REPUBLICA ARGENTINA

PUBLICACIONES

DE LA

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

Serie de Publicaciones Internas

Nº 11

SOBRE EL ATRASO RELATIVISTA DE LOS RELOJES

(Una polémica)

Carlos G. Bollini

BUENOS AIRES

1957

SOBRE EL ATRASO RELATIVISTA DE LOS RELOJES

(Una polémica)

Carlos G. Bollini

1. Introducción

La relatividad especial estudia, entre otras cosas, las leyes de transformaciones de coordenadas entre dos sistemas inerciales que se mueven, uno respecto del otro, con una velocidad constante determinada. Algo esencial y previo a la elaboración de la teoría, es el darse cuenta que si dos relojes están situados en diferentes puntos, la sincronización de los mismos sólo es posible mediante la adopción de una convención. Einstein fué el primero en darse cuenta de ese hecho y ello fué un paso importante en la teoría. El próximo paso consistió en adoptar verdaderamente una convención adecuada y para ello Einstein se basó en experiencias físicas que permiten inducir como ley general que, en cualquier sistema inercial, la luz se propaga de tal modo que cuando parte de un punto determinado y luego de reflejarse vuelve al mismo punto, el tiempo transcurrido es igual al espacio recorrido dividido por una constante universal *c*, que puede denominarse velocidad media de la luz. Este último es un *hecho físico*, experimentalmente comprobable con un solo reloj y *totalmente independiente* de la convención que se elija para sincronizar relojes. Partiendo de ese hecho, Einstein define la sincronización postulando (o conviniendo) que la velocidad de la luz, en cualquier dirección y en cualquier sistema de coordenadas (inercial), vale *c*. Obsérvese que la experiencia sólo dice que la velocidad *promedio* es *c*. Pudiera "ocurrir" que en un sentido la velocidad de la luz fuese mayor que *c* pero en el sentido contrario fuese de tal modo menor que el promedio dé efectivamente *c*.

Teniendo ya definida la sincronización de relojes es posible, en un sistema inercial, asignar sin ambigüedad cuatro coordenadas a todo suceso. Tres de ellas son las espaciales y la cuarta es la hora de ocurrencia del suceso. Es posible también, en base a las convenciones efectuadas, calcular las cuatro coordenadas que serán asignadas al mismo suceso en otro sistema inercial. Este pasaje de un sistema a otro está sintetizado en las ecuaciones de transformación de Lorentz-Einstein.

Algo que se deduce de estas transformaciones es lo siguiente:

Si dos observadores con sendos relojes se mueven uniformemente con velocidad v, uno con relación al otro, entonces cada uno de ellos comprueba que el reloj del otro va atrasando con respecto al suyo. El fenómeno es completamente simétrico y de tal naturaleza que si uno de los observadores ve que en su reloj ha transcurrido un tiempo T, comprueba que en el reloj del otro sólo ha transcurrido el tiempo bT, siendo

$$b = \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Téngase bien presente que en el proceso de comprobación debe utilizarse la convención adoptada.

Así las cosas, puede plantearse un problema de naturaleza algo diferente y que es el que nos interesa analizar.

Dos observadores A y B sincronizan sus relojes en un cierto punto, luego de lo cual B parte de viaje retornando luego de un cierto tiempo. La cuestión fundamental que trataremos es Cuando A y B vuelven a encontrarse, sus relojes marcan la misma hora o existe alguna diferencia?

La pregunta anterior puede ser contestada por la experiencia y, si bien son necesarias velocidades comparables con la de la luz, no obstante el experimento entra dentro de las posibilidades experimentales [1].

Precisamente, el hecho que analizamos motivó una polémica que nació de la exposición de la mencionada posibilidad (en un viaje espacial) en un libro de divulgación [2]. El autor de ese libro, basándose en cálculos de W. H. McCrea [3], hace saber que la teoría de la relatividad permite deducir una diferencia entre los tiempos que marcarían los relojes al reencontrarse. Esta afirmación originó un artículo de H. Dingle [4] refutando las conclusiones de McCrea y abriendo así la polémica a la que nos referimos. La correspondencia que se suscitó entonces, demostró que el acuerdo acerca de la respuesta distaba de ser completo y ello justifica en cierta medida, que una discusión de ese tipo haya recibido cabida en las páginas de NATURE y de los PROC. of the PHYS. SOCIETY. Creemos que circunstancias y consideraciones similares sirven de justificativo a la presente discusión.

2. Exposición del problema

En su primer artículo McCrea plantea el problema en los siguientes términos:

Dos observadores A y B, en reposo relativo, ponen de acuerdo sus relojes. A la hora cero (de ambos relojes), B parte en una nave espacial y, según el reloj de A, se acelera durante un tiempo t; se mueve luego uniformemente con velocidad V durante un tiempo T; se frena luego hasta reducir su velocidad a cero en el tiempo t y repite luego en el sentido inverso las mismas operaciones llegando a encontrarse con A y en reposo relativo cuando el reloj de A marca 2(T + 2t).

Cuánto marca en ese instante el reloj de B?. Como se ve, A permanece (por hipótesis) en un sistema inercial mientras que ello no ocurre con B.

Supongamos que A desea calcular el tiempo que marcará B. En ese caso puede hacerse una suposición simplificatoria.

Cualquiera sea el efecto total de la aceleración sobre el reloj de B, éste será a lo sumo igual a 4t (es decir que a lo sumo podrá parar el reloj B durante ese tiempo). Tomemos ahora el tiempo T tan grande que 2t sea despreciable frente a él. Podemos concretarnos entonces a calcular los tiempos transcurridos en B durante los períodos en los que se mueve uniformemente. La duración total del viaje será entonces prácticamente 2T (para A). Como el reloj de B atrasa durante ese tiempo deberá marcar 2 bT al finalizar el viaje ($b = \sqrt{1-v^2/c^2}$). Por tanto B, cuando se reúna con A, habrá vivido 2 bT contra 2T que vivió A.

Si quisiéramos ponernos en el lugar de B, para calcular lo que marcaría A deberíamos usar el aparato completo de la relatividad general, cosa que se trata de evitar en esta discusión.

3. Refutación de Dingle(4)

La primera refutación de Dingle es más bien de carácter cualitativo. Se lamenta profundamente de que muchos físicos se hayan dejado arrastrar por la matemática y hayan perdido contacto con la realidad. Afirma entonces que el resultado que hemos mencionado anteriormente (atraso absoluto de B cuando se reúne con A) es violatorio del principio de relatividad.

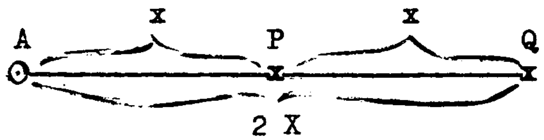
Si hay acuerdo en considerar despreciable los efectos de la aceleración -dice- entonces no se puede considerar en forma absoluta que B se mueve y A permanece en reposo. La recíproca sería también válida y entonces sería evidente que no podría haber diferencia alguna en el reencuentro de B con A.

Afirma luego que el atraso de un reloj que se mueve, relativo a otro es un producto exclusivo de la convención de Einstein y que la convención no implica nada físico absoluto, sino algo relativo cuyos efectos se desvanecen cuando la convención no se aplica para determinar realmente una simultaneidad. Tal es el caso de los relojes A y B, donde en ningún momento es necesario emplear la convención de Einstein y por lo tanto, siendo la comparación final independiente de toda convención, las diferencias deben desaparecer. Esto es lo esencial del argumento de Dingle.

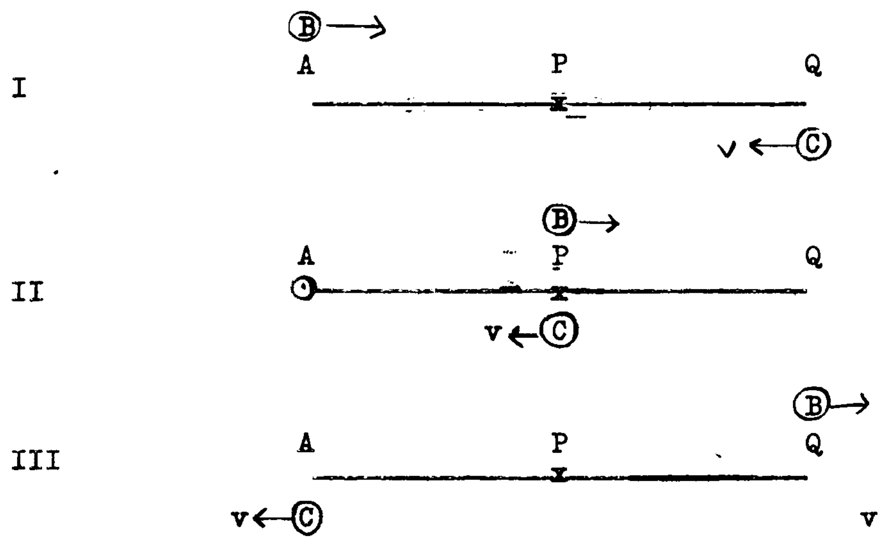
La controversia que entonces se suscita (5) (6) (7) (8) no agrega fundamentalmente nada nuevo a lo que hemos expuesto. En su último artículo. Dingle (9) hace una deducción matemática para apoyar su afirmación y para eliminar de la discusión todo vestigio de aceleración introduce un problema prácticamente equivalente y que discutiremos a continuación en detalle.

4. Problema equivalente sin aceleraciones

Sea un sistema inercial al que consideraremos en reposo (para fijar las ideas) y con relación al cual fijaremos todos los datos. Situemos en él un reloj A y marquemos dos puntos P y Q distanciados X y 2X, respectivamente, de A.



Sea un segundo reloj B, que se mueve uniformemente con velocidad v de A hacia P y un tercer reloj C que se mueve con la misma velocidad pero en sentido contrario. Además, cuando B pasa frente al punto P, C también lo hace.



Los relojes se ajustan inicialmente de la siguiente manera: En la posición I, A y B ajustan sus relojes a cero. En la posición II, al enfrentarse B y C, el reloj C es puesto a la misma hora que el B.

La cuestión fundamental es: Cuánto marcan A y C al enfrentarse (posición III) ?.

Con los procedimientos que se han indicado se tiene entonces fijado todo lo que puede ajustarse de antemano. Se ve además que el reloj C ha sido introducido para evitar el movimiento de retorno de B, ya que en la posición II la indicación de B es traspasada a C, que es el que se dirige hacia A.

El problema así planteado es completamente resoluble en el ámbito de la relatividad restringida, ya que no existe aceleración alguna. Tanto Dingle como McCrea están de acuerdo en que el problema así planteado es prácticamente equivalente al primitivo. La discrepancia está en que ambos llegan a resultados diferentes.

5. Resolución del problema

Vamos a resolver ahora el problema anterior pero poniéndonos sucesivamente en cada uno de los tres sistemas inerciales que intervienen. Veremos que el resultado final al que se llega es el mismo para todos, aunque cada uno de los observadores considera que los relojes de los otros dos son los que atrasan.

Para la resolución utilizaremos tres fórmulas que da la teoría de la relatividad. La primera dice que todo reloj que se mueva con velocidad v, con relación a un sistema inercial, atrasa con respecto a los relojes de dicho sistema. El atraso es tal que si los relojes en reposo dan como transcurrido un tiempo T, el reloj "en movimiento" sólo dará por transcurrido un tiempo $b_v T$. Siendo $b_v = \sqrt{1-v^2/c^2}$. La segunda dice que cuando un segmento tiene la longitud X para un observador en reposo con relación al segmento, éste tiene la longitud $b_v X$ cuando es medido por un observador que se mueve a la velocidad v con relación al segmento. La tercera fórmula que utilizaremos es la ley relativista de adición de velocidades. Ella dice que si un cuerpo cualquiera tiene velocidad v con respecto a un observador y otro cuerpo se mueve paralelamente al anterior y con velocidad u con relación al otro cuerpo, entonces su velocidad con respecto al observador no es u+v sino

$$w = \frac{u+v}{1 + uv/c^2}$$

En el caso en que $u=v$, tendremos $$w= \frac{2v}{1+v^2/c^2} \qquad (1)$$

Estas tres fórmulas se siguen inequívocamente de la teoría de la relatividad cuando se utiliza la convención de Einstein.

a) Razonamiento en el sistema de A

Por la forma de plantear el problema, refiriendo todos los datos a este sistema, la resolución aquí es la más simple.

El viaje de B desde A hasta P dura $X/v = T$. La misma duración tiene el viaje de C desde P hasta A. En total $2T$.

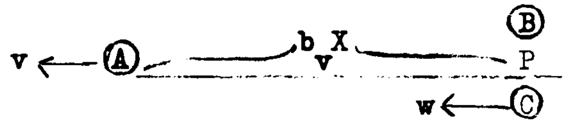
Como el reloj B atrasa (por su movimiento) marcará al llegar a P, la cantidad b_vT. Esta indicación es tomada por C que tarda T para llegar a A, pero por el atraso su indicación sólo se incrementará en b_vT. En total marcará $2b_vT$.

Resumiendo: Cuando A y C se cruzan, A marca 2T y C marca $2b_vT$.

Obsérvese que este resultado podía haber sido deducido fácilmente si notamos que para A, cuando en el instante inicial B pasaba en frente suyo C lo hacía frente a Q (posición I). Estando en ese instante todos los relojes en cero es fácil ver que, siendo $2X/v = 2T$ la duración del viaje de C desde Q hasta A, el atraso hará que sólo marque $2b_vT$.

b) Razonamiento en el sistema de B

Por la ley relativista de adición de velocidades, la velocidad de C con relación a B es $w = \dfrac{2v}{1+v^2/c^2}$ (1). Además el segmento X se acorta por su movimiento midiendo b_vX. De modo que B observa las cosas de la siguiente manera:



El tiempo que tarda el segmento AP en pasar frente a B será

$$b_vX/v = b_vT \qquad (2)$$

Por otra parte, el tiempo que C tarda en alcanzar a A es

$$\frac{b_v X}{w-v} = \frac{b_v X}{\dfrac{2v}{1+v^2/c^2} - v} = \frac{T}{b_v}\cdot (1 + v^2/c^2) \qquad (3)$$

De manera que el tiempo total que transcurre desde que A pasó frente a B hasta que C lo alcanzó será (2) + (3)

$$b_v T + \frac{T}{b_v}\cdot (1 + v^2/c^2) = 2T/b_v \qquad (4)$$

Este tiempo total será marcado por A (debido a su atraso) como $b_v \cdot 2T/b_v = 2T$. , C en cambio, por el ajuste efectuado, marca lo mismo que B al pasar frente a él (es decir $b_v T$), pero el atraso posterior de C, cuya velocidad es w, hace que para él transcurra en lugar de $\frac{T}{b_v}\cdot (1 + v^2/c^2)$ el tiempo

$$b_w \cdot \frac{T}{b_v}\cdot (1 + v^2/c^2) \qquad (5)$$

y como b_w es $\sqrt{1-w^2/c^2} = \sqrt{1 - \dfrac{(2v)^2}{c^2(1+v^2/c^2)^2}} = b^2{}_v/(1+v^2/c^2)$, (6)

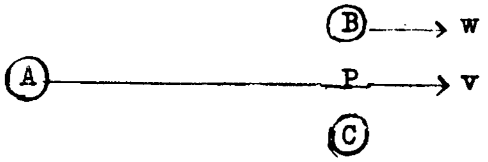
tendremos $\qquad b_w \cdot \dfrac{T}{b_v} \cdot (1 + v^2/c^2) = b_v T$

que agregado a lo que marcaba al pasar frente a B, da: $b_v T + b_v T = 2 b_v T$.

Resumiento: <u>Cuando A y C se cruzan, A marca 2T y C marca $2b_v T$.</u>

c) <u>Razonamiento en el sistema de C.</u>

Observado por C, el problema tiene el aspecto que se muestra en la fig.



El tiempo que tardó B desde su cruce con A hasta su cruce con P, es decir el tiempo que empleó en recorrer el segmento $b_v X$ será

$$\frac{b_v X}{w-v} = \frac{T}{b_v} \cdot (1 + v^2/c^2) \qquad (7)$$

Puesto que B atrasa, este tiempo lo registrará como

$$b_w . \frac{T}{b_v} . (1 + v^2/c^2) = b_v T \qquad (8)$$

Este tiempo es tomado por C. En cambio A registrará ese tiempo como

$$b_v . \frac{T}{b_v} . (1 + v^2/c^2) = T. (1 + v^2/c^2) \qquad (9)$$

El tiempo necesario para que A llegue a enfrentarse a C, a partir de la posición del dibujo, será $b_v X/v = b_v T$, que agregado a $b_v T$ que ya marcaba C, da $2b_v T$. A su vez, el reloj A (por su atraso) en lugar de $b_v T$ marcará como transcurrido el tiempo $b_v . b_v T = b_v^2 T$ que sumado a lo que registraba, es decir $T. (1 + v^2/c^2)$ da

$$b_v^2 T + T (1 + v^2/c^2) = (1-v^2/c^2) T + (1 + v^2/c^2) T = 2T$$

Resumiendo: Cuando A y C se cruzan, A marca 2T y C marca 2 $b_v T$

6. Discusión.

Para completar los razonamientos efectuados, vamos a tratar un interrogante que todavía podría plantearse. Como es que C deduce que su reloj marcará menos que A al enfrentarse ambos, si para él es A el reloj atrasa?.

La respuesta es relativamente sencilla. Para C, los relojes A y B fueron puestos en cero al cruzarse, pero "en realidad" el cruce tuvo lugar antes de la hora cero y por lo tanto ambos relojes tienen un adelanto previo con relación a su reloj, que A sólo pierde parcialmente en el lapso que transcurre hasta su encuentro con C. Calculemos ese adelanto.

Según vimos B tardó, desde su cruce con A hasta su cruce con C, el tiempo

$$\frac{T}{b_v} (1 + v^2/c^2) \qquad (\text{fórm. } (7))$$

Puesto que el cruce de B con C se produjo a la hora $b_v T$, la hora del cruce de B con A debió haber sido (siempre para C) la hora $b_v T$ menos la duración del viaje de B.

$$b_v T - \frac{T}{b_v} . (1+v^2/c^2) = \frac{T}{b_v} . (b_v^2 -(1+ v^2/c^2)) = - \frac{2T.v^2}{b_v c^2} \qquad (10)$$

De modo que la hora del cruce de A con B no fué en realidad cero (para C) sino la hora $-\frac{2Tv^2}{b_v c^2}$. Por lo tanto los relojes A y B fueron puestos adelantados en esa misma cantidad. A la "verdadera" hora cero, es decir después de transcurrido el tiempo $\frac{2Tv^2}{b_v c^2}$ después del cruce, (de A y B) A marcará $b_v \cdot \frac{2Tv^2}{b_v c^2} = 2Tv^2/c^2$ (11), y éste es el adelanto inicial que, para C, lleva el reloj A. Como el lapso transcurrido desde la hora cero es $2b_vT$ (hasta el cruce de A con C), en el reloj A sólo habrá transcurrido $b_v \cdot 2b_vT$, pero por el adelanto inicial, en lugar de indicar esa cantidad, el reloj marcará

$$2b_v^2T + 2Tv^2/c^2 = 2T$$

De manera que el adelanto inicial de A le permite, a pesar del posterior atraso, conservar una ventaja sobre C que es la correcta para explicar la diferencia de las indicaciones.

Como se ve, todos los resultados son concordantes. Aunque cada uno de los observadores estime que son los otros relojes los que atrasan. Se comprende también que el atraso resultante poco tiene que ver con la convención de Einstein (aunque ella se utilice para deducir los resultados). Ello es así porque la solución final se refiere a la comparación directa de dos relojes sin que para esa comparación se necesite convención alguna.

Dingle está en lo cierto cuando dice que esa comparación es independiente de toda convención. Pero se equivoca cuando afirma que por esa causa todo efecto relativista desaparece. Ello sería equivalente a decir que la teoría de la relatividad es única y exclusivamente una convención. La verdad es otra. La relatividad hace uso intenso de la convención de Einstein para sus deducciones. Pero en ella está implicada un hecho físico que ninguna convención puede ignorar. Este hecho físico es el que hemos señalado al comienzo. La velocidad promedio de la luz (en un camino de ida y vuelta) es c en cualquier sistema inercial de coordenadas. Pueden ser elegidas otras convenciones, como a continuación veremos, pero cualquiera que se elija deberá ser concordante con ese hecho físico.

7. Otras convenciones posibles.

El conjunto de las convenciones posibles que conservan igual a c la velocidad promedio de la luz, en cualquier camino cerrado, puede ser caracterizado de la siguiente manera. A cada convención posible se le a signa una función de posición S (x, y, z) (que llamaremos función de sincronización). Dar esta función es equivalente a dar la definición que le asigna a la luz una velocidad c', en cada punto y según cada vector unitario $\vec{u}$, mediante la fórmula(*)

$$c'(x,y,z,u) = \frac{c}{1 + c.\vec{u}.\vec{\nabla} S} \qquad (11)$$

Se ve que S y S+ cte. corresponden a la misma función c', por ese motivo vamos a convenir que S (0,0,0) = 0. Con ésto, la correspondencia entre S y c' es biunívoca. La ventaja de utilizar la función S está en el hecho de que ella puede ser fijada arbitrariamente, mientras que c' debe ser tal que su promedio, en todo camino cerrado sea c. Vamos a demostrar que ello se cumple con la correspondencia establecida más arriba. El tiempo que tardaría la luz en recorrer un camino cerrado cualquiera estaría dado por

$$\oint \frac{du}{c'} = \oint \frac{(1 + c.\vec{u}.\vec{\nabla} S)du}{c} = \oint \frac{du}{c} + \oint \vec{u}.\vec{\nabla} S.du = \frac{1}{c}\oint du + 0 = \frac{L}{c}$$

Cualquiera sea el camino cerrado que se elija, el tiempo que la luz tardaría en recorrerlo si tuviera la velocidad $c'(x,y,z,u)$ sería el mismo que el que emplearía moviéndose con la velocidad constante c.

La convención de Einstein queda caracterizada por la función de sincronización $S_e \equiv 0$. Si usando la convención einsteniana un móvil resulta tener la velocidad v_e, con otra convención la velocidad que se le asignaría sería

$$V_s = \frac{v_e}{1 + v_e\vec{u}.\vec{\nabla} S} \qquad (12)$$

Las fórmulas de transformación entre dos sistemas tales que tienen sus orígenes coincidentes en el instante inicial son: (†)

$$x' = \frac{x - v_e(t-S)}{1-v_e^2/c^2} \qquad (13)$$

(*) C.G. Bollini - Trabajo de investigación II. La Plata

(†) C.G. Bollini - Loc. Cit.

$$t' - S' = \frac{t - S - xv_e/c^2}{\sqrt{1 - v_e^2/c^2}} \qquad (14)$$

v_e es la velocidad que se le asignaría al sistema móvil si se utilizara la convención de Einstein.

Sería fácil ahora demostrar que los resultados antes obtenidos son independientes de la función de sincronización S. Sin embargo, para fijar ideas vamos a elegir una convención particular, aunque sí diferente de la einsteniana. Elijamos

$$S = \frac{x}{v_e} . (b_v - 1) \qquad (15)$$

$$b_v = \sqrt{1 - v_e^2/c^2}$$

y efectuemos la discusión situándonos en el sistema de A.

Suponiendo colocado al reloj B en el orígen del sistema móvil será $x' = 0$. Por lo tanto, de (13),

$$x = v_e(t - S) \qquad (16)$$

y de (14)

$$t' - S'(0) = t' = b_v . (t - S) \qquad (17)$$

Con la convención adoptada tendremos

$$x = \frac{v_e}{b_v} . t \qquad (18)$$

$$t' = t \qquad (19)$$

Por consiguiente, <u>con la convención (15), el reloj B no atrasa.</u> Esta convención podría describirse de otra manera, diciendo que los relojes del sistema A se sincronizan poniéndolos de acuerdo con un reloj que se desplaza con la velocidad v_e.

De la (18) deducimos que el tiempo que tarda B en recorrer la distancia X es

$$\frac{b_v X}{v_e} = b_v T \qquad (20)$$

De manera que el reloj B marcará $b_v T$ al llegar al punto P (lo mismo marcaría un reloj fijo a dicho punto y sincronizado mediante la función S dada por la (15)). La hora que marca B al pasar por P es completamente independiente de toda convención.

Para deducir la hora que marcará C al cruzarse con A debemos encontrar las fórmulas de pasaje entre ambos sistemas. En este caso la velocidad de C es de sentido contrario a la de B y vale $-v_e$. Teniendo en cuenta ese valor encontramos las fórmulas análogas de (18) y (19) que son

$$x = \frac{-v_e}{2 - b_v} \cdot t \qquad (21)$$

$$t' = \frac{b_v}{2 - b_v} \cdot t \qquad (22)$$

El tiempo que tarda C en su viaje de P hasta A es ahora (la distancia es $-X$), de la (21):

$$t = (2-b_v)\,\frac{X}{v_e} = (2-b_v) \cdot T \qquad (23)$$

Sumando este valor al tiempo dado por la (20) tenemos la hora que debe marcar A al cruzarse con C, esto es

$$(2-b_v) \cdot T + b_v \cdot T = \underline{2T} \qquad (24)$$

El tiempo transcurrido en el reloj C, desde el instante de su cruce con P hasta su cruce con A, se obtiene de la (22) teniendo en cuenta la (23).

$$t' = \frac{b_v}{2-b_v} \cdot (2-b_v) \cdot T = b_v T \qquad (25)$$

Que agregando a lo que marcaba al cruzarse con B (dado por la (20)), permite encontrar lo que marcará C al cruzarse con A

$$b_v T + b_v T = \underline{2b_v T} \qquad (26)$$

Una vez más hemos deducido el resultado conocido. Esta vez haciendo uso de una convención distinta de la einsteniana. Por lo tanto, la respuesta obtenida es independiente de la convención de Einstein, sin que por ello deje de ser un efecto relativista.

8.- Tratamiento de H. Dingle

En su artículo en Proc. Phys. Soc.(9), Dingle se dedica con alguna extensión a tratar el problema que hemos expuesto. Su posición es que el atraso encontrado no existe y trata de demostrarlo en el artículo que a continuación analizaremos.

Luego de presentar el argumento de McCrea, decide substituir el problema primitivo, con aceleraciones, por el problema equivalente, sin aceleraciones de los tres relojes A, B y C que ya hemos expuesto.

Después de discutir un ejemplo en mecánica clásica pasa a presentar el procedimiento de Einstein. En particular su definición de simultaneidad. Hace notar que por estar basada en esa definición, el retardo de los relojes es sólo convencional y que en realidad no existe ningún cambio real o físico en un reloj en movimiento. Dice que todo observable es siempre igual cualquiera sea el reloj que se considere en movimiento y es solamente en las cosas inobservables (es decir las puramente convencionales) que puede existir alguna diferencia. Afirma que lo anterior debiera ser suficiente para afirmar que no debe existir diferencia entre los relojes cuando se reúnen pues el retardo puede ser asignado a cualquiera de los relojes a voluntad sin que lo observable se vea afectado.

Como vemos, Dingle confunde un poco las cosas, puesto que según lo que hemos visto cualquiera sea el reloj que se considere en movimiento -"todo observable es siempre igual"-. Pero lo observado debe ser, precisamente, una diferencia entre lo que marcan los relojes al cruzarse.

Dingle procede luego a tratar matemáticamente el problema. En lugar de atacarlo en la forma en que aquí lo hemos expuesto, introduce un cuarto reloj D en el punto P del sistema de A. Además toma como orígen de los tiempos el instante en que B se cruza con C y con D. A los efectos de estudiar las relaciones entre estos sistemas, supone que desde el reloj A se envía un destello luminoso (evento E_1) que arriba a P en el instante inicial (evento E_2) siendo reflejado y recibido nuevamente por A (evento E_3). Mediante la transformación de Lorentz halla correctamente las coordenadas de los eventos E_1 y E_3 en los tres sistemas de coordenadas. En particular, la hora en que A envió el destello y la hora en que lo recibió son distintas en los tres sistemas. Así, si en sistema de A las horas respectivas son $-T$ y T, en el sistema de B serán $-b_V^! T$ y $T/b_V^!$, y en el C serán $-T/b_V^!$ y $b_V^! T$. Donde $b_V^!$ es $b_V^! = \sqrt{\dfrac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}$.

Todos estos valores son correctamente deducidos. Infortunadamente no puede decirse lo mismo de lo que sigue. En efecto, Dingle asegura a continuación que por la convención de Einstein la hora del eveto E_2 sería: $-T/2 + T/2 = 0$ en el sistema de A y D (correcto), $-\frac{1}{2}b'_V T + \frac{1}{2}T/b'_V$ en el sistema de B (incorrecto), y $-\frac{1}{2}T/b'_V + \frac{1}{2}b'_V T$ en el sistema de C (incorrecto). La incorreción de los dos últimos valores radica en el hecho de que la asignación de una hora a un evento mediante la convención de Einstein, es sólo válida si el reloj que envía y recibe el destello está fijo o estacionario en el sistema que se considera. En el ejemplo ello es válido para el sistema de A pero no en el de B o C. Por otra parte, es evidente que en el evento E_2 han sido puestos en cero los relojes B, C y D, de manera que en los tres sistemas la hora del evento E_2 debe ser cero. Pareciera sin embargo, que Dingle tiene la intención de referirse (aunque no lo hace) a la hora que marca el reloj A cuando se produce el evento E_2. (Y a ello corresponde el único dibujo que incluye el artículo). Entonces, como la simultaneidad es relativa, los tres sistemas considerarán que el mencionado evento se produjo simultaneamente con tres lecturas diferentes del reloj.A. No sería difícil encontrar efectivamente esas tres lecturas. Veríamos así que, en el instante cero, B considera que A está atrasado mientras que C deduciría que está adelantado (en la misma cantidad). Por otra parte, esto último es lo que hemos hecho en el número 6, fórmula (11), hallando el adelanto efectivo de A en aquel problema. Lo importante es que Dingle deduce lo contrario basándose en los valores incorrectos arriba mencionados.

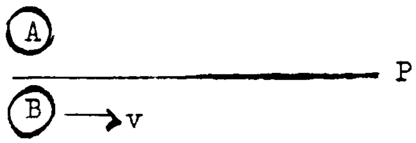
La confusión que demuestra Dingle se hace patente cuando trata el problema en el diagrama de Minkowski. Deduce ahora correctamente que C considerará que A está adelantado en la misma cantidad en que B lo considerará atrasado, pero afirma que, "reciprocamente, por supuesto", A considerará que C está adelantado en la misma cantidad en que considera atrasado a B. Esto último es falso. Evidentemente, si en el momento de cruzarse B y C marcan lo mismo, A los considerará a ambos, en ese instante de la misma manera, y si considera atrasado a B también lo considerará atrasado a C.

No es necesario que sigamos examinando el artículo de Dingle. Su argumento esencial es el que ha sido expuesto, es decir que cuando B y C se cruzan marcando lo mismo, A deducirá que en ese instante está adelantado y B atrasado (en la misma cantidad). No sólo se trata entonces de falla de deducción sino también de falla de comprensión.

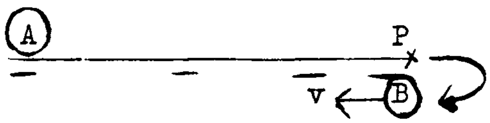
9.- El problema en la relatividad generalizada.

Quizás podría todavía quedar dudas acerca de la equivalencia del problema primitivo, con aceleraciones, con el problema que tratamos extensamen te en lo que antecede. Por lo tanto vamos a terminar esta exposición describiendo someramente el problema desde el punto de vista de la relatividad general.

Supongamos que para un observador A con su reloj, ocurre lo siguiente: En el instante inicial, un reloj B pasa enfrente suyo marcando cero y moviéndose uniformemente con velocidad v.



Al llegar frente al punto P, el reloj se frena y cambia de sentido de movimiento, llegando nuevamente ante P con la misma velocidad que traía antes pero en sentido contrario. Este proceso se fectuó en un tiempo despreciable, según el reloj de A.



Por último B se cruza con A moviéndose uniformemente, Cuánto marca B entonces ?.

Puesto que A considera despreciable el tiempo empleado por B para invertir su movimiento; lo que deduce A será, salvo cantidades despreciables, aquello que hemos encontrado en el número 5-a).

Preguntamos ahora: Cuál es el razonamiento en el sistema de B?. La descripción del movimiento en este sistema es la siguiente: En el instante inicial A pasa frente a B moviéndose uniformemente con velocidad v. Cuando el punto P está pasando frente a B hace su aparición un intenso campo gravitatorio de sentido tal que produce el frenamiento de A y su posterior movimiento en sentido contrario con velocidad v.

Vemos entonces que para considerarse en reposo, B debe suponer la existencia de un campo gravitatorio. Este campo es equivalente en sus efectos a los producidos por el movimiento acelerado de B, cuando este se considera en movimiento.

La aparición de ese campo gravitatorio hace que B deba aplicar los resultados de la relatividad general para deducir los tiempos empleados.

El razonamiento para B es entonces el siguiente:

Puesto que el segmento AP mide $b_V X$ (contracción de Lorentz) tardará

$b_v X/v = b_v T$ hasta que P se enfrente con él. Aparece entonces un campo gravitatorio que cambia la velocidad de v a -v. Si la aceleración de la gravedad es g, entonces A tardará en invertir su movimiento el tiempo $t = 2v/g$. Si la aceleración de la gravedad es muy grande, entonces ese tiempo será despreciable y en el viaje de vuelta A tardará nuevamente $b_v T$, de manera que, según B, su reloj debe marcar $2b_v T$ al término del viaje de A.

Para calcular lo que marcará A, B considera que mientras el movimiento era uniforme A se atrasa en el factor b_v. De manera que la duración de las partes uniformes del viaje es, por el atraso de A,

$$2b_v b_v T = 2b_v^2 T \tag{27}$$

Sin embargo, durante el período en que A se ve sometido al campo gravitatorio su reloj marcha a un ritmo diferente que depende del potencial gravitatorio en la región donde se encuentra. Para calcular el tiempo transcurrido en el reloj A durante el período en que actúa el campo, debemos aplicar una fórmula de relatividad general (11).

Si la aceleración de la gravedad es muy grande (como hemos supuesto), la relación que existe entre el tiempo t que transcurre en el reloj B y el tiempo t' en el reloj de A es

$$t' = X.g.t/c^2 \tag{28}$$

pero siendo $t = 2v/g$; el tiempo t' será

$$t' = 2vXg/gc^2 = 2vX/c^2 = 2v^2T/c^2 \tag{29}$$

Esto significa que cuando el campo gravitatorio es muy intenso, produce un efecto tal sobre los relojes que el tiempo que el reloj de B (considerado fijo) indica como despreciable, en el reloj A transcurre un tiempo finito dado por la (29). Sumando esta cantidad con lo transcurrido en A durante el movimiento uniforme (fórm. (27)) tendremos

$$2v^2T/c^2 + 2b_v^2 T = 2T \tag{30}$$

Nuevamente el resultado conocido.

En el libro mencionado en la nota (11) podrá encontrarse mayores detalles de la deducción.

10.- Conclusiones

La teoría de la relatividad no está basada exclusivamente en una convención. Ella contiene hechos físicos que ninguna convención puede pasar por alto. Por lo tanto sus resultados serán en parte dependientes de las convenciones utilizadas pero en parte serán también resultados absolutos. En particular, no debe quedar dudas de que la teoría permite deducir una diferencia entre lo que marcan los relojes en el problema considerado. Aún más, esa diferencia es algo absoluto que para nada depende de la parte convencional de la teoría.

Nota agregada en prueba.- La polémica continúa. El defecto que hemos señalado en la demostración de H. Dingle, ha sido encontrado también por F.S. Crawford[12]. Por su parte, H. Dingle refuta cualitativamente[13] en un breve artículo, las consideraciones de W. Cochran y S. F. Singer. Además [14], para refutar a F.S. Crawford cambia la demostración impugnada. Sin embargo su posición no ha cambiado esencialmente.

BIBLIOGRAFIA

1) HERMAN, R. Nature. Lond. 178 (1956) 689.
SINGER, S.F. Nature. Lond. 179 (1957) 977.
COCHRAN, W. Nature. Lond. 179 (1957) 977.
ISAAK, G.R. Austr. Jour. Phys. 10 (1957) 207.

2) THOMSON, G. The Foreseeable Future (Cambrigde. Univ. Press 1955).

3) McCREA, W.H. Nature. Lond. 167 (1951) 681.

4) DINGLE, H. Nature. Lond. 177 (1956) 782 .

5) McCREA, W.H. Nature. Lond. 177 (1956) 784.

6) DINGLE, H. Nature. Lond. 177 (1956) 785.

7) DINGLE, H. Nature. Lond. 178 (1956) 680.

8) McCREA, W.H. Nature. Lond. 178 (1956) 681.

9) DINGLE, H. Proc. of the Phys. Soc. A69 (1956) 925.

10) McCREA, W.H. Proc. of the Phys. Soc. A69 (1956) 935.

11) MÖLLER, C. The theory of relativity - Oxford 1952. pág. 258.

12) CRAWFORD, F.S. Nature. Lond. 179 (1957) 1071.

13) DINGLE, H. Nature. Lond. 179 (1957) 1129.

14) DINGLE, H. Nature. Lond. 179 (1957) 1242.