

02.61.16

C. N. E. A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1961

## LA PRODUCCION DE PIONES EN COLISIONES PION- NUCLEON A ENERGIAS DE ALREDEDOR DE 1 BEV

P O R

EMMA PEREZ FERREIRA

(Comisión Nacional de Energía Atómica, Buenos Aires)

### R E S U M E N

Se ha propuesto recientemente un modelo para la producción de piones en interacciones pión-nucleón, de acuerdo con el cual el proceso de producción debería comenzar con una interacción primaria entre el pión incidente y un pión de la nube del nucleón. Una interacción pión-nucleón en el estado final excitaría el nucleón a su estado isobárico (3,3), el cual decaería finalmente en un pión y un nucleón.

El presente trabajo tiene por objeto calcular la distribución de impulsos de los piones de todos los estados de carga producidos en la interacción de piones negativos de 960 Mev con protones, que resultaría del modelo mencionado.

Los espectros así calculados resultan razonablemente acordes con los datos experimentales disponibles, cuando se supone para la energía de resonancia pión-pi<sup>0</sup>, un valor de aproximadamente 700 Mev.

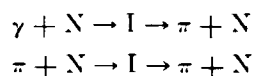
### S U M M A R Y

A model for pion production in pion-nucleon interactions has been recently proposed, according to which the production process should start with the interaction between the incoming pion and pion of the nucleon cloud. Then, a final state pion-nucleon interaction would excite the nucleon to the (3,3) isobar state, with a further decay into a pion and a nucleon.

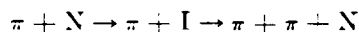
In the present paper, the momentum distribution of the pions of all charge states produced in the interaction of 960 Mev  $\pi^-$ -mesons with protons are calculated on the assumptions of the abovementioned model.

The predicted spectra are in reasonable agreement with available experimental data, when the pion-pion resonance energy is assumed to be about 700 Mev.

La falta de una teoría dinámica que permita describir los hechos de la física de mesones  $\pi$  en la región de energías intermedias, esto es entre 0,5 y 2 Bev, en particular el proceso de producción de piones en interacciones pión-nucleón, ha llevado al ensayo de algunos modelos fenomenológicos que intentan aquella descripción en términos de hechos bien conocidos de la zona de baja energía, en particular de la espectacular resonancia en la sección eficaz de dispersión pión-protón a 200 Mev de energía cinética del pión incidente y a la correspondiente energía del fotón incidente en el caso de fotoproducción. Es sabido que ambos procesos pudieron ser bien explicados suponiendo que tienen lugar a través de la excitación de un estado del nucleón distinto del fundamental, al cual, consideraciones sobre la forma de la resonancia, distribución angular, etc., llevaron a asignar valores a los números cuánticos  $J = 3/2$ ,  $T = 3/2$ ,  $P = +1$  o sea:



Entonces, un primer intento de descripción del proceso de producción de piones, a energías donde ésta ya comienza a competir con la dispersión elástica, lo constituye el modelo isobárico, desarrollado en detalle por Lindenbaum y Sternheimer<sup>1</sup>, en el cual se supone que el mismo estado resonante de interacción pión-nucleón, o si se quiere, el mismo estado isobárico del nucleón de números cuánticos  $3/2$ ,  $3/2$  y paridad  $+$ , intervendría en una etapa intermedia del proceso en la forma:



Consecuencia inmediata de tal modelo es la forma característica del espectro de energía de los piones. En particular, el extra-pión, es decir el que no interviene en la formación del isóbaro, tendría una marcada limitación en la posible gama de sus impulsos, debido a la selectividad impuesta por la formación de la masa del isóbaro. El otro pión tendrá un espectro que será simplemente el de decaimiento de una partícula de masa  $m_I$  que se moverá en el sistema centro de masa con impulso igual y opuesto al del extra-pión. El modelo permite también predecir las probabilidades relativas para los distintos estados finales.

Este modelo resultó ampliamente favorecido por el experimento que sobre producción de piones en interacciones  $\pi^- + p$  a 960 Mev del pión incidente, realizó el grupo de cámara de burbujas de Bologna<sup>2</sup>. En todos los espectros de los piones, se diferenciarán o no sus estados de carga, se ponen en evidencia los dos picos, del extra-pión y del pión de decaimiento, y la colocación de los máximos, en particular del más crítico correspondiente al extra-pión, concuerda con las predicciones del modelo isobárico.

No obstante, algunos hechos experimentales observados en particular en fenómenos a muy alta energía, han sugerido la posibilidad de una fuerte interacción pión-pión, la cual debería desempeñar un papel importante en el mecanismo de producción de piones y más aún, esos procesos de producción podrían suministrar una valiosa información sobre la interacción entre piones, la que no puede, al menos con las técnicas de que se dispone hasta el presente, ser estudiada directamente.

Esos hechos son fundamentalmente los siguientes: 1) la nivelación de las secciones eficaces totales de dispersión  $\pi^+ + p$  y  $\pi^- + p$  a partir de 2 Bev a un valor de alrededor de 30 mb. Si imaginamos al nucleón como una esfera perfectamente opaca, su sección eficaz geométrica sería de  $\sim \pi R^2$ , donde, a fin de dar cuenta de los 30 mb, R debería ser próximo a la longitud de onda Compton del pión (1,4 fermis), que es mucho mayor que la longitud de onda Compton del nucleón desnudo ( $\sim 0.2$  fermis). Este hecho indica que el pión incidente debe chocar principalmente con la nube de piones del nucleón; 2) la distribución angular de los piones elásticamente dispersos por nucleones a energías de alrededor de 1 Bev presenta un gran pico hacia adelante, que se interpreta como dispersión por difracción y por lo tanto permite estimar el radio del objeto que absorbe parte del paquete de ondas incidente, dando lugar a la difracción. Por este medio se encuentra también que  $R \sim \lambda_{C\pi}$ .

Por otra parte ya Ross<sup>3</sup> en 1954, discutió una interpretación de la dispersión  $\pi + N$  a baja energía, donde introduce como una de las fuentes de tal dispersión, la interacción directa del mesón con los mesones de la nube del nucleón.

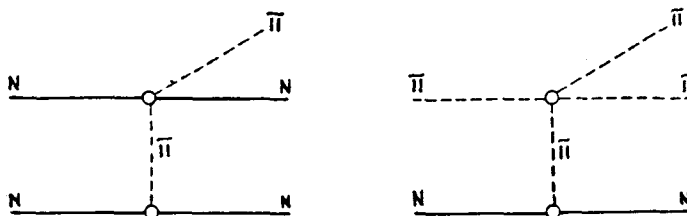
También Mitra y Dyson<sup>4</sup> sugirieron una interacción atractiva pión-pión como posible explicación del valor anómalamente pequeño en magnitud y del signo negativo del corrimiento de la fase de la onda s en el estado  $T = 3/2$  del sistema pión-nucleón.

En cuanto a la región intermedia, Dyson<sup>5</sup> y Takeda<sup>6</sup> trataron de explicar el tercer máximo en la sección eficaz de dispersión  $\pi^- + p$  mediante una fuerte interacción del haz de mesones con la nube piónica del nucleón. Gotô<sup>7</sup> introdujo, en el análisis de la producción múltiple de piones en procesos de aniquilamiento  $N - \bar{N}$ , las interacciones en el estado final, que en este caso serán exclusivamente interacciones pión-pión, considerando la posibilidad de un estado isobárico de dos piones. Calculó la multiplicidad de esos procesos para varios valores de la energía de aquel estado isobárico y para valores de su spin isotópico  $T = 0$  y  $T = 1$ , obteniendo mejor acuerdo con la experiencia que con la teoría estadística.

Finalmente Frazer y Fulco<sup>8</sup>, mediante la inclusión de una interacción pión-pión de tipo resonante, explicaron el valor del momento magnético y del radio de la distribución de carga del nucleón. Los valores observados de ambas magnitudes indican que tal resonancia debería ocurrir para un impulso de los piones en su sistema centro de masa de  $3,5 m_\pi c$ .

Chew y Low<sup>9</sup> propusieron un método general por el cual, estudiando la colisión entre dos partículas A y B que conduzca a tres o más partículas en el estado final, puede obtenerse la sección eficaz de interacción de A con una partícula que está virtualmente contenida en B. Goebel<sup>10</sup>, basándose en el método de Chew y Low trató de obtener una estimación cuantitativa de la interacción pión-pión, aislando la contribución a la sección eficaz pión-nucleón, del diagrama correspondiente al intercambio de un solo pión.

Bonsignori y Selleri<sup>11</sup> propusieron un modelo para la producción de piones en interacciones  $p-p$  y  $\pi-p$ , basado en la suposición de que la única contribución a la interacción entre la partícula incidente y el nucleón responsable de la producción simple, proviene de diagramas con un solo pión intermedio, o sea:

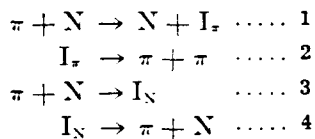


Bajo ciertas suposiciones adicionales, calcularon el espectro de energías, en el sistema laboratorio, del nucleón espectador, encontrando que los datos experimentales disponibles pueden constituir una indicación favorable al modelo.

Por último Selleri<sup>12</sup> y Landovitz y Marshall<sup>13</sup>, teniendo en cuenta que el modelo isobárico describe también los hechos experimentales a energías de alrededor de 1 Bev, proponen un modelo más complejo que el anterior, donde suponen una interacción primaria con la nube y que como resultado de ella, la energía relativa de cada pión y el nucleón estará en el rango donde domina la resonancia (3,3), así como también que los paquetes de ondas que describen los piones tienen dimensiones tales como para cubrir parcialmente el carozo del nucleón, inmediatamente después de ser producidos; entonces puede esperarse una segunda interacción entre uno de los piones y el nucleón, la que daría lugar a que los espectros de impulsos de los piones finales tuvieran las características de los previstos por el modelo isobárico.

El objeto del presente trabajo es precisamente el cálculo en detalle de esos espectros, para la energía del pión incidente de 960 Mev, para la cual se dispone de información experimental detallada<sup>2</sup>.

Para ello deberemos considerar las sucesivas etapas:



El hecho esencial en este modelo es pues que queda eliminada la interacción directa del pión incidente con el nucleón. La interacción pión-nucleón se produciría recién en el estado final, conduciendo a la excitación elástica del nucleón al estado isobárico (3,3), el que finalmente decaería en un pión y un nucleón.

La preferencia del pión incidente por interactuar con un pión de la nube puede justificarse para energías de alrededor de 1 Bev si se tiene en cuenta que, supuesto en reposo el pión chocado, la energía total del sistema pión-pión en su centro de masa, sería  $\sim 580$  Mev, valor que la mayor parte de los autores<sup>7,8,14,15</sup> señala como probable para la resonancia pión-pión. Por otra parte, los piones en que decae el isóbaro piónico tendrían una energía relati-

va al nucleón próxima a la de resonancia en la interacción pión-nucleón con lo cual se justifica la suposición de la segunda interacción.

Puede preverse desde ya que como resultado de este proceso, la distribución de impulsos de los piones será semejante a la que resulta del modelo de Lindenbaum y Sternheimer. En primer lugar deberán aparecer dos máximos, uno correspondiente al pión que decae del isóbaro piónico ( $I_\pi$ ) y no sufre ulterior interacción y otro al pión que proviene del decaimiento del isóbaro nucleónico ( $I_N$ ).

El hecho de que uno de los piones proveniente del isóbaro piónico deba excitar al nucleón a su estado isobárico (3,3), de masa relativamente bien definida, establece una marcada selección de los impulsos con que puede quedar el otro pión. Con respecto a la formación del  $I_N$ , la diferencia que existe entre el modelo que analizamos y el de Lindenbaum y Sternheimer, reside en que en este último la excitación del nucleón a su estado isobárico (3,3) se produce por la transferencia de energía al nucleón por parte de un pión incidente de energía fija, mientras que en el modelo de Selleri, los piones que concurren a la formación del isóbaro nucleónico tienen un espectro de energías que será tanto más complicado, cuanto más ancha sea la resonancia en la interacción  $\pi$ - $\pi$ , es decir cuanto mayor sea el intervalo de masas posibles para el  $I_\pi$ . Se calcularon esos espectros para los tres casos siguientes: 1) que la sección eficaz de interacción  $\pi$ - $\pi$  no fuera resonante, sino constante sobre todo el intervalo de energías posibles; 2) que hubiera una resonancia a 575 Mev, con un ancho de 60 Mev y 3) que se tratara de una delta a 575 Mev. Se llegó a la conclusión de que el comportamiento de la sección eficaz  $\sigma_{\pi\pi}$ , no influye apreciablemente en la forma del espectro de los piones en que decae el isóbaro piónico. Ello permite, dentro de una buena aproximación, suponer una masa única para éste, a fin de facilitar el cálculo; hemos tomado en primer lugar  $m_{I_\pi} = 575$  Mev.

Siendo única la masa del isóbaro piónico, y dado que existe una energía total definida  $W_c$ , el nucleón espectador de la etapa 1 tendrá un impulso fijo en el sistema centro de masa y la energía relativa de cada pión y el nucleón, una vez desintegrado el  $I_\pi$ , resultará de realizar una transformación de Lorentz del sistema del  $I_\pi$  en reposo, en el que los piones se suponen distribuidos isotrópicamente, al sistema centro de masa general. Para cada ángulo  $\alpha$

entre un pión y el nucleón se tendrá pues una energía total dada, cuya transformación al centro de masa del sistema constituido por el  $\pi$  y el N en interacción, dará la posible masa del isóbaro nucleónico.

La probabilidad de formación del isóbaro nucleónico con una masa dada será entonces, como en el modelo de Lindenbaum y Strenheimer<sup>1</sup> proporcional a la sección eficaz  $\pi$ -p para el estado de spin isotópico 3/2 para la correspondiente energía. Desaparecerá en cambio el factor representativo del volumen del espacio de las fases disponible para dos cuerpos que aquellos autores introducen, puesto que ahora se forma un solo cuerpo, el  $I_N$ . En lugar de aquél, deberá introducirse un nuevo factor,  $N(m_{I_N})$  que será el número de piones que podrán existir con energía tal que con el nucleón, den la correspondiente masa  $m_{I_N}$ . Esa frecuencia está dada directamente por la transformación de una distribución angular isótropa en el  $I_\pi$  en reposo, al sistema centro de masa original. Para el valor de 575 Mev elegido esa frecuencia resulta la indicada en la Fig. 1, donde se ha representado también los impulsos que resultan para el pión que no experimenta segunda interacción, para cada valor del ángulo  $\alpha$  o sea para cada valor de  $m_{I_N}$ . También se representó en función de esta última, la sección eficaz  $\sigma_{\pi^+ + p}$ . La doble escala en las abscisas indica la correspondencia entre  $\alpha$  y  $m_{I_N}$ .

En resumen, la probabilidad de formación de un  $I_N$  de masa  $m_{I_N}$  será:

$$P(m_{I_N}) \propto \sigma(m_{I_N}) \cdot N(m_{I_N})$$

y esos dos factores dominarán, en consecuencia, el espectro de los piones que no sufren ulterior interacción.

Obviamente, el espectro de los piones de decaimiento del  $I_N$  se obtendrá por una transformación de Lorentz del sistema del isóbaro nucleónico en reposo, al centro de masa original, en la misma forma que resulta para el modelo de Lindenbaum y Sternheimer<sup>1</sup>.

Los cálculos efectuados en la forma que se detalla en el Apéndice dieron por resultado, para la selección  $m_{I_\pi} = 575$  Mev, los espectros de la Fig. 2. El pico a altos impulsos en el espectro de los piones que no experimentan segunda interacción, se debe a que para impulsos grandes, predomina notoriamente la resonancia en  $\sigma_{\pi^+ + p}(m_{I_N})$  mientras para bajos impulsos, la forma de la función

$N(m_{1N})$  (ver Fig. 1), provoca la aparición de otro máximo más pequeño.

El próximo paso, a fin de comparar con los resultados experimentales acerca de la distribución de impulsos de los piones de distintos estados de carga en cada una de las reacciones que pue-

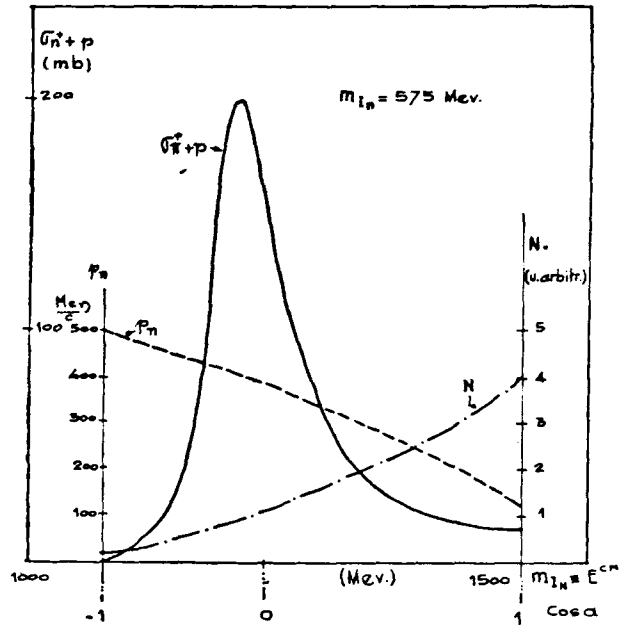
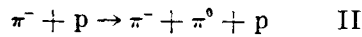
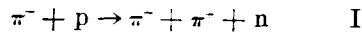


Fig. 1

den conducir a secundarios cargados en colisiones  $\pi^- + p$ :



sería calcular los coeficientes de mezcla de ambos espectros, sobre la base del análisis de las sucesivas etapas, en estados de spin isotópico.

De acuerdo con el modelo en estudio, para el caso  $\pi^- + p$  pueden tener lugar los siguientes procesos, suponiendo  $T = 1$  pa a el  $I_*$ :

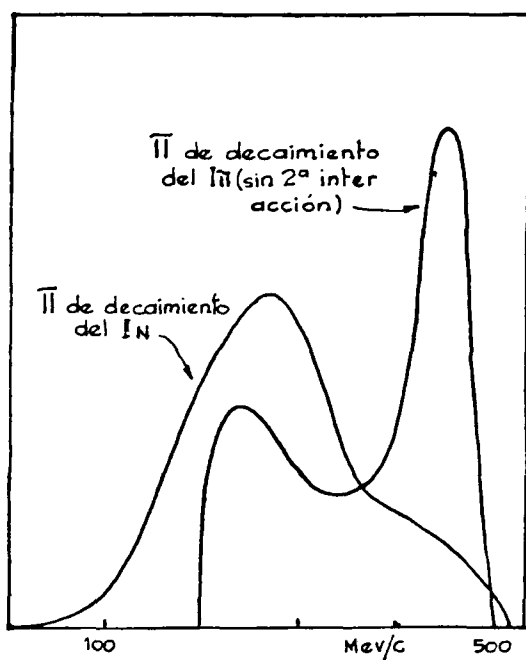
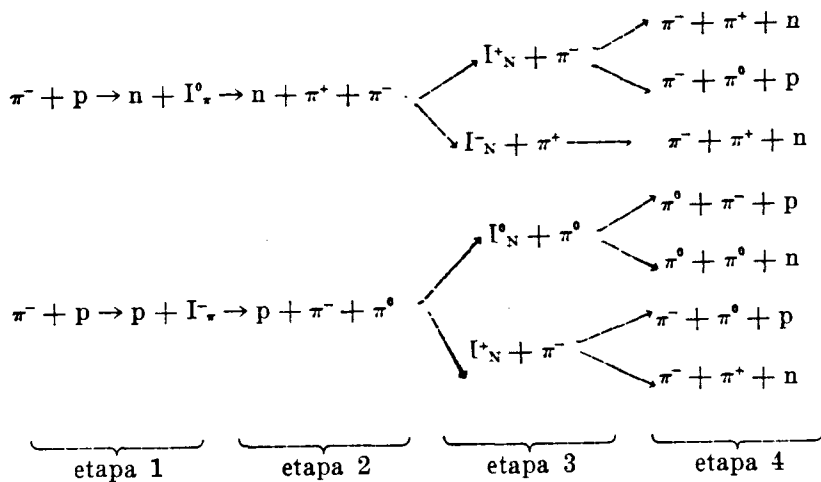


Fig. 2

Las probabilidades relativas para los dos estados posibles que aparecen en la segunda etapa, pueden obtenerse sin hipótesis adicionales, en función de parámetros  $\rho$  y  $\alpha$  equivalentes a los del modelo isobárico', esta vez para el caso  $N + I_*$ .

En cambio en la tercera etapa surge una dificultad importante pues es necesario establecer un criterio que permita decidir cual de los dos piones provenientes del decaimiento del  $I_*$  interactúa con el nucleón. Una posibilidad es dar a cada par  $(\pi, N)$  una probabilidad de formar el isóbaro nucleónico proporcional a la probabilidad de que el par se encuentre en el estado de spin isotópico  $T = 3/2$ .

Sin embargo hemos preferido no arriesgar esta nueva hipótesis y limitarnos a comparar los espectros suma de ambos piones de cada una de las reacciones I y II, independientemente de sus estados de carga, que no dependen de los parámetros  $\rho$  y  $\alpha$ .

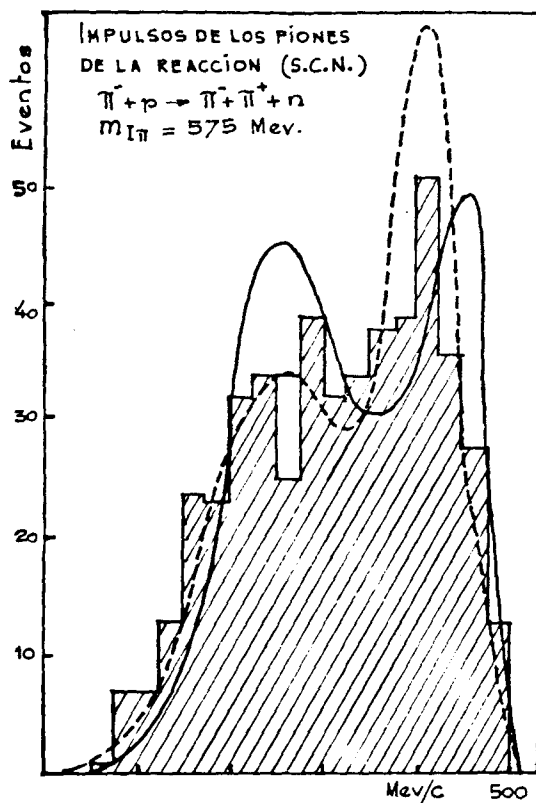


Fig.3

Las Figs. 3 y 4 muestran en línea llena las curvas obtenidas, normalizadas al número total de eventos, comparadas con los resultados experimentales. Se incluye también en línea punteada, los correspondientes espectros predichos por el modelo de Lindenbaum y Strenheimer. Las curvas que allí se presentan provienen de la elección de una masa de 575 Mev para el  $I_{\pi}$ .

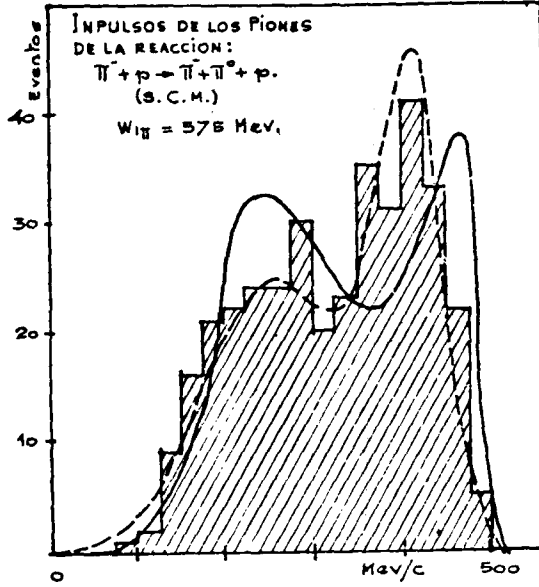


Fig. 4

Las curvas correspondientes al modelo que estamos analizando responden a las características generales de las distribuciones experimentales, en cuanto que presentan el doble máximo que en ellas se insinúa, pero, por una parte el pico a alta energía se encuentra desplazado respecto del experimental y por otra, se ha incrementado exageradamente el máximo a baja energía, como resultado de la contribución en esa zona del pico del espectro de los piones sin segunda interacción.

Se ensayó entonces repetir todo el cálculo para otros valores de la masa del isóbaro piónico, entre 425 y 700 Mev; el acuerdo óptimo entre los resultados experimentales y la curva teórica se obtiene para  $m_{I_{\pi}} = 700 \text{ Mev}$ .

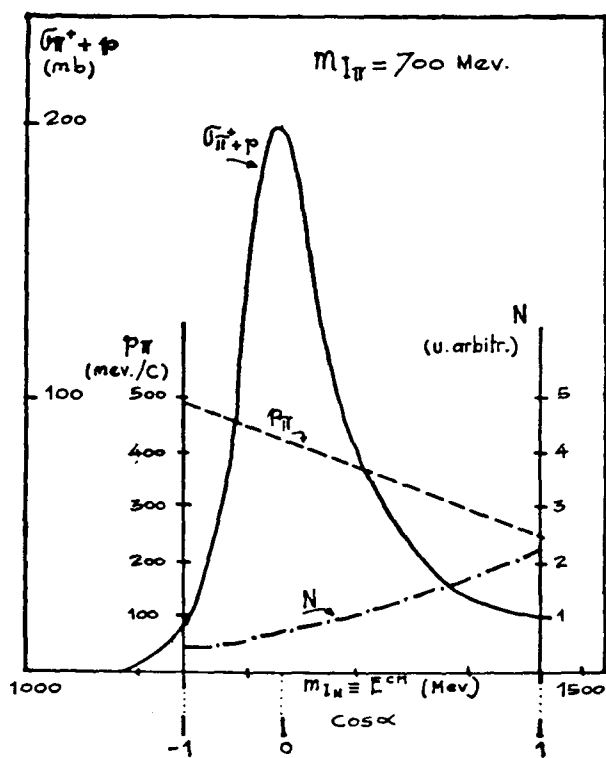


Fig. 5

La Fig. 5 muestra la forma de las funciones  $N(m_{I\pi})$ ,  $\sigma_{\pi^+\pi^0}(m_{I\pi})$  y  $p_{\pi}(m_{I\pi})$  que resultan para aquel valor de  $m_{I\pi}$ . La Fig. 6, los correspondientes espectros de los piones con y sin segunda interacción y finalmente las Figs. 7 y 8 presentan la comparación de los datos experimentales con las curvas calculadas, resultando evidente el mejor acuerdo entre ambas en el caso relativo a la reacción II.

*Discusión y Conclusiones.* Si sobre la base del mejor acuerdo de las predicciones del modelo con los resultados experimentales, se elige para  $m_{I\pi}$  el valor de 700 Mev, ello significaría centrar la resonancia en la interacción  $\pi\text{-}\pi$  en ese valor de la energía total, lo cual implica un impulso de cada pión en el centro de masa, de 321

Mev/c, o sea  $p_{\pi}^2 = 5,27 \text{ m}^2$ , en contraste con el valor obtenido por Frazer y Fulco<sup>6</sup> de  $p_{\pi}^2 = 3,5 \text{ m}^2$ .

En el estado actual del presente modelo, no pueden deducirse conclusiones definitivas acerca de su efectividad; sería necesario para ello encontrar el modo de fijar el criterio para separar los estados de carga de los piones, a fin de aumentar el número de distri-

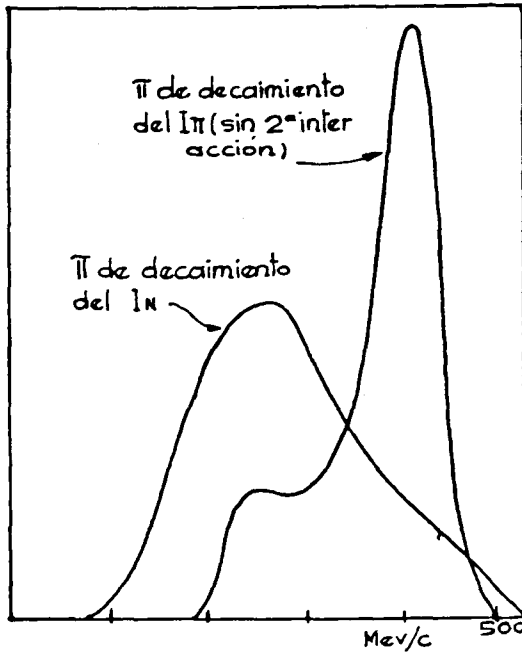


Fig. 6

buciones a comparar, todas las cuales tienen sus características propias y de poder someter también a prueba, las predicciones sobre probabilidades relativas para distintos estados finales.

El mejor acuerdo del modelo con las distribuciones de impulsos experimentales cuando se toma un valor grande para la masa del isóbaro piónico queda justificado por el hecho previsible que la interacción entre el pión incidente y un pión de la nube nucleónica se verá favorecida en casos de baja transferencia de impulso al nu-

eleón. En los casos en que dicha transferencia fuera alta, el nucleón podría excitarse directamente a su nivel isobárico (3,3) y predominaría el modelo propuesto por Lindenbaum y Sternheimer. Esto sugiere que el punto de vista del modelo que estamos analizando que

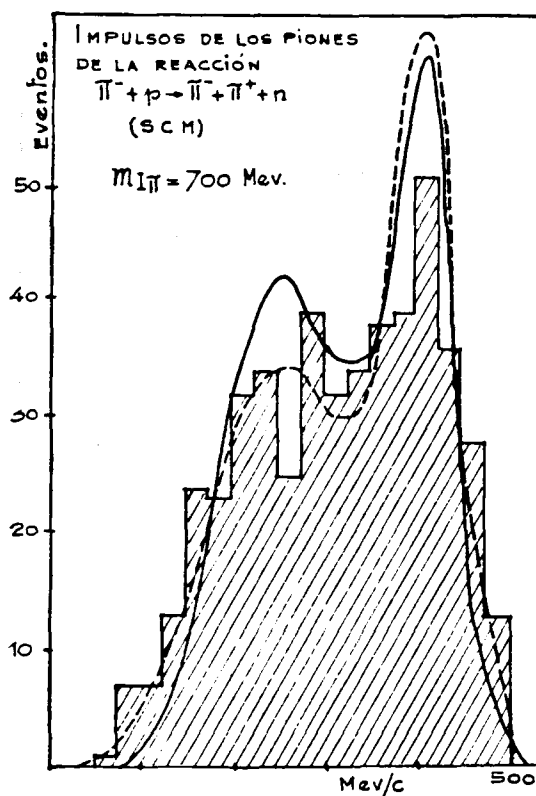


Fig. 7

excluye la interacción directa entre el pión incidente y el nucleón es demasiado restrictivo y que tiene más asidero la consideración de una competencia entre los canales que conducen a la formación de uno y otro isóbaro, sin excluir sin embargo que, producido el isóbaro piónico, sus productos de decaimiento puedan interactuar con el nucleón.

*Agradecimientos.* Agradezco de un modo especial a los Profs. G. Puppi, J. G. Roederer y P. Waloschek, sus valiosas sugerencias. Al Prof. J. J. Giambiagi y a los Dres. D. Bes y J. Fulco, provechosas discusiones sobre el tema y a la Prof. A. Díaz Romero, su eficaz ayuda en los cálculos sistemáticos.

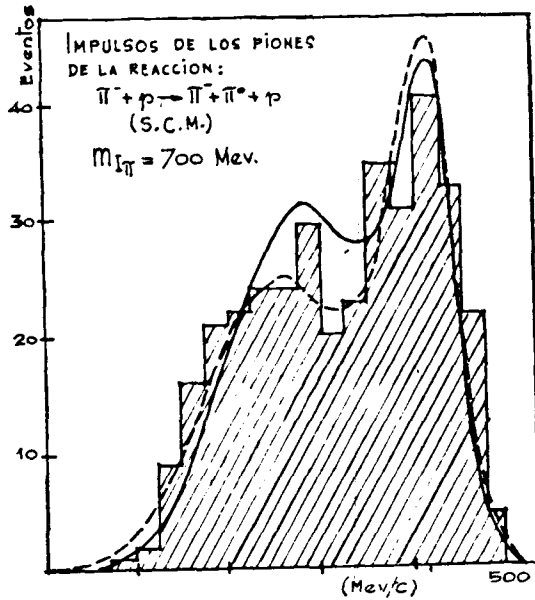
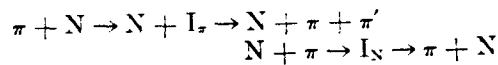


Fig. 8

APENDICE

Se trata de calcular la cinemática del proceso:



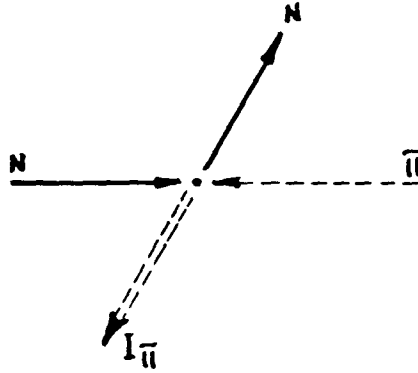
En el estado final de la primera etapa, se tendrá pues un N y un  $I_x$  cuyos impulsos serán:

$$p_N^{CM} = - p_{I_x}^{CM}$$

Indicamos con CM el centro de masa del sistema  $\pi + N$  original.

En la segunda etapa,  $I_{\pi}$  decae en dos piones, tales que:

$$p_{\pi}^* = -p_{\pi'}^* ; \quad E_{I_{\pi}}^* = E_{\pi}^* + E_{\pi'}^*$$



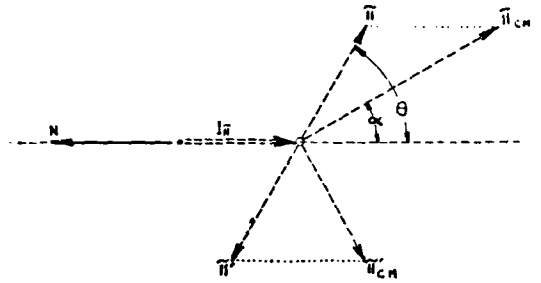
El asterisco indica el sistema del isóbaro en reposo y el decaimiento se supone isótropo.

Para la tercera etapa en que se produce una interacción entre uno de los piones y el nucleón, el sistema laboratorio para tal proceso será el CM. Por lo tanto, se

deberá efectuar el pasaje:

$$p_{\pi}^* \rightarrow p_{\pi}^{\text{CM}}$$

$$\theta_{\pi} \rightarrow \alpha_{\pi}$$



Llamando  $(\text{CM})'$  al centro de masa del  $\pi$  y el  $N$  que van a efectuar la segunda interacción dando lugar a la formación del  $I_N$ , sobre la base del impulso de ambas partículas en el CM y del ángulo entre ellas,  $p_{\pi}^{\text{CM}}$ ,  $p_N^{\text{CM}}$  y  $\alpha$  respectivamente, puede calcularse  $p_{\pi}^{(\text{CM})'}$  y  $p_N^{(\text{CM})'}$  y con ello la energía total del sistema constituido por ambas partículas,  $E^{(\text{CM})'}$ , que dará la masa  $m_{I_N}$  del isóbaro nucleónico.

La primera magnitud a calcular será entonces el impulso  $p_N^{\text{CM}} = -p_{I_{\pi}}^{\text{CM}}$ , el cual, para una energía total en el CM de  $W_c = 1715$  Mev (correspondiente a la energía cinética de 960 Mev del pión incidente) está dado por:

$$p_{I_{\pi}}^{\text{CM}} = \frac{1}{2 W_c} \sqrt{W_c^4 - 2(m_{I_{\pi}}^2 + m_N^2) W_c^2 + (m_{I_{\pi}}^2 - m_N^2)^2}$$

Como  $W_c$  es fija, si fijamos también  $m_{I_\pi}$  resulta que  $p_{I_\pi}^{CM} = -p_N^{CM}$  es también fijo. A su vez, en el decaimiento del  $I_\pi$ , el impulso de los piones en el sistema del  $I_\pi$  en reposo, estará dado por:

$$p_\pi^* = \frac{1}{2} \sqrt{m_{I_\pi}^2 - 4m_\pi^2}$$

que nuevamente resulta fijo. Para la masa  $m_{I_\pi} = 575$  que se había elegido, resultan:

$$p_\pi^* = 251 \text{ Mev/c} \quad ; \quad p_N^{CM} = 393 \text{ Mev/c}$$

y quedan igualmente determinados la velocidad  $\beta$  del isóbaro  $I_\pi$  en el CM y la velocidad del  $\pi$  de decaimiento respecto del  $I_\pi$  en reposo,  $\beta^*$ :

$$\beta = 0,565 \quad ; \quad \beta^* = 0,874$$

Por otra parte, la distribución angular de los  $\pi$  de decaimiento del  $I_\pi$  en el CM, está dada por:

$$\sigma(\alpha, \varphi) = \pm \sigma(\theta, \varphi) \left( \frac{k}{b} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\gamma^2 - \beta^2}{1 - \beta^2} \text{sen}^2 \alpha}}$$

donde se ha supuesto  $\sigma(\theta, \varphi) = \text{constante}$  y

$$\frac{k}{b} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{\gamma + \cos \theta}{\cos \alpha} \quad ; \quad \gamma = \frac{\beta}{\beta^*}$$

o sea:

$$\sigma(\alpha, \varphi) = \pm \frac{1}{1 - \beta^2} \left( \frac{\gamma + \cos \theta}{\cos \alpha} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\gamma^2 - \beta^2}{1 - \beta^2} \text{sen}^2 \alpha}}$$

Ahora bien, para cada ángulo  $\alpha$  entre el  $\pi$  y el N interactuantes en la tercera etapa, se tendrá una  $E^{(CM)'} = m_{IN}$  fija. Como interesa calcular el factor  $N(m_{IN})$  o sea la distribución de frecuencia de pa-

res  $\pi$ , N con energía  $E^{(CM)}$  y éstos corresponden a un determinado ángulo  $\alpha$ , se debe escribir la expresión para  $\sigma(\bar{\alpha}, \varphi)$  en función solamente de  $\bar{\alpha}$ . Teniendo en cuenta que:

$$\cos \theta = \frac{1}{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha} \left\{ -\gamma \operatorname{sen}^2 \alpha \pm (1 - \beta^2) \sqrt{1 - \frac{\gamma^2 - \beta^2}{1 - \beta^2} \operatorname{sen}^2 \alpha} \right\} \cos \alpha$$

resulta:

$$\sigma(\bar{\alpha}, \varphi) = \pm \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \cos^2 \alpha)^2} \left\{ \gamma \cos \alpha \pm \sqrt{1 - \frac{\gamma^2 - \beta^2}{1 - \beta^2} \operatorname{sen}^2 \alpha} \right\}^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\gamma^2 - \beta^2}{1 - \beta^2} \operatorname{sen}^2 \alpha}}$$

y a su vez el impulso de los piones que resultan decaer del  $I_\pi$  formando un ángulo  $\bar{\alpha}$  con el nucleón en el CM, está dado por:

$$p(\alpha) = \frac{p_\pi \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha} \left\{ \gamma \cos \alpha \pm \sqrt{1 - \frac{\gamma^2 - \beta^2}{1 - \beta^2} \operatorname{sen}^2 \alpha} \right\}$$

Para realizar los cálculos sistemáticos, se tabuló  $\cos \alpha$ , tomando valores cada 0,2 y para cada uno se calculó  $E^{(CM)} = m_{IN}$ ,  $N(m_{IN}) = \sigma(\alpha)$  y finalmente:

$$p_{IN}^{CM} = -p_{\pi'}^{CM} = \sqrt{p_N^2 + p_\pi^2 - 2 p_N p_\pi \cos \alpha}$$

con lo cual pueden representarse en un gráfico, en función de  $m_{IN}$ , las cantidades  $N(m_{IN})$ ,  $p_{\pi'}^{CM}$  y si también se agrega  $\sigma_{\pi^+ + p}(m_{IN})$  se tienen todos los elementos para calcular los espectros del  $\pi$  que decae del  $I_N$  y del  $\pi'$  que no ha sufrido ulterior interacción con el nucleón, usando para ello el procedimiento indicado por Lindebaum y Sternheimer para el cálculo del espectro del pión de decaimiento, en el modelo isobárico.

## BIBLIOGRAFIA

- ( 1 ) LINDENBAUM Y STERNHEIMER. *Phys. Rev.* 109, 1723, (1958).
- ( 2 ) ALLES-BORELLI, BERGIA, PÉREZ FERREIRA Y WALOSCHEK. *N. Cim.* 14, 211, (1959).
- ( 3 ) ROSS. *Phys. Rev.* 95, 1687, (1954).
- ( 4 ) MITRA Y DYSON. *Phys. Rev.* 90, 372, (1953).
- ( 5 ) DYSON. *Phys. Rev.* 99, 1037, (1955).
- ( 6 ) TAKEDA. *Phys. Rev.* 100, 440, (1955)
- ( 7 ) GOTÔ. *N. Cim.* 8, 625, (1958).
- ( 8 ) FRAZER Y FULCO. *Phys. Rev. Letters* 2, 365, (1959).
- ( 9 ) CHEW Y Low. *Phys. Rev.* 113, 1640, (1959).
- (10) GOEBEL. *Phys. Rev. Letters* 1, 337 (1958).
- (11) BONSIGNORI Y SELLERI. *N. Cim.* 15, 465 (1960)
- (12) SELLERI. Preprint CERN, 1960.
- (13) LANDOVITZ Y MARSHALL. *Phys. Rev. Letters* 4, 474 (1960).
- (14) BLOKHINTSEV Y WANG YUNG, Preprint JINR, D-576 (1960).
- (15) CARRUTHERS Y BETHE. *Phys. Rev. Letters* 4, 536 (1960).