 ^{1*)}	0,387 ^{1*)}	0,39
Cu	13 390 ^{*)}	12 500 ^{1*)}	4 640 ^{1*)}	0,348 ^{1*)}	0,35
Ag	10 180 ^{*)}	8 050 ^{1*)}	2 940 ^{1*)}	0,379 ^{1*)}	0,37
Au	17 460 ^{*)}	8 020 ^{1*)}	2 822 ^{1*)}	0,420 ^{1*)}	0,42
Zn	6 170 ^{*)}	9 400 ^{1*)}	3 790 ^{*)}	0,29 ^{1*)}	0,29
Cd	4 850 ^{*)}	5 090 ^{1*)}	1 960 ^{1*)}	0,295 ^{1*)}	0,30
Hg	2 900 ^{*)}	—			
Ga	5 000 ^{1*)}	1 000 ^{*)}	430 ^{*)}		0,47
In	4 010 ^{1*)}	1 070 ^{1*)}	380 ^{*)}		0,46
Tl	3 710 ^{1*)}	810 ^{1*)}	280 ^{*)}		0,46
Si	32 600 ^{1*)}	11 500 ^{1*)}	4 050 ^{*)}		0,44
Ge	7 110 ^{*)}	8 000 ^{*)}	3 000 ^{*)}		0,33 ^{1*)}
Sn	5 200 ^{1*)}	5 540 ^{1*)}	2 080 ^{1*)}	0,335 ^{1*)}	0,33
Pb	4 220 ^{*)}	1 656 ^{1*)}	573 ^{1*)}	0,446 ^{1*)}	0,44
Sb	3 700 ^{*)}	5 600 ^{1*)}	2 040 ^{1*)}		0,34
Bi	3 300 ^{*)}	3 250 ^{1*)}	1 220 ^{1*)}	0,329 ^{1*)}	0,33

Tabla 5.IV

Planos y direcciones de deslizamiento para diferentes metales.

(Barrett - Estructura de Metales - pag. 430)

Estructura	Metal	Baja Temperatura		Alta Temperatura	
		plano	dirección	plano	dirección
CCC	Al	(111)	[110]	(100)	[110]
	Cu - Ag - Au - Ni - Pb -	(111)	[110]		
	Cu - Au	(111)	[110]		
	Cu-Zn α	(111)	[110]		
	Cu-Al α	(111)	[110]		
	Al-Cu	(111)	[110]		
	Al-Zn	(111)	[110]		
	Au-Ag	(111)	[110]		
CC	Fe α	(110) (112) (123)	[111] [111] [111]		
	Mo	(112)	[111]	(110)	[111]
	W	(112)	[111]		
	K	(123)	[111]		
	Na	(112)	[111]	(110) (123)	[111] [111]
	Cu-Zn β	(110) (112)	[111] [111]		
	Fe+ 5% Si	(110)	[111]		
HC	Mg	(0001) (10 $\bar{1}1$)	[11 $\bar{2}0$] [11 $\bar{2}0$]	(10 $\bar{1}1$)	[11 $\bar{2}0$]
	Cd - Zn Be - Te	(0001)	[11 $\bar{2}0$]		
	Ti - Zr	(10 $\bar{1}0$)	[11 $\bar{2}0$]		
Romboédr.	Bi	(111)	[10 $\bar{1}$]		
Tetragonal	Sn β	(110)	[001]	(110)	[111]
		(100)	[001]		
		(101)	[101]		
		(121)	[101]		

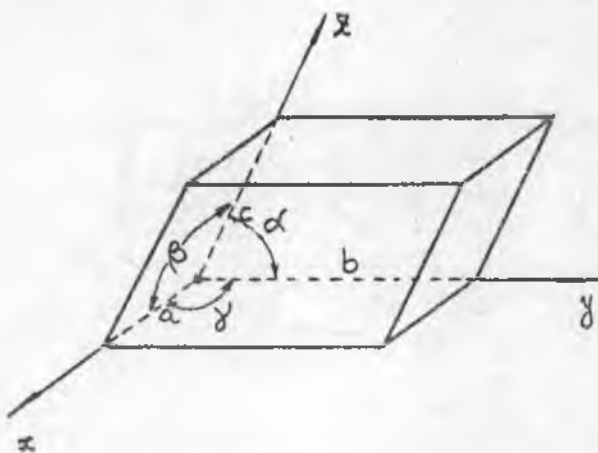


Figura 5.1

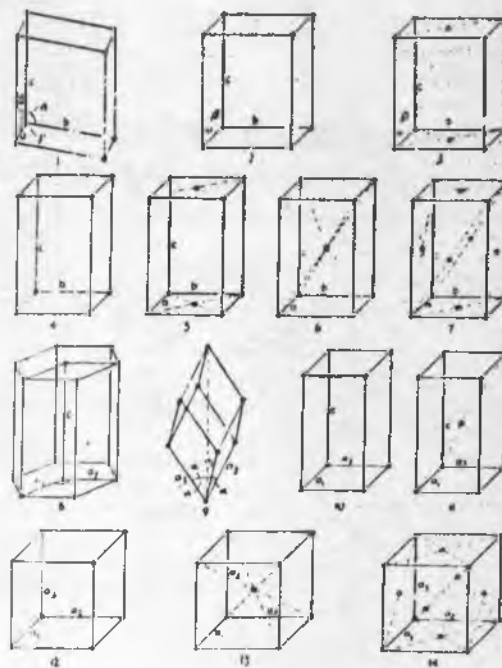


Figura 5.2

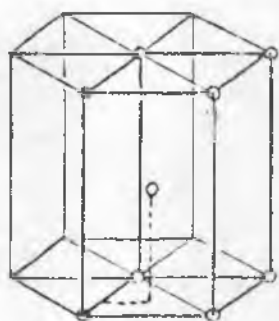


Figura 5.3

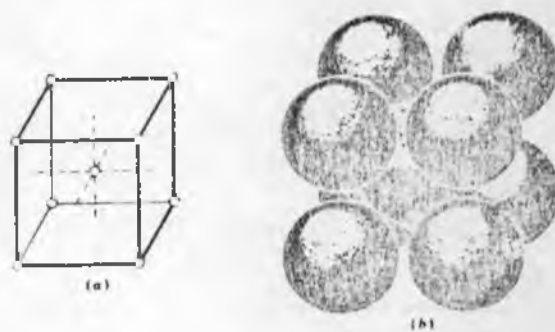


Figura 5.4.a

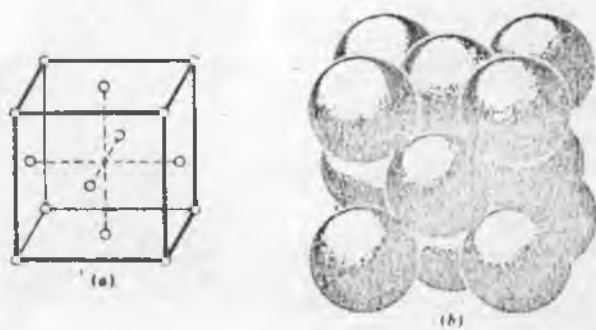


Figura 5.4.b

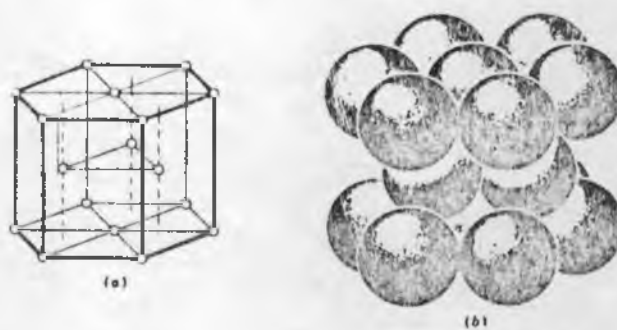


Figura 5.4.c

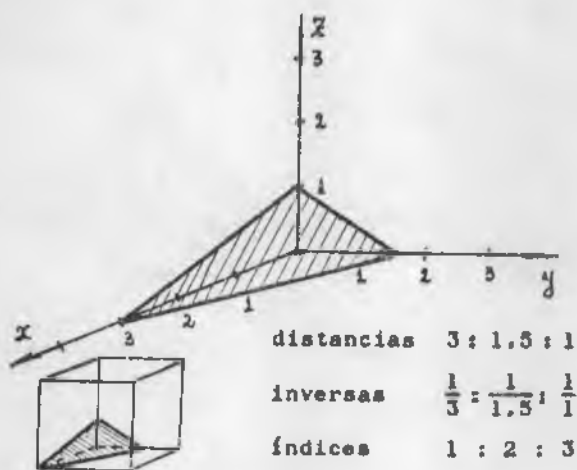


Figura 3.5

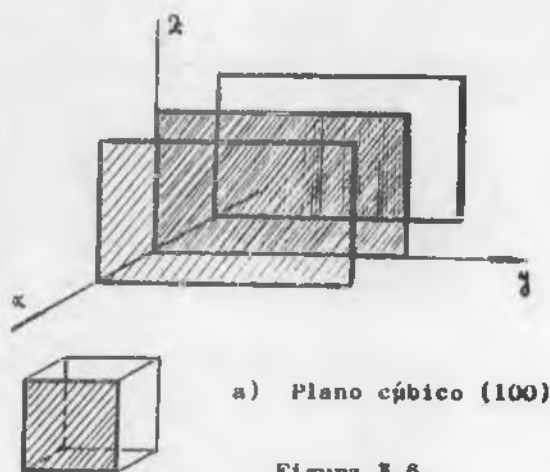


Figura 3.6

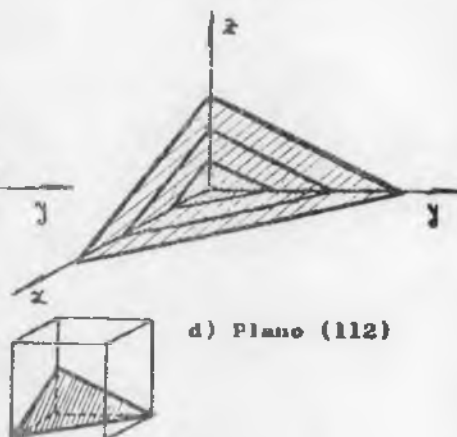
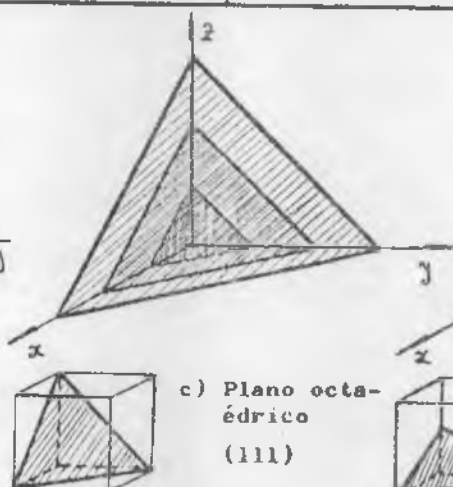
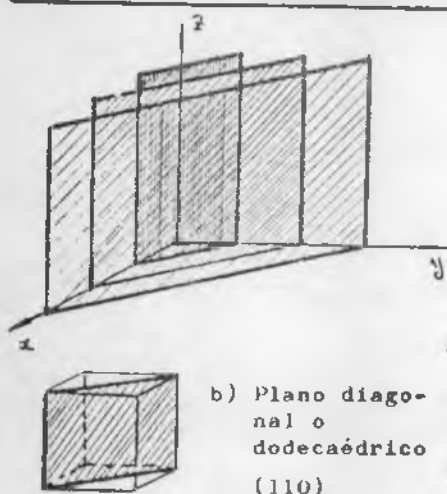


Figura 3.6

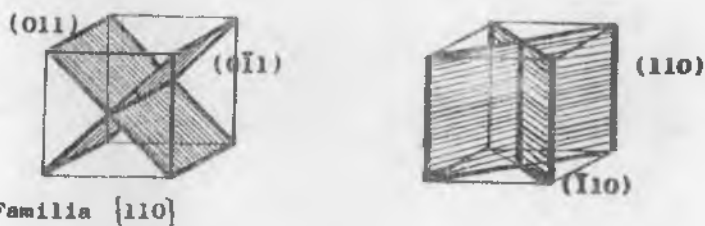
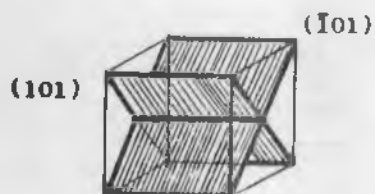
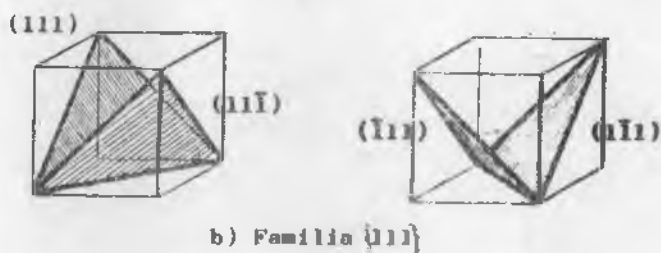
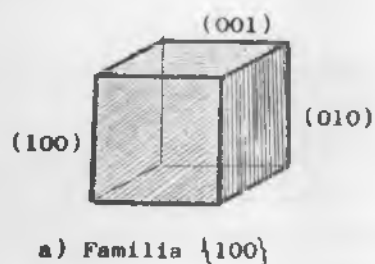
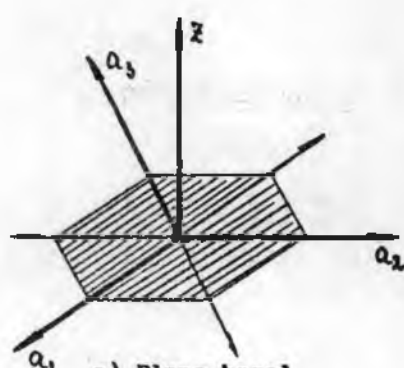
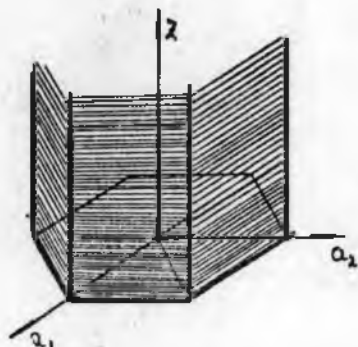


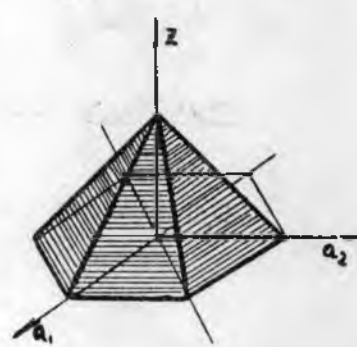
Figura 3.7



a) Plano basal
(0001)



b) Planos prismáticos
(1100)



c) Planos piramidales
(1011)

Figura 5.8

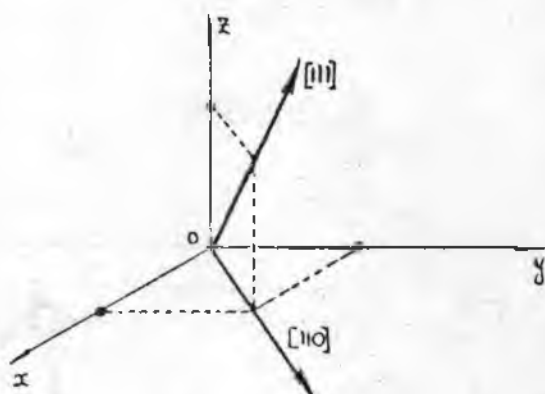


Figura 5.9

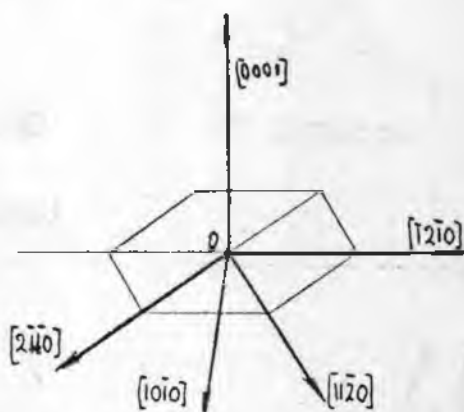
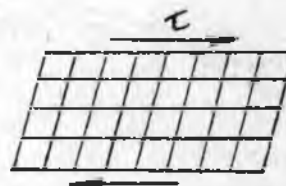


Figura 5.10



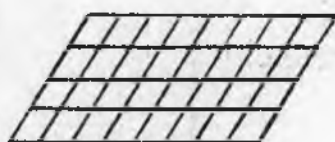
0 - sin carga



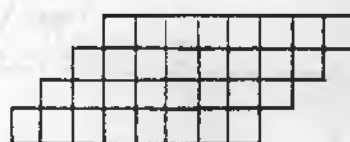
0 - elástico



a)



b)

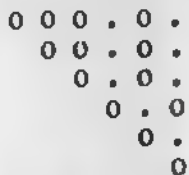


c)

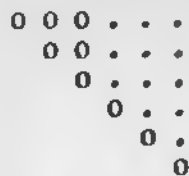
Figura 5.11



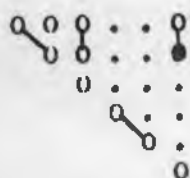
Triclinico (21)



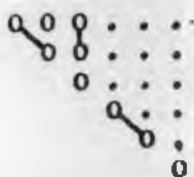
Monoclínico (13)



Ortorrómbico (9)



Tetragonal (7)

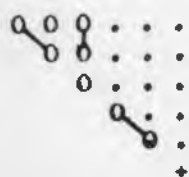


Tetragonal (6)



Romboédrico (6)

0 = - •



Hexagonal (5)



Cúbico (3)



Isotrópico (2)

Figura 3.12

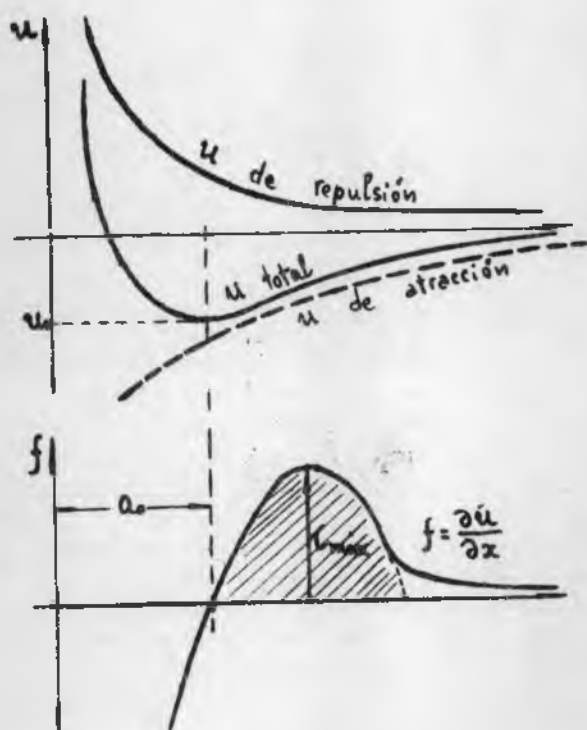


Figura 3.13

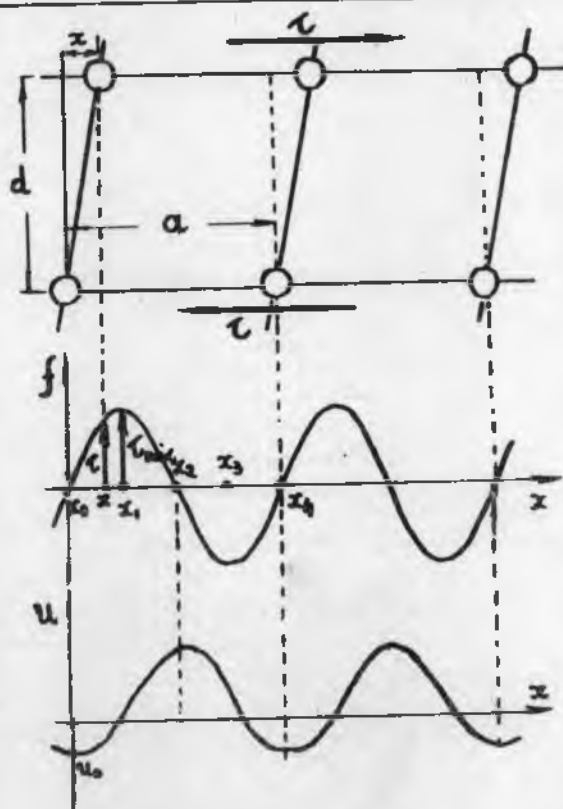
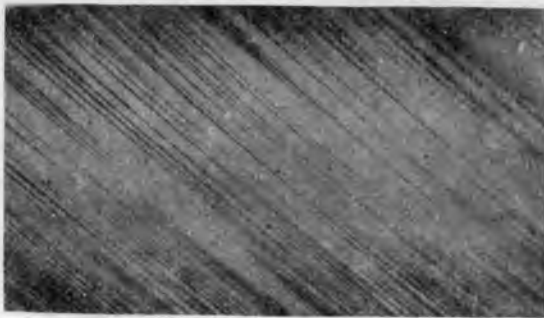


Figura 3.14



(b)



(c)

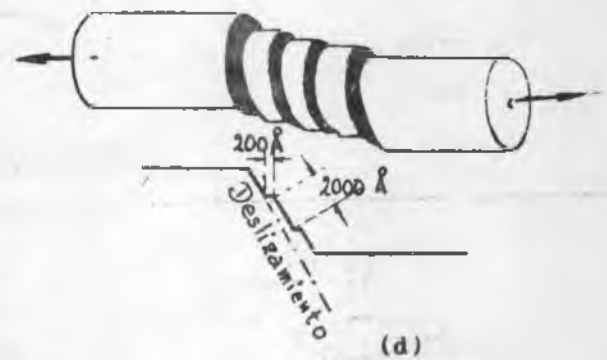
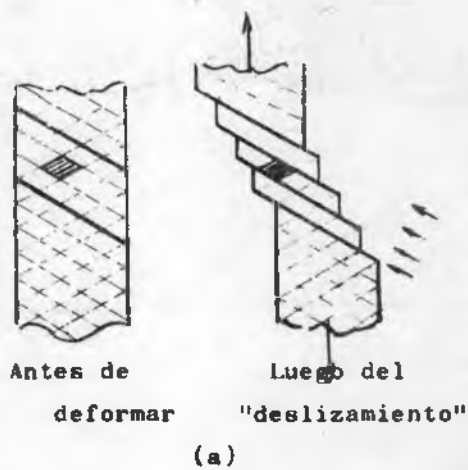
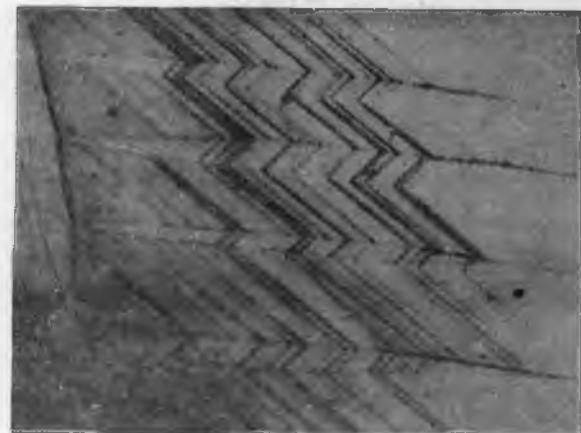
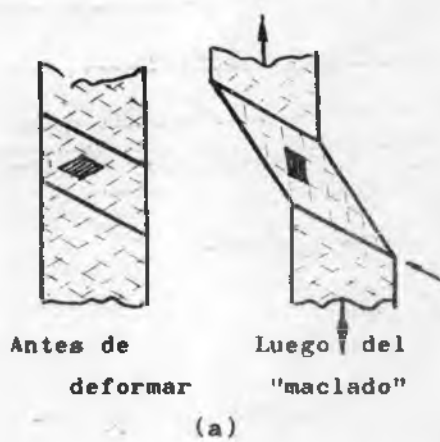


Figura 5.15



(b)

Figura 5.16

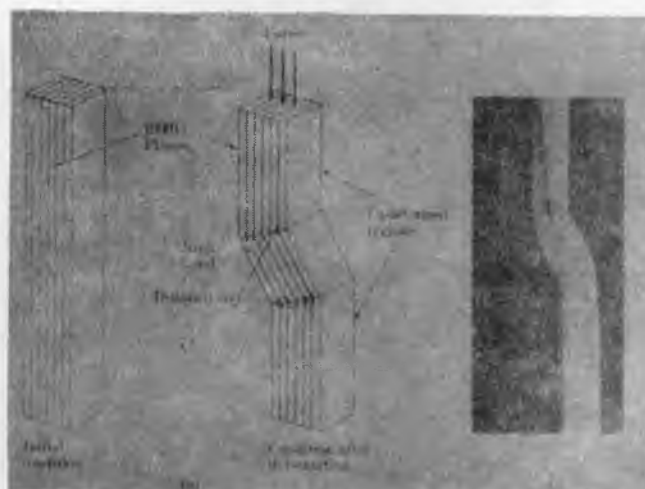


Figura 5.17

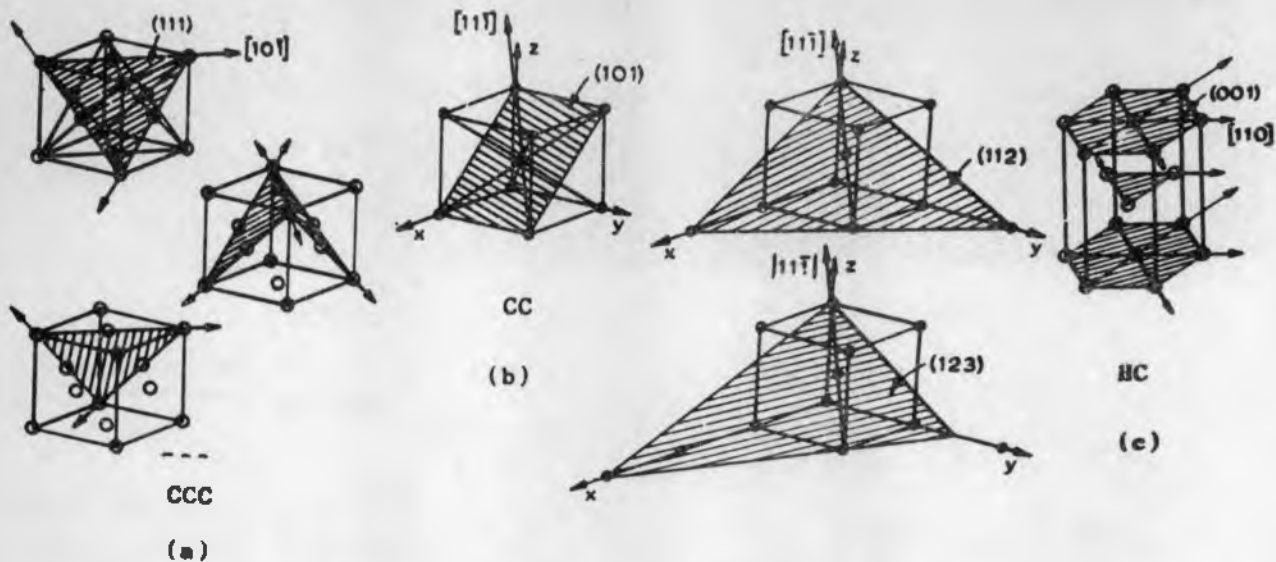


Figura 3.18

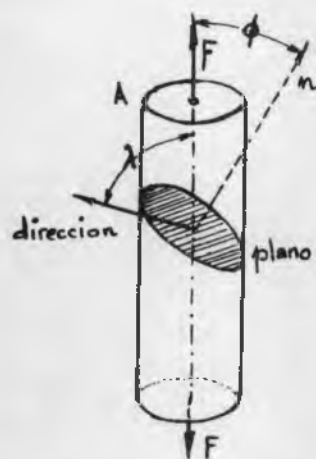


Figura 3.19

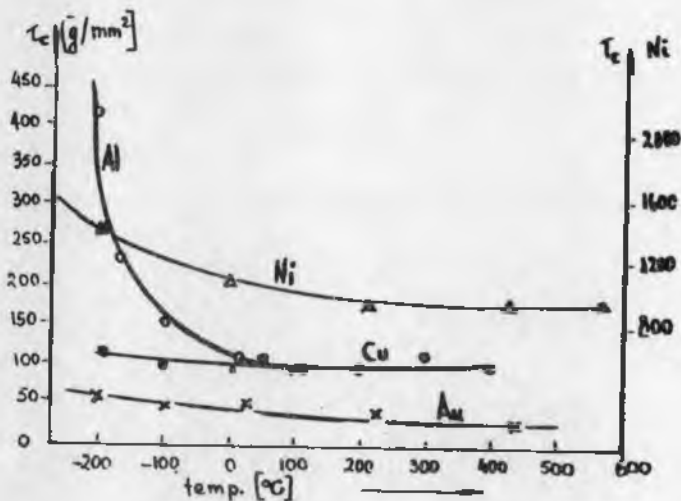
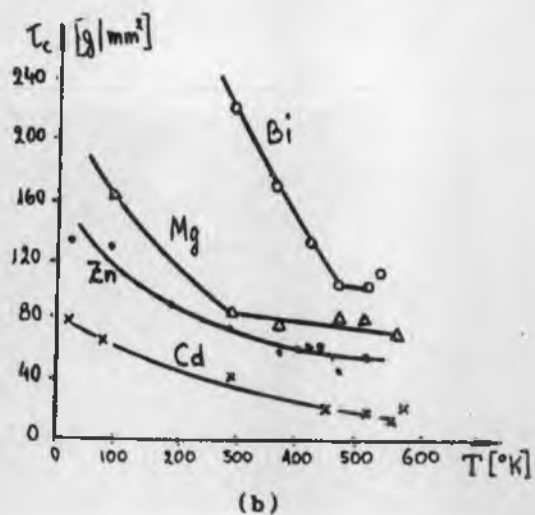
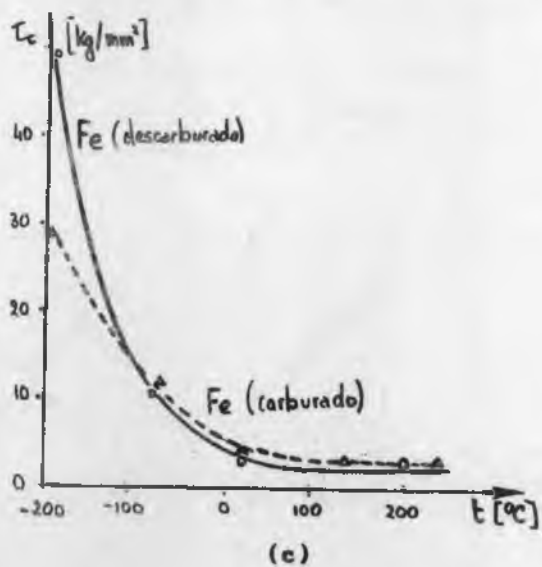


Figura 3.20.a



(b)



(c)

Figura 3.20

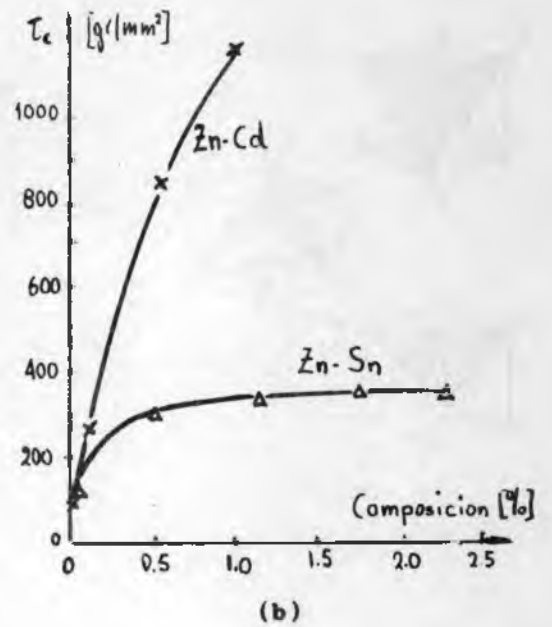
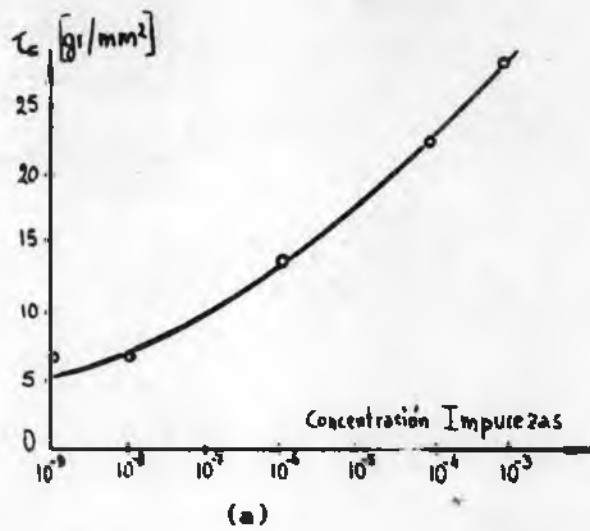


Figura 3.21

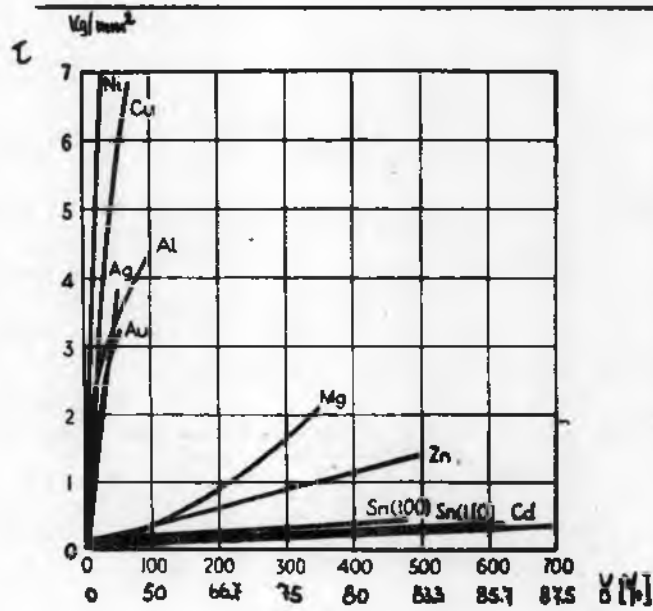


Figura 3.22

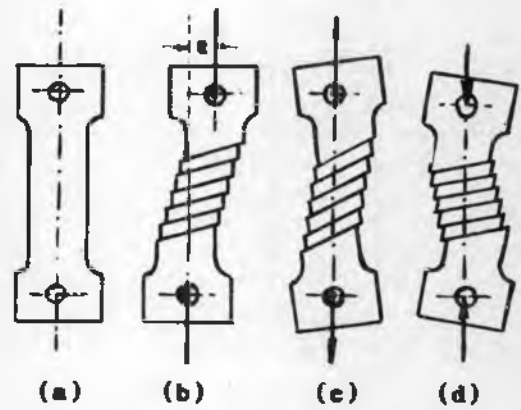


Figura 3.23

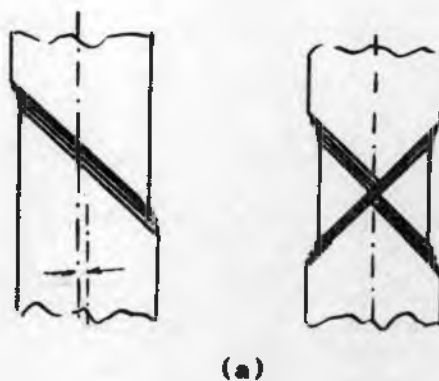
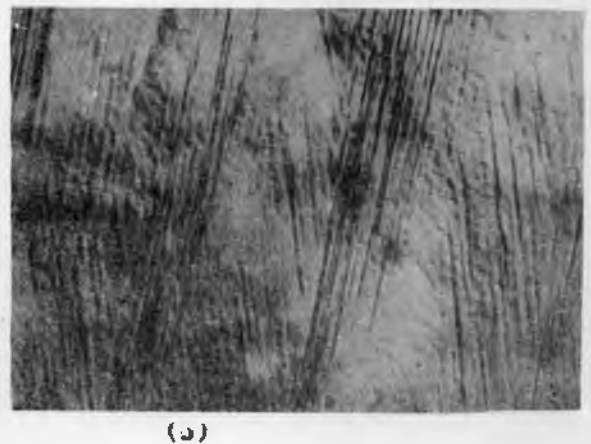


Figura 3.24



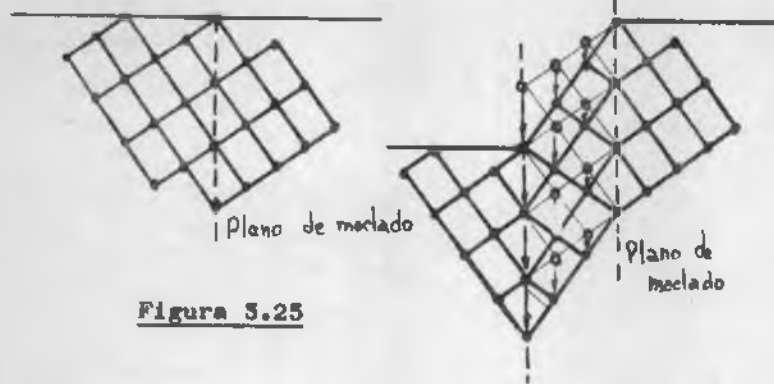


Figura 3.25

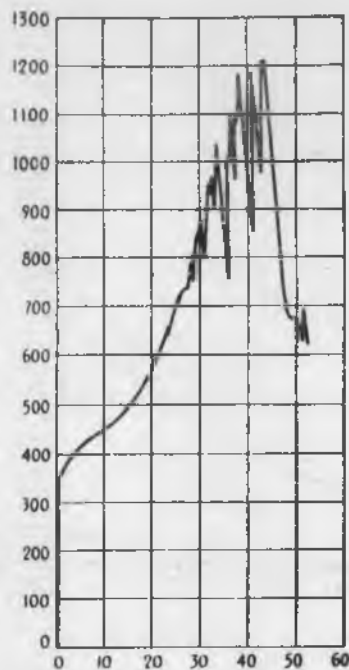


Figura 3.26

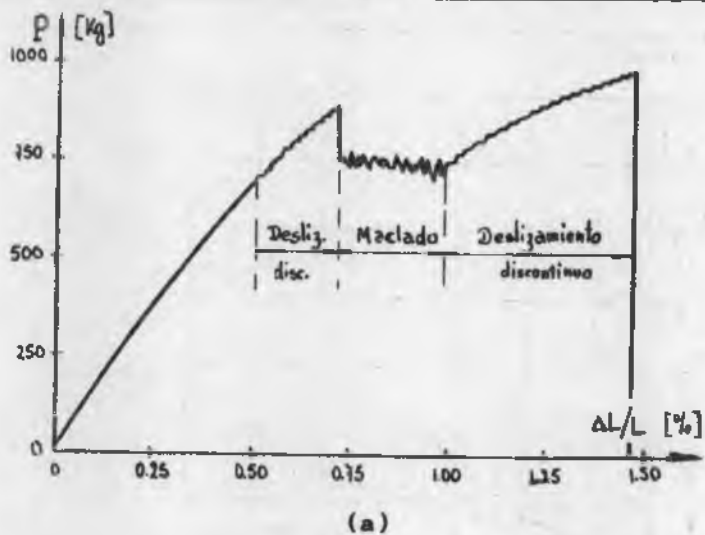
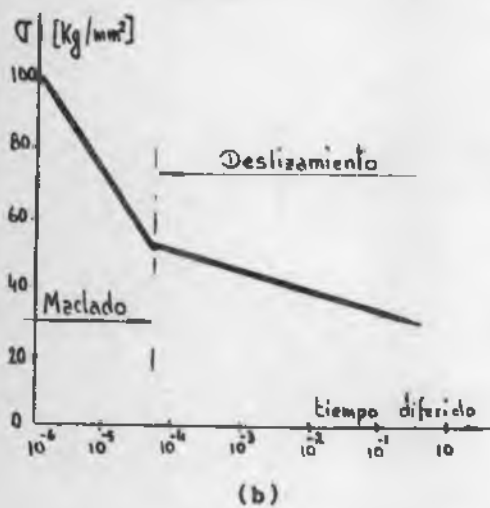
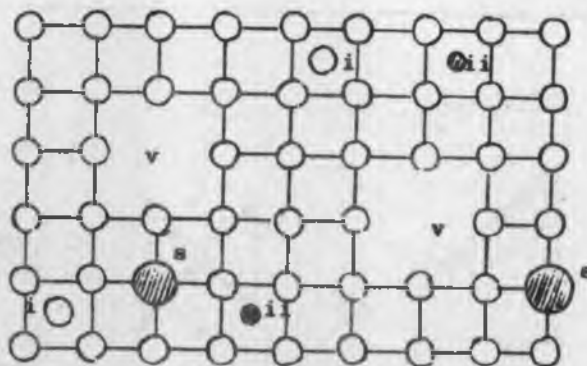


Figura 3.27



Figura 3.27.c



v - vacancias ; i - intersticial
s - impureza sustitucional
ii - impureza intersticial

Figura 3.28

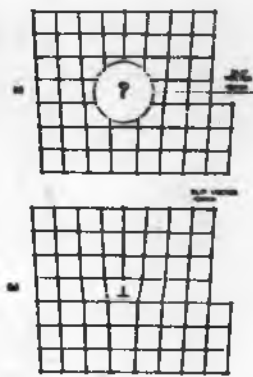


Figura 5.29

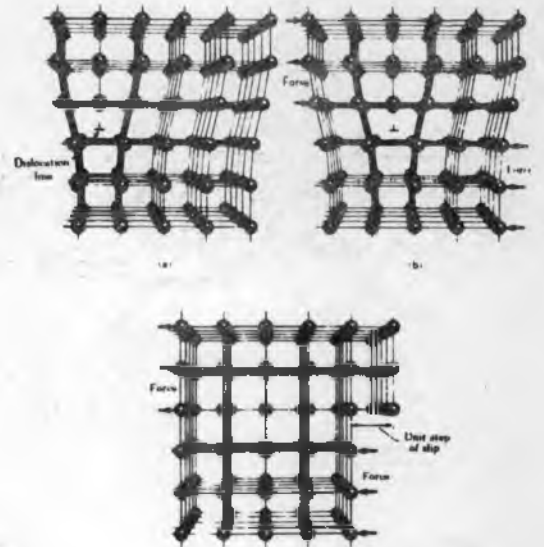


Figura 5.30.---

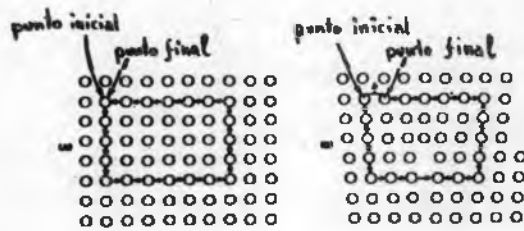


Figura 5.31

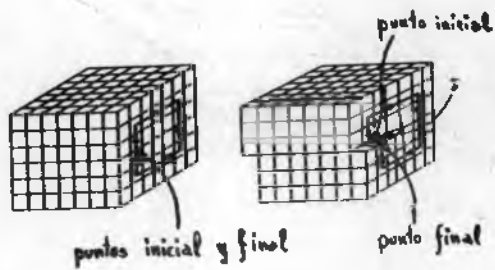


Figura 5.33

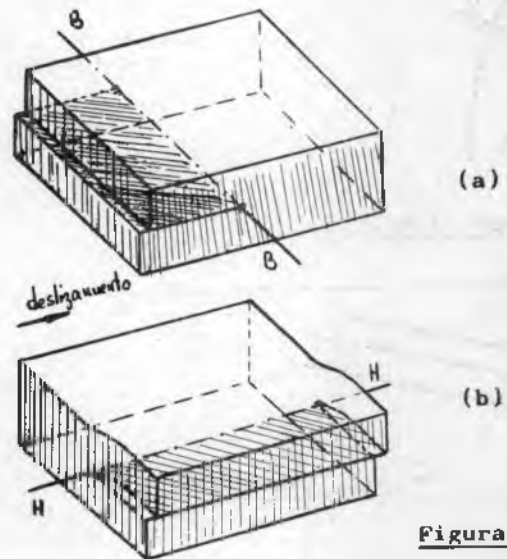


Figura 5.32

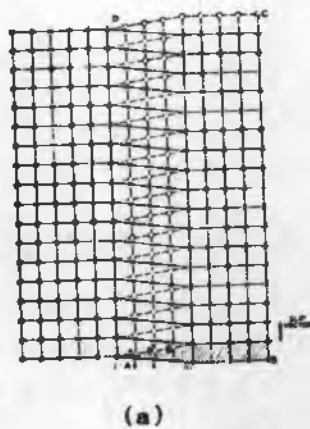
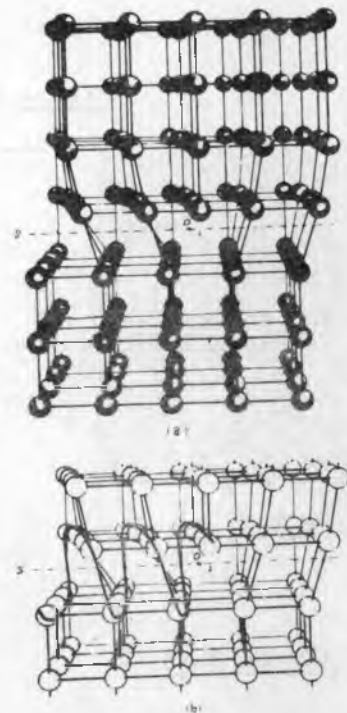


Figura 5.34



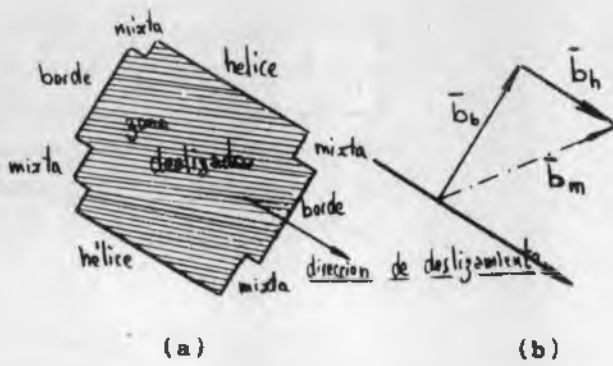


Figura 3.35

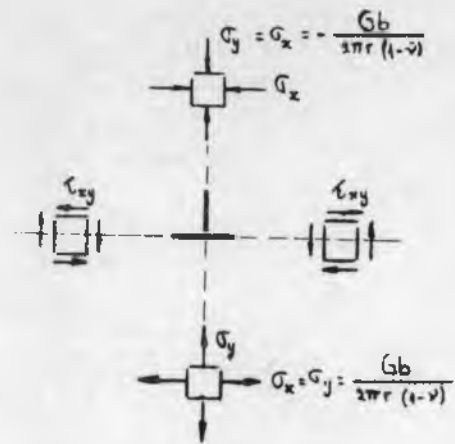


Figura 3.36

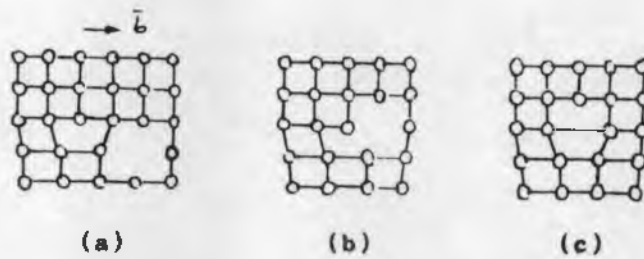


Figura 3.37

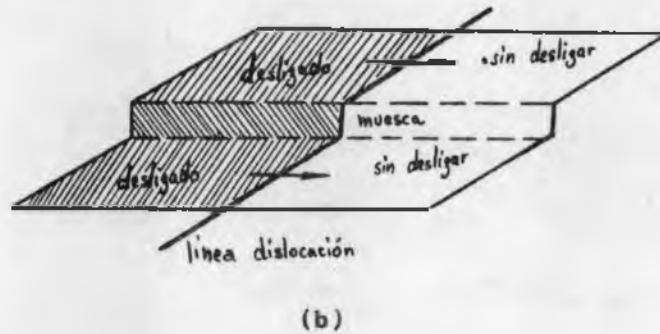
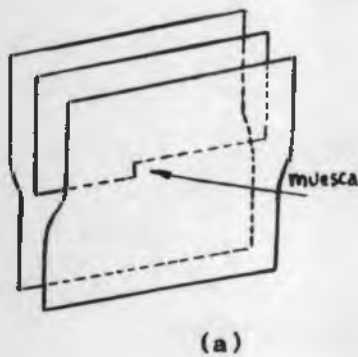


Figura 3.38

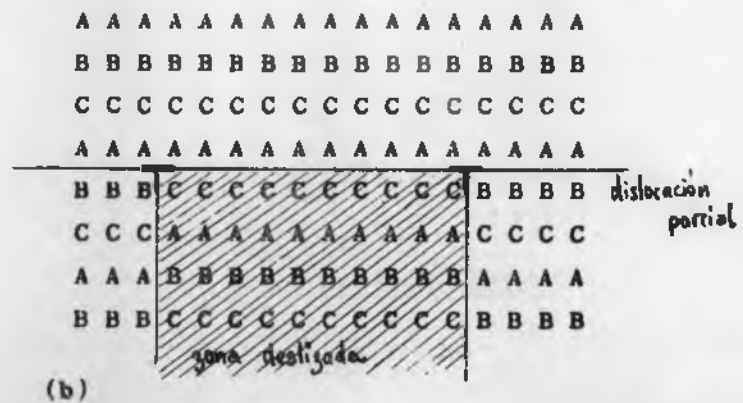
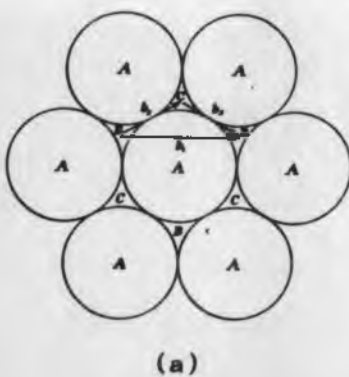


Figura 3.39

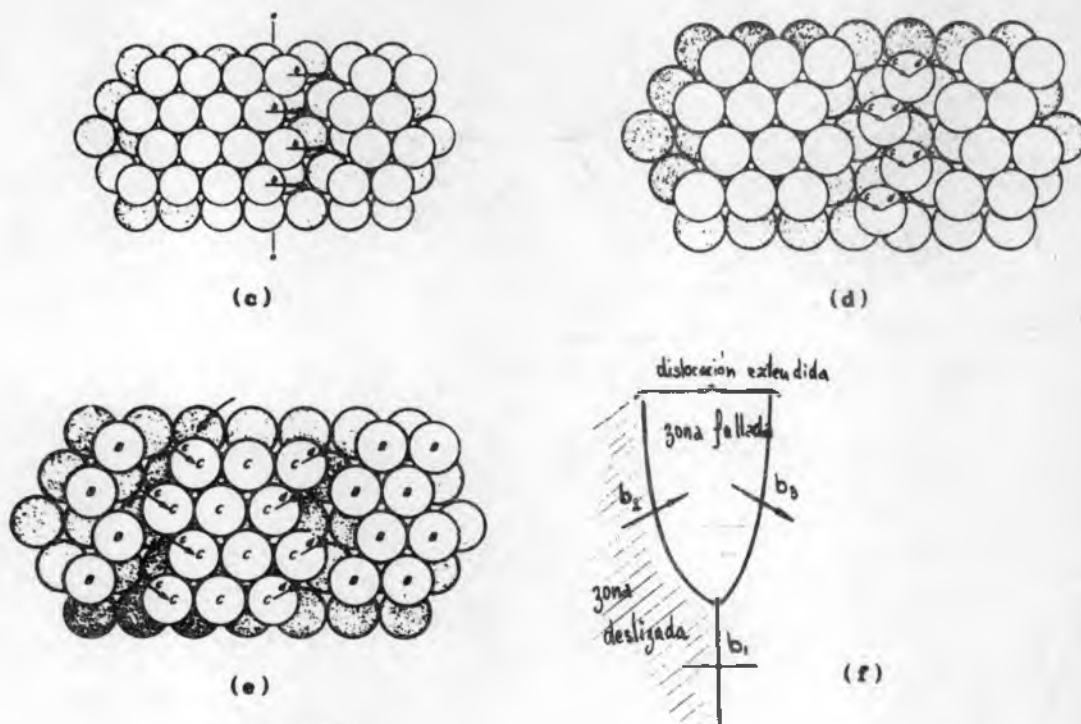


Figura 5.39

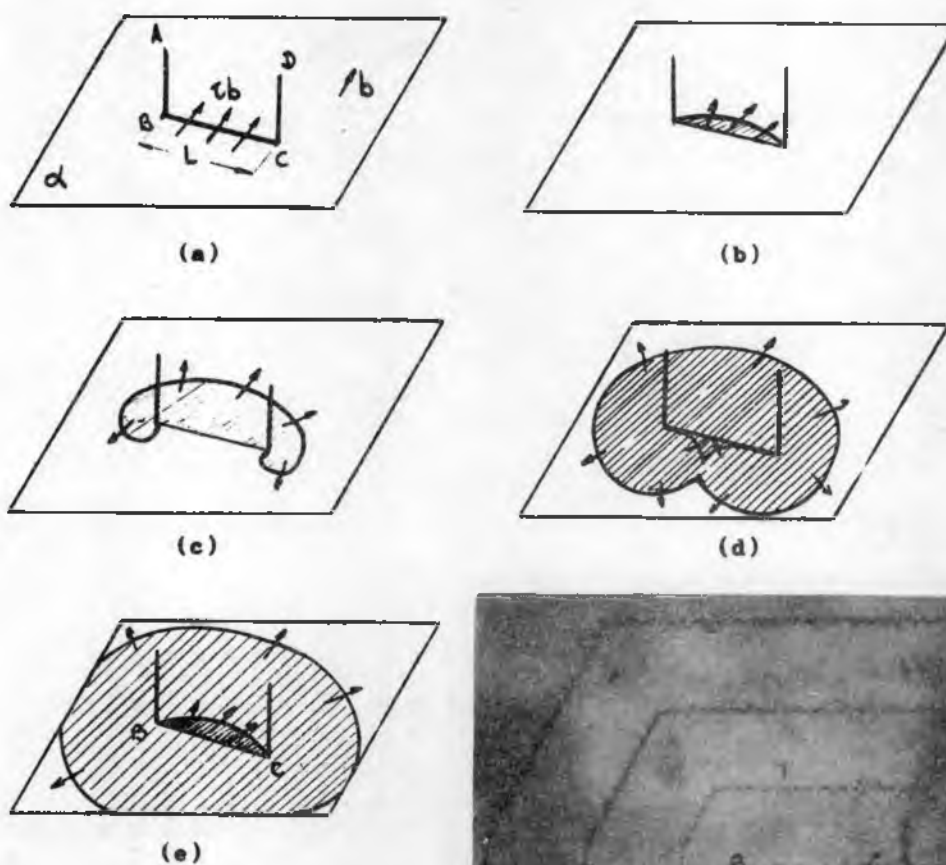
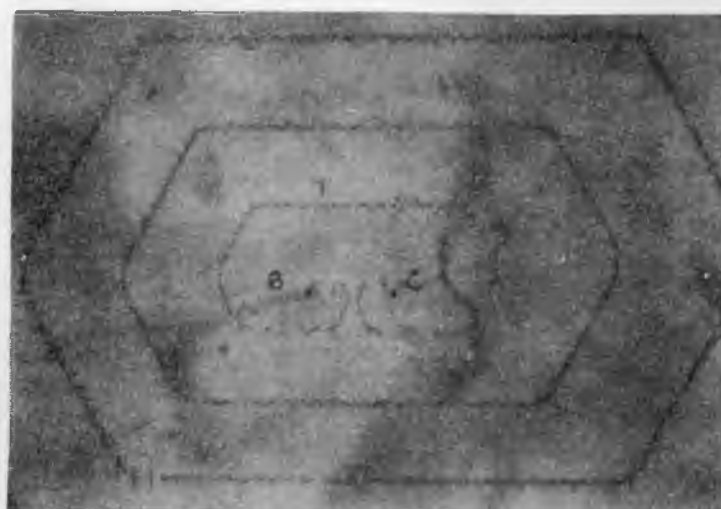


Figura 5.40

Figura 5.41



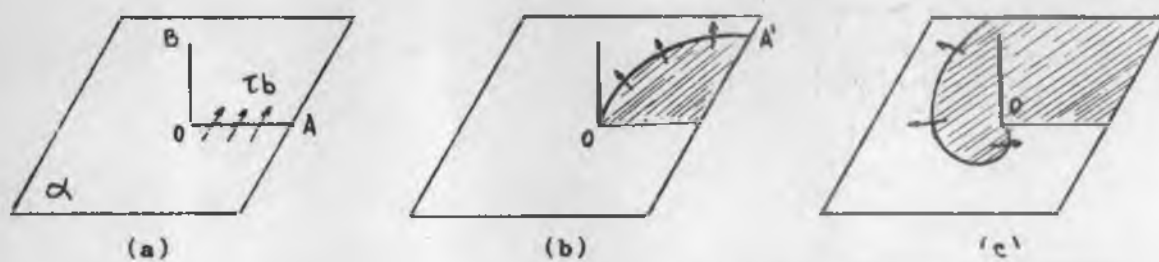


Figura 5.42



Figura 5.43

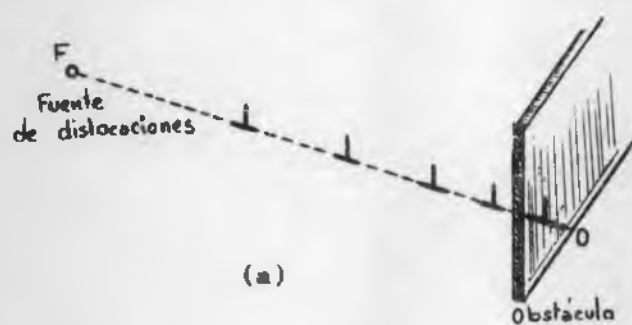


Figura 5.44

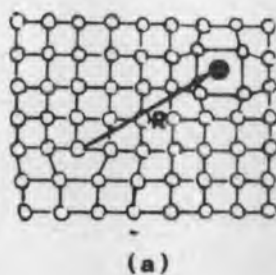
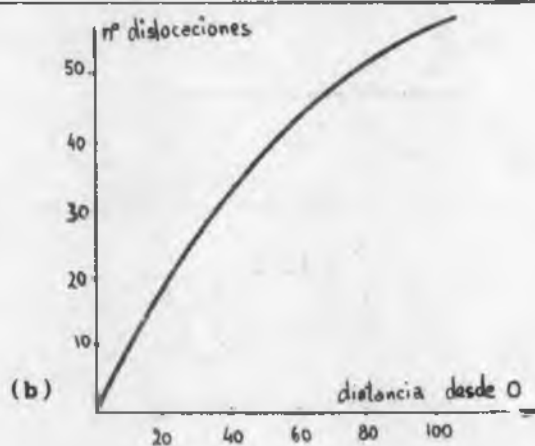


Figura 5.45

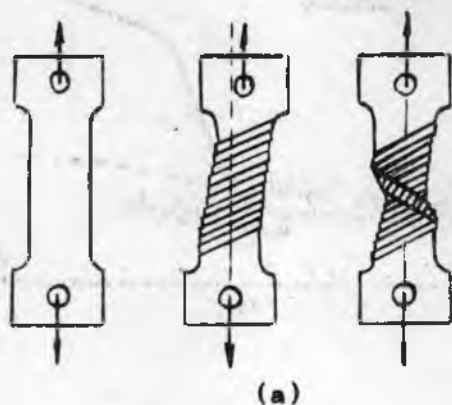


Figura 3.46

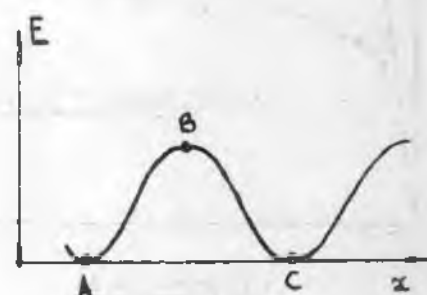
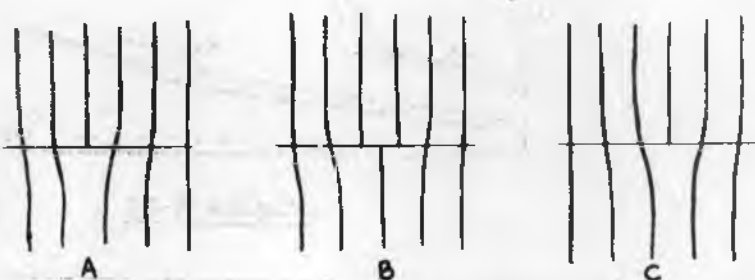
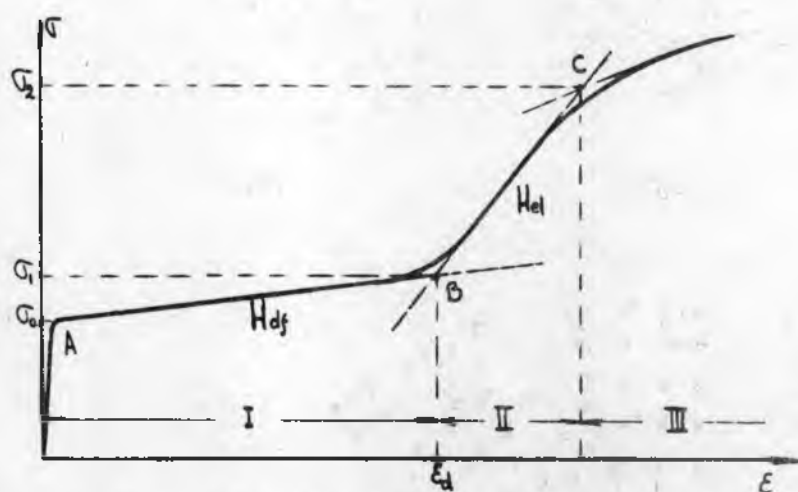


Figura 3.47



H_{df} - Endurecimiento en "deslizamiento fácil"
 H_{el} - Endurecimiento "lineal"

Figura 5.48

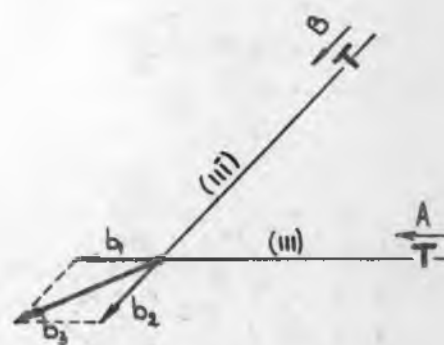


Figura 5.49

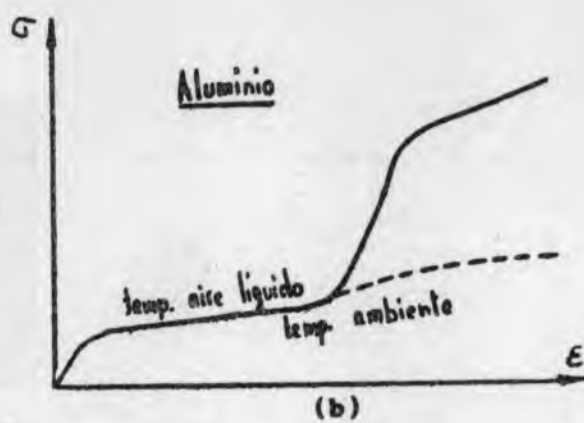
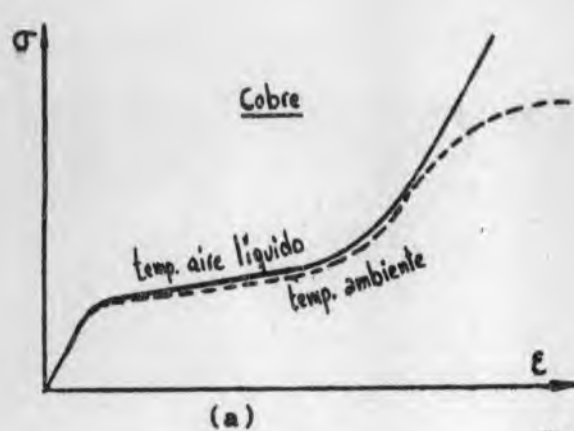


Figura 5.50

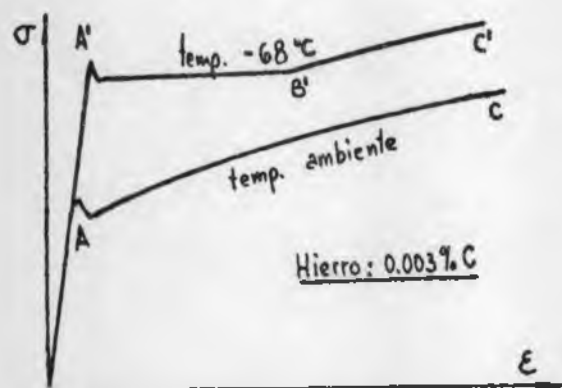


Figura 5.51

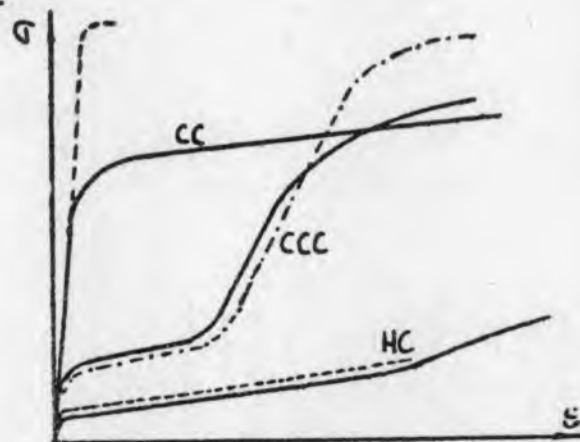


Figura 5.52

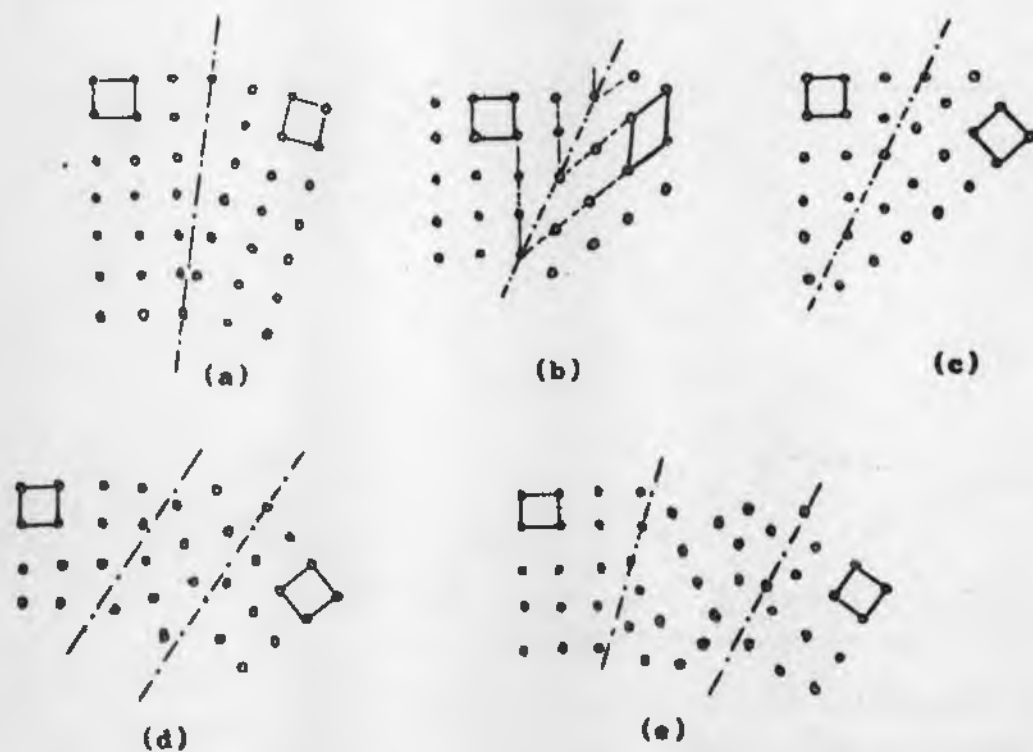
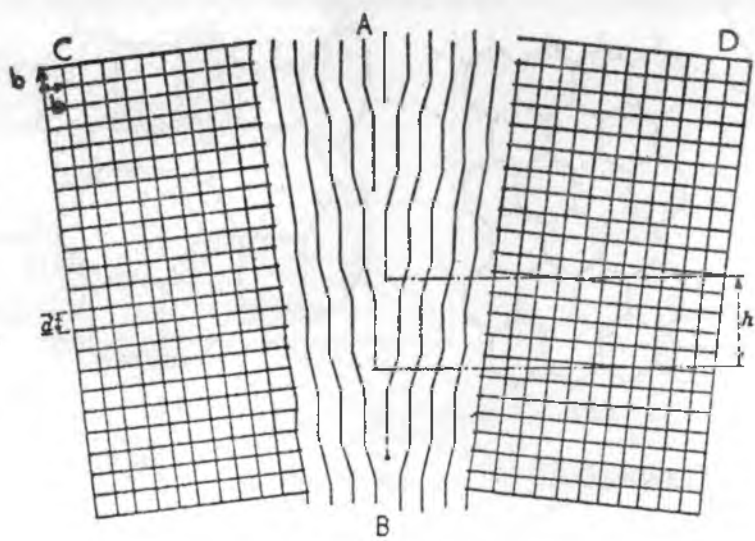
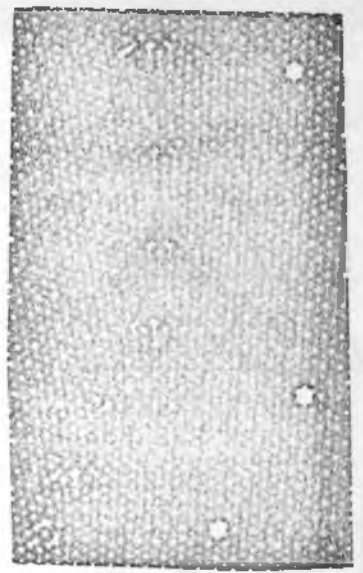


Figura 5.53

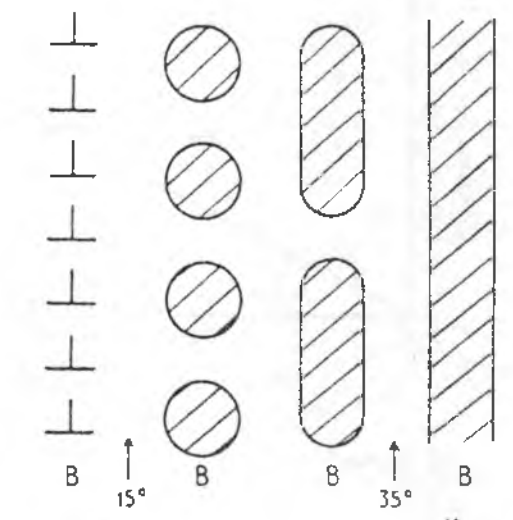


(a)



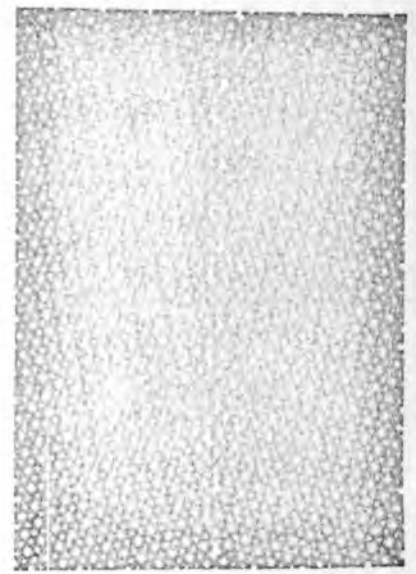
(b)

Figura 5.54



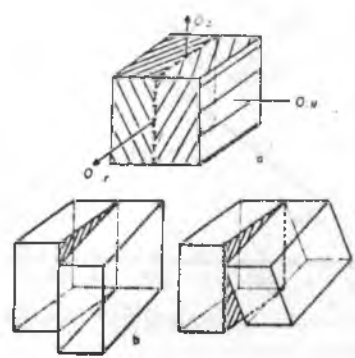
Dislocaciones separadas Grupos condensados Grupos condensados Zona continua

(a)

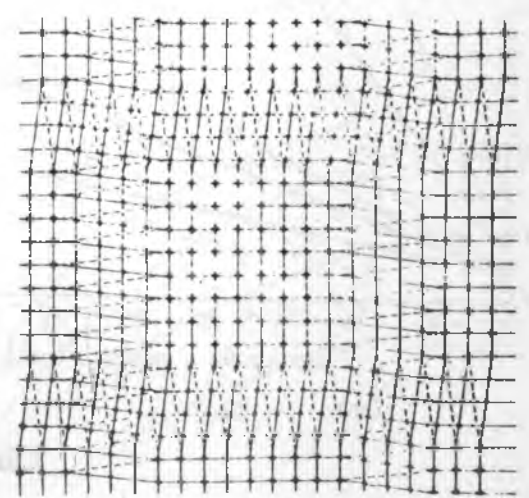


(b)

Figura 5.55



(a)



(b)

Figura 5.56

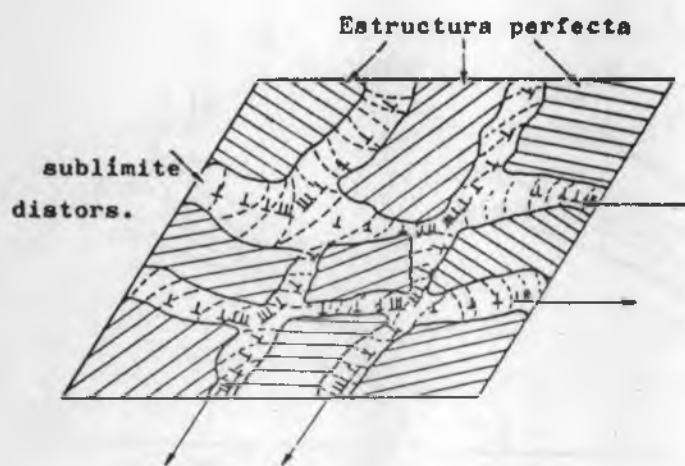


Figura 3.64

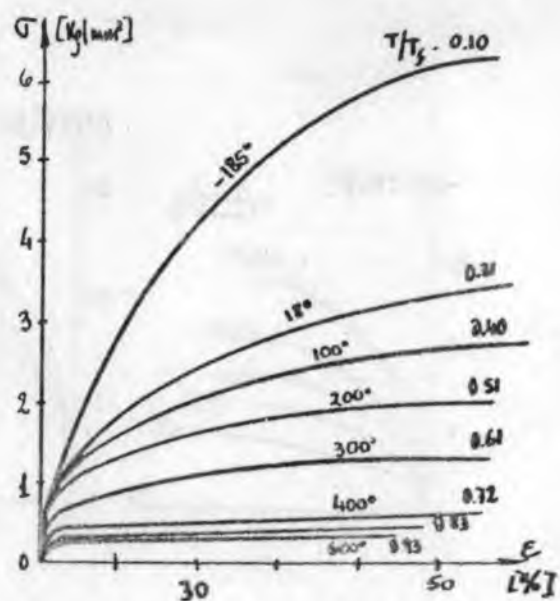


Figura 3.65

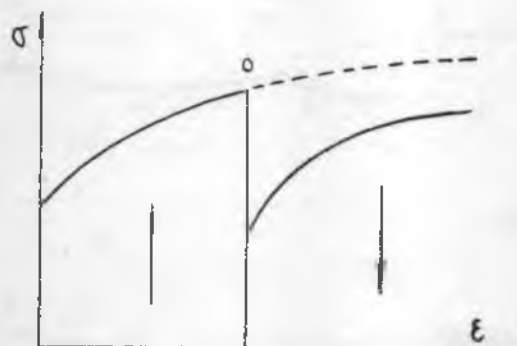


Figura 3.66

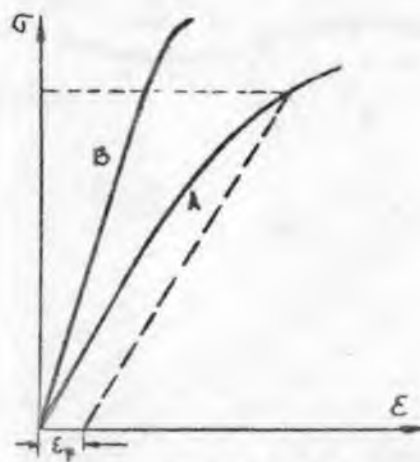


Figura 3.67.a

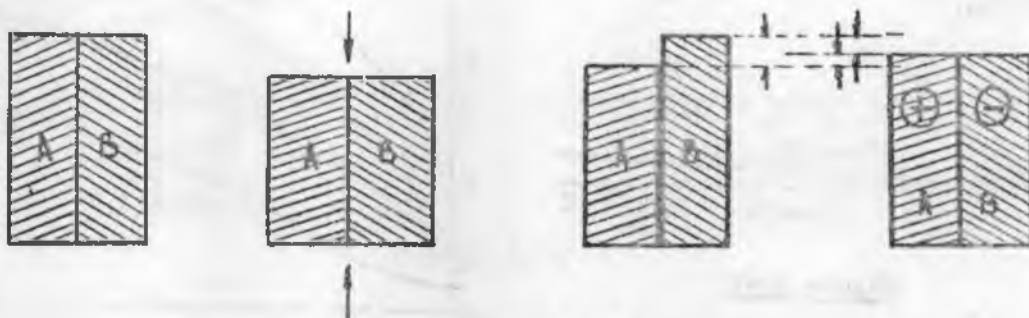


Figura 3.67.b

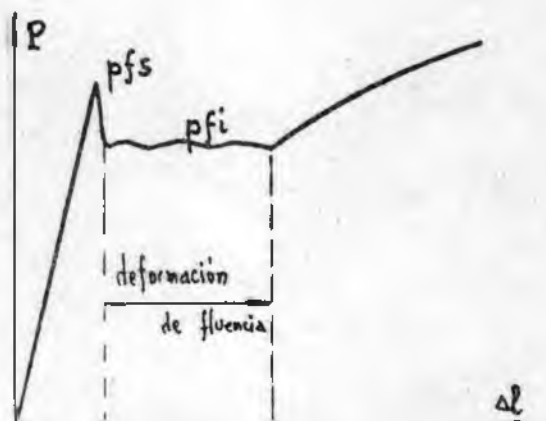


Figura 5.68

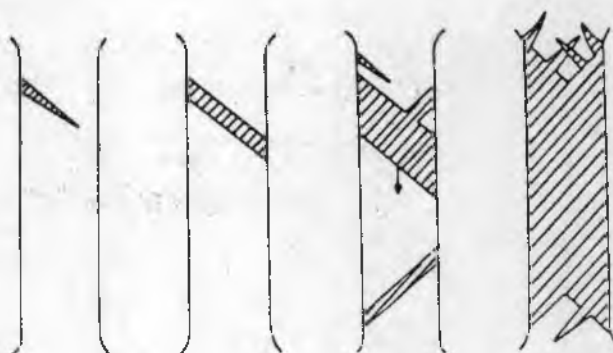


Figura 5.69

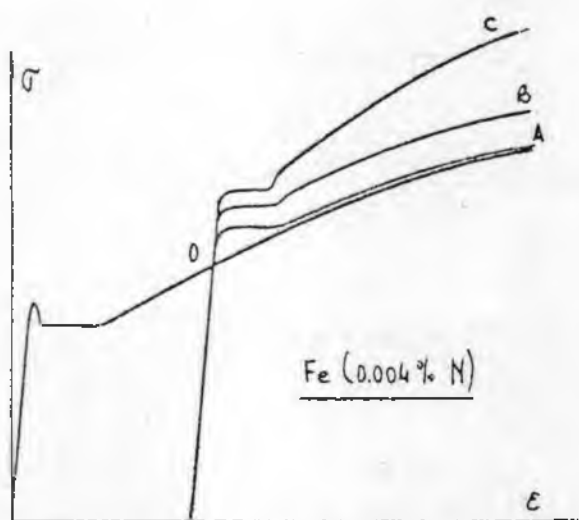


Figura 5.70

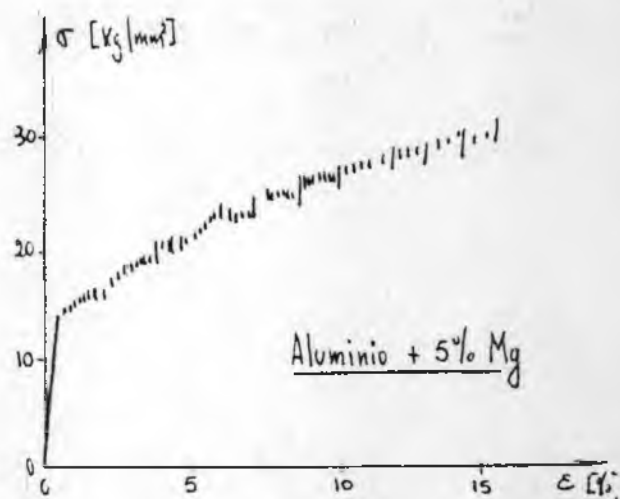
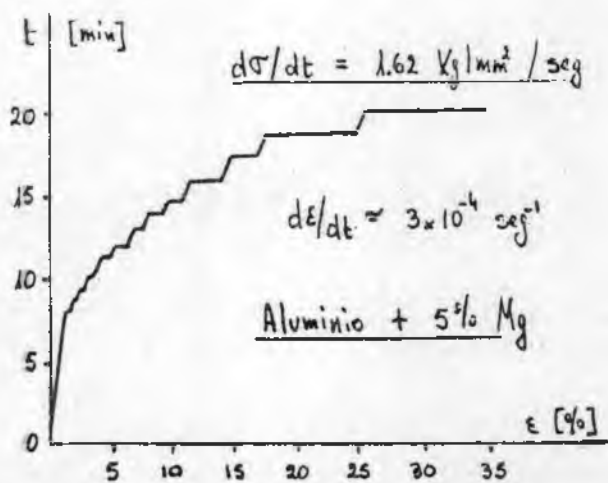
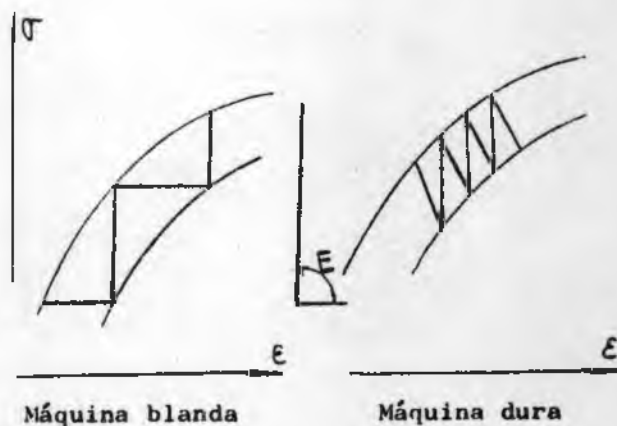


Figura 5.71.a



(b)



(c)

Figura 5.71

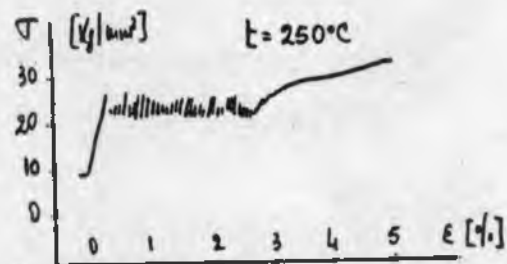
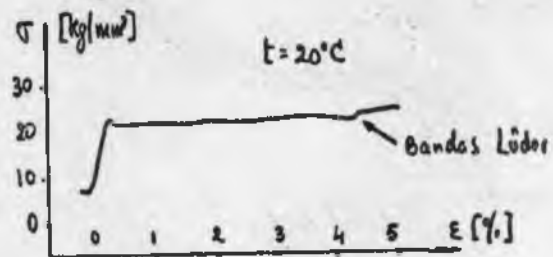
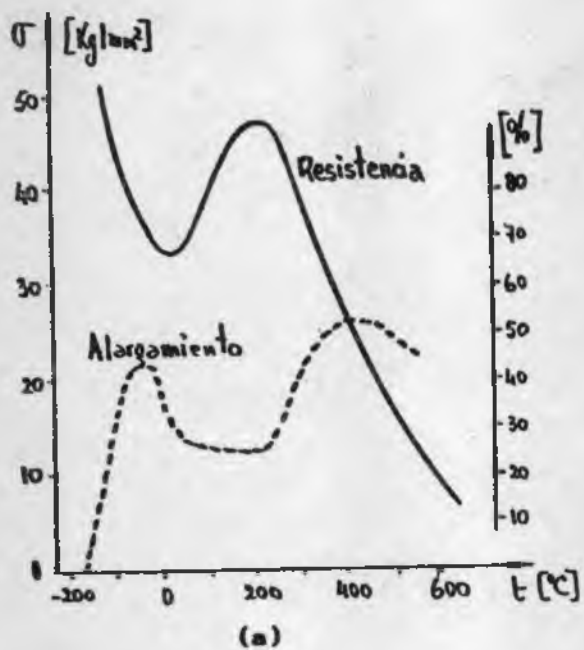


Figura 5.72

PUNTO 6 - FRACTURA

- 6.I. Objeto.
- 6.II Definición y clasificación de las fracturas.
- 6.III. Mecanismos básicos de fractura en monocristales.
- 6.IV. Resistencia cohesiva teórica.
- 6.V. Origen en las grietas.
- 6.VI. Concentración de tensiones.
- 6.VII. Propagación de fisuras en medio elástico. Teoría de Griffith.
- 6.VII.1. Velocidad de propagación en medio elástico.
- 6.VII.2. Propagación en medio plástico. Teoría de Griffith-Orowan.
- 6.VII.3. La teoría dislocacionista y la propagación de grietas por clivage.
- 6.VIII. La fractura plásticamente inducida.
- 6.VIII.1. La fractura dúctil en probetas cilíndricas traccionadas.
- 6.IX. El efecto de entalla.
- 6.X. La transición dúctil-frágil.
- 6.XI. Bibliografía.

6.I. OBJETO

Reseñar los mecanismos básicos de este fenómeno, en especial lo referente a las diversas formas en que las microgrietas, que eventualmente pueden conducir a la fractura, se inician en los metales (punto 6.V.).

También se analizan las condiciones para la posterior propagación de tales microgrietas, que en última instancia deciden el tipo de fractura producido. Así, en los puntos 6.VII a 6.VII.3. se estudia la propagación de grietas por clivage que producen fracturas frágiles, y en el punto 6.VIII 1 la nucleación y coalescencia de grietas en la fractura dúctil

Por último, se sintetizan el efecto de entalla y la transición dúctil-frágil de los metales desde un punto de vista puramente macroscópico.

6.II DEFINICION Y CLASIFICACION DE LAS FRACTURAS

La fractura puede definirse como "la separación o fragmentación de un cuerpo sólido en dos o más partes bajo la acción de tensiones."

Desde el punto de vista ingenieril se ha clasificado a la fractura en frágil y dúctil de acuerdo a la ductilidad puesta de manifiesto por el material.

Teniendo en cuenta el proceso de su desarrollo existe también la clasificación de frágil y dúctil, pero este criterio no necesariamente coincide con el anterior, puesto que puede haber una extensa deformación plástica

localizada en el frente de la grieta sin que por ello se produzcan deformaciones generales en el resto de la masa. En efecto, puede ocurrir en el caso de los metales que rompan con fractura dúctil después de poca deformación plástica general, y serían por lo tanto frágiles desde el punto de vista ingenieril. No hay necesariamente entonces una relación estrecha entre el proceso mismo de la fractura y la ductilidad macroscópica.

Se verá que en la fractura dúctil es necesario que se produzca deformación plástica para la expansión de la grieta en el frente de la misma (punto 6.VIII.1), lo que no es necesario, aunque puede ocurrir en menor escala en la fractura frágil (puntos 6.VII y 6.VII.2.).

La fractura frágil se produce sin manifestación previa y puede por ello tener consecuencias desastrosas. Por esta razón ha sido más desarrollada que la fractura dúctil. Esta última, mucho menos estudiada, tiene sin embargo importancia plástica en los procesos de conformado de metales.

En metales policristalinos, de acuerdo a la morfología de la trayectoria de la fractura se las clasifica en intergranular y transgranular. Mientras que las primeras se propagan a lo largo de los límites de grano, las segundas lo hacen a través de los mismos.

Las fracturas frágiles pueden ser transgranulares o intergranulares. Este último caso puede tener lugar cuando películas delgadas de fases frágiles se separan en los límites de grano o también cuando el borde de grano se fragiliza por precipitación de impurezas. Aquí se analizará sólo el caso de fracturas frágiles transgranulares.

6.III. MECANISMOS BASICOS DE FRACTURA EN MONOCRISTALES

Los mecanismos básicos que conducen a la fractura de los monocristales son los siguientes:

- i) por deslizamiento sobre un único sistema de deslizamiento.
- ii) por deslizamiento sobre dos o más sistemas de deslizamiento.
- iii) por despegue de planos cristalográficos de clivage

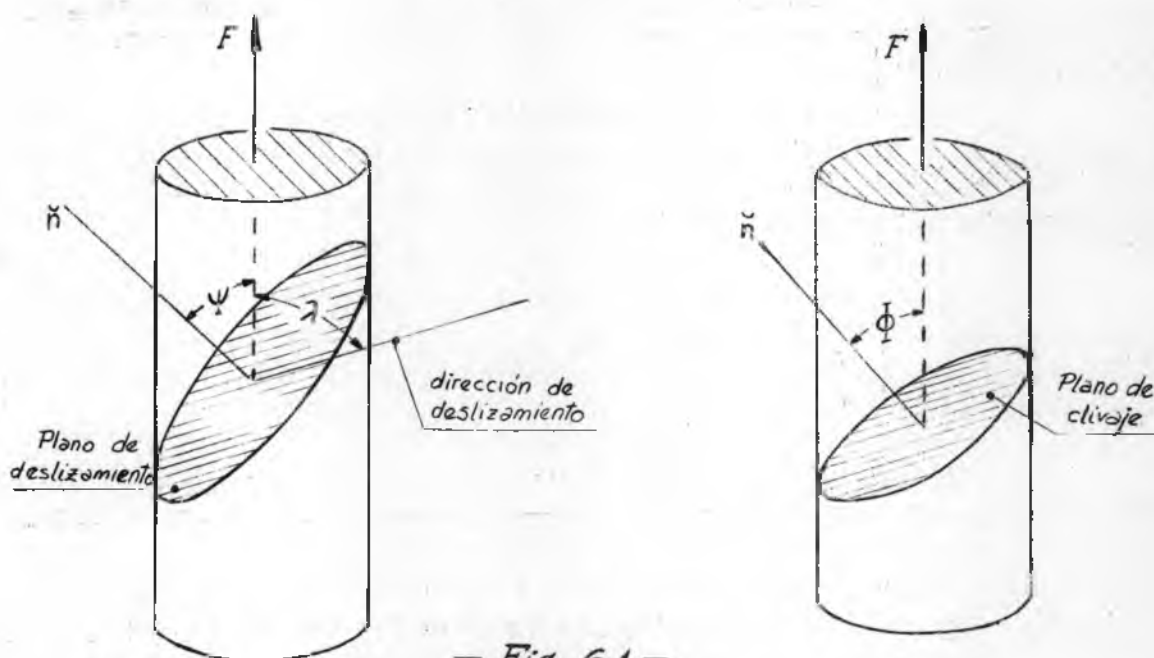
Con los dos primeros mecanismos se produce deformación plástica continua hasta la separación de las partes y por lo tanto producen fracturas dúctiles. El tercero corresponde a fractura frágil.

Que tenga lugar uno u otro de los mecanismos depende fundamentalmente de la estructura cristalina, y para una estructura dada, de la orientación del esfuerzo aplicado respecto de los planos cristalográficos en los que puede realizarse el deslizamiento o el clivage. En efecto, al igual que existe una tensión de corte crítica resuelta, característica de cada cristal, dada por la Ley de Schmid (ver fig. 6.1):

$$\tau_c = \frac{F}{A} \cdot \cos \lambda \cdot \cos \psi \quad 6.1$$

existe también una tensión normal crítica cuyo valor debe alcanzarse para producir la rotura por despegue del cristal, dada por la ley de Söhncke:

$$\sigma_c = \frac{F}{A} \cdot \cos^2 \phi \quad 6.2$$



— Fig. 6.1 —

El despegue, al igual que el deslizamiento, se produce en planos de índices bajos, no necesariamente coincidentes. Si bien se puede suponer que existe un valor de σ_c para el despegue de cada uno de los planos de un cristal, sólo es posible medir el valor correspondiente a uno de los planos de menor resistencia. En la Tabla 6.I. se indican los planos de clivaje y deslizamiento para distintas estructuras cristalinas. Obsérvese que los metales cúbicos centrados en las caras no clivan. En la Tabla 6.II pueden apreciarse algunos valores de la tensión normal crítica de clivaje para distintos monocristales a temperaturas diversas

TABLA I			
Estructura cristalina	Ejemplo	Plano de clivaje	Plano de deslizamiento primario
C.Cu.C	Li, Na, K, Fe, Va, Cr, Mn	(100)	(112), (110)
C.Ca.C	Cu, Ag, Au, Al, Ni	-	(111)
H.C.	Be, Mg, Zn, Sn, Ti, U	(1000)	(1122), (1010), (1000)

TABLA II

Metal	Plano de Clivage	Temperatura °C	Tensión normal crítica (Kgr/mm ²)
Zn (0,03% de Cd)	(0001)	-80	0,19
	(0001)	-185	0,19
	(10 $\bar{1}$ 0)	-185	1,80
Zn(0,13% de Cd)	(0001)	-185	0,30
Zn (0,53% de Cd)	(0001)	-185	1,20
Bi	(111)	20	0,32
	(111)	-80	0,32
	(11 $\bar{1}$)	20	0,69
Sb	(11 $\bar{1}$)	20	0,66
Te	(10 $\bar{1}$ 0)	20	0,43
Fe	(100)	-100	26
Fe	(100)	-185	27,5

En las estructuras en que el plano de deslizamiento coincide con el de clivage, como las hexagonales por ejemplo, el ángulo ψ de la 6.1 coincide con el ϕ de la 6.2, y la condición de deslizamiento o clivage queda dada por:

$$\frac{\bar{\sigma}_c}{\cos \lambda \cdot \cos \psi} \geq \frac{\sigma_c}{\cos^2 \psi} \quad 6.3$$

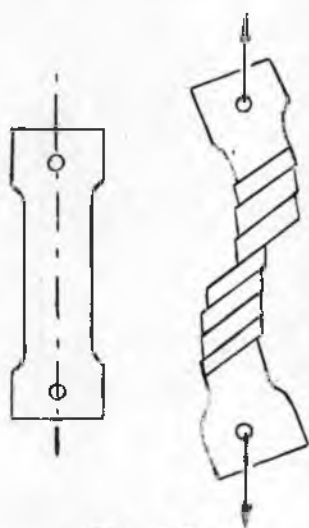
En el caso más general la misma condición queda expresada por:

$$\frac{\bar{\sigma}_c}{\cos \lambda \cdot \cos \psi} \geq \frac{\sigma_c}{\cos^2 \psi} \quad 6.4$$

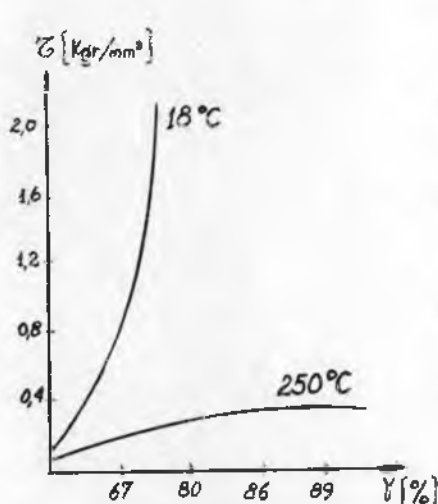
Resumiendo, puede decirse que la fractura será dúctil, frágil o mixta según que el primer miembro de la 6.3 (o 6.4) sea mayor, menor o igual que el segundo.

La fractura por deslizamiento sobre un único sistema se produce en las estructuras que estando favorablemente orientadas presentan una zona amplia de deslizamiento fácil. La figura 6.2 da idea de este mecanismo. Los cristales hexagonales compactos como el Zn, Cd y Mg se comportan de esta forma.

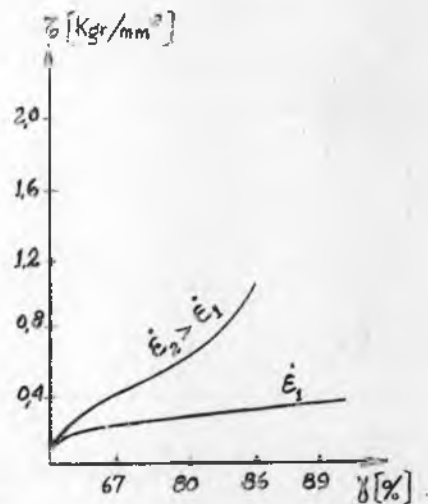
En la figura 6.3a se aprecia la influencia de la temperatura sobre la tensión tangencial crítica de deslizamiento. Corresponde a Mg y se observa una marcada disminución de la resistencia y del endurecimiento por deformación al aumentar la temperatura. Efectos semejantes produce la velocidad de deformación (figura 6.3b). A una baja velocidad de deformación $\dot{\epsilon}_1$, el endurecimiento es bajo, mientras que a la misma temperatura pero con $\dot{\epsilon}_2 > \dot{\epsilon}_1$ aumenta notablemente.



— Fig. 6.2 —



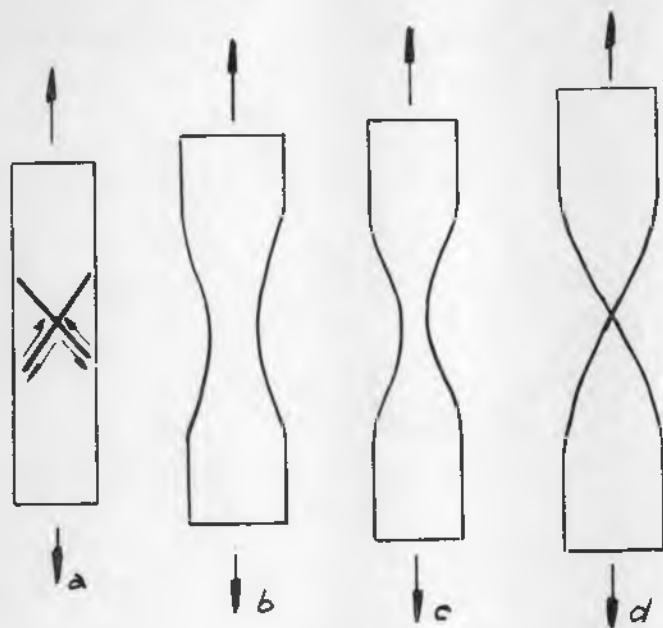
— Fig. 6.3 a —



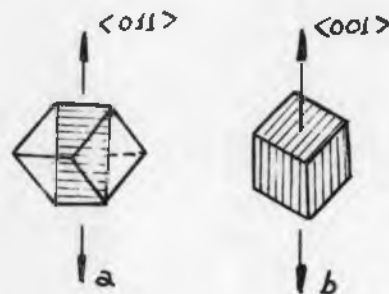
— Fig. 6.3 b —

La fractura por deslizamiento sobre dos o más sistemas tiene lugar en aquellas estructuras cuyo deslizamiento lineal es pequeño, tal como ocurre en la mayor parte de las estructuras cúbicas, en las que como consecuencia de la aparición del deslizamiento múltiple surge la zona de endurecimiento lineal. Si se supone deslizamiento doble, la fractura se produce según el mecanismo esquematizado en la figura 6.4, terminando prácticamente en un punto.

En este caso la orientación del monocristal es de fundamental importancia. Así por ejemplo, en la deformación de un monocristal de hierro de alta pureza a -196°C , se encuentra que si la dirección $\langle 011 \rangle$ del monocristal coincide aproximadamente con el eje de tracción se produce el caso clásico descripto. Pero si se orienta el monocristal para que sea la dirección $\langle 001 \rangle$ la que coincide con el eje, se produce clivage (figuras 6.5a y 6.5b).



— Fig. 6.4 —



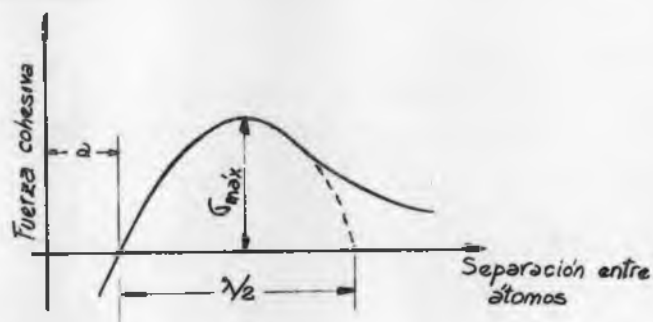
— Fig. 6.5 —

6.IV. RESISTENCIA COHESIVA TEORICA

Se ha visto que las fracturas por despegue se producen cuando por acción de un esfuerzo aplicado, las condiciones son tales que es posible superar la tensión normal crítica sobre un plano determinado.

Teniendo esto en cuenta se puede calcular el valor de dicha tensión normal para un cristal perfecto, a partir de la energía necesaria para crear las dos nuevas superficies de la fractura, cuando la separación de las mismas se efectúa simultáneamente sobre toda la sección.

La cohesión entre dos átomos varía en función de su distancia como se indica en la figura 6.6., siendo consecuencia de las fuerzas de atracción y repulsión entre ellos.



— Fig. 6.6 —

Si se somete a un cristal a una carga de tracción, los átomos se alejarán de su distancia de equilibrio, a , en una cantidad dx . Como la fuerza de repulsión disminuye más rápido que la de atracción, la resultante de ambas irá equilibrando a la fuerza de tracción aplicada, hasta que para una distancia dada, la que corresponde a un máximo de la curva, la fuerza de repulsión es despreciable y la de atracción disminuye. Tal punto corresponde a la resistencia cohesiva teórica (σ_{max} en la curva).

En primera aproximación puede suponerse que la curva de la figura 6.6 sigue una ley senoidal:

$$\sigma = \sigma_{max} \cdot \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad 6.5$$

El trabajo específico para separar los dos planos de átomos será el área debajo de la curva y estará dado por:

$$\mu_0 = \int_0^{\lambda/2} \sigma_{max} \cdot \sin \frac{2\pi x}{\lambda} dx = \frac{\lambda}{\pi} \sigma_{max} \quad 6.6$$

Si se llama γ_s a la energía superficial por unidad de área creada, y suponiendo que todo el trabajo efectuado durante la fractura se gasta en crear esta superficie, resulta:

$$\mu_0 = \frac{\lambda}{\pi} \sigma_{max} = 2 \gamma_s \quad 6.7$$

$$\therefore \sigma_{max} = \frac{2\pi \gamma_s}{\lambda} \quad 6.8$$

Para obviar la dificultad que implica la evaluación de λ se calcula la variación de σ con x :

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{2\pi}{\lambda} \sigma_{max} \cdot \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \quad 6.9$$

Como para la parte de la curva próxima a la abscisa a , vale la ley de Hooke:

$$\sigma = E \cdot \frac{x}{a} \quad 6.10$$

y por lo tanto:

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{E}{a} \quad 6.11$$

Para deformaciones suficientemente pequeñas, pueden igualarse

la 6.9 y 6.11, y teniendo en cuenta que el coseno tiende a uno cuando el ángulo tiende a cero, se obtiene:

$$\sigma_{max} = \sqrt{\frac{E \cdot \gamma_s}{a}}$$

Tomando $E = 10^{11}$ dinas/cm², $\gamma_s = 10^3$ erg/cm² y $a = 3 \cdot 10^{-8}$ cm, resulta $\sigma_{max} = 10^{11}$ $\frac{\text{din}}{\text{cm}^2}$. Este valor es del orden de 100 a 1000 veces mayor que los hallados experimentalmente y sólo los whiskers se aproximan a él.

La discrepancia con los casos reales se debe a la preexistencia de microgrietas (caso del vidrio) o a la formación de ellas por diversos mecanismos (caso de los cristales). Los extremos de estas microgrietas constituyen concentradores de tensiones pudiendo allí alcanzarse localmente los valores de la resistencia cohesiva teórica con tensiones nominales aplicadas mucho menores.

Así, la microgrieta puede propagarse de acuerdo a diversos mecanismos, como resultado de los cuales la fractura resultará frágil o dúctil.

La fractura en los metales se produce entonces por el pasaje de una grieta a través del material, constando el proceso de dos etapas:

- a) iniciación de la grieta
- b) propagación de la misma

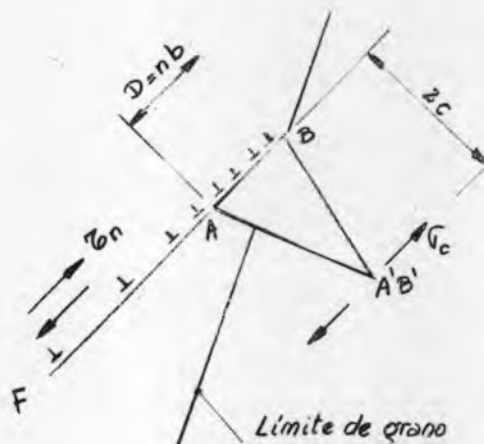
Las condiciones para uno y otro fenómeno se verán a continuación.

6.V. ORIGEN DE LAS GRIETAS

La teoría dislocacionista, que tan eficazmente ha justificado los micromecanismos de la deformación plástica, también lo ha hecho con muchos aspectos de los mecanismos de la fractura, en particular el que aquí nos ocupa el origen de las microgrietas.

Zener fué quien primero propuso que las altas tensiones localizadas en el frente de un apilamiento de dislocaciones, producido por un obstáculo, podrían originar grietas embriónicas.

En la figura 6.7 se ha esquematizado un apilamiento de dislocaciones de borde producidas por una fuente F contra un obstáculo, en este caso un borde de grano. Como las dislocaciones de borde son semiplanos extras de átomos, n de ellas bloqueadas constituyen una cuña de altura $D=nb$ que aparta los



— Fig. 6.7 —

planos AA' y BB' formando una microgrieta. Esto tiene lugar cuando las tensiones de tracción producidas en el extremo del apilamiento igualan a la resistencia cohesiva teórica (ecuación 6.12). La tensión de tracción en el extremo del apilamiento está dada por:

$$\tau_L = (\tau - \tau_i) \left(\frac{L}{r} \right)^{1/2} \quad 6.13$$

donde L es la longitud del apilamiento, r la distancia del extremo del apilamiento al lugar donde se forma la grieta, y $(\tau - \tau_i)$ la tensión de corte efectiva en el plano de apilamiento. Igualando entonces la 6.12 y la 6.13 se obtiene:

$$(\tau - \tau_i) \left(\frac{L}{r} \right)^{1/2} \geq \sqrt{\frac{E \cdot \gamma_s}{2}} \quad 6.14$$

Cuando tiene lugar la condición dada por la 6.14, la tensión de corte en el plano de deslizamiento se designa con τ_n , que resulta de despejar de la ecuación 6.14:

$$\tau_n = \tau_i + \sqrt{\frac{E}{L} \cdot \frac{r \cdot \gamma_s}{2}} \quad 6.15$$

El menor valor posible que r puede tener es a, y tomando $E \simeq 2G$ la 6.15 queda:

$$\tau_n = \tau_i + \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot \gamma_s}{L}} \quad 6.16$$

El número de dislocaciones apiladas está dado por la expresión:

$$nb \simeq L \cdot \frac{\tau - \tau_i}{G} \quad 6.17$$

Reemplazando en 6.16 el valor de G/L obtenido de la 6.17 resulta:

$$(\tau_n - \tau_i) \cdot nb \simeq 2 \gamma_s \quad 6.18$$

$$\tau_n \cdot nb = 2 \gamma_s + \tau_i \cdot nb \quad 6.19$$

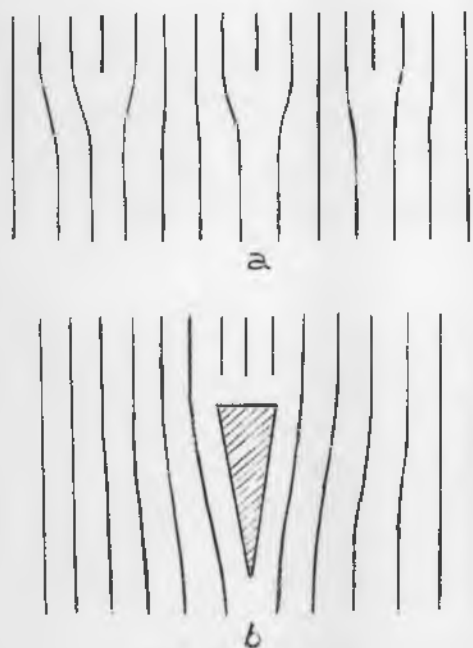
La 6.1² expresa que una grieta se formará cuando el trabajo aplicado, $\mathcal{E}_n$, n.b., para producir un desplazamiento n.b., iguale al trabajo efectuado en mover las dislocaciones contra las tensiones de fricción más el trabajo 2γ necesario para crear las dos nuevas superficies.

Lograda la condición dada por la 6.18, que es independiente de $2c$, la grieta crece continuamente en la medida en que la fuente F continúa forzando dislocaciones en su interior, siempre que $2c \ll L$.

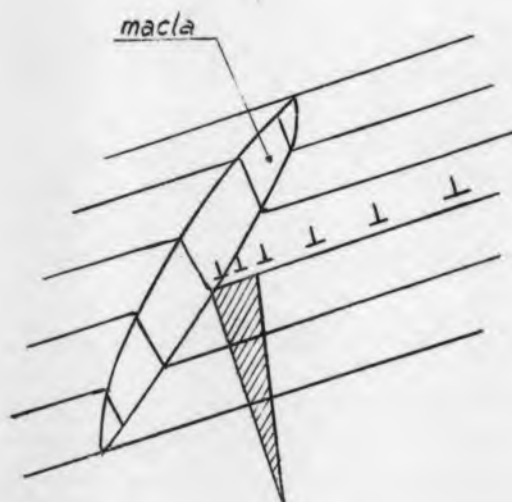
Cuando la longitud $2c$ se hace relativamente grande con respecto a L , la 6.18, deja de cumplirse. No obstante la microgrieta tiene ya suficiente tamaño para poder propagarse por alguno de los mecanismos que se verán en 6.VII.3.

Es interesante destacar aquí, de acuerdo a lo visto, que puesto que las dislocaciones se mueven por la acción de las tensiones de corte, la formación de las microgrietas resulta sólo por efecto de su acción. Es decir que las tensiones normales no intervienen en su proceso de formación. En efecto, siempre que se satisfaga la ecuación 6.18 es posible formar microgrietas por compresión, pero como se verá, no se propagan (a menos que se quite el estado de compresión y se induzcan tensiones de tracción suficientes).

Existen varias maneras en que las dislocaciones apiladas contra un obstáculo pueden combinarse para producir microgrietas. Zener propuso los dos mecanismos esquematizados en la figura 6.8 y 6.9. El de la figura 6.8 se produce cuando dislocaciones del mismo signo son presionadas contra un obstáculo, y ha sido observado en óxido de magnesio. El de la figura 6.9 tiene lugar cuando las maclas actúan como obstáculos para las dislocaciones de borde.



— Figura 6.8 —

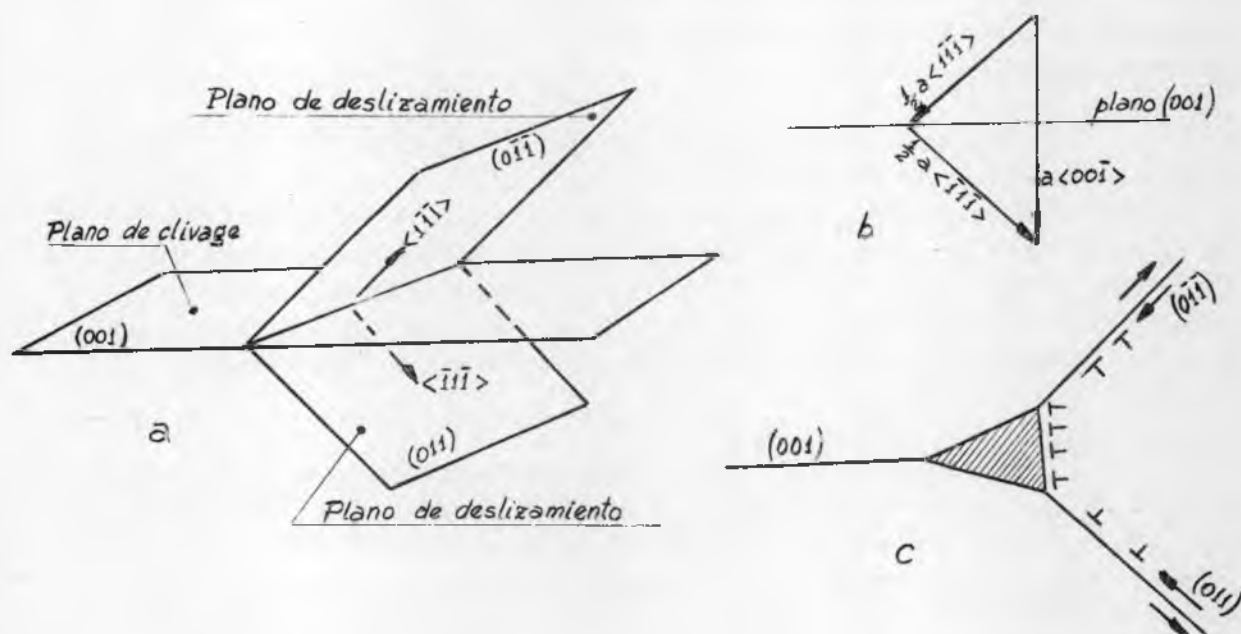


— Figura 6.9 —

Para explicar el clivage según el plano (001), Cottrell supone la combinación de dos sistemas de deslizamiento $\cdot (011)$ y $\langle 111 \rangle$. Por ejemplo en la figura 6.10a se aprecia el plano de clivage (001) y los planos de deslizamiento $(0\bar{1}1)$ y (011) , con los vectores de Burgers en las direcciones $\langle 1\bar{1}\bar{1} \rangle$ y $\langle \bar{1}1\bar{1} \rangle$ respectivamente. La suma de los dos vectores de Burgers da (figura 6.10b).

$$\frac{1}{2}a \langle 1\bar{1}\bar{1} \rangle + \frac{1}{2}a \langle \bar{1}1\bar{1} \rangle = a \langle 00\bar{1} \rangle \quad 6.20$$

Así, un cierto número de estas dislocaciones $\langle 00\bar{1} \rangle$ formarán una grieta embrionaria.



— Figura 6.10 —

Además de los indicados existen otros mecanismos propuestos según los cuales es posible que se agrupen las dislocaciones pasando a constituir microgrietas. Cabe aclarar que como barreras, además de los límites de grano en las aleaciones monofásicas, pueden actuar también los límites entre fases de aleaciones polifásicas, las inclusiones y partículas duras, y si bien en los monocristales no existe el tipo de barreras arriba mencionado, las microgrietas pueden formarse por deformación plástica.

6.VI - CONCENTRADORES DE TENSIONES

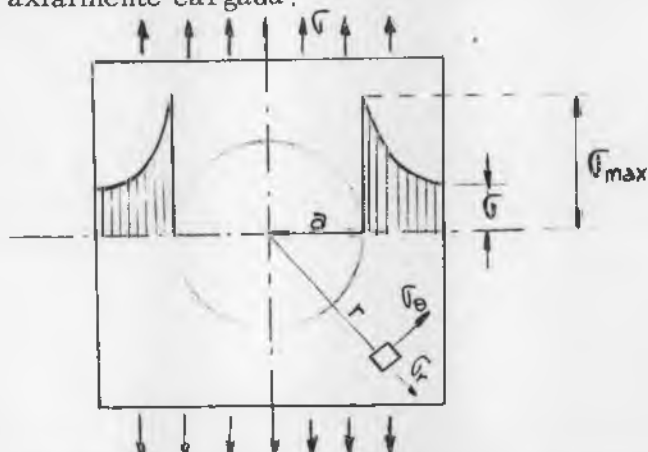
En el punto anterior se analizaron las circunstancias en que las grietas pueden nuclearse en los sólidos. Sin embargo, el hecho de que ellas se formen no implica que necesariamente puedan propagarse. Las condiciones necesarias para la propagación se verán en los puntos 6.VII, a 6.VII.3. Antes de efectuar tal estudio es preciso reveer los conceptos fundamentales sobre concentración de tensiones, puesto que como ya se indicó en la última parte del punto 6.IV su efecto es de importancia fundamental. Una discontinuidad geométrica en un cuerpo elásticamente cargado, tal como

un agujero, una grieta, un cambio de sección, etc. producen una distribución no uniforme de tensiones a su alrededor.

El efecto concentrador de tensiones se expresa por el llamado "factor de concentración", K, dado por el cociente entre la tensión máxima producida por el concentrador y la tensión nominal.

$$K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma} \quad 6.21$$

La figura 6.11 muestra este efecto para una placa con un agujero circular de radio a, axialmente cargada.



— Figura 6.11 —

Si la placa es infinitamente ancha, las ecuaciones que dan la distribución de tensiones elásticas son:

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \quad 6.22a$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad 6.22b$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma}{2} \left(1 - 3 \frac{a^4}{r^4} + 2 \frac{a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \quad 6.22c$$

Del análisis de estas ecuaciones surge:

a - La tensión máxima se produce para $\theta = 90^\circ$ y $r=a$, y vale:

$$\sigma_{max} = \sigma_\theta = 3\sigma \quad 6.23$$

Por lo tanto para este caso $K=3$

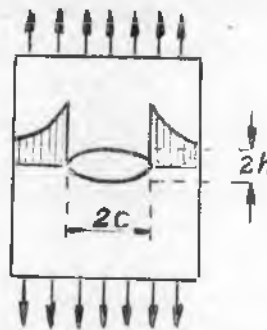
b - Para $r=a$, $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 180^\circ$ se produce un estado de compresión de igual magnitud que la tensión aplicada en los extremos de la placa:

$$\sigma_\theta = -\sigma \quad 6.24$$

Si en vez de tratarse de un agujero circular, se tiene una grieta elíptica cuya longitud sea pequeña con respecto al ancho de la chapa, la tensión máxima se ubica en el extremo de la grieta y vale:

$$\sigma_{max} = \sigma \cdot \left(1 + 2 \frac{c}{h} \right) \quad 6.25$$

La ecuación 6.25 evidencia que una grieta elíptica normal a la dirección de tracción produce una concentración de tensiones tanto mayor, cuanto mayor sea c y menor sea h . Se aprecia también que cuando $c=h=a$ se obtiene de nuevo la 6.23. La figura 6.12 esquematiza la distribución de tensiones para este caso.



— Figura 6.12 —

Para el estudio de las fracturas, conviene expresar la tensión máxima en función del radio de curvatura del extremo de la grieta, y como para una elipse se cumple que :

$$\rho = \frac{h^2}{c} \quad 6.26$$

que puede escribirse también en la siguiente forma :

$$\frac{c^2}{h^2} = \frac{c}{\rho} \quad \therefore \quad \frac{c}{h} = \sqrt{\frac{c}{\rho}} \quad 6.27$$

Reemplazando el valor de c/h de 6.27 en 6.25 resulta :

$$\sigma_{\max} = \sigma \cdot \left(1 + 2 \sqrt{\frac{c}{\rho}} \right) \quad 6.28$$

y para $c \gg \rho$

$$\sigma_{\max} = 2 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{c}{\rho}} \quad 6.29$$

6. VII - PROPAGACION DE FISURAS EN MEDIO ELASTICO. TEORIA DE GRIFFITH.

Si bien esta teoría basada en consideraciones termodinámicas, en su forma original se aplica sólo a materiales perfectamente frágiles tales como el vidrio, tuvo gran influencia en lo que respecta a la fractura de los metales.

La observación efectuada por Griffith fué que hilos de vidrio ensayados a temperatura ambiente mostraban una resistencia de 350 Kg/mm^2 para diámetros de 3 micrones. Al aumentar el diámetro disminuía la resistencia hasta $17,5 \text{ Kg/mm}^2$ (para un diámetro de 1 mm). Además, luego de un tiempo en contacto con el aire disminuía enormemente la resistencia de las fibras con respecto a las recién producidas. Griffith supuso que era debido a la formación de microgrietas.

La creación de una grieta está asociada con la producción de energía de una nueva superficie. En el punto anterior se vió el efecto concentrador de tensiones de una discontinuidad. Si se supone que la grieta es elíptica y orientada perpendicularmente al eje de tracción, las condiciones son tales

que es válida la ecuación 6.29. Los cuatro puntos que siguen, resumen la teoría de Griffith .

- i - Un material frágil contiene una gran cantidad de microgrietas. Estas por su efecto concentrador de tensiones hacen que se alcance en los bordes la resistencia cohesiva teórica con valores de tensiones nominales aplicadas mucho menores. Se produce así el ensanchamiento de la microgrieta.
- ii - El ensanchamiento produce un incremento de la superficie de los lados de la microgrieta, siendo entonces necesario entregar ese incremento de energía superficial.
- iii - La energía superficial extra, se obtiene de la energía de deformación elástica liberada.
- iv - Se puede decir entonces que una grieta se propagará cuando la liberación de la energía de deformación elástica sea igual o mayor que la energía requerida para crear una nueva superficie de grieta.

Para un caso bidimensional en tensión plana, la energía de deformación elástica por unidad de espesor de placa fué dada por Petch y vale:

$$U_e = \frac{\pi \cdot \sigma^2 \cdot c^2}{E} \quad 6.30$$

La energía superficial debida a la presencia de los dos labios de la grieta es

$$U_s = 4 \cdot c \cdot \gamma_s \quad 6.31$$

Por lo tanto el punto iv queda analíticamente expresado:

$$\frac{\partial}{\partial c} \left(\frac{\pi \cdot \sigma^2 \cdot c^2}{E} \right) \geq \frac{\partial}{\partial c} (4 \cdot c \cdot \gamma_s) \quad 6.32$$

La 6.32 constituye la condición necesaria para la propagación de una fisura. Si toda la energía elástica relajada al aumentar c se convierte en energía de superficie, resulta de despejar de la 6.32 .

$$\sigma = \sigma_F = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot \gamma_s}{\pi \cdot c}} \quad 6.33$$

La condición suficiente corresponde al punto i, es decir, en los extremos de la grieta debe alcanzarse la resistencia cohesiva teórica. Cuando tal cosa ocurre se obtiene al igualar las ecuaciones 6.12 y 6.29, la tensión nominal necesaria para producir fractura :

$$\sigma = \sigma_F = \sqrt{\frac{E \cdot \gamma_s}{a} \cdot \frac{c}{2\rho}} \quad 6.34$$

que también puede escribirse:

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{2 E \cdot \gamma_s}{\pi \cdot c} \cdot \frac{\pi \rho}{8 a}} \quad 6.35$$

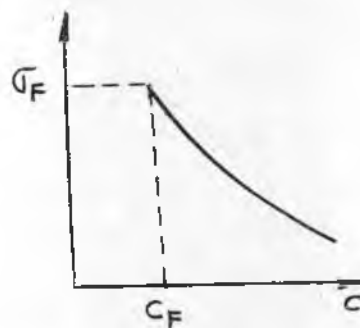
$$\sigma_F \approx \sqrt{\frac{2 E \gamma_s}{\pi \cdot c} \cdot \frac{\rho}{3a}}$$

6.36

Comparando las ecuaciones 6.36 y 6.33 se observa que $\rho = 3a$ es el límite inferior del radio efectivo de una grieta elástica. Cottrell fué quien indicó que a escala atómica la ecuación de Griffith sigue siendo válida, porque algo de energía superficial debe crearse para agrandar la grieta, puesto que σ_F no puede tender a cero cuando ρ tienda a cero.

Así, cuando $\rho < 3a$, la tensión necesaria para la propagación de una grieta está dada por la 6.33, y cuando $\rho > 3a$, por la 6.36. Ambas expresiones sólo se aplican a sólidos completamente elásticos, en los que el límite elástico es mucho mayor que la resistencia cohesiva teórica, y en los que además no hay microdeformación plástica en el frente de la grieta.

Cuando la máxima tensión concentrada alcanza el valor de la tensión crítica $\sigma_c = 2\sigma\sqrt{\frac{c}{\rho}}$ la grieta se expande aumentando su longitud su longitud $2c$. Puede ocurrir entonces que ρ permanezca constante (la grieta se achata), que ρ disminuya (la grieta se hace más aguda), o que c/ρ se mantenga constante y por lo tanto la grieta mantiene su forma. De cualquier manera la grieta se expande a través de toda la sección del material siempre que la tensión nominal aplicada, σ , se mantenga constante durante la propagación. Esto se muestra esquemáticamente en la figura 6.13, donde c_F es la longitud de grieta que empieza a expandirse a σ_F y σ_M es la tensión necesaria para mantener la grieta en movimiento.



— Figura 6.13 —

La ecuación de Griffith para chapas gruesas cuyo espesor es grande frente a la longitud de grieta, es

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{2 E \gamma_s}{(1 - \nu^2) \pi \cdot c}}$$

6.37

6. VII.1 - VELOCIDAD DE PROPAGACION DE GRIETAS EN MEDIO ELASTICO. -

Una vez que la grieta empezó a expandirse, su extremo se desplaza con una velocidad $v_c = \frac{dc}{dt}$.

La fuerza impulsora es la energía elástica, U_e , que debe igualarse a la suma de la energía cinética de ambos lados de la grieta, U_c , más la

energía superficial, U_s , puesto que la energía total del sistema permanece constante :

$$U_e = U_c + U_s \quad 6.38$$

Para que aumente h , un volumen elemental de material próximo al extremo de la grieta debe desplazarse perpendicularmente al plano de la misma. La velocidad con que se desplaza este material limita la de avance de la grieta. De la ecuación 6.38 puede escribirse:

$$U_c = U_e - U_s = U_e \left(1 - \frac{U_s}{U_e} \right) \quad 6.39$$

$$\frac{U_c}{U_e} = 1 - \frac{U_s}{U_e} \quad 6.40$$

U_c está dado por :

$$U_c = \frac{K \rho V_c^2}{2 E} \cdot \frac{\sigma^2 c^2}{E} \quad 6.41$$

donde ρ es la densidad del material y k una constante numérica. Si se tiene en cuenta la ecuación 6.30, la 6.41, puede escribirse :

$$U_c = \frac{K \rho V_c^2}{2 E \pi} U_e \quad 6.42$$

y despejando V_c y ordenado :

$$V_c = \sqrt{\frac{2\pi}{K}} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \left(1 - \frac{U_s}{U_e} \right)^{1/2} \quad 6.43$$

Por último, reemplazando en 6.43 los valores de U_s y U_e dados por la 6.30 y 6.31 respectivamente:

$$V_c = \sqrt{\frac{2\pi}{K}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \left(1 - \frac{4 E \gamma_s}{\pi \sigma^2 c^2} \right) \quad 6.44$$

Como $\frac{4 E \gamma_s}{\pi \sigma^2}$ es el valor de la longitud crítica de grieta según Griffith (ver ecuación 6.33), V_c resulta :

$$V_c = \sqrt{\frac{2\pi}{K}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \left(1 - \frac{C_G}{c} \right) \quad 6.45$$

El valor C_G es la velocidad del sonido en el material, v_o , y una constante que vale aproximadamente 0,38. Por lo tanto :

$$V_c = 0,38 V_o \left(1 - \frac{C_G}{c} \right) \quad 6.46$$

De manera que a medida que c aumenta, la velocidad de propagación de la grieta se aproxima a 0,38 de la velocidad del sonido en el material. Las determinaciones experimentales efectuadas en diversos metales concuerdan bastante bien con este valor teórico.

6.VII.2 - PROPAGACION EN MEDIO PLASTICO - TEORIA DE GRIFFITH-OROWAN. -

En el punto 6.VII se indicó que la teoría de Griffith es válida para aquellos materiales en que no hay deformación plástica en el frente de la grieta. Cuando tal deformación existe, Orowan estableció que además de la energía superficial, γ_s , necesaria para crear las dos nuevas superficies, se necesita durante la propagación de la grieta una cierta cantidad de trabajo plástico, γ_p .

La mecánica del proceso de fractura depende ahora de γ_p , que a su vez varía con la temperatura, velocidad de grieta y material. Con bajas temperaturas, altas velocidades y materiales intrínsecamente frágiles, las tensiones de fluencia son grandes (de igual orden o mayor que la resistencia cohesiva teórica) y las deformaciones plásticas en las proximidades de la grieta son pequeñas (del mismo orden que las deformaciones elásticas). En estos casos los valores de γ_p son relativamente bajos ($\gamma_p < 10 \gamma_s$) y la grieta se expande en forma elástica y continúa.

Sobre esta base Orowan modificó la ecuación de Griffith en la siguiente forma :

$$\sigma_M = \sqrt{\frac{2E}{\pi c} (\gamma_s + \gamma_p)} \quad 6.47$$

siendo σ_M la tensión necesaria para mantener la grieta en movimiento.

La ecuación 6.47 se puede escribir :

$$\sigma_M = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi \cdot c} \left(1 + \frac{\gamma_p}{\gamma_s}\right)}$$

Pero como $\frac{\gamma_p}{\gamma_s} > 1$

$$\sigma_M \approx \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi \cdot c} \frac{\gamma_p}{\gamma_s}}$$

$\therefore$

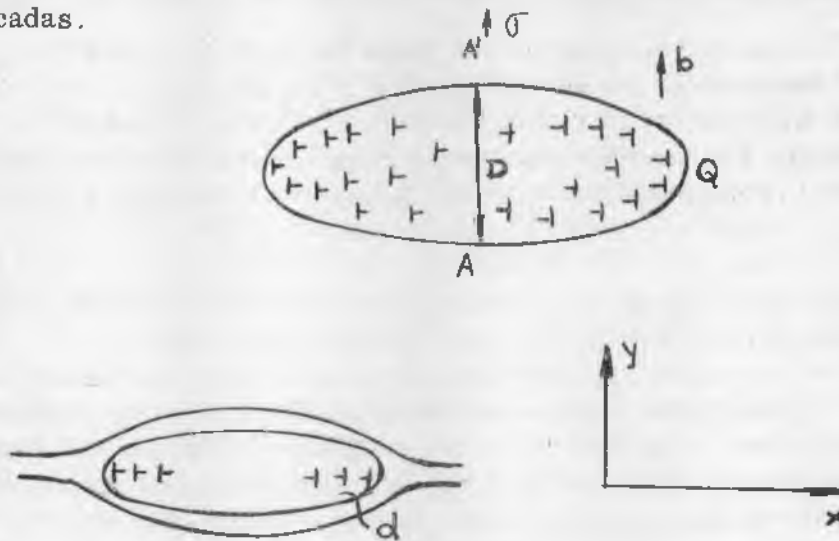
$$\sigma_M = \sqrt{\frac{2E}{\pi \cdot c} \gamma_p}$$

6.48

6.VII.3 - LA TEORIA DISLOCACIONISTA Y LA PROPAGACION DE GRIETAS POR CLIVAGE. -

- i - Caso en que no hay microdeformación plástica en el frente de grieta. Ya se indicó que una grieta elástica de forma elíptica (figura 6.14) constituye una discontinuidad en un sólido elástico homogéneo. En ella los des-

plazamientos de tracción varían desde cero en el extremo hasta $2h$ en el centro, pudiendo alcanzar valores mayores que los desplazamientos producidos en el resto del material como consecuencia de las tensiones aplicadas.



— Figura 6.14 —

Friedel propuso que una grieta de este tipo puede representarse como una distribución continua de n dislocaciones de borde de vector de Burgers b' tal que

$$D = n b' = \int \frac{\partial u}{\partial l} dl \quad 6.49$$

donde u es el vector desplazamiento de cada dislocación y la integral se toma a lo largo de AQA: En realidad tales dislocaciones no existen y se toman sólo con propósitos representativos.

La grieta se extiende cuando las dislocaciones se mueven por trepado a lo largo del eje x , perpendicularmente a su vector de Burgers. Como la resistencia a la fricción es menor en el interior de la grieta, las dislocaciones se apilan en su extremo, no pudiendo avanzar la primera dislocación, d , hasta que la fuerza producida por el apilamiento supere (o por lo menos iguale) a la resistencia $2\gamma_s$.

$$\sigma \cdot n \cdot b' = \sigma D \geq 2 \gamma_s \quad 6.50$$

El número de dislocaciones apiladas está dado por

$$n = \frac{\sigma (1 - \nu) (2c)}{G \cdot b'} \quad 6.51$$

y como $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$

será

$$n \cdot b' = D = \sigma \frac{(1 - \nu^2) 4c}{E} \quad 6.52$$

Sustituyendo 6.52 en 6.50 .

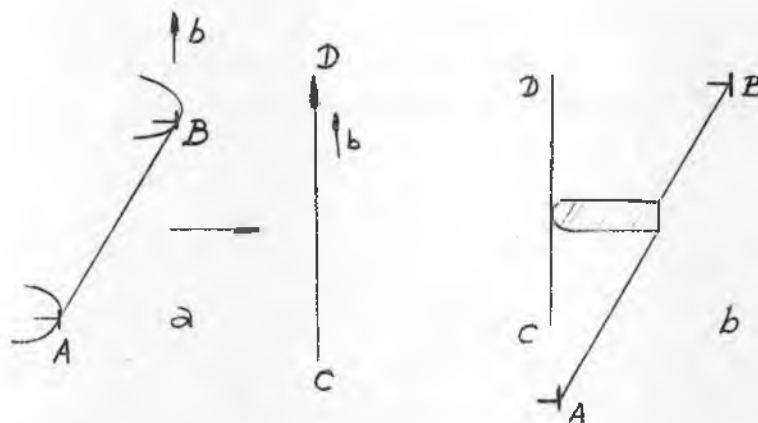
$$\sigma_F = \sqrt{\frac{E \gamma_s}{2c(1 - \nu^2)}} \quad 6.53$$

Comparando las ecuaciones 6.53 y 6.37 se observa que sólo difieren en un factor $4/\pi$. Este tipo de fracturas producidos por $\bar{\sigma} = \sigma_F$ a $c = c_F$ cuando n dislocaciones se acumulan próximas al extremo de la grieta, se definen como acumulativas. Dichas dislocaciones son capaces de producir fractura al expandirse a través del plano de fractura, sin necesidad de crear nuevas durante la expansión.

En la expresión 6.52 puede apreciarse que si $\bar{\sigma}$ se mantiene constante e igual a σ_F , se generan nuevas dislocaciones para aumentar el valor de c_F . Si bien estas dislocaciones empujan al primer grupo, al permanecer detrás de él, no contribuyen al trabajo requerido para mover d.

Como las fracturas de este tipo se producen en planos preferenciales, cuando se observa su superficie con pocos aumentos, en el caso de policristales se ven facetas brillantes y planas que corresponden precisamente a los planos de clivage.

Con microscopio electrónico se pone de manifiesto que en las superficies aparentemente planas existen microrrelieves constituidos por líneas cuyo aspecto general es el de una red hidrológica, por lo que reciben el nombre de ríos. Estos constituyen los escalones de unión entre los planos de clivage paralelos por los cuales se propaga la fractura. La figura 6.15 esquematiza un modelo que explica la formación de los ríos. En 6.15a un frente de grieta (esquematisado por la dislocación de borde AB) al avanzar se aproxima a la dislocación helicoidal CD. Cuando se intersecan se producirá en AB un "jog" que irá formando el río a medida que Ab sigue avanzando después de la intersección.



— Figura 6.15 —

Estos microrrelieves tienden a disponerse perpendicularmente al frente de la grieta, a los efectos de minimizar su energía, resultado así aproximadamente paralelos al frente AB.

Como AB en su camino puede encontrar muchas dislocaciones con vector de Burgers perpendicular al plano de clivage, más y más ríos se forman. Mientras que la mayor parte de ellos se eliminan por coalescencia de "jogs" de signo opuesto (figura 6.16a), unos pocos aumentan su altura por coalescencia de "jogs" del mismo signo (figura 6.16b).



Figura 6.16

La microfotografía de la figura 6.17 muestra el aspecto general de los ríos y su propagación a través de un límite de grano. De acuerdo a la desorientación relativa de los granos vecinos, la teoría dislocacionista ha justificado la razón por la cual al cruzar la grieta el límite de grano puede disminuir o aumentar el número de ríos.

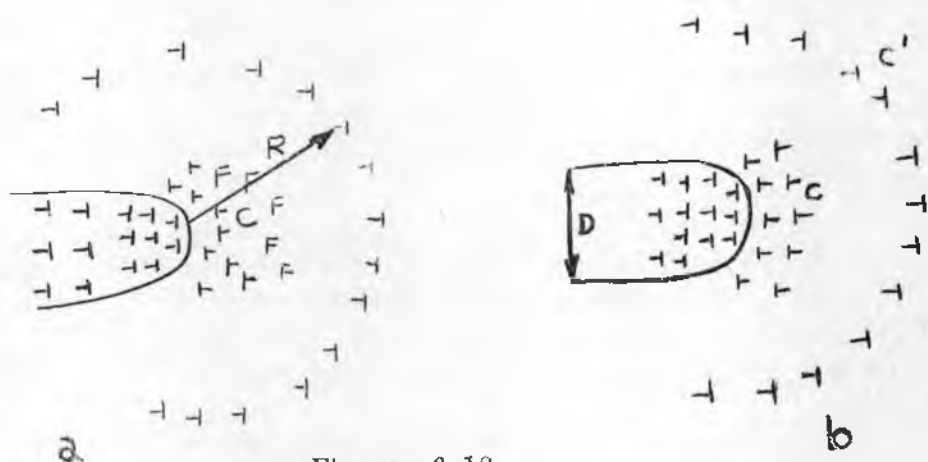
Figura 6.17

ii - Caso en que hay microdeformación plástica.

La deformación plástica puede ocurrir por activación de fuentes de dislocaciones en un elemento de volumen próximo al extremo de la grieta.

Dichas fuentes emiten anillos de dislocaciones cuya parte C (figura 18a), siendo de distinto signo que las dislocaciones de la grieta, son atraídas hacia su extremo.

Los anillos C se desplazan hasta que la suma de sus vectores de Burgers igualen el vector de Burgers suma de las dislocaciones del extremo de grieta (D). Se neutraliza así el campo de tensiones del apilamiento en la misma, por lo que las dislocaciones del extremo pueden avanzar hacia el frente. Como consecuencia de esto los labios se disponen paralelamente (figura 18b).



— Figura 6.18 —

Al aumentar así el radio de curvatura, disminuye la concentración de tensiones, y se eleva entonces la tensión necesaria para propagar la grieta.

La parte C' de los anillos, cuyo vector de Burgers es igual al de la parte C, no está afectado por las tensiones elásticas del extremo de grieta, puesto que han sido relajados, sufriendo sólo la acción elástica que resulta de las otras porciones similares C'. Las porciones C' interaccionando entre sí, son entonces empujadas a una distancia R de la fisura, tal que su repulsión mutua sea igual al límite elástico, σ_y , del material.

6.VIII LA FRACTURA PLASTICAMENTE INDUCIDA

Cuando la resistencia a la fluencia es menor que la resistencia cohesiva teórica, no se produce fractura elástica con propagación continua y no puede aplicarse el criterio de Griffith (ecuaciones 6.33 y 6.48).

El hecho de que la resistencia a la fluencia sea menor que la re-

sistencia cohesiva teórica implica :

- i - Que se producen zonas plásticas grandes en el extremo de la grieta.
- ii - Que los valores de δp son relativamente grandes.
- iii - Que las deformaciones plásticas, en regiones adyacentes al extremo de la grieta son muy grandes.

Puesto que las grietas crecen por efecto de estas altas deformaciones plásticas localizadas, se dice que la fractura es plásticamente inducida.

Con la sola excepción del clivage, todos los tipos de propagación de grietas caen en esta categoría.

6.VIII.1 LA FRACTURA DUCTIL EN PROBETAS CILINDRICAS TRACCIONADAS . -

Mientras que las fracturas por clivage se desarrollan con tensiones bastante definidas, las dúctiles lo hacen lentamente con una separación final que se produce con tensiones y deformaciones mucho mayores que con las que se inició.

Si bien la nucleación de grietas en la fractura dúctil se produce también como consecuencia de fluencia plástica localizada, y por lo tanto son posibles los mecanismos indicados en 6.V, experimentalmente se ha encontrado que casi siempre tal nucleación está vinculada a la presencia de inclusiones.

Así, para una probeta cilíndrica en tracción, el proceso comienza con la formación de cavidades, y si bien esto puede ocurrir en la intersección del límite de tres granos, normalmente tiene lugar cuando se quiebra una partícula dura o se decohesiona su interfase (por ejemplo óxidos en cobre o sulfuros en acero).

Aunque se forman cavidades en toda la probeta, las grietas iniciales tienen lugar cuando se produce la estricción, en el plano de mínima sección donde las componentes hidrostáticas de tracción son mayores (ver punto 7).

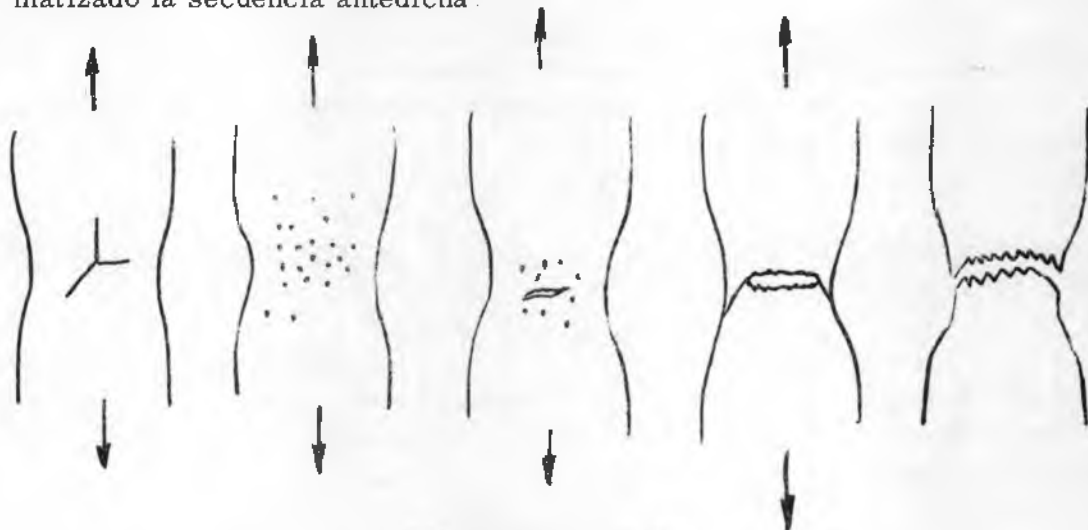
En efecto, a medida que aumenta la deformación, las cavidades crecen en el sentido de deformación impuesto y en el material que queda entre las cavidades se produce una estricción cuyo resultado final es la coalescencia de las mismas formándose las grietas.

Luego las grietas crecen expandiéndose por los planos de máxima distorsión de corte. Como estos planos están a 45° del frente de la grieta que le precede inmediatamente, ellas siguen una de estas direcciones alejándose así de la sección mínima. Después de viajar un tramo retorna por la otra dirección de 45° nuevamente a la sección mínima (es decir al lugar donde las tensiones son máximas). La dirección promedio de la grieta es por lo tanto transversal, aunque en detalle se mueve en zig-zag. De esta forma tiene lu-

gar la copa de la fractura.

Por lo común la fractura final se produce por separación a lo largo del plano de máxima deformación de corte, ubicado a 45° , formándose así la parte cónica de la clásica fractura de copa y cono.

Esta parte cónica puede ser un "zig" o "zag" particularmente largo, inducido tal vez por la proximidad de la superficie. En la figura 6.19 se ha esquematizado la secuencia antedicha.



— Figura 6.19 —

Con pocos aumentos o a ojo desnudo, el aspecto de estas fracturas es fibroso, con la parte cónica más suave. Con microscopio electrónico, en la parte de la copa se observan cúpulas equiaxiales yuxtapuestas coincidentes en ambas caras de la fractura, producidas por efecto de las tensiones normales sobre las cavidades y la posterior rotura por estricción de los puentes de material entre las mismas.

El fondo de la cúpula está a veces ocupado por una inclusión o un precipitado. En la parte del cono en cambio, se observan cúpulas alargadas con direcciones opuestas en ambas caras de la fractura, como resultado de la deformación de corte localizada en esta última parte del proceso.

Desarrollos teóricos efectuados para estados planos de deformación, y la experiencia general demuestran que la ductilidad aumenta.

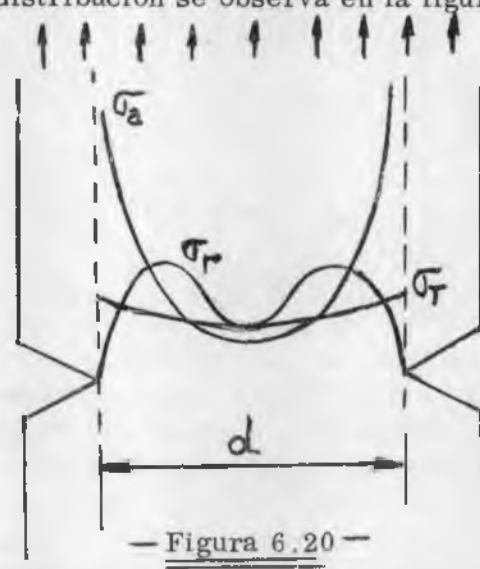
- i - Al disminuir el número de partículas (precipitados o inclusiones), puesto que de esta forma se inhibe la tendencia a la formación de cavidades. En efecto, en ausencia de partículas no se desarrolla la fractura fibrosa, produciéndose grandes deformaciones plásticas que conducen a la separación final en un punto, sin verdadera superficie de fractura.
- ii - Aumentando el endurecimiento por deformación, ya que así se inhibe la estricción que se produce en los puentes de material entre cavidades.
- iii - Con estados triaxiales de compresión. Experiencias de Bridgman demostraron que superponiendo presiones de 20000 a 30000 Kg/cm^2 es

posible impedir la formación de agujeros en un acero SAE 1045, pasando de la fractura de copa y cono a la fractura en forma de bisel con un punto final de separación. Se desprende que, en lo que a fractura respecta, los estados de tracción son los más desfavorables, en especial los estados triaxiales de tracción.

6.IX - EL EFECTO DE ENTALLA

En este punto se verá como una entalladura afecta la curva de resistencia a la deformación de un material, y consecuentemente la tensión nominal de fractura.

Si se tracciona una barra entallada, se establece un estado triaxial de tensiones cuya distribución se observa en la figura 6.20.



Este estado triaxial se produce por el hecho de que toda la carga de tracción debe ser sustentada por el material contenido en el diámetro d , quedando a su alrededor una cantidad relativamente grande de material libre de tensiones. Así, si bien el núcleo central (altamente traccionado) intenta contraerse lateralmente por efecto Poisson, la parte libre de tensiones a su alrededor restringe esa posibilidad, originando entonces tensiones radiales y circunferenciales.

La presencia de estas tensiones radiales y circunferenciales, eleva el valor de la tensión axial necesaria para producir fluencia. En efecto, según el criterio de Tresca, para el caso de una probeta sin entalle en tracción, la fluencia se produce cuando :

$$k_t = \frac{\sigma_a - 0}{2} \quad \therefore \sigma_a = 2 k_t \quad 6.54$$

En cambio para una probeta entallada del mismo material, la máxima tensión de corte será .

$$k_t = \frac{\sigma_z - \sigma_r}{2} \quad \therefore \sigma_z = 2k_t - \sigma_r \quad 6.55$$

Tratándose del mismo material, k_t es igual en ambos casos, por lo que resulta claro comparando 6.54 y 6.55 que la existencia de tensiones transversales hace necesaria una mayor tensión longitudinal para producir fluencia.

Este efecto se acentúa tanto más, cuanto más severo es el entalle introducido, lo que se aprecia en la figura 6.21.

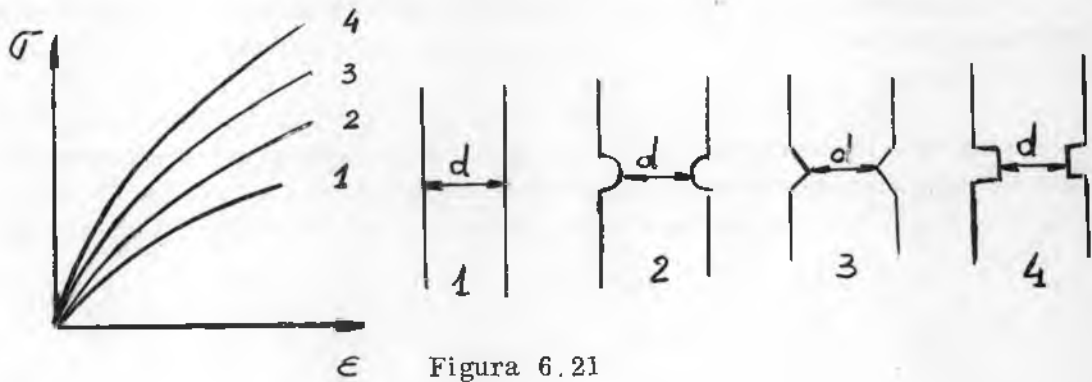


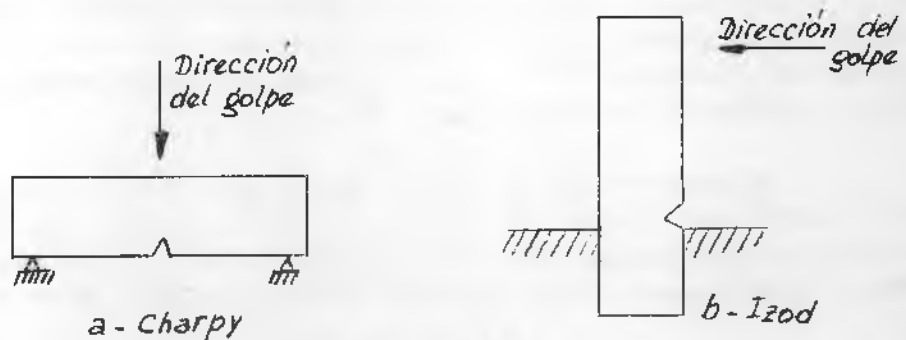
Figura 6.21

6.X - LA TRANSICION DUCTIL - FRAGIL

Muchos metales, con la sólo excepción de los cúbicos centrados en las caras, poseen una transición en su modo de fractura, de dúctil a frágil, cuando la temperatura disminuye. Además de la temperatura, contribuyen a la fractura frágil los estados triaxiales de tensiones, las altas velocidades de deformación, y el tamaño y forma de la pieza.

La experiencia ha demostrado que las condiciones de servicio de los materiales, por la incidencia de estos parámetros, son más severas que los ensayos comunes de laboratorio. Así por ejemplo, si de una chapa de buque, que puede eventualmente romper en una forma completamente frágil, se extrae y ensaya una probeta de tracción, ésta rompe con fractura de copa y cono.

Para simular condiciones más severas, se ha recurrido a los ensayos de impacto con probetas entalladas (Charpy e Izod), o se han ideado nuevos ensayos. (ver figuras 6.22a y 6.22b)

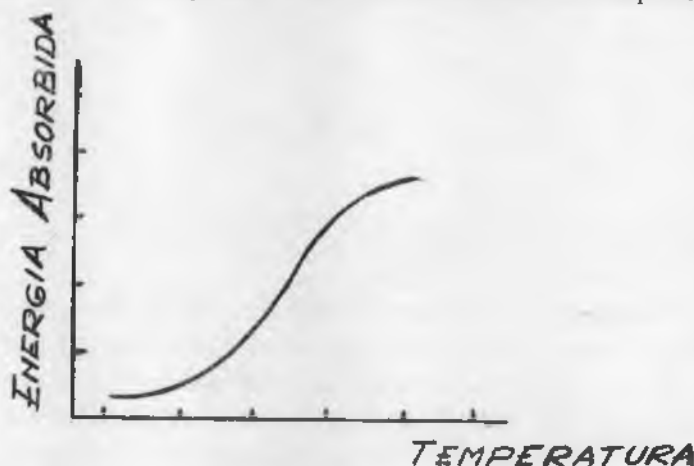


- Figura 6.22 -

El entalle en las probetas Charpy (o Izod) introduce un estado triaxial de tensiones, similar al de la figura 6.20, dependiendo la magnitud de las tensiones principales de las dimensiones de la probeta y de la geometría del entalle. Las velocidades de aplicación de la carga son del orden de 5 m/seg. y la velocidad de deformación de 10^3 1/seg.

Con estos ensayos se mide la energía expresada en Kgrm necesaria para producir la fractura de la sección entallada. Esta información puede complementarse con el porcentaje de contracción en la raíz del entalle como una medida de la ductilidad, y por los porcentajes relativos de superficie de fractura granular (por clivage) y fibrosa.

Cuando se varía la temperatura de los ensayos de impacto de un dado material, pueden resultar curvas como la de la figura 6.23 que revelan que la energía absorbida disminuye con la temperatura, existiendo un intervalo de transición que corresponde a la transición en el comportamiento dúctil frágil.



— Figura 6 23 —

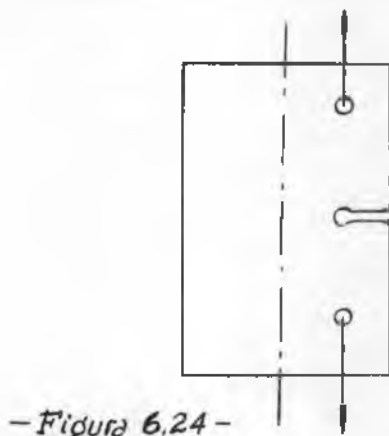
Como se aprecia, no existe una única temperatura de transición dúctil-frágil para una dada condición de triaxialidad y velocidad de deformación. Se recurre entonces convencionalmente para definirla a una cierta magnitud de la energía absorbida, o de la ductilidad desplegada, o a una cierta cantidad de superficie fibrosa con respecto al área total de la fractura.

En el primer caso, para probetas Charpy de acero bajo en carbono con entalle en V, se adopta una energía de 10 a 15 pies por libra. En el segundo caso, cuando la contracción lateral en la raíz del entalle es del 1%, y en el tercero cuando la superficie fibrosa ocupa el 50% del área de fractura. Los tres criterios no coinciden, correspondiendo las temperaturas de transición más elevadas al tercero.

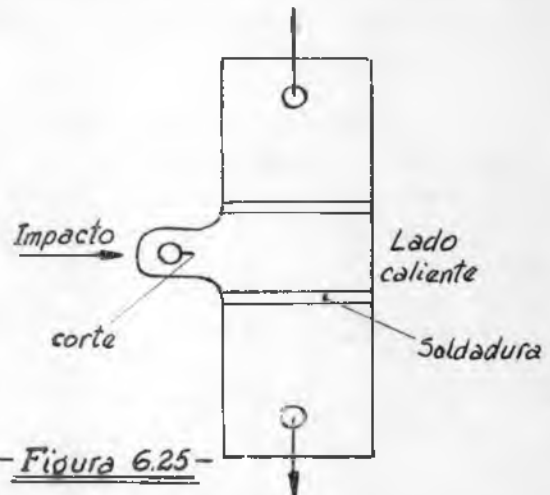
Para determinar temperaturas de transición se han utilizado también ensayos estáticos de flexión con probetas sin entalle, constituyendo éstos una condición de severidad intermedia entre el ensayo de tracción estático y el de impacto con probetas entalladas. También suelen usarse probe-

tas de flexión entalladas, lo que introduce un estado triaxial que eleva la temperatura de transición con respecto al ensayo sin entalle.

La marina de los EE UU. introdujo un ensayo con chapas de tamaño natural, sometidas a tracción y flexión (figura 6.24). Las cargas de tracción y flexión combinadas tienen la ventaja con respecto a la flexión sola, que aumentando en forma adecuada las cargas de tracción se elimina la zona de compresión introducida por flexión. De esta manera al tener sólo estados de tracción se contribuye a la propagación de grieta, es decir, resultan condiciones más severas



-Figura 6.24-



-Figura 6.25-

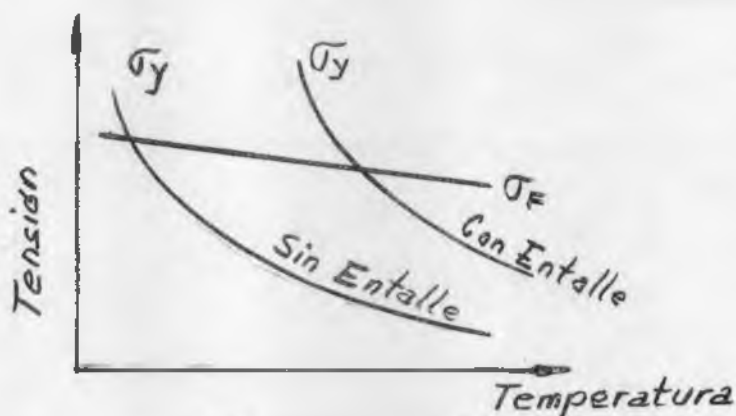
Con el ensayo Pellini se tratan de reproducir las condiciones de trabajo de las chapas de buques. Sobre una chapa soportada por sus bordes se deja caer un peso. A la chapa se le permite flexionar mediante un tope, un máximo de 5°. La fractura se inicia sobre un lecho soldado en el centro de la placa con material de aporte frágil, entallada hasta la mitad del lecho y ubicado en la cara opuesta a la aplicación de la carga.

El ensayo Robertson se desarrolló con el objeto de determinar la temperatura a la cual, una grieta frágil expandiéndose en una chapa de acero, se detiene como consecuencia de la deformación plástica introducida en el frente de la grieta. La probeta se somete a una carga de tracción (figura 6.25) y la grieta se inicia en un corte introducido con una sierra de joyero mediante la aplicación de una carga de impacto. El lado de iniciación de la grieta se enfría con nitrógeno líquido, manteniendo el lado opuesto a temperaturas mayores, con lo que se logra un gradiente de temperatura en el ancho. Si bien la energía provista por el impacto inicial no es suficiente para mantener la grieta en movimiento, esto se consigue con la carga de tracción. La grieta se desplaza por el ancho, hasta que llega a un punto en que la temperatura es suficiente para producir deformación plástica y detenerla. Esto ocurre cuando la deformación plástica necesaria para expandir la grieta no puede ser provista por la energía elástica almacenada. Para cada tensión de tracción aplicada hay una temperatura para la cual la grieta no se propaga. A la temperatura en que se detiene la grieta se la llama CAT (crack arrest temperature)

Algunos aspectos de la transición dúctil-frágil se pueden explicar

suponiendo que la fractura frágil se produce cuando la tensión de fluencia alcanza un valor crítico, y que el flujo plástico y la fractura frágil son procesos independientes, cada uno con su tensión de tracción característica, σ_y y σ_F respectivamente.

La influencia de σ_y con la temperatura se observa en la figura 6.26. Además puede aceptarse que σ_F es poco sensible a la temperatura, puesto que una vez alcanzadas las condiciones para propagar la grieta (puntos 6.VII y 6.VII.2), la activación térmica juega poco en el proceso.



— Figura 6.26 —

Por encima de la temperatura de transición la tensión de fluencia es menor, y por lo tanto se alcanza antes que la fractura. El material se comporta como dúctil. Por debajo de la temperatura de transición se alcanza primero la tensión de fractura y el material rompe frágil.

El entalle, según se vió en el punto 6.IX eleva la curva de fluencia por lo que aumenta también la temperatura de transición. En general todos aquellos factores que aumenten la resistencia a la fluencia sin que al mismo tiempo eleven la curva de fractura, favorecen la fractura frágil.

Las experiencias llevadas a cabo en la Universidad de California con modelos a escala natural, mitad y un cuarto de reducción, han demostrado que las tensiones de fractura son menores y las temperaturas de transición mayores, cuanto mayor es el modelo. Dos son las razones que favorecen la disminución de las tensiones de fractura.

Por una parte cuanto mayor es la estructura mayor será la posibilidad de aumentar la cantidad de concentradores de tensiones y por lo tanto los estados de tensiones más desfavorables. Además, la energía elástica almacenada será mayor y por lo tanto más fácilmente se alcanzará la condición de Griffith.

6.XI- BIBLIOGRAFIA

Básica

1. Mechanical Metallurgy - G.E. Dieter - McGraw-Hill -

Capítulos 7 y 14

2. The Mechanical Properties of Matter - Cottrell - John Wiley -
Capítulos 11
3. Elements of Mechanical Metallurgy - McGregor Tegar - Mac
Millan - Capítulo 7.
4. Mechanical properties of Metals - D. McLean - John Wiley -
Capítulo 7

Consulta:

1. Fracture of Structural Materials - Tetelman-McEvily - John
Wiley.

PUNTO 7 - ENSAYOS MECANICOS

- 7.1 Objeto.
- 7.2 Introducción.
- 7.3 Ensayos para determinar las curvas tensión-deformación.
- 7.4 Ensayo de tracción simple.
 - 7.4.1. Inestabilidad plástica.
 - 7.4.1a. Estudio de la Estricción.
 - 7.4.1b. Efecto de la presión hidrostática sobre la inestabilidad plástica.
- 7.5 Ensayo de compresión.
 - 7.5.1. Inestabilidad plástica. Pandeo
 - 7.5.2. Fricción en compresión.
 - 7.5.3. Ensayos especiales de compresión.
 - 7.5.3a. Compresión en fluencia plana.
- 7.6. Ensayo de torsión.
- 7.7. Comparación entre ensayos de tracción, compresión y torsión.
- 7.8. Los ensayos mecánicos y sus posibilidades para la determinación de las características mecánicas en "caliente".
- 7.9. Bibliografía.

7.1 - OBJETO.-

Si bien por un lado se procura relacionar estados complejos de tensiones con estados simples, por otro se busca que los ensayos se aproximen a la realidad del proceso de trabajado.

En este punto se revisan los ensayos más comunes; tracción, compresión y torsión, relacionándolos e indicando los inconvenientes que presentan : inestabilidad plástica y fricción. Como la mayoría de los procesos de trabajado de metales se efectúan por compresión, en 7.5.3. y 7.5.3a. se describen algunos ensayos especiales.

Por otra parte, si bien la velocidad de deformación no influye en forma considerable sobre la resistencia cuando el proceso es "en frío", no ocurre lo mismo cuando la deformación se produce "en caliente" (ver capítulo 9). Por esta razón en el punto 7.8 se analizan las ventajas y desventajas de los diversos ensayos para la determinación de las características mecánicas en caliente.

7.2. - INTRODUCCION.-

Ya en el punto 1.2 se describió someramente un ensayo de tracción. En el punto 4.III se consideraron las relaciones empíricas tensión-deformación y sus modelos ideales, y en el capítulo las formas que toman las curvas para los distintos tipos de cristales.

En el punto siguiente se tratarán brevemente los distintos tipos de ensayos utilizados para obtener las curvas tensión-deformación, y así entender el comportamiento plástico de los metales durante los procesos de trabajo.

Al estudiar los procesos de trabajado, se verá que tienen fundamental importancia los distintos estados de tensiones.

7.3. - ENSAYOS PARA DETERMINAR LAS CURVAS TENSION-DEFORMACION

Los más comunes son : a) tracción
b) compresión
c) torsión

Generalmente, al efectuarlos se miden las cargas aplicadas y la variación de longitud, obteniéndose el diagrama carga-elongación.

$$\Delta l_i = \text{elongación} = l_i - l_0 \quad 7.1$$

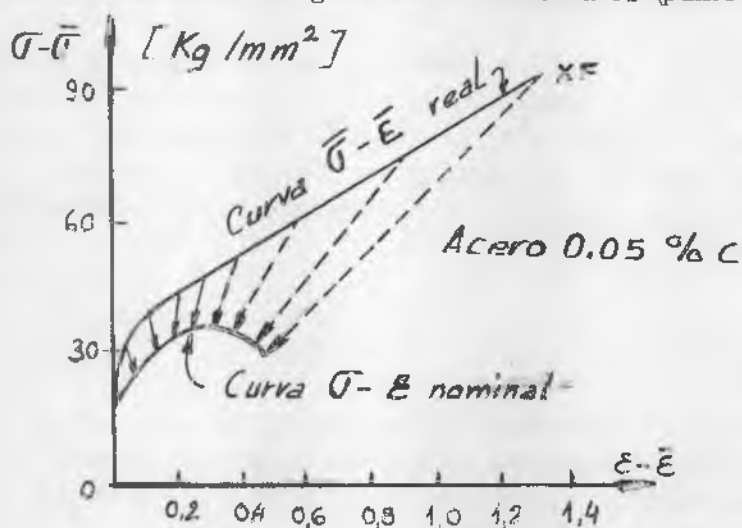
El subíndice i indica el valor instantáneo.

De ese diagrama, modificando las escalas, se pasa al de tensión-deformación. La escala de cargas se divide por la sección inicial S_0 y la de elongaciones por el largo inicial l_0 .

$$\bar{\sigma}_i = P_i / S_0 \quad 7.2$$

$$\bar{\epsilon}_i = l_i / l_0 \quad 7.3$$

Como estos diagramas no permiten determinar las propiedades en la región plástica, se usan las curvas tensión-deformación efectivas. Estas últimas se obtienen dividiendo las cargas por la sección instantánea y utilizando deformaciones logarítmicas o naturales (punto 2.III.5)



$$\bar{\sigma}_i = P_i / S_i \quad 7.4$$

$$\bar{\epsilon}_i = \ln \frac{l_i}{l_0} \quad 7.5$$

- Figura 7.1 -

La figura 7.1 muestra ambas curvas para tracción, pudiéndose apreciar la diferencia entre las mismas.

Sistemas modernos permiten trazar directamente estas curvas en las máquinas de ensayo.

7.4. - ENSAYO DE TRACCION SIMPLE

Este ensayo se interpretará aquí en base a lo visto en el punto 4. Interesa entonces la zona plástica, en la que se dijo se producía endurecimiento por deformación. En el punto 4.II.1e. se indicó que el endurecimiento estaba dado por :

$$\bar{\sigma} = H \left[\int d\bar{\epsilon}^p \right] \quad 7.6$$

o también

$$\bar{\sigma} = F(\mu p) \quad 7.7$$

La función F, por ejemplo, se determina experimentalmente de las curvas tensión-deformación. En efecto, el incremento de trabajo plástico está dado por :

$$d_{up} = \bar{\sigma} d\bar{\epsilon}^p \quad 7.8$$

y como

$$d\bar{\epsilon} = d\bar{\epsilon}^e + d\bar{\epsilon}^p \quad 7.9$$

por lo tanto

$$d\bar{\epsilon}^p = d\bar{\epsilon} - d\bar{\epsilon}^e \quad 7.10$$

El incremento de la deformación efectiva total puede obtenerse de la 2.28 y el de la deformación elástica de la ecuación 3.3, resultando respectivamente para tracción pura:

$$d\bar{\epsilon} = \frac{dl}{l} \quad 7.11$$

$$d\bar{\epsilon}^e = \frac{d\sigma}{E} \quad 7.12$$

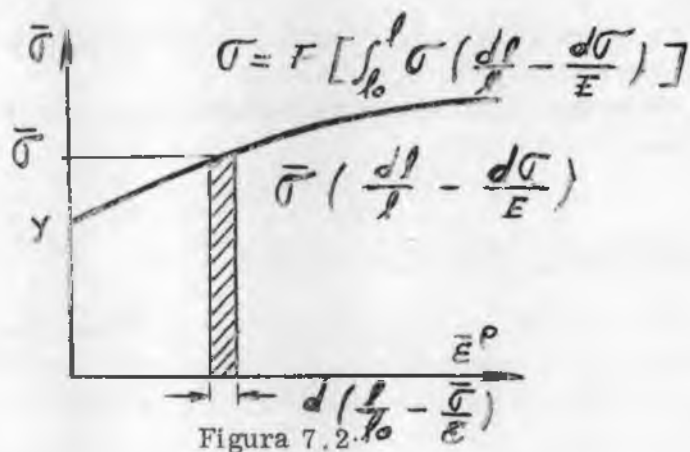
Reemplazando 7.11 y 7.12 en 7.10 resulta :

$$d\bar{\epsilon}^p = \frac{dl}{l} - \frac{d\sigma}{E} \quad 7.13$$

por lo tanto

$$\bar{\epsilon}^p = \ln \frac{l}{l_0} - \frac{\bar{\sigma}}{E} \quad 7.14$$

La figura 7.2 grafica $\bar{\sigma}$ en función de $\bar{\epsilon}^p$



La ecuación 7.8 puede escribirse ahora de acuerdo a 7.13:

$$d u_p = \bar{\sigma} \left(\frac{dl}{l} - \frac{d\bar{\sigma}}{E} \right) \quad 7.15$$

$$\therefore u_p = \int \bar{\sigma} d\bar{\epsilon}^p = \int \bar{\sigma} \left(\frac{dl}{l} - \frac{d\bar{\sigma}}{E} \right) \quad 7.16$$

Como el área rayada de la figura 7.2 es el argumento de la función F de la ecuación 7.7, ésta puede escribirse :

$$\bar{\sigma} = F \left[\int_{l_0}^l \bar{\sigma} \left(\frac{dl}{l} - \frac{d\bar{\sigma}}{E} \right) \right] \quad 7.17$$

La tensión efectiva en tracción puede obtenerse de la 2.22, y resulta como ya se indicó en 2.II.9., igual a la tensión aplicada :

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 = \frac{P}{S} \quad 7.18$$

7.4.1. - INESTABILIDAD PLASTICA

La principal desventaja para obtener $\bar{\sigma}$ en función de $\bar{\epsilon}$ mediante el ensayo de tracción, es que en la carga máxima se produce la estricción con deformaciones relativamente bajas. El estado de tensiones se hace triaxial (deja de ser tracción pura) y las deformaciones se localizan en el cuello.

Para determinar donde se produce este punto de inestabilidad plástica en el diagrama tensiones reales-deformaciones reales (que en tracción coincide con el $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$) se supondrán despreciables las deformaciones elásticas.

La carga es de acuerdo a 7.18 :

$$P = \bar{\sigma} \cdot S \quad 7.19$$

luego

$$dP = \bar{\sigma} \cdot dS + S \cdot d\bar{\sigma} \quad 7.20$$

Como para el punto de inestabilidad plástica es $dP = 0$.

$$-\frac{dS}{S} = \frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} \quad 7.21$$

Por constancia de volumen :

$$S_0 \cdot l_0 = S \cdot l = \text{constante} \quad 7.22$$

$$S \cdot dl + l \cdot dS = 0 \quad 7.23$$

$$-\frac{dS}{S} = \frac{dl}{l} \quad 7.24$$

Reemplazando 7.24 en 7.21

$$\frac{dl}{l} = \frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} \quad 7.25$$

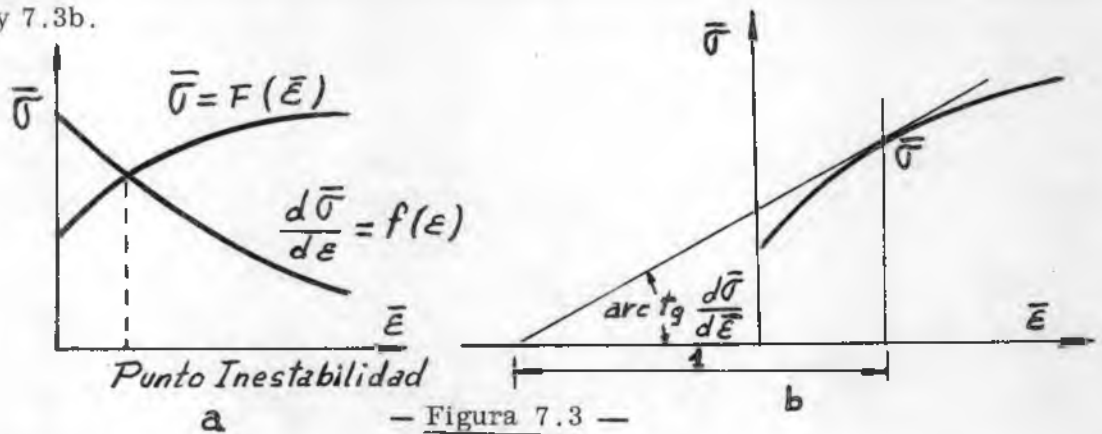
y como

$$\frac{dl}{l} = d\bar{\epsilon} \quad 7.26$$

resulta

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \bar{\sigma} \quad 7.27$$

que es la condición de inestabilidad plástica, como muestran las figuras 7.3a y 7.3b.



— Figura 7.3 —

La ecuación 4.30 de Hollomon expresaba que :

$$\bar{\sigma} = C \bar{\epsilon}^n$$

donde C y n son constantes del material (la tabla 7.1 da algunos valores).

Reemplazando la expresión de Hollomon en 7.27 :

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = Cn \bar{\epsilon}^{n-1} = \bar{\sigma} = C \bar{\epsilon}^n$$

$$\therefore n = \bar{\epsilon} \quad 7.28$$

De manera que cuanto mayor sea n, mayor será hasta la estricción, o lo que es lo mismo, cuanto mayor sea n mayor será la deformabilidad de

un material antes de producirse la estricción.

TABLA 4.I.

CONSTANTES DE LAS CURVAS TENSION-DEFORMACION (Thomsen-Yang-Kobayashi. - "Mech. of Plastic Deformation" - p. 87)		
MATERIAL	c	n
	Kgr / mm ²	
Acero 0.05 % C.	54	0,26
Acero 0.6 % C. Templ. y rev. a 540 C.	160	0,10
Acero 0.6 % C. templ. y rev. a 700 C.	125	0,19
S.A.E. 1010 recocido	70	0,20
S.A.E. 1112 recocido	77	0,19
S.A.E. 1112 trabajado	77	0,08
S.A.E. 4135 recocido	103	0,17
S.A.E. 4135 trabajado (Rc 18)	112	0,14
S.A.E. 4135 trat. term. (Rc 26)	142	0,09
S.A.E. 4135 trat. term. (Rc 35)	170	0,06
S.A.E. 4340 recocido	66	0,15
Al 6961 recocido	21	0,20
Al 6061 envejecido	42	0,05
Cobre recocido	32	0,54
Al 2024 solución	73.5	0,09
Latón 70/30 recocido	91	0,49

NOTA : determinados para t = 20 C y = 1%/seg.

7.4.1a. - ESTUDIO DE LA ESTRICCIÓN

Antes de la estricción, la deformación es uniforme a lo largo de la probeta. Después de ella, la deformación se localiza en la zona de estricción cesando en el resto. Por esta razón la deformación real después de la estricción debe calcularse a partir de la deformación en esa región.

En General :

$$d\varepsilon = \frac{dl}{l}$$

y la deformación efectiva total en tracción resulta entonces :

$$\bar{\varepsilon} = \ln \frac{l}{l_0} \quad 7.29$$

Por constancia de volumen

$$\pi r^2 l = \pi r_0^2 l_0 \quad 7.30$$

Por lo tanto :

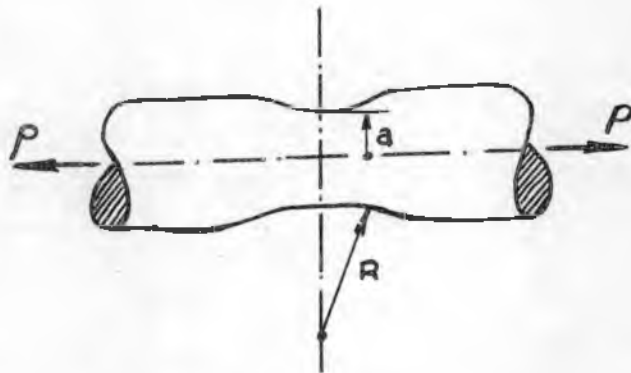
$$\frac{l}{l_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 = \left(\frac{D_0}{D}\right)^2 = \frac{S_0}{S} \quad 7.31$$

Reemplazando 7.31 en 7.29 :

$$\bar{\epsilon} = \ln \frac{l}{l_0} = 2 \ln \frac{D_0}{D} = \ln \frac{S_0}{S} \quad 7.32$$

La tensión real después de la estricción requiere una corrección por cuanto se ha inducido un estado triaxial. Bridgman estudió la distribución de tensiones en el cuello, fijando las siguientes condiciones :

- i) Que el perfil de la estricción es circular, de radio R (figura 7.4);
- ii) Que la sección transversal del "cuello" se mantiene circular, de radio a.
- iii) Que se aplica el criterio de fluencia de Von Mises (punto 4. II. 1b)
- iv) Que las deformaciones son constantes sobre la sección transversal del cuello.



— Figura 7.4 —

En base a estas suposiciones obtuvo :

$$P = \int_0^a 2\pi r \bar{\sigma}_1 dr = \pi \bar{\sigma} (a^2 + 2aR) \ln \left(1 + \frac{a}{2R}\right) \quad 7.33$$

o sea

$$\bar{\sigma} = \frac{P}{\pi a^2} \cdot \frac{1}{C_B} \quad 7.34$$

donde C_B es el factor de corrección de Bridgman:

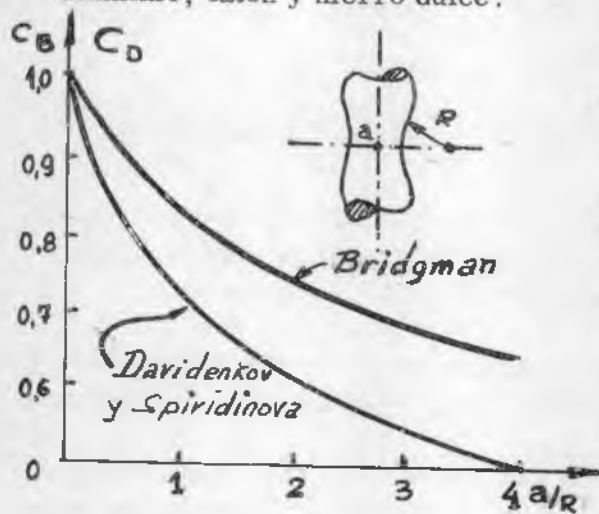
$$C_B = \left(1 + \frac{2R}{a}\right) \ln \left(1 + \frac{a}{2R}\right) \quad 7.35$$

Davidenkov y Spiriridonova, en 1946, modificaron ligeramente el concepto de corrección de Bridgman, obteniendo finalmente :

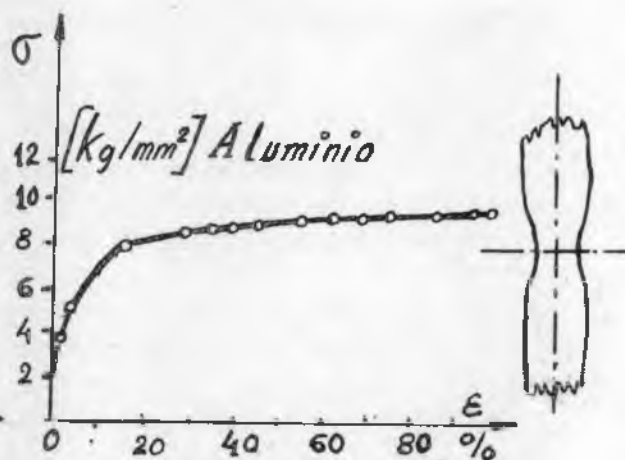
$$C_D = 1 + \frac{a}{4R} \quad 7.36$$

Ambos valores de corrección son semejantes para bajos valores de a/R , pero luego se diferencian bastante. La figura 7.5 los compara.

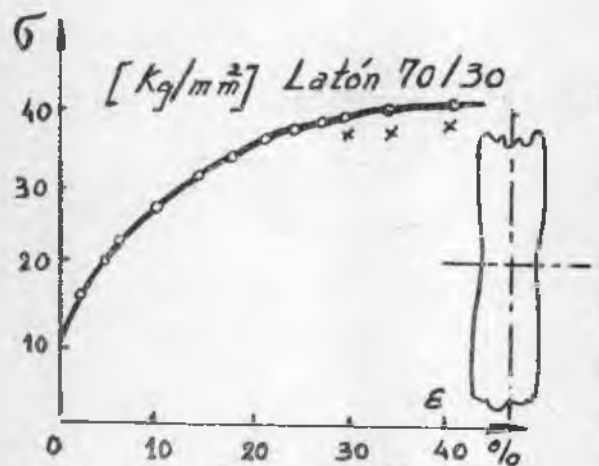
En las figuras 7.6a) b y c se muestran estas correcciones para aluminio, latón y hierro dulce.



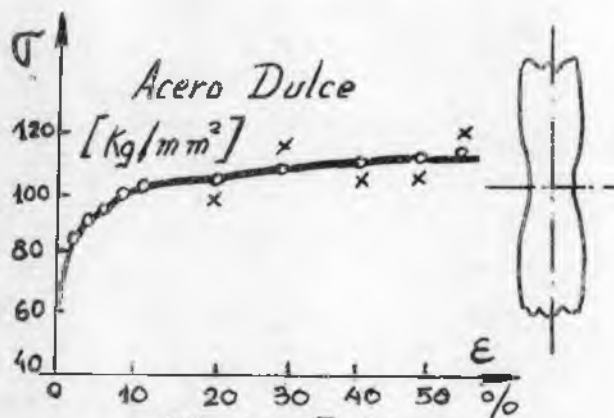
— Figura 7.5 —



— Figura 7.6a. —



— Figura 7.6b. —



— Figura 7.6c. —

El mismo Bridgman en 1950, determinó la corrección para probetas planas sometidas a tracción simple :

$$C'_B = \left(1 + \frac{2R}{a}\right)^{1/2} \ln \left[1 + \frac{a}{R} + \left(\frac{2a}{R}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{2a}{R}\right)^{1/2} \right] - 1 \cdot 4.37$$

7.4.1b. - EFECTO DE LA PRESION HIDROSTATICA SOBRE LA INESTABILIDAD PLASTICA. -

Si al efectuar un ensayo de tracción, se superpone una presión hidrostática, se tendrán los siguientes valores para las tensiones principales :

$$\bar{\sigma}_1 = P_t / S \quad 7.38$$

$$\bar{\sigma}_2 = -P_h \quad 7.38b$$

$$\bar{\sigma}_3 = -P_h \quad 7.38c$$

donde

$$P_t = P - S \cdot P_h \quad 7.39$$

derivando respecto de S:

$$\frac{d\bar{\sigma}_1}{dS} = \frac{1}{S} \frac{dP_t}{dS} - \frac{\bar{\sigma}_1}{S} \quad 7.40$$

Como en la estricción es $dP_t = 0$:

$$\frac{d\bar{\sigma}_1}{\bar{\sigma}_1} = -\frac{dS}{S} \quad 7.41$$

El valor de $\bar{\sigma}_1$ puede obtenerse teniendo en cuenta que para este caso :

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_1 + P_h \quad 7.42$$

$$\therefore \bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma} - P_h \quad 7.43$$

y

$$d\bar{\sigma}_1 = d(\bar{\sigma} - P_h) \quad 7.44$$

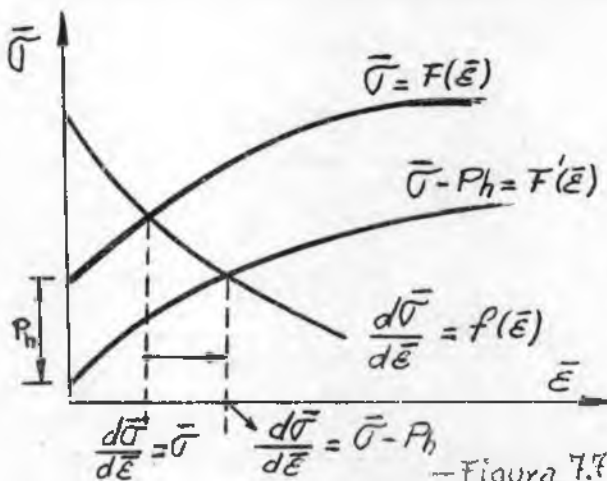
Reemplazando los valores de 7.43, 7.44 y 7.24 en 7.41, reordenando y teniendo en cuenta la 7.26 puede escribirse :

$$\frac{d}{d\bar{\epsilon}} (\bar{\sigma} - P_h) = (\bar{\sigma} - P_h) \quad 7.45$$

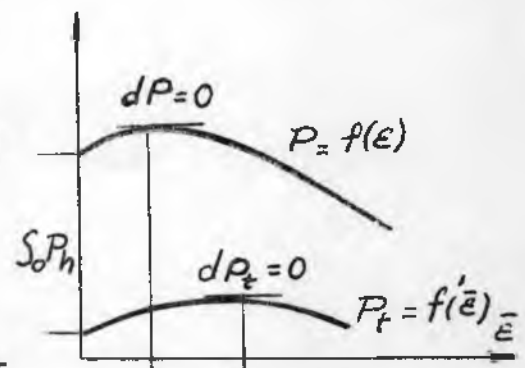
y si P_h es constante:

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \bar{\sigma} - P_h \quad 7.46$$

La figura 7.7 muestra este efecto, que produce un corrimiento hacia la derecha del punto de inestabilidad plástica. Esto se aclara más trazando las curvas de carga en función de la deformación equivalente. Si en 7.19 se



— Figura 7.7 —



— Figura 7.8 —

reemplaza la tensión efectiva por su valor dado en 4.30, la carga de tracción aplicada será :

$$P = \bar{\sigma} \cdot S = C \bar{\epsilon}^n S \quad 7.47$$

como según 7.32 es :

$$\bar{\epsilon} = - \ln \frac{S}{S_0}$$

resulta

$$S = \frac{S_0}{e^{\bar{\epsilon}}} \quad 7.48$$

Reemplazando 7.48 en 7.47 :

$$P = C \bar{\epsilon}^n \frac{S_0}{e^{\bar{\epsilon}}} \quad 7.49$$

La carga total aplicada, P_t , se obtiene al reemplazar en 7.39 los valores de S y P dados respectivamente por 7.48 y 7.49.

$$P_t = P - S p_h = C \bar{\epsilon}^n \frac{S_0}{e^{\bar{\epsilon}}} - \frac{S_0}{e^{\bar{\epsilon}}} p_h \quad 7.50$$

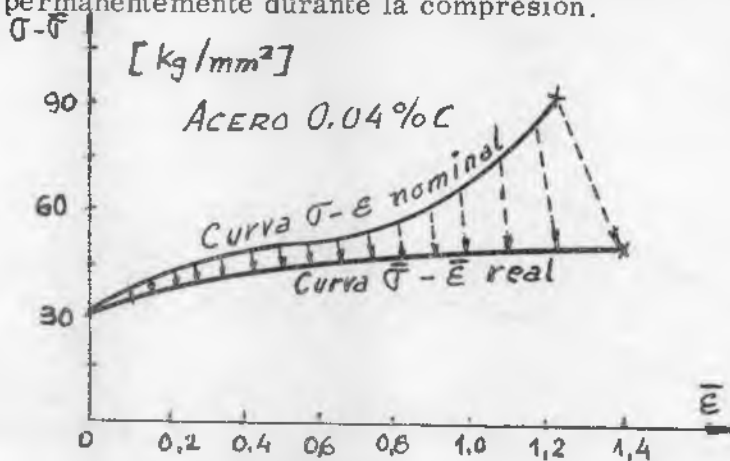
$$\therefore P_t = (C \bar{\epsilon}^n - p_h) \frac{S_0}{e^{\bar{\epsilon}}} \quad 7.51$$

Graficando las ecuaciones 7.49 y 7.51 se obtienen las curvas de la figura 7.8.

En definitiva, si bien a bajas presiones (menores de 1000 atm) la presión hidrostática no modifica los valores de fluencia (punto 4.II.1.), corre el punto de inestabilidad plástica, punto que como se vió es uno de los grandes problemas que se presentan en el trabajado cuando hay esfuerzos de tracción, como en el caso de la trafilación.

7.5. - ENSAYO DE COMPRESION. -

La figura 7.9 muestra la figura "carga-acortamiento" o "tensión-deformación", y la curva "tensión-deformación real". Se aprecia que la curva $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$ se encuentra por debajo de la $\sigma - \epsilon$, lo que se debe a que la sección crece permanentemente durante la compresión.



— Figura 7.9 —

Se analizará este ensayo en forma similar a como se lo hizo con el ensayo de tracción en el punto 7.4 a los efectos de comparar los resultados.

En este caso también la tensión efectiva resulta la tensión aplicada:

$$\bar{\sigma} = \sigma = P/s \quad 7.52$$

El incremento de deformación efectiva plástica puede calcularse en forma completamente análoga a como se lo hizo en el punto 7.4 y resulta :

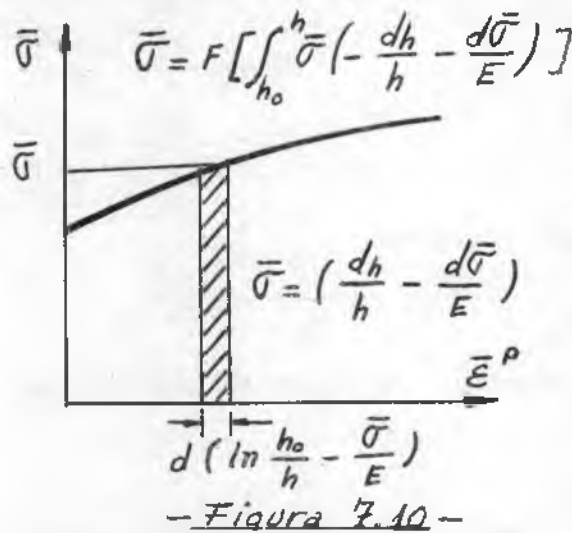
$$d\bar{\epsilon}^p = \frac{dh}{h} - \frac{d\bar{\sigma}}{E} \quad 7.53$$

$$\therefore \bar{\epsilon}^p = -\ln \frac{h}{h_0} - \frac{\bar{\sigma}}{E} = \ln \frac{h_0}{h} - \frac{\bar{\sigma}}{E} \quad 7.54$$

De manera que la ecuación 7.7, de acuerdo con 7.53 queda ahora para el caso de compresión:

$$\bar{\sigma} = F \left[\int_{h_0}^h \bar{\sigma} \left(-\frac{dh}{h} - \frac{d\bar{\sigma}}{E} \right) \right] \quad 7.55$$

En la figura 7.10 se ha graficado $\bar{\sigma}$ en función de $\ln(\frac{h_0}{h} - \frac{\bar{\sigma}}{E})$ y se puede apreciar comparando con la figura 7.2 que la función es idéntica o sea que los resultados en tracción y compresión (de medios isotropos, homogéneos y sin efecto Bauschinger) son coincidentes.



7.5.1. - INESTABILIDAD PLÁSTICA - PANDEO

El inconveniente de la estricción, propio del ensayo de tracción, parecería a primera vista no aparecer en el ensayo de compresión. Sin embargo la compresión presenta un fenómeno de inestabilidad plástica que es el "pandeo". Pero éste no es imposible de eliminar, como en el caso de tracción, ya que está relacionado con la llamada "relación de esbeltez" (λ). Para una barra redonda de diámetro d y altura H (figura 7.11) :

$$\lambda = \frac{h}{d} \quad 7.56$$

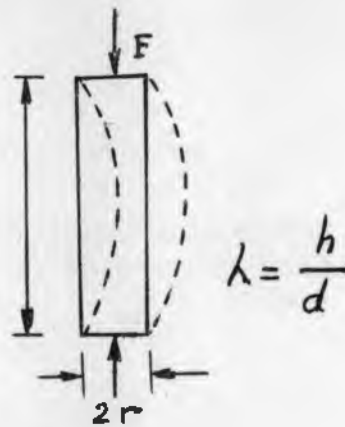


Figura 7.11

Para el caso totalmente plástico, se ha obtenido una ecuación semejante a la de Euler para el pandeo elástico ;

$$F_{cp} = \frac{\pi^2 J E'}{h^2} \quad 7.57$$

donde $E' = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}}$ es la pendiente de la curva $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$ y J el momento de inercia.

Para una sección circular :

$$J = S \cdot r^2 \quad 7.58$$

Reemplazando 7.58 en 7.57 :

$$F_{cp} = \frac{\pi^2 S r^2 E'}{h^2} \quad 7.59$$

$$\therefore \frac{F_{cp}}{S} = \sigma_{cp} = \frac{\pi^2 d\bar{\sigma}/d\bar{\epsilon}}{(h/r)^2} \quad 7.60$$

Según 7.54 puede escribirse :

$$\sigma_{cp} = \frac{\pi d\bar{\sigma}/d\bar{\epsilon}}{4 \lambda^2} \quad 7.61$$

Si para $\bar{\sigma}$ se toma la expresión de Hollomon dada por 4.30, se tiene :

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = n C \bar{\epsilon}^{n-1} \quad 7.62$$

Reemplazando 7.62 en 7.61

$$\sigma_{cp} = \frac{\pi^2 n C \bar{\epsilon}^{n-1}}{4 \lambda^2} \quad 7.63$$

Para que no haya pandeo deberá ser el $\bar{\sigma}$ aplicado menor que σ_{cp} , es decir :

$$(\bar{\sigma} = C \bar{\epsilon}^n) < \left(\frac{\pi^2 n C \bar{\epsilon}^{n-1}}{4 \lambda^2} = \sigma_{cp} \right) \quad 7.64$$

$$\therefore 1 < \frac{\pi^2 n}{4 \bar{\epsilon} \lambda^2} \quad 7.65$$

Lo que indica que para un λ dado puede evitarse el pandeo aumentando n ó disminuyendo $\bar{\epsilon}$.

Para un material ideal sin endurecimiento por trabajado es ,

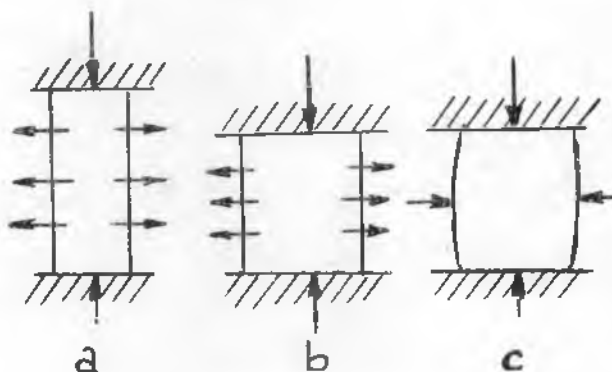
luego la inestabilidad se inicia con la fluencia.

En general, el problema del pandeo se presenta en el forjado por encabezamiento (upsetting), pero se resuelve disminuyendo la relación de esbeltez a 3 como máximo.

7.5.2. - FRICCION EN COMPRESION

El ensayo de compresión tiene además otro inconveniente, la fricción, que impide que las deformaciones sea homogéneas.

En una probeta cilíndrica comprimida, sus superficies libres se mantendrían paralelas, como muestran las figuras 7.12a y 7.12b, pero la fricción no permite que la zona de contacto matriz-probeta fluya libremente mientras que sí lo hace la zona central con lo que la probeta presenta una forma de barril típica del ensayo de compresión con fricción (figura 7.12c)



— Figura 7.12 —

Si se comprime una placa de altura h , como se indica en la figura 7.13a, y se estudia el estado de tensiones en un elemento de ancho dx , ubicado a una distancia x del borde de la matriz de compresión (figura 7.13b), se obtiene la siguiente condición de equilibrio para un ancho unitario, si se admite que σ_3 es uniforme en todo el alto :

$$\sigma_3 \cdot h - (\sigma_3 + d\sigma_3) \cdot h + 2 \tau dx = 0 \quad 7.66$$

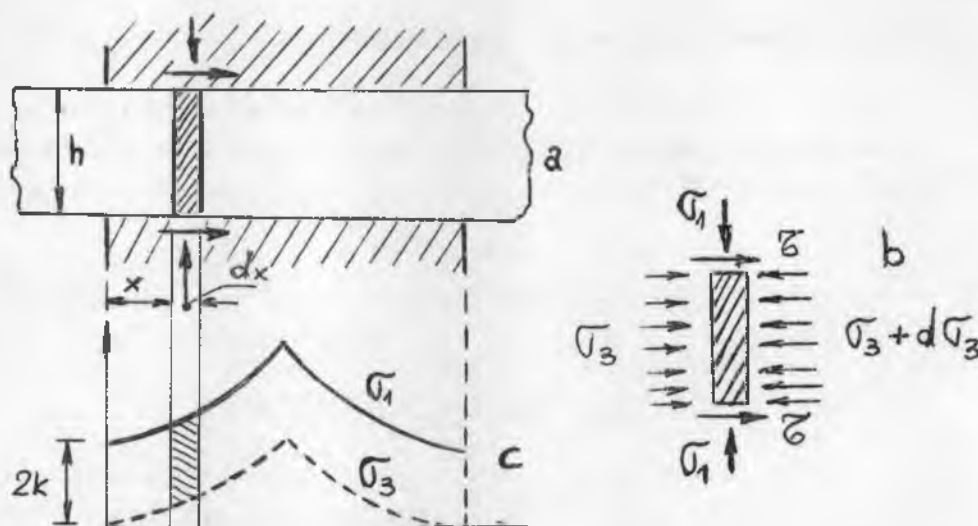
$$-h \cdot d\sigma_3 + 2 \tau dx = 0 \quad 7.67$$

Para poner esta ecuación diferencial en función de la tensión impuesta se aplica la ley de Amontons (que se verá más adelante en fricción) y que establece

$$\tau = \mu \sigma_1 \quad 7.68$$

Adoptando el criterio de Tresca :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2k \quad 7.69$$



— Figura 7.13 —

por lo que

$$d\sigma_1 - d\sigma_3 = 0 \therefore d\sigma_1 = d\sigma_3 \quad 7.70$$

Introduciendo las ecuaciones 7.68 y 7.70 en 7.67:

$$2\mu\sigma_1 dx - h d\sigma_1 = 0 \quad 7.71$$

$$\frac{2\mu}{h} dx = \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} \quad 7.72$$

$$\therefore \ln \sigma_1 = \frac{2\mu x}{h} + C \quad 7.73$$

La constante de integración puede obtenerse de las condiciones de borde : para $x = 0$ es $\sigma_3 = 0$, y por lo tanto de 7.69 resulta :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2k \\ C &= \ln 2k \end{aligned}$$

Con lo que la 7.73 queda

$$\sigma_1 = 2k e^{\frac{2\mu x}{h}} \quad 7.74$$

En la figura 7.13c se ha graficado la expresión 7.74. Se observa que σ_1 , aumenta con x como consecuencia de la fricción.

La variación de σ_3 con x puede sacarse de 7.69;

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2k \quad 7.75$$

La ecuación 7.74 corresponde al caso de fricción "con deslizamiento", que tiene lugar siempre que $\tau = \mu \sigma_1 < k$

Cuando se alcanza la condición :

$$\tau = \mu \sigma_1 = k \quad 7.76$$

cesa el deslizamiento y se produce "agarre" del metal a la matriz, puesto que el metal no puede transmitir una tensión tangencial mayor que la de fluencia.

Si en la condición de equilibrio 7.67, se reemplaza $\tau = k$ (de acuerdo con 7.76), y $d\sigma_3$ por su igual $d\sigma_1$ (según 7.70), se obtiene :

$$-h d\sigma_1 + 2k dx = 0 \quad 7.77$$

integrando

$$h\sigma_1 = 2kx + C_1 \quad 7.78$$

Como para $x = 0$ es $\sigma_3 = 0$, de 7.69 resulta $\sigma_1 = 2k$, y por lo tanto :

$$C_1 = 2kh$$

Reemplazando este valor en 7.78 y despejando σ_1 :

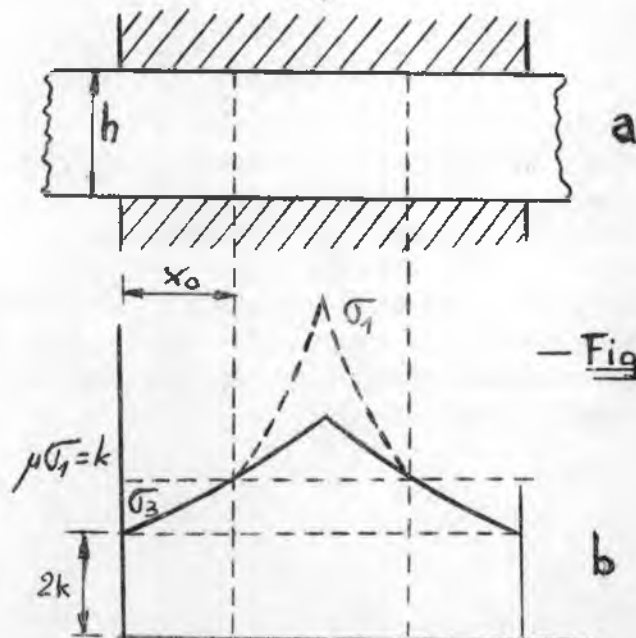
$$\sigma_1 = 2k \left(\frac{x}{h} + 1 \right) \quad 7.79$$

Para determinar la distancia x_0 (figura 7.14), en la que se produce el cambio "deslizamiento" - "agarre", basta tener en cuenta que en tal punto debe cumplirse 7.76. Reemplazando entonces en 7.76 el valor de σ_1 , dado por la 7.74 :

$$k = \mu 2k e^{\frac{2\mu x_0}{h}} \quad 7.80$$

de donde resulta

$$x_0 = -\frac{h}{2\mu} \ln 2\mu \quad 7.81$$

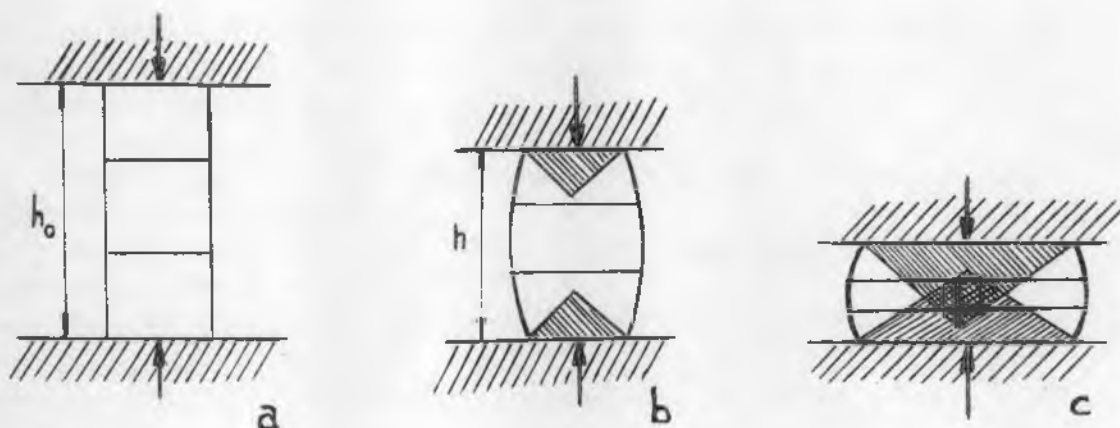


— Figura 7.14 —

7.5.3. ENSAYOS ESPECIALES DE COMPRESION

Debido al problema de la fricción, son varios los ensayos en los que se ha procurado minimizar su efecto. A continuación se describirán rápidamente algunos.

- i) Mayer y Mehl (1925). - Su método consiste en colocar tres probetas del mismo material, tal como se indica en la figura 7.15a. La relación de esbeltez inicial es de $h_0/d_0 = 2,5$. - Luego se considera sólo la probeta central. Para pequeñas deformaciones da resultado (figura 7.15b), pero cuando el cono rígido toca la probeta central (figura 7.15c), ésta también se abarrila. Considerando lo difícil que es alinear las tres probetas, este tipo de ensayo no tiene mucha aplicación.



— Figura 7.15 —

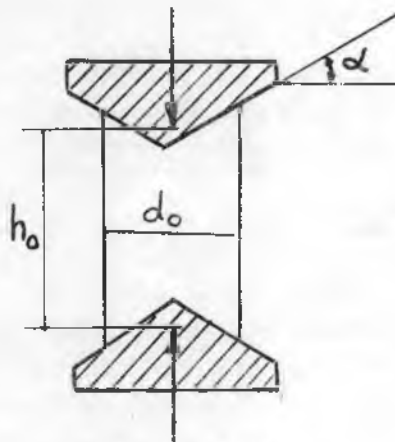
- ii) Siebel y Pomp (1928) - Siebel calculó el valor de $\bar{\sigma}$ para una probeta cilíndrica comprimida entre dos conos de ángulo α :

$$\bar{\sigma} = 2k \left[1 + \frac{4}{3} \frac{d}{h} \operatorname{tg}(\rho - \alpha) \right] \quad 7.82$$

donde $\rho = \text{ángulo de roce} = \operatorname{arc. tg.} \mu$

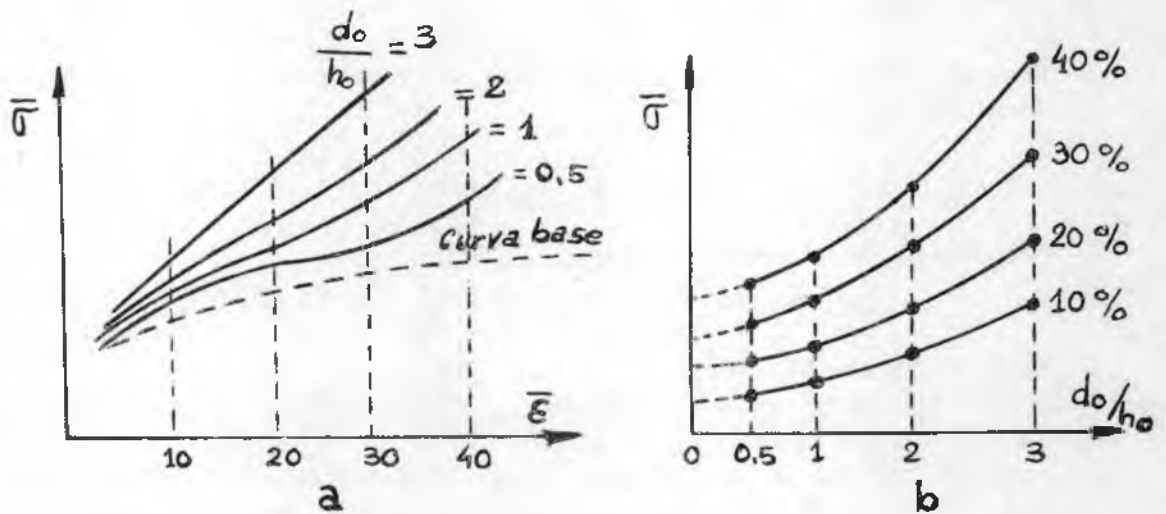
Si se hace $\alpha = \rho$, la ecuación 7.82 queda $\bar{\sigma} = 2k$ eliminándose el efecto de la fricción.

En general los resultados son satisfactorios para reducciones hasta el 40 %, para valores mayores surgen problemas por la inhomogeneidad en la deformación introducida por la matriz cónica. Además se nota la influencia de la relación h_0/d_0 (se toma generalmente igual a 2,5) que introduce otro problema en la compresión. (figura 7.16).



— Figura 7.16 —

- iii) Cook y Larke (1945) - Para eliminar la influencia de la relación h_0/d_0 , tomaron distintas probetas con distintas relaciones d_0/h_0 obteniendo las curvas de las figuras 7.17a. En base a ellas trazaron $\bar{\sigma}$ en función de d_0/h_0 (figura 7.17b), estrapolando los valores a $d_0/h_0 = 0$ y obteniendo así una curva ideal llamada "curva tensión-deformación básica". Esta curva, para una probeta hipotética de altura infinita, no tendría los valores de la tensión afectados por el roce. Los valores que da son menores que los obtenidos por ensayos convencionales.

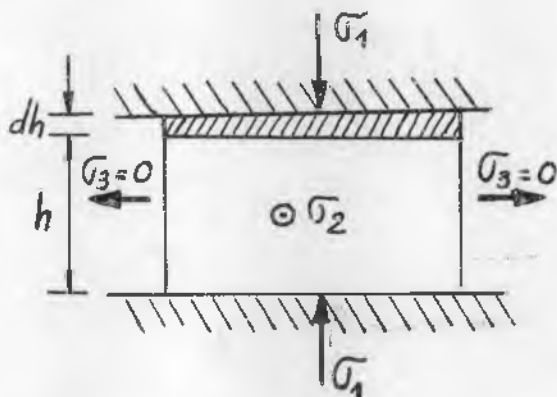


— Figura 7.17 —

7.5.4. - COMPRESION EN FLUENCIA PLANA:

De los casos de fluencia plana, interesa aquí en particular aquel en que el material es libre de fluir en una dirección, la 3 por ejemplo y por lo tanto $\bar{\sigma}_3 = 0$, pero el flujo es restringido en otra dirección, supón-

gase la 2; luego $\epsilon_2 = 0$ (figura 7.18). Esta es la situación que se produce en la laminación de chapas y flejes.



— Figura 7.18 —

La condición general de fluencia plana se analizó en el punto 4. II. 3. - Como en nuestro caso particular es ahora $\sigma_3 = 0$, de acuerdo con 4.24 el estado de tensiones aplicado es tal que :

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \sigma_1 \quad 7.83$$

Por otra parte, el criterio de fluencia de von Mises en deformación plana dado por la 4.25 queda :

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_1 \quad 7.84$$

Además, siendo $d\epsilon_2 = 0$, por constancia de volumen (ecuación 2.31) :
 $d\epsilon_1 = -d\epsilon_2$.

Teniendo esto en cuenta puede calcularse el incremento de deformación efectiva (ecuación 2.28) :

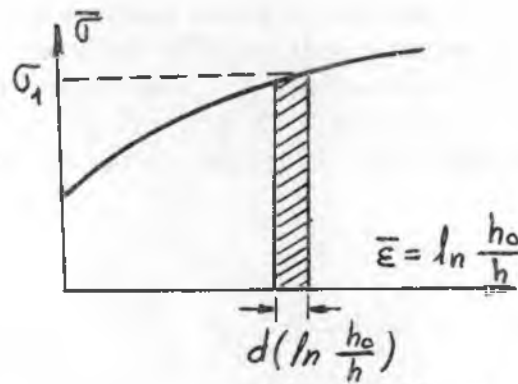
$$d\bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} d\epsilon_1 \quad 7.85$$

Por lo tanto el incremento de trabajo plástico vale :

$$d\mu_p = \bar{\sigma} d\bar{\epsilon}^p = \sigma_1 d\epsilon_1 \quad 7.86$$

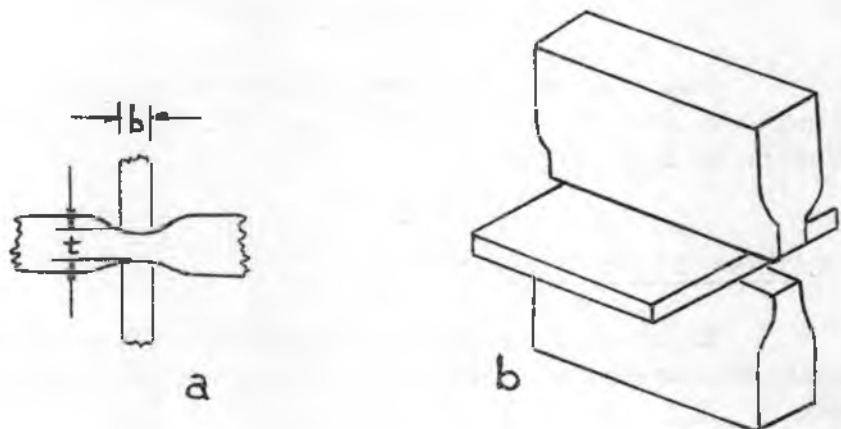
$$\therefore \mu_p = \int \sigma_1 d\left(\ln \frac{h_0}{h}\right) \quad 7.87$$

y nuevamente el área rayada de la figura 7.19 corresponde al argumento de la función F de la ecuación general 7.7. cuando. como se ha hecho en este desarrollo, se desprecian las deformaciones elásticas.



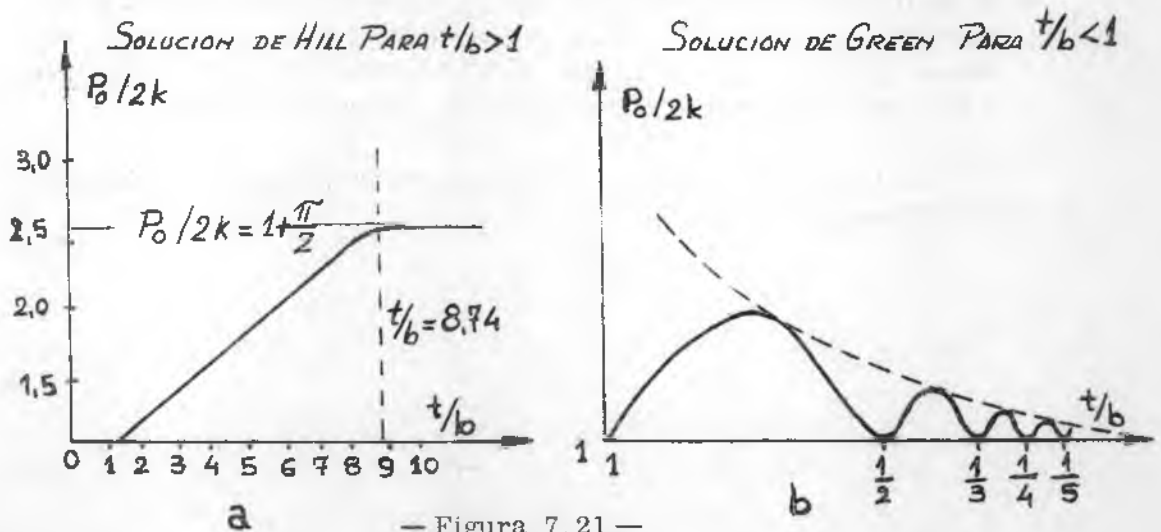
— Figura 7.19 —

Orowan propuso un ensayo para verificar la condición de fluencia plana, que fué realizado por Ford en 1948. Como se ve en las figuras 7.20a y 7.20b, es una indentación con una matriz de acero templado de ancho b , en un fleje del material a ensayar de espesor t .



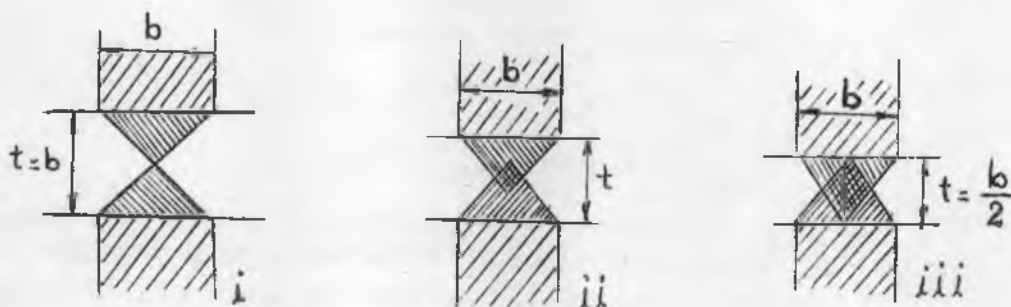
— Figura 7.20 —

También aquí se producen alteraciones para distintas relaciones t/b . Hay dos estudios teóricos confirmados por la experiencia, debidos a Hill y Green. Las figuras 7.21a y 7.21b grafican estas soluciones.



— Figura 7.21 —

La figura 7.22 pretende explicar las mínimos que aparecen en las inversas de números naturales en la solución de Green para $t/b < 1$. En el caso i) $t/b = 1$, pero al disminuir t se interaccionan las zonas rígidas, caso ii), hasta que al llegar a la relación $t/b = \frac{1}{2}$ vuelven a quedar definidas, produciéndose otro mínimo; en igual forma para $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/6$, etc.



— Figura 7.22 —

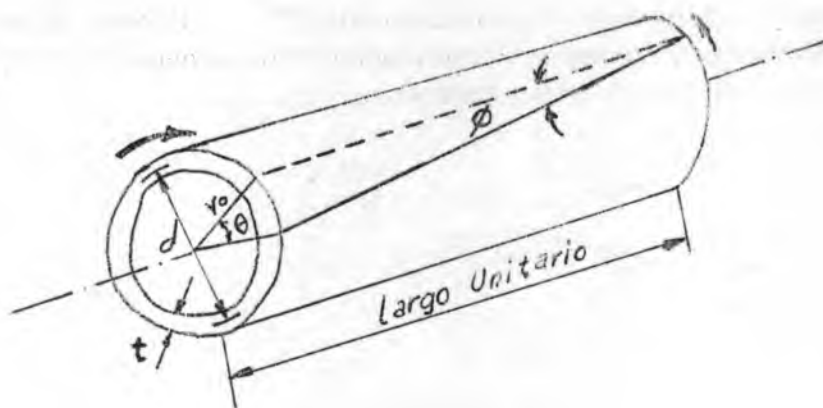
Razones similares justificarían el valor $p_0/2k = 1 + \frac{\pi}{2}$, que se mantiene constante a partir de $t/b = 8.74$. Para ese valor ya no habría efecto de las zonas rígidas.

7.6. ENSAYOS DE TORSION :

Es uno de los ensayos menos usados en la práctica para la determinación de las características mecánicas en frío. Sus inconvenientes son :

- Si se efectúa sobre una barra sólida, la tensión será función de la distancia al eje, por lo que no se producirá fluencia en toda la sección. No obstante se lo usa para la deformación en caliente (ver punto 7.8).
- Si se trabaja con tubos de paredes delgadas, la textura (producida durante el proceso de trafilación para obtenerlos) modifica los valores. Sin embargo se utilizan para verificar los criterios de fluencia, combinando torsión con tracción y/o presión interna.

La figura 7.23 muestra un tubo de pared delgada, de diámetro medio d y espesor de pared t .



— Figura 7.23 —

Se determinará a continuación la expresión que toma la ecuación 7.7 para el caso de torsión.

El incremento de deformación tangencial elástico por torsión pura puede obtenerse de la 3.73 y vale :

$$d\gamma^e = \frac{d\mathcal{E}}{G} \quad 7.88$$

En la torsión una generatriz se convierte en una línea helicoidal con ángulo ϕ , correspondiente a un ángulo de torsión θ . La deformación tangencial total vale :

$$d\gamma = d(\operatorname{tg} \phi) \quad 7.89$$

De manera que el incremento de deformación tangencial plástica será :

$$d\gamma^p = d(\operatorname{tg} \phi) - \frac{d\mathcal{E}}{G} \quad 7.90$$

Las ecuaciones 2.22 y 2.28 que dan la tensión y deformación efectivas, para el caso de una terna general xyz toman las formas :

$$7.91 \quad \bar{\sigma} = \left\{ \frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right\}^{1/2}$$

$$7.92 \quad d\bar{\epsilon} = \frac{2}{3} \left\{ \frac{1}{2} [(d\epsilon_x - d\epsilon_y)^2 + (d\epsilon_y - d\epsilon_z)^2 + (d\epsilon_z - d\epsilon_x)^2] + \frac{3}{4} (d\gamma_{xy}^2 + d\gamma_{yz}^2 + d\gamma_{zx}^2) \right\}^{1/2}$$

7.91 y 7.92, a su vez para el caso de torsión pura quedan respectivamente:

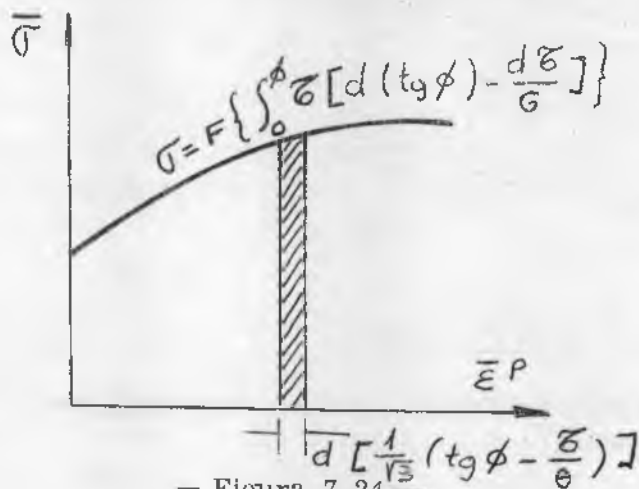
$$\sigma = \sqrt{3} \mathcal{E} \quad 7.93$$

$$d\bar{\epsilon}^p = \frac{1}{\sqrt{3}} d\gamma^p \quad 7.94$$

Reemplazando en 7.94 el valor de $d\gamma^p$ dado por 7.90 :

$$d\bar{\epsilon}^p = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[d(\operatorname{tg} \phi) - \frac{d\mathcal{E}}{G} \right] \quad 7.95$$

La figura 7.24 grafica $\bar{\sigma}$ en función de $d \bar{\epsilon}^P$. El área rayada debajo de la curva será el argumento de la función F de la ecuación 7.7., coincidiendo también con tracción y compresión.



- Figura 7.24 -

La ecuación 7.7, de acuerdo con 7.93 y 7.95 queda para el caso de torsión :

$$\bar{\sigma} = F \left\{ \int_0^{\phi} \sigma \left[d(tg \phi) - \frac{d\sigma}{\sigma} \right] \right\} \quad 7.96$$

La tensión inducida puede calcularse si se conoce el par torsor aplicado, T. En efecto :

$$\sigma \frac{\pi}{4} (d_e^2 - d_i^2) \left(\frac{d_e + d_i}{2} \right) = T \quad 7.97$$

donde : d_e = diámetro exterior del tubo.

d_i = diámetro interior del tubo.

T = Momento torsor

operando y despejando T :

$$\sigma = \frac{2T}{\pi t d^2} \quad 7.98$$

7.7. COMPARACION ENTRE ENSAYOS DE TRACCION, COMPRESION Y TORSION. -

La tabla 7.II indica los valores de los trabajos de Morrison, quien en 1948 efectuó cuidadosos ensayos en aceros.

Para tracción y compresión los valores son prácticamente iguales. Para corte puro, según los criterios de fluencia y de acuerdo con las ecuaciones 4.4 y 4.7 se tiene :

- | | |
|--------------|---------------|
| a) Tresca | $k = 0,5 Y$ |
| b) Von Mises | $k = 0,577 Y$ |

que dan respectivamente para el "punto de fluencia superior":

- a) $k = 41,80 \text{ kg/mm}^2$
 b) $k = 48,00 \text{ " "}$

y para el "punto de fluencia inferior" :

- a) $k = 36,60 \text{ kg/mm}^2$
 b) $k = 42,20 \text{ " "}$

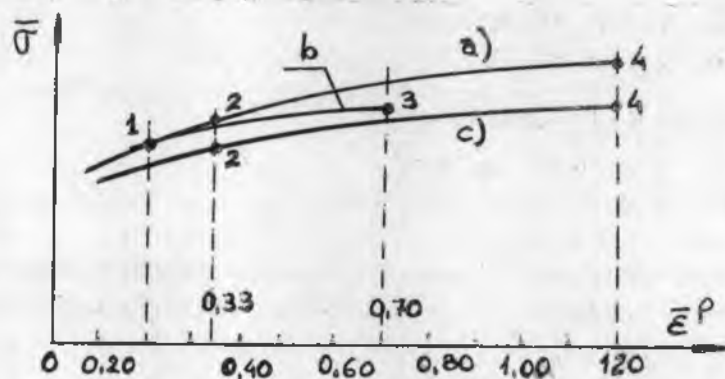
Esto indica que el punto de fluencia superior seguiría el criterio de Tresca, mientras que el inferior se adaptaría al de Von Mises.

TABLA 7.II

(H. Ford - "Advanced Mechanics for Engineers" - 1963)			
Valores obtenidos de distintos ensayos con hierro dulce			
<u>Punto de fluencia superior</u>	Tracción	Y = 83	Kg/mm ²
	compresión	83	"
	flexión	84,40	"
	torsión (barra sólida)	k = 42,66	"
	torsión (tubo delgado)	42,81	"
	presión interior	40,95	"
<u>Punto de fluencia inferior</u>	tracción	Y = 72,65	Kg/mm ²
	compresión	73,60	"
	flexión	73,12	"
	torsión (barra sólida)	k = 41,11	"
	torsión (tubo delgado)	41,58	"
	Presión interior	39,35	"

La figura 7.25 compara las curvas de los distintos ensayos :

- a) Curva de compresión - Coincide con la de tracción, adoptando el criterio de fluencia de Von Mises y la corrección de Bridgman. En el punto 2 se produce la estricción, $\bar{\epsilon} = 0,33$. - En el punto 4 tiene lugar la fractura con $\bar{\epsilon} = 1,20$
- b) Curva de torsión - Coincide con la a hasta el punto 1 ($\bar{\epsilon} = 0,20$), luego se mantiene más baja. Esto puede deberse a problemas de anisotropía o textura.
- c) Curva de tracción - Adoptando el criterio de Tresca para la fluencia y la corrección de Bridgman. Igual que la curva a) se produce la estricción para $\bar{\epsilon} = 0,33$ y la fractura para $\bar{\epsilon} = 1,20$.



— Figura 7.25 —

En resumen, las curvas muestran buena correspondencia entre los tres ensayos para las condiciones indicadas.

7.8. LOS ENSAYOS MECANICOS Y SUS POSIBILIDADES PARA LA DETERMINACION DE LAS CARACTERISTICAS MECANICAS "EN CALIENTE". -

Mientras que en la deformación en frío, la tensión efectiva depende de la deformación efectiva alcanzada, en los procesos "en caliente" como ya se indicó en 7.1, la resistencia a la deformación es función de la temperatura, la velocidad de deformación, la magnitud de la deformación y la historia previa del material.

Esto exige que en caliente la determinación de $\bar{\sigma}$ deba efectuarse en los rangos de temperaturas, velocidades de deformación y deformaciones propias del proceso de conformado de interés.

Además, si bien en algunos procesos la deformación total se efectúa en una sola etapa (extrusión por ejemplo), en otros esto se logra en etapas sucesivas (laminación). Durante los períodos entre etapas de deformación tienen lugar en mayor o menor grado recuperación de propiedades y/o recristalización, que afectan a la resistencia a la deformación de las etapas siguientes. Esto obliga a que el método de ensayo sea tal que permita simular los ciclos de deformación propios de la determinada operación práctica de interés.

Así, si bien muchas veces se prefiere estudiar un proceso mediante ensayos de laboratorio que reproducen en escala reducida el caso real, es precisamente el hecho de depender la resistencia a la deformación en caliente de la historia previa del material, lo que puede imposibilitar económicamente tal estudio.

En efecto, en aquellas operaciones de conformado que se realizan por etapas de deformación, como en el caso de la laminación, las exigencias de equipos para reproducir exactamente los tiempos entre etapas son prohibitivos.

Otra circunstancia que debe tenerse en cuenta es la necesidad de poder efectuar enfriamientos rápidos, a los efectos de retener a temperatura ambiente la estructura de alta temperatura para su estudio, y así interpretar lo que ocurre con la misma durante la deformación. Esta es una situación que se complica cuando en el enfriamiento hay cambios de fases (acero, por ejemplo).

No debe olvidarse además, que a los efectos de no introducir alteraciones en la composición química, las operaciones deben realizarse en atmósfera inerte.

A continuación, se indican en forma rápida las principales ventajas y desventajas de cada uno de los ensayos clásicos (tracción, compresión y torsión) para la determinación de las características mecánicas en caliente.

Ensayo de tracción - En primer lugar, los equipos convencionales normalmente no son aptos para reproducir las velocidades por lo común elevadas de los distintos procesos industriales, de manera que se necesitan equipos especiales.

Además a los efectos de tener $\dot{\bar{\epsilon}}$ constante, el desplazamiento entre cabeceras deber ser tal que :

$$d\dot{\bar{\epsilon}} = \frac{d}{dt}(d\bar{\epsilon}) = \frac{d}{dt} \frac{dl}{l} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} = C_{7.99} \quad 7.99$$

Esto se logra con distintos sistemas entre los que se incluyen levas de perfil logarítmico.

La ley 7.99 sólo es válida hasta la estricción, lo cual ocurre para deformaciones naturales de aproximadamente 0,7 (100 % de elongación). De allí en adelante hay que considerar la deformación real en la sección mínima, de modo que para mantener $\dot{\bar{\epsilon}}$ constantemente los desplazamientos entre cabeceras a partir del punto de inestabilidad plástica, deben cumplir :

$$d\dot{\bar{\epsilon}} = - \frac{1}{s} \cdot \frac{ds}{dt} \quad 7.100$$

que resulta de diferenciar la 7.32.

Blain y Rossard con este método han obtenido curvas $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$ para distintas velocidades de deformación constante hasta deformaciones de alrededor de 2. El método, de por sí complicando necesita además las correcciones de $\bar{\sigma}$ después de la estricción (punto 7.4.1a.).

Ensayo de compresión - También en este caso, como en tracción, la única manera de obtener velocidad de deformación constante, es imponiendo que el desplazamiento entre cabeceras siga leyes logarítmicas.

Además para minimizar los efectos de la fricción debe recurrirse a lubricantes, lo cual también complica el ensayo por el problema que significa lubricar a alta temperatura.

Trabajando con probetas axisimétricas pueden obtenerse curvas hasta $\bar{\epsilon} = 0,7$ (50 % de reducción en altura), punto en que comienza el anarillamiento. Como el área de la probeta crece continuamente los esfuerzos necesarios resultan muy grandes. En compresión plana en cambio, el área permanece constantemente. Esto hace que puedan alcanzarse deformaciones de hasta aproximadamente 5, sin necesitar por otra parte equipos de excesiva potencia.

Ensayo de torsión - Si bien el ensayo de torsión es uno de los menos usados para determinar características en frío, en caliente en cambio, tiene ventajas sobre los anteriores.

En efecto, simplemente con velocidades de giro constantes de la cabecera móvil, se inducen velocidades de deformación constantes en cualquier región de la probeta, pudiéndose a veces alcanzar deformaciones reales muy grandes (de varios cientos). Además se puede operar con una amplia gama, de modo que es posible reproducir las altas velocidades de deformación de los procesos reales. A esto debe sumarse el hecho de no existir problemas de fricción.

Aunque teóricamente, el proceso debiera efectuarse sin variación de las dimensiones de la probeta, lo cierto es que por causas que aún se ignoran, algunos materiales se acortan (la mayoría de los aceros) y otros se alargan (aluminio) durante el ensayo. Esto obliga a aplicar cargas axiales para mantener la longitud constante, por lo que las tensiones no son más de corte puro. Trabajos realizados en la Universidad de Stanford han comparado los resultados con probetas axialmente libres de deformarse y probetas con cargas axiales, llegándose a la conclusión que el primer caso permite un análisis mejor de los fenómenos que el segundo.

En el punto 7.6 ya se adelantó que el ensayo de torsión en caliente se realiza con barras macizas. La razón de ello es que, pese a que la tensión de corte varía con el radio, si se usan tubos de pared delgada sólo se alcanzan deformaciones pequeñas, porque el tubo entra en inestabilidad plástica (se abolla). Se pierde entonces una de las principales ventajas de este ensayo (grandes deformaciones).

Las tensiones y deformaciones inducidas en una barra torsionada se obtienen de :

$$\gamma = \frac{r\theta}{L} \quad 7.101$$

$$T = 2\pi \int_0^R \tau r^2 dr \quad 7.102$$

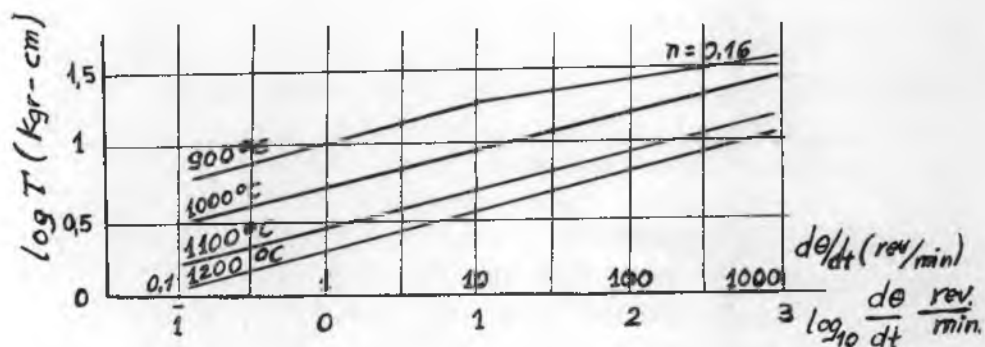
Como puede apreciarse en 7.101, γ es función del radio. Igual cosa ocurre con $\dot{\gamma}$. El problema que surge es que τ depende a su vez de γ y $\dot{\gamma}$, y por lo tanto del radio, desconociéndose la función que los vincula. Esto implica que no puede recurrirse en forma inmediata a 7.102 para obtener τ .

Fiels y Backofen encontraron para el caso en que τ es función de γ y $\dot{\gamma}$, la siguiente relación:

$$\tau_R = \frac{T(3+m+n)}{2\pi R^3} \quad 7.103$$

Donde τ_R es la tensión de corte en la superficie, m es la pendiente de la curva $\lg T - \lg \dot{\gamma}$ a $\dot{\gamma}$ constante, y n la pendiente de $\lg T - \lg \dot{\gamma}$ a $\dot{\gamma}$ constante.

A las temperaturas de trabajado en caliente y en régimen estacionario es $m = 0$. Blain y Rossard trabajando con aceros en esas condiciones, determinaron que en la mayoría de los casos n es independiente de $\dot{\gamma}$ y $\dot{\gamma}$, excepto para un acero ferrítico con 25 % de cromo, para el cual a cierta temperatura n cambia bruscamente de valor en un determinado $\dot{\gamma}$ (figura 7.26)



— Figura 7.26 —

La tabla 7.III da los valores de n para las distintas temperaturas y materiales determinados por Blain y Rossard, con probetas de 6mm. de diámetro y 50 mm de longitud.

En definitiva, de lo dicho se desprende que el ensayo de torsión es el más adecuado para determinar características en caliente, siendo con este fin objeto de particular atención en los últimos años.

Puesto que permite obtener una amplia gama de velocidades con $\dot{\epsilon}$ constante, parece factible reproducir con él procesos discontinuos. En efecto, Blain y Rossard han realizado trabajos tendientes a simular las condiciones de laminación, pero últimamente Sellars y McTegar establecieron que la recuperación y recristalización dependen de las tensiones máximas inducidas y de la naturaleza de las mismas.

TABLA 7 III

MATERIAL	TEMPERAT	n	ζ_{Ren} Kg/mm ²
Acero 0,25 % C.	900	0,10	7,4
	1000	0,17	6,0
	1100	0,17	4,2
	1200	0,19	3,1
Hierro Armco	1100	0,17	3,9
Acero extra duro	1100	0,16	4,2
Acero 0,85 % C.	1100	0,16	3,1
Acero 1,2 % C.	1100	0,14	3,5
Acero inox. 18/8	900	0,07	9,8
	1000	0,11	8,3
	1100	0,16	5,6
	1200	0,20	4,7
Acero 25 % Cr.	900	0,24 y 0,16	6,5 y 5,1
	1000	0,24	3,3
	1100	0,25	1,9
	1200	0,26	1,3
Acero 4 % Si.	1100	0,24	1,5

7.9. - BIBLIOGRAFIA

a) Bibliografía Básica

1. - "Mechanical Metallurgy" - G.Dieter - Ed. McGraw-Hill - Cap. 9 y 10.
2. - Theory of Flow and Fractura of Solids - A.Nadai - Ed.Mc.Graw Hill - Vol. 1
3. - "Properties of Metals in Materials Engineering" - ASM (1949) . pag. 1-59.
4. - "Mechanics of Plastic Deformation" - Thomsen-Yang-Kobayashi- Ed.McMillan - 1965 - pág. 82-146.

b) Bibliografia de Consulta

1. - "Advanced Mechanics of Engineers" - H. Ford . Ed. Longmans - 1963 .
2. - "Large Plastic Flow and Fracture" - P. Bridgman - Ed. McGraw-Hill - 1952.
3. - N. H. Polakowski - J. Iron and Steel Institute - Vol 63 - 1949 - pag. 250-276.
4. - Mathematical Theory of Plasticity - R. Hill - Ed Oxford U. P. 1950.

FE DE ERRATAS

PUNTO 2

Punto 2. II. 1

: La ecuación $\lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F}{\delta A} = T$ lleva el Nro. 2.1

Punto 2. II. 2 (pág 4)

: La ecuación: $\cos(\hat{x}n) = 1$
debe decir: $\cos(\hat{x}n) = l$

: La ecuación: $\frac{\Delta x}{\Delta} = 1$
debe decir: $\frac{\Delta x}{\Delta} = l$

: El sistema de ecuaciones:

$$T_x = \sigma_x \cdot l + \tau_{yx}m + \tau_{zx}n$$

$$T_y = \tau_{xy}l + \sigma_y m + \tau_{zy}n \quad \text{lleva el Nro. 2.2}$$

$$T_z = \tau_{xz}l + \tau_{yz}m + \sigma_z n$$

: La ecuación:

$$T^2 = T_x^2 + T_y^2 + T_z^2 \quad \text{lleva el Nro. 2.3}$$

: La ecuación 2.4 debió decir:

$$\sigma_n = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2(\tau_{xy} \cdot l \cdot m + \tau_{yz} \cdot m \cdot n + \tau_{zx} \cdot n \cdot l)$$

: En el renglón anterior a la ecuación 2.5 donde dice: "puede obtenerse ahora de", debe decir: " puede obtenerse ahora de"

: La ecuación 2.5 debe decir:

$$T^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2$$

Punto 2. II. 3

: Las ecuaciones 2.6 deben decir:

$$X = \frac{l}{\sqrt{\sigma_n}}; \quad Y = \frac{m}{\sqrt{\sigma_n}}; \quad Z = \frac{n}{\sqrt{\sigma_n}}$$

: La ecuación 2.7 debió decir:

$$\pm 1 = \sigma_x \cdot X^2 + \sigma_y \cdot Y^2 + \sigma_z \cdot Z^2 + 2(\tau_{xy} \cdot XY + \tau_{yz} \cdot YZ + \tau_{zx} \cdot ZX)$$

: El punto y aparte del último renglón de la página 5 no corresponde.

Punto 2.II.5

: La ecuación 2.14 debió decir:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

: En el primer renglón de la hoja 9 donde dice:

"a) En un sistema de coordenadas $\sigma_n - \tau_n \dots$ "

Debió decir:

"a) En un sistema de coordenadas $\tau_n - \sigma_n \dots$ "

Punto 2.II.8

: La ecuación 2.17 debe decir:

$$\sigma'' = \sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = -p_h$$

: En el grupo de ecuaciones 2.19, la tercera de ellas debe decir:

$$\sigma_z' = \sigma_z - \sigma_m = \frac{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y}{3}$$

: En la figura 2.16. a están mal indicadas las tensiones σ_1 y σ_2 -

Punto 2.II.9

: La ecuación:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

lleva el Nro. 2.22

Punto 2.III

: (2do. renglón): donde dice:

".....tómese dos puntos A y B....."

debe decir:

".....tómense dos puntos A y B"

Punto 2.III.1

: La ecuación 2.25.b debe decir:

$$\epsilon_y = \frac{P'R'' - PR}{PR} = \frac{(\delta y - \frac{\partial r}{\partial y} \delta y) - \delta y}{\delta y} = \frac{\partial r}{\partial y}$$

: (pág.15) la ecuación ϕ_{xy} debe decir:

$$\phi_{xy} = \widehat{RPQ} - \widehat{R'P'Q'} = \widehat{R''P''R'} + \widehat{Q''P''Q'}$$

: (pág.15) Las ecuaciones de las deformaciones tangenciales (para el caso ~~l~~rotacional) deben decir:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{2} \phi_{xy} = \gamma_{xy}; \quad \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{2} \phi_{yz} = \gamma_{yz}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{1}{2} \phi_{xz} = \gamma_{xz}$$

Fe de err. (2)

Punto 2.III.2

: Segundo renglón, debe decir:

"... que no es más que la suma de un estado de "corte puro" y de una rotación de valor $\frac{1}{2} \phi_{xy}$

Punto 2.III.5

: (pág.18) la ecuación:

$$\epsilon_x = e^{\varphi} - 1 \quad \text{lleva el Nro. 2.37}$$

PUNTO 3

Punto 3.II.1

: La ecuación 3.1 c debe decir:

$$\frac{\partial \epsilon_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \epsilon_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0$$

Punto 3.II.4

: El renglón siguiente a la ecuación 3.4 debe decir:
"Reemplazando ϵ_x por su valor dado en 3.3"

Punto 3.IV

: El renglón siguiente a las ecuaciones 3.27 debe decir:
"Para el caso bidimensional Airy encontró que existe siempre una función $\phi(xy)$ "

PUNTO 4

página 3

: donde dice:

4.II.b. Criterio de Von Mises, debe decir:

4.II.1.b Criterio de Von Mises.

Punto 4.II.1.b

: Sexto renglón, debe decir:

"....intermedia σ_2 ".

Punto 4.II.1.c

: página 4 - Primer renglón. Debe decir:

"... Pales (espacio de Westergard)"

Punto 4.II.1.d

: Primer renglón, debe decir:

"Un estado plano de tensiones está dado por

$$\sigma_1 \neq 0; \sigma_2 \neq 0 \text{ y } \sigma_3 = 0$$

Punto 4.II.1.e

: Primer renglón: Debe decir:

"Al analizar en el punto 1 el ensayo ...etc.etc.etc."

Punto 4.II.2.c

: Quinto renglón. Debe decir:

" ϕ es una cantidad **escalar**"

Punto 4.III

: Tercer renglón. Debe decir:

"a) Perfectamente elástico. La"

: Página 10 - 5to.renglón. Debe decir:

"a) Adopta el modelo"

: Página 10 - Décimo renglón. Debe decir:

"La figura 4.10 grafica esta ecuación para $m = 1$
y $0 < m < 1$ ".

PUNTO 6

- Punto 6.II : Pág. 2 - renglón 14- Debe decir:
"importancia práctica en los"
- Punto 6.III : Pág. 4. Ecuación 6.3, debe decir:
- $$\frac{\sigma_c}{\cos \lambda \cos \psi} \leq \frac{\sigma_c}{\cos^2 \psi}$$
- Punto 6.III : Pág. 4. Ecuación 6.4 debe decir:
- $$\frac{\sigma_c}{\cos \lambda \cos \psi} \leq \frac{\sigma_c}{\cos^2 \phi}$$
- Punto 6.III : Segundo renglón después de la ecuación 6.4, debe decir:
"o mixta según que el primer miembro de la 6.3 (ó 6.4) sea menor, mayor ó"
- Punto 6.IV : Página 8, la ecuación $\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{E \gamma_s}{a}}$ debe llevar el Nro. 6.12
- Punto 6.VII : Pág. 14. La ecuación 6.34 debe ser:
- $$\sigma = \sigma_f = \sqrt{\frac{E \gamma_s}{a} \frac{p}{4c}}$$
- : Pág. 15. Figura 6.13. Falta poner σ_M en el eje de ordenadas
- Punto 6.VII.1 : Pág. 16 . Renglón 11, debe decir:
"donde ρ es la densidad"
- Punto 6. VII.1 : Pág. 16. Renglón siguiente a la ecuación 6.45, debe decir:
"El valor $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ es la velocidad del sonido en el material, v_0 , y $\sqrt{\frac{2\eta}{K}}$ una cons"
- Punto 6.VII.2 : Pág. 17. Renglón 13. Debe decir:
"En estos casos los valores de γ_p son"
- Punto 6. VII.3 : Pág. 19, Ultimo renglón. Debe decir:
"... que A B sigue"
- :Pág. 20 - Falta figura 6.17
- Punto 6.VIII.1 : Pág. 23 - Tercer renglón. Debe decir:
"ubicado a 45°, formándose"
- Punto 6. X : Pág. 27 - Cuarto renglón después de la figura 6.25, debe decir:
"...Un máximo de 5°. La"

PUNTO 7

Punto 7.3 Ecuación 7.3 - Debe ser:

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta l_i}{l_i}$$

Punto 7.4 Fig. 7.2 - en el eje de abscisas dice $d(\frac{1}{l_0} - \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}})$ y debe decir

$$d(\ln \frac{l}{l_0} - \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}})$$

Punto 7.4.1. Pág. 5. Renglón que sigue a la ecuación 7.28. Debe decir:
"De manera que cuanto mayor sea n , mayor será $\bar{\varepsilon}$ hasta..."

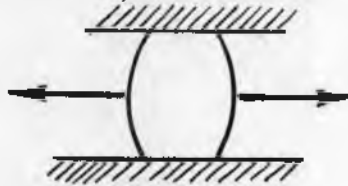
Punto 7.4.1b. Pág. 9. Renglón siguiente a la ecuación 7.39, debe decir:
"derivando $\bar{\sigma}_1$, respecto de S "

Punto 7.5.1. Ecuación 7.61. Debe decir:

$$\bar{\sigma}_{ep} = \frac{\pi^2 \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}}}{4 \lambda^2}$$

Punto 7.5.1. Pág. 12. Ultimo renglón, debe decir:
"Para un material ideal sin endurecimiento por trabajado es $n=0$ "

Punto 7.5.2. Figura 7.12.c., debe ser así:



Punto 7.5.2. Ecuación 7.66, debe decir:

$$\bar{\sigma}_3 h - (\bar{\sigma}_3 + d \bar{\sigma}_3) h + 2 \bar{\sigma} dx = 0$$

Punto 7.5.2. El renglón que precede a la ecuación 7.75, debe decir:
"la variación de $\bar{\sigma}_3$ con x ..."

Punto 7.5.4. Segundo renglón después de la ecuación 7.84, debe decir:

$$d \varepsilon_1 = - d \varepsilon_2$$

Punto 7.6. Renglón que precede a la ecuación 7.98, debe decir:
"operando y despejando $\bar{\sigma}$ "