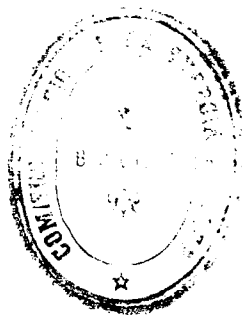


08.64.06

C. N. E. A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 2	AÑO 1964

METODO DE CALCULO DE REACTORES
MODERADOS A AGUA LIVIANA

Roberto B.A. Solanilla



INTRODUCCION

El propósito de este informe es el de presentar un método de cálculo que permita la resolución de problemas de diseño de reactores moderados a agua liviana, basado en el report de D.Hicks (1)(recopilación de los trabajos realizados en U.S.A.) y adaptado a las posibilidades de computación que disponemos al presente.

En la primera parte se analiza la teoría de los reactores hidrogenados y su computación, mientras que en la segunda parte se presentan los cálculos realizados para la nueva configuración nuclear del reactor RA.1 orientados a la determinación de masas críticas, distribuciones de flujos, coeficientes de reactividad por temperatura, por vacíos uniformes en el moderador, etc.

A - TEORIA

I) Consideraciones generales.

Ia) Características de diseño de reactores hidrogenados.

Entre las características principales que poseen los reticulados a agua liviana se pueden citar:

1. Altas relaciones de volumen uranio/moderador.
2. Espectro de neutrones térmicos "duros" (o corridos), altas fracciones de fisiones epitérmicas (aumentadas con el enriquecimiento del uranio 235), pequeñas longitudes de difusión.

A éstas Hicks agrega otras para reactores a potencia que condicionan el diseño nuclear.

3. Excesos de reactividad suficientes para permitir una vida económica al núcleo antes de la descarga parcial o total de éste, debido a la imposibilidad que presentan los diseños actuales en dispositivos de descarga o carga del combustible.
4. Barras de control de gran antireactividad, por las razones apuntadas anteriormente y además por la gran diferencia en reactividad entre reactor frío y caliente (grandes coeficientes negativos de temperatura).
5. Altos picos de flujo localizados en los espacios de agua donde se desplazan las barras de control.
6. Distribución de potencia (o flujos) perturbadas por efecto de formación de vapor.
7. Fraccionamiento del combustible a fin de alcanzar altas relaciones de superficie a volumen de combustible.

En este estudio algunas de las consideraciones apuntadas pierden su actualidad, debido a que se orientará al estudio de reactores experimentales a baja potencia.

Ib) Espectro neutrónico.

Los estudios realizados en U.S.A. (2) muestran que una división de espectro neutrónico hasta 4 grupos es suficiente para reproducir los valores experimentales de distribución de flujo y excesos de reactividad.

Ombrellaro (3) adopta los anchos siguientes para una división de cuatro grupos:

- | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| Grupo 1) 10 Mev. hasta 0.821 Mev. | Grupo 3) 5.5 Kev. hasta 0.625 ev. |
| Grupo 2) 0.821 Mev. hasta 5.5 Kev. | Grupo 4) 0.625 ev. hasta 0 ev. |

La justificación de esta división puede ser la siguiente:

Grupo 1)

$3/4$ de los neutrones de fisión nacen en este grupo. Los coeficientes de difusión y secciones eficaces de transferencias de este grupo dependen sobretodo de las características de dispersión inelásticas de los cuerpos pesados.

Grupo 2)

La característica de este grupo es la fuerte dependencia con la energía de la sección eficaz de dispersión elástica del hidrógeno. Los procesos de absorción son insignificantes y en el borde superior del grupo (0.821 Mev.) comienzan a manifestarse las resonancias del oxígeno.

Grupo 3)

Sobre todo el ancho del grupo la sección de dispersión del hidrógeno es constante con la energía y el espectro sigue bastante bien la ley I/E (abstracción hecha de las resonancias de uranio 238). Las resonancias del uranio 238 y fisión del 235 están incluídas en el grupo, las que influyen en los términos de escape neutrónico.

Grupo 4)

El espectro, denominado "térmico", no se ajusta a una distribución de Maxwell con la temperatura del moderador. Las evaluaciones de las secciones eficaces promedios dependen de la forma del espectro. La variación de la masa efectiva del hidrógeno asociado a la molécula del agua con la energía es la responsable de la fuerte dependencia de la sección eficaz de dispersión del hidrógeno de la molécula del agua con la energía. La necesidad de evaluar las perturbaciones de flujo localizadas en los "gap" de agua exige una buena estimación de la dependencia de la longitud de difusión con el espectro, no así cuando se pide la determinación de masa crítica o excesos de reactividad, debido a que la longitud de difusión es pequeña frente a la longitud de migración.

El examen de los órdenes de magnitud de los libres recorridos medios de transporte del agua en los grupos 1 y 2 justifica la hipótesis clásica de homogeneización, ya que estos son más grandes que las dimensiones características de los diferentes constituyentes de las celdas. La heterogeneidad en el grupo 3 se pone en evidencia por el efecto de "selfshielding" que presenta las resonancias del uranio 238, no obstante este efecto se lo tiene presente en la determinación de la integral de resonancia efectiva del uranio 238, lo que justifica también la hipótesis de homogeneización de este grupo, es decir las de flujo plano a lo largo de toda la celda.

En el grupo 4 por el contrario, será necesario la determinación de la variación espacial del flujo en la celda a fin de evaluar bien las absorciones promedias en cada parte constituyente de la celda.

II) Ecuaciones multigrupos de difusión

IIa) Obtención de las ecuaciones multigrupos y definición de los parámetros neutrónicos rápidos.

"Las ecuaciones multigrupos de difusión para un reactor finito desnudo son obtenidas a partir de la ecuación de Boltzmann sobre las bases de ciertas aproximaciones, siendo la más importante la separación de la parte espacial y energía" (4).

La ecuación de Boltzmann, independiente del tiempo (régimen estacionario) para un reactor sin fuente exterior, homogéneo, toma la forma:

$$(I) \quad \Omega \cdot \nabla F(\vec{r}; \Omega; \mu) + \Sigma(\mu) F(\vec{r}; \Omega; \mu) = \frac{\nu}{\pi^4} \int \int d\mu' d\Omega' \Sigma_f(\mu') F(\vec{r}; \mu'; \Omega') + \int \int d\mu' d\Omega' \Sigma_s(\mu'; \mu_0) F(\vec{r}; \Omega'; \mu')$$

con $\Sigma_f; \Sigma_s; \Sigma$

Secciones eficaces macroscópicas de fisión, dispersión y total

μ_0 Coseno del ángulo entre las direcciones inicial y posterior a un choque.

$f(\mu)$ Espectro de fisión (normalizado $\int f(\mu) d\mu = 1$)

ν Número de neutrones nacido por fisión.

$F(\vec{r}; \Omega; \mu)$ Función distribución de flujo.

La solución general de la ecuación I nos ha de conducir a un espectro variable en cada punto del reactor salvo en los casos siguientes:

a) Reactor homogéneo infinito.

b) Reactor homogéneo finito con condiciones de contorno extrapoladas idénticas para todas las energías.

En efecto, en ambos casos será posible separar la parte espacial y la parte energía. En el caso general la parte $\vec{r}$ no se separa. Pero nuestro objetivo es el de utilizar una teoría a muchos grupos de energía en donde sea posible definir constantes neutrónicas en cualquier punto del reactor y en un intervalo de energía dado. Por eso las ecuaciones de multigrupos se obtendrán con la hipótesis de contorno extrapolado idéntico para todas las energías.

Para resolver la ecuación I será necesario conocer la función Σ_s . Considerando energías superiores a la de equilibrio del moderador, dos

procesos de moderación pueden definirse:

- Choques inelásticos (para energías superiores 0.1 Mev y cuerpos pesados).
- Choques elásticos.

El primer tipo de choque se supone isotrópico en el centro de laboratorio.

El segundo tipo, que es el principal en la teoría de la degradación de energía de los neutrones en un reactor nuclear, el choque es anisotrópico en el sistema centro laboratorio, pero isotrópico en el centro de masa. La Σ_s viene dada por (5)

$$\chi \Sigma_s(E \rightarrow E'; \Omega \rightarrow \Omega') = \frac{\Sigma_s(E')}{4\pi A} \left[\frac{A^2 - 1 + 2\mu_0^2}{(A^2 - 1 + \mu_0^2)^{3/2}} 2\mu_0 \right] \delta \left\{ E - \frac{E'}{(A+1)^2} \left[(A^2 - 1 + \mu_0^2)^{1/2} + \mu_0 \right] \right\}$$

Si la masa atómica A es grande el choque es isotrópico y se efectúa sin cambio de energía

$$\Sigma_s \rightarrow \frac{\Sigma_s(E')}{4\pi} \delta(E - E')$$

por el contrario, para el hidrógeno (A = 1) el choque es anisotrópico.

$$\Sigma_s(E' \rightarrow E; \Omega' \rightarrow \Omega) = \frac{\Sigma_s(E')}{\pi} \mu \delta(E - \mu^2 E')$$

II a I) Aproximación de la ecuación I.

Suponiendo simetría plana la ecuación I se transforma:

$$(1') \quad \mu \frac{\partial F(x; u; \mu)}{\partial x} + \Sigma(u) F(x; u; \mu) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 du' \int_{-1}^1 d\Omega' \Sigma_f(u') F(x; u'; \Omega') + \int_{-1}^1 du' d\Omega' \Sigma_s(u'; u; \mu_0) F(x; u'; \mu')$$

La primera aproximación (igual contorno extrapolado para todas las energías) nos permitirá escribir:

$$F(x; u; \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} F_n(u; \mu) e^{-i B_n x}$$

La segunda aproximación será limitarse al término fundamental

$$F(x; u; \mu) = F_0(u; \mu) e^{-i B_0 x}$$

La tercera y última consistirá en desarrollar la parte angular de F y Σ en polinomios de Legendre

$$F_o(\mu; \mu) = \sum \frac{2\ell+1}{2} F_{o\ell}(\mu) P_\ell(\mu) \quad F_{o\ell} = \int_{-1}^1 d\mu F_o(\mu; \mu) P_\ell(\mu)$$

$$\Sigma_s(\mu; \mu; \mu_o) = \sum \frac{2\ell+1}{2} \Sigma_{s\ell}(\mu; \mu) P_\ell(\mu_o) \quad \Sigma_{s\ell}(\mu, \mu) = \int_{-1}^1 d\mu_o \Sigma_s(\mu \mu; \mu_o) P_\ell(\mu_o)$$

Se puede apreciar que con estas tres aproximaciones el tratamiento exacto con reflectores será imposible, pero se sacrifica el rigor en su tratamiento por la ventaja de poder definir constantes neutrónicas en cada grupo de energía independiente de la coordenada espacial.

Llevando estas aproximaciones a la ecuación I,

$$(1-a) \quad [\Sigma(u) - iB\mu] F_o(\mu u) = \frac{\partial}{\partial u} f(u) \int_0^\infty du' \Sigma_f(u') F_{o0}(u') + \frac{1}{2} \int_0^\infty du' \Sigma_{s0}(u'u) F_{o0}(u') + \frac{3}{2} \mu \int_0^\infty du' \Sigma_{s1}(u'u) F_{o1}(u')$$

La relación del coeficiente " ℓ " con los otros dos primeros será:

$$F_{o\ell} = \left\{ \int_{-1}^1 d\mu \frac{P_\ell(\mu)}{\Sigma(u) - iB\mu} \right\} \left[\frac{\partial}{\partial u} f(u) \int_0^\infty du' \Sigma_f(u') F_{o0}(u') + \frac{1}{2} \int_0^\infty du' \Sigma_{s0}(u'u) F_{o0}(u') \right] + \left[\int_{-1}^1 d\mu' \frac{\mu P_\ell(\mu)}{\Sigma(u) - iB\mu} \right] - \left[\frac{3}{2} \int_0^\infty du' \Sigma_{s1}(u'u) F_{o1}(u') \right]$$

En la aproximación PI ($\ell = 1$) la ecuación anterior se transformará en el sistema siguiente

$$(2) \quad F_{o0}(u) = \frac{\partial f(u)}{\partial u} \beta \int_0^\infty du' \Sigma_f(u') F_{o0}(u') + \frac{\beta}{\Sigma(u)} \int_0^\infty du' \Sigma_{s0}(u'u) F_{o0}(u') + \frac{3(1-\beta)}{\alpha \Sigma(u)} i \int_0^\infty du' \Sigma_{s1}(u'u) F_{o1}(u')$$

$$F_{o1}(u) = \frac{\partial f(u)}{\partial u} \left[\frac{1-\beta}{\alpha \Sigma(u)} \right] i \int_0^\infty du' \Sigma_f(u') F_{o0}(u') + \frac{1-\beta}{\alpha \Sigma(u)} i \int_0^\infty du' \Sigma_{s1}(u'u) F_{o0}(u') + \frac{3(1-\beta)}{\Sigma(u) \alpha^2} \int_0^\infty du' \Sigma_{s1}(u'u) F_{o1}(u')$$

que con $\alpha = \frac{B}{\Sigma(u)} \quad \beta = \frac{\arctg \alpha}{\alpha} \quad i: \text{unidad imaginaria}$

podrá escribirse:

$$(3) \quad F_{o1} = i F_{o0} \left(\frac{1-\beta}{\alpha \Sigma} \right) \frac{\Sigma}{\beta} + \frac{3(1-\beta)}{\alpha^2 \Sigma \beta} \int_0^\infty du' \Sigma_{s1}(u'u) F_{o1}(u')$$

$$o \quad \gamma(u) F_{o1}(u) = i \frac{B}{3 \Sigma(u)} F_{o0} + \frac{1}{\Sigma(u)} \int_0^\infty du' \Sigma_{s1}(u'u) F_{o1}(u') \quad \text{con } \gamma = \frac{\beta \alpha^2}{3(1-\beta)}$$

Si $\gamma = 1$ y $\Sigma_{s1}(u, u') = \Sigma_{s1}(u) \delta(u - u')$ (Choques anisotrópicos en el Sistema Laboratorio sin cambio de energía)

$$F_{o1} = \frac{i B F_{o0}}{3 [\Sigma(u) - \Sigma_{s1}(u)]} = \frac{i B F_{o0}}{3 \Sigma_{tr}(u)} \quad \Sigma_{tr} = \Sigma(u) - \Sigma_{s1}(u) = \Sigma_a(u) + \Sigma_{s1}(1-\mu_o)$$

se obtiene la aproximación clásica de la teoría de difusión entre flujo (F_{00}) y corriente ($-i F_{01}$), (válida para $\gamma = 1$ y cuando no hay degradación de energía en la parte anisotrópica de la dispersión), y con un coeficiente de difusión definido por:

$$(4) \quad D = \frac{-i F_{01}}{B F_{00}} = \frac{1}{3 \Sigma_{tr}}$$

Si desarrollamos en función de $\frac{B}{\Sigma}$; γ podrá escribirse para pequeños valores de $\frac{B}{\Sigma}$

$$\gamma \simeq 1 + \frac{4}{15} \left(\frac{B}{\Sigma} \right)^2$$

esto es: $\gamma = 1$ será tanto más válido cuanto más pequeña sea B .

En general para $\gamma \neq 1$, manteniendo la notación con la teoría de difusión, se define un "coeficiente de difusión" por (4) pero con Σ_{tr} ahora expresado por:

$$(5) \quad \Sigma_{tr}(\mu B) = \Sigma(\mu) \left[\gamma(\mu B^2) - \frac{1}{\Sigma(\mu) F_{01}(\mu)} \int_0^\infty \Sigma_{s1}(\mu \mu') F_{01}(\mu') d\mu' \right]$$

Esta definición del coeficiente de difusión permite escribir, si integramos respecto a μ la ecuación (1 - a)

$$(6) \quad [D(\mu B^2) B^2 + \Sigma(\mu)] F_{00}(\mu) = \nu f(\mu) \int_0^\infty d\mu' \Sigma_f(\mu') F_{00}(\mu') + \int_0^\infty d\mu' \Sigma_{s0}(\mu \mu') F_{00}(\mu')$$

Tratando el grupo termal por la teoría de difusión y eligiendo el grupo termal suficientemente ancho a fin de que no haya dispersión hacia cualquier grupo "rápido" (condición necesaria para la validez de la teoría de difusión) podremos escribir las ecuaciones válidas para el grupo térmico ($00 - \mu_t$) y rápido ($\mu_t - 0$):

$$(7-a) \quad [D(\mu B^2) B^2 + \Sigma(\mu)] F_{00}(\mu) = \nu f(\mu) \int_0^{\mu_t} d\mu' \Sigma_f(\mu') F_{00}(\mu') + \int_0^{\mu_t} d\mu' \Sigma_{s0}(\mu \mu') F_{00}(\mu') + (nf) \Sigma_s \phi_s f(\mu)$$

$$(7-b) \quad (D_s B^2 + \Sigma_s) \phi_s = q(\mu_t) \quad (\mu \leq \mu_t)$$

Con (nf) la producción de neutrones por fisión "termal", D_s , Σ_s , ϕ_s , coeficiente de difusión, sección macroscópica de absorción y flujo del grupo termal.

$q(\mu_t)$ es la densidad de moderación en el límite superior del grupo termal dada por:

$$q(\mu_t) = \int_{\mu_t}^\infty d\mu \int_0^{\mu_t} d\mu' \Sigma_{s0}(\mu \mu') F_{00}(\mu')$$

Las ecuaciones multigrupos de difusión se obtienen integrando la ecuación (7-a) en una banda de letargia, $u_n \leq u \leq u_{n+1}$

$$(D_n B^2 + \Sigma_{an} + \Sigma_{tn}) \phi_n = X_n \sum_n \left(\frac{\partial \Sigma_t \phi}{\lambda} \right)_{u_n} + \Sigma_{t(n-1)} \phi_{n-1}$$

$$(8) \quad B^2 D_s \phi_s + \Sigma_s \phi_s = \Sigma_{t(n-1)} \phi_{n-1}$$

Siendo n : el N° total de grupos que se ha dividido la región rápida ($v_t \leq u \leq 0$) y con constantes efectivas en el grupo "n" dadas por:

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Sigma_{tn}(B^2) = \int_{u_n}^{u_{n+1}} du \int_{u_{n-1}}^{u_n} du' \Sigma_{so}(u'u) F_{00}(u'B^2) / \phi_n(B^2) \\ \Sigma_{an}(B^2) = \int_{u_{n-1}}^{u_n} du' \Sigma_a(u') F_{00}(u'B^2) / \phi_n(B^2) \\ \Sigma_{fn}(B^2) = \int_{u_{n-1}}^{u_n} du \Sigma_f(u') F_{00}(u'B^2) / \phi_n(B^2) \\ X_n = \frac{1}{\lambda} \int_{u_{n-1}}^{u_n} du f(u) \\ \phi_n(B^2) = \int_{u_{n-1}}^{u_n} du' F_{00}(u'B^2) \\ J_n(B^2) = \int_{u_{n-1}}^{u_n} -i F_{01}(u'B^2) du' \\ D_n(B^2) = \frac{J_n}{B \phi_n} \end{array} \right.$$

Estas constantes son obtenidas a partir de la solución de las ecuaciones que dan la distribución del espectro del reactor (ecuaciones 2).

Las ecuaciones (8) son las correspondientes a la teoría de multigrupos de difusión que podrán ser aplicadas a un cálculo de criticidad de un reactor a multiregiones con parámetros de "difusión" efectivos del grupo rápido en cada región definidos por (9). El parámetro λ expresa la separación del estado crítico ($\lambda = 1$: estado crítico).

Considerando $m = 3$ (3 grupo rápido) tendremos las ecuaciones a 4 grupos de difusión

$$(10) \quad \begin{cases} -D_1 \nabla^2 \phi_1 + (\Sigma_{a1} + \Sigma_{t1}) \phi_1 = \chi_1 \sum_i \frac{(\Sigma_{f1} \phi)_i}{\lambda} \\ -D_2 \nabla^2 \phi_2 + (\Sigma_{a2} + \Sigma_{t2}) \phi_2 = \chi_2 \sum_i \frac{(\Sigma_{f1} \phi)_i}{\lambda} + \Sigma_{t1} \phi_1 \\ -D_3 \nabla^2 \phi_3 + (\Sigma_{a3} + \Sigma_{t3}) \phi_3 = \Sigma_{t2} \phi_2 \\ -D_5 \nabla^2 \phi_5 + \Sigma_{a5} \phi_5 = \Sigma_{t3} \phi_3 \end{cases}$$

con $x_1 = 0.75178$ y $x_2 = 0.24822$ calculadas del espectro de fisión.

II-b) Código MUFT y obtención de secciones eficaces efectivas de los grupos rápidos.

Hellens (4) resolvió las ecuaciones (2) que dan el flujo (F_{00}) y de corriente ($-i F_{01}$) para letargias $u \leq u_t$ (grupo "rápido") descomponiendo la región (0.625 e.v. - 10 Mev) en 54 grupos y reemplazando los integrales por valores medios en cada intervalo (Código MUFT (6), (4)).

El hidrógeno es tratado de forma diferente que los otros cuerpos.

La función $\Sigma_s(u, u', \mu_0)$ para el hidrógeno es:

$$\Sigma_s(u, u', \mu_0) = \Sigma_{sh}(u) \left\{ \frac{1}{2} e^{-(u-u')} + \frac{3}{2} \mu e^{-\frac{3}{2}(u-u')} \right\}$$

La aproximación Selengut-Goertzel (S-G) supone $\Sigma_{s1} F_0$ constante de forma que (ecuación 5)

$$\Sigma_{tr}(u) = \Sigma(u) \gamma(u, B) - \frac{2}{3} \Sigma_{sh}(u) \left\{ 1 - e^{-\frac{3}{2}u} \right\}$$

Si u es grande y $\gamma = 1$

$$\Sigma_{tr}(u) \rightarrow \Sigma - \frac{2}{3} \Sigma_{sh} = \Sigma - \mu \Sigma_{sh}$$

se obtiene la aproximación de teoría de difusión.

La aproximación S-G calcula una edad en el H_2O que coincide con los valores experimentales antiguos (31.4 cm^2), por el contrario; los otros métodos dan los valores cercanos a los actuales (27.8 cm^2).

Para los cuerpos diferentes del H el código utiliza la teoría de Fermi, no obstante para elementos livianos (excluido el H) la versión nueva de MUFT IV (7) lo trata según la aproximación Greuling-Goertzel (G-G).

Las ecuaciones que resuelve MUFT son las ecuaciones (2) puestas en esta forma:

$$B J(u) + \Sigma(u) F(u) = \gamma_f(u) \int_0^\infty \Sigma_f(u') F(u') du' - \int_0^\infty du' \Sigma_{s_0}(u, u') F(u') \\ - \frac{B}{3} F(u) + \gamma(u) \Sigma(u) J(u) = \int_0^\infty du' \Sigma_{s_1}(u', u) J(u')$$

que para mezclas con H toman la forma:

$$B J(u) + (\Sigma_{sh} + \Sigma_a + \Sigma_{in}) F(u) = \gamma_f(u) \int_0^\infty \Sigma_f(u') F(u') du' + \int_0^\infty du' \Sigma_{sh} e^{-(u-u')} F(u') du' - \frac{dq}{du} + \int_0^\infty du' \Sigma_{in}(u') F(u') \\ \left[\gamma(uB) \Sigma(u) - \sum_j \mu_j \Sigma_{sj} \right] J(u) = \frac{B}{3} F(u) + \int_0^\infty \Sigma_{sh} e^{-\frac{2}{3}(u-u')} J(u') du' - \mu_h \Sigma_{sh} J(u)$$

cumpliendo además

$$\lambda \frac{dq}{du} = -q + \sum_j \xi_j \Sigma_{sj} F(u) \quad (7)$$

q densidad de moderación

λ parámetro de G.G.

$$\text{si } \lambda = 0 \quad q = \sum_j \xi_j \Sigma_{sj} F(u) \quad (4)$$

$$\xi_j = 0 \text{ (hidrógeno)}$$

$$\xi_j = 1 - \frac{(A_j - 1)^2}{2A_j} \ln \left(\frac{A_j + 1}{A_j - 1} \right)$$

Las cuatro aproximaciones que resuelve el código MUFT pueden ser resumidas así:

$$B-I \quad \gamma = \gamma(u)$$

$$P-I \quad \gamma = 1$$

$$S.G. \quad B-I \quad \gamma = \gamma(u) \quad \frac{\partial \rho}{\partial u} = 0$$

$$S.G. \quad P-I \quad \gamma = 1 \quad \frac{\partial \rho}{\partial u} = 0$$

$$\rho = \int_0^u du' \Sigma_{sh} e^{-\frac{2}{3}(u-u')} J(u')$$

Dando las secciones eficaces microscópicas en función de la energía de cada elemento que entra en la mezcla, la laplaciana del medio, las densidades atómicas y la aproximación adoptada, el código MUFT da el espectro y las secciones eficaces promediadas.

Ombrellaro (3, 8) obtuvo para una laplaciana $B^2 = 0,0025 \text{ cm}^2$ y aproximación P-I secciones eficaces microscópicas efectivas para diferentes elementos como ajuste con los obtenidos por MUFT IV para mezclas binarias de metal-agua liviana con distintas relaciones volumétricas. Las tablas que así obtuvo dan secciones eficaces microscópicas que permiten el cálculo de las constantes neutrónicas definidas en (9) para una teoría de tres y dos grupos rápidos (teoría de cuatro y tres grupos).

En el modelo de tres grupos rápidos las constantes neutrónicas de cada grupo vienen definidas así:

$1^{\text{er}} \cdot \text{Grupo}$	$2^{\text{do}} \cdot \text{Grupo}$	$3^{\text{er}} \cdot \text{Grupo}$
$D_1 = \left[3 \sum_j N_j \sigma_{h,j}^1 \right]^{-1}$	$D_2 = \left[3 \sum_j N_j \sigma_{h,j}^2 \right]^{-1}$	$D_3 = \left[3 \sum_j N_j \sigma_{h,j}^3 \right]^{-1}$
$\Sigma_{t1} = \sum_j N_j \sigma_{t,j}^1$	$\Sigma_{t2} = \sum_j N_j \sigma_{t,j}^2$	$\Sigma_{t3} = \sum_j N_j \left(\sigma_{t,j}^3 \right) - \frac{a}{a+1} \Sigma_{a3}$
$\Sigma_{a1} = \sum_j N_j \sigma_{a,j}^1$	$\Sigma_{a2} = \sum_j N_j \sigma_{a,j}^2$	$\Sigma_{a3} = \sum_j N_j \sigma_{a,j}^3 + N^{28} \sigma_R^{28}$
$\nu \Sigma_{f1} = \sum_j N_j \nu \sigma_{f,j}^1$	$\nu \Sigma_{f2} = \sum_j N_j (\nu \sigma_{f,j}^2)$	$\sigma_R^{28} = \left(\frac{R - 1.595}{9.0324} \right)$ de (1)
		$\nu \Sigma_{f3} = \sum_j N_j \nu \sigma_{f,j}^3$

Con $a = 0.862$ (parámetro experimental (I)) R integral de resonancia efectiva del uranio 238

$$R(T) = R(T_0) [1 + \beta (\sqrt{T} - \sqrt{T_0})] \quad T_0 = 293^\circ \text{K} \quad T \text{ temperatura en } ^\circ \text{K}$$

$$\beta = [0.58 + 0.55 (S/M)_{ef}] \times 10^{-2} \quad \text{de (9)}$$

$$R(T_0) = 4.15 + 26.6 \left[(S/M)_{ef} \right]^{1/2} \quad \text{de (10)}$$

Aplicando el principio de equivalencia (11)

$$(S/M)_{ef} = \gamma \cdot \left\{ \frac{\sum_i N_i \sigma_{si}}{N^{238}} - 16.6 + \frac{S_c}{4V_c N^{238}} \right\} \frac{0.6023 \times 4}{270}$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{S_c/4V_c}{\frac{V_m}{V_c} \Sigma_{sm} + \frac{V_u}{V_c} \Sigma_{su}}}$$

$$\frac{S_c}{4V_c} = \begin{cases} \text{geom. cilíndrica} = \frac{1}{2 \times \text{radio}} \\ \text{geom. slab} = \frac{1}{2 \times \text{espesor}} \end{cases}$$

σ_{si} sección eficaz macroscópica de los diluentes que acompañan al uranio 238 del combustible.

N_j' densidad atómica del isótopo j definida por:

$$N_j' = \frac{0.6023 \times P_j}{A_j}$$

P_j : gramos del isótopo j por unidad de volumen total.
 A_j : masa del isótopo j .

y σ_j secciones eficaces microscópicas de Ombrellaro del isótopo j .

Las σ para los principales isótopos, en el modelo de tres grupos rápidos son (8)

	σ_h	σ_t	σ_a	σ_f	$\nu \sigma_f$	ν
Hidrógeno						
Grupo I	1.5726	1.4978	0.00004			
Grupo 2	2.5622	2.1754	0.00019			
Grupo 3	6.2954	2.2148	0.01397			
Oxígeno						
Grupo I	1.7268	0.2920	0.03139			
Grupo 2	4.1283	0.054	0.0000			
Grupo 3	4.1101	0.0540	0.00029			
Boro						
Grupo I	2.5944	0.3519	0.42932			
Grupo 2	8.0435	0.0000	2.14074			
Grupo 3	52.5143	0.0000	52.51430			
Uranio 235						
Grupo I	4.1681	0.0627	1.1073	1.3044	3.6395	2.79
Grupo 2	7.2699	0.0000	2.4066	1.8911	4.6923	2.48
Grupo 3	20.8293	0.0000	35.9504	24.7885	60.9799	2.46
Uranio 238						
Grupo I	7.3542	3.0557	0.49760	0.44705	1.2096	2.71
Grupo 2	9.4440	0.0000	0.31221	0.0000	0.0000	0.00
Grupo 3	9.1632	0.0000	0.32535	0.0000	0.0000	0.00
Carbón						
Grupo I	1.7131	0.2379	0.0001			
Grupo 2	3.8666	0.1181	0.000			
Grupo 3	4.8154	0.0740	0.000			

Aluminio

Grupo 1	2.6187	0.8410	0.01443
Grupo 2	4.7425	0.8133	0.003
Grupo 3	1.6327	0.02003	0.015

Las secciones eficaces del oxígeno fueron obtenidas a partir de las del agua, (8) las del aluminio fueron agregadas a la tabla de Ombrellaro a partir de las constantes para mezclas de aluminio-agua, calculadas con MUFT IV para $B^2 = 0$ y aproximación B-I (12), y secciones eficaces efectivas de la tabla de Ombrellaro para el agua. Las secciones eficaces efectivas del Al. que así se obtienen subestiman la edad de mezclas de H_2O-Al . (y por lo tanto también la masa crítica de sistemas de $U-H_2O-Al$)

A partir de las constantes neutrónicas rápidas para tres grupos es posible pasar a un grupo rápido por el procedimiento de Ombrellaro. Las ecuaciones de tres grupos de difusión, dividida por la fuente son:

$$(12) \quad \begin{cases} D_1 B^2 \Gamma_1 + (\Sigma_{a1} + \Sigma_{t1}) \Gamma_1 = X_1 \\ D_2 B^2 \Gamma_2 + (\Sigma_{a2} + \Sigma_{t2}) \Gamma_2 = X_2 + \Sigma_{t1} \Gamma_1 \\ D_3 B^2 \Gamma_3 + (\Sigma_{a3} + \Sigma_{t3}) \Gamma_3 = \Sigma_{t2} \Gamma_2 \end{cases}$$

sumando:

$$B^2 (D_1 \Gamma_1 + D_2 \Gamma_2 + D_3 \Gamma_3) + \Sigma_{t3} \Gamma_3 + (\Sigma_{a1} \Gamma_1 + \Sigma_{a2} \Gamma_2 + \Sigma_{a3} \Gamma_3) = 1$$

obtenemos la ecuación de un grupo rápido

$$B^2 D^F \Gamma + \Sigma_t^F \Gamma + \Sigma_a^F \Gamma = 1$$

en donde las constantes, por I2, son definidas así:

$$(13) \quad D^F = \frac{\sum_i D_i \Gamma_i}{\sum_i \Gamma_i} ; \quad \Sigma_a^F = \frac{\sum_i \Sigma_{ai} \Gamma_i}{\sum_i \Gamma_i} ; \quad \Sigma_t^F = \frac{\sum_i \Sigma_{ti} \Gamma_i}{\sum_i \Gamma_i} ; \quad \Sigma_t^F = \frac{\Gamma_3 \Sigma_{t3}}{\sum_i \Gamma_i}$$

Los flujos medios Γ_1 ; Γ_2 ; Γ_3 ; se determinan con los parámetros de tres grupos, a partir de las ecuaciones de tres grupos para reactor desnudo:

$$(14) \quad \Gamma_1 = \frac{X_1}{B^2 D_1 + \Sigma_{a1} + \Sigma_{t1}} \quad \Gamma_2 = \frac{X_2 + \Sigma_{t1} \Gamma_1}{B^2 D_2 + \Sigma_{a2} + \Sigma_{t2}} \quad \Gamma_3 = \frac{\Sigma_{t2} \Gamma_2}{B^2 D_3 + \Sigma_{a3} + \Sigma_{t3}}$$

Las fórmulas (14) muestran la dependencia de los flujos (por lo tanto de las constantes de un grupo rápido) con el escape. Para reactores con laplaciana pequeña la dependencia es mínima, por el contrario, para núcleos pequeños la evaluación del escape es importante.

Se debe remarcar que Ombrellaro da las tablas de secciones eficaces efectivas para ser empleadas en cálculos de "Burn Up", nosotros la utilizaremos para cálculos de núcleos "limpios" debido a la imposibilidad de utilizar el código MUFT (escrito para IBM 704)

III) Espectro de Termalización y Definición de Constantes Neutrónicas Térmicas.

La ecuación de transporte, independiente del tiempo, integrada a todo el volumen del reactor, sin fuente exterior, puede ser escrita para medios homogéneos por:

$$(15) \quad \int_0^{\infty} G_s(v' \rightarrow v) N(v) dv' = \left[\int_0^{\infty} G_s(v \rightarrow v') dv' + v \Sigma_a(v) \right] N(v)$$

$N(v) \xrightarrow{v \rightarrow \infty} c t_0 / v^2$

donde

$N(v) dv$ N° de neutrones por unidad de volumen y tiempo que tienen velocidades comprendidas entre v y $v + dv$

$v \Sigma_a(v)$ Probabilidad de absorción para un neutrón de velocidad v , por unidad de tiempo.

$G_s(v' \rightarrow v)$ Probabilidad de que un neutrón v' , por choque pasa a la velocidad v , por unidad de tiempo.

La función $G_s(v' \rightarrow v)$ depende de la agitación térmica de los núcleos difusores y capturantes. Ella viene expresada para gases monoatómicos por:

$$G_s(v' \rightarrow v) dv' = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \int_{-1}^1 V_r G_s(v_r) M(v_2) P(v' \rightarrow v; v_2) d\mu dv_2 du'$$

v_2 velocidad del gas moderador.

$M(v_2) dv_2$ distribución maxweliana de equilibrio térmico del moderador.

(T °K): a la temperatura del moderador.

V : velocidad del neutrón.

V_r : velocidad reducida = $\sqrt{V^2 + v_2^2 - 2 V v_2 \mu}$

μ : coseno del ángulo entre V_2 y V

$P(v' \rightarrow v) dv'$ Probabilidad de que por colisiones elásticas un neutrón pase de v' a v definida por

$$\begin{aligned} P(v' \rightarrow v) v' dv' &= 0 \\ &= \frac{2 v' dv'}{v_\mu - v_m} \\ &= 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} v' &< v_m = v_{\text{mínimo}} \\ v_m &< v' < v_\mu = v_{\text{máximo}} \\ v_\mu &< v' \end{aligned}$$

además se satisface:

$$G_s(v' \rightarrow v) M(v') \equiv G_s(v \rightarrow v') M(v) \quad (\text{Principio de microversibilidad})$$

Consideramos un gas monoatómico hidrógeno como moderador, para el cual la sección eficaz de dispersión es constante, en ese caso se tendrá con

$$x = \beta v = \frac{v}{\sqrt{2KT}}$$

$$\begin{aligned} G_s(x' \rightarrow x) &= \sigma_s^H 2 \frac{x}{x'} \operatorname{erf}(x) \quad x < x' \\ &= \sigma_s^H 2 \frac{x}{x'} \exp(x'^2 - x^2) \operatorname{erf}(x) \quad x' < x \\ \operatorname{erf}(x) &: \text{función error} = \int_0^x e^{-u^2} du \\ y \quad \int_0^\infty G_s(x' \rightarrow x) dx' &= v(x) = \sigma_s^H \frac{2x^2 + 1}{2x} \operatorname{erf}(x) + \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}} \end{aligned}$$

Puede demostrarse que la solución de la ecuación (15) en este caso nos lleva a resolver la ecuación diferencial ordinaria no lineal de Wigner-Wilking dada por

$$\begin{aligned} y' &= \frac{-y^2}{p(x)} - n(x) - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left[v(x) + \frac{x \sum_a (x/\beta)}{\sum_s^H} \right] \\ (15 \text{ bis}) \quad \text{con: } \frac{1}{p(x)} &= e^{-x^2} + \sqrt{\pi} x \operatorname{erf}(x) \\ n(x) &= p(x) [p(x) e^{-x^2} - x^2] \end{aligned}$$

La densidad neutrónica viene expresada por

$$(16) \quad N(x) = \frac{\sqrt{M(x)}}{v(x) + \beta \gamma(x)} \times \exp \int_0^x \left(\frac{\gamma(t)}{p(t)} - \frac{1}{t} \right) dt \quad \beta \gamma(x) = \frac{x \sum_a (x/\beta)}{\sum_s^H}$$

Cuando la absorción del medio es cero la ecuación (13) nos dará la distribución Maxwelliana, esto es, el espectro Wigner Wilking es la distribución que corresponde a un medio gaseoso de masa 1 con absorción nula.

Las hipótesis que nos han conducido al espectro W.W. no son válidas para el caso de un reticulado uranio-agua liviana como moderador.

Sin embargo, si se supone que los neutrones intercambian su energía solamente con el hidrógeno y el resto de los constituyentes son tratados como cuerpos de masa infinita (por lo tanto con pérdida de energía por colisión nula) la ecuación de W.W. nos permitirá estudiar el espectro en redes de agua liviana, suponiendo que el hidrógeno tenga una absorción ficticia dada por la suma de las absorciones de todos los constituyentes de la celda del reticulado (con una celda homogeneizada con la distribución espacial de flujo en la celda) Es decir, dicho de otra forma, el espectro de neutrones en una celda elemental del reticulado es el correspondiente al moderador como si este fuese hidrógeno solamente con una absorción ficticia y dispersión constante. El carácter finito del reticulado puede ser tenido en cuenta sumando a la absorción el término escape térmico.

Esto es lo que hace el código Sococate (13), el que resuelve la ecuación (15 bis) para una mezcla con hidrógeno con un término

$$\beta\gamma = x \sum_j \frac{N_j' \sigma_{aj}(v)}{N_H' \sigma_s^H} + \frac{L_t}{N_H' \sigma_s^H} \quad \sigma_s^H = 20.73 \text{ barn.}$$

$$L_t = D_s B^2 \frac{x}{\beta} : \text{escape térmico}$$

$$N_j = \text{densidad atómica del constituyente } j.$$

Luego encuentra (16) y calcula secciones eficaces promedias dadas por:

$$\bar{\sigma} = \frac{\int_0^{E_c} \sigma(E) \phi(E) dE}{\int_0^{E_c} \phi(E) dE} \quad \phi(E) = N(E) \sqrt{2E}$$

$$\sqrt{2E} = \sqrt{2KT} \quad . \quad x \quad E_c = 0.625 \text{ ev.}$$

Para encontrar la sección eficaz de transporte o el coeficiente de difusión es necesario promediar la sección eficaz de dispersión del hidrógeno asociado a la molécula de agua. Sofocate calcula el espectro suponiendo una sección eficaz de dispersión del hidrógeno constante, pero efectúa el promedio de la sección eficaz de dispersión considerando la dependencia de ella con la energía (deducida de la sección eficaz total del agua, sustrayendo la absorción del hidrógeno en $1/v$ y la dispersión del oxígeno). La sección eficaz de transporte del hidrógeno del agua

$$(17) \quad \sigma_{tr}^H = \sigma_a^H(v) + \sigma_s^H(v) (1 - \bar{\mu}^H)$$

es encontrada con $\sigma_a^H = \sigma_a(v = \sqrt{2200 m/s}; \sigma_s^H(v))$ de la dependencia en energía como se indicó anteriormente, y con $\bar{\mu}^H$ del esquema de masa afectiva de Radkowsky (14)

$$\bar{\mu}^H = \frac{2}{3 M(E)} \quad \frac{M(E)}{1 + M(E)} = \left(\frac{\sigma_s^H(E)}{80} \right)^{1/2}$$

Sofocate calcula:

$$\sigma : \quad \begin{aligned} \bar{\Sigma}_{tr} &= \int_0^{E_c} \phi(E) \Sigma_{tr}(E) dE / \int_0^{E_c} \phi(E) dE \\ \bar{D} &= \int_0^{E_c} \phi(E) \frac{1}{3 \Sigma_{tr}(E)} dE / \int_0^{E_c} \phi(E) dE \end{aligned}$$

Para todos los cuerpos cuya absorción sigue la ley en I/V , el código Sofocate calcula el promedio suponiendo la absorción para $V=2200$ m/s, igual a I_{barn} .

Amster (15) empleando el código Sofocate para mezclas de hidrógeno y otros isótopos, homogéneas, con escape nulo ($B^2 = 0$) con diferentes temperaturas T y concentraciones, ha dado unas tablas de secciones eficaces microscópicas promediadas con el espectro W.W. para diferentes isótopos, en donde las entradas son:

$$\begin{aligned} X &= \frac{\text{Absorción total en } I/V}{\text{Nº de átomos de hidrógenos}} \\ Y &= \frac{\text{Nº de átomos de uranio } 235}{\text{Nº de átomos de hidrógeno}} \\ T &= \text{Temperatura del moderador (°K)} \end{aligned}$$

A los fines de la computación, ciertos valores de las tablas de Amster (sección eficaz de transporte del hidrógeno, sección eficaz de absorción y fisión del uranio 235, sección eficaz de absorción para los cuerpos en I/V con $\sigma_a(\%) = I_{barn}$) han sido aproximados por polinomios de interpolación (interpolación lineal en X , y cúbica en Y) en el rango $0 \leq X \leq 2$; $0.000 \leq Y \leq 0.010$ dentro del cual se sitúan los cálculos programados (parte B)

$$\text{Los polinomios para } T = 293 \text{ °K son:} \quad u = \frac{y - 0.005}{0.005}$$

$$\begin{aligned} \sigma_h^H(x, y) &= 29.49 - 1.165x - \frac{u}{2} [9.71 - 1.285x] + \frac{u^2}{2} [2.57 - 0.465x] - \frac{u(u^2-1)}{6} (1.35 - 0.28x) \\ \sigma_a^{235}(x, y) &= 481.8 - 20.25x - \frac{u}{2} [170.4 - 22.85x] + \frac{u^2}{2} [45.6 - 8.35x] - \frac{u(u^2-1)}{6} (23.9 - 5.00x) \\ \sigma_f^{235}(x, y) &= 411.5 - 11.55x - \frac{u}{2} [147.5 - 19.80x] + \frac{u^2}{2} [39.5 - 7.3x] - \frac{u(u^2-1)}{6} (20.8 - 4.45x) \\ \nu N(x, y) &= 0.7365 - 0.02835x - \frac{u}{2} [0.2373 - 0.05706x] + \frac{u^2}{2} [0.0631 - 0.03696x] - \frac{u(u^2-1)}{6} (0.0331 - 0.03231x) \end{aligned}$$

La obtención de las secciones eficaces microscópicas de absorción de los cuerpos que siguen la ley en I/V se efectúa multiplicando UN por el valor de la sección eficaz de absorción microscópica para $V_0=2200\text{m/s}$.

Para una temperatura T , los coeficientes de los polinomios son diferentes, una primera aproximación puede ser obtenida multiplicando a los coeficientes para $T = 293^\circ\text{K}$ por $(293/T)^{1/2}$.

A fin de servirse de las tablas de Amster (o de los polinomios de interpolación obtenidos en ella) y además considerar el efecto de heterogeneidad (o distribución espacial de flujo térmico sobre una celda elemental del reticulado) se ha pensado en la secuencia siguiente:

- a) Se determina X, Y por la fórmula (17), definiendo las densidades atómicas por $N_j = N'_j V_j$

siendo N'_j : densidad atómica del isótopo j (en 10^{23})

V_j volumen geométrico donde se encuentra el isótopo $j(\text{cm}^3)$ (por ejemplo para el hidrógeno del agua que forma parte del moderador de volumen V_m ; $N_j = \frac{2 \times 0.6 \times 1}{18} \times V_m$)

$$X = \sum \frac{N_j}{N_H} \bar{\sigma}_{aj}$$

X, Y vienen dadas por :

$$Y = \frac{N_{235}}{N_H}$$

a_j : Sección eficaz de absorción microscópica promediada con el espectro de Maxwell a la temperatura T del moderador.

- b) Se calcula con los polinomios de interpolación (18) las secciones eficaces microscópicas promediadas. Empleando ahora esas secciones eficaces microscópicas y las densidades atómicas definidas N'_j en (a) se calculan los factores de desventajas (relaciones de flujo medio) los que permitirá calcular nuevas densidades atómicas, luego nuevos valores de X, Y (por ejemplo, si F_1 y F_2 son los factores de desventaja del combustible y vaina referidos al flujo medio en el moderador, X se obtiene por:

$$X = \sum^C \frac{N_j F_j}{N_H} \sigma_{aj} + \sum^M \frac{N_j F_j}{N_H} \sigma_{aj} + \sum^V \frac{N_j F_j}{N_H} \sigma_{aj}$$

C, M, V : n° de constituyentes del combustible, moderador y vaina.

- c) Con los valores nuevos de X, Y que consideran la heterogeneidad se calcula nuevamente, por los polinomios de interpolación, las secciones eficaces microscópicas promedias, las que finalmente permitirán definir las constantes neutrónicas del grupo térmico (empleando las densidades atómicas definidas en a):

$$\Sigma_a^r = \frac{\sum N_j^i \sigma_{a,j} F_j V_j + \sum N_j^i \sigma_{s,j} F_j V_j + \sum N_j^i \sigma_{a,j} F_j V_j}{\sum V_j F_j + \sum V_j F_j + \sum V_j F_j}$$

$$\partial \Sigma_f^r = \frac{\sum N_j^i \partial \Sigma_{f,j} V_j F_j}{\sum V_j F_j + \sum V_j F_j + \sum V_j F_j}$$

$$(20) \quad \Sigma_{tr}^r = \frac{N^H \sigma_{tr}^H V_H F_H + \sum_{sin H} N_j^i V_j F_j (\sigma_{a,j} + \sigma_{s,j} (1 - \bar{\mu}_j))}{\sum V_j F_j + \sum V_j F_j + \sum V_j F_j}$$

$$D^r = \frac{1}{3 \Sigma_{tr}^r}$$

$$(\eta f) = \frac{\partial \Sigma_f^r}{\Sigma_a^r}$$

$$L^2 = \frac{D^r}{\Sigma_a^r}$$

El esquema presentado (basado esencialmente en el expuesto por Hick (1)) tiene la limitación, además de la apuntada anteriormente, de suponer $B^2 = 0$ en la evaluación de secciones eficaces térmicas. Esta restricción tiene su origen en la imposibilidad de utilizar el código Sofocate (escrito para IBM 704), no obstante cálculos realizados (12) acusan muy poca variación de las secciones eficaces promedias térmicas con el escape, para redes laplacianas del orden de 0.0070 cm^{-2}

B) Cálculos neutrónicos preliminares del RA-1

El RA-1 es un reactor de experimentación con facilidades para irradiación, compuesto por dos reflectores cilíndricos concéntricos de grafito y un medio reactivo anular con combustible tipo "Argonaut" sumergido en agua liviana.

En el presente trabajo se han realizado cálculos neutrónicos para la futura carga del núcleo del RA-1 consistente en combustible en barras cilíndricas de aluminio.

A tal fin, se ha estudiado tres tipos de combustibles disponibles:

1. Polvo de óxido de uranio, U_3O_8 (20% de enriquecimiento en U235) compactado de densidad aparente 2.5 y 5 gr/cm³.
2. Polvo de óxido de uranio U_3O_8 (20% de enriquecimiento en U235)
3. Polvo de óxido de uranio U_3O_8 (20% de enriquecimiento en U235) diluido homogéneamente en un polvo de aluminio (densidad del aluminio en la mezcla 2.5 gr/cm³) de densidad aparente 2.5gr/cm³.

En todos los casos estudiados se ha variado la relación de volumen de moderador (V_m) a volumen de combustible (V_c) calculadas por:

$$I) \quad \frac{\pi(R_o^2 - R_i^2)}{\pi a^2 \gamma_n} - \frac{\pi(a+e)^2}{\pi a^2 \gamma} = \frac{V_m}{V_c}$$

con:

Re: radio exterior del medio multiplicativo anular = 16.5 cm.

Ri: radio interior del medio multiplicativo anular = 7.85 cm.

a: radio interno del elemento de combustible.

e: espesor de la vaina de aluminio.

γ : relación entre altura efectiva del combustible y altura geométrica total del elemento combustible (efecto extremidades)

n: número de elementos combustibles.

La fórmula (I) considera el efecto extremidad como reducción de la sección transversal del combustible, válida para cuando la distribución de flujo axial es sensiblemente plana.

En todos los cálculos realizados se mantuvo el radio a en 0.375 cm. y el espesor e = 0.1 cm., que da:

$$\frac{V_m}{V_c} = \frac{1497,80}{n \gamma} - \frac{1.6043}{\gamma}$$

(1')

$$\frac{V_m}{V_v} = \frac{V_m}{V_c} \left(\frac{\gamma}{1,6044 - \gamma} \right) ; \frac{V_t}{V_m} = \frac{V_c}{V_m} + \frac{V_v}{V_m} + 1$$

siendo V_v y V_t volúmenes de vaina y total (por unidad de altura)

Las fórmulas (I') nos permitirá variar las relaciones volumétricas de la celda elemental equivalente en función del número de elementos combustibles y la relación, (Fig.1)

La tabla I resume todos los casos estudiados.

El formulismo adoptado para el cálculo de las constantes neutrónicas (Anexo I), que sigue el método expuesto en la parte A, ha sido programado por la Srta. María Teresa Calandria en Autocode para la computadora digital Mercury-Ferranti de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Buenos Aires.

El factor de desventaja del flujo térmico en la celda fué calculado por la fórmula de Amouyal-Benoit (17).

El estudio de una distribución uniforme de vacío en el moderador se ha hecho variando la densidad del moderador por

$$\delta' = \delta \left(1 - \frac{\Delta v}{v_m} \right)$$

siendo δ la densidad del moderador y $\frac{\Delta v}{v_m}$ la fracción de vacío.

Se ha estudiado el efecto temperatura separando el efecto por temperatura del moderador y por temperatura del combustible. En el primero se consideran las variaciones de las secciones eficaces microscópicas térmicas con la temperatura del moderador (o una temperatura "homogeneizada" en la celda) y el efecto por temperatura del combustible (en general diferente de la del moderador), calculando el efecto "Doppler" en la integral de resonancia efectiva.

La búsqueda de la condición crítica (o excesos de reactividad) y distribución de flujos, se lo ha realizado en teoría de dos grupos de energía tres regiones cilíndricas (reflector externo de grafito de 40 cm. de espesor) y una dimensión por intermedio del Código Francés RIFIFI (17), escrito en binario para la Mercuri-Ferranti.

RIFIFI resuelve:

$$\begin{aligned} -2- \quad & -D_{1e} \alpha^2 + D_1 \nabla^2 \phi_1 - \Sigma_1 \phi_1 + \frac{N K_\infty}{\rho} \Sigma_2 \phi_2 = 0 \\ & -D_{2e} \alpha^2 + D_2 \nabla^2 \phi_2 - \Sigma_2 \phi_2 + \rho \Sigma_1 \phi_1 = 0 \end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned} N = 1 & \quad \text{estado crítico} \\ \alpha^2 = (\pi/H_e)^2 & \quad \text{geometría cilíndrica} \quad \text{He: altura extrapolada} \\ \alpha^2 = (2.40/R_e)^2 & \quad \text{geometría plana} \quad \text{Re: radio extrapolada} \end{aligned}$$

Las ecuaciones de difusión que nos interesa resolver (que incluyen las fisiones epitérmicas) son: (Parte A).

$$\begin{aligned} -3- \quad & -D^F \alpha^2 + D^F \nabla^2 \phi^F - (\Sigma_a^F + \Sigma_t^F) \phi^F + \left(\frac{\partial \Sigma_f}{\lambda} \right)^F \phi^F + \left(\frac{\partial \Sigma_f}{\lambda} \right)^T \phi^T = 0 \\ & -D^T \alpha^2 + D^T \nabla^2 \phi^T - \Sigma_a^T \phi^T + \Sigma_t^F \phi^F = 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto las constantes que se deben emplear en RIFIFI son:

$$\begin{aligned} -4- \quad & D_{1e} = D_1 = D^F ; \quad \Sigma_1 = (\Sigma_a^F + \Sigma_t^F) \left(1 - \frac{k_1}{\lambda} \right) ; \quad k_1 = (\partial \Sigma_f)^F / \Sigma_a^F + \Sigma_t^F \\ & D_{2e} = D_2 = D^T ; \quad P = P_1 / \left(1 - \frac{k_1}{\lambda} \right) ; \quad \eta f = (\partial \Sigma_f)^T / \Sigma_a^T \\ & \Sigma_2 = \Sigma_a^T ; \quad k_\infty = (\eta f) P / N \lambda ; \quad P_i = \Sigma_t^F / (\Sigma_a^F + \Sigma_t^F) \end{aligned}$$

En la tabla 2 se indican las constantes neutrónicas, calculada con $N = \lambda = 1$, para todos los casos estudiados, como así también la laplaciana dada por:

$$B^2 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\bar{c}} + \frac{1}{L^2} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\bar{c}} + \frac{1}{L^2} \right)^2 + \frac{4(k_\infty - 1)}{L^2 \bar{c}}}$$

$$\bar{c} = \frac{D^F}{(\Sigma_a^F + \Sigma_t^F)(1 - k_1)}$$

$$L^2 = \frac{D^F}{\Sigma_r}$$

mostrando la figura 2 su variación en función de la relación V_m/V_c , para los tres combustibles examinados y dos valores de γ para el caso de U_3O_8 de densidad 2.5 gr/cm^3 .

En la citada tabla se indica asimismo las alturas críticas calculadas a partir de la altura extrapolada (parámetro crítico) y una economía por reflectores axiales de agua de 7 cm. por reflector para todos los casos. La economía del reflector axial de agua depende de las características de difusión y moderación del medio multiplicativo, como así también de los reflectores laterales de grafito, no obstante, en una primera aproximación (y suponiendo válida la separabilidad de la dependencia axial y radial de la distribución de flujo) la economía para espesores mayores a los 10 cm. de agua es aproximadamente de 7 cm.

A partir de la altura crítica y suponiendo 0.168 gr. de uranio 235 por gramos de U_3O_8 se calcula la masa crítica de uranio 235.

En la fig.3 se indican las variaciones de altura crítica y masa crítica en función de la relación V_m/V_c para los casos estudiados. Los mínimos de altura crítica, que no coinciden con los de masa crítica, se obtienen por relaciones V_m/V_c menores que los correspondientes a los máximos de laplaciana. Las menores masas críticas se obtienen para el caso del óxido de uranio diluido en grafito y el mínimo para las grandes relaciones V_m/V_c .

El aumento de densidad del óxido, se traduce en un aumento de masa crítica. La forma adoptada para evaluar el efecto de extremidad subestima la masa crítica, esto es debido a que la hipótesis de distribución plana de flujo axial sobre el elemento combustible dista de ser valedera; se estima que el efecto extremidad será mejor tenido en cuenta, considerando la variación de la economía de reflector axial por la capa fina de agua-extremidad elemento combustible.

El exceso de reactividad que calcula RIFIFI es:

$$-5- \quad \rho^{(RIFIFI)} = \frac{\frac{1}{N} - 1}{\frac{1}{N}}; \quad 1 = \frac{N k_\infty}{\left(1 + \frac{D_1}{\Sigma_1} B^2\right) \left(1 + \frac{D_2}{\Sigma_2} B^2\right)} = \frac{(n_f) P_1 / (\lambda - k_1)}{\left(1 + \frac{D^F B^2}{(\Sigma_a^F + \Sigma_t^F)(1 - \frac{k_1}{\lambda})}\right) \left(1 + \frac{D^r B^2}{\Sigma_r}\right)}$$

mientras que en nuestro caso (ecuaciones 3)

$$-6- \quad \lambda = \frac{k_1}{1 + L_s^2 B^2} + \frac{(\eta f) \rho_1}{(1 + L_s^2 B^2)(1 + L^2 B^2)} ; \quad L_s^2 = \frac{D^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_t^F} = \zeta (1 - K_1)$$

Del examen (5) y (6) se observa que el empleo del código RIFIFI es correcto solamente para $\lambda = 1$ (estado crítico) o $(\sum f) = k_1 = 0$ con $N = 1/\lambda$. Códigos tales como el Hassit (18) permite avaluar los excesos de reactividad cuando hay absorción epitérmica, no obstante como primera aproximación se puede calcular la multiplicación efectiva así:

Se determina N con el código RIFIFI haciendo $\lambda = 1$ en las constantes neutrónicas definidas en (4). Luego se calcula λ por la fórmula:

$$\lambda = \frac{k_1}{1 + L_s^2 B^2} \left(1 - \frac{1}{N} \right) + \frac{1}{N}$$

obtenida despreciando la dependencia en λ de las constantes neutrónicas que definen N (fórmula 5).

La última columna de la tabla 2 indica la multiplicación efectiva (λ) calculada como se apuntó anteriormente, debido al aumento de lcm. de altura de combustible sobre el estado crítico.

La fig.4 indica la variación de λ con la temperatura del moderador (igual que la temperatura del combustible), temperatura del combustible (con temperatura moderador igual a 293°K y constante) y la fracción de vacío, para los casos 7 y 1, 2, 3, respectivamente (Ver tabla 1).

Suponiendo variaciones lineales en la tabla 3 se indican los coeficientes de reactividad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial T_m} ; \frac{\partial \rho}{\partial T_c} ; \frac{\partial \rho}{\partial \left(\frac{\Delta V}{V_m} \right)} \quad \text{con} \quad \rho = \frac{\lambda - 1}{\lambda}$$

El examen de la tabla 3 muestra la importancia del vacío en la reactividad para el caso 3 (relación $V_m/V_c = 3.2$). Para redes con relaciones mayores, esto es menos submoderadas este coeficiente es de menos importancia; pasando al caso extremo de redes sobremoderadas este coeficiente cambiará de signo.

La fig.5 muestra las distribuciones radiales de flujo térmico para los casos 1, 2, 3 y 4 (combustible U_3O_8 de densidad 2.5 gr/cm³ $\gamma = 0.9$ y diferentes relaciones volumétricas). Conservando las dimensiones y características de los reflectores laterales al medio multiplicativo, la depresión del flujo térmico en el medio multiplicativo y los máximos flujos

térmicos en el reflector externo se consigue para las relaciones V_m/V_c pequeñas. La figura 6 muestra la influencia de los reflectores en la distribución de flujo. En efecto, considerando una relación volumétrica y cambiando los reflectores de agua, se aprecia que los picos de flujo aumentan en los reflectores laterales.

Los excesos de λ respecto a la unidad necesarios para poner crítico el sistema cuando se cambian los reflectores interno y externo de grafito alternadamente por reflectores de agua, en función de la relación V_m/V_c se muestra en la figura 7. Cambiar el reflector interno del grafito por uno de agua liviana es el que necesita menos exceso en reactividad.

La figura 8 muestra la distribución de flujo térmico para cuando se introduce en el reflector interno un cilindro central de agua liviana de diferente radio. La figura 9 muestra la variación del exceso de λ respecto a la unidad (reflector interno y externo de grafito y medio multiplicativo correspondiente al caso 3) en función del radio del cilindro interno de agua.

El cálculo de la relación: $\frac{\phi_1}{\bar{\phi}} ; \frac{\phi_2}{\bar{\phi}}$

siendo ϕ_1 , el flujo térmico máximo en el reflector interno, $\bar{\phi}$ el flujo térmico medio en el medio multiplicativo y ϕ_2 el flujo térmico máximo en el reflector externo, para todos los casos estudiados está consignado en la tabla IV.

TABLA 1

Caso	Combust	Densidad $\frac{\rho}{\text{g cm}^3}$	$\frac{V_c}{V_m}$	$\frac{V_v}{V_m}$	$T_c(^{\circ}\text{K})$	$T_m(^{\circ}\text{K})$	γ	n	$\frac{\Delta v}{V_m} (\%)$	OBSERVACIONES
1	U ₃ O ₈	2,5	0,11690	0,09149	293	293	0.9	161	0	
2	" "	"	0,20400	0,1597	"	"	"	250	"	
3	" "	"	0,30959	0,24226	"	"	"	332	"	
4	" "	"	0,54488	0,42633	"	"	"	460	"	
5	" "	"	0,12989	0,07850	"	"	1.0	161	"	
6	" "	"	0,2280	0,1378	"	"	"	250	"	
7	" "	"	0,3440	0,20790	"	"	"	332	"	
8	" "	"	0,60544	0,3659	"	"	"	460	"	
9	" "	5.0	0,1169	0,09149	"	"	0.9	161	"	
10	" "	"	0,20400	0,1597	"	"	"	250	"	
11	" "	"	0,30959	0,24226	"	"	"	332	"	
12	" "	"	0,54488	0,42633	"	"	"	460	"	
13	U ₃ O ₈ -C	2.5	0,11690	0,09149	"	"	"	161	"	
14	" "	"	0,20400	0,1597	"	"	"	250	"	
15	" "	"	0,30959	0,24226	"	"	"	332	"	
16	" "	"	0,54488	0,42633	"	"	"	460	"	
17	U ₃ O ₈ -Al	"	0,11690	0,09149	"	"	"	161	"	
18	" "	"	0,20400	0,1597	"	"	"	250	"	
19	" "	"	0,30959	0,24226	"	"	"	332	"	
20	" "	"	0,54488	0,42633	"	"	"	460	"	
21	U ₃ O ₈	"	0,3440	0,20790	313	313	1.0	332	"	CASO 7 con T_m y T_c diferentes
22	" "	"	"	"	353	353	"	"	"	
23	" "	"	"	"	500	293	"	"	"	
24	" "	"	"	"	1000	"	"	"	"	
25	" "	"	0,11690	0,09149	293	"	0.9	161	1	CASO 1, 2 3 con $\frac{\Delta v}{V_m}$ diferentes
26	" "	"	0,2040	0,1597	"	"	"	250	"	
27	" "	"	0,30959	0,24226	"	"	"	332	"	
28	" "	"	0,11690	0,09149	"	"	"	161	10	
29	" "	"	0,20400	0,1597	"	"	"	250	"	
30	" "	"	0,30959	0,24226	"	"	"	332	"	

TABLE 2

CASO	k_1	ζ	L^2	$\frac{f_c}{\phi_m}$	D_F	Σ_F	D_T	Σ_T	P	k_∞	B^2	H_c	$(\rho)_{1cm}$
1	0,059075	35,5837	2,5589	0,80432	1,373055	0,038586	0,162616	0,06355	0,985014	1,500578	0,0127366	59,91	1,003164
2	0,098753	43,3174	2,12818	0,83736	1,44677	0,033399	0,185588	0,087205	0,98584	1,682141	0,0145789	40,92	1,006803
3	0,143178	52,5938	1,9895	0,85893	1,519729	0,028895	0,21412	0,107623	0,989125	1,782544	0,013963	38,71	1,008017
4	0,22731	73,7603	2,0929	0,88456	1,6454	0,022307	0,27744	0,132565	0,99978	1,88475	0,0113995	43,02	1,00747
5	0,065159	36,2358	2,401199	0,79715	1,38444	0,038206	0,162766	0,067785	0,985151	1,537546	0,0135021	52,74	
6	0,109808	44,5565	1,97423	0,832326	1,465407	0,032888	0,186409	0,094421	0,98674	1,715281	0,0149497	38,43	
7	0,156775	54,3493	1,85613	0,856196	1,544098	0,0284106	0,214969	0,1158156	0,990527	1,807547	0,0140152	37,50	
8	0,247164	77,4123	1,953176	0,883276	1,682715	0,021737	0,278559	0,142618	1,003141	1,907513	0,0111958	42,64	
9	0,113148	36,4514	1,74041	0,673395	1,33887	0,0367302	0,162519	0,09338	0,99957	1,695613	0,0176936	33,99	1,008269
10	0,183706	44,19008	1,38454	0,725503	1,381729	0,0312678	0,186218	0,134498	1,01313	1,856566	0,0183431	29,00	
11	0,256565	53,5890	1,273153	0,761359	1,421315	0,0265236	0,214614	0,168569	1,0323	1,957130	0,017083	29,50	1,011016
12	0,383383	75,9710	1,29937	0,805772	1,485466	0,019553	0,273178	0,210239	1,08339	2,108533	0,1409245	33,99	
13	0,0586625	31,81331	2,5341	0,793708	1,242501	0,039056	0,159817	0,063065	0,985144	1,495759	0,0139752	57,62	1,003259
14	0,0979408	36,29497	2,0726	0,82582	1,236397	0,0340652	0,179842	0,0867697	0,986122	1,680007	0,017147	37,54	
15	0,140832	41,23384	1,906779	0,847796	1,227439	0,029767	0,203901	0,106935	0,98888	1,778511	0,0175103	34,27	1,008784
16	0,221504	51,63336	1,927135	0,87367	1,211314	0,0234599	0,254306	0,1319608	0,99858	1,880879	0,0159724	36,04	
17	0,05852	31,8384	2,5278	0,7994	1,26336	0,03968	0,16204	0,064104	0,9844	1,47698	0,0134553	60,33	
18	0,097600	36,4137	2,08801	0,83227	1,27133	0,034913	0,184429	0,088327	0,9835	1,65312	0,0164300	38,95	
19	0,14021	41,4917	1,94736	0,85461	1,277876	0,030798	0,212021	0,108876	0,98471	1,745997	0,0166573	35,52	
20	0,220246	52,2806	2,0296	0,88066	1,29199	0,024712	0,27254	0,134284	0,99079	1,836389	0,0149627	37,36	
21	0,156657	54,3124	1,856132	0,856196	1,544137	0,02843	0,214969	0,115815	0,98850	1,184274	0,0139687	---	
22	0,156489	54,2600	1,856132	0,856196	1,544193	0,028459	0,214969	0,1158156	0,98619	1,799636	0,0139027	---	
23	0,155947	54,0909	1,856132	0,856196	1,544371	0,028551	0,214969	0,1158156	0,97798	1,784652	0,0136886	---	
24	0,154564	53,66037	1,85613	0,856190	1,54483	0,028789	0,214969	0,115815	0,95709	1,746534	0,0131374	---	
25	0,0596414	36,29139	2,5923	0,80506	1,385672	0,038182	0,164323	0,063388	0,9850	1,5045	0,0125910	---	
26	0,099977	44,16134	2,1506	0,83741	1,459133	0,033041	0,187576	0,087218	0,9860	1,686026	0,0143885	---	
27	0,1445	53,5526	2,01542	0,85935	1,53158	0,028599	0,21641	0,107378	0,98903	1,784039	0,0137427	---	
28	0,0652726	43,7339	2,93032	0,81153	1,510498	0,034538	0,181417	0,0619105	0,98491	1,540363	0,0112333	---	
29	0,108904	52,7702	2,4280	0,84223	1,579567	0,029933	0,207385	0,0854124	0,9861	1,710153	0,0125026	---	
30	0,156546	63,5394	2,2786	0,86311	1,64698	0,025921	0,23941	0,10507	0,98933	1,801511	0,0118679	---	

TABLA 3 ²⁹

C A S O	$\frac{\partial \rho}{\partial T_m} \left(\frac{\text{pcm}}{^{\circ}\text{C}} \right)$	$\frac{\partial \rho}{\partial T_c} \left(\frac{\text{pcm}}{^{\circ}\text{C}} \right)$	$\frac{\partial \rho}{\partial \left[\frac{4v}{V_m} \right]} \left(\frac{\text{pcm}}{\% \text{vac}} \right)$
1	---	---	-140
2	---	---	-336
3	---	---	-414
7	-6,10	-3,87	---

TABLA 4

C A S O	$\phi_1/\bar{\phi}$	$\phi_2/\bar{\phi}$
1	1,25	0,75
2	1,31	0,79
3	1,37	0,87
4	1,43	1,00
a	1,31	0,87
a'	2,63	0,80
a''	3,33	0,80
a'''	3,50	0,78
b	3,57	0,78
c	3,33	1,60
d	1,22	2,20

Caso a: reflector interno:C. Reflector externo:C. Vm/Vc 3,2

Caso b: reflector interno:H₂O; Reflector externo:C. " "

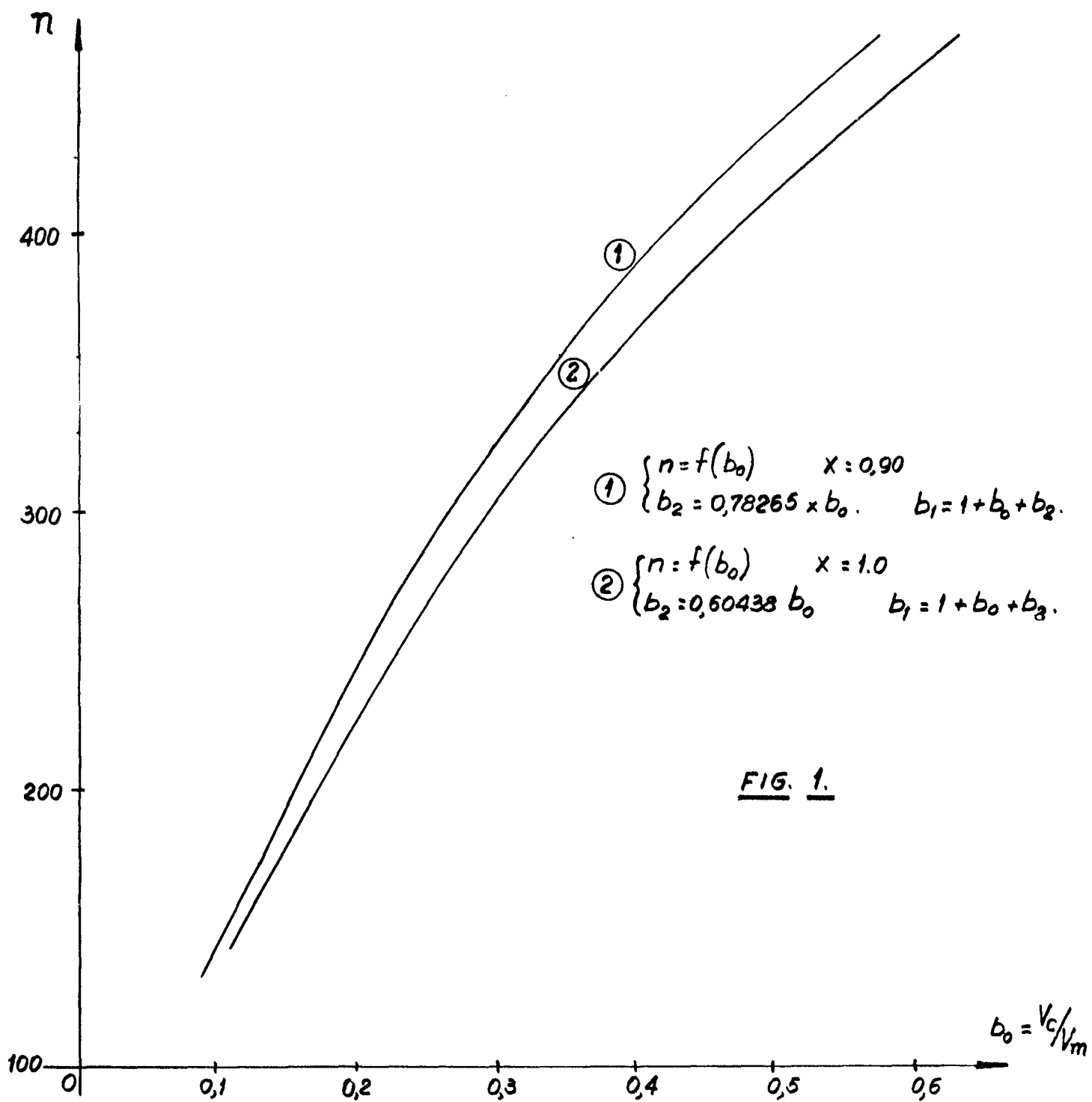
Caso c: reflector interno: H₂O. Reflector externo: H₂O. " "

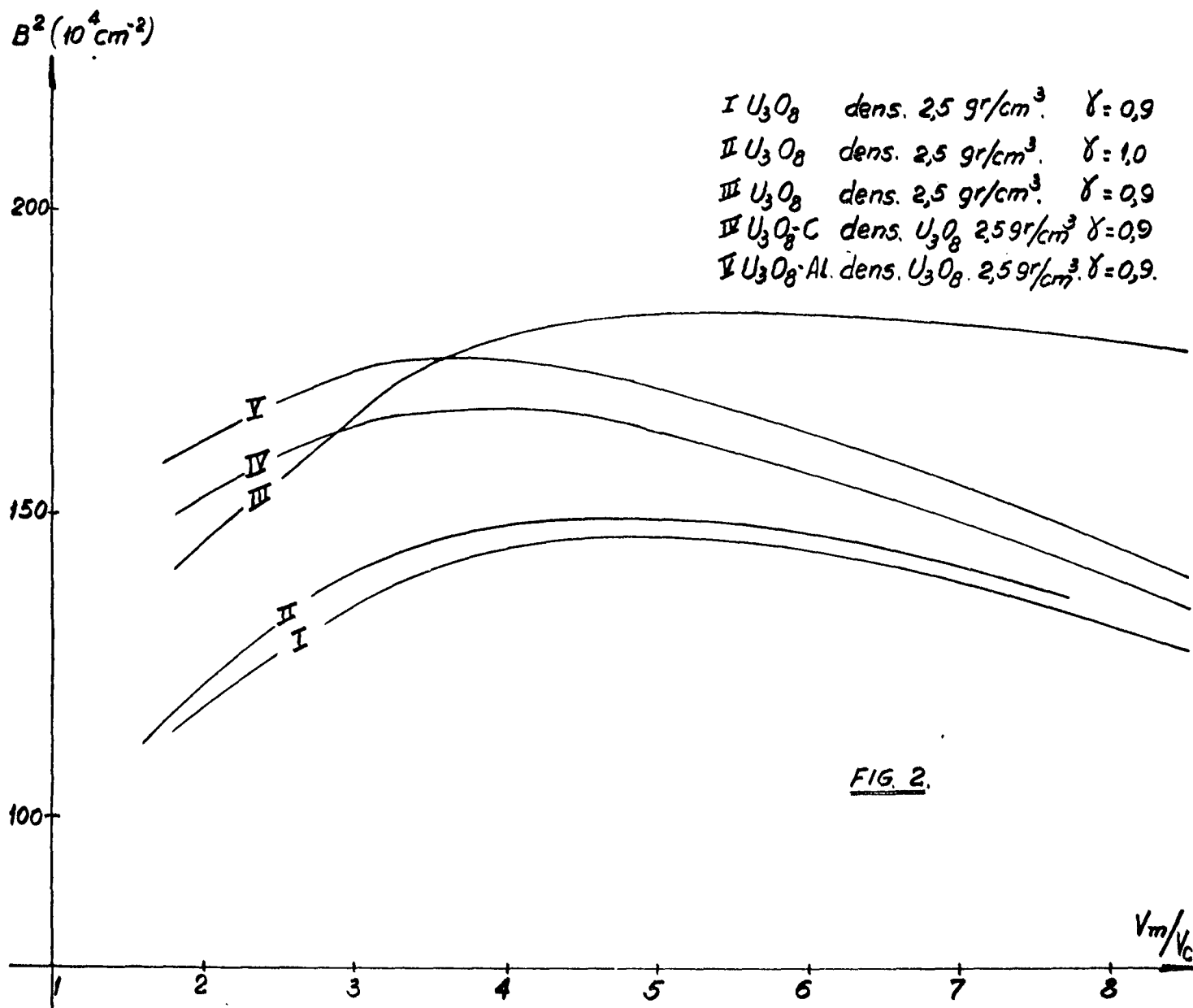
Caso d: reflector interno:C. Reflector externo: H₂O. " "

Caso a': reflector interno: 0 a 3 cm.: H₂O. 3 cm. a 7,85cm.: C. Vm/Vc 3,2

Caso a'': reflector interno: 0 a 5 cm.: H₂O. 5 a 7,85 cm.: C. " "

Caso a''': reflector interno: 0 a 7 cm.: H₂O. 7 cm. a 7,85 cm.: C " "





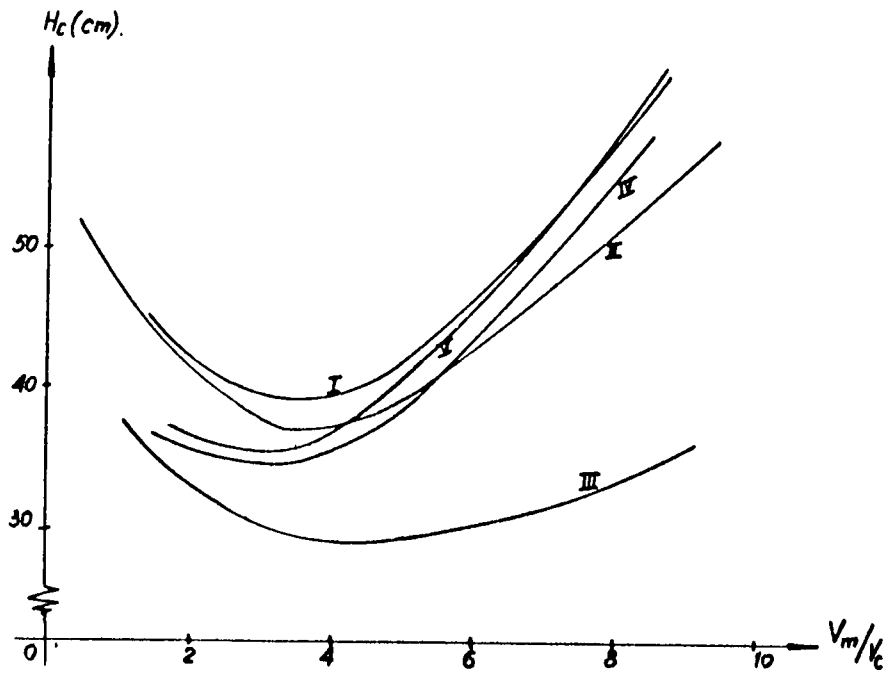


FIG. 3

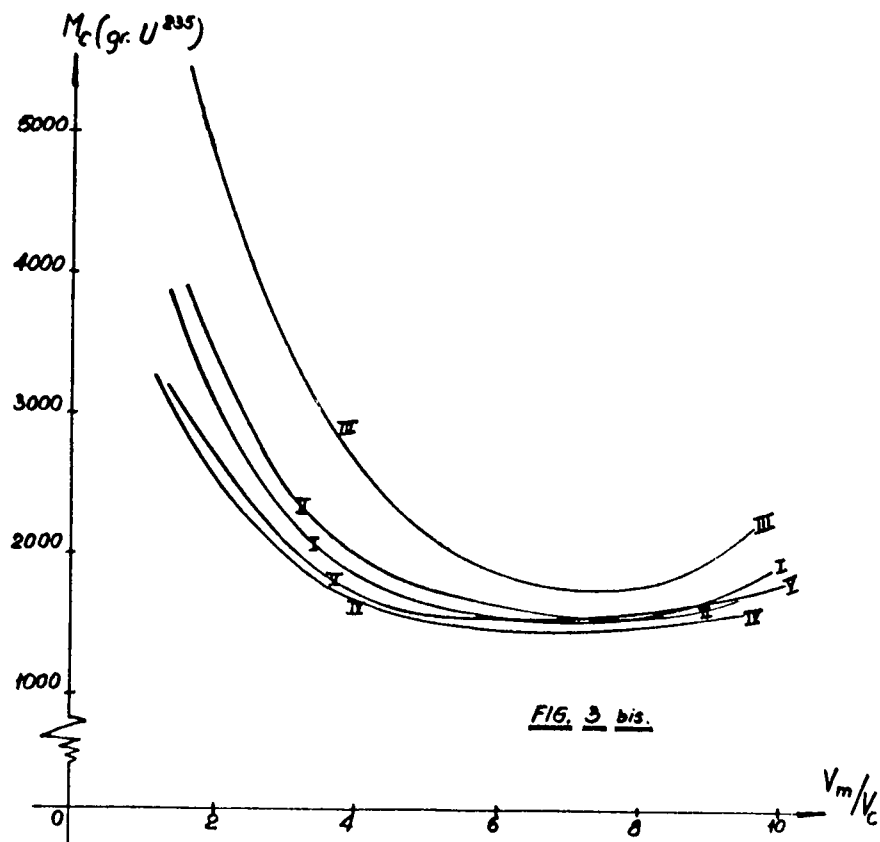


FIG. 3 bis.

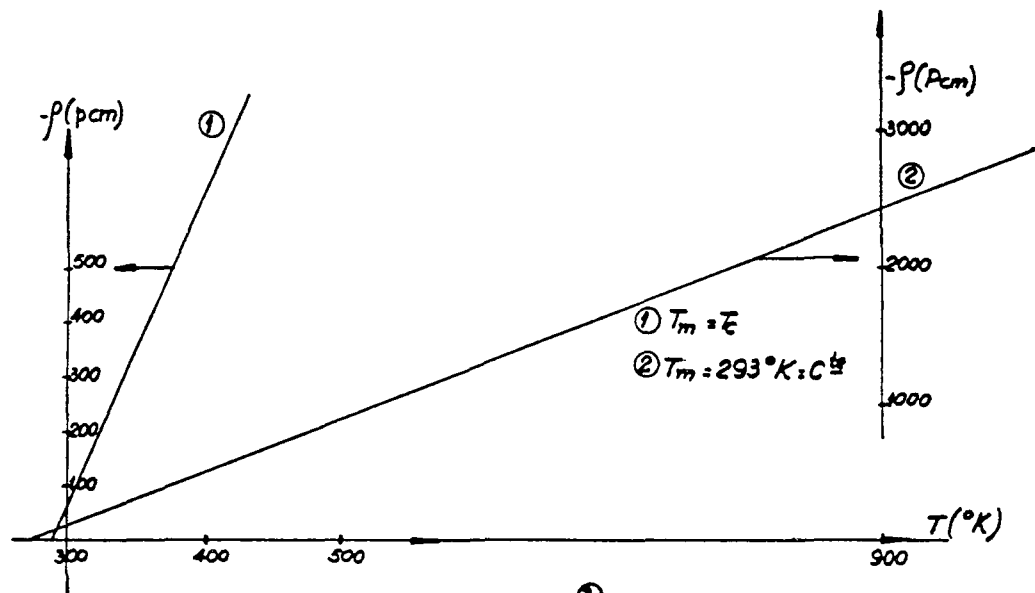
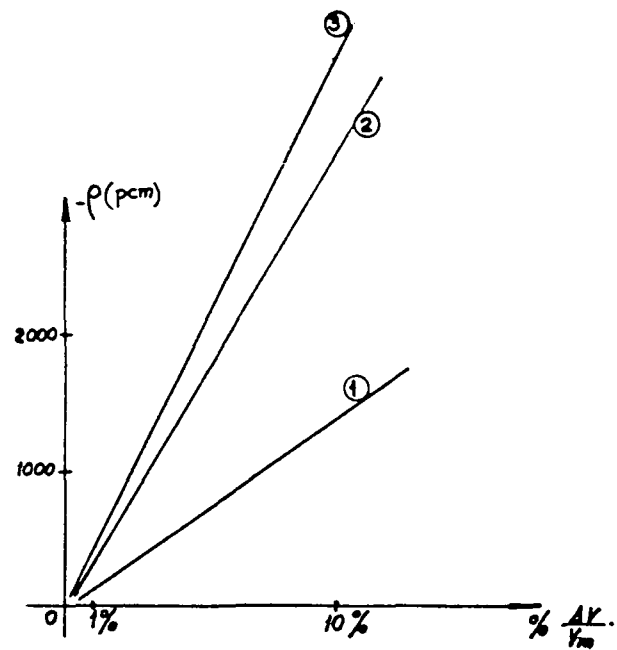


FIG. 4



- ① $\frac{V_m}{V_c} = 8,5 : \text{CASO 1.}$
- ② $\frac{V_m}{V_c} = 4,9 : \text{CASO 2.}$
- ③ $\frac{V_m}{V_c} = 3,2 : \text{CASO 3.}$

DISTRIBUCION DE FLUJO RADIAL.

I : GRAFITO

II : NUCLEO

III : GRAFITO

CASO 1

$$\frac{V_m}{V_{or}} = 8,5.$$

CASO 2

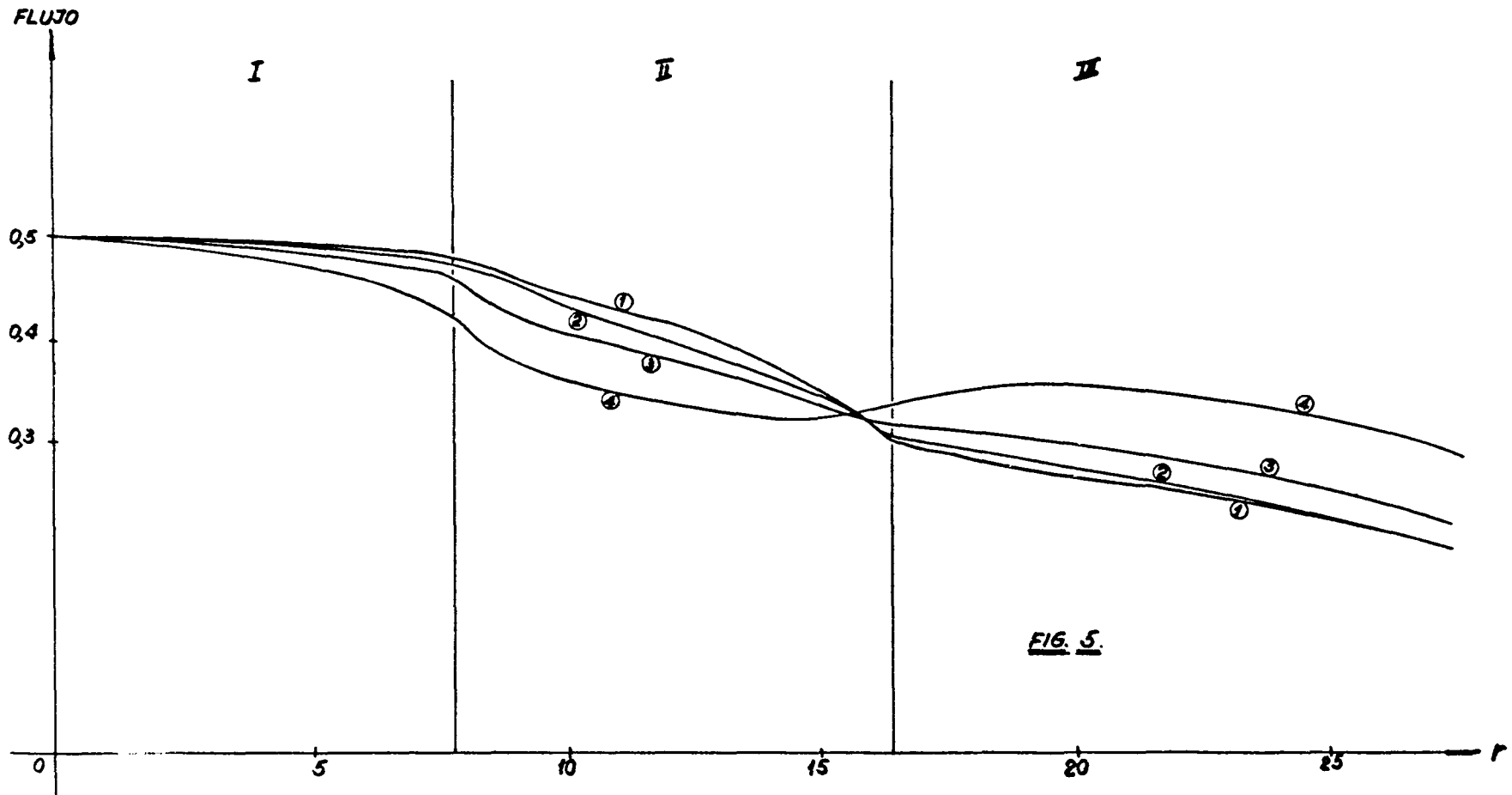
$$" = 4,9.$$

CASO 3

$$" = 3,2.$$

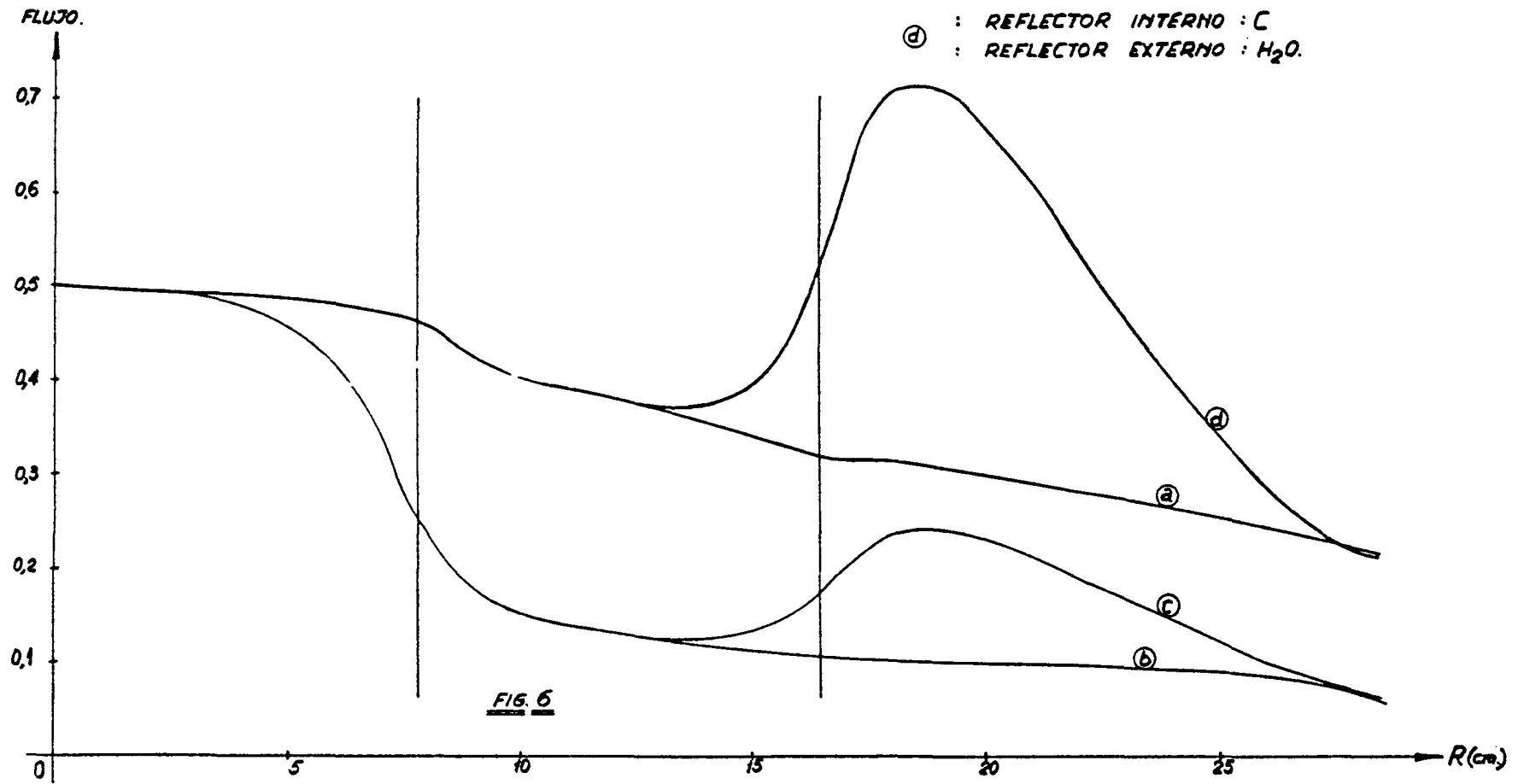
CASO 4

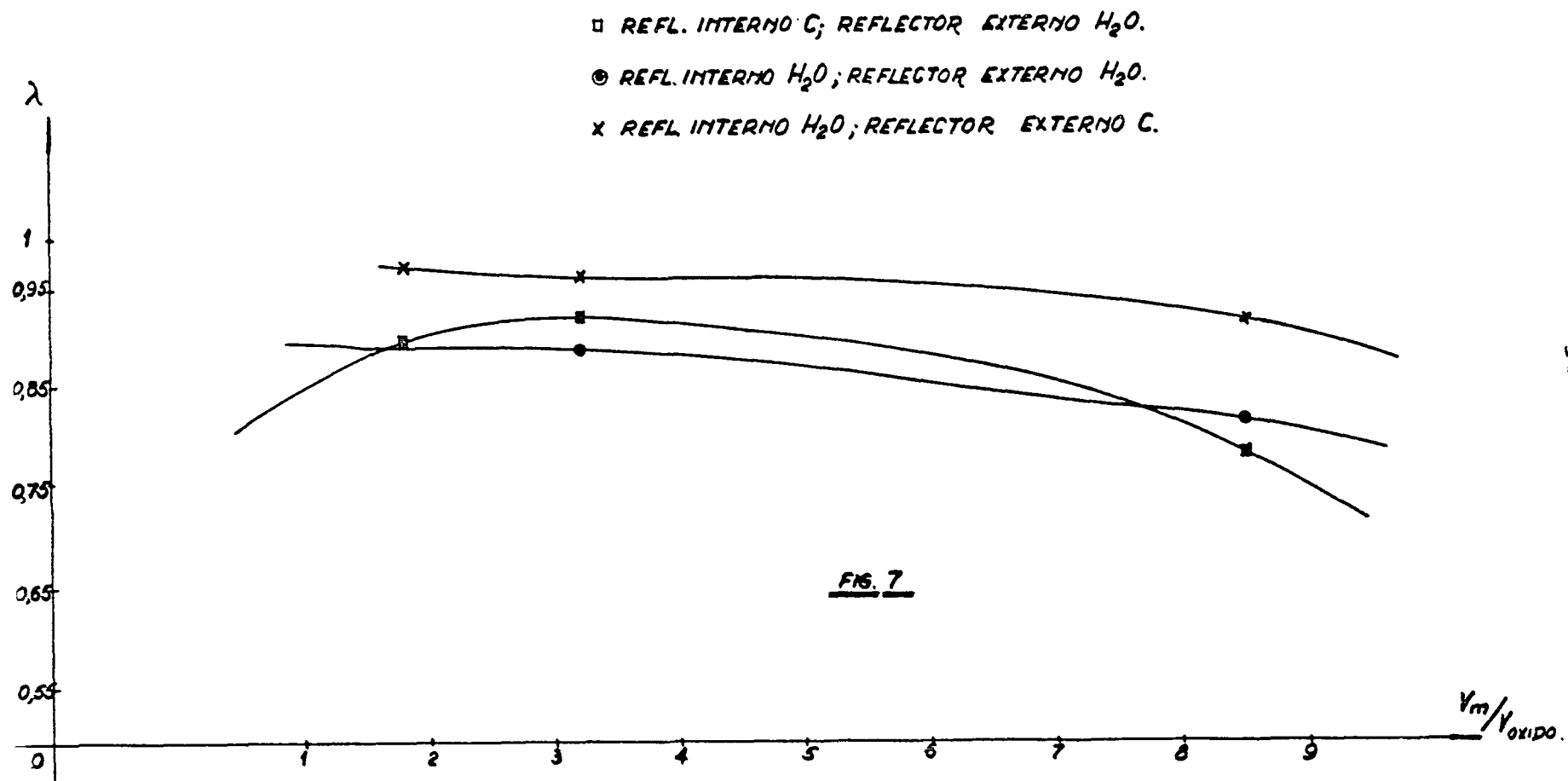
$$" = 1,8.$$



$$\frac{V_m}{V_{OXIDO}} = 3,2 \text{ (CASO 3).}$$

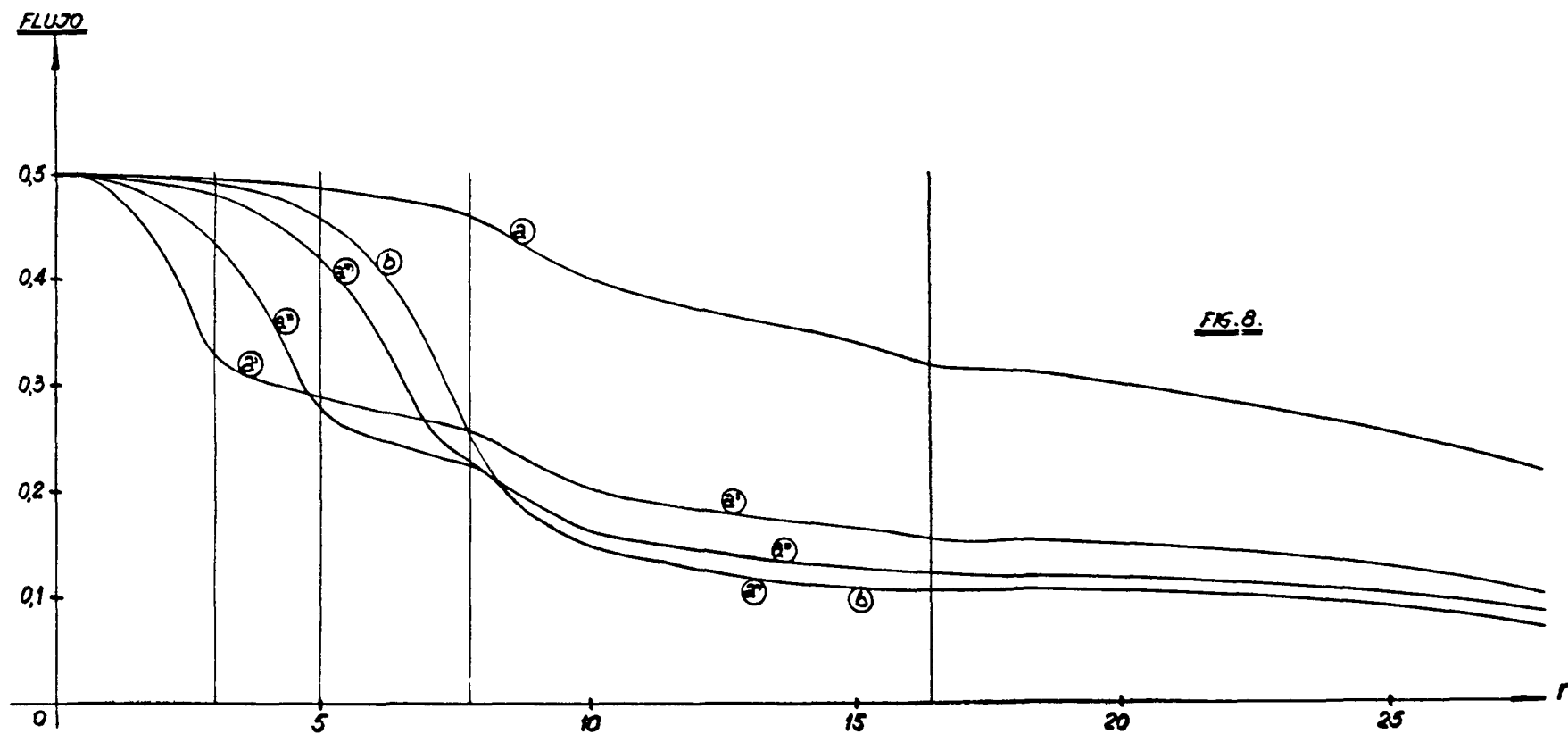
- Ⓐ : REFLECTOR INTERNO : C.
: REFLECTOR EXTERNO : C.
- Ⓑ : REFLECTOR INTERNO : H₂O.
: REFLECTOR EXTERNO : C
- Ⓒ : REFLECTOR INTERNO : H₂O.
: REFLECTOR EXTERNO : H₂O.
- Ⓓ : REFLECTOR INTERNO : C
: REFLECTOR EXTERNO : H₂O.

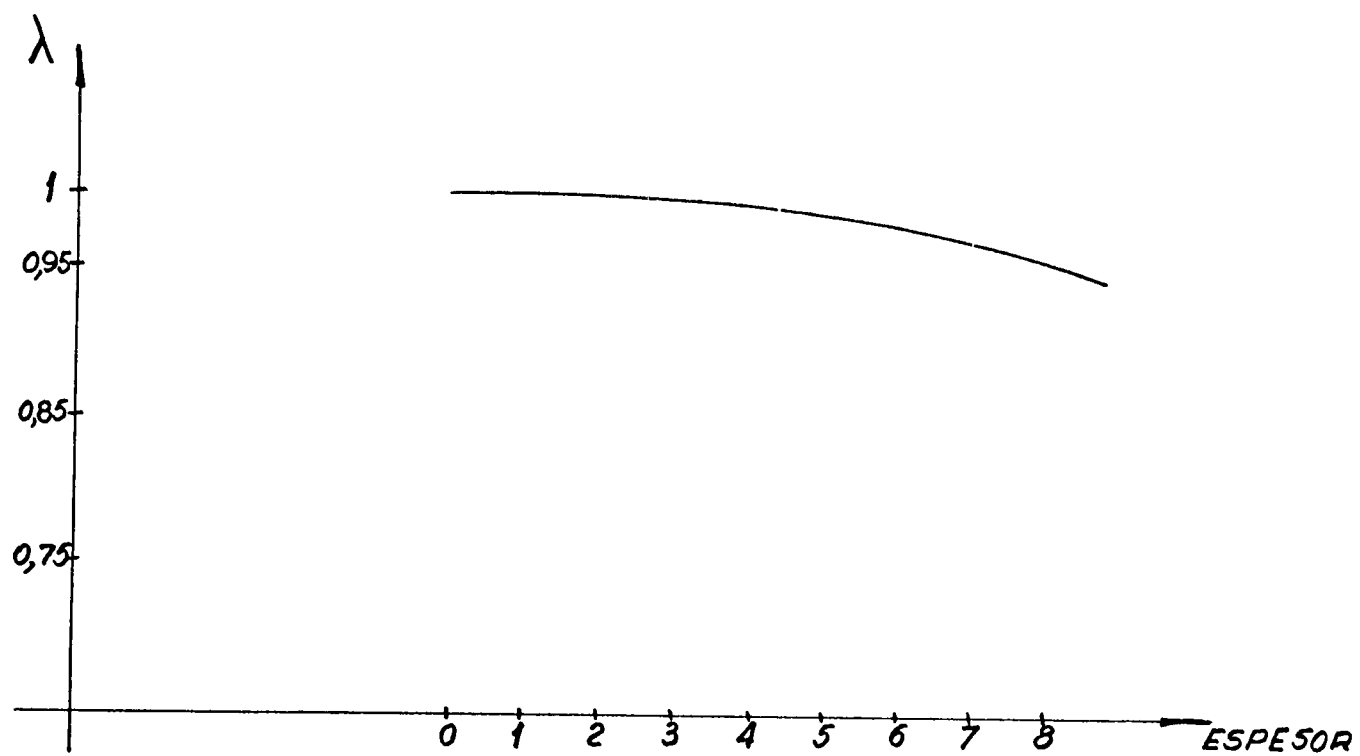




$$\frac{V_m}{V_c} = 3,2 \text{ (CASO 3).}$$

- ⑧ REF. INTERNO: C . REF. EXT. C.
- ② REF. INTERNO: 0 - 3 cm. H₂O 3 - 7,85 cm C. REF. EXT. C.
- ②' REF. INTERNO: 0 - 5 cm. H₂O 5 - 7,85 cm C. REF. EXT. C.
- ②'' REF. INTERNO: 0 - 7 cm. H₂O 7 - 7,85 cm C. REF. EXT. C.
- ⑥ REF. INTERNO: 0 - 7,85 H₂O . REF. EXT. C.



FIG. 9.

ANEXO I

Formulario de cálculo de constantes neutrónicas.

Datos: $t \neq 0$	heterogéneo	$t = 0$ homogéneo
$S = 0$	elementos combustibles cilíndricos.	
$a_0 = N'_{238}$	átomos de uranio 238	del combustible (10^{24})
$a_1 = N'_{235}$	cm ³ " " 235	" " "
$a_2 = N'_0$	" " oxígeno	" " "
$a_3 = N'_0$	" " " del agua del moderador	"
$a_4 = N'_H$	" " hidrógeno	" " "
$a_5 = N'_{AL}$	" " aluminio de la vaina	"
$a_6 = N'_B$	" " boro del combustible	"
$a_7 = N'_{AL}$	" " aluminio	"
$a_8 = N'_{AL}$	" " " del moderador	"
$a_9 = N'_C$	" " grafito del combustible	"
$b_0 = V_c/V_m$		
$b_1 = V_t/V_m$		
$b_2 = V_v/V_m$		
$b_3 = V_c/V_t$	combustible sin Al : $b_3 = 0$	
$b_4 = V_c/V_t$	combustible sin boro: $b_4 = 0$	
b_5	vaina con Al: $b_5 = 1$; sin Al: $b_5 \neq 1$	
$a_{10} = I \text{ ef.}$		
$b_{10} = B^2$		

- a (radio interno del combustible; en cm)
b (radio externo del combustible; en cm)
 $c = \gamma$ (relación entre altura efectiva y geométrica)
 $d = T$ (temperatura del moderador; en $^{\circ}\text{K}$)

Cálculo de constantes rápidas :

Con las a_i y las b_i se calculan

las c_i :

$$\begin{aligned}c_0 &= a_0 b_0/b_1 \\c_1 &= a_1 b_0/b_1 \\c_2 &= a_2 b_0/b_1 \\c_3 &= a_7 b_3 \\c_4 &= a_6 b_4 \\c_5 &= a_5 b_5 b_2/b_1 \\c_6 &= a_4 1/b_1 \\c_7 &= a_3 1/b_1 \\c_8 &= a_8 1/b_1 \\c_9 &= c_3 + c_8 + c_5 \\c_{10} &= c_2 + c_7 \\c_{11} &= a_9 b_0/b_1\end{aligned}$$

Con las c_i se calculan :

grupo 1

$$D_1 = \frac{1}{3[7.3542 c_0 + 4.1681 c_1 + 1.7268 c_{10} + 1.7431 c_{11} + 2.6187 c_9 + 2.5944 c_4 + 1.5726 c_6]}$$

$$\Sigma_{a_1} = 0.4976 c_0 + 1.4073 c_1 + 0.03139 c_{10} + 0.01443 c_9 + 0.0001 c_{11} + 0.42932 c_4 + 0.00004 c_6$$

$$\Sigma_{t_1} = 3.0557 c_0 + 0.0627 c_1 + 0.2920 c_{10} + 0.840 c_9 + 0.2379 c_{11} + 0.3519 c_4 + 1.4976 c_6$$

$$\cap \Sigma_{f_1} = 1.2096 c_0 + 3.6395 c_1$$

$$\tau_1 = \frac{D_1}{\Sigma_{a_1} + \Sigma_{t_1}}$$

grupo 2

$$D_2 = \frac{1}{3[9.444 c_0 + 7.2699 c_1 + 4.1283 c_{10} + 3.8666 c_{11} + 4.7425 c_9 + 8.0435 c_4 + 2.5622 c_6]}$$

$$\Sigma_{a_2} = 0.31221 c_0 + 2.4066 c_1 + 0.003 c_9 + 2.14074 c_4 + 0.00019 c_6$$

$$\Sigma_{t_2} = 0.0521 c_{10} + 0.8133 c_9 + 2.1754 c_6 + 0.1181 c_{11}$$

$$\cap \Sigma_{f_2} = 4.6923 c_1$$

$$\tau_2 = \frac{D_2}{\Sigma_{a_2} + \Sigma_{t_2}}$$

grupo 3

$$D_3 = \frac{1}{3[9.1632 c_0 + 20.8293 c_1 + 4.1101 c_{10} + 4.8154 c_{11} + 1.6327 c_9 + 52.5143 c_4 + 6.2954 c_6]}$$

$$\Sigma'_a = 0.32535 c_0 + 35.9504 c_1 + 0.00029 c_{10} + 0.015 c_9 + 52.5143 c_4 + 0.01397 c_6$$

$$\Sigma'_t = 0.0540 c_2 + 0.02003 c_9 + 2.2148 c_6 + 0.0740 c_{11}$$

$$\partial \Sigma_{f3} = 60.9799 c_1$$

$$\Sigma_{a3} = \Sigma'_a + c_0 \left(\frac{I_{af} - 1.595}{9.0324} \right)$$

$$\Sigma_{t3} = \Sigma'_t + \Sigma'_a - 0.462943 \Sigma_{a3}$$

$$\zeta_3 = \frac{D_3}{\Sigma_{a3} + \Sigma_{t3}}$$

Cálculo de r_i :

$$\Gamma_1 = \frac{0.75178}{B^2 D_1 + \Sigma_{t1} + \Sigma_{a1}}$$

$$\Gamma_2 = \frac{0.24822 + \Gamma_1 \Sigma_{t1}}{B^2 D_2 + \Sigma_{t2} + \Sigma_{a2}}$$

$$\Gamma_3 = \frac{\Gamma_2 \Sigma_{t2}}{B^2 D_3 + \Sigma_{t3} + \Sigma_{a3}}$$

$$\zeta = 0.75178 \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3$$

Cálculo de constantes térmicas :

Con las a_i y las b_i se

calculan las g_i :

$$g_0 = a_0 b_0$$

$$g_1 = a_1 b_0$$

$$g_2 = a_2 b_0$$

$$g_3 = a_5 b_2$$

$$g_4 = a_6 b_0$$

$$g_5 = a_7 b_0$$

$$g_6 = a_9 b_0$$

Con los g_i se calculan .

$$Z = g_3 + g_5 + a_8$$

$$X = \left(2.71 g_0/a_u + 0.332 + 0.230 Z/a_u + 755 g_4/a_u + 0.00054 g_6/a_u \right) \sqrt{\frac{293}{T}}$$

$$Y = g_1/a_u$$

$$u = 200Y - 1$$

$$\begin{aligned} \sigma'_{tr,s} = & 29.49 - 1.165 x - (4.855 - 0.6425 x) u + (1.285 - 0.2325 x) u^2 - \\ & -(0.225 - 0.04666 x) u (u^2 - 1) \end{aligned}$$

$$\sigma'_{f,2} = 411.5 - 17.55 x - (73.75 - 9.9 x) \mu + (19.75 - 3.65 x) \mu^2 - \\ - (3.46666 - 0.74166 x) \mu (\mu^2 - 1)$$

$$\sigma'_{a,2} = 481.8 - 20.25 x - (85.2 - 11.425 x) \mu + (22.8 - 4.175 x) \mu^2 - \\ - (3.98333 - 0.83333 x) \mu (\mu^2 - 1)$$

$$X' = 0.7365 - 0.02835 x - (0.11865 - 0.02853 x) \mu + (0.03155 - 0.01848 x) \mu^2 - \\ - (0.0055166 - 0.005385 x) \mu (\mu^2 - 1)$$

$$\sigma_{a_1} = 2.71 \sqrt{\frac{293}{T}} X'$$

$$\sigma_{a_2} = \sqrt{\frac{293}{T}} \sigma'_{a_2}$$

$$\sigma_{a_5} = \sqrt{\frac{293}{T}} X' 0.332$$

$$\sigma_{a_6} = 0.230 \sqrt{\frac{293}{T}} X'$$

$$\sigma_{a_7} = 755 \sqrt{\frac{293}{T}} X'$$

$$\sigma_{f,2} = \sqrt{\frac{293}{T}} \sigma'_{f,2}$$

$$\sigma_{tr,5} = \sqrt{\frac{293}{T}} \sigma'_{tr,5}$$

$$\sigma_{a_{10}} = 0.00054 \sqrt{\frac{293}{T}} X'$$

$$\Sigma_{a_1} = a_0 \sigma_{a_1}$$

$$\Sigma_{a_2} = a_1 \sigma_{a_2}$$

$$\Sigma_{a_5} = a_4 \sigma_{a_5}$$

$$\Sigma_{a_6} = a_5 \sigma_{a_6}$$

$$\Sigma_{a_7} = a_6 \sigma_{a_7}$$

$$\Sigma_{a_8} = a_7 \sigma_{a_6}$$

$$\Sigma_{a_9} = a_8 \sigma_{a_6}$$

$$\Sigma_{f_2} = a_1 \sigma_{f_2}$$

$$\Sigma_{tr_1} = 9.972 a_0$$

$$\Sigma_{tr_2} = 9.972 a_1$$

$$\Sigma_{tr_3} = 4.025 a_2$$

$$\Sigma_{tr_4} = 4.025 a_3$$

$$\Sigma_{tr_5} = \sigma'_{h,s} a_4$$

$$\Sigma_{tr_6} = 1.365 a_5$$

$$\Sigma_{tr_7} = 3.7531 a_6$$

$$\Sigma_{tr_8} = 1.365 a_7$$

$$\Sigma_{h_9} = 1.365 a_8$$

$$\Sigma_{a_{10}} = a_9 \sigma_{a_{10}}$$

$$\Sigma_{tr_{10}} = 4.5331 a_9$$

$$\Sigma_{ac} = \Sigma_{a_1} + \Sigma_{a_2} + \Sigma_{a_7} + \Sigma_{a_8} + \Sigma_{a_{10}}$$

$$\Sigma_{am} = \Sigma_{a_5} + \Sigma_{a_9}$$

$$\Sigma_{tc} = \Sigma_{ac} + \Sigma_{tr_1} + \Sigma_{tr_2} + \Sigma_{tr_3} + \Sigma_{tr_7} + \Sigma_{tr_8} + \Sigma_{tr_{10}}$$

$$\Sigma_{tm} = \Sigma_{aq} + \Sigma_{tru} + \Sigma_{trs} + \Sigma_{trq}$$

$$\Sigma_{tv} = \Sigma_{ac} + \Sigma_{trc}$$

Cálculo de ϕ_m/ϕ_c y ϕ_v/ϕ_c si $t \neq 0$

Se calculan α , β y λ .

$$\alpha = 0.06525 (a \Sigma_{tc}) - 0.00175 (a \Sigma_{tc})^2$$

$$\beta = 0.04016 (a \Sigma_{tc}) - 0.01416 (a \Sigma_{tc})^2$$

$$\lambda \zeta_m = 0.62 e^{-0.99176 \Sigma_{tm}} + 0.71$$

$$A = a \Sigma_{tc} - \frac{a \Sigma_{tc}}{a \Sigma_{tc} + 1.125}$$

$$G = 1 + \frac{\Sigma_{ac}}{\Sigma_{tc}} A \left[1 + \alpha \left(1 - \frac{\Sigma_{ac}}{\Sigma_{tc}} \right) + \beta \left(1 - \frac{\Sigma_{ac}}{\Sigma_{tc}} \right)^2 \right]$$

$$F = \frac{1}{2} \left[\frac{\eta}{\eta-1} \lg \sqrt{\eta} + \frac{1}{4\eta} - \frac{3}{4} \right] \quad \text{siendo } \eta = \frac{a^2 c}{b^2} \frac{V_t}{V_c}$$

$$\frac{\phi_m}{\phi_c} = G + a \Sigma_{ac} \left(1 - \frac{a}{b} \right) + a^2 \Sigma_{ac} \left[3 \Sigma_{tm} \frac{V_t}{V_m} \gamma F + \left(\frac{3}{2} \lambda - 1 \right) \frac{\gamma}{b} \right]$$

$$\frac{\phi_v}{\phi_c} = \frac{1 + \frac{\phi_m}{\phi_c}}{2}$$

$$\text{si } t=0 \quad \frac{\phi_m}{\phi_c} = \frac{\phi_v}{\phi_c} = 1.$$

Se calculan los nuevos X y

$$X = \frac{1}{a_4} \left[g_0 \sigma_{a1} + g_3 \sigma_{a6} \frac{\phi_v}{\phi_c} + g_4 \sigma_{a7} + g_5 \sigma_{a6} + a_8 \sigma_{a6} + \Sigma_{a10} \right] \frac{\phi_c}{\phi_m} + \sigma_{a5}$$

$$Y = \frac{g_1}{a_4} \cdot \frac{\phi_c}{\phi_m}$$

Se calcula $u = 200Y - 1$

Con las nuevas X , u se calculan de nuevo las σ_i y luego los Σ_i , reemplazando los a_i por los g_i correspondientes

Constantes térmicas.

$$\Sigma_a^T = \frac{(\Sigma_{a1} + \Sigma_{a2} + \Sigma_{a7} + \Sigma_{a8} + \Sigma_{a10}) \frac{\phi_c}{\phi_m} + \Sigma_{a5} + \Sigma_{a9} + \Sigma_{a6} \frac{\phi_v}{\phi_m}}{1 + \frac{V_c}{V_m} \frac{\phi_c}{\phi_m} + \frac{V_v}{V_m} \frac{\phi_v}{\phi_m}}$$

$$\Sigma_f^T = \frac{\Sigma_{f2} \frac{\phi_c}{\phi_m}}{1 + \frac{V_c}{V_m} \frac{\phi_c}{\phi_m} + \frac{V_v}{V_m} \frac{\phi_v}{\phi_m}}$$

$$\Rightarrow \Sigma_{f2}^T = 2.43 \Sigma_f^T$$

$$\Sigma_{tr}^T = \left\{ \Sigma_{tr5} + \Sigma_{tr9} + \Sigma_{tr4} + \Sigma_{a9} + \left[\Sigma_{a1} + \Sigma_{tr1} + \Sigma_{a2} + \Sigma_{tr2} + \Sigma_{tr3} + \Sigma_{a7} + \Sigma_{tr7} + \Sigma_{a8} + \Sigma_{tr8} + \Sigma_{tr10} \right] \frac{\phi_c}{\phi_m} + \right. \\ \left. + (\Sigma_{tr6} + \Sigma_{a6}) \frac{\phi_v}{\phi_m} \right\} \cdot \frac{1}{1 + \frac{V_c}{V_m} \frac{\phi_c}{\phi_m} + \frac{V_v}{V_m} \frac{\phi_v}{\phi_m}}$$

$$D = \frac{1}{3 \sum_{tr}^r}$$

$$L^2 = \frac{D}{\sum_a^r}$$

Constantes rápidas

$$D^F = \frac{\Gamma_1 D_1 + \Gamma_2 D_2 + \Gamma_3 D_3}{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3}$$

$$\sum_t^F = \frac{\Gamma_3 \sum_{t3}}{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3}$$

$$\sum_a^F = \frac{\sum_a \Gamma_1 + \Gamma_2 \sum_{a2} + \Gamma_3 \sum_{a3}}{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3}$$

$$\partial \sum_f = \frac{\Gamma_1 \partial \sum_{f1} + \Gamma_2 \partial \sum_{f2} + \Gamma_3 \partial \sum_{f3}}{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3}$$

$$\tau^F = \frac{D^F}{\sum_t^F + \sum_a^F}$$

$$k_1 = \frac{\partial \sum_f^F}{\sum_t^F + \sum_a^F}$$

Cálculo de p , η_f , k_2 , k'_∞ , τ , B^2

$$p = \frac{\sum_t^F}{\sum_t^F + \sum_a^F}$$

$$\eta_f = \frac{\partial \sum_{f2}^r}{\sum_a^r}$$

$$k_2 = p \cdot \eta f$$

$$k'_\infty = \frac{k_2}{1 - k_1}$$

$$\bar{c} = \frac{\bar{c}^F}{1 - k_1}$$

$$B^2 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\bar{c}} + \frac{1}{L^2} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\bar{c}} + \frac{1}{L^2} \right)^2 + \frac{k'_\infty - 1}{\bar{c} L^2}}$$

Se compara el B^2 obtenido con el dado.

Si $B^2_{\text{dado}} - B^2_{\text{obtenido}} > 0.0001$

Se itera hasta que $B^2_{\text{anterior}} - B^2_{\text{obtenido}} < 0.0001$

Se calculan:

$$\frac{\phi_c}{\phi_m^*} = \frac{\frac{\phi_c}{\phi_m} \frac{V_t}{V_m}}{1 + \left[\frac{V_c}{V_m} + \frac{V_d}{V_m} \frac{\phi_d}{\phi_c} \right] \frac{\phi_c}{\phi_m}}$$

$$\Gamma_4 = \frac{\Gamma_3 \Sigma_{f3}}{DB^2 + \Sigma_a}$$

$$\rho^{28} = \frac{0.05055 \Gamma_1 + 0.31221 \Gamma_2 + (0.11071 I_{ef} - 0.17659) \Gamma_3}{\Sigma_{a1} \frac{\phi_c}{\phi_m^*} \Gamma_4}$$

$$\beta^{28} = \frac{0.44705 \Gamma_1 a_0}{[1.3044 \Gamma_1 + 1.8911 \Gamma_2 + 24.7885 \Gamma_3 + \Sigma_{f2} \frac{\phi_c}{\phi_m^*} \Gamma_4] a_1}$$

$$\beta^{25} = \frac{1.3044 \Gamma_1 + 1.8911 \Gamma_2 + 24.7885 \Gamma_3}{\Sigma_{f2} \frac{\phi_c}{\phi_m^*} \Gamma_4}$$

Utilización del programa :

Se dan los datos en el
orden indicado en el Anexo I ("Datos")

Los resultados, en punto flotante,
se imprimen en el siguiente orden :

D_1 Σ_{a_1} Σ_{t_1} $\rightarrow \Sigma_{f_1}$
 ζ_1
 D_2 Σ_{a_2} Σ_{t_2} $\rightarrow \Sigma_{f_2}$
 ζ_2
 D_3 Σ_{a_3} Σ_{t_3} $\rightarrow \Sigma_{f_3}$
 ζ_3
 r_1 r_2 r_3 ζ

Puede imprimir $\left\{ \begin{array}{l} X \\ u \\ \Sigma_{t_c} \\ X \\ u \end{array} \right.$
 G ϕ_c/ϕ_m ϕ_s/ϕ_c

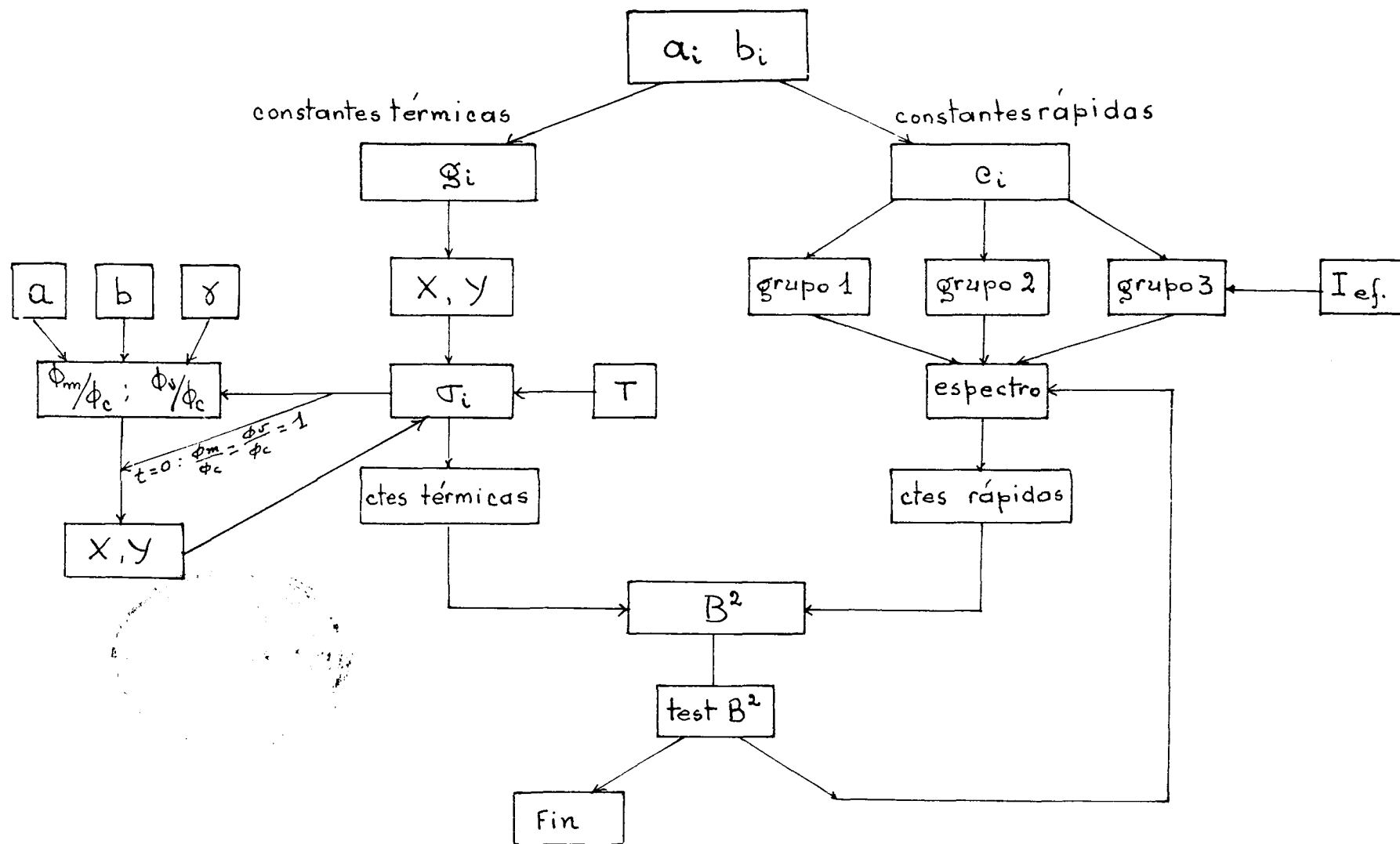
Σ_{ac} Σ_{t_c} Σ_{t_m} Σ_{t_v}
 Σ_a^T $\Sigma_{f_2}^T$ $\rightarrow \Sigma_{f_2}^T$ Σ_{tr}^T
 D L^2

$$\begin{array}{cccc}
 D^F & \Sigma_t^F & \Sigma_a^F & \supset \Sigma_f^F \\
 \mathcal{C}^F & k_1 & & \\
 \mu & \eta_f & k_2 & k'_\infty \\
 \mathcal{C} & B^2 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \Gamma_1 & \Gamma_2 & \Gamma_3 & \\
 D^F & \Sigma_t^F & \Sigma_a^F & \supset \Sigma_f^F \\
 \mathcal{C}^F & k_1 & & \\
 \mu & \eta_f & k_2 & k'_\infty \\
 \mathcal{C} & B^2 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 \Gamma_1 & \Gamma_2 & \Gamma_3 \\
 \vdots & & \\
 \vdots & & \\
 \mathcal{C} & B^2 &
 \end{array}$$

$$\phi_c / \phi_m^* \quad p^{28} \quad \delta^{28} \quad \delta^{25}$$



BIBLIOGRAFIA

1. HICKS AEEW-R64 (1961). "Nuclear Calculation Methods for Water Moderated Reactor".
2. Conf. 15/P/2376 - Junio 1958
3. Ombrellaro, WAPD TM 73. "Effective Fast Cross Section in Four Group Theory"
4. HELLENS, WAPD-114 (1956). "Neutron Slowing Down in Group Diffusion Theory".
5. WEINBERG-WIGNER. "The Physical Theory of Neutron Chain Reaction"(1958)
6. MUFT III. WAPD TM-4
7. MUFT IV. WAPD TM-72
8. OMBRELLARO, KAPL-M-PAGI (1961). "Effective Fast Cross Section in Few Group Diffusion Theory"
9. MOUGEY-SOLANILLA, RAPPORT SPM N°705. "Integrale de Resonance Effective de l'uranium 238".
10. HELLSTRANT, J. Appl. Phys. 20 1493-K502 (1957).
11. DRESSNER. "Resonance Absorption in Nuclear Reactor Pergamon Press"(1960)
12. Rapport SPM N°679
13. SOFOCATE WAPD TM39
14. RADKOWSKY, ANL-4476. "Temperatura Dependence of Thermal Transport Mean Free Path"
15. AMSTER, WAPD 185. "A Compendium of Thermal Neutron Cross Section Average Over the Spectra of WIGNER-WILKING".
16. AMOUYAL-BENOIST, RAPPORT CEA 571. "New Method of the Determination of Thermal Utilisation Factor of a Cell".
17. RIFIFI, RAPPORT SPM 543. "Methode de Calcul Analytique de la Condition Critique et des Flux d'une pile a Regions Variées en Theorie a deux groupes et a una dimension Programmée pour la Calculateur Electronique Mercury (Ferranti)".
18. HASSIT, AERE T/R 2487. "A Programme for solving the multigroup neutron diffusion equations in two space dimensions on the Ferranti-Mercury Computer".