

C. N. E. A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1986

02.86.01

CNEA NT - 25/86

CNEA

VIII Reunión de Trabajo en Física Nuclear

TANDAR, Buenos Aires
14 al 18 de octubre de 1985

VIII
Reunión
de
Trabajo
en
Física
Nuclear

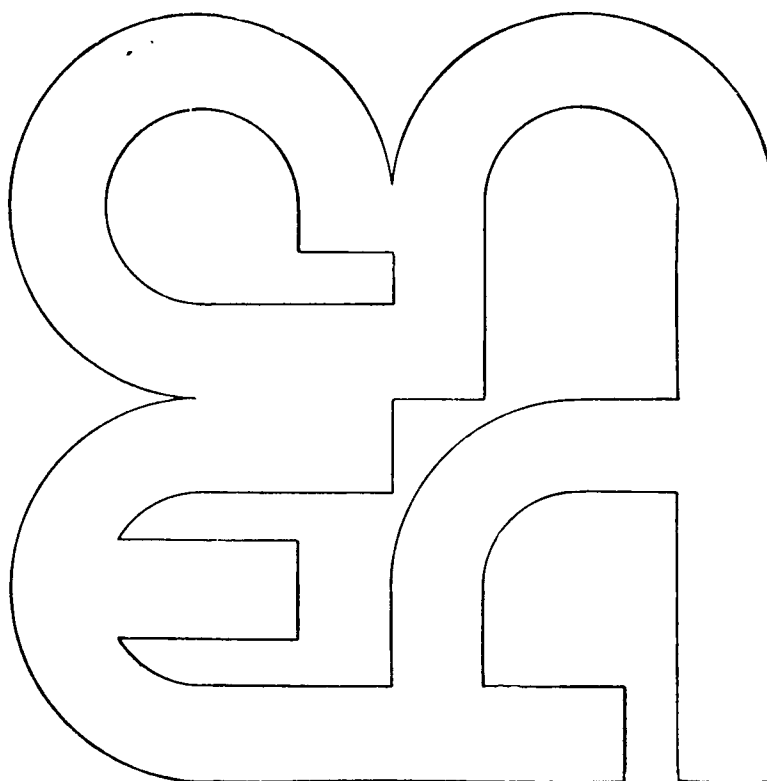
Departamento de Física

Comisión Nacional
de Energía Atómica

Dirección de
Investigación y Desarrollo

Gerencia de
Investigaciones

Buenos Aires - Argentina
1986



1986

VIII Reunión de Trabajo en Física Nuclear

TANDAR, Buenos Aires
14 al 18 de octubre de 1985

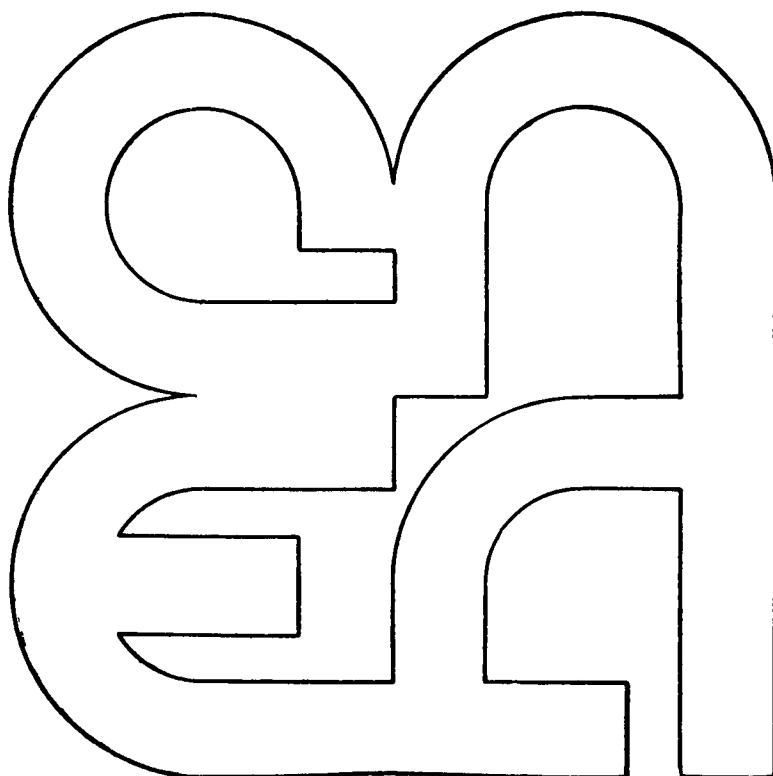
Departamento de Física

Comisión Nacional
de Energía Atómica

Dirección de
Investigación y Desarrollo

Gerencia de
Investigaciones

Buenos Aires - Argentina
1986



INDICE

INTRODUCCION	V
PROGRAMA	VII
LISTA DE PARTICIPANTES	IX

CURSOS

Altos momentos angulares	1
D.R.Bes, A.O.Macchiavelli	
Modelos colectivos nucleares	55
R.P.J.Perazzo	

CONFERENCIAS

Microscopía del modelo de bosones interactuantes en núcleos deformados	104
J.Dukelsky	
Intermediate structures in the $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ and $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ systems, an experimental study	117
M.J.Bechara	
Comportamiento sistemático para degeneraciones grandes en un modelo soluble	145
G.Cambiaggio, G.G.Dussel y M.Saraceno	
Angular Momentum Transfer in Deep-Inelastic Heavy-Ion Collisions	152
P.Carrilho Soares	
Bandas doblemente desacopladas en núcleos deformados impar-impar	167
A.Kreiner	

Procesos de captura radiactiva	179
I.Nemirovsky	
Cálculo de secciones de choque de reacciones con muchos canales abiertos	181
P.R.Pascholati, V.Vanin y T.Kodama	
Estadística y termodinámica nuclear. Una aproximación ..	186
D.Otero, A.L.Plástico, A.N.Proto, E.Duering y D.R.Napoli	
Distribución angular de la radiación emitida luego de la excitación de una resonancia gigante inducida por disper sión inelástica	201
J.Testoni	
Correlations in the Sp. (1,R) Model for the Monopole Oscillations	214
E.J.V. de Passos y M.M.B.M. de Oliveira	

INTRODUCCION

Este volumen contiene las contribuciones a la VIII Reunión de Trabajo en Física Nuclear, que fué realizada en las instalaciones del Proyecto TANDAR del Departamento de Física de la CNEA del 14 al 18 de octubre de 1985.

Estas reuniones que comenzaron en 1978 y se han desarrollado a lo largo de estos últimos 8 años, han venido realizándose con modalidades diferentes, acordes con las etapas en las que el proyecto TANDAR iba cristalizándose. La VIII Reunión puede caracterizarse por un hecho de alta relevancia en la vida de nuestro laboratorio; es la primera vez que se presentan resultados de experiencias realizadas con el acelerador TANDAR. Si bien todavía hay que optimizar ciertos aspectos técnicos relacionados con el acelerador, proceso de medición, y adquisición de datos, confiamos que en el futuro próximo se pueda contar con un laboratorio de primera línea a nivel internacional. Este objetivo constituye sin duda nuestro mayor desafío.

Como ya ha sucedido en Reuniones anteriores, la presencia de colegas extranjeros ha sido un aporte sumamente positivo. Al intercambio de información científica, se ha sumado ahora la posibilidad de trabajos experimentales en colaboración. Confiamos en que estos vínculos se hagan cada vez más estrechos, para beneficio nuestro y de los colegas extranjeros que deseen utilizar las facilidades de nuestro laboratorio.

El alto nivel de las exposiciones, junto con lo mencionado anteriormente, nos hace evaluar esta VIII Reunión como muy positiva, deseando que en el futuro se siga con la tendencia actual de desarrollo optimizando aún más los resultados actualmente obtenidos.

Para finalizar, el Comité de Organizadores desea agradecer a todos los miembros del laboratorio y en especial a los oradores locales y extranjeros por el esfuerzo realizado. Asimismo, queremos dejar asentado nuestro agradecimiento a nuestras secretarías y al personal de mantenimiento por el apoyo logístico brindado.

Junio 1986

A.M.J. Ferrero
H.M. Sofía
Comité Organizador

VIII REUNION DE TRAEJO EN FISICA NUCLEAR

	LUNES 14	MARTES 15	MIERCOLES 16	JUEVES 17	VIERNES 18
9.00		4)	9)	12)	17)
9.30		Norberto Fazzini	Dino Otero	Francisco Brieva	P.Carrilho Soares Filho
	Bienvenida				
10.00	INTERVALO		INTERVALO		INTERVALO
10.15	1)	5)	10)	13)	18)
	Daniel Bes	Daniel Bes	A.Osvaldo Macchiavelli	Roberto Perazzo	Roberto Perazzo
11.15	INTERVALO		INTERVALO		INTERVALO
11.30	2)	6)	11)	14)	19)
	Cristina Cambiaggio	Maria Jose Bechara	Andrés Kreiner	Giovanni Pollarolo	Jorge Dukelsky
12.30					
	A L M U E R Z O	A L M U E R Z O	A L M U E R Z O		
14.30	3)	7)		15)	20)
	Oswaldo Civitarese	Pascholati	Libre	Jorge Testoni	Ernesto Maqueda
		8)			
		I.Nemirovsky			
15.30	INTERVALO			INTERVALO	
16.00				16)	
	Discusiones Informales	Discusiones Informales	Libre	Emerson J.V. de Passos	
17.00					

Encargados de cada sesión:

Lunes 14	H.M.Sofia
Martes 15	C.Pomar
Miercoles 16	G.García Bermudez
Jueves 17	A.Pacheco
Viernes 18	S.L.Reich

LUNES 14

- 1) Altos Momentos Angulares I.
D.Bes
- 2) Comportamiento sistemático para degeneraciones grandes en un modelo soluble.
C.Cambiaggio
- 3) Efectos Térmicos en Materia Nuclear y Núcleos Finitos.
O.Civitarese

MARTES 15

- 4) Estado actual del acelerador TANDAR.
N.Fazzini
- 5) Altos Momentos Angulares II.
D.Bes
- 6) Estructuras Intermedias en los sistemas $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ y $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$.
M.J.Bechara
- 7) Cálculo de las secciones de Choque de reacciones con muchos canales abiertos.
P.R.Pascholati
- 8) Captura Radiativa
I.Nemirovsky

MIÉRCOLES 16

- 9) Estadística y Termodinámica Nuclear. Una aproximación.
D.Otero
- 10) Altos Momentos Angulares III.
A.O.Macchiavelli
- 11) Bandas doblemente desacopladas en núcleos deformados.
A.Kreiner

JUEVES 17

- 12) Inclusive Nucleon Scattering.
F.Brieva
- 13) Modelos Colectivos Nucleares I.
R.P.J.Perazzo
- 14) Multiphonon excitations in Inelastic Heavy Ion Scattering
G.Pollarolo
- 15) Distribución angular de la radiación emitida luego de la excitación de una Resonancia Gigante por dispersión inelástica.
J.Testoni
- 16) Correlaciones en el modelo $\text{Sp}(1, \text{R})$ de oscilaciones monopolares.
E.J.V. de Passos

VIERNES 18

- 17) Angular Momentum Transfer in Deep Inelastic Heavy Ion Collisions.
P.Carrilho Soares Filho
- 18) Modelos Colectivos Nucleares II.
R.P.J.Perazzo
- 19) Aproximación microscópica al "Modelo de bosones interactuantes" en núcleos deformados
J.Dukelsky
- 20) Resumen final.
E.Maqueda

LISTA DE PARTICIPANTES

FISICA NUCLEAR

Abriola D.	CNEA
Achterberg E.	CNEA
Acosta de Mehr M.T.	CNEA
Aliaga J.	UBA
Ballesterio M.	CNEA
Bechara, M. José	USP
Berisso M.C.	CNEA
Bernaola O.	CNEA
Bernath M.	CONICET-CNEA
Bes D.	CNEA
Brieva F.Q	U.CH
Cambiaggio C.	CONICET-CNEA
Cardona M.A.	CNEA
Carpintero E.	UNCPBA
Carrilho Soares Filho	UFRJ
Ceballos A.	CNEA
Civitarce O.	UNLP
Curutchet P.	CIC-CNEA
Davidson J.	UBA
Davidson M.	UBA
Debray M.	CNEA
Di Gregorio D.	CNEA
Dussel G.	CNEA
Dukelsky J.	CNEA
Dragún O.	CNEA
Etchegoyen A.	CNEA
Fazzini N.	CNEA
Fendrik A.	CIC-CNEA
Fernández Niello O.	CNEA
Ferrero A.M.J.	CNEA
Filevich A.	CNEA
Galia M.C.	CNEA
García Andrada G.	CNEA
García Bermúdez G.	CNEA
Gil S.	CNEA
González H.	CNEA
Hernández S.	UBA
Huck H.	CNEA
Jech A.	CNEA
Kreiner A.	CNEA
Lenzi S.	CONICET-CNEA
López García A.	UNLP
Macchiavelli O.	CNEA
Maqueda E.	CNEA
Mariscotti M.A.J.	CNEA
Massolo P.	CIC-UNLP

Mazzei R.	CNEA
Menchaca Rocha A.	U.CH
Mosca H.	CNEA
Napoli D.	CNEA
Nemirovsky I.	CAB
Nicolai J.	CNEA
Otero D.	CNEA
Pacheco A.	CNEA
Pascholati P.	USP
Passos E.J.V.de	USP
Perez de Rossi M.	CNEA
Perez Ferreira E.	CNEA
Perazzo R.P.J.	CNEA
Pollarolo G.	IFT
Pomar C.	CNEA
Proto A.	CNEA
Reich S.	CNEA
Requejo R.	CNEA
Rossi J.J.	CNEA
Salem L.	CAB
Santos D.	CNEA
Saraceno M.	CNEA
Sccocola N.	CNEA
Sofía H.	CNEA
Spina M.E.	CAB
Tau S.	CNEA
Tersigni A.	CNEA
Testoni J.	CNEA
Ventura E.	CNEA
Wio H.	CAB

CAB:	Centro Atómico Bariloche
CIC:	Centro de Investigaciones Científicas
CNEA:	Comisión Nacional de Energía Atómica
CONICET:	Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas
IFT:	Instituto di Fisica Teorica, Univesita di Torino, Italia
UBA:	Universidad de Buenos Aires
U.CH:	Universidad de Chile
UFRJ:	Universidad Federal de Río de Janeiro
UNLP:	Universidad Nacional de La Plata
USP:	Universidad de Sao Paulo, Brasil

CURSOS

ALTOS MOMENTOS ANGULARES

D.R. Bes y A.O. Macchiavelli

Departamento de Física. CNEA

INTRODUCCION

- I. MOVIMIENTO CLASICO DE PARTICULAS CON MOMENTO ANGULAR DEFINIDO
EN UN NUCLEO ROTANTE
- II. TRANSICION DE SUPERFLUIDOS A NORMAL
- III. ESTRUCTURA NUCLEAR A MUY ALTO MOMENTO ANGULAR
 - III.1. Terminación de bandas
 - III.2. Momento de inercia
 - III.3. Superdeformaciones
 - III.4. Efectos de capa

ALTOS MOMENTOS ANGULARES

D.R. Bes y A.O. Macchiavelli

Departamento de Física, CNEA.

INTRODUCCION

La posibilidad de estudiar la estructura nuclear a momentos angulares tan altos como los que pueden mantener los núcleos antes de fisiónar, es tal vez uno de los temas más interesantes de la física nuclear de los últimos años. La gran cantidad de trabajos realizados en este tema¹⁾ en diversos laboratorios del mundo, demuestra el particular interés de los físicos nucleares en los ALTOS MOMENTOS ANGULARES.

Los límites en la producción de altos momentos angulares están dados por la barrera de fisión. Una estimación basada en el modelo de la gota líquida²⁾ se muestra en la figura 1. Sin entrar en detalles diremos que la línea punteada define la región en la cual los núcleos decaen por emisión de partículas livianas dejando al núcleo residual con un alto espín, emitiendo finalmente rayos γ .

Intuitivamente, nos damos cuenta que a alto momento angular, en un régimen donde los nucleones se ven sometidos a intensas fuerzas de Coriolis y centrífugas, será posible inducir cambios en la estructura nuclear. Veamos algunas energías de interés; para el máximo de la fig.1 que corresponde a $A \approx 130$ e $I \approx 70$ tenemos:

Energía de rotación	$\approx$	35 MeV
Energía de apareamiento	$\approx$	3 MeV
Energía de deformación		
$\approx$ Energía de capas	$\approx$	10 MeV
Energía coulombiana		
$\approx$ Energía de superficie	$\approx$	500 MeV

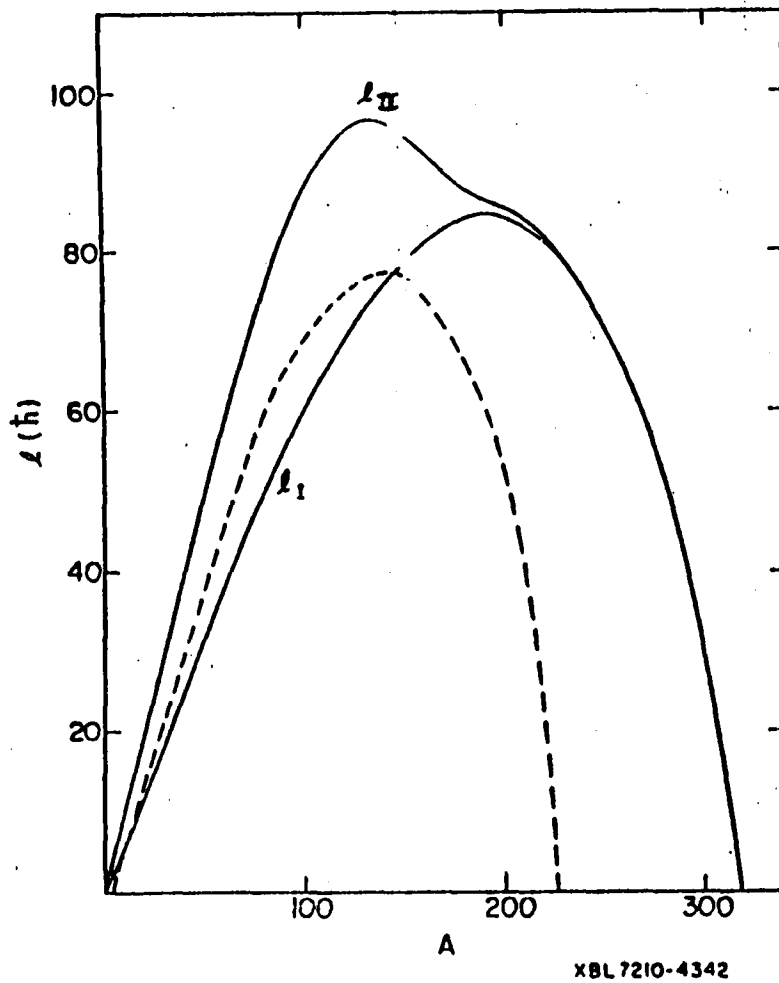


Fig 1. Máximo momento angular como función de A de acuerdo al modelo de la gota líquida²⁾. La línea rayada corresponde al decaimiento por emisión de partículas livianas y rayos γ .

Por debajo de la curva l_I se obtienen deformaciones obladas, mientras que entre l_I y l_{II} la deformación es triaxial.

Vemos que el término rotacional domina la energía de apareamiento y de deformación, es entonces obvio que el momento angular originará cambios como la reducción de la interacción de apareamiento y la forma de los núcleos. Más aún, estando las energías coulombianas y de superficie compensadas, la energía rotacional será suficiente para desbalancear este equilibrio hacia la fisión.

Hemos dividido esta charla esencialmente en tres partes. En la primera discutiremos un modelo sencillo, para el movimiento de partículas en un núcleo en rotación. A pesar de su simplicidad este modelo nos permite entender en forma clara y transparente ciertas propiedades del movimiento de partícula independiente en un sistema rotante, que ha jugado un papel muy importante en la zona de espines intermedios ($\leq 30\hbar$)

En la segunda parte, y también en base a la discusión de un modelo sencillo, atacaremos el fascinante problema de la transición superfluido-normal analizando especialmente las características de esta transición de fase que pueden ser detectadas experimentalmente.

Por último, nos acercaremos a la zona de muy altos momentos angulares ($I \gtrsim 40\hbar$) donde presentaremos algunos resultados experimentales recientes: discutiremos el fenómeno de terminación de bandas, superdeformaciones y efectos de capa.

Si bien existe una cierta conexión natural entre las 3 partes, hemos tratado de que cada una por separado sea autosuficiente para su comprensión. Puede entonces el lector, empezar por cualquiera de las tres sin riesgo de tener que referirse a las otras para ver que se quiso decir.

-
1. R.M. Diamond y F.S. Stephens, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 30 (1980)85
M.A.J. de Voigt, J. Dudek y Z. Szymanski, Rev.Mod.Phys. 55 (1983)949
 2. S. Cohen, F. Plasil y W.J. Swiatecki, Ann. Phys. 82 (1974) 557.

I. MOVIMIENTO CLASICO DE PARTICULAS CON MOMENTO ANGULAR DEFINIDO EN UN NUCLEO ROTANTE

El modelo más simple para estudiar el problema de partículas moviéndose en un potencial deformado y rotante, restringe el movimiento de las partículas a una capa j . Suponiendo simetría axial, la energía de partícula independiente puede escribirse:

$$\epsilon = -K' Y_{20} - \omega j_1 = K j_3^2 - \omega j_1 \quad (1)$$

donde hemos omitido una constante. Además existe la restricción

$$j^2 = j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 \quad (2)$$

En el plano (1,3) las soluciones se obtienen mediante las intersecciones de la parábola definida por la ec.(1), con el círculo dado por la ec.(2). Estas soluciones pueden clasificarse en dos tipos distintos, correspondientes a los intervalos de energía.

$$-\omega j < \epsilon < \omega j \quad (\text{RAL})$$

(3)

$$\omega j < \epsilon < K j^2 + \frac{\omega^2}{4K} ; \quad \omega < 2Kj \quad (\text{DAL})$$

En una solución tipo RAL (con Alineación Rotacional), existe un solo valor de j_1 que satisface ambas ecuaciones (si $j_2 = 0$). El momento angular está preponderantemente alineado con el eje de rotación (zonas sombreadas de las figs. 1(a) y 1(b)). En las soluciones tipo DAL (Alineadas por la Deformación) el momento angular precede alrededor del eje de simetría. Las proyecciones posibles se distribuyen en 2 zonas separadas $\pm j_3$, igualmente probables (figs. 1(c) y 1(d)).

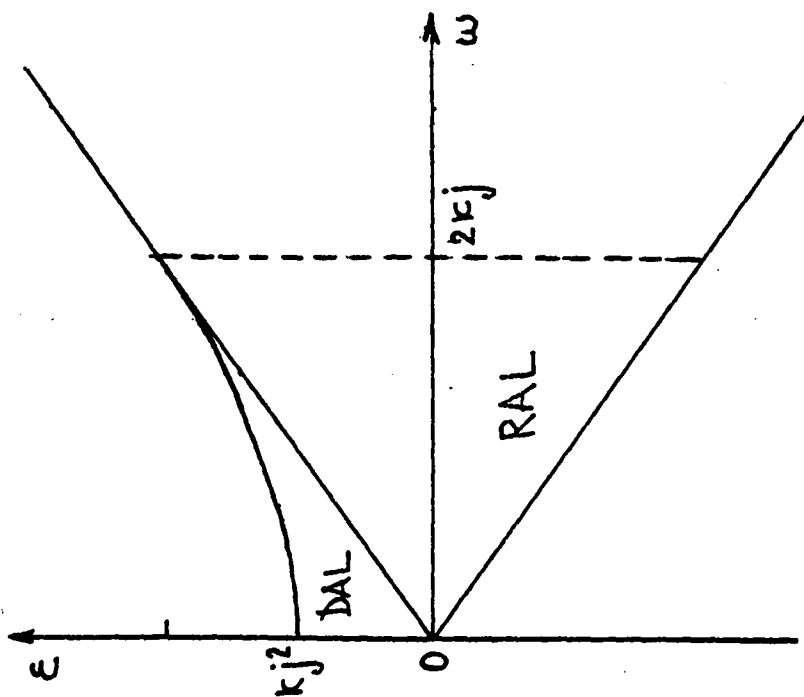


Fig. 2- Representación de las separatrices para el movimiento de una partícula, en el plano (ϵ, ω) (ec. 1). Se indican los regímenes DAL y RAL.

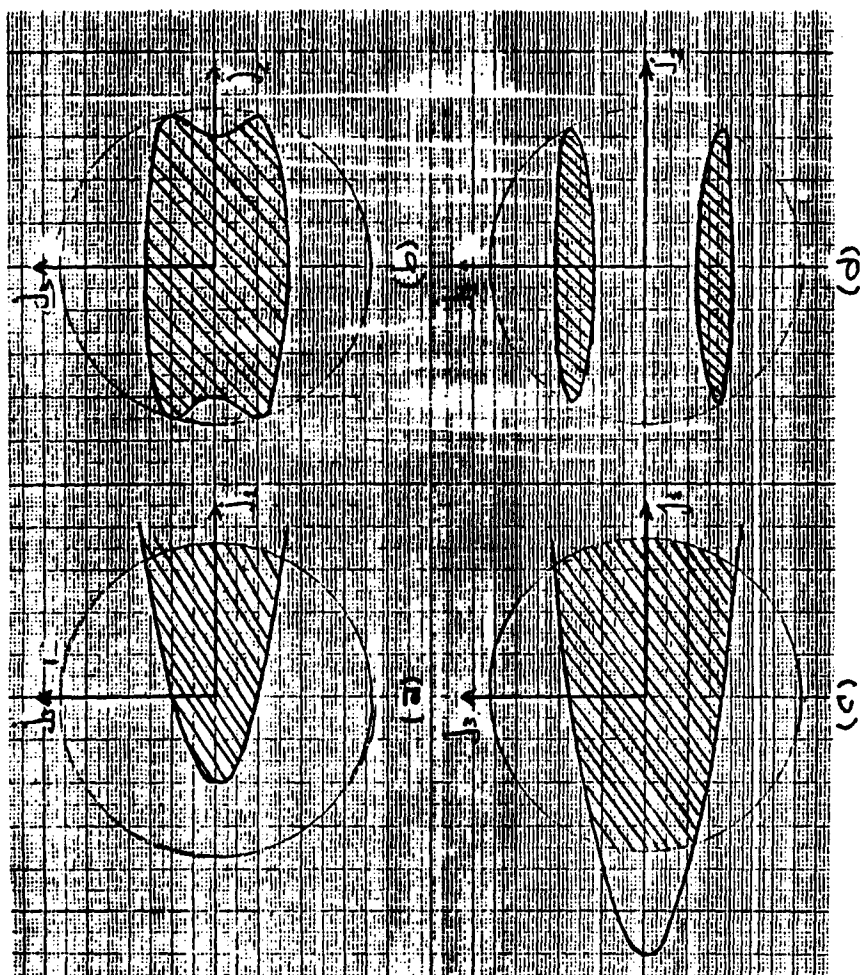


Fig. 1 - Proyecciones (a, b) y (c, d) del movimiento de una partícula con un j definido y con energía ϵ (ec. (1)). Las figs. (a) y (b) corresponden a una situación RAL y las (c) a un movimiento DAL.

La fig.2 corresponde al análogo clásico de las energías de Nilsson para un potencial rotante, representadas en función de la frecuencia de rotación. Para frecuencias menores a $2\kappa_j$ aparecen dos zonas de energía correspondientes a los regímenes RAL y DAL respectivamente. Para $\omega > 2\kappa_j$ sólo es posible el régimen RAL.

El análisis cualitativo de las órbitas clásicas proporciona la información necesaria para comprender las alineaciones y la separación de niveles de distintas signaturas en el cálculo cuántico.

La alineación corresponde al promedio temporal de la componente del momento angular a lo largo del eje de rotación. La alineación máxima $j_1 = j$ está asociada con energías cercanas al valor $\epsilon = -\omega j$. La alineación decrece al crecer la energía. Existe una órbita singular, la Separatriz, que separa el espacio de las fases en regiones caracterizadas por órbitas topológicamente distintas. El movimiento clásico a lo largo de la separatriz tiene un período infinito. Este hecho refleja el tiempo infinitamente largo necesario para aproximarse a un punto de ensilladura, que en este caso corresponde a la máxima antialineación $j_1 = -j$. Las órbitas cerca del máximo $\epsilon = \kappa_j^2 + \omega^2/4\kappa$ tienen una alineación $-\omega/2\kappa$.

La signatura κ resulta del hecho que el hamiltoniano es invariante respecto de una rotación de 180° alrededor del eje de rotación. Cuando se trata de una órbita con energía debajo de la separatriz, esta rotación transforma la órbita en sí misma. Es decir, estas órbitas son invariantes respecto de la operación de simetría. La signatura de cada órbita depende de su proyección m ($\alpha = \frac{1}{2}(-)^{m-\frac{1}{2}}$). No hay entrecruzamientos de órbitas en el régimen RAL (mientras se conserve el signo de κ). Para asignar signaturas en órbitas DAL notamos que las órbitas septentrionales y australes de la fig. 1(d) no son invariantes respecto de la operación de simetría, sino que unas se transforman en otras. En consecuencia, estas órbitas dan lugar a un par de estados cuánticos aproximadamente degenerados con signaturas opuestas. La pequeña separación del doblete

está determinada por el efecto túnel a través del ecuador. El estado de menor energía de cada doblete es aquel sin nodos en el ecuador ($\alpha = \frac{1}{2} (-)^{j-\frac{1}{2}}$).

Incorporamos ahora el principio de Pauli al movimiento clásico: existe una energía de Fermi λ a partir de la cual los niveles están desocupados. Para bajas frecuencias de rotación, las energías de excitación del sistema son:

$$\epsilon = |kj_3^2 - \lambda| - \omega j_1 \quad (4)$$

A comienzos de la capa, λ es pequeño. Vale entonces el comportamiento descrito anteriormente en (1) y (2). Por el contrario, para λ finitos (por ejemplo, en la mitad de la capa, $\lambda = kj^2/4$), la curva (4) se obtiene como la superposición de dos curvas (+) y (-), correspondientes a partículas y agujeros, respectivamente

$$\epsilon^{(+)} = kj_3^2 - \lambda - \omega j_1 \quad ; \quad kj_3^2 > \lambda \quad (5a)$$

$$\epsilon^{(-)} = \lambda - kj_3^2 - \omega j_1 \quad ; \quad \lambda > kj_3^2 \quad (5b)$$

Aparece un nuevo régimen cuando las dos curvas (5) coinciden en el mismo punto con el círculo (2). Para ello se requiere:

$$j_3^2 = \lambda/k \quad j_1 = j_2 = (j^2 - \lambda/k)^{1/2} \quad \epsilon = -\omega j_2 \quad (6)$$

El nuevo régimen desaparece cuando las dos curvas (5) coinciden con el círculo (2) para un valor negativo de j_1 .

$$j_3^2 = \lambda/k \quad j_1 = -j_2 \quad \epsilon = \omega j_2 \quad (7)$$

En consecuencia, en el intervalo

$$-\omega j_\lambda < \epsilon < \omega j_\lambda \quad (8)$$

el momento angular está alineado (o antialineado), ver figs.3(a) y 3(b)

$$j_1 = -\epsilon/\omega \quad j_3 = \pm (\lambda/k)^{1/2} \quad (9)$$

Como la dirección del alineación depende del nivel de Fermi, este régimen se llama de Alineación de Fermi (FAL).

De (9) deducimos:

$$0 \leq \lambda \leq k j^2 \quad (10)$$

ya que (9) debe ser interior al círculo j^2 .

Existe una segunda condición para la existencia de la zona FAL, pues el vértice de la parábola (5b) ($j_3=0$) debe ocurrir para $j_1 > j$. Es decir

$$\epsilon < \lambda - \omega j \quad (11)$$

La generalización del diagrama de Nilsson para el caso de partículas y agujeros está dada en la fig. 4. Las líneas llenas corresponden a las partículas (5a) y son las mismas de la fig. 2 desplazadas (hacia abajo) en $-\lambda$. Las líneas punteadas corresponden a los agujeros (5b). Se obtienen invirtiendo las anteriores y desplazándolas hacia arriba en λ . Las rectas $\pm \omega j_\lambda$ que determinan la zona FAL están representadas por segmentos. Tanto de la fig. 3 como de la fig. 4 se deduce que para que el régimen FAL tenga lugar, por lo menos una de las curvas (5) tiene que corresponder al régimen DAL.

Si consideramos ahora las correlaciones de apareamiento, en una aproximación clásica las energías de excitación se escriben

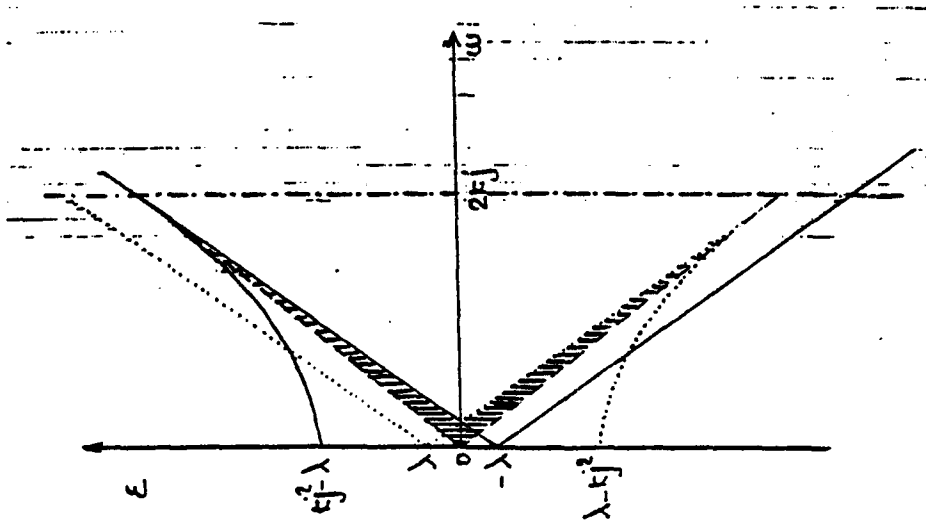


Fig. 4 - Representación de las separatrices correspondientes al movimiento de una partícula o agujero (ec.(4)) en el plano (ϵ, ω) para un $\lambda k j^2/4$. La zona rayada corresponde al movimiento FAL.

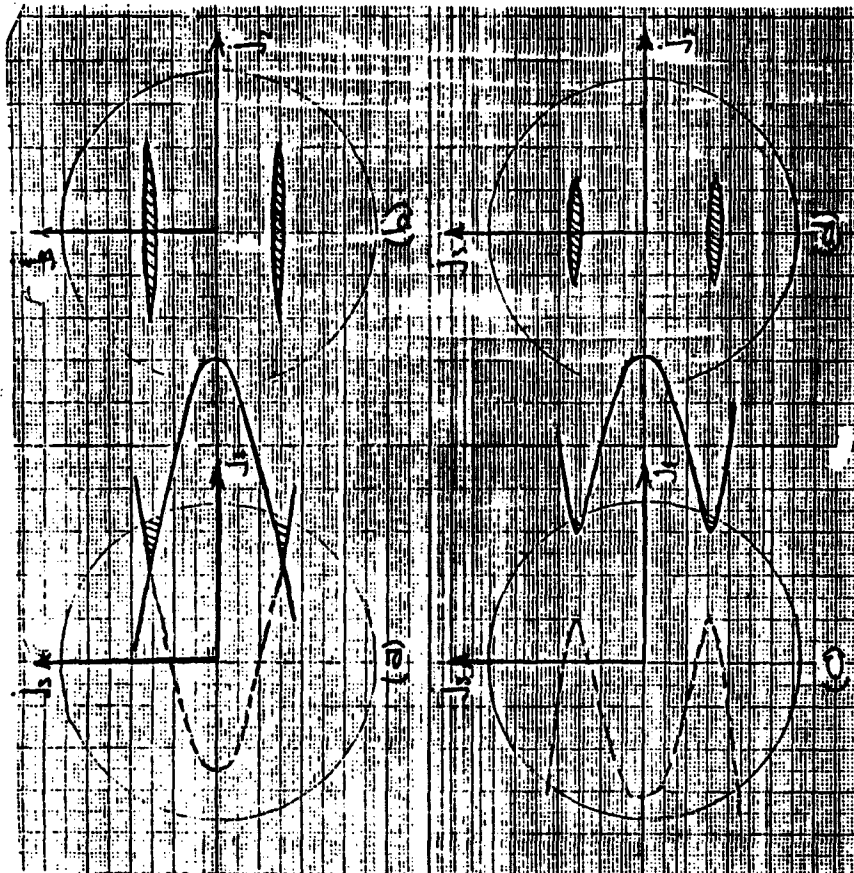


Fig. 3 - Proyecciones (1,3), (2,3) de la energía de partícula o agujero en el caso de un movimiento FAL. Las figs. (a) y (b) corresponden a la ec.(4) mientras que la (c) y la (d), a la (12).

$$\epsilon = \epsilon^{(+)} = [(Kj_3^2 - \lambda)^2 + \Delta^2]^{1/2} - \omega j_1 \quad (12)$$

donde se desprecian los términos de j_1 que crean dos cuasi-partículas.

La curva definida por (12) es semejante a la (4) con la diferencia de que el entrecruzamiento de las curvas (+) y (-) es reemplazada por una repulsión entre las dos soluciones (fig. 3c). Una consecuencia de la repulsión es que no hay valores de j_1 en el intervalo

$$-\frac{\epsilon}{\omega} - \frac{\Delta}{\omega} < j_1 < -\frac{\epsilon}{\omega} + \frac{\Delta}{\omega} \quad (13)$$

Las separatrices definidas por las condiciones (8) deben ser reemplazadas por cuatro nuevas separatrices. La primera $S_1^{(+)}$ define la energía mínima necesaria para que la curva (12) toque al círculo j^2 . Corresponde a $\epsilon = -\omega j_\lambda$ (eq.6), si $\Delta=0$. La segunda $S_2^{(+)}$ define la energía máxima para que haya una solución tipo FAL y se reduce a (7) si $\Delta=0$. Ambas determinan un cono cuyo vértice está desplazado en Δ (fig.5).

Existen también la separatriz $S_U^{(+)}$ análoga a (11). El valor máximo de la energía está dado por $S_D^{(+)}$, análogo al límite superior en la segunda eq.(3). Para valores pequeños de ω ($\omega \ll 2kj$), el valor de las separatrices es:

$$\left\{ \begin{array}{ll} S_1^{(+)} : & \epsilon = \Delta - \omega j_\lambda \quad ; \quad j_1 > j_\lambda \\ S_2^{(+)} : & \epsilon = \Delta + \omega j_\lambda \quad ; \quad -j_\lambda < j_1 < 0 \\ S_L^{(+)} : & \epsilon = (\lambda^2 + \Delta^2)^{1/2} + \omega j \quad ; \quad j_1 = -j \\ S_U^{(+)} : & \epsilon = (\lambda^2 + \Delta^2)^{1/2} - \omega j \quad ; \quad j_1 = j \\ S_D^{(+)} : & \epsilon = [Kj^2 - \lambda]^2 + \Delta^2)^{1/2} + \omega^2/4K \quad ; \quad -j_\lambda < j_1 < 0 \end{array} \right. \quad (14)$$

Existe también un sistema simétrico de separatrices obtenido a partir de la curva

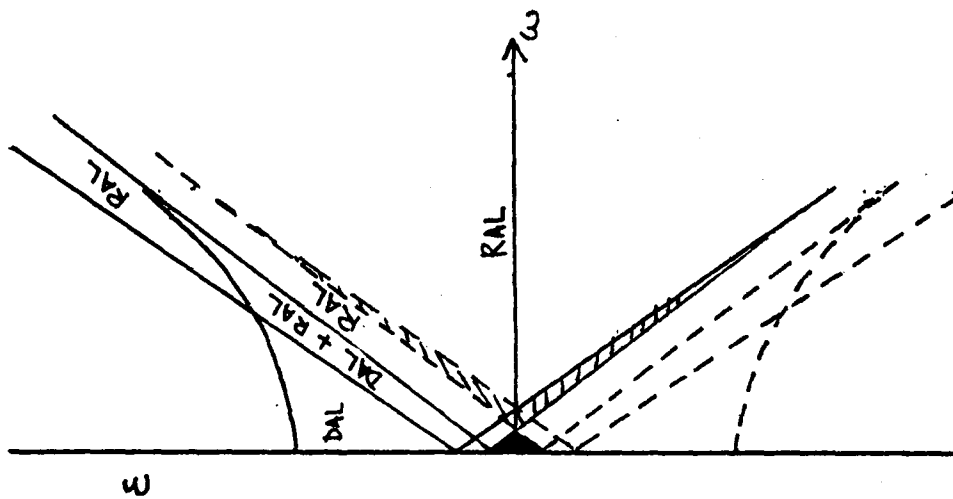


Fig.5 - Representación de las separatrices correspondientes al movimiento de una cuasi-partícula (ec.(12)) en el plano (ϵ, ω) para un $\lambda k_1/4$. La zona rayada corresponde al movimiento FAL. En la zona oscura no hay estados posibles.

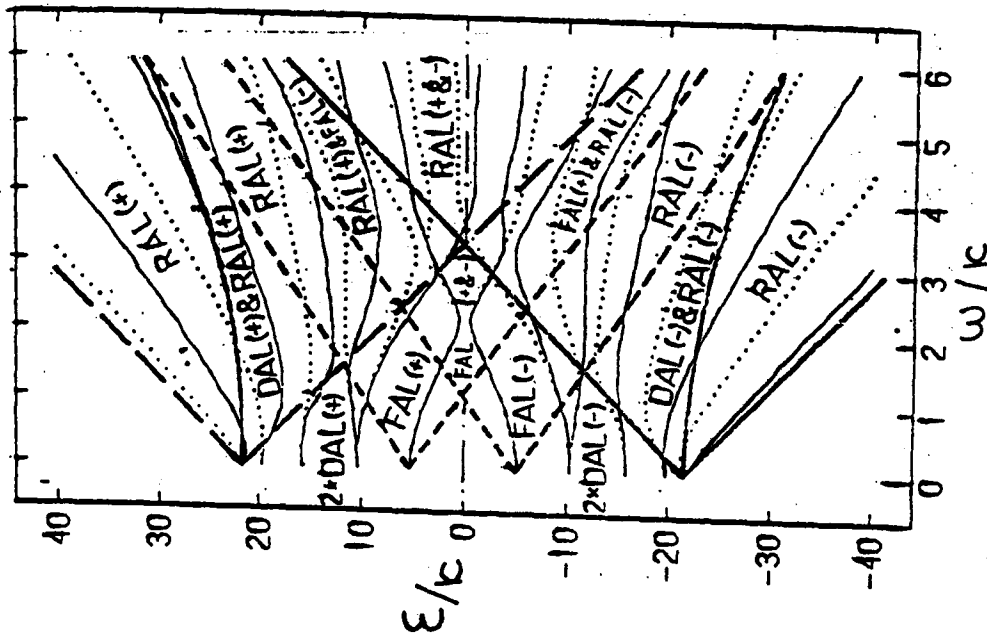


Fig.6 - Los routhianos cuánticos de la capa $1/4$ superpuestos a las separatrices clásicas. La superficie de Fermi está en la mitad de la capa ($\lambda = 21.25K$ y $\Delta = 5.19K$).

$$\epsilon^{(-)} = - [(K j_3^2 - \lambda)^2 + \Delta^2]^{1/2} - \omega j_1 \quad (12')$$

En el diagrama (ϵ, ω) de la fig. 5 aparecen dos corredores simétricos definidos por los pares $(S_1^{(+)}, S_2^{(-)})$ y $(S_1^{(-)}, S_2^{(+)})$. No existen estados en la zona en la que dos corredores se superponen. El ancho de los corredores es aproximadamente 2Δ y dentro de ellos hay sólo estados RAL, consecuentemente con una disminución en la densidad de niveles en la zona del gap.

Cuando las separatrices clásicas se traslapan con el espectro cuántico (fig.6) resalta el hecho de que la estructura del espectro cuántico está determinada por las zonas limitadas por las separatrices. Las regiones correspondientes a los estados RAL contienen niveles con una misma pendiente y bien separados entre sí, con signatures alternadas. Las regiones FAL y DAL contienen niveles degenerados de distinta signature pero en tanto los primeros tienen pendientes relativamente grandes, las de los segundos son horizontales.

¿Qué sucede si la deformación no tiene simetría axial?. El potencial de partícula independiente es entonces:

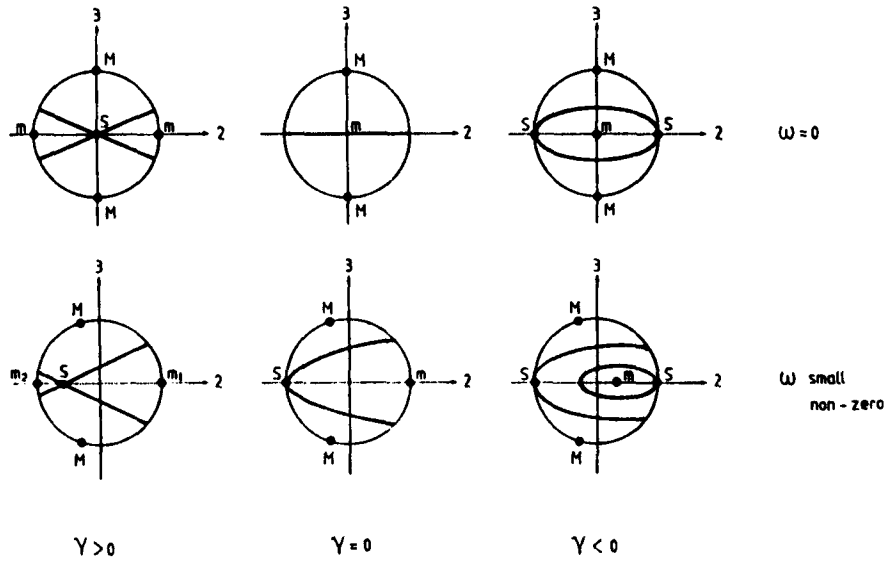
$$V = K [(j_3^2 - j(j+1)/3) \cos \gamma + (j_2^2 - j_1^2) \sin \gamma / \sqrt{3}] \quad (15)$$

Si incluimos el apareamiento, las energías de cuasipartículas están dadas

$$\epsilon = [(V - \lambda)^2 + \Delta^2]^{1/2} - \omega j_1 \quad (16)$$

De acuerdo con la figura 7(b), para $\omega, \gamma \neq 0$ la energía mínima $\underline{m}$ ocurre para valores finitos (y simétricos) de $\pm j_3$ (ver eq.(6)). Esta descripción se modifica aún para pequeños valores de γ . Para $\gamma > 0$ existe un doblete en $\omega=0$ (fig.7(b)). Los estados de este doblete se separan a

a
$$h = \frac{k}{j(j+1)} \left\{ (3j_z^2 - j(j+1)) \cos \gamma - \sqrt{3} (j_z^2 - j_z) \sin \gamma \right\} - \omega j_z$$



b
$$h = \sqrt{\left[\frac{k}{j(j+1)} \left\{ (3j_z^2 - j(j+1)) \cos \gamma - \sqrt{3} (j_z^2 - j_z) \sin \gamma \right\} - \lambda \right]^2 + \Delta^2} - \omega j_z$$

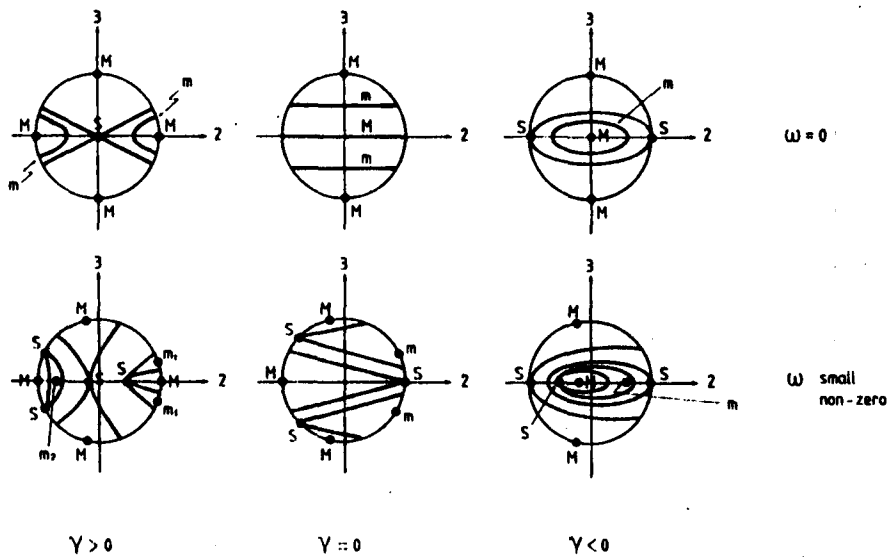


Fig.7 - (a) órbitas clásicas en ausencia de correlaciones de apareamiento (b) Idem en presencia de correlaciones de apareamiento. En esta figura el eje de rotación es el eje 2.

medida que la frecuencia aumenta debido al término lineal en (eq.(16)) que produce una diferencia de energía entre los mínimos a la derecha y a la izquierda. La signatura del estado de menor energía dependerá del llenado de la capa, ya que los estados asociados con el mínimo de la derecha alternan su signatura al crecer la energía. En realidad este mínimo de la derecha se desdobra en dos estados a medida que se separan con el aumento de la frecuencia y se cuasi-degeneran a medida que el efecto túnel entre los dos mínimos se hace menor.

Puede verificarse³⁾ el cambio de signatura en función de la deformación mediante el cálculo cuántico, donde se observa que un estado con signatura $\alpha = -\frac{1}{2}$ (línea punteada) aparece como el de menor energía para $\gamma > 0$.

Hemos visto que los orbitales clásicos constituyen un método adecuado para interpretar los estados cuánticos correspondientes a una partícula en una capa j . Proporcionan una información cuantitativamente aceptable de la alineación y dependen críticamente de la existencia de correlaciones de apareamientos triaxiales y del llenado de la capa.

-
- 1) A.Bohr y B.R.Mottelson, Phys.Scripta 22 (1980) 461
 - 2) B.R.Mottelson, Proc.Symp. on High Spin Phenomena in Nuclei (Argonne, USA, 1979) ANL/PHY-79-4.
 - 3) I.Hamamoto y B.R.Mottelson, Phys.Lett. 127 (1983) 281
 - 4) R.Bengtsson y H.Frisk, Proc.of the Niels Bohr Centennial Symposium on Nuclear Structure, Copenhagen, 1985.

II. TRANSICION DE SUPERFLUIDO A NORMAL

Para bajas frecuencias de rotación el núcleo puede ser descrito por un formalismo tipo BCS. A medida que el núcleo rota más rápido, la creciente importancia del término de cranking $- w j_z$ tiene efectos semejantes al aumento de un campo magnético en un superconductor. A partir de una frecuencia de rotación crítica no existe más una solución del tipo BCS (efecto Mottelson-Valatin¹⁾).

Podemos calcular el valor de distintas magnitudes físicas usando la descripción tipo BCS y la normal. Nos preguntaremos si los cambios de valor correspondientes han sido medidos o no y si las dos descripciones son suficientemente correctas.

Afortunadamente conocemos desde hace tiempo un modelo ²⁾ que contiene buena parte de la física del problema y que es suficientemente simple como para que un cálculo exacto sea factible. Usaremos este modelo como guía para la generación de los conceptos teóricos que permitan una verificación experimental. El modelo (fig.1) consiste en 2Ω partículas moviéndose en dos niveles (a,d) de degeneración 2Ω y separados por la distancia 2ϵ , de los estados degenerados se caracterizan por el número cuántico m y los restantes ($\bar{m}$) se obtienen a partir de aquéllos por la operación reversión temporal⁺. Las partículas interactúan cuando están en estados vinculados por la reversión temporal (fuerza de apareamiento). El

+ En un núcleo deformado con simetría de reflexión conviene usar la representación de signatura en lugar de la representación correspondiente a la reversión temporal ($m, \bar{m}$). Para este modelo simplificado el formalismo resulta idéntico al desarrollado, ya que también podemos entender los estados ($m, \bar{m}$) como correspondientes a las signaturas r (+1, -1) y sólo cambiar el signo de w .

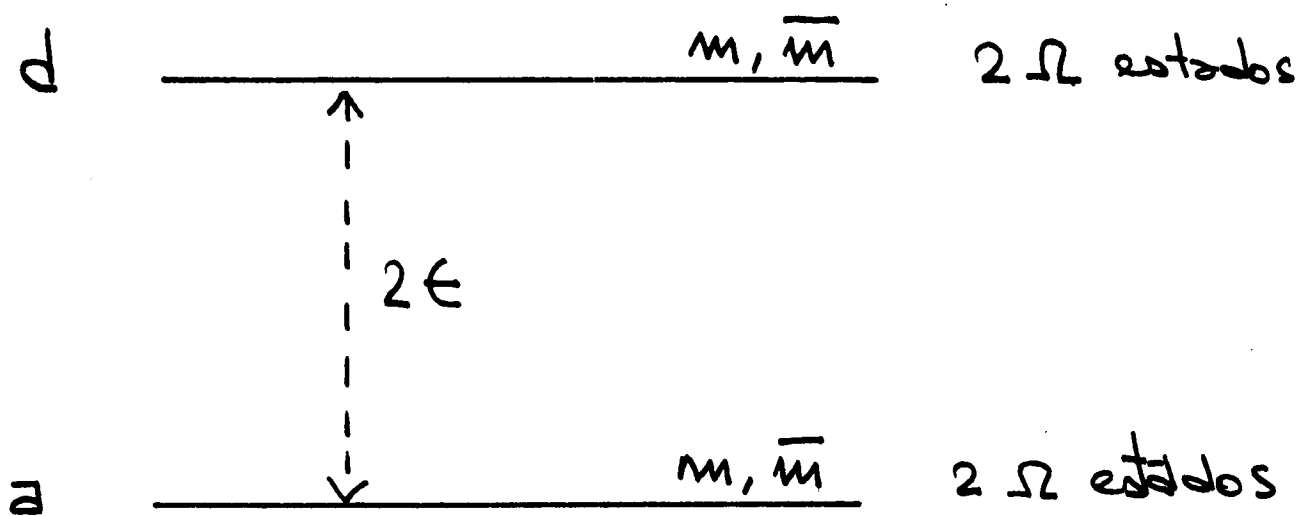


Fig. 1- El modelo simplificado de dos niveles.

sistema rota con frecuencia ω y tomamos igual a ± 1 los elementos de matriz no nulos del operador j_z

$$H = H_0 + H_c + H_p$$

$$H_0 = \epsilon \sum_m (c_{am}^\dagger c_{am} + c_{a\bar{m}}^\dagger c_{a\bar{m}} - c_{dm}^\dagger c_{dm} - c_{d\bar{m}}^\dagger c_{d\bar{m}}) \quad (1)$$

$$H_c = -\omega \sum_m (c_{am}^\dagger c_{dm} - c_{a\bar{m}}^\dagger c_{d\bar{m}}) + h.c.$$

$$H_p = -G P^\dagger P \quad P^\dagger = \sum_m (c_{am}^\dagger c_{a\bar{m}}^\dagger + c_{dm}^\dagger c_{d\bar{m}}^\dagger)$$

En primer lugar diagonalizamos los términos de partícula independiente $H_0 + H_c$ mediante una transformación válida para cada m por separado

$$\begin{pmatrix} b_{am}^\dagger \\ b_{dm}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{am}^\dagger \\ c_{dm}^\dagger \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} b_{a\bar{m}}^\dagger \\ b_{d\bar{m}}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{a\bar{m}}^\dagger \\ c_{d\bar{m}}^\dagger \end{pmatrix} \quad (2)$$

los autovalores para ambas transformaciones resultan ser $\pm \epsilon_\omega$ donde

$$\epsilon_\omega = (\epsilon + \omega^2)^{1/2} \quad (3)$$

$$x = (\epsilon + \epsilon_\omega) / [(\epsilon + \epsilon_\omega)^2 + \omega^2]^{1/2}$$

$$y = -\omega / [(\epsilon + \epsilon_\omega)^2 + \omega^2]^{1/2}$$

El operador de apareamiento $P^\dagger$ vale

$$P^\dagger = (x^2 - y^2) \sum_m (b_{am}^\dagger b_{a\bar{m}}^\dagger + b_{dm}^\dagger b_{d\bar{m}}^\dagger) + 2xy \sum_m (b_{am}^\dagger b_{d\bar{m}}^\dagger - b_{dm}^\dagger b_{a\bar{m}}^\dagger) \quad (4)$$

El segundo término de $P^\dagger$ (que aparece debido a la rotación) se anula al ser aplicado al estado fundamental. Por ello puede ser ignorado en un primer tratamiento. Por el contrario, el primer término da origen a los fenómenos colectivos (superfluidez, vibraciones, etc.) para los cuales resulta una constante de apareamiento efectiva

$$G_{eff} = G(x^2 - y^2) = G \frac{4\epsilon^2(\epsilon + \epsilon_w)^2}{[(\epsilon + \epsilon_w)^2 + w^2]^2} \quad (5)$$

Esta expresión describe el efecto Mottelson-Valatin¹⁾. Como G_{eff}/G disminuye con w y como la solución superfluida sólo aparece para valores de $G_{eff}\Omega/\epsilon_w$ suficientemente grandes, existe un valor w_c a partir del cual desaparece la misma.

La constante $(x^2 - y^2)$ puede también interpretarse como el coeficiente de normalización del estado fundamental cuando se usa el término de Coriolis como una perturbación.

$$\begin{aligned} (x^2 - y^2)^2 &\rightarrow 1 - w^2 \sum_V | \langle V | j_1 | 0 \rangle |^2 / (\epsilon_V - \epsilon_0)^2 \\ &\approx 1 - w^2 \sum_V 1/2 (\epsilon_V - \epsilon_0) \end{aligned} \quad (6)$$

donde se ha usado la fórmula de cranking para el momento de inercia y una energía de excitación promedio $\overline{(\epsilon_V - \epsilon_0)}$ para los estados $|V\rangle$ conectados por j_1 con el estado fundamental. Usando los valores realistas $\frac{1}{2} \sim 0.1 \text{ MeV}$ y $\overline{(\epsilon_V - \epsilon_0)} \sim 1.5 \text{ MeV}$ obtenemos un orden de magnitud para la frecuencia crítica en las tierras raras

$$w_c \approx [2 \overline{(\epsilon_V - \epsilon_0)} / \sum_V]^{1/2} \approx 0.5 \text{ MeV} \quad (7)$$

La solución superfluida rotante (RBCS) se obtiene separando, en el operador de apareamiento P^+ , su valor de expectación Δ/G del resto P'^+ :

$$\begin{aligned} P^+ &= \Delta/G + P'^+ \\ H_P &= -\Delta^2/G - \Delta(P'^+ + P') - G P'^+ P' \end{aligned} \quad (8)$$

Los términos del Hamiltoniano $H_0 + H_c - \Delta(P'^+ + P')$ se diagonalizan mediante una transformación generalizada de Bogolubov-Valatin. En lugar de (2),

$$\begin{pmatrix} \beta_{+m}^+ \\ \beta_{-m}^+ \\ \beta_{+m}^- \\ \beta_{-m}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_+ & Y_+ & -Y_+ & -X_+ \\ X_- & Y_- & Y_- & X_- \\ Y_+ & -X_+ & X_+ & -Y_+ \\ -Y_- & X_- & X_- & -Y_- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{+m}^+ \\ c_{-m}^+ \\ c_{+m}^- \\ c_{-m}^- \end{pmatrix} \quad (9)$$

donde

$$2 \Delta / G \Omega = (\Delta + \omega) / E_+ + (\Delta - \omega) / E_- \quad (10)$$

y

$$\begin{aligned} E_{\pm} &= [\epsilon^2 + (\Delta \pm \omega)^2]^{1/2} \\ X_{\pm} &= \frac{1}{2} [(E_{\pm} + \epsilon) / E_{\pm}]^{1/2} \\ Y_{\pm} &= \frac{1}{2} (\omega \pm \Delta) / [(E_{\pm} + \epsilon) E_{\pm}]^{1/2} \end{aligned} \quad (11)$$

La ecuación (10) tiene una solución con $\Delta=0$ para $\omega < \omega_{\text{crit}}$ donde

$$\omega_c = \epsilon \left[(G \Omega / \epsilon)^{2/3} - 1 \right]^{1/2} \quad (12)$$

Es decir que para $\omega < \omega_c$ existe la solución RBCS, mientras que para $\omega > \omega_c$ sólo aparece la solución normal RN. En particular, si $G \Omega / \epsilon < 1$, nunca existe una solución superfluida. Las energías de excitación del sistema (equiespaciadas) están dadas por $2n\epsilon_w$ ($n=1,2,\dots$). El parámetro de deformación Δ/G es un parámetro variacional que minimiza la energía al satisfacer (10). Determina el valor de un número importante de magnitudes físicas, que presentan una discontinuidad en la región ω_c . Sin embargo, cabe la pregunta acerca de la validez de estas dos descripciones en el sistema nuclear finito.

La función de onda del tipo BCS representa una superposición de

estados con distinto número de pares de nucleones, de la misma manera que una función de onda del tipo Nilsson presenta una combinación lineal de estados con distintos momentos angulares. Esta situación es inherente a la descripción del sistema por medio de un estado intrínseco que rota en un cierto espacio. Sin embargo, ha sido considerada un inconveniente, y en consecuencia han sido realizadas proyecciones de componentes con el número de exacto de partículas N . Cuando la proyección se realiza antes de la variación los resultados pretenden ser superiores respecto de los obtenidos con BCS. Cálculos teóricos basados en la proyección del número de partículas en sistemas rotantes (RFBCS) muestran una disminución lenta en el valor de Δ , inclusive para frecuencias de rotación muy altas. En consecuencia algunos autores sostienen que el colapso del apareamiento no existe en núcleos reales. Algunos han preferido no satisfacer (10) y usar la aproximación de un Δ constante, independiente de la frecuencia en el formalismo RBCS.

Recientemente las aproximaciones RBCS y RFBCS fueron analizadas dentro del contexto del modelo de dos niveles³⁾. La fig.2 muestra los valores de Δ (considerado como parámetro de minimización) en función de la frecuencia.

En ambos procedimientos existe una reducción de Δ en la zona de w_c . Pero en tanto que Δ se anula para $w > w_c$ en RBCS, se hace prácticamente constante en el caso RFBCS.

Recordemos sin embargo que Δ está directamente relacionada con magnitudes físicas medibles sólo en RBCS, además de ser un parámetro de minimización. En el caso de RFBCS es sólo un parámetro de minimización, sin interpretación física directa.

A continuación analizamos las magnitudes físicas que presentan una discontinuidad en la región w_c y discutimos cuales han sido o pueden ser

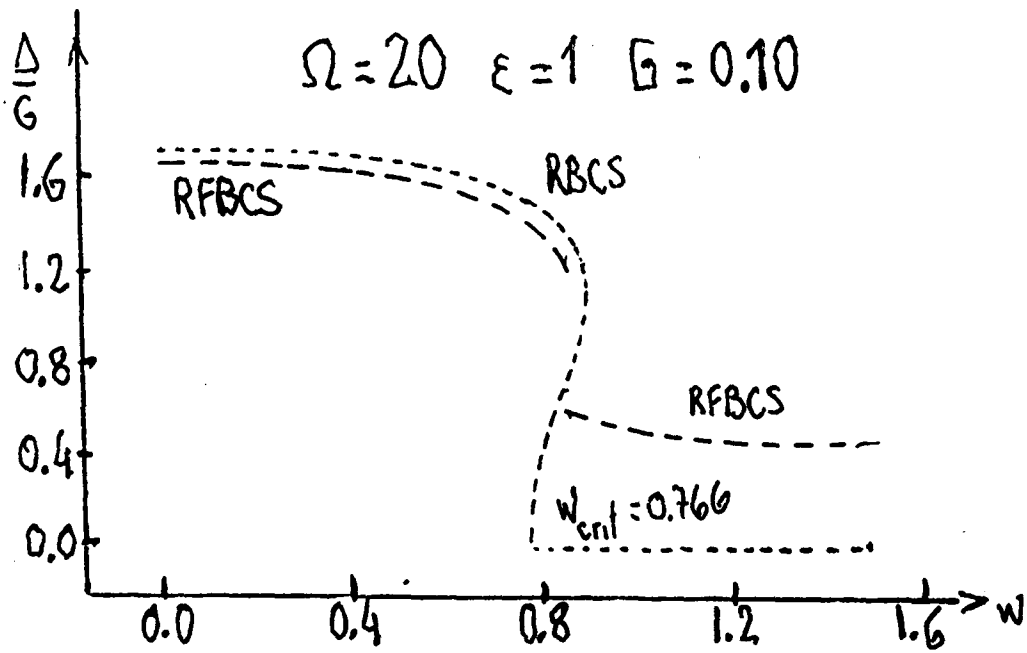


Fig.2) Valores de equilibrio del parámetro Δ versus frecuencia de rotación para las versiones RBCS y RFBCS del cálculo³⁾.

medidas experimentalmente.

i) La amplitud para la transferencia de dos cuerpos representa en principio la medida dinámica más clara de la correlación de apareamiento. Ello se debe a que la suma

$$\langle N, g.s. | P^+ P | N, g.s. \rangle = \sum_v |\langle N, g.s. | P^+ | N-2, v \rangle|^2 \quad (13)$$

está dominada por el término v correspondiente al estado fundamental (g.s.) en el sistema con $N-2$ partículas. Este hecho puede verificarse tanto en la solución exacta como en la aproximación RBCS del modelo de dos niveles³⁾. Eq. (13) muestra que la energía de correlación de apareamiento es una cantidad medible, proporcional a la sección eficaz para la transferencia de un par de partículas entre las bandas de rotación correspondientes a los estados fundamentales de dos núcleos pares vecinos.

Una reducción considerable de la energía de correlación tiene lugar para $w > w_c$ (fig.3); en particular, la energía de correlación es considerablemente menor que la obtenida a partir de una expresión del tipo $-G\Delta_{\text{RBCS}}^2$, como se verifica también en el cálculo más realista de la fig.4. La desaparición de la energía de apareamiento en RBCS está correlacionada con la anulación de Δ . En RBFCs no existe una correlación clara de este tipo.

Cuál es la posibilidad de medir la disminución de la correlación de apareamiento a través de la disminución de la sección eficaz para la transferencia de dos nucleones?

Si bien el núcleo blanco (que suponemos deformado) está en el nivel fundamental a distancias grandes del proyectil, existe una amplitud finita para la población de niveles de la banda rotacional del blanco a

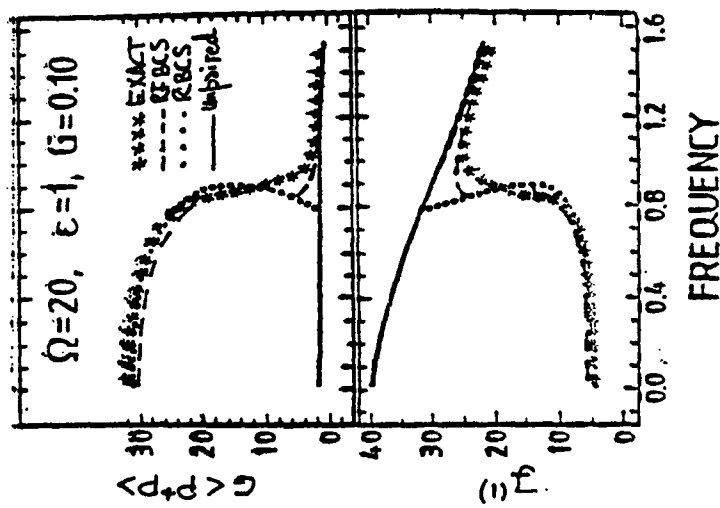


Fig.3) Dependencia de la energía de correlación de apareamiento G^{+p} (arriba) y de los momentos de inercia $J^{(1)}$ (abajo) con la frecuencia w . Las distintas curvas denotan distintas versiones del cálculo, tal como indicado en la figura ³⁾.

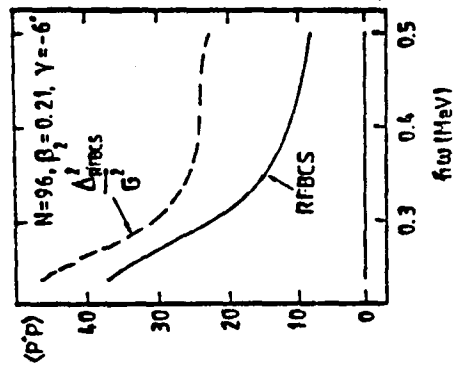


Fig.4) $\langle p^+p \rangle$ y $(\Delta/G)^2$ versus frecuencia para la banda s del sistema con $N=96$, calculados en un RFBGS Woods-Saxon ³⁾. Los parámetros de deformación han sido fijados por medio de un estudio extensivo de las propiedades de alto spin en los isótopos $N=96$

la distancia de mayor aproximación. Esta es la distancia para la cual la transferencia es más probable. En principio, podría verificarse la fuerte dependencia de P^+ con w en la zona $w \lesssim w_c$ si la población de la banda rotacional incluyera la de estados con estas frecuencias de rotación. Lamentablemente los resultados existentes sobre dispersión inelástica no permiten abrigar demasiadas expectativas inmediatas, ya que la población de los estados de la banda yrast se reduce mucho para momentos angulares superiores a la docena. El estado del arte sobre experiencias de transferencias de pares de partículas en núcleos deformados fue expuesto en la reciente conferencia de Legnaro⁴⁾. Las fig.5 (que contienen resultados preliminares) muestran la transferencia de estados de distinta energía en función de la multiplicidad de la radiación electromagnética emitida (esta magnitud es proporcional al momento angular del estado poblado). En ambas figs.5 el $I_{\max}$ poblado en la banda rotacional corresponde al intervalo 10-14. Es especialmente interesante el contraste entre los resultados obtenidos al usar el proyectil (Ni^{58}) , en los que se pueblan preferentemente estados de 2 cuasi-partículas a energías de excitación entre 2 y 8 MeV, y los correspondientes al proyectil Sn^{116} . En este último caso la población de la banda rotacional basada en el estado fundamental aumenta significativamente. Es atrayente explicar la mayor sección eficaz para el caso de transferencia entre dos superfluidos respecto a la transferencia entre un núcleo normal y otro superfluido como la primera manifestación experimental de un efecto Josephson nuclear.

ii) En la reciente conferencia de Copenhague J.Garret⁵⁾ presentó un análisis que incluye las bandas conocidas en todos los isótopos del Yb (fig.6). En primer lugar construyó el routiano usual (o la energía de excitación en el sistema intrínseco), sustrayendo la energía de rotación $-wJ_1$ en el laboratorio y refiriéndola a una configuración de referencia adecuada. En segundo lugar, realizó una operación semejante para

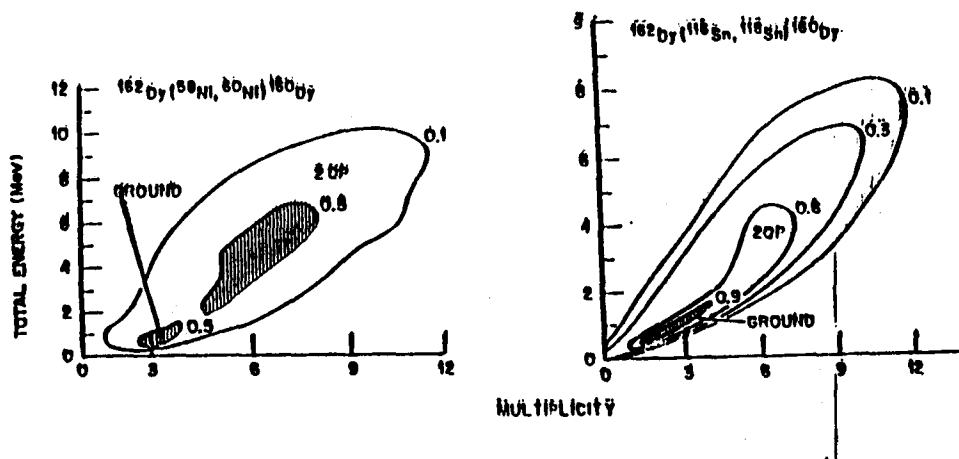


Fig.5) Comparación (preliminar) de la energía de los estados poblados⁵⁾ versus multiplicidad en la reacción de captura de dos neutrones $Dy^{162} \rightarrow Dy^{160}$ inducida por los proyectiles N^{58} (285 Mev) y Sn^{116} (638 Mev).

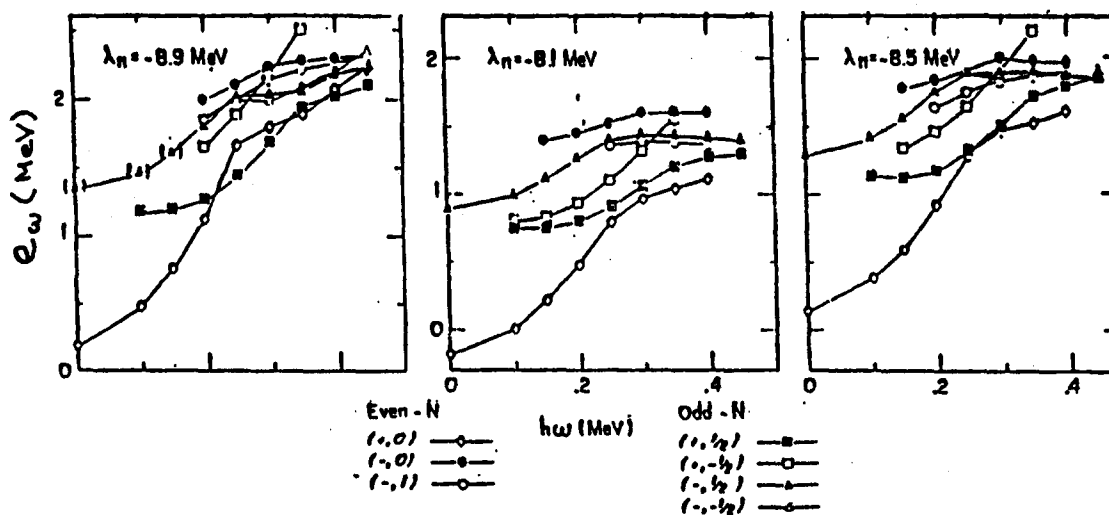


Fig.6) Routianos dobles para los isótopos del Yb $N=89-100$ representados en función de la frecuencia para λ_n constante³⁾, donde λ_n es el parámetro de Lagrange introducido en BCS para fijar el número de neutrones. Las configuraciones están caracterizadas por los números cuánticos T, α .

rotaciones en el espacio de gauge, sustrayendo la energía de rotación

$-\lambda_n N$. (ver más detalles en ref.⁵). La fig.6 muestra los routianos dobles resultantes para los isótopos del Yb. Aquellos correspondientes a estados con paridad negativa, son aproximadamente independientes de la frecuencia para frecuencias altas y no existe una preferencia para que el de menor energía aparezca en núcleos pares o impares. Este comportamiento es característico de sistemas sin correlaciones (estas últimas pueden advertirse en los estados $\pi = -$ para frecuencias menores). Sin embargo, existe una disminución sistemática de las energías intrínsecas para la configuración $(\tilde{U}, \nu)$ $(+, 0)$ (y en menor medida para la $(+, \frac{1}{2})$) respecto de las energías correspondientes a las configuraciones con $\pi = -$. Esta diferencia es mayor que 1 Mev para frecuencias pequeñas. Para $w = 0.4$ Mev se ha reducido a ≈ 250 Kev, pero no ha desaparecido del todo.

iii) El momento de inercia está dado por la expresión

$$J = I_1 / \omega = \langle j_1 \rangle / \omega \quad (14)$$

donde

$$\langle j_1 \rangle = 4\Omega x y = 4\Omega \omega (\epsilon + \epsilon_\omega) / [(\epsilon + \epsilon_\omega)^2 + \omega^2]^{1/2} \quad (15)$$

para un sistema normal y

$$\langle j_1 \rangle = 4\Omega (x_+ y_+ + x_- y_-) = \Omega \left[\frac{(\omega + \Delta)}{E_+} + \frac{(\omega - \Delta)}{E_-} \right] \quad (16)$$

para un superfluido. En el límite superfluido $\Delta \gg \omega$ los dos términos de (16) tienden a cancelarse. A medida que ω aumenta J también lo hace hasta llegar al valor dado por la solución normal para $w = w_c$ (fig.3(abajo)). El decrecimiento (lento) para $w \gg w_c$ es una característica no física de

nuestro modelo simplificado. En ausencia de superfluidez el momento de inercia del sistema es el del cuerpo rígido con el mismo radio y masa.

Una discusión semejante a la anterior sobre la validez de la aproximación RBCS puede hacerse también en el caso del momento de inercia. Las aproximaciones RBCS, RFBCS y RN proporcionan resultados muy semejantes entre sí (que concuerdan con el valor exacto para frecuencias grandes (fig.3(abajo))), a pesar de que el parámetro de minimización RBCS permanece relativamente grande. Este resultado también aparece en cálculos más realistas en los cuales se verifica también que el momento de inercia rígido se obtiene en la aproximación RN.

Los dos ejemplos más espectaculares⁶⁾ de un momento de inercia constante son el Zr^{84} y el Hf^{168} , ambos en el intervalo $22 < I < 32$ (Fig.7). Si representamos la energía

$$E = \frac{1}{2J} I(I+1) + B I^2 (I+1)^2 \quad (17)$$

el producto $2JB$ es del orden de 10^{-5} . Si bien en el caso del Zr^{84} el valor de J es próximo al del cuerpo rígido correspondiente, en Hf^{168} es todavía algo menor. Teóricamente es difícil pensar que la superfluidez de protones ha también desaparecido. Ambas objeciones arrojan dudas sobre la interpretación de la evidencia experimental, como verificación de la desaparición de la superfluidez.

iv) La fig.2 muestra el parámetro Δ como función de la frecuencia para nuestro modelo simplificado. El decrecimiento de Δ en un intervalo relativamente pequeño de la frecuencia sugiere la existencia de una disminución en el traslape de las funciones de onda correspondientes a dos estados sucesivos de la banda rotacional en la zona ω_c . En consecuencia, en la zona de transición, un estado dado puede decaer más fácilmente a bandas vecinas, en lugar de hacerlo al estado inferior de la

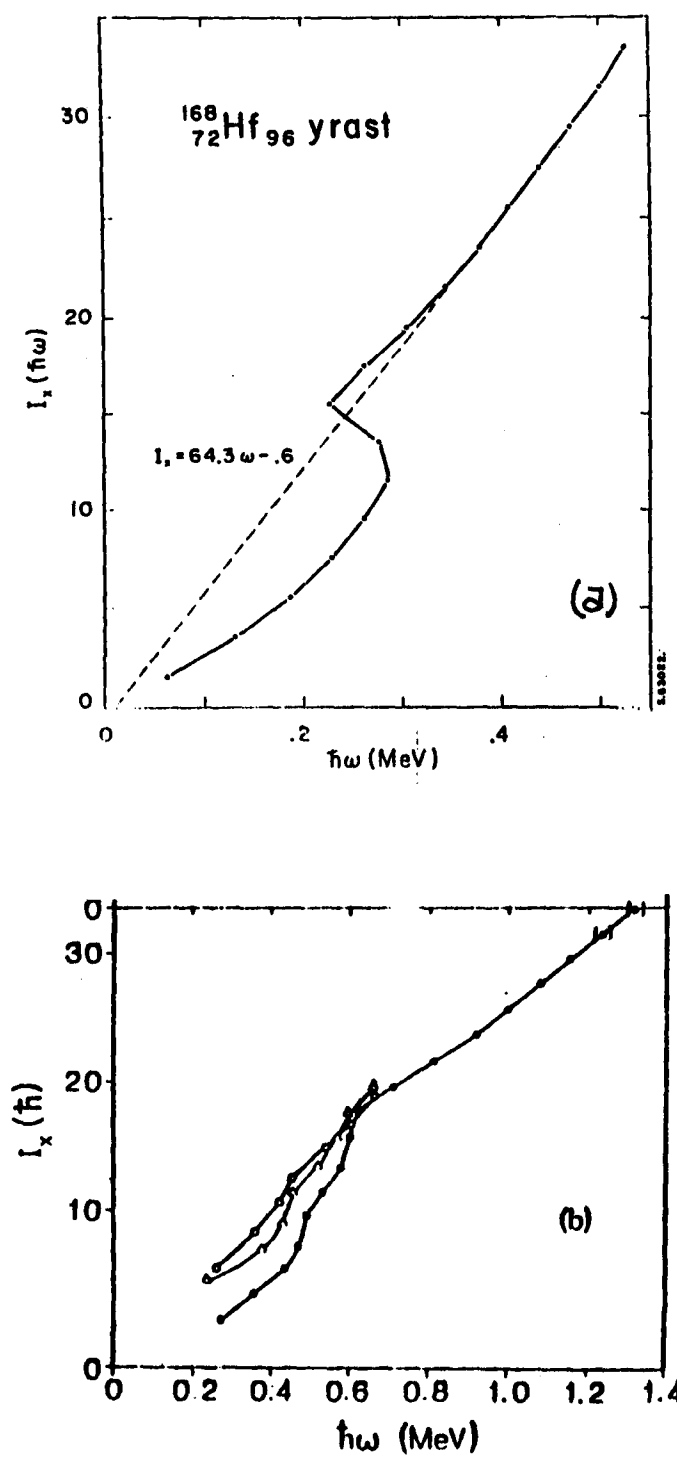


Fig.7) Representación de I_x versus frecuencia ω para el Hf^{168} (a) y el Zr^{84} (b). (ref. 6).

misma banda por medio de una transición E2 intensa. La fig.8 muestra el espectro del $^{156}\text{Er}^{7)}$. Las tres bandas de paridad negativa (3,4 y 5) y un fragmento de banda participan en una alimentación cruzada alrededor del spin 22. Es la primera vez que se encuentra un fenómeno semejante que involucre más de dos bandas y de distinta signatura. Existen cambios de estructura en esta región que debilitan la integridad de cada banda durante el proceso de reorganización. A esta frecuencia de rotación corresponde exactamente la alineación del tercer y cuarto neutrón, lo que puede originar un colapso del apareamiento de neutrones y quizás también un cambio en la deformación. Un fenómeno semejante parece tener lugar en las bandas de paridad par para $I=26,28$.

En resumen, la evidencia experimental indica (o en otros casos no contradice) una disminución grande de las correlaciones debidas al apareamiento entre nucleones, aunque también sugiere que no ha desaparecido totalmente. La evidencia más cuantitativa aparece en el análisis de los rotianos dobles, y obviamente está afectada por las aproximaciones usadas en construirlos. La existencia de un efecto Mottelson-Valatin atenuado también es predicha por los cálculos teóricos. En particular, los cálculos efectuados usando un formalismo BCS con constante no son válidos para frecuencias de rotación altas.

La solución RFBCS, si bien proporciona resultados consistentemente mejores que las aproximaciones RBCS y RN en la zona alrededor de w_c , se hace muy engorrosa al tratar las bandas excitadas, debido a la falta de ortogonalidad de las funciones de onda proyectadas correspondientes al mismo número de partículas. Es posible usar una representación alternativa para mejorar tanto la descripción RBCS como la RN. Está basada en la idea de que la correlación de apareamiento debe manifestarse principalmente en forma dinámica en la zona de transición, en términos de fluctuaciones de Δ alrededor de su posición de equilibrio.

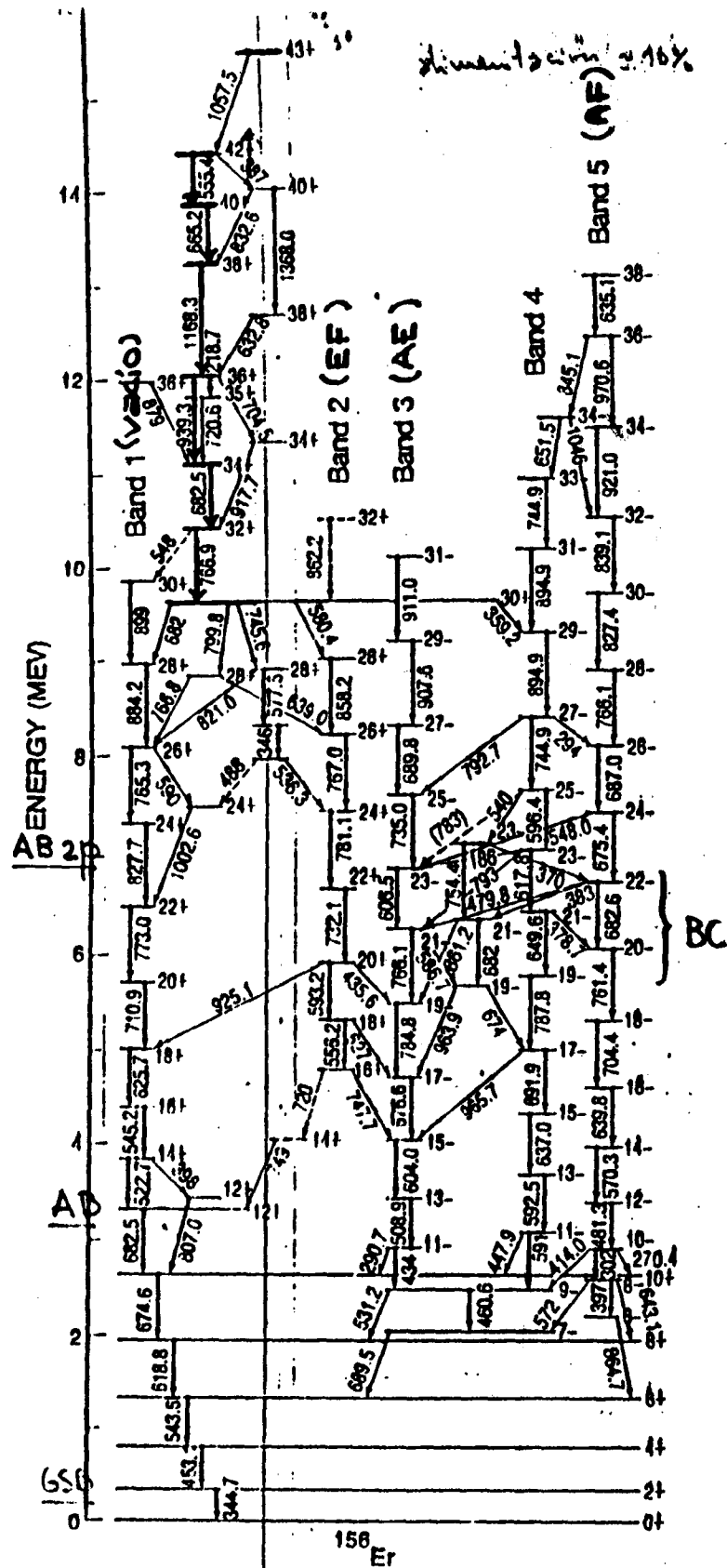


Fig. 8) Esquema de niveles del ^{156}Er

Las soluciones conocidas para las vibraciones de apareamiento⁸⁾ en el modelo de dos niveles pueden ser fácilmente extendidas al caso rotante⁹⁾. En la zona "normal" existen dos fonones, uno de adición ρ_a^+ que crea el estado de un fonón en el núcleo con $N+2$ partículas y otro de remoción ρ_r^+ que crea el otro estado de un fonón en el núcleo con dos partículas menos. Ambos fonones tienen la misma frecuencia W dada por la expresión:

$$W = 2\epsilon_\omega (1 - \epsilon^2 G \Omega / \epsilon_\omega^3)^{1/2} \quad (18)$$

que se anula para $w=w_c$ (eq.(12)). Los estados excitados del sistema de N partículas se obtienen, como superposición de dos fonones $\rho_a^+ \rho_r^+ |0\rangle$ y tienen energía de excitación $2W$. La energía de correlación debida a la interacción de apareamiento es la energía del punto cero de los dos vibradores menos la energía de correlación de los mismos vibradores en ausencia de la interacción de apareamiento (en este caso en el modelo de capas).

$$E_{\text{corr}} = \frac{1}{2} (2W - 4\epsilon_\omega) = W - 2\epsilon_\omega \quad (19)$$

En la zona superfluida se obtienen tres fonones, uno de ellos con frecuencia nula y otros dos con frecuencias $W_\pm$

$$W_\pm = \left[2(E_+^2 + E_-^2) - G \Omega \epsilon^2 (E_+ + E_- \pm F) / \epsilon_+ \epsilon_- \right]^{1/2} \quad (20)$$

donde

$$F = \left[(E_+ - E_-)^2 [2E_+ E_- (E_+ + E_-) / G \Omega \epsilon^2 + 1] + 4E_+ E_- \right]^{1/2} \quad (21)$$

y E_+ , E_- están dadas en (8). El estado de frecuencia nula es el estado

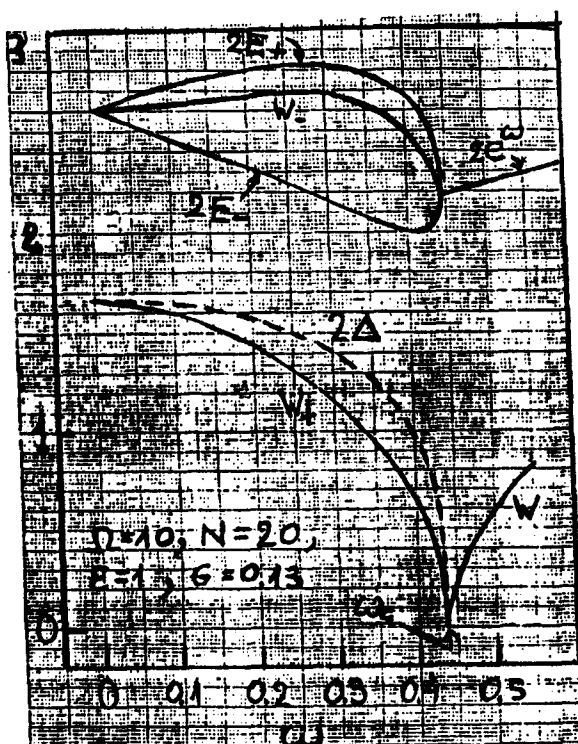


Fig. 9- Espectro de excitación en función de la frecuencia de rotación

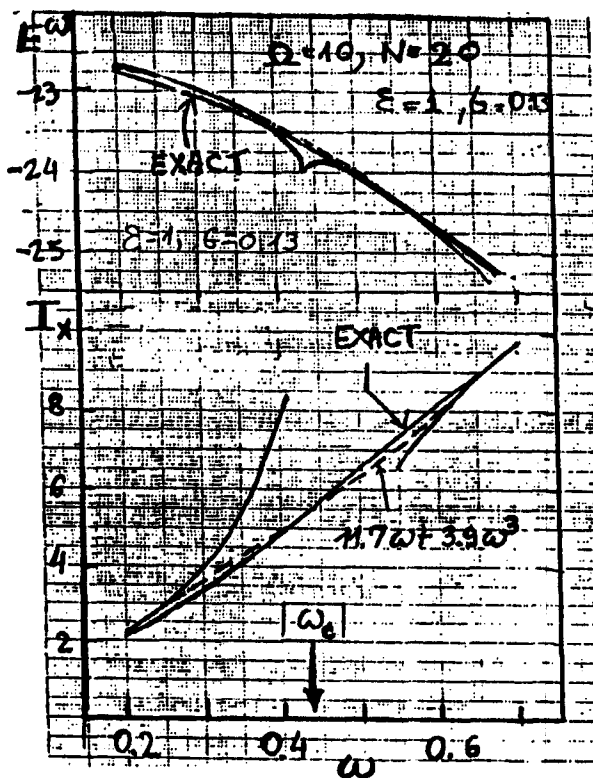


Fig. 10- Energía de correlación (arriba) y momento angular (abajo) en función de la frecuencia de rotación.

espúreo, y el espectro de excitación está dado en la fig.9. La energía de correlación se obtiene en (19) sustrayendo a la energía de punto cero de los tres fonones las energías correspondientes de las excitaciones de cuasipartículas $2E_+$, $2E_-$ y $E_+ + E_-$.

$$E_{\text{corr}} = \frac{1}{2} \left[W_+ + W_- - 3(E_+ + E_-) \right] \quad (22)$$

Las correcciones (19) y (22) a la energía del estado fundamental RBCS y RN aproximan el valor calculado al valor exacto (fig.10(arriba)). Si bien E_{corr} resulta continua para $w=w_c$, su derivada no lo es. La discontinuidad introduce una singularidad en el cálculo del momento angular definido como

$$I' = I - \frac{\partial}{\partial \omega} E_{\text{corr}} \quad (23)$$

En la práctica, esta discontinuidad puede ser obviada interpolando entre las dos soluciones arriba y abajo de w . El momento angular resulta así también muy próximo al valor exacto (fig.10(abajo)). Sin embargo, salvar esta dificultad con métodos más rigurosos es un desafío importante cuya solución nos permitirá entender mejor el problema de las transiciones de fase desde el punto de vista microscópico.

-
- 1) B.R.Mottelson y J.G.Valatin, Phys.Rev.Lett. 5 (1960) 511.
 - 2) J.G.Valatin, Lectures in Theoretical Physics, University of Colorado, Boulder, 60, U.S.A. IV (1961)1; J.Krumlinde y Z.Szymanski, Ann. of Phys. 79 (1973) 201.
 - 3) W. Nazarewicz, J.Dudek y Z.Szymanski, Nucl.Phys. A436 (1985) 139. P.Ring y O.Schuck, The nuclear many-body problem (Springer, New York, 1980)
 - 4) M.Guidry, a aparecer en los Proc. of the Conf. on Struct. with Heavy Ions, Legnaro, 1985.
 - 5) J.D.Garret, a aparecer en los Proc. of the Niels Bohr Centennial Conf. on Nucl. Struct. Copenhagen (North Holland, Amsterdam, 1985.

- 6) H.G.Price et al., Phys.Rev.Lett. 51 (1983) 1847: R.Chapman et al., Phys.Rev.Lett 51 (1983) 2265.
- 7) F.S.Stephens, M.A.Deleplanque, R.M. Diamond, A.O.Macchiavelli, J.E.Draper, Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 2584.
- 8) D.R.Bes y R.A.Brogia, Nucl.Phys. 28 (1966) 289
- 9) Z.Szymanski, a aparecer en los Proc. of the Niels Bohr Centennial Conf. on Nucl.Struct., Copenhagen (North Holland, Amsterdam, 1985); D.R.Bes, R.A. Brogia, W.Nazariewicz y Z.Szymanski, a publicarse.

III. ESTRUCTURA NUCLEAR A MUY ALTO MOMENTO ANGULAR

Hasta el presente la herramienta más adecuada para la producción de núcleos con alto espín son las reacciones de fusión con iones pesados. En la figura 1 se ilustra esquemáticamente el decaimiento de un núcleo de $A = 160$ producido en una reacción de este tipo. La fig. corresponde a un diagrama de fases en las coordenadas E^* (energía de excitación) vs. I (momento angular). La línea Yrast corresponde a los estados de mínima energía para un dado I . Si el espín transferido en la reacción es mayor que 70 el sistema fisionará. En caso contrario y al estar excitado el núcleo compuesto evaporará partículas. Cuando la energía de excitación sea menor que la energía de unión de un nucleón (≈ 10 MeV) la emisión de rayos γ predominará y desexcitará al núcleo hasta su estado fundamental. En este proceso se diferencian dos tipos de transiciones: aquellas que se llevan bastante energía y enfrían al núcleo hacia la línea Yrast "rayos estadísticos" y las transiciones "tipo Yrast" que fundamentalmente se llevan momento angular. La enorme cantidad de posibles caminos de desexcitación hace imposible, hasta el momento, resolver estas transiciones por encima de $I \gtrsim 40$. Hablamos entonces de rayos γ continuos. Por debajo de este valor, suficiente intensidad ha sido colectada cerca de la línea Yrast, y transiciones individuales pueden observarse en los espectros γ .

Un espectro típico¹⁾ se muestra en la figura 2 donde es posible identificar claramente estos tipos de rayos γ que hemos mencionado.

El estudio de los γ discretos se realiza con las técnicas usuales de espectroscopía γ haciendo la salvedad que para llegar a $I \gtrsim 40$ es necesario contar con sistemas sofisticados de detección tales como ^{*} TESSA²⁾ y HERA³⁾.

^{*} Este instrumental no será discutido en estas charlas, el lector interesado puede consultar las refs. 2 y 3.

Populación de estados de alto espín

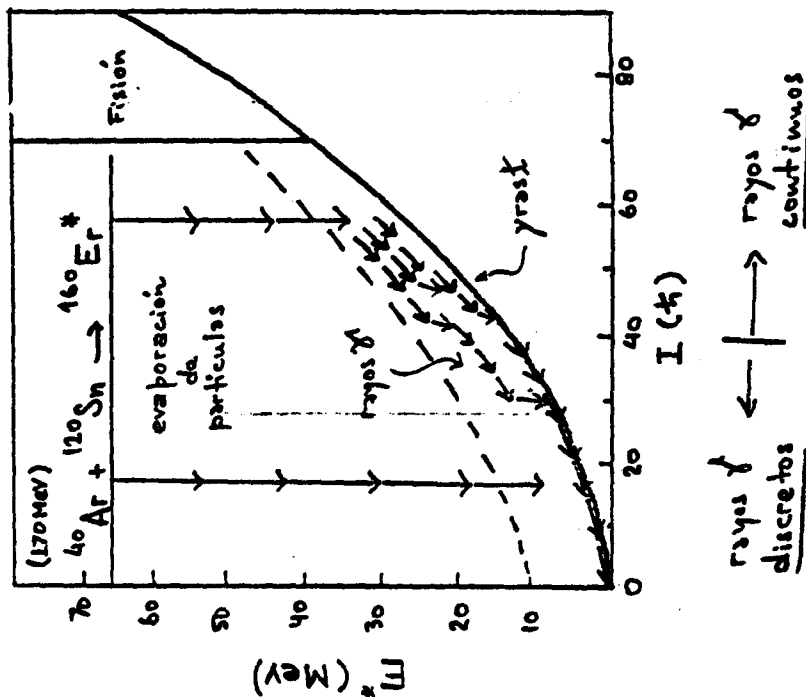


Fig 1. Diagrama de fases. Energía de excitación vs. momento angular. Donde se ilustra esquemáticamente el decaimiento del núcleo compuesto.

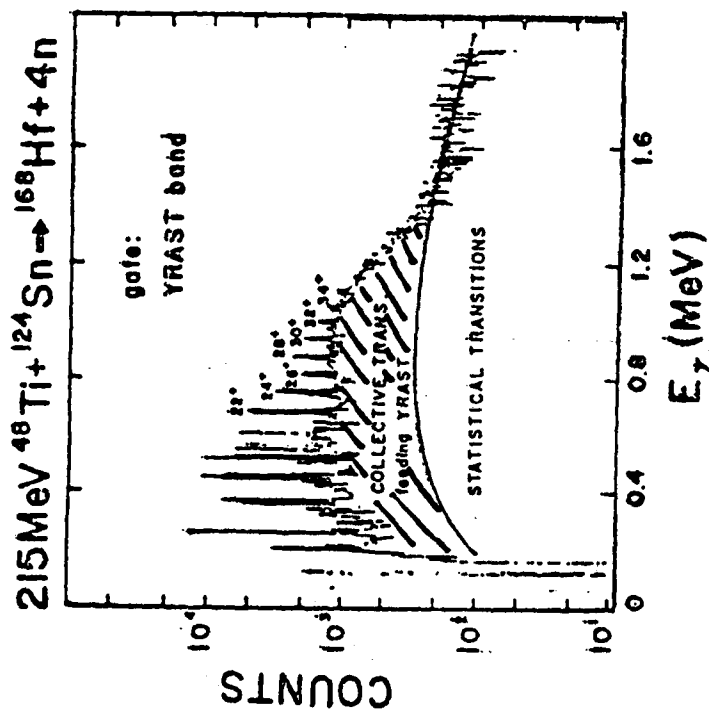


Fig 2. Espectro de rayos γ producidos en la reacción $^{168}\text{Hf} + 4n$.

Por su parte, el estudio de rayos γ continuos requiere de técnicas especiales que permiten extraer información sobre un comportamiento "promedio" de los núcleos a muy alto espín.

La base de toda nuestra discusión posterior es la manera en que los núcleos generan momento angular. Después de ciertos modelos básicos propuestos y evidencia experimental acumulada, estamos convencidos de que el momento angular se genera esencialmente de dos maneras:

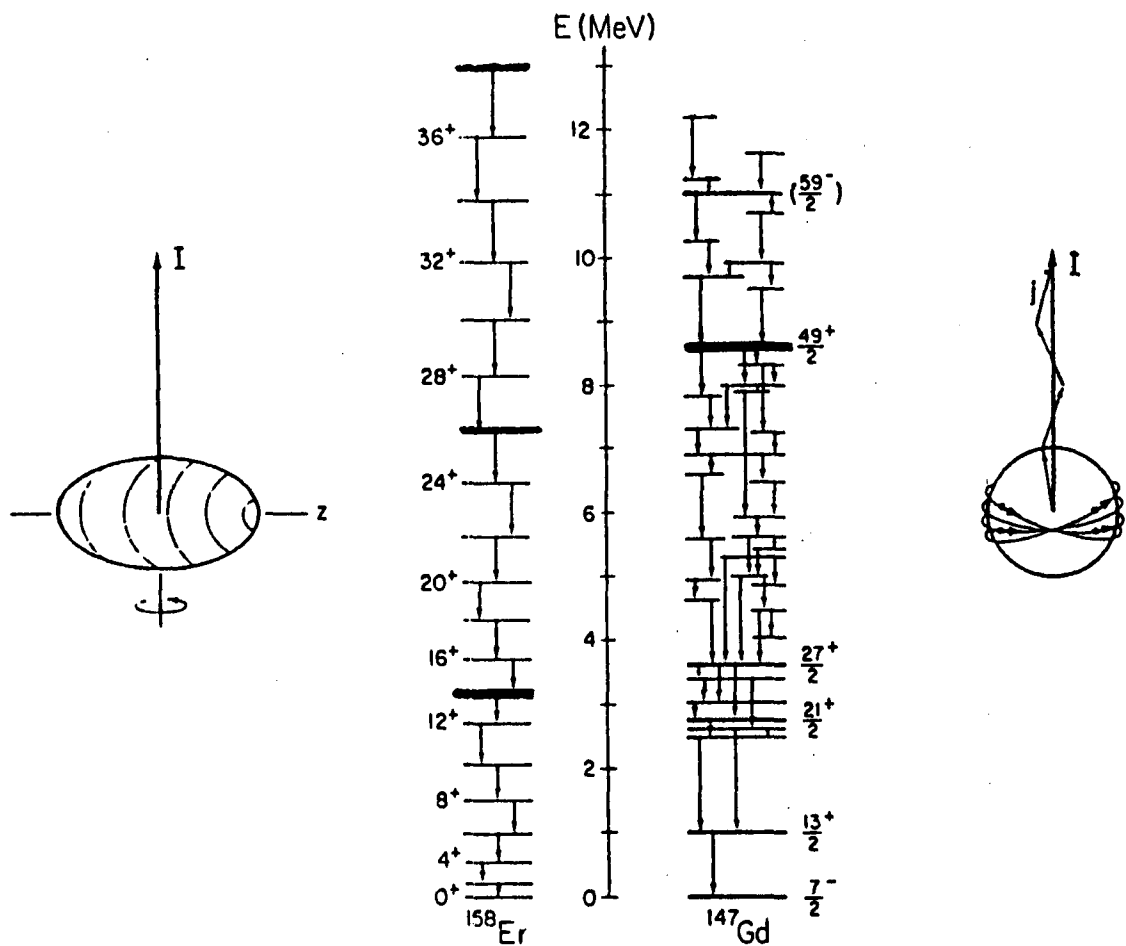
- por alineación del movimiento orbital de los nucleones alrededor del eje de rotación y,
- si son deformados, por la rotación del núcleo como un todo.

Ejemplo de estos dos modos se muestran en la figura 3. A la derecha, el esquema de niveles del $^{147}\text{Gd}^{(4)}$ sirve para ilustrar el alineamiento de partículas; el esquema es bastante irregular con complicadas vías de decaimiento y estados isoméricos (niveles oscuros). A su vez el esquema del $^{158}\text{Er}^{(5)}$, a la izquierda, es bastante regular y el comportamiento dominante es el de una rotación colectiva de un núcleo con deformación prolada. Sin embargo, los ejemplos dados anteriormente exhiben elementos del otro tipo de comportamiento: en ^{147}Gd el isómero $49/2^+$ a 8.6 MeV tiene un momento cuadrupolar que sugiere la polarización del carozo par-par a una forma oblada colectiva inducida por las partículas alineadas, mientras que las irregularidades ("backbendings") en ^{158}Er a los espines 16^+ , 26^+ y 38^+ corresponden al alineamiento de partículas.

III.1 Terminación de bandas

Discutiremos brevemente la estructura nuclear subyacente en los estados yrast del $^{20}\text{Ne}^{(6)}$. En la figura 4 hemos representado la energía de estos estados referidos a una referencia dada por un rotor rígido. Hasta espín 6^+ el ^{20}Ne puede interpretarse como un buen rotador, desviándose de este comportamiento en 8^+ . Podemos pensar al ^{20}Ne como un carozo de ^{16}O y 4 nucleones en la capa $d_{5/2}$; que al acomodarse en los niveles de Nilsson

Momento Angular generado consistentemente por :



XBL 828-1011

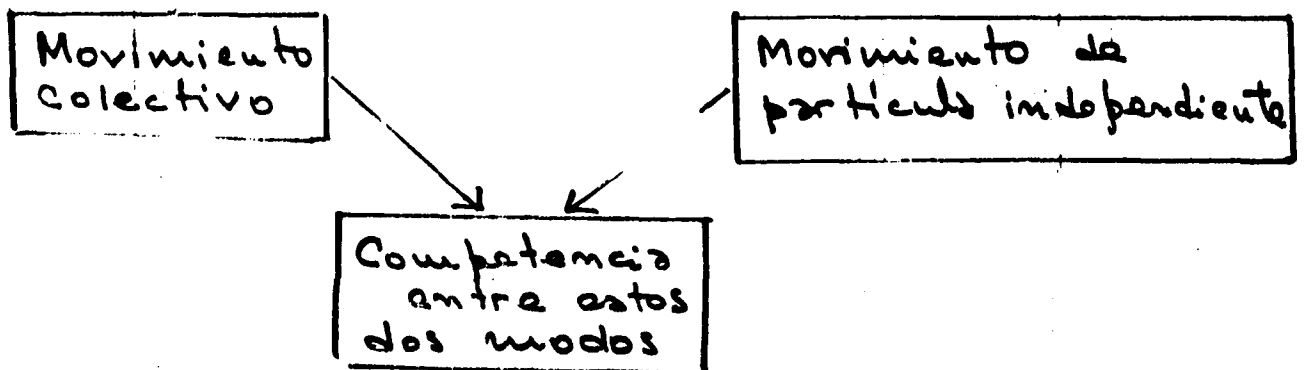


Fig 3. Ejemplos de rotación colectiva y de partícula independiente en los núcleos ^{147}Gd y ^{158}Er .

favorecen una deformación prolada. A medida que el sistema rota, los nucleones de valencia sienten el efecto de la fuerza de Coriolis terminando entonces en un estado completamente alineado cuyo espín está dado por la alineación de estos nucleones con el eje de rotación. Este pasaje de un esquema prolado a uno oblado se indica esquemáticamente también en la figura 4.

El estado 8^+ debido a su máxima alineación reduce considerablemente su energía respecto del rotor rígido, y a partir de ahí el sistema requiere mucha energía para seguir "rotando", como lo demuestra la energía del 10^+ . Decimos entonces que el estado 8^+ corresponde a la terminación de una banda.

Con estas características "in mente" pasamos a preguntarnos que pasará en núcleos pesados. Cálculos teóricos predicen la existencia de estados correspondientes a la terminación de bandas, pero resultan desfavorables para observarlos ya que se encontrarían lejos de la línea yrast.

Sin embargo este año, han aparecido dos trabajos donde se presenta evidencia de este fenómeno en núcleos pesados. Son los casos del ^{158}Yb (7,8) y ^{156}Er (9). Veamos brevemente este último caso, que ya hemos discutido dentro del contexto de la transición superfluido-normal.

Consideremos la estructura observada en lo que llamamos band 1 a partir de 30^+ . En la figura 5 hemos graficado la energía de los diferentes niveles del ^{156}Er referida a un rotor rígido, en analogía con el caso del ^{20}Ne . Los puntos corresponden a la banda que comienza en el 30^+ compuesta esencialmente para una sucesión de transiciones stretched E2 que nos da idea de una colectividad en la región. A medida que el espín aumenta la energía de estos estados disminuye con respecto al rotor rígido hasta el estado 42^+ . A partir de ahí se necesita ≈ 1 MeV para llegar al 43^+ .

Este comportamiento, como discutimos en el caso del ^{20}Ne , es

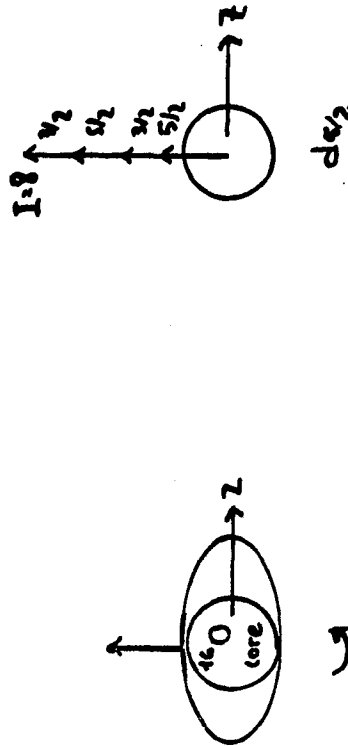
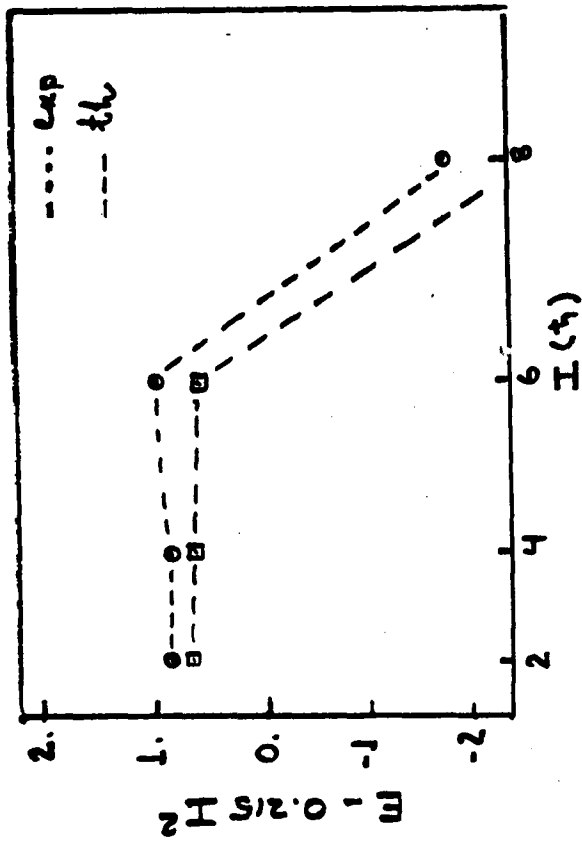
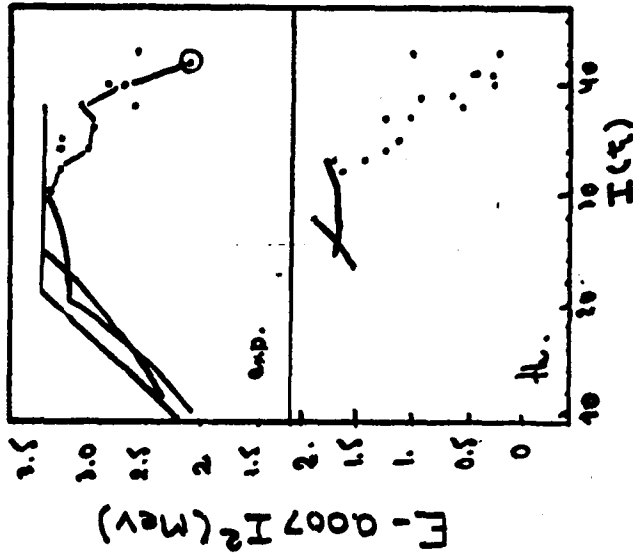


Fig 4. Energías de los estados yraat del ^{20}Ne referidos a un rotor rígido. El estado 8^+ , cuya energía disminuya considerablemente con respecto al rotor rígido, corresponde a la terminación de banda.



$$\odot \pi(h_{11/2})^4_{16}, \nu(h_{7/2})^2_2 (f_{7/2})^2_6 (i_{13/2})^2_{12}$$

Fig 5. Un gráfico similar al de la fig 4, pero para ^{156}Er . En este caso la terminación de banda corresponde al estado $I = 42^+$.

característico de una terminación de banda; más aún los cálculos teóricos¹⁰⁾ están bastante de acuerdo en la observación experimental. Con cierta seguridad podríamos agregar que el 42^+ corresponde al estado de 10 partículas fuera del carozo ^{146}Gd , completamente alineadas, en este caso

$$\left\{ \pi (h_{11/2})_{16}^4, \nu (h_{9/2})_8^2 (f_{7/2})_6^2 (i_{13/2})_{12}^2 \right\} 42^+$$

La baja energía de este estado resulta en un repentino aumento de la población de estos estados $\approx 10\%$ mientras que la transición de 1.058 MeV es bastante débil. En resumen, la estructura del ^{156}Er a partir del 30^+ es consistente con un movimiento desde deformaciones proladas ($I \approx 30$), vía deformaciones triaxial, para llegar a la terminación de la banda en 42^+ .

III.2 Momento de inercia

Dejamos ahora la espectroscopía de rayos γ discretos para presentar algunos resultados obtenidos con espectros continuos. El análisis e interpretación de estos espectros se realiza estudiando los momentos de inercia. ¿De qué manera?, veamos:

Devuélvase a la ecuación de orden más bajo para el movimiento rotacional:

$$E = \frac{\hbar^2}{2I} I(I+1) \approx \frac{\hbar^2}{2I} I^2 \quad I \gg 1$$

se pueden analizar mediante el estudio de dos tipos de momento de inercia definidos de la siguiente manera^{11,12)}:

$$J^{(1)}/\hbar^2 = I (dE/dI)^{-1} = I/\hbar\omega$$

cinemático

$$J^{(2)}/\hbar^2 = (d^2E/dI^2)^{-1} = dI/d\hbar\omega$$

dinámico

donde hemos introducido la frecuencia de rotación dada por la ecuación canónica:

$$\hbar\omega = \frac{dE}{dI}$$

Es interesante destacar la analogía entre estos momentos de inercia y la definición de masas cinemática y dinámica de un electrón en física del sólido, si dada una relación de dispersión $E - \hbar^2 k^2 + \dots$ se definen las masas

Además de esta distinción entre cinemática y dinámica, existe otra relacionada a las formas de generar momento angular. Para entender esto nos referimos a la figura 6 donde hemos representado esquemáticamente el decaimiento de un núcleo cuasi-rotacional por sucesivas bandas hacia el estado fundamental. En las bandas el movimiento angular se genera esencialmente en forma colectiva, hablamos entonces de un momento de inercia J_{col} . Sin embargo el núcleo también genera movimiento angular por alineación de partículas (como en los backbendings), podemos pensar entonces en un momento de inercia efectivo J_{eff} que tenga en cuenta las dos contribuciones. De particular interés son los momentos dinámicos, a partir de

$$\Delta I = \Delta I_{col} + \Delta i$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta i}{\Delta I} = 1 - \frac{J_{col}^{(2)}}{J_{eff}^{(2)}}$$

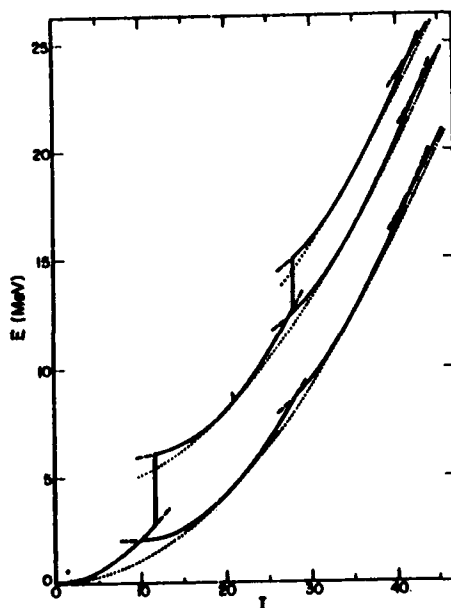


Fig 6. Esquema ilustrativo del decaimiento de un núcleo a través de sucesivas bandas con diferentes alineaciones.

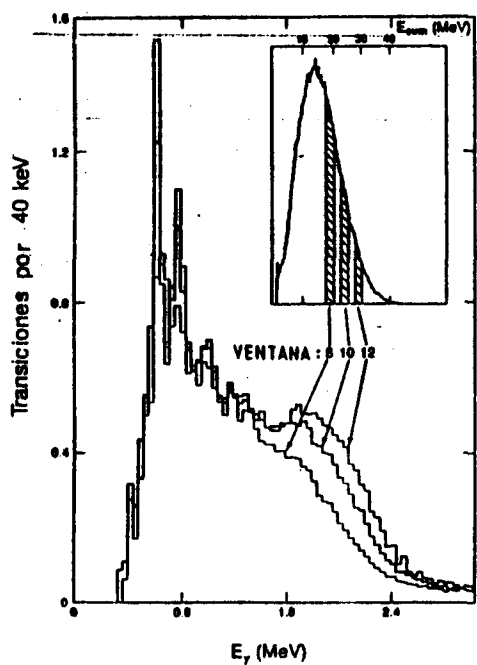


Fig.7 Espectros deconvolucionados y normalizados para la reacción $^{40}\text{Ar} + ^{36}\text{Se}$ en coincidencia con diferentes ventanas de energía total. Las ventanas tienen un ancho de 2.5 MeV y comienzan a numerarse a partir de 0 MeV.

Toda esta discusión puede ser llevada al análisis experimental, en aquellos casos de núcleos cuyo comportamiento es cuasirotacional; es decir aquellos para los cuales:

- i) Las transiciones γ son predominantemente de tipo stretched E2 ($I \rightarrow I-2$).
- ii) Las energías de estas transiciones están correlacionadas con el espín I del núcleo.

Esto podemos ilustrarlo con la fig.7, en este caso¹³⁾ la reacción es $^{40}\text{Ar} + ^{82}\text{Se}$. Los tres espectros están en coincidencia con tres regiones de energía total diferente. (Recordemos que mayor energía corresponde a mayor momento angular). Claramente las transiciones tipo yrast, aumentan su energía en forma correlacionada con el espín.

Entonces si el comportamiento es básicamente rotacional tendremos:

- frecuencia de rotación

$$\hbar\omega = \frac{dE}{dI} \approx \frac{E(I+1) - E(I-1)}{2} = \frac{E_{\gamma}}{2}$$

es decir la mitad de la energía de la transición γ .

- momentos de inercia efectivos

$$J_{\text{eff}}^{(2)} / \hbar^2 = \frac{dI}{d\hbar\omega} \cdot \frac{d\hbar\omega}{dI} = \frac{dI}{dI} \frac{d\hbar\omega}{dE_{\gamma/2}} = 4 \frac{dI}{dE_{\gamma}}$$

es decir proporcional a la altura del espectro γ . Sin embargo, hay que tener en cuenta correcciones debidas a la alimentación de cada estado, pero no lo discutiremos aquí*.

- correlaciones $E_{\gamma 1} - E_0$

El momento de inercia colectivo $J_{\text{col}}^{(2)}$ puede medirse aproximadamente. Para entender esto veamos la fig.8.a) donde se muestra una banda rotacional

* El lector interesado puede consultar las refs. 12 y 13

perfecta, donde no hay dos rayos γ de la misma energía. Si hiciéramos coincidencias γ - γ veríamos una estructura como la esquematizada en la izquierda de 8.b) es decir aparece un claro valle a lo largo de la diagonal de 45° cuyo ancho será:

$$W = 2 \Delta E_\gamma = 2 \frac{dE_\gamma}{dI} \Delta I = 8 \hbar \frac{d\omega}{dI}$$

es decir

$$W = \frac{8 \hbar^2}{J^{(2)}_{col}}$$

En un caso más realista, como el de la derecha, se puede ver que el valle central persiste y sólo se pierden las estructuras secundarias.

III.3 Superdeformaciones

Por mucho tiempo uno de los intereses de la física de alto espín, ha sido la búsqueda de núcleos superdeformados. Estas formas se esperan a alto momento angular, previo a la fisión del núcleo. La primera evidencia concreta sobre la existencia de superdeformados se muestra en la fig.9. Es un gráfico de correlaciones $E_\gamma - E_\gamma$ en $^{152}\text{Dy}^{14}$). Se nota claramente un valle a partir de ≈ 0.75 MeV que se extiende hasta más allá de 1.35 MeV. Como discutimos previamente, este valle indica un comportamiento rotacional del ^{152}Dy a alto espín. A partir del ancho del valle $W = 94$ keV se obtiene un momento de inercia, $\mathcal{J}_{col}^{(2)} \approx 85 \text{ MeV}^{-1}$ que es aproximadamente 40% más grande que el de una esfera rígida. Esto es interpretado como superdeformaciones en este caso con $\beta_2 \sim 0.42$.

En este sentido podemos agregar que cálculos teóricos¹⁵⁾ predicen que la banda superdeformada es favorecida energéticamente a alto espín.

III.4 Efectos de capa

En esta última parte de la serie de charlas vamos a presentar valores de $\mathcal{J}$ para una serie de núcleos en la zona $A \sim 90 - 160$ ¹³⁾.

$$W = E_y(I+2) - E_y(I-2) = \frac{dE_y}{dI} \Delta I = \frac{1}{\left(\frac{dI}{2d\omega}\right)^4}$$

$$W = 8/3^{(2)}$$

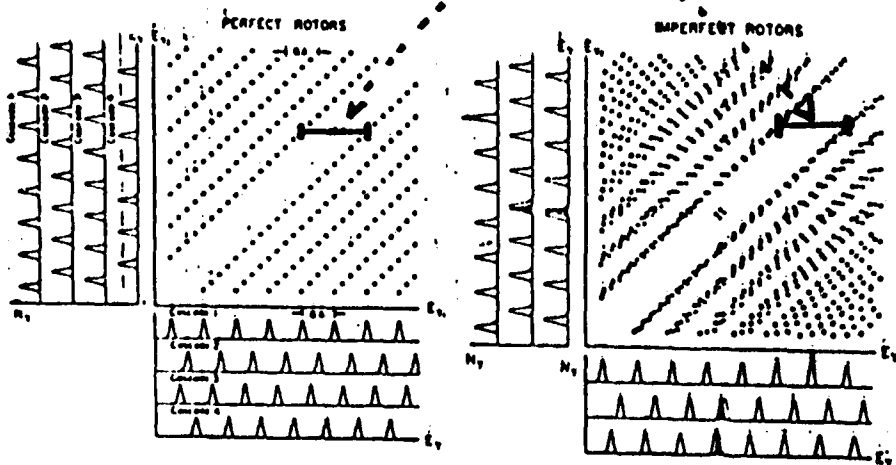
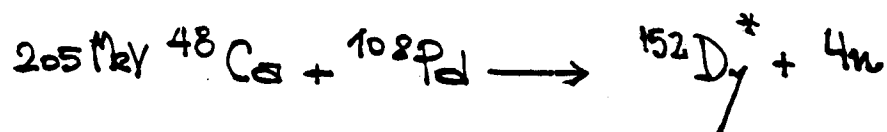


Fig 8. Correlaciones $E_{\gamma_1} \times E_{\gamma_2}$ para un rotor perfecto y un rotor imperfecto.



TESSA

D. Nyako et al.
P.R.L. 52 (1984) 507

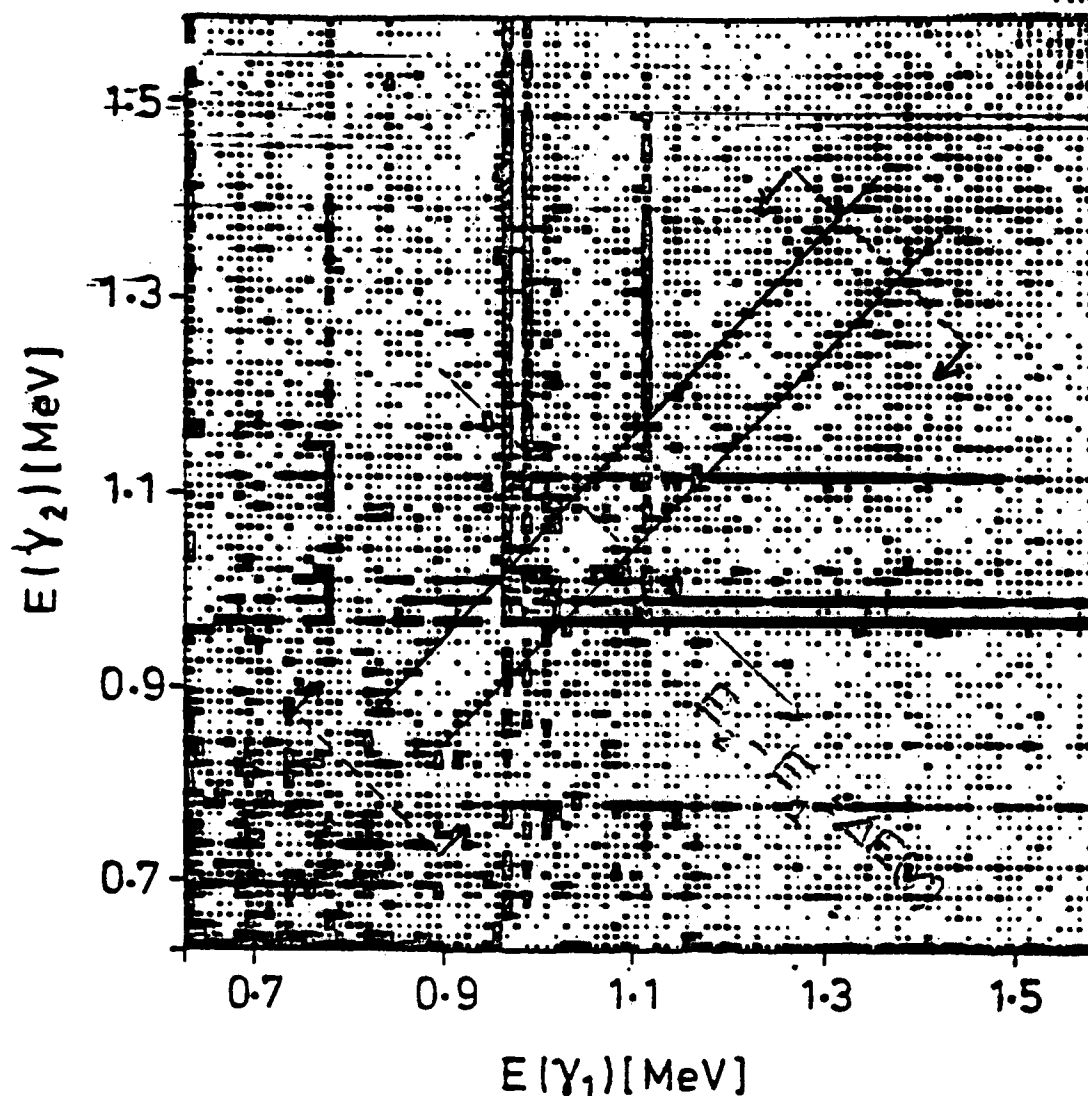


Fig 9. Correlaciones $E_{\gamma_1} \times E_{\gamma_2}$ en $^{152}\text{Dy}^*$.

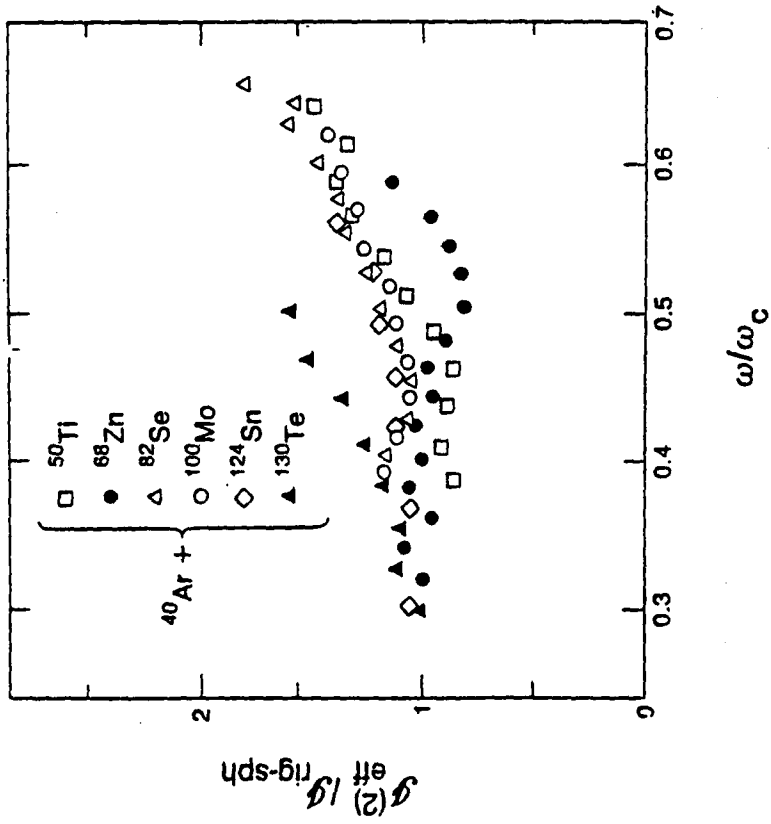
En la fig. 10 presentamos valores de $\mathcal{J}_{\text{eff}}^{(1)}$ referidos al momento de inercia del cuerpo rígido. En líneas generales son relativamente constantes y no presentan ninguna estructura particular. Asimismo esperamos que $\mathcal{J}_{\text{eff}}^{(1)}$ se aproxima al valor $\mathcal{J}_{n_2}$ una vez que la interacción de apareamiento se haya destruido.

Por su parte los valores de $\mathcal{J}_{\text{eff}}^{(2)}$, fig.11, muestran variaciones a altas frecuencias; en este caso hemos utilizado una frecuencia reducida (ω/ω_c) que discutiremos a continuación.

En primer lugar vemos que al comparar con los momentos cinemáticos $\mathcal{J}_{\text{eff}}^{(2)}$ / $\mathcal{J}_{\text{eff}}^{(1)}$ indicando que estamos en presencia de núcleos que no se comportan como rotores rígidos. A una dada frecuencia se observa un crecimiento de $\mathcal{J}_{\text{eff}}^{(2)}$. Una posible explicación de este comportamiento puede darse con la ayuda de un modelo de capas simplificado, fig.12. En un dado rango de frecuencias, órbitas de alto j de la siguiente capa llegarán al nivel de Fermi (definido en la capa de valencia). Estas órbitas contribuyen con momento angular adicional, incrementando $\mathcal{J}_{\text{eff}}^{(2)}$. La frecuencia exacta a la cual esta alineación se produce, dependerá de la deformación y la posición exacta del Nivel de Fermi, pero "grosso modo" tendremos como surge de la figura que $\hbar\omega_c \approx 41 A^{-2/3}$ MeV, que es nuestro parámetro de escala y da la máxima frecuencia para efectos debidos a la siguiente capa. Los resultados experimentales indican que $\mathcal{J}_{\text{eff}}^{(2)}$ crece a frecuencias comparables pero menor que ω_c .

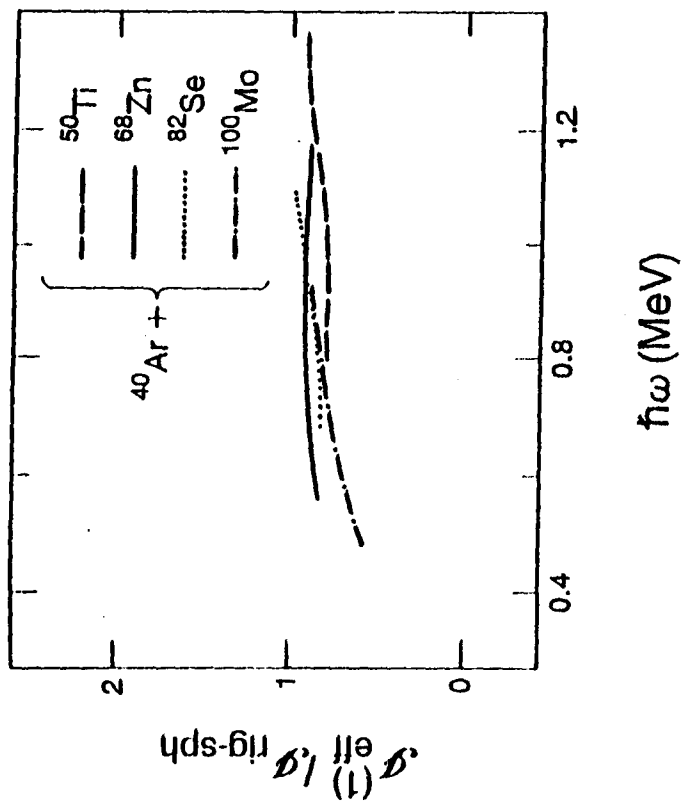
Esta discusión cualitativa puede ser mejorada en base a cálculos más realistas basados en el Cranked-Shell-Model¹⁶⁾ (ver la primera parte de la charla).

Por ejemplo las órbitas de partícula independiente para el caso del ^{118}Te en el sistema rotante, que se muestran en la fig.13, indican un claro cruce a $\hbar\omega = 0.78$ MeV. Corresponde a la promoción de un neutrón de la capa $N = 4$ a la capa $N = 6$ ($i_{3/2}$) con un incremento en alineación de $\Delta i \approx \langle j_x \rangle = 6$. Cálculos similares predicen la ocupación de estos



XBL 847-10707

Fig. 11 Resumen de los valores de $\rho^{(2)}$ en unidades de $\rho_{rig-sph}$ como función de la frecuencia reducida (ω / ω_c).



XBL 847-10716

Fig. 10 Resumen de los valores de $\rho^{(1)}$ en unidades del valor para una esfera rígida.

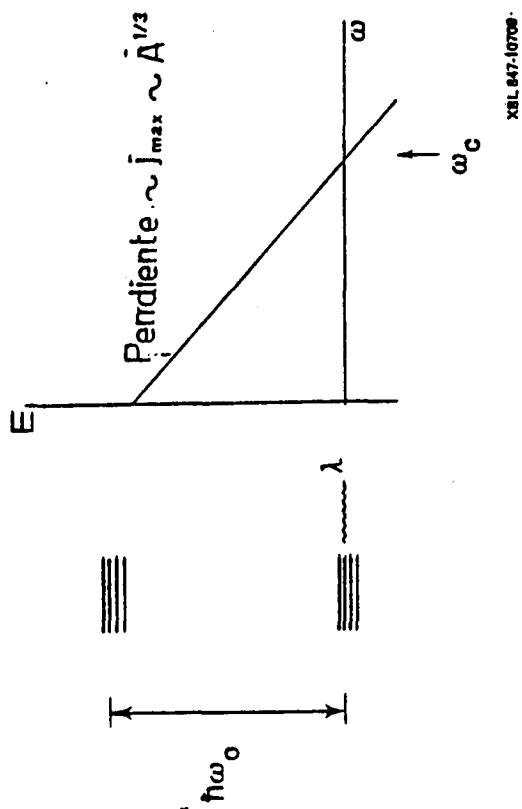


Fig.12 Modelo de capas simplificado ilustrativo del efecto de la rotación en un orbital de alto j de la siguiente capa $7/3$. Como se discute en el texto ω_c sigue una dependencia $A^{1/3}$.

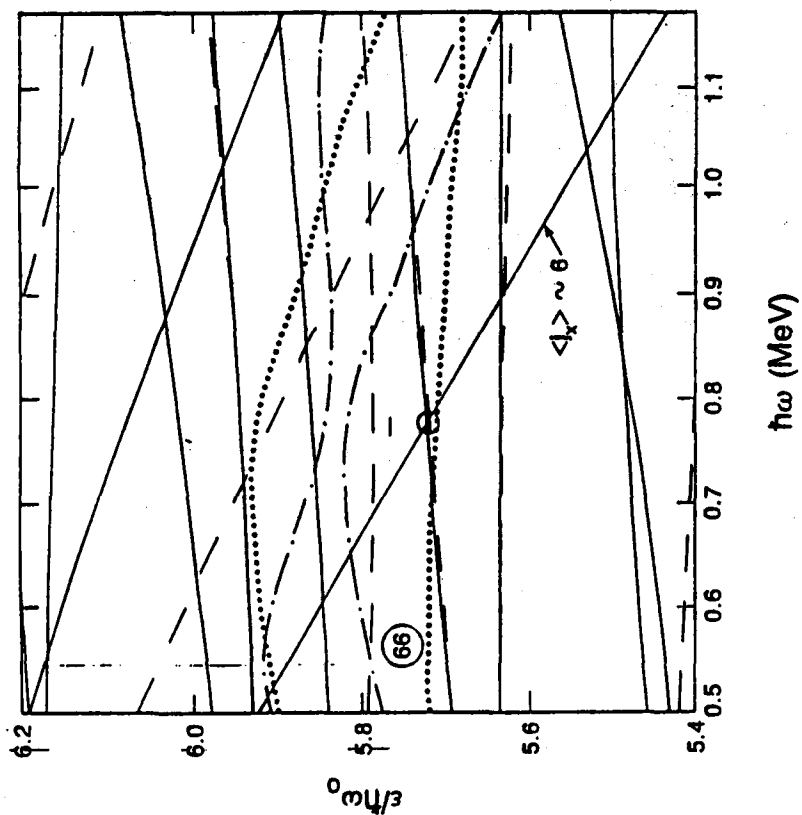


Fig.13 Niveles de partícula independiente en el sistema rotante para el caso ^{118}Te . Los parámetros de deformación utilizados fueron: $\epsilon_2 = 0.25$, $\epsilon_4 = 0$, $\gamma = 0^\circ$. Los niveles se indican de la siguiente manera: Paridad positiva, signatura $= +1/2$ (línea sólida) y $-1/2$ (a trazos); y paridad negativa, signatura $= +1/2$ (punteada), y $-1/2$ (a trazos - punteada). Notar el cruce a $\hbar\omega = 0.78$ MeV que corresponde a la población de un nivel de la capa $N=6$ (neutrón $i_{13/2}$).

XBL 847-10711

XBL 847-10709

niveles de alto j de la siguiente capa en el rango de frecuencias observado en los experimentos.

-
1. B. Herskind, Proc. of the International Conference in Nuclear Physics, Florence, 1983.
 2. P.J. Twin, P.J. Nolan, R. Aryaeinejad, D.J.G. Love, A.H. Nelson, A. Kirwan, Nucl. Phys A409 (1983) 343C.
 3. R.M. Diamond y F.S. Stephens, The high Resolution Ball, no publicado, sept. 1981.
 4. J. Burde et.al. Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 530.
 5. O. Häusser et.al. Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 132.
 6. I. Ragnarsson, T. Bengtsson y S. Aberg, Proceedings XIX International Winter Meeting Nuclear Physics, Bornio-Italy, Jan 26-31, 1981.
 7. C. Baktash et.al. Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 978.
 8. J. Ragnarsson et.al. Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 982
 9. F.S. Stephens, M.A. Deleplanque, R.M. Diamond, A.O. Macchiavelli y J.E. Draper, Phys. Rev. Lett 54 (1985) 2584.
 10. J. Dudek y W. Nazarewicz, comunicación privada.
 11. A. Bohr y B. Mottelson, Phys. Scrip, 24 (1981) 71.
 12. M.A. Deleplanque et.al. Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 407.
 13. A.O. Macchiavelli et.al. Nucl. Phys. A443 (1985) 538.
 14. B.M. Nyako et.al. Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 507.
 15. S. Aberg, Phys. Scr. 25 (1982) 23.
 16. R. Bengtsson y S. Frauendorf, Nucl. Phys. A327 (1979) 139.

MODELOS COLECTIVOS NUCLEARES

R.P.J. Perazzo

Departamento de Física, CNEA

1. INTRODUCCION
2. EJEMPLOS
3. SIMETRIAS
4. ESTADOS INTRINSECOS BOSONICOS
5. MODOS OCTUPOLARES
 - 5.1. Características generales
 - 5.2. Búsqueda de deformaciones octupolares
6. EXTENSIONES DEL MODELO DE BOSONES EN INTERACCION
 - 6.1. Bosones con momentos angulares diversos
 - 6.2. Bosones asociados a protones y a neutrones
7. GENERALIZACIONES DE LA DINAMICA ROTACIONAL

1. INTRODUCCION

Usualmente se llama modelo colectivo¹⁾ a aquellos en los que se pone particularmente de manifiesto los efectos cooperativos de una gran cantidad de nucleones. Los efectos de campo medio pueden calcularse a través de los métodos campos medios Hartree-Fock o Hartree-Fock-Bogoliubov que dan lugar a soluciones en las que el valor medio de algún operador es mucho mayor al que tendría si actuaran sólo partículas independientes. Tal es por ejemplo el caso de algún momento multipolar, o de transferencia de pares de partículas.

El hecho de que el valor medio de un operador se vea aumentado es equivalente a la aparición de una anisotropía en el campo promedio que permite definir un sistema de referencia privilegiado "fijo al cuerpo", esto es, orientado según la anisotropía en cuestión. Un enfoque equivalente es asociar a la mencionada distorsión una simetría que posee el sistema original pero que el campo promedio ha roto.

El hamiltoniano general se puede separar aproximadamente en dos partes que actúan respectivamente sobre los grados de libertad asociados con la orientación del sistema fijo al cuerpo, y sobre los restantes q . De este modo la función de onda queda factorizada;

$$\Psi_{n,m} = \int_{n,m}^{\text{intr}} (q) \phi_m^{\text{ext}}(u) \quad (1)$$

La función intrínseca $f(q)$ puede escribirse de modos diversos. Una manera es por ejemplo, dando la estructura microscópica en que se ubican los nucleones en los niveles del campo promedio suponiendo que los parámetros que definen su distorsión han sido fijados. Otro modo es poniendo de manifiesto la dinámica asociada con las variables que especifican la deformación del campo. Por abuso de lenguaje se llama usualmente colectiva a esta última alternativa.

Los números cuánticos n y m corresponden a un conjunto de operadores que conmutan entre sí y que actúan respectivamente en el espacio de variables intrínsecas y en el de las de orientación.

La elección del sistema intrínseco debe realizarse con el recaudo de separar del modo más efectivo posible los dos grados de libertad en cuestión.

2. EJEMPLOS

En esta sección nos limitaremos a presentar los ejemplos¹⁾²⁾³⁾⁴⁾ más conocidos que a su vez están asociados con los canales de la fuerza residual nuclear más usuales.

En todos los casos el hamiltoniano:

$$H = -\zeta P^+ P \quad H = -G \quad P^+ P \quad H = -\chi Q^2 \cdot Q^2 \quad H = -\chi Q^3 \cdot Q^3 \quad (2)$$

es cuadrático en un operador específico generalizado de un cuerpo:

$$P^+ = \sum_j \{ a_j^+ a_j \} \quad P^+ = \sum_j \{ a_j^+ a_j \} \quad Q^+ = \sum_{j_1 j_2} q_{j_1 j_2}^+ \{ a_{j_1}^+ a_{j_2} \} \quad (3)$$

$$q_{j_1 j_2}^+ = \langle j_1 || r^+ || j_2 \rangle$$

El potencial intrínseco distorsionado de partículas independientes es función del valor medio de los componentes del operador específico que son tomadas como las coordenadas generalizadas del problema:

$$V = -G(d^* P^+ + d P) \quad V = -\chi \sum_{\mu} q_{\mu}^+ q_{\mu} \quad (4)$$

d, d^* = dos números reales d^* d = seis números reales q_{μ}^2 = cinco números reales q_{μ}^3 = siete números reales
(un número complejo) (3 números complejos)
(1 vector complejo)

El campo medio de partícula independiente tiene rotas simetrías que poseía el Hamiltoniano original

- conservación del número de partículas - conservación del número de partículas - invariancia frente a rotaciones en el espacio

espacio

- invariancia frente a rotaciones en el espacio de carga (isospin) - invariancia frente a reflexiones

de carga (isospin)

La transformación del sistema de laboratorio al sistema intrínseco se determina con las propiedades transformacionales del operador específico:

$$\Delta = e^{2i\phi} d \quad \Delta_{\mu} = e^{2i\phi} \sum_{\nu} D_{\mu\nu}^L d_{\nu} \quad \alpha_{\mu} = \sum_{\nu} D_{\mu\nu}^2 q_{\nu}^2 \quad \alpha_{\mu} = \sum_{\nu} D_{\mu\nu}^3 q_{\nu}^3 \quad (5)$$

- rotaciones en el espacio del número de partículas - rotaciones en el espacio de "gauge" - rotaciones en el espacio ordinario

- rotaciones en el
 espacio de carga
 (isospin)

- reflexiones

Las coordenadas generalizadas del problema quedan agrupadas en dos conjuntos: uno referido a la orientación del sistema intrínseco y el otro que determina el grado de distorsión del sistema:

Δ = brecha de energía	"gap" de neutrones	deformaciones cuadrupolares	deformaciones octupolares
("gap") (intrínseco)	y de protones o una función de ellos (intrínsecas)	$\alpha_{20} = \beta \cos \gamma$ $\alpha_{22} = \alpha_{2-2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$	$\alpha_{3\mu} = ?$ (6)
ϕ = ángulo de gauge	$\Delta_n = \Delta \cos \Gamma$ $\Delta_p = \Delta \sin \Gamma$		π : paridad ?

ω_i = ángulos de Euler en el espacio	ω_i = ángulos de Euler que orientan al sistema intrínseco
espacio de carga	sistema intrínseco

ϕ = ángulo de gauge

(orientación)

Las variables intrínsecas y de orientación se seleccionan de modo que el tensor de inercia que se derive de una expresión de la energía cinética y con un parámetro inercial constante $\mathcal{E} = \sum_{\mu\nu} B_{\mu\nu} \dot{\alpha}_{\mu} \dot{\alpha}_{\nu}$, (hipótesis irrotacional), no acople la dinámica intrínseca y la rotacional

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \mathcal{E}_{\text{rot}} + \mathcal{E}_{\text{vib}} \\ &= \mathcal{J}_{\Delta} (\Delta)^2 + \mathcal{J}_{\phi} (\Delta)^2 \\ &\quad + \mathcal{J}_{\phi} (\Delta r)^2 + \mathcal{J}_{\Delta} (\Delta r)^2 \\ &\quad + \mathcal{J}_{\Delta r} \dot{\Delta} \dot{r} + \mathcal{J}_{rr} \dot{r}^2 \\ \mathcal{E} &= \sum_{ij} \mathcal{J}_{ij} \dot{\omega}_i \dot{\omega}_j + \sum_i \mathcal{J}_{i\phi} \dot{\omega}_i \dot{\phi} \\ &\quad + \mathcal{J}_{\phi}^2 + \mathcal{J}_{\phi} \dot{\phi}^2 + \mathcal{J}_{\phi} \dot{\phi}^2 \\ &\quad + \mathcal{J}_{\phi} \dot{\phi}^2 + \mathcal{J}_{\phi} \dot{\phi}^2 \\ \mathcal{J}_{\Delta\phi} &= 0 \\ \mathcal{J}_{\omega\Delta} &= \mathcal{J}_{\omega r} = 0 \\ \mathcal{J}_{\omega\beta} &= \mathcal{J}_{\omega\gamma} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Los parámetros inerciales asociados con la dinámica rotacional son en general función de los parámetros de deformación. Si estos se parametrizan apropiadamente se puede reducir el tensor de inercia a su forma diagonal.

ya es diagonal

$$E_{ij} = E_i(\Delta r) \delta_{ij} \quad (8)$$

$$E_{\Delta r} = 0$$

La función de onda colectiva se rotula por un juego de números cuánticos que individualizan tanto estados intrínsecos como rotacionales:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} f_{nM}(\Delta) e^{iM\phi} \quad \text{intr. rot.} \quad \left(\frac{2T+1}{8\pi^3} \right)^{1/2} \sum_{n,m} f_{TMK}^{n,m}(\Delta r) e^{2iM\phi} \sum_{K_1 K_2} (w_1 w_2 w_3) \quad \text{intr. rot.} \quad \left(\frac{2T+1}{8\pi^2} \right)^{1/2} \sum_{n,m} f_{K}^{n,m}(\beta r) \sum_{MK}^I (w_1 w_2 w_3) \quad \text{rot.} \quad (9)$$

Los números $T(J)$, $T_2[J_2]$, K y M están asociados con las variables angulares ligadas a la dinámica rotacional mientras que n (n y m) a las variables intrínsecas de deformación. Estas últimas rotulan por ejemplo el número de nodos de las funciones de onda $\Delta, (\Delta r), (\beta r)$. La imagen microscópica de las funciones de onda intrínsecas son:

$$f_{nM}(\Delta) \quad f_{TMK}^{n,m}(\beta r) \quad \text{intr. rot.} \quad \left(\frac{2T+1}{8\pi^3} \right)^{1/2} \sum_{n,m} f_{TMK}^{n,m}(\Delta r) e^{2iM\phi} \sum_{K_1 K_2} (w_1 w_2 w_3) \quad \text{intr. rot.} \quad \left(\frac{2T+1}{8\pi^2} \right)^{1/2} \sum_{n,m} f_{K}^{n,m}(\beta r) \sum_{MK}^I (w_1 w_2 w_3) \quad \text{rot.} \quad (10)$$

-partículas en un campo
"octupolar"(tetrahédrico)

Los estados excitados intrínsecos corresponden a fluctuaciones alrededor del mínimo del potencial. Estas vibraciones están generalmente a mayor energía que los estados rotacionales que son los modos de menor energía del sistema. Estos estados tienen funciones de onda $f(\Delta)$, $(f(\Delta, \Gamma))$, $(f(\beta, \gamma))$ con un mayor número de nodos. Microscópicamente estas corresponden a soluciones por ejemplo de la RPA de dos cuasipartículas con las simetrías que corresponde a cada caso.

3. SIMETRÍAS

Los momentos angulares y el dominio sobre el que quedan definidas las variables intrínsecas pueden determinarse haciendo uso de las simetrías del campo distorsionado⁵⁾.

Aún cuando los valores medios especifican completamente los parámetros de deformación y los ángulos de orientación, éstos no quedan unívocamente especificados. Esto puede entenderse si observamos que una vez que hemos determinado un sistema intrínseco podemos obtener otros igualmente válidos si efectuamos sobre el que hallamos cualquiera de las siguientes transformaciones:

$\mathcal{Q}_1$ = rotación en $\pi/2$ alrededor del eje x-intrínseco

$\mathcal{Q}_2$ = rotación en π alrededor del eje y-intrínseco

$\mathcal{Q}_3$ = permutación cíclica de los tres ejes intrínsecos

(En el caso de la fuerza de apareamiento con $T=1$ debemos agregar una rotación más: en un ángulo $\pi/2$ en el espacio de "gauge" ($\mathcal{G}_0$). En lo que sigue nos limitaremos a simetrías en el espacio tridimensional ordinario)

Como $\mathcal{Q}_1^4 = \mathcal{Q}_2^2 = \mathcal{Q}_3^3 = 1$ existen 24 posibles sistemas fijos al cuerpo igualmente legítimos que se obtienen de uno dado aplicando una cualquiera de las transformaciones

$$\mathcal{Q}_{s_1 s_2 s_3} = \mathcal{Q}_1^{s_1} \mathcal{Q}_2^{s_2} \mathcal{Q}_3^{s_3}$$

$$1 \leq s_1 \leq 4$$

$$1 \leq s_2 \leq 2$$

$$1 \leq s_3 \leq 3$$

Para analizar cuál es la consecuencia en la función de onda de esta

redundancia en la definición del sistema fijo al cuerpo, se debe imponer que ésta permanece inalterada cuando se le aplica una de las transformaciones anteriores. Sin embargo, el desdoblamiento que se hizo en variables intrínsecas y de orientación hace posible que las transformaciones anteriores puedan en general realizarse de dos maneras posibles: una cambiando los ángulos de Euler y otra cambiando los parámetros de deformación intrínsecos:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_s^r[\psi(q, w)] &= \psi(q, w) \\ \mathcal{Q}_s^i[\psi(q, w)] &= \psi(q', w) \end{aligned} \quad (11)$$

En (11) hemos representado por q y w respectivamente las variables intrínsecas y los ángulos de Euler. $\mathcal{Q}_s^{i(r)}$ es la transformación $\mathcal{Q}_s$ definida como un operador que cambia respectivamente las coordenadas intrínsecas o de orientación. Siempre que esta doble representación es posible, la condición de invariancia de la función de onda puede pues formularse como:

$$\mathcal{Q}_s^r[\psi] = \mathcal{Q}_s^i[\psi] \quad (12)$$

o bien
$$\mathcal{Q}_s^r[\mathcal{Q}_s^i]^{-1} = 1 \quad (13)$$

La condición (13) permite relacionar variables intrínsecas y de rotación ligando entre sí números cuánticos ligados a ambas dinámicas.

Cuando esta relación no es posible, sólo se obtienen propiedades aisladas de cada una de las dos dinámicas que están involucradas en esta descripción.

Utilizando este razonamiento es posible limitar el dominio de las variables intrínsecas:

$$0 \leq \beta \leq \infty$$

$$0 \leq \gamma \leq 2\pi/3$$

(def. cuadripolares)

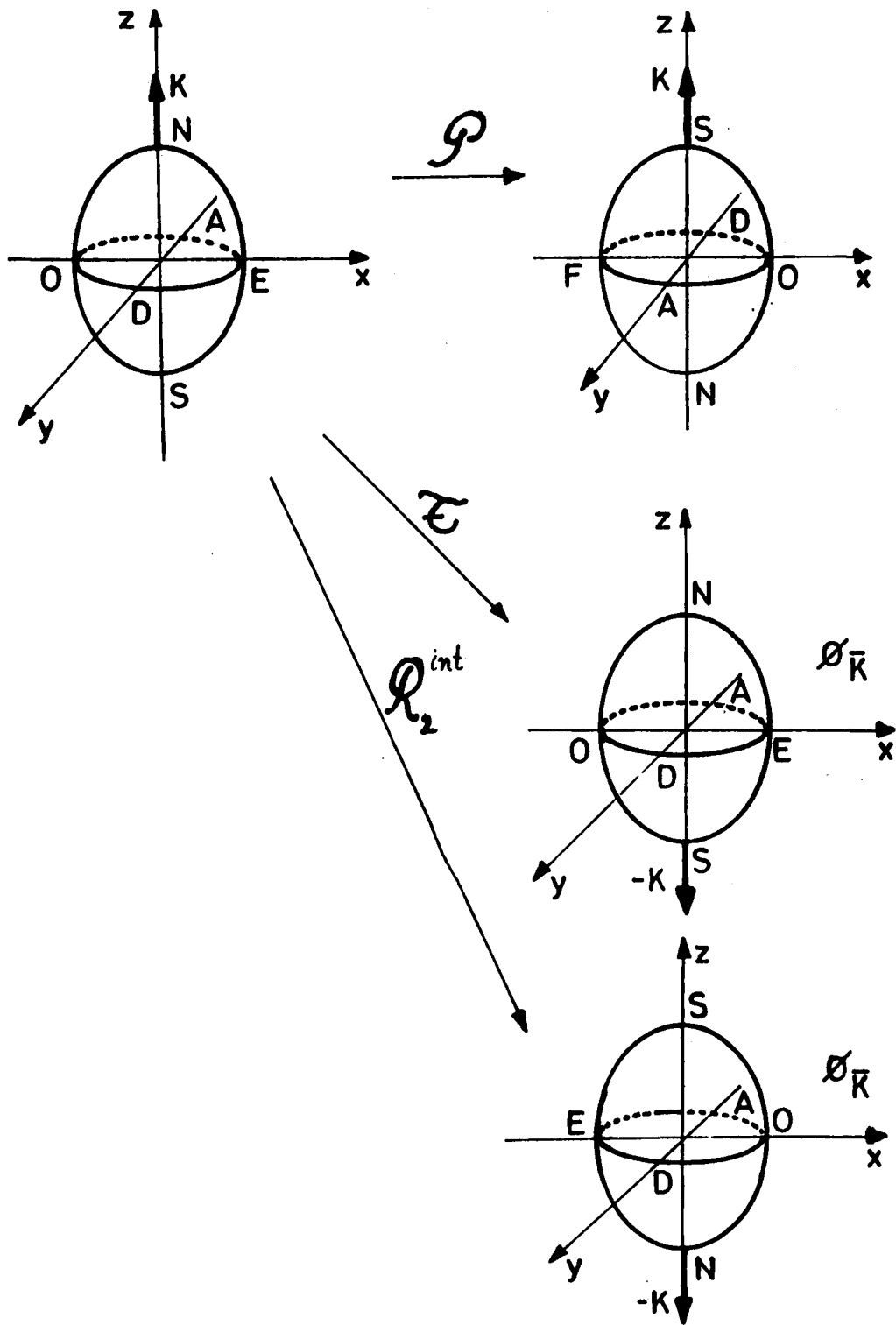


Fig. 1

$$0 \leq \Delta \leq \infty$$

$$0 \leq \Gamma \leq \pi/4$$

(apareamiento con $T=1$)

Para el caso importante de la simetría axial pueden además inferirse otras importantes propiedades. En este caso la proyección K del momento angular (isospin) en el eje Z -intrínseco es un buen número cuántico. En este caso la consideración de $\mathcal{Q}_1$ y $\mathcal{Q}_3$ no aportan nada nuevo.

La invariancia frente a $\mathcal{Q}_2$ implica

$$\mathcal{Q}_2^i \phi_K = \begin{cases} K=0 & \mathcal{Q}_2^i \phi_{K=0} = \Gamma \phi_{K=0} & \Gamma = \pm 1 \\ K \neq 0 & \mathcal{Q}_2^i \phi_K = \phi_{\bar{K}} \end{cases} \quad (14)$$

(15)

$$\mathcal{Q}_2^r \mathcal{D}_{MK}^I = (-)^{I+K} \mathcal{D}_{M-K}^I \quad (16)$$

La condición (13) implica pues que:

$$K=0 \quad \Gamma = (-)^I \quad \text{sólo momentos angulares de una paridad son admisibles}$$

$$\Gamma = +1 \quad I = 0, 2, 4, \dots$$

$$\Gamma = -1 \quad I = 1, 3, 5, \dots$$

Para $K \neq 0$ una manera de escribir la función de onda de modo que sea manifiestamente invariante es:

$$(K \neq 0) \quad \Psi_{IKM} = \left[\frac{2I+1}{8\pi^2} \right]^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + [\mathcal{Q}_2^i]^{-1} \mathcal{Q}_2^r \right) \phi_K \mathcal{D}_{MK}^I \quad (17)$$

Además de las transformaciones anteriores es importante considerar la paridad $\mathcal{P}$ y la reversión temporal $\mathcal{T}$. Estas sin embargo sólo son simetrías que admiten una expresión intrínseca y no en términos de las

variables de rotación. Por esta razón $\mathcal{P}$ y $\mathcal{E}$ simplemente duplican el espectro dando lugar a dobletes en cada estado permitido. Las fases pueden elegirse de modo que $\mathcal{Q}_2 \mathcal{E} = 1$. - (fig.1)

Una simetría importante es la combinación $\mathcal{I} = \mathcal{Q}_2 \mathcal{P}$ que equivale a una reflexión alrededor de un plano que contiene al eje de simetría (fig.2). Para hamiltonianos intrínsecos $\mathcal{I}$ -invariantes, la paridad $\mathcal{P}$ puede expresarse:

$$\mathcal{P} = \mathcal{Q}_2^{(n)} \mathcal{I}^{(i)} \quad (18)$$

donde $\mathcal{I}$ actúa en el espacio de las variables intrínsecas y $\mathcal{Q}_2$ en el de las variables de rotación. Vale entonces que:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} \psi_{IK=0M} &= \pi \psi_{IK=0M} = \mathcal{Q}_2^{(n)} \mathcal{I}^{(i)} \phi_{K=0} \mathcal{D}_{0M}^I \\ &= s(-)^I \phi_{K=0} \sum_{0M}^I \end{aligned} \quad (19)$$

donde usamos que

$$\begin{aligned} \mathcal{I}^{(i)} \phi_{K=0} &= s \phi_{K=0} \quad : \quad s = \pm 1 \\ \mathcal{Q}_2^n \mathcal{D}_{K=0M}^I &= (-)^I \mathcal{D}_{K=0M}^I \end{aligned} \quad (20)$$

con lo que los momentos angulares, la paridad y el número cuántico s quedan ligados por $(-)^I = s\pi$.

Si se eligen las fases de modo que

$$\mathcal{I} \mathcal{E} \phi_{K=0} = \phi_{K=0} \quad \text{ó} \quad \mathcal{I} \phi_K = \mathcal{E} \phi_K = \phi_{\bar{K}} \quad (21)$$

Para $K \neq 0$ queda

$$\psi_{IKM} = \frac{e^{i\alpha}}{\sqrt{2}} (1 + \pi \mathcal{I}^i \mathcal{Q}_2^n) \psi_{IKM} \quad (22)$$

con lo que los momentos angulares permitidos son $I \geq K$ y de ambas paridades

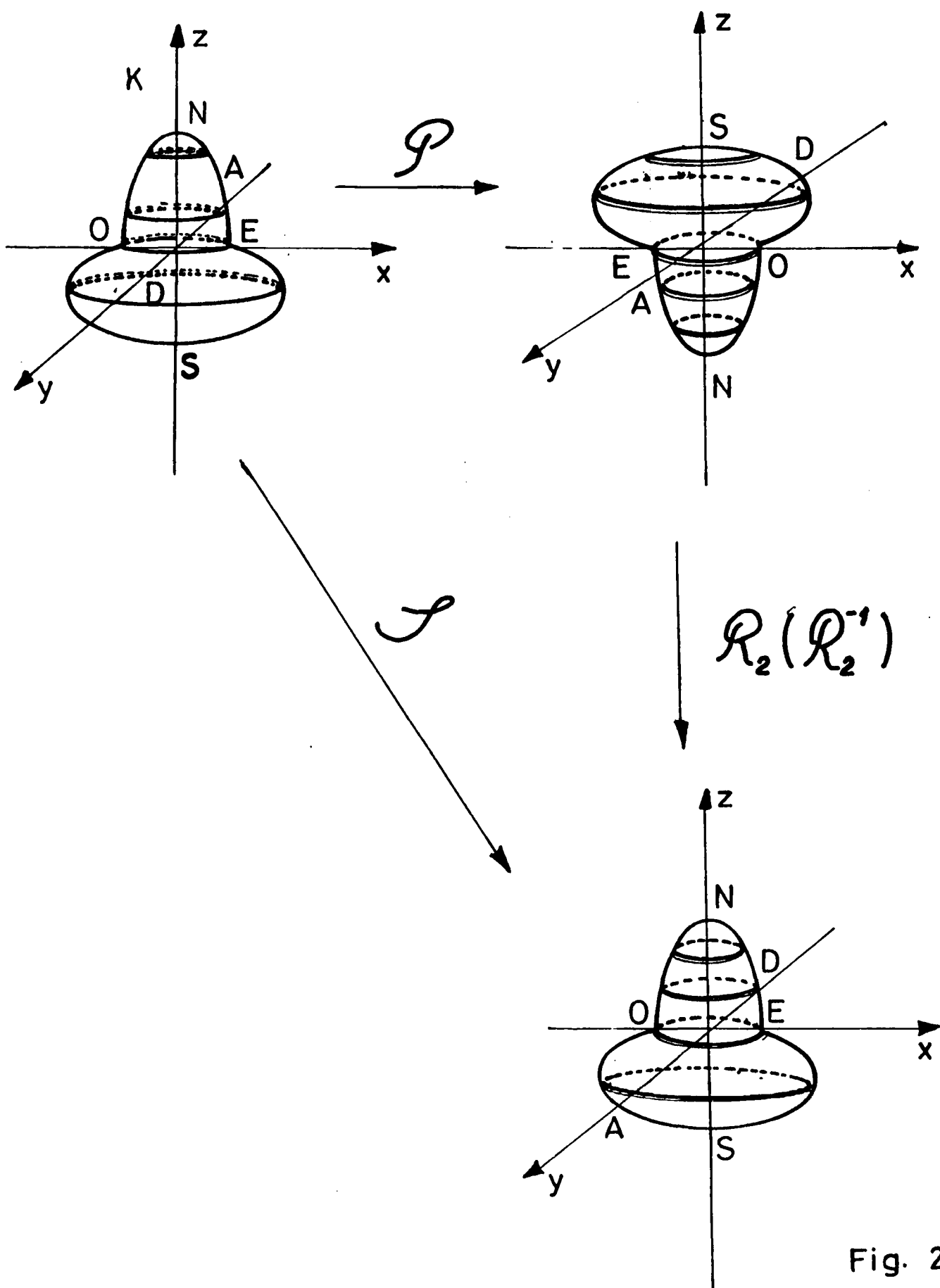


Fig. 2

Estos resultados se resumen en la tabla adjunta:

Invariancias	Rótulos del estado	Banda rotacional
H_{intr}	intrínseco	
Q_2, γ, ϵ	$ K, \pi\rangle$	$K=0$ $\gamma=+1 \quad I^\pi = 0^\pi, 2^\pi, 4^\pi, \dots$ $\gamma=-1 \quad I^\pi = 1^\pi, 3^\pi, 5^\pi, \dots$ $K \neq 0$ $I^\pi = K^\pi, (K+1)^\pi, (K+2)^\pi, \dots$
Δ, ϵ	$ K\rangle$	$K=0$ $S=+1 \quad I^\pi = 0^+, 1^-, 2^+, \dots$ $S=-1 \quad I^\pi = 0^-, 1^+, 2^-, \dots$ $K \neq 0$ $I^\pi = K^\pm, (K+1)^\pm, (K+2)^\pm, \dots$

4. ESTADOS INTRINSECOS BOSONICOS

Las funciones de onda de los estados intrínsecos pueden ser descriptos a partir de modelos de bosones en interacción. Estos modelos suponen que los nucleones de valencia pueden ser reemplazados por un gas de bosones que pueden ocupar dos estados posibles, uno con $\ell=0$ (bosóns) y otro con $\ell=2$ (bosones d).

Con los operadores de creación y aniquilación de bosones s y d se pueden formar 36 productos que conservan el número de bosones. Estas combinaciones bilineales son las generadoras del grupo $U(6)$. Las funciones de onda de N bosones pueden pues clasificarse de acuerdo con tres cadenas posibles:

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad & U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \\ \text{II)} \quad & U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \\ \text{III)} \quad & U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \end{aligned} \tag{23}$$

Los hamiltonianos que se construyen con los operadores de Casimir de los grupos que forman cada una de estas cadenas representan tres distintas simetrías dinámicas que a su vez se corresponden con las tres situaciones conocidas del modelo colectivo de las deformaciones cuadrupolares. Estas son: vibraciones en torno de una deformación de equilibrio nula, (cadena I) vibraciones alrededor de una posición de equilibrio deformada acompañada con rotaciones rígidas (cadena II) y vibraciones de gran amplitud con ruptura de la simetría axial (inestabilidad γ) (cadena III).

Si bien los métodos derivados de teoría de grupos permiten resolver exactamente hamiltonianos muy generales, estos métodos no pueden extenderse si se amplía el espacio bosónico. Para estos casos puede intentarse un tratamiento aproximado del problema mediante métodos

autoconsistentes⁶⁾. Estos métodos parten de suponer una transformación del espacio de bosones independientes

$$\Gamma_0^+ = \sum_i \gamma_{0i} \gamma_i^\dagger \quad \Gamma_p^+ = \sum_i \gamma_{pi} \gamma_i^\dagger \quad (p \neq 0) \quad (24)$$

y propone una función de onda de prueba para el nivel fundamental que es un condensado de N bosones:

$$\Phi_N = (N!)^{-1/2} (\Gamma_0^+)^N |0\rangle \quad (25)$$

Los parámetros γ_{0i} son considerados parámetros variacionales que se usan para minimizar el valor medio de H en el estado fundamental.

Introduciendo aquellas transformaciones en el hamiltoniano del sistema:

$$H = \sum_{ij} t_{ij} \gamma_i^\dagger \gamma_j + \frac{1}{4} \sum_{ijkl} V_{ij,kl}^{(sim)} \gamma_i^\dagger \gamma_j^\dagger \gamma_k \gamma_l \quad (26)$$

los términos que se obtienen pueden ser clasificados en potencias de Γ_0^+ .

Si $N \rightarrow \infty$ puede suponerse que:

$$\Gamma_0^+ |\Phi_N\rangle \approx \Gamma_0 |\Phi_N\rangle \approx \sqrt{N} |\Phi_N\rangle \quad (27)$$

con lo que potencias de Γ_0^+ corresponden a un desarrollo en potencias de $N^{1/2}$. Los términos $O(N^2)$ corresponden a la energía del nivel fundamental.

Los estados intrínsecos corresponden a reemplazar uno de los N bosones por una combinación lineal ortogonal a Γ_0^+ . Sus energías de excitación son, pues $O(N)$ y se determinan mediante la RPA. Las ecuaciones correspondientes se obtienen definiendo las excitaciones:

$$\mathcal{B}_\alpha^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_p X_p^\alpha \Gamma_p^+ \Gamma_0 - Y_p^\alpha \Gamma_0^+ \Gamma_p \quad (28)$$

los coeficientes X_p^α e Y_p^α se determinan linearizando las ecuaciones de movimiento.

La estructura rotacional es del siguiente orden; i.e. $O(1)$ y se determina mediante el cálculo del momento de inercia con la fórmula de Thouless-Valatin

$$J = 2 \sum_{\substack{K\alpha' \\ K''\alpha''}} \langle \phi_N | J_x | \phi_{N,K\alpha'} \rangle (A+B)^{-1}_{K\alpha', K''\alpha''} \langle \phi_{N,K''\alpha''} | J_x | \phi_N \rangle \quad (29)$$

donde A y B son las matrices usuales que intervienen en las ecuaciones de la RPA.

Es instructivo considerar los elementos de matriz de las transiciones electromagnéticas que se supone que son operadores de un bosón:

$$T^{LM} = \sum_{ij} q_{ij}^{LM} \gamma_i^+ \gamma_j \quad (30)$$

Es fácil observar que el reemplazo de la transformación (24) dará lugar a términos de $O(N)$ ($\Gamma_0^+ \Gamma_0$), $O(N^{\frac{1}{2}})$ ($\Gamma_0^+ \Gamma_\alpha + \Gamma_\alpha^+ \Gamma_0$) y $O(1)$ ($\Gamma_\alpha^+ \Gamma_\alpha$).

Los primeros son dentro de una misma banda ya que todos los estados de la banda rotacional poseen la misma estructura intrínseca. Los siguientes corresponden a transiciones entre la banda del nivel fundamental y bandas montadas sobre excitaciones intrínsecas. Finalmente el último término que es el más pequeño corresponde a transiciones entre bandas excitadas.

5. MODOS OCTUPOLARES

5.1. Características generales

La deformación octupolar con $\lambda=3$ rompe la simetría de reflexión (fig.1) y su paridad es $\Pi=-1$. Desde el punto de vista microscópico corresponde a la creación de pares partícula-agujero en estados pertenecientes a capas principales del oscilador armónico con diferencias en el número cuántico principal $N=1$ o 3 . Excitaciones de más baja energía se dan cuando merced a la interacción spin órbita quedan como vecinos niveles de paridad opuestas y conectados por un elemento de matriz de r^3 y y^3 que es grande.

La frecuencia $\omega_3(\Delta N=1)$ puede estimarse⁷⁾⁸⁾ con modelos esquemáticos (oscilador armónico sin spin órbita) y se obtiene que $\omega_3(\Delta N=1) \rightarrow 0$ para $N \rightarrow \infty$ que insinúa que sistemas nucleares masivos presentan una tendencia a la inestabilidad frente a oscilaciones de este tipo.

En la fig. 2 se muestra una sistemática de las vibraciones octupolares de baja energía ($\Delta N=1$) en toda la tabla periódica. La dependencia de $\omega_3(A)$ con $A^{-1/3}$ surge de análisis microscópicos cuyo ingrediente principal es que las capas principales del oscilador armónico siguen una ley $\omega_0 \approx 41A^{-1/3}$.

El modo octupolar colectivo en la zona del Pb fue también excitado en el ²⁰⁹Bi por medio de la dispersión inelástica de deuterones (fig.3)⁹⁾ individualizando el multiplete que surge del acoplamiento débil de un protón $h9/2$ al modo colectivo: $\{h9/2 \otimes 3^-\}^{17/2 \dots 3/2}$. En esta zona se intentó repetidamente individualizar el estado con dos bosones colectivos $\{3^- \otimes 3^-\}^{0,2,4,6}$. Existen indicios¹⁰⁾ que favorecen la interpretación de dos estados con $J=0$ y 2 como probables miembros del multiplete (fig.4).

El análisis de deformaciones octupolares está dificultado por dos razones principales. La primera es que no es siempre sencillo discernir

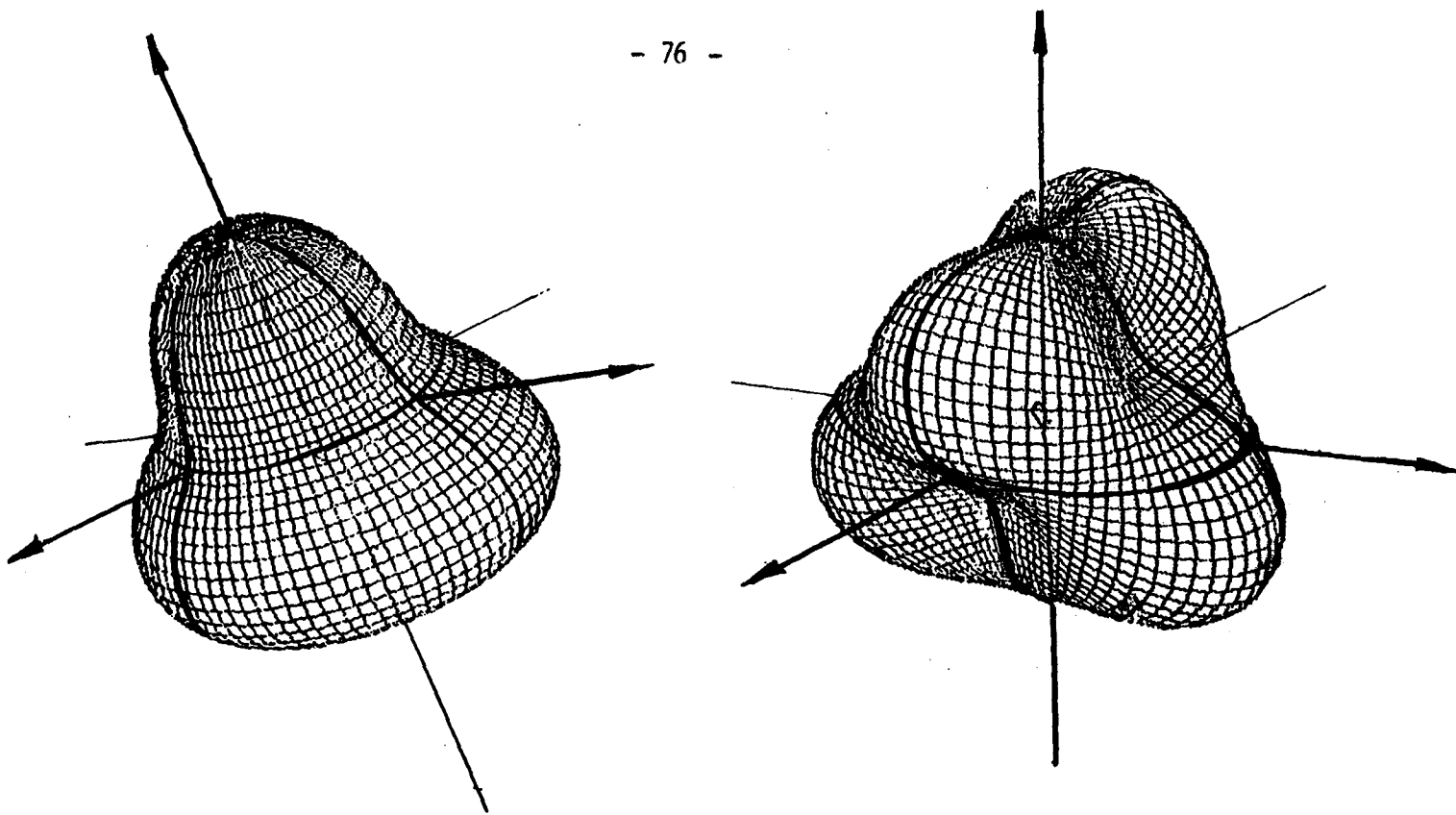


Figura 1
Deformaciones Y_{30} (izq.) e Y_{32} (derecha)

Energía del modo octupolar

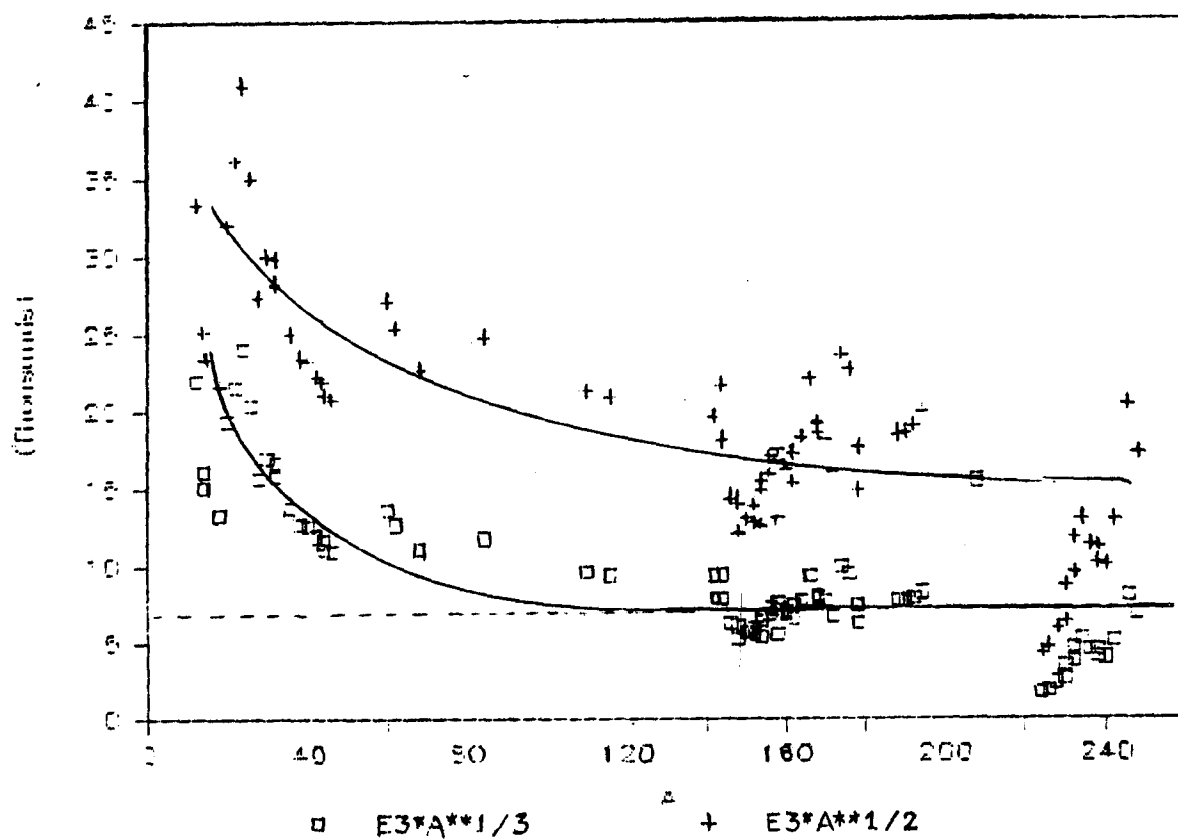


Figura 2

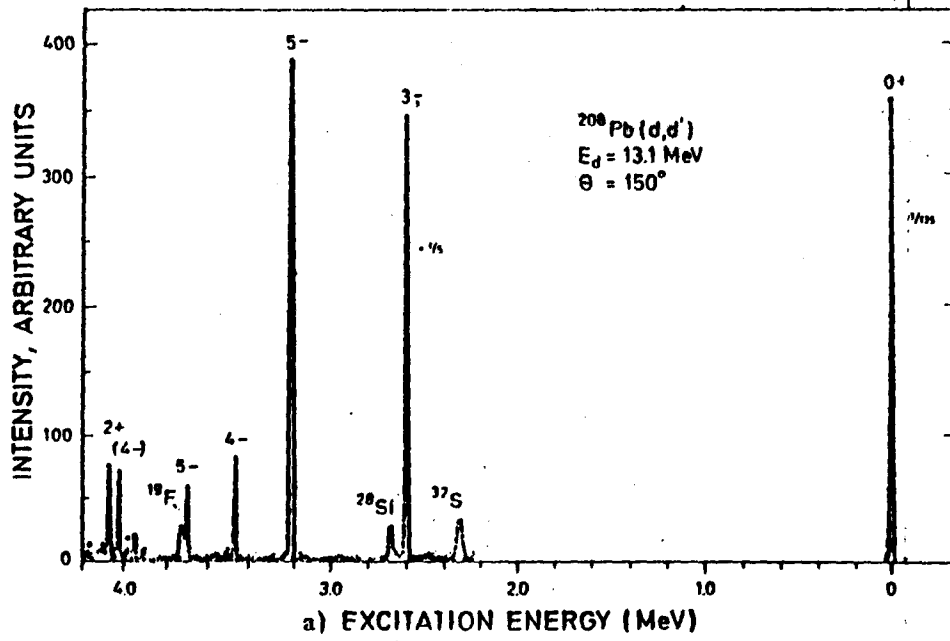


Figura 3

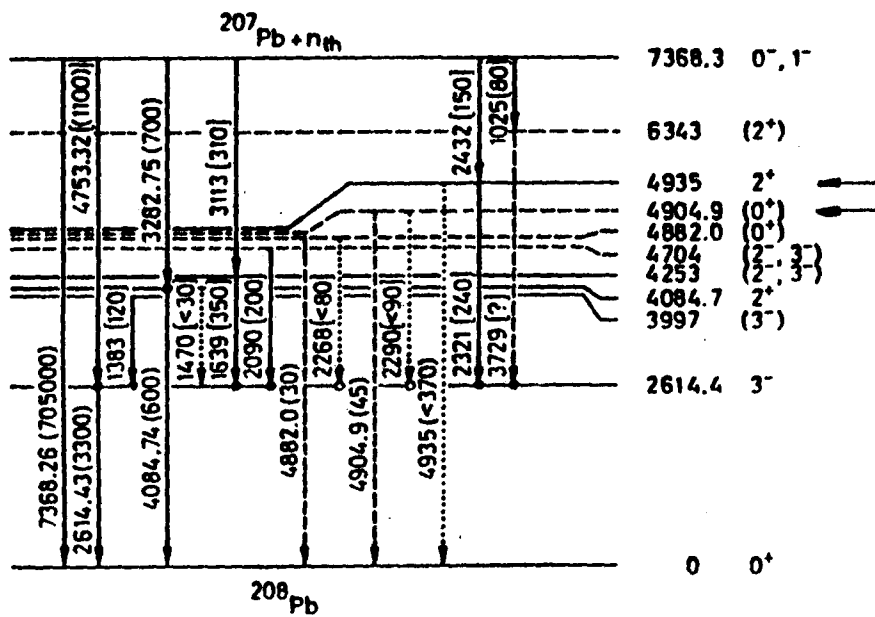
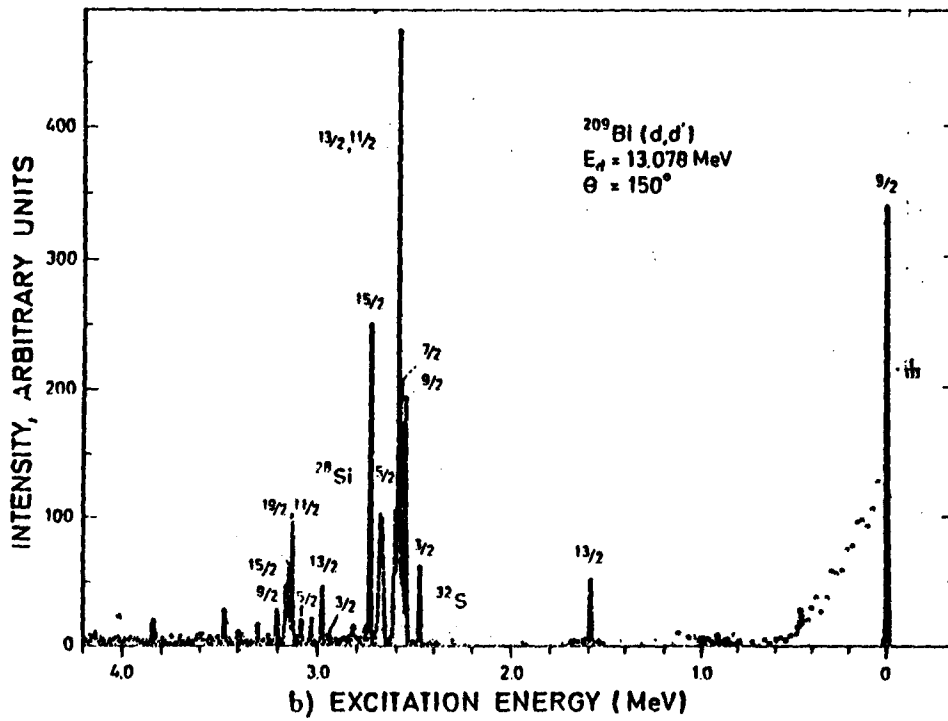


Figura 4

razones principales. La primera es que no es siempre sencillo discernir la naturaleza colectiva o de partículas independiente de las transiciones¹¹⁾ electromagnéticas E1 y E3 que se encuentran asociadas a estos modos. La segunda es que raramente el modo $\lambda=3$ se presenta desacoplado del $\lambda=2$. La evidencia de una deformación permanente está constituido por las bandas de niveles con una ley $J(J+1)$ y transiciones electromagnéticas intensas. Sin embargo, la dependencia de la energía con J queda determinada por el tensor (cuadrupolar) de inercia. La única característica determinante en consecuencia proviene de la ruptura de la invariancia de reflexión. Esta se manifiesta en la aparición simultánea de estados de paridad positiva y negativa. El análisis de éstos casos se dificulta por el hecho de que tales bandas pueden ser interpretadas dentro de una variedad de acoplamiento entre los grados de libertad $\lambda^\pi=2^+$ y $\lambda^\pi=3^-$.

Un ejemplo interesante⁷⁾¹²⁾ de acoplamiento de los grados cuadrupolares y octupolares está dado en los distintos isótopos del Sm. (fig.5). Los isótopos $^{144,146}\text{Sm}$ muestran vibraciones octupolares y cuadrupolares claramente diferenciados. A medida que se estabiliza una deformación cuadrupolar se observa una disminución de las frecuencias ω_3 . En el ^{148}Sm se observa el acoplamiento de ambos modos dando un multiplete del que sólo se ha medido los miembros de mayor y menor momento angular. En el ^{150}Sm la deformación no es suficiente como para fragmentar la intensidad E_3 a pesar de que se pueden individualizar diversos acoplamientos de la rotación y la vibración con el fonón. En el ^{152}Sm la intensidad E_3 se fragmenta como consecuencia que el bosón $\lambda=3^-$ en presencia de un campo con simetría axial da lugar a un multiplete de estados intrínsecos con $K^\pi = 0^-, 1^-, 2^-, 3^-$. El primero se observa en el sistema de laboratorio como una banda que comienza en $J=1^-$ y que posee los momentos angulares impares. Los restantes dan lugar a bandas con $J = K^-, (K+1)^-, (K+2)^-, \dots$.

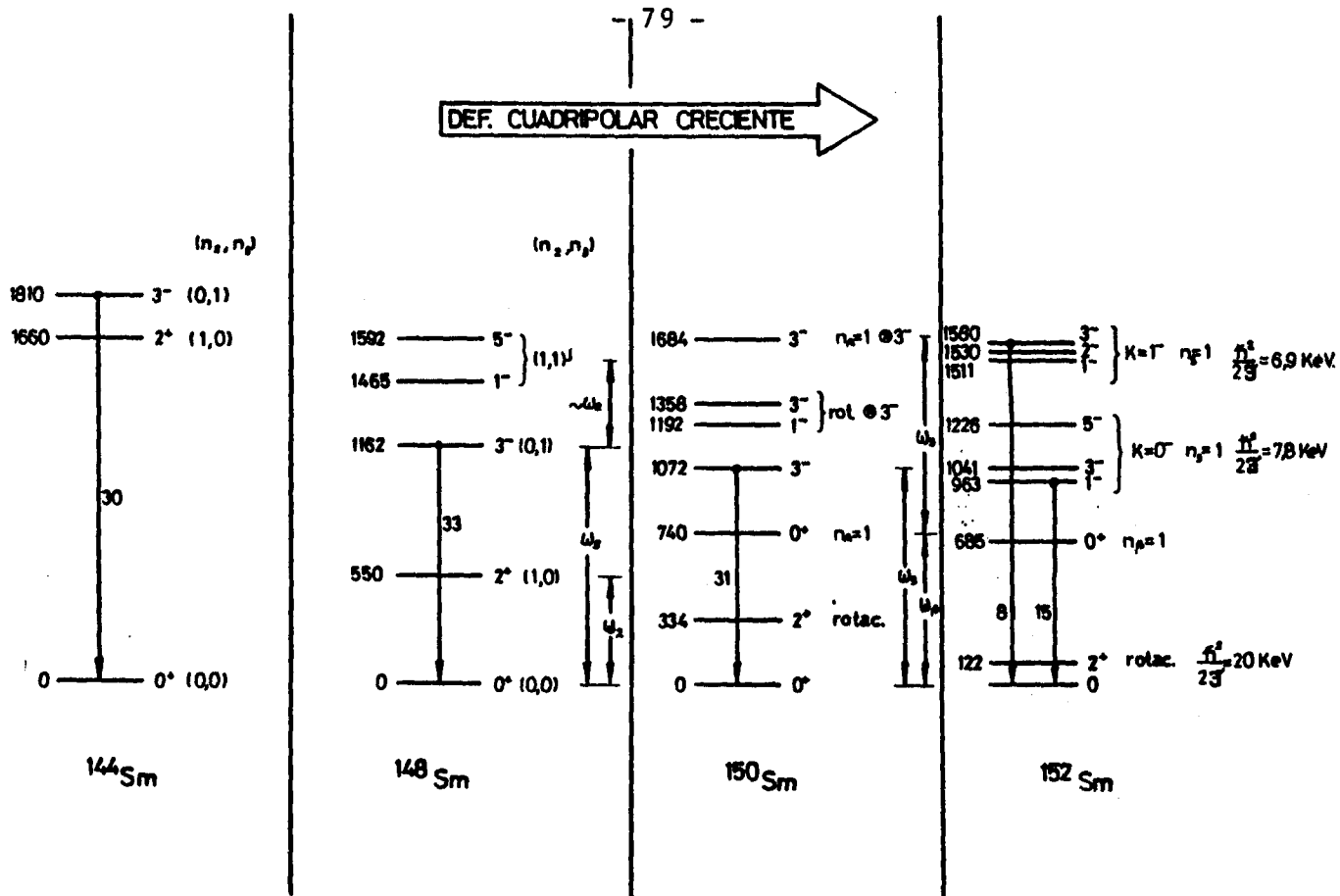


FIG. 5

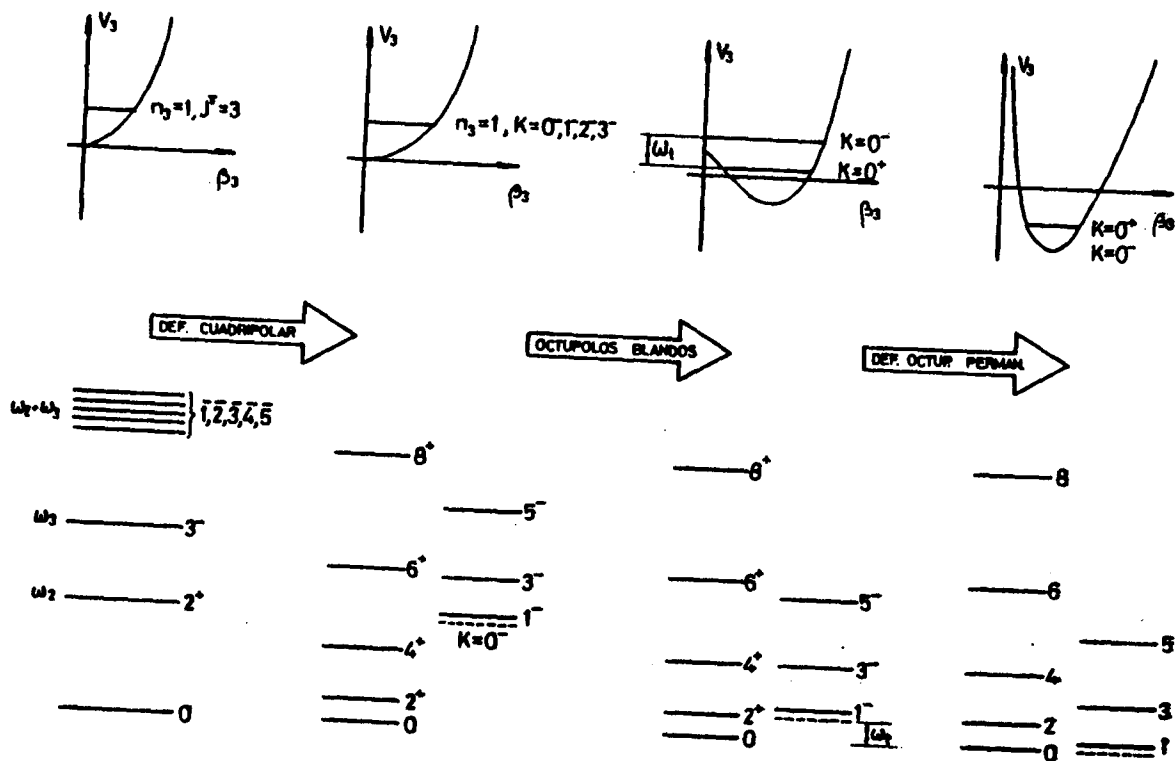


Fig. 6

La transición a una deformación octupolar permanente se da cuando se rompe la simetría de reflexión. El nivel fundamental en el estado intrínseco es $K=0$ y no tiene paridad definida. En el sistema de laboratorio esta situación se manifiesta por una banda $J=0^+, 1^-, 2^+, 3^- \dots$ con una ley $J(J+1)$. De hecho dos deformaciones octupolares son posibles: una y su imagen especular. Si el pasaje de una a otra es posible, el Hamiltoniano es nuevamente simétrico frente a reflexiones y la paridad puede servir de rótulo a los estados intrínsecos¹³⁾. Los modos $K=0^+$ y $K=0^-$ se esperan separados por una energía $(\omega)_t$ que depende del efecto túnel entre pares de estados especulares (fig.6). Como puede apreciarse no hay diferencias tajantes que permita diferenciar un bosón octupolar en presencia de un carozo deformado de una vibración octupolar blanda (efecto túnel) y éstas de una deformación octupolar permanente. En muchos de estos casos la identificación del estado con dos bosones octupolares daría mucha información sobre las anarmonicidades octupolares.

5.2 Búsqueda de deformaciones octupolares

La aparición de modos octupolares de baja energía está asociada al movimiento de partículas independientes en un pozo de potencial cuyas órbitas clásicas poseen simetría triangular⁷⁾¹⁴⁾. Estas órbitas se dan siempre que las frecuencias de oscilación radial y angular son conmensurables y están en la relación de 3 a 1.

Una situación como la descripta se observa cuando dos niveles tales que $\Delta \ell = 3 \Delta n$ se encuentran próximos entre sí. Tal es el caso con el $2p_{1/2}$ y el $1g_{9/2}$ ($Z \approx 40$; Sr, Zr y Mo) la del $2d_{5/2}$ y el $1h_{11/2}$ ($Z \approx 60$; Ce, Sm y Nd) el par $1i_{13/2}$ y el $2f_{7/2}$ ($Z \approx 100$; U, Pu, Cm) y el par $2g_{7/2}$ ($N \approx 136$; ^{224,226}Ra, ^{226,228}Th, ^{228,230}U) (ver fig.7). Estas predicciones pueden comprobarse con una sistemática¹⁵⁾¹⁶⁾ de la energía del E_0^-/E_2 como función de la "blandura" E_4/E_2 . En la fig. 8 se ha graficado esta magnitud para núcleos

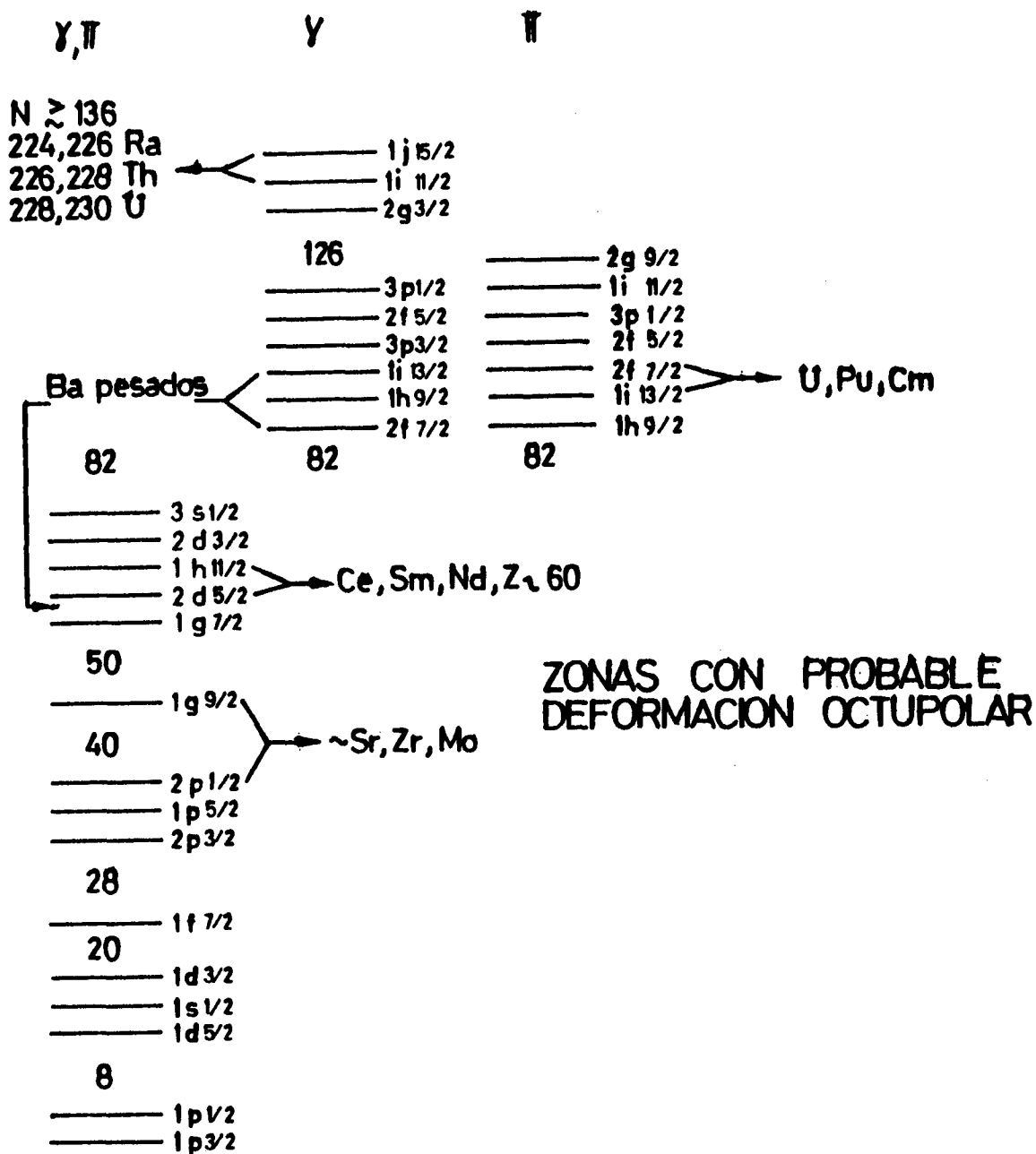


Fig. 7

Niveles de partícula independiente y
números mágicos
(las energías están fuera de escala)

Negative parity band-head energy

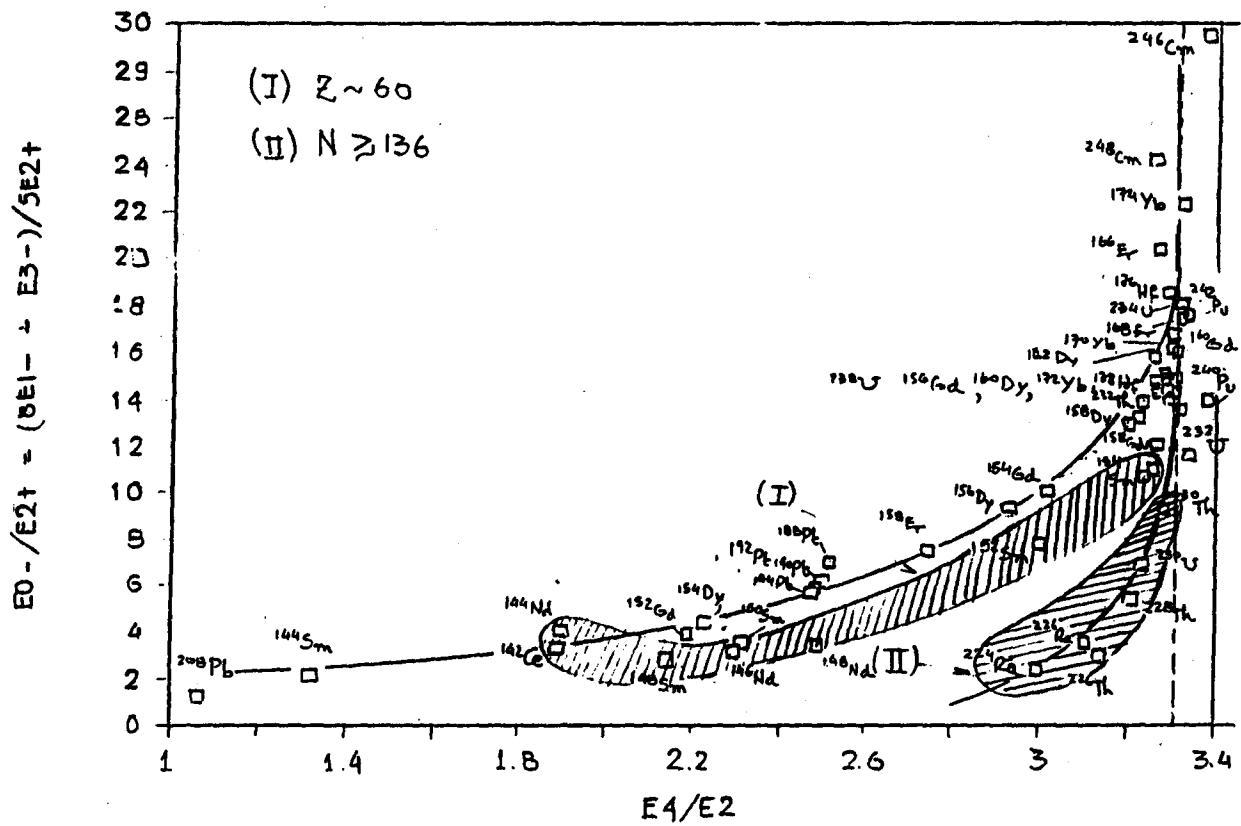


Figura 8

Moments of inertia (Ratios)

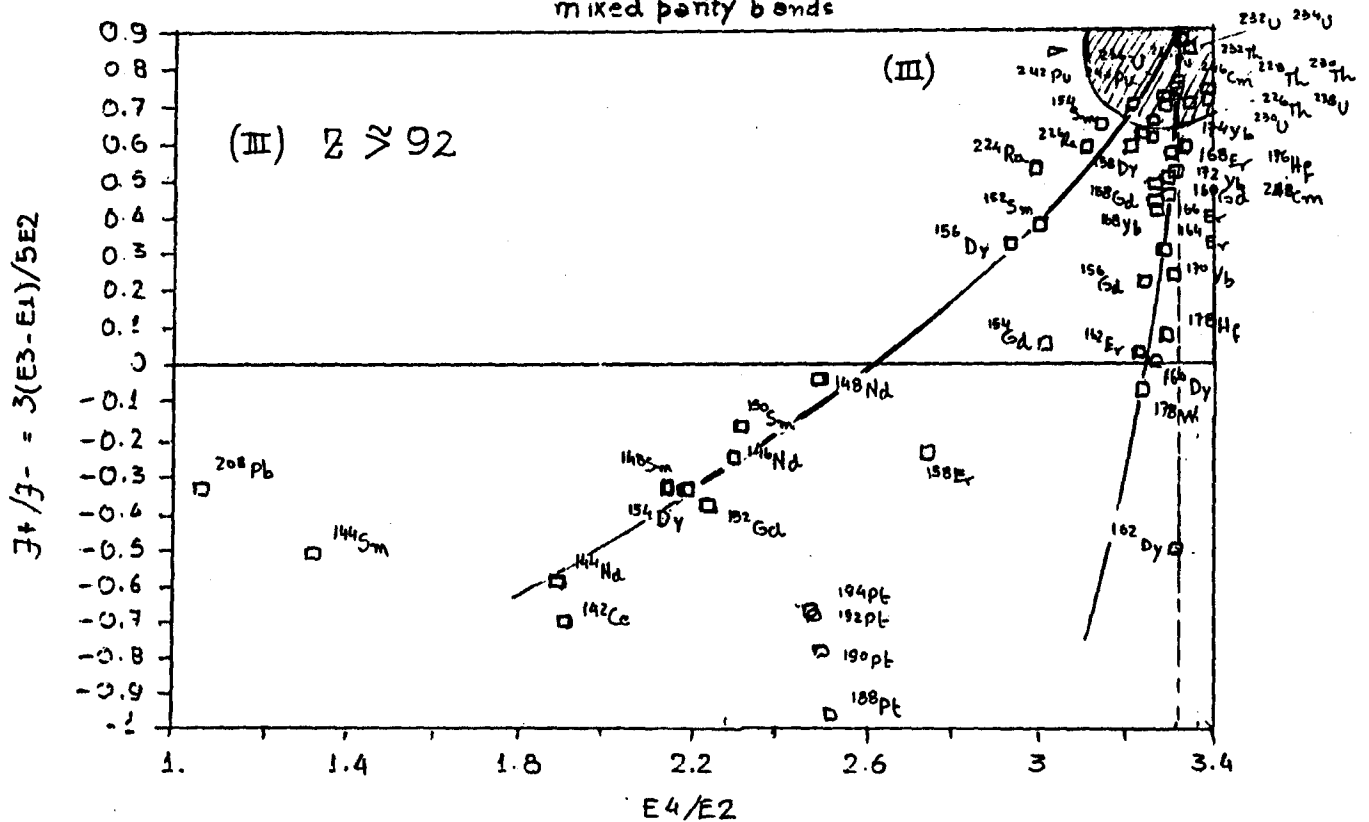


Figura 9

en $A > 120$. La energía E_0^- se obtiene empíricamente definiendo que los niveles 1^- y 3^- son miembros de una banda rotacional que obedece la ley $J(J+1)$ con un momento de inercia definido como:

$$\frac{\hbar^2}{2J_-} = \frac{E_3 - E_1}{10}$$

En la fig.9 se ha graficado la cantidad $\frac{E_3}{J_-}$ obtenida de datos empíricos de manera semejante.

Con esta orientación se efectuaron diversos cálculos de superficies de energía basados en sofisticaciones del modelo de Nilsson¹⁴⁾¹⁷⁾. En todos los casos los cálculos incluyen junto con deformaciones impares (3,5) deformaciones pares (2,4). Si bien estos resultados arrojan en la zona de $A \sim 226$ mínimos para $\beta_3 \neq 0$ éstos son sumamente chatos con barreras para $\beta_3 = 0$ de unos pocos KeV (~ 100). Dado que esta situación se parece más a un modo octupolar fuertemente anarmónico, que a una deformación estable se han intentado también cálculos no perturbativos¹⁸⁾ que evitan la RPA, para obtener la energía E_0^- . En estos cálculos se incluyen las fuerzas residuales de pairing y $Q_2 \cdot Q_2$ y $Q_3 \cdot Q_3$. Los resultados obtenidos dan lugar a la aparición sistemática de dobletes de paridades opuestas e intensos elementos de matriz de $r^3 y^3$ que son hasta cierto punto contradictorios con los cálculos mencionados más arriba. Recientemente se está explorando de estas maneras los isótopos más pesados del B_a ($^{146}B_a$) como otra probable zona proclive a deformaciones octupolares.

La presencia del grado de libertad con $\lambda = 3^-$ también fue buscada en la dinámica rotacional. Las bandas de paridad negativa en la zona de las tierras raras se describen satisfactoriamente¹⁹⁾ como un modo vibracional acoplado a un carozo con deformaciones permanentes con $\lambda = 2^+$. Las distorsiones pueden explicarse con interacciones del tipo $\left\{ \beta_2 \left\{ \beta_3 / \beta_3 \right\}^2 \right\}^0$ (ver espectro¹⁹⁾ del ^{152}Gd). Además de este tipo de interacción las

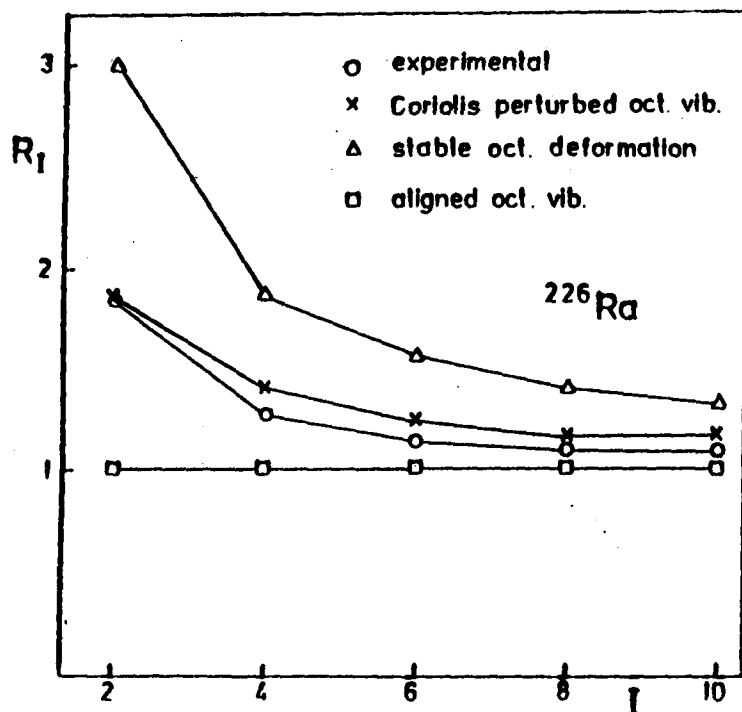


Figura 10

Cocientes de energía de los estados de la banda de paridad negativa del ^{226}Ra como función del momento angular I ($R_I = E(I+3) - E(I+1) / (E(I) - E(I-2))$)

Generadores				Nº	Grupo	Cadenas	
$s^+ s$	$f_\mu^+ s + s^+ f_\mu$	$f_\mu^+ s - s^+ f_\mu$	$f_\mu^+ f_\mu$	64	U(8)		
			$T_0 \quad T_{1\mu} \quad T_{2\mu} \quad T_{3\mu} \quad T_{4\mu} \quad T_{5\mu} \quad T_{6\mu}$	49	U(7)		
		$f_\mu^+ s - s^+ f_\mu$	$T_{1\mu} \quad T_{3\mu} \quad T_{5\mu}$	28	O(8)		
			$T_{1\mu} \quad T_{3\mu} \quad T_{5\mu}$	21	O(7)		
			$T_{1\mu} \quad T_{5\mu}$	14	G 2		
			$T_{1\mu}$	3	O(3)		

bandas de paridad negativa es de esperar que sufran una intensa perturbación por efecto de Coriolis²⁰⁾²¹⁾ debido al elevado momento angular que es inherente al modo octupolar. Alteraciones del momento de inercia de estas bandas comparadas con las del nivel fundamental pueden en algunos casos ser atribuidas a este acoplamiento. Este tipo de ajuste se intentó exitosamente²²⁾ con la banda del ^{226}Ra (fig.10).

El efecto de los altos momentos angulares y cruces de bandas en relación con la deformación octupolar han concitado también bastante interés. Esos estudios aquí sólo se van a mencionar. Por una parte más allá de un momento angular crítico los estados no pueden ser ya más considerados como modos colectivos sino que se transforman en estados desacoplados de dos cuasi-partículas²¹⁾. La imagen es totalmente análoga a la de Stephens y Diamond en la que la energía de apareamiento es reemplazada por la energía de interacción octupolar.

Algunos estudios están dedicados al análisis de la deformación octupolar como función del momento angular. Estos predicen una deformación permanente octupolar a momentos angulares suficientemente grandes (I-24) en la zona del ^{226}Th .

Otra evidencia que ha sido buscada en torno de las deformaciones octupolares está relacionada con el comportamiento de las transiciones dipolares (E1). Dado que este tema está muy relacionado con un aspecto de la segunda parte de esta presentación postergaremos este tratamiento para ese momento.

6. EXTENSIONES DEL MODELO DE BOSONES EN INTERACCION

6.1. Bosones con momentos angulares diversos

El modelo de bosones s y d procuró ser extendido para incorporar bosones de momentos angulares más elevados. La primera extensión obvia fue la inclusión²⁶⁾²⁷⁾ de un bosón con $\ell=4$ (bosón g) que permitiría llegar a momentos angulares notablemente más elevados y enriquecería el espectro de las cabezas de banda de baja energía. Esta extensión no implica realmente ningún cambio conceptual profundo pues las simetrías dinámicas que ya están presentes en el modelo s-d siguen presentes. La extensión más interesante es la que presente el tratamiento de los estados de paridad negativa.

La inclusión de bosones f para dar cuenta de modos octupolares no da lugar a simetrías dinámicas como las que sería de desear. Los operadores bilineales que se pueden formar con bosones s y f dan lugar a sólo dos posibles cadenas de clasificación grupal:

- I) $U(8) \supset O(8) \supset O(7) \supset G_2 \supset O(3)$
- II) $U(8) \supset U(7) \supset O(7) \supset G_2 \supset O(3)$

El esquema se muestra en la fig. 11. Las representaciones del grupo más grande tan sólo rotulan las funciones de onda totalmente simétricas de $N=N_s+N_f$ bosones. La cadena que pasa por U(7) quedan rotuladas por N_f y por esa razón podemos decir que son la base que hace diagonal un término de bosón independiente f^{N_f} que haya en el Hamiltoniano. El grupo O(3) lo único que contribuye es a clasificar las funciones de onda por el momento angular.

La primera de las cadenas, en cambio, al tener como uno de sus generadores el operador "momento octupolar" $s^+ f_\mu + f_\mu^+ s$ mezcla el número N_f

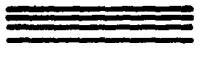
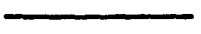
y N_s en las funciones de onda y da lugar a una "banda cuasirrotacional" rotulada por un número cuántico λ_z que es la senioridad.

Los espectros asociados a ambas cadenas están indicados en la fig.12.

Es fácil observar que ambos esquemas difieren tan sólo en detalles difíciles de detectar experimentalmente. Es interesante destacar sin embargo que la cadena (I) es conceptualmente semejante a la $O(6)$ del modelo s-d que corresponde a los sistemas γ -inestables. Estos espectros pueden interpretarse como bandas rotacionales en un sentido más amplio que el usual²⁸⁾ en que el rótulo del momento angular se reemplaza por que es la senioridad. Sobre este punto volveremos más adelante.

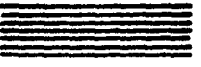
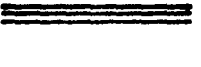
Esta imposibilidad que posee el IBA con bosones f, de dar lugar a bandas rotacionales, puede intentarse subsanar de diversos modos. Una posibilidad es la de recurrir a un sistema con bosones²⁹⁾ s d y f. Este esquema no admite una clasificación sencilla dentro de teoría de grupos que, por otra parte, permite calcular elementos de matriz entre funciones de N bosones con cierta facilidad. Admite, en cambio un tratamiento aproximado aplicando métodos autoconsistentes. Dentro de este esquema es posible calcular las energías de las cabezas de banda y los momentos de inercia utilizando el modelo de "cranking". El modelo de cranking puede inclusive²⁸⁾ ser aplicado para calcular los momentos de inercia de bandas de senioridad para lo que es necesario poner cierto cuidado en utilizar una generalización apropiada de las fórmulas usuales. Este método tiene por otra parte la dificultad de requerir una proyección a buena paridad.

Otra forma de poder explicar bandas rotacionales de paridad negativa dentro del modelo IBA es considerando bosones s y p. Resulta más o menos claro que bosones p ($\lambda=1$) están peligrosamente asociados a desplazamientos del centro de masa. Si bien los bosones del IBA siempre han sido interpretados como asociados a pares de nucleones para este caso tal interpretación es dejada de lado y el bosón p se asocia en cambio con

E		U(8)	U(7)	O(7)	O(3)
			$\overbrace{N_S \quad N_T}$	λ_7	J
$3\omega_3$		N	N-3	3	1 3
					3^- $1,3,4,5,6,7^-$
$2\omega_3$		N	N-2	2	0 2
					0^+ $2^+,4^+,6^+$
ω_3		N	N-1	1	1
					3^-
0		N	N	0	0
					0^+

$U(8) \supset U(7) \supset O(7) \supset O(3)$

$H \sim E_f \quad N_f + \dots$

E		U(8)	O(8)	O(7)	O(3)
		N	λ_8	λ_7	J
$4, K_7$		N	N	3	
					$1,3,4,5,6,7,9^-$
$\frac{7}{3}, K_7$		N	N	2	
					$2^+,4^+,6^+$
K_7		N	N	1	
					3^-
0		N	N	0	
					0^+

$U(8) \supset O(8) \supset O(7) \supset O(3)$

$H \sim -K \quad Q, Q, + \dots$

FIG.12

un momento dipolar intrínseco que correspondería a una configuración asimilable a una molécula diatómica.

La cadena que pasa por U(3) es como en los casos anteriores la que corresponde a una dinámica "vibracional" cuyo cuanto tiene $\lambda = 1$. En este caso la senioridad se torna idéntica al momento angular. La otra cadena que pasa por O(4) da lugar a bandas de momentos angulares y paridades alternadas. Este modelo ha sido llamado modelo de "vibrones"³¹⁾.

Dado que este esquema se lo considera asociado con "clustering" nuclear es altamente improbable que se presente puro y se intentó en cambio acoplar, con un modelo sd. Este esquema de cuatro bosones diferentes: s, d, s' y p posee tantos parámetros libres como datos a ajustar y sus resultados no pueden ser tomados de un modo concluyente. El éxito de este esquema consiste en dar cuenta de las cabezas de banda $K = 0$ y 1 que son en un todo semejantes a las cabezas de banda debidas al acoplamiento de un bosón octupolar a un carozo deformado. Sin embargo estas cabezas pueden obtenerse también de otras maneras, entre ellas con un modelo más sencillo que sólo involucre bosones s d y f (fig.13).

El éxito o el fracaso de la ocurrencia de bosones p depende en buena medida de que puedan detectarse transiciones El intensas³²⁾. En ese sentido se han elaborado estimaciones de los momentos dipolares y de los $B(E1)$ asociados.

Una deformación octupolar permanente da lugar a un valor de $\langle Z_{sp} \rangle$ distinto de cero³³⁾. Este efecto conjuntamente con el propio momento dipolar que proviene del campo eléctrico inhomogéneo de un octupolo permite asociar un cierto momento dipolar con las deformaciones $\lambda = 3$ de una gota líquida. Este valor es con todo mucho menor que el que se encontraría fragmentando al núcleo en dos racimos de N y Z diferente de modo tal que los centros de masa no coincidan con los centros de carga (Tabla 1)³²⁾.

La distribución de intensidad El puede finalmente verse afectada por

Generadores				Nº	Grupo	Cadenas
$s^+ s$	$p_r^+ s + s^+ p_r$	$p_r^+ s - s^+ p_r$	$p_r^+ p_r$	16	U(4)	
			T_0	9	U(3)	
			T_{1M}	8	SU(3)	
			T_{2M}	6	O(4)	
			T_{1M}	3	O(3)	
			T_{1M}			
$T = (p^+ B)_M^J$						I II

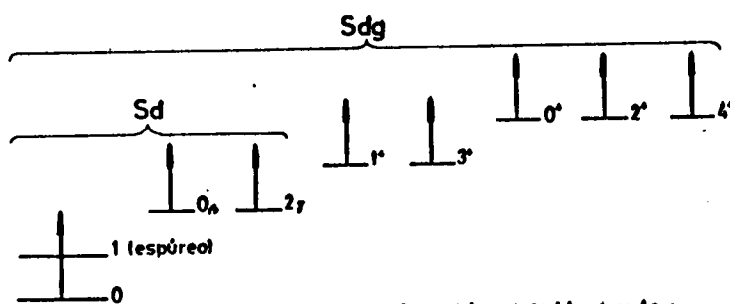
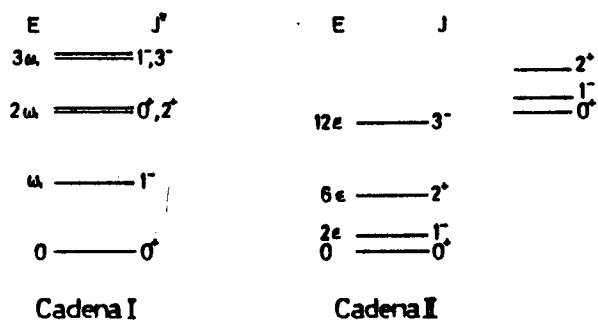
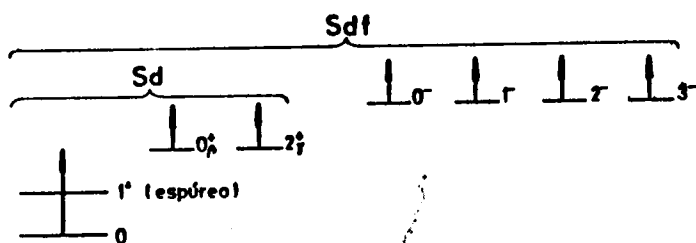
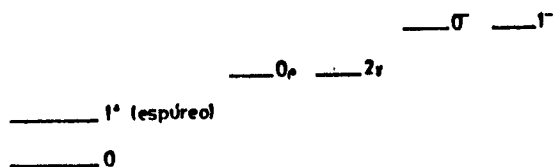


Figura 13

$$\begin{aligned}
 |K=0\rangle &= \eta_0^+ |s_0\rangle \pm \eta_0^+ |d_0\rangle \pm \eta_0^+ |g_0\rangle \\
 |K=1\rangle &= \eta_1^+ |d_1\rangle \pm \eta_1^+ |g_1\rangle \\
 |K=2\rangle &= \eta_2^+ |d_2\rangle \pm \eta_2^+ |g_2\rangle \\
 |K=3\rangle &= |g_3\rangle \qquad |K=4\rangle = |g_4\rangle
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 |K=0\rangle &= \eta_0^+ |s_0\rangle \pm \eta_0^+ |d_0\rangle \pm \eta_0^+ |f_0\rangle \\
 |K=1\rangle &= \eta_1^+ |d_1\rangle \pm \eta_1^+ |f_1\rangle \\
 |K=2\rangle &= \eta_2^+ |d_2\rangle \pm \eta_2^+ |f_2\rangle \\
 |K=3\rangle &= |f_3\rangle
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 |K=0\rangle &= \eta_0^+ |s_0\rangle \pm \eta_0^+ |d_0\rangle \pm \eta_0^+ |f_0\rangle \\
 |K=1\rangle &= \eta_1^+ |d_1\rangle \pm \eta_1^+ |f_1\rangle \\
 |K=2\rangle &= |d_2\rangle
 \end{aligned}$$

Abajo: cabezas de banda que se obtienen por el método HB con bosones s,d,p.

el diverso nivel de mezcla que pueda tener la resonancia dipolar gigante. En qué medida coexisten los tres mecanismos es un tema de interés y estudio si bien no son de esperar interpretaciones teóricas exentas de ambigüedad.

TABLA 1 32)

Estimaciones de momentos dipolares D y valores B(E1)

Núcleo	D [efm]		B(E1) (e ² fm ²)	
	clustering	octupolar	clustering	octupolar
¹⁸ ₀ ¹⁰	.90	.002	5.8 x 10 ⁻²	1.0 x 10 ⁻⁵
¹⁵⁰ Nd ₉₀	3.29	.154	7.7 x 10 ⁻¹	9.3 x 10 ⁻³
²²⁰ Ra ₁₃₂	3.84	.332	9.5 x 10 ⁻¹	3.4 x 10 ⁻²

Una estimación del grado de colectividad de las transiciones E1 teniendo en cuenta efectos de "clustering" nuclear, puede obtenerse a través de una regla de "suma molecular"³⁴⁾.

$$S_m(E1, A_1 + A_2) = \left(\frac{q}{4\pi} \right) \frac{(Z_1 A_2 - A_1 Z_2)}{A A_1 A_2} \frac{\frac{1}{2} e^2}{2m}$$

Fenomenológicamente puede también usarse un bosón p para simular el acoplamiento de las deformaciones del nivel fundamental con la resonancia dipolar gigante ³⁵⁾. Resulta obvio que la naturaleza de este bosón p es diferente del que se vino analizando hasta aquí. En estos casos sólo interesa considerar funciones de onda con un solo bosón p. La sección

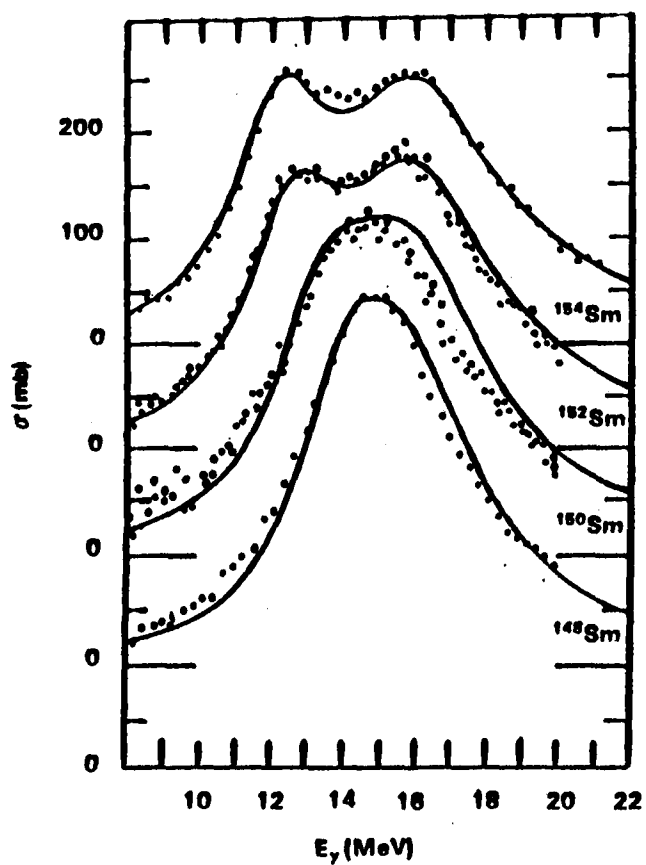


Figura 14

Sección eficaz de absorción fotónica total para la serie de isótopos pares ^{148}Sm hasta ^{154}Sm . Las curvas sólidas representan el cálculo teórico y los puntos, los resultados experimentales.

eficaz de absorción de un fotón se escribe como:

$$\sigma_t = \frac{8\pi e^2}{3\hbar c} \sum_k |\langle \psi_k | p^\dagger | \phi_0 \rangle|^2 \frac{\Gamma_k E_k E^2}{(E - E_k)^2 + \Gamma_k^2 E^2}$$

donde ϕ_0 es el nivel fundamental y ψ_k la autofunción de un Hamiltoniano que acopla un sistema de bosones s y d con un único bosón p. El ancho Γ_k se toma fenomenológicamente. De este modo se consigue dar cuenta de los detalles de la sección eficaz de absorción de fotones a medida que esta se fragmenta en dos picos vecinos cuando se estabiliza la deformación cuadrupolar en los isótopos del Sm (fig.14).

6.2 Bosones asociados a protones y a neutrones

Una de las primeras extensiones del modelo de bosones en interacción fue para tomar en cuenta separadamente a protones y neutrones³⁶⁾. Formalmente, eso equivalen a agregar un pseudo isospin $T = \frac{1}{2}$ a cada bosón³⁷⁾. La principal limitación de este modelo es la multitud de parámetros libres que imposibilitan discernir críticamente entre diversas alternativas. En la práctica sólo se han utilizado hamiltonianos muy simplificados que incluyen un término de interacción cuadrupolo protones-cuadrupolo neutrones. Este esquema tiene sin embargo, un inconveniente. Dado que los bosones de neutrones y de protones son distinguibles, no es posible eliminar de la descomposición del producto tensorial $[N_p] \otimes [N_n]$ de las dos representaciones completamente simétricas de protones y de neutrones aquellas representaciones de simetría intermedia $[N-1,1]$, $[N-2,2]$, etc. Esto se consigue introduciendo un término protón neutrón que desplaza estos niveles a mayor energía.

Investigando las simetrías dinámicas de este sistema más complejo se ha intentado reproducir efectos de triaxialidad³⁸⁾.

El resultado quizá más interesante derivado de este esquema es la

obtención de la "resonancia angular gigante"³⁹⁾. Este modo colectivo es conceptualmente semejante a la resonancia dipolar gigante con la diferencia que en lugar de un desplazamiento relativo de los centros de masa de protones y neutrones lo que se da una reorientación de los esferoides asociados en cada clase de partículas.

Si bien este modo fue analizado dentro del esquema IBA con protones³⁸⁾ y neutrones, fue predicho desde el contexto más semejante al de la gota líquida⁴²⁾. Su análisis microscópico⁴²⁾ sobre la base del modelo de Nilsson, permite tomar en consideración los efectos de la fuerza de apareamiento, el acoplamiento con las resonancias gigantes y el efecto del exceso de neutrones.

En la figura 15 se muestra esquemáticamente cómo es la estructura de los estados intrínsecos tal como se los obtiene en cálculos auto consistentes de bosones⁴¹⁾. Lo que es interesante destacar es la aparición también de vibraciones β y γ isovectoriales que corresponden a movimientos de protones y neutrones fuera de fase. La vibración "angular gigante" ha sido detectada⁴⁶⁾ en experimentos (e,e',) en el ^{156}Gd a energías compatibles con las diversas estimaciones teóricas. En cálculos IBA en que se incluyeron además bosones g ($\ell=4$) se advierte una fragmentación de la intensidad $1+$ entre varios estados.

Estos modos son fáciles de imaginar en otras circunstancias pero sumamente difíciles de detectar experimentalmente. Cuando el Hamiltoniano adquiere la simetría $O(6)$ el modo con $K=2$ pasa a tener una frecuencia RPA nula como corresponde a un estado espúreo, esta es en verdad una oscilación de amplitud infinita (γ -inestables). Un estado "rotacional" fuera de fase con $K=2$, debería aparecer a baja energía y sería el homólogo del $K=1$ para las rotaciones tridimensionales usuales.

El modelo IBA con protones y neutrones también ha sido utilizado para descubrir la transición de la esfericidad a la deformación. La idea de que la interacción N-P es la responsable de la aparición de

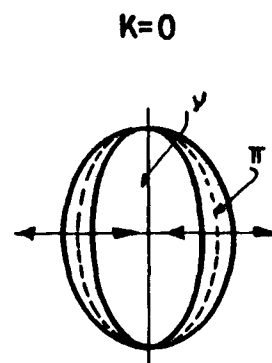
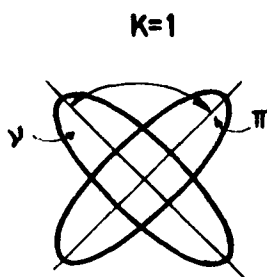
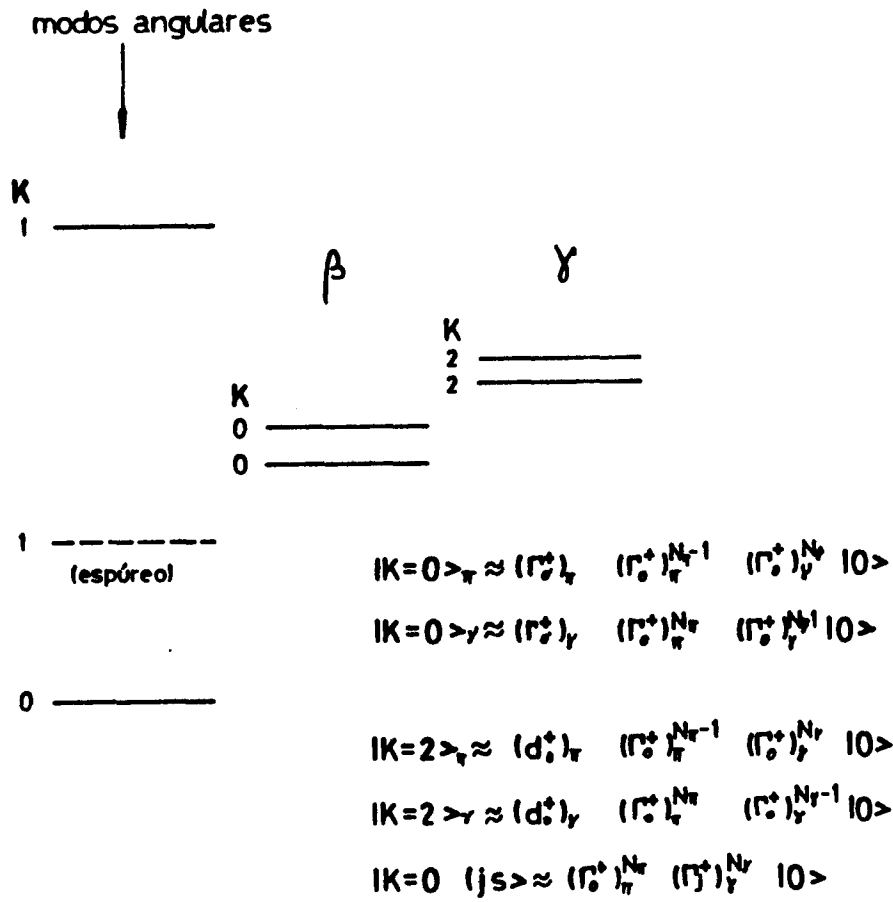


FIG. 15

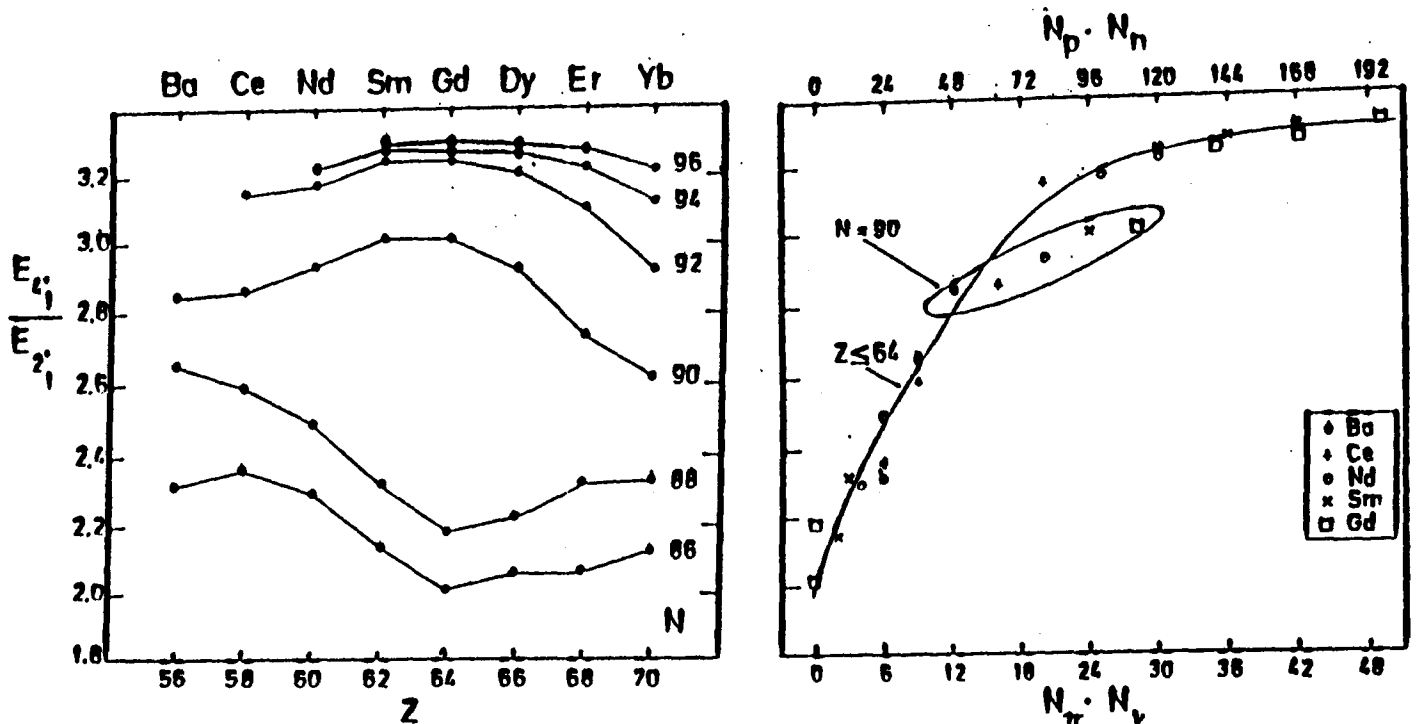
deformaciones estables no es de ninguna manera nueva. Fue discutido dentro del modelo de capas⁴²⁾ y de esquemas autoconsistentes⁴³⁾ (HF,HFB). También fue investigado dentro del esquema del VMI⁴⁴⁾. Recientemente se ha sugerido que el pasaje de la esfericidad a la deformación para A 130 se efectúa pasando por una situación intermedia de inestabilidad⁴⁵⁾.

$U(5) \quad \longrightarrow \quad O(6) \quad \longrightarrow \quad SU(3)$
 vibracionales inestables deformación estable

Tal transición puede bien representarse en términos del parámetro N N que actúa como un parámetro de escala que universaliza todas las transiciones graduales en la zona.(fig.16)⁴⁵⁾.

Figura 16

Sistemática de $E(4)/E(2)$ para la región de A=150. A la derecha los mismos datos graficados como función del producto $N_p \cdot N_n$.



7. GENERALIZACIONES DE LA DINAMICA ROTACIONAL

La función de onda de los estados de la banda yrast de un rotor rígido con simetría axial corresponden a los de una partícula puntual, sin spin;

$$\psi_{I,K=0,M} = \int_{K=0} (q) \sum_{0 \leq m \leq J} (w_1, w_2, w_3) \dots \psi_0(q) Y_n^I(w_2, w_3) \quad (1)$$

Las simetrías particulares del estado intrínseco que constituye la cabeza de banda limitan los momentos angulares y las paridades que se observan en la banda rotacional.

La parte angular no son otros que los esféricos armónicos ordinarios que son a su vez base para las representaciones irreducibles de $O(3)$. El operador de Casimir de este grupo es la energía cinética de rotación y su autovalor es $J(J+1)$. La anisotropía espacial introducida por el rotor deformado con simetría axial se corresponde con la anisotropía espacial asociada con el radiovector que señala la ubicación de la partícula que posee una orientación definida en cada instante de tiempo.

Si se pretende describir la dinámica asociada con una variable de tensionalidad mayor que uno, tal como un tensor cuadripolar ($\lambda=2$) el grupo de rotaciones que corresponde utilizar no es ya una $O(3)$ sino que es $O(5)$. En este caso los estados de la banda yrast están rotulados por el número cuántico $\mathcal{V}_5$, $\mathcal{V}_5=0,1,2,\dots$ que está asociado con las representaciones de $O(5)$. El espectro sigue una ley $\mathcal{V}_5 (\mathcal{V}_5 + 3)$. El estado de máximo momento angular para un dado $\mathcal{V}_5$ es $J=2 \mathcal{V}_5$. Este espectro corresponde a la dinámica asociada con la inestabilidad δ .

La existencia tanto de núcleos inestables, como de otros con una deformación axial estable y también de toda una gama de dinámicas intermedias puede pues representarse fenomenológicamente como el pasaje de una dinámica rotacional de 3 a 5 dimensiones espaciales.

La consideración de una dinámica rotacional asociada a grados de libertad colectivos con una tensionalidad λ da lugar pues al uso de los grupos ortogonales de $d=2\lambda+1$ dimensiones. La energía cinética de "rotación" representada por el operador de Casimir de ese grupo tiene un autovalor $\mathcal{V}_d(\mathcal{V}_d+d-2)$. El máximo momento angular compatible con una dada $\mathcal{V}_d$ es

$$J = \lambda \mathcal{V}_d = \frac{d-1}{2} \mathcal{V}_d \quad (2)$$

El espectro cuasi-rotacional asociado a una dinámica de ese tipo es:

$$E_J \propto \frac{4}{(d-1)^2} J(J + \frac{1}{2}(d-1)(d-1)) \quad (3)$$

que queda definida a menos de un "momento de inercia" que depende de la estructura intrínseca del estado.

La expresión (2) da lugar a las bien conocidas secuencias:

$$J = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (d=3)$$

$$J = 0, 2, 4, 6 \dots \quad (d=5)$$

para las dinámicas en 3 y 5 dimensiones. En este análisis fenomenológico consideraremos que tanto d como J pueden variar continuamente y haremos caso omiso a la estructura particular de las bandas que sean consecuencia de las simetrías particulares del estado intrínseco.

La expresión (3) permite trazar los diagramas de $\mathcal{R}_J = E_J/E_2$ como función de $\mathcal{R}_4$ (diagrama de Mallmann) con que se ha intentado repetidamente⁴⁷⁾⁴⁸⁾ analizar la regularidad de las bandas rotacionales. El cociente $\mathcal{R}_J$ resulta:

$$\mathcal{R}_J = \frac{2J^2 + (d-2)(d-1)J}{8 + 2(d-2)(d-1)} \quad (4)$$

El cociente R_J tiene dos valores extremos: $R_J = J/2$ para $d = +\infty$ y $\frac{J(J-1)}{30}$ para $d = 3/2$. Es interesante hacer notar que la recopilación⁴⁸⁾ sistemática de datos experimentales indica una discontinuidad en $R_4 \approx 1.8$ en buen acuerdo con el valor $R_4 = 2$ que se obtiene en el presente modelo para $d = +\infty$.

La comparación (4) con datos experimentales⁴⁹⁾ se encuentra ilustrada en la figura.

Se han incluido bandas cuasirrotacionales parcialmente no ligadas tales como la del ^8Be o las obtenidas en la dispersión de $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$. Estas bandas tienen una "dimensionalidad" $2 \leq d \leq 3$.

El parámetro d asociado con la dimensionalidad del espacio en el que tiene lugar la rotación requiere aún una interpretación física más profunda. De momento puede suponerse que representa el acoplamiento de la rotación con otros grados de libertad no colectivos.

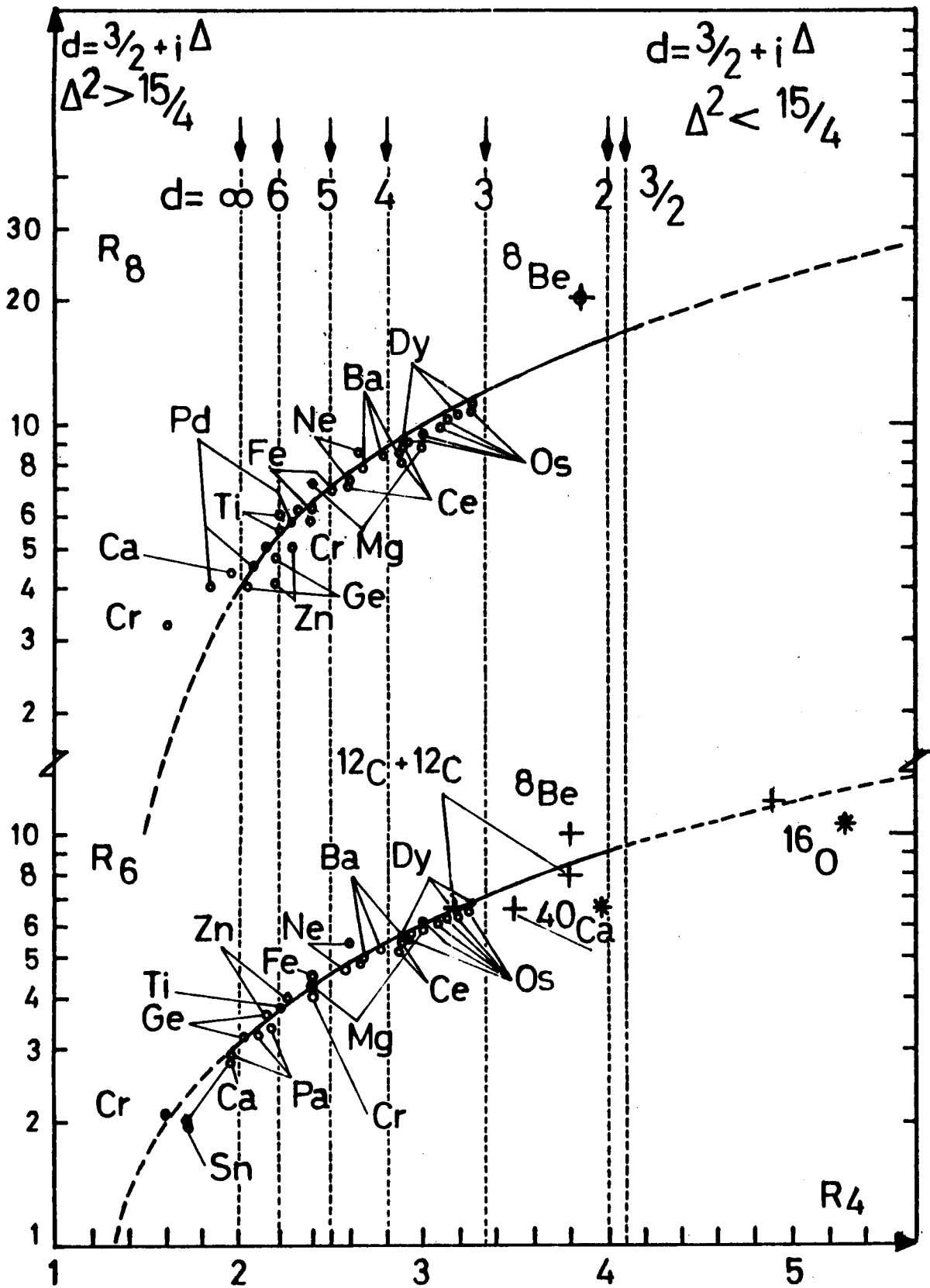


Figura 17

Bibliografía

- 1) A.Bohr. Mat.Fys.Medd.Dan.Vid. Selsk 26 (1952) N°14
- 2) R.A.Brogliá, D.R.Bes, R.P.J.Perazzo and K.Kumar
Nucl.Phys. A143 (1970) 1
- 3) G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo, D.R.Bes y R.A.Brogliá.
Nucl.Phys. A175 (1971) 513
- 4) G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo, R.A.Brogliá y D.R.Bes.
Nucl.Phys. A183 (1972) 298
- 5) En esta sección seguimos a Bohr y D.R.Mottelson. Nucl.Struct. Vol.II
W.A.Benjamin, 1975.
- 6) J.Dukelsky, G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo, S.L.Reich y H.M.Soffia
Nucl.Phys. A425 (1984) 93.
- 7) A.Bohr y B.Mottelson. "Nuclear Structure". W.A.Benjamin, 1975, Vol.II
- 8) G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo y S.L.Reich. Phys.Rev. C22 (1980) 292
- 9) J.Ungrin, R.M.Diamond, P.O.Tjøm y B.ElbeK. Mat.Fys.Medd.Vid.Selsk 38
(1971) N° 8
- 10) M.A.J.Mariscotti et al. Nucl.Phys. A407 (1983) 98
- 11) L.K.Peker y H.H.Hamilton. J.Phys.G Nucl.Phys. 5 (1979) L165
- 12) E.Vejl, B.ElbeK, B.Herskind y M.C.Olesen Nucl.Phys. A109 (1968) 482
- 13) P.O.Lipas ICTP Internal Report IC/69/36
P.O.Lipas, J.Svolainen, Nucl.Phys. A131 (1969) 77
- 14) P.Möller, S.G.Nilsson, R.K.Sheline. Phys.Lett. 40B (1972) 329
- 15) M.Sakai, Y.Gono, Preprint.Univ.of Tokyo, INS-J-160 (1979)
- 16) C.Lederer, V.Shirley et al. Tables of Isotopes. J.Wiley and Sons,
N.Y. 1978.
- 17) P.Vogel Phys.Lett. 25B (1967) 65
- 18) R.R.Chasman, Phys.Lett. 96B (1980) 7
- 19) D.R.Zolnowski, T.Kishimoto, Y.Gono, T.T.Sugihara Phys.Lett. 55B
(1975) 453

- 20) K.Neergard, P.Vogel, Nucl.Phys. A145 (1970) 33, A149 (1970) 217
- 21) P.Vogel, Phys.Lett. 60B (1976) 431
- 22) R.Zimmermann, Phys.Lett. 113B (1982) 199
- 23) S.Frauendorf, V.V.Pashkevich, Preprint
- 24) W.Nazarewicz, P.Oleander, Phys.Rev. C32 (1985) 602
- 25) W.Nazarewicz, G.A.Leander, J.Dudak, Contr.Symp.Elect.Prop. of
H.Spinst. Estocolmo (1983)
- 26) P.van Isacker, K.Heyde, M.Waroquier, G.Warres, Nucl.Phys. A380
(1982). Phys.Lett. 104B (1981) 5
- 27) Wu Hua-Chuan, Phys.Lett. 110B (1982) 1
- 28) R.P.J.Perazzo, H.M.Soffia. Preprint
- 29) J.Dukelsky, R.P.J.Perazzo, S.L.Reich y H.M.Soffia Phys.Lett. (en
prensa)
- 30) J.Dukelsky, G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo, S.L.Reich y H.M.Soffia,
Nucl.Phys. A425 (1984) 93
- 31) F.Iachello y A.D.Jackson, Phys.Lett. 108B (1982) 151
F.Iachello Intl. Symp. of In Beam. Nuclear Spectroscopy, Debrecen,
Hungria, 1984.
- 32) F.Iachello, Preprint Yale YNT 85-07 (1985)
- 33) G.A.Leander Contr.to V Int. Symp. on Capture Gamma Ray Spectroscopy
and Related Topics, Sept. (1984), ed. S.Raman
- 34) Y.Alhasid, M.Gai y G.F.Bertsh, Phys.Rev.Lett.49 (1982) 1482
- 35) F.G.Scholtz, Phys.Lett. 151B (1985) 87
- 36) A.Arima y F.Iachello, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. 31 (1981) 75
- 37) T.Otsuka, A.Arima y F.Iachello Nucl.Phys. A309 (1978) 1
- 38) A.E.Dieperink, (conferencias sobre "Geometrical interpretation of
the Interacting boson model")
- 39) N.Lo Iudice y F.Pale^{Umbu}~~ombo~~ Phys.Rev.Lett. 41 (1978) 1532, Nucl.Phys.
A326 (1979) 193
- 40) D.R.Bes y R.A.Brogliu, Phys.Lett. 137B (1984) 141

- 41) S.Pittel, J.Dukelsky, R.P.J.Perazzo y H.M.Sofía, Phys.Lett. ...
- 42) I.Talmi en "Interacting bosons in nuclei" ed. F.Iachello (Plenum, New York, 1979. pág.79)
- 43) P.Federman, S.Pittel, Phys.Lett. 69B (1977) 385; 77B (1978) 29; Phys.Rev. C20 (1979) 820
- 44) A.Kreiner y C.Pomar comunicación privada
- 45) R.F.Gasten, Phys.Lett. 152B (1985) 145
- 46) A.Richeter, Proc.Int.Conf. on Nucl.Phys. Florencia, 1983
D.Rohle et al. Phys.Lett. 137B (1984) 27
- 47) C.A.Mallmann, Phys.Rev.Lett. 2 (1959) 507
- 48) M.A.J.Mariscotti, Phys.Rev.Lett. 24 (1970) 1242
M.A.J.Mariscotti, G.Scharff Goldhaber, B.Buck. Phys.Rev. 178
(1969) 1864.
- 49) M.Sakai y Y.Gono, Institute for Nuclear Study, Univ.of Tokyo,
preprint INS-I-160. July 7, 1979.

CONFERENCIAS

MICROSCOPIA DEL MODELO DE BOSONES INTERACTUANTES EN NUCLEOS
DEFORMADOS

J. Dukelsky

Departamento de Física, CNEA.

El modelo de bosones interactuantes (IBM)¹ fenomenológico se basa en las siguientes cuatro hipótesis:

- I) La estructura de los estados colectivos de baja energía está dominada por las partículas fuera de capa cerrada.
- II) Las configuraciones más importantes corresponden a pares correlacionados de momento angular $L=0^+(S)$ y $L=2^+(D)$.
- III) Estos pares se tratan como bosones del mismo momento angular s y d .
- IV) La interacción entre bosones es de dos cuerpos.

Aceptando estas hipótesis, el hamiltoniano bosónico mas general es de la forma:

$$H = H_{\pi\pi} + H_{\nu\nu} + H_{\pi\nu} \quad [1]$$

π : protón

ν : neutrón

Este hamiltoniano contiene 29 parámetros, por lo que no es útil para realizar estudios fenomenológicos.

Suponiendo que la interacción entre fermiones idénticos se tiene en cuenta por medio de la energía de unión de los bosones s y d , siendo despreciable la contribución al término de dos cuerpos bosónico, y que la interacción protón-neutrón es predominantemente cuadrupolo-cuadrupolo, se puede escribir un hamiltoniano simplificado:

$$H = \epsilon (\hat{n}_{d_n} + \hat{n}_{d_v}) - K \hat{Q}_n \cdot \hat{Q}_v + a \hat{M}_{nn}$$

$$\hat{n}_{dv} = \sum_{\mu} d_{\mu}^{\dagger} d_{\mu} \quad [2]$$

$$\hat{Q}_{fu} = (s_p^{\dagger} d_p + d_p^{\dagger} s_p)_u^2 + \chi_p (s_p^{\dagger} d_p)_u^2$$

Este hamiltoniano bosónico tiene cuatro parámetros, $\epsilon, K, \chi_n, \chi_v$ más la constante "a" que multiplica el operador de Majorana que se usa para limpiar el espectro de baja energía de los estados antisimétricos.

Una gran cantidad de estudios fenomenológicos se han realizado con este hamiltoniano, encontrando que los parámetros tienen una dependencia suave con el número de protones y de neutrones.

El éxito fenomenológico de este modelo no es prueba suficiente de su validez microscópica. Es necesario demostrar, partiendo del problema fermiónico, cada una de las hipótesis en las que se basa el IBM; para finalmente derivar un hamiltoniano bosónico cuyos parámetros concuerden con los ajustados fenomenológicamente.

Históricamente, los bosones s y d del IBM fueron identificados como equivalentes a pares fermiónicos S y D²⁾ (hipótesis III).

La aproximación de senioridad generalizada³⁾, que es válida para sistemas esféricos, describe al estado fundamental como un condensado de pares S y al primer estado 2⁺ excitado como correspondiente a un par D.

Otsuka, Arima y Iachello⁴⁾ propusieron encontrar los elementos de matriz del hamiltoniano bosónico igualándolos a los elementos de matriz del hamiltoniano fermiónico entre estados de baja senioridad generalizada. Los cálculos realizados⁵⁾ mostraron una concordancia cualitativa con los parámetros ajustados fenomenológicamente. Esta concordancia se hacía cuantitativa cuando se renormalizaba el hamiltoniano debido a la influencia de otros pares fermiónicos.

De esta forma quedó establecida la fundamentación microscópica del

IBM en núcleos esféricos.

Este procedimiento de bosonización no puede ser extendido a núcleos transicionales y deformados porque la aproximación de senioridad generalizada pierde validez al mezclarse pares de momento angular mayor que cero en el estado fundamental. Los cálculos fermiónicos se hacen más y más complicados, y comienzan a tener importancia los términos de más de dos cuerpos en el hamiltoniano bosónico.

En núcleos deformados, la aproximación de Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) provee una descripción apropiada del estado intrínseco fermiónico, ya que tiene en cuenta en igualdad de condiciones los fenómenos de deformación y superconductividad.

El estado fundamental de HFB se puede escribir como un estado coherente de pares:

$$|\Phi_{\text{HFB}}\rangle \propto \exp[\rho \Gamma_F^+] |0\rangle$$

[3]

$$\Gamma_F^+ = \frac{1}{2\rho} \sum_{\alpha m} \frac{v_{\alpha m}}{\mu_{\alpha m}} a_{\alpha m}^+ a_{\alpha - m}^+$$

donde se ha supuesto simetría axial.

El par correlacionado Γ_F^+ , que no tiene momento angular bien definido, se puede desarrollar en términos de pares fermiónicos S, D, G, etc.

$$\Gamma_F^+ = \alpha_0 S^+ + \alpha_2 D_0^+ + \alpha_4 G_0^+ + \dots$$

[4]

Las amplitudes α_L y la estructura de los pares fermiónicos S, D, G, . . . están determinadas por la solución de HFB.

Bohr y Mottelson⁶⁾ fueron los primeros en reconocer que HFB podía determinar la estructura de los pares correlacionados a que hace referencia el IBM. Los cálculos que realizaron en una capa j, mostraron que era necesario incluir el par G para obtener una descripción apropiada del

estado intrínscico.

Este trabajo dió lugar a una larga polémica sobre la importancia del par G. Se realizaron cálculos cada vez más complejos, hasta que finalmente cálculos realistas con proyección en el número de partículas y en el momento angular⁷⁾, confirmaron las conclusiones de Bohr y Mottelson.

A pesar de los esfuerzos realizados en esta línea, todavía no fue posible elaborar un procedimiento de bosonización análoga al de Otsuka, Arima y Iachello⁴⁾ en núcleos deformados.

En este punto se puede hacer notar, que la importancia del par fermiónico G solo se corresponde con la del boson g, si se acepta la hipótesis III.

Esta hipótesis se basa en una aproximación cuasibosónica que solo es válida cuando se tienen pocas partículas en el espacio de valencia y el principio de Pauli juega un rol secundario.

Como los núcleos deformados se caracterizan por tener muchas partículas fuera de capa cerrada, es importante que las imágenes bosónicas de los operadores fermiónicos tengan en cuenta el principio de exclusión.

El desarrollo bosónico generalizado de Holstein-Primakoff (GHP)⁸⁾ determina las imágenes bosónicas de los operadores bifermiónicos de forma tal de preservar su algebra de conmutación.

En término de los operadores bosónicos B_{ij}^+ que satisfacen las relaciones de conmutación:

$$[B_{ij}, B_{kl}^+] = \delta_{ik} \delta_{jl} - \delta_{il} \delta_{jk} \quad [5]$$

$$B_{ij}^+ = -B_{ji}^+$$

Las imágenes bosónicas de los operadores bifermiónicos son:

$$\begin{aligned} (a_i^+ a_j)_0 &= \sum_k B_{ik}^+ B_{jk} \\ (a_i^+ a_j^+)_0 &= [B^+ \sqrt{I - (B^+ B)^T}]_{ij} \end{aligned} \quad [6]$$

La diferencia esencial entre este desarrollo bosónico y la aproximación cuasibosónica es la raíz cuadrada que aparece en la imagen bosónica de un estado de dos fermiones. Esta raíz cuadrada es la que resguarda el principio de Pauli en el mapeo y es necesaria para poder cerrar las relaciones de conmutación.

La ventaja de este desarrollo bosónico es que en el límite clásico, en que los operadores bosónicos se pueden reemplazar por variables, se encuentran las ecuaciones de HFB⁹⁾.

Esta propiedad se puede utilizar para establecer una relación entre los estados intrínsecos bosónicos y fermiónicos, que permita truncar el espacio bosónico a unos pocos grados de libertad.

Definimos una transformación unitaria que conserva el momento angular:

$$B_{nLM}^+ = \frac{1}{2} \sum_{j_1 j_2} X_{j_1 j_2}^{nL} B_{j_1 j_2 LM}^+ \quad [7]$$

cuya inversa es:

$$B_{j_1 j_2 LM}^+ = \sum_n X_{j_1 j_2}^{nL} B_{nLM}^+ \quad [8]$$

Donde:

$$B_{j_1 j_2 LM}^+ = \sum_{m_1 m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | LM \rangle B_{j_1 m_1 j_2 m_2}^+$$

El objetivo es el de determinar, mediante el estudio del estado intrínseco bosónico, un estado colectivo por cada momento angular, pudiendo truncar la suma de la ecuación [8] a:

$$B_{j_1 j_2 LM}^+ \equiv X_{j_1 j_2}^{n=0L} B_{n=0LM}^+ = X_{j_1 j_2}^L \chi_{LM}^+ \quad [9]$$

La estructura del bosón colectivo χ_{LM}^+ está dada por:

$$\chi_{LM}^+ = \sum_{j_1 j_2} \chi_{j_1 j_2}^L B_{j_1 j_2 LM}^+ \quad [10]$$

En la ref.9) se muestra que el límite clásico de GHP corresponde a la aproximación de HFB. En éste límite el estado intrínseco bosónico se puede representar por un estado coherente.

$$|\phi\rangle_B \propto \exp[\sqrt{N} \Lambda_0^+] |0\rangle \quad [11]$$

donde N es el número de bosones y Λ_0^+ es el operador que crea un bosón coherente.

La estructura de este bosón colectivo se determina de forma de preservar los campos medios de HFB, i.e. la matriz densidad y el tensor de pairing.

$$\Lambda_0^+ = \frac{1}{2\sqrt{N}} \sum_{\alpha m} \sqrt{\mu_{\alpha m}} B_{\alpha m \alpha - m}^+ \quad [12]$$

Tanto en esta última ecuación como en la ecuación [11] se supuso simetría axial.

Es interesante comparar el estado coherente [11] con la imagen GHP directa del estado intrínseco fermiónico [3]

$$(|\phi_{HFB}\rangle)_B \propto \exp\left[\frac{1}{2} \sum_{\alpha m} \frac{\sqrt{\mu_{\alpha m}}}{\mu_{\alpha m}} \left\{ B^+ \sqrt{I - (B^+ B)^T} \right\}_{\alpha m \alpha - m}\right] |0\rangle \quad [13]$$

Donde la raíz cuadrada representa el principio de Pauli en el espacio bosónico. La aproximación cuasibosónica corresponde a despreciar la raíz y consecuentemente el principio de Pauli. El estado intrínseco [11] toma en cuenta la raíz cuadrada en valor medio, renormalizando la estructura del bosón coherente y asegurando la conservación de los campos medios.

Desarrollando el bosón coherente en estados de buen momento angular:

$$\Lambda_0^+ = \sum_L A_{j_1 j_2}^L B_{j_1 j_2 L 0}^+ = \sum_L \alpha_L \sum_{j_1 j_2} X_{j_1 j_2}^L B_{j_1 j_2 L 0}^+ = \sum_L \alpha_L X_{L 0}^+ \quad [14]$$

$$\therefore A_{j_1 j_2}^L = \frac{1}{2\sqrt{N}} \sum_{\alpha m} v_{\alpha m} R_{\alpha j_1}^m R_{\alpha j_2}^m (-j_1 j_2 - m)^{j_2 - m_2} \langle j_1 m j_2 - m | L 0 \rangle$$

Donde la matriz unitaria R transforma de la base esférica $|j m\rangle$ a la base canónica $|\alpha m\rangle$.

$$\alpha_L = \sqrt{2 \sum_{j_1 j_2} (A_{j_1 j_2}^L)^2} \quad ; \quad X_{j_1 j_2}^L = \frac{A_{j_1 j_2}^L}{\alpha_L} \quad [15]$$

La matriz X , que determina la estructura de los bosones colectivos, queda expresado en términos de las amplitudes de ocupación v , las matrices R y factores geométricos.

La probabilidad de encontrar un bosón de momento angular L en el estado intrínseco es:

$$P_L = \alpha_L^2 \quad [16]$$

Una vez encontrada la transformación colectiva [15], ésta puede ser utilizada para truncar al espacio colectivo la imagen bosónica de operadores de un cuerpo fermiónico.

$$\hat{Q}_{\lambda \mu} = \sum_{j_1 m_1 j_2 m_2} \langle j_1 m_1 | Q_{\lambda \mu} | j_2 m_2 \rangle a_{j_1 m_1}^+ a_{j_2 m_2} \quad [17]$$

Su imagen bosónica en términos de bosones no colectivos es:

$$(\hat{Q}_{\lambda \mu})_B = \sum_{\substack{j_1 m_1 j_2 m_2 \\ j_3 m_3}} \langle j_1 m_1 | Q_{\lambda \mu} | j_2 m_2 \rangle B_{j_1 m_1 j_3 m_3}^+ B_{j_2 m_2 j_3 m_3} \quad [18]$$

Reacoplando y truncando a bosones colectivos se obtiene:

$$(\hat{Q}_{\lambda \mu})_B = \sum_{L_1 L_2} q_{L_1 L_2}^\lambda [\chi_{L_1}^+ \chi_{L_2}]_\mu^\lambda \quad [19]$$

Donde:

$$Q_{L_1 L_2}^{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \sum_{j_1 j_2 j_3} C^{j_1 j_2 + L_2}_{j_1 j_2 j_3} \langle j_1 || Q_{\lambda} || j_2 \rangle \hat{L}_1 \hat{L}_2 X_{j_1 j_2}^{L_1} X_{j_2 j_3}^{L_2} \left\{ \begin{matrix} L_2 L_1 \lambda \\ j_1 j_2 j_3 \end{matrix} \right\} \quad [20]$$

Es fácil mostrar que las expresiones [19] y [20] para las imágenes bosónica de operadores de un cuerpo fermiónico en el espacio colectivo se reducen a la forma apropiada para los operadores de número y de momento angular¹⁰⁾.

Uno de los operadores más importantes del IBM es el operador cuadrupolar (ver fórmula [2]). Con el objeto de estudiar la derivación microscópica de este operador y su comparación con el ajustado fenomenológicamente, se realizaron una serie de cálculos semi-realísticos para un sistema de 16 protones en la capa $\pi = 50-82$. Se utilizó un hamiltoniano de apareamiento más cuadrupolar, y las energías de partícula independiente se tomaron de la ref.12).

La intensidad de la fuerza de apareamiento se fijó en $G = 0.25$ Mev que corresponde a un gap de 1 Mev cuando el parámetro de deformación β vale 0.3.

Los cálculos se realizaron en la aproximación de Nilsson más BCS, utilizando el parámetro de deformación como variable entre $\beta = -0.3$ (oblado) y $\beta = 0.3$ (prolado).

La fig.1 muestra la probabilidad P_L de encontrar un bosón de momento angular L en la estado intrínseco como función de β . Para $\beta = 0$ el sistema es esférico y por lo tanto $P_0 = 1$. Para $\beta \neq 0$ bosones de hasta $L = 10$ se mezclan en el estado intrínseco. Sin embargo, en todo el rango de deformación:

- a) $P_0 > 0.75$
- b) $P_0 + P_2 > 0.97$

Estos resultados deben ser contrastados los obtenidos por otros grupos utilizando la aproximación cuasibosónica:

- a) $P_0 \sim P_2$
- b) $P_0 + P_2 \sim 0.90$

Esta comparación sugiere que el tratamiento del principio de Pauli mediante la renormalización del estado intrínseco aumenta significativamente la dominancia s d. Por otro lado, si tenemos en cuenta que $\beta \sim 0.3$ corresponde a un sistema fuertemente deformado, los resultados obtenidos están muy alejados del límite SU(3) donde $P_2 = 2P_0$.

La fig. 2 presenta resultados del valor medio del operador cuadrupolar en el espacio bosónico, calculado según la ecuación [19]. La curva continua da el valor del momento cuadrupolar que incluye todos los momentos angulares, este resultando es equivalente al momento cuadrupolar fermiónico. La curva de trazos corresponde a la suma estricta a bosones s y d, y la curva de trazo y punto incluye a las contribuciones de bosones s, d y g. Se ve que los resultados en el espacio s y d son muy buenos en todo el rango de variación de β , la inclusión del bosón g los mejora un poco más.

La estructura del operador cuadrupolar bosónico definida en [20] se presenta en la Fig.3 como función de β . Sólo se muestran las coeficientes $q_{02}^{(2)}$ y $q_{22}^{(2)}$ relacionados con los bosones s y d.

El coeficiente $q_{02}^{(2)}$ del término $[sd + ds]^2$ permanece constante en todo el rango de variación de β , mientras que el coeficiente $q_{22}^{(2)}$ del término $(d^\dagger d)_\mu^2$ varía en un factor 2.

El coeficiente χ del IBM, definido por:

$$\chi = q_{22}^{(2)} / q_{02}^{(2)}$$

da un acuerdo calitativo con los utilizados en el IBM fenomenológico.

En conclusión, se han discutido los problemas que aparecen en la fundamentación microscópica del IBM. Se ha mostrado una aproximación microscópica basada en el desarrollo bosónico generalizado de Holstein - Primakoff y en teorías de campo medio para fermiones y bosones.

La comparación de los estados intrínsecos permitió definir un subespacio bosónico colectivo que conserva los campos medios. Se mostró que la truncación adicional a bosones s y d es una muy buena aproximación.

Para completar la fundamentación microscópica queda por verificar la hipótesis IV ya que GHP es un desarrollo bosónico infinito.

Estudios preliminares muestran que la serie converge rápidamente en el espacio colectivo¹³⁾ pero mucho más trabajo queda por hacer en esta dirección.

-
1. A. Arima y F. Iachello, Adv. Nucl. Phys. 13 (1984) 139
 2. A. Arima, T. Otsuka, F. Iachello e I. Talmi, Phys. Lett. 66B (1977) 205.
 3. I. Talmi, Nucl. Phys. A172 (1971) 1
 4. T. Otsuka, A. Arima, y F. Iachello, Nucl. Phys. A309 (1978) 1.
 5. O. Scholten, Phys. Rev. C28 (1983) 1783.
 6. A. Bohr, y B.R. Mottelson, Physica Scripta 22 (1980) 468
 7. W. Pannert, P. Ring, y Y.K. Gambhir, Nucl. Phys. A443 (1985) 189
 8. E.R. Marshalek, Nucl. Phys. A347 (1980) 253
 9. E.R. Marshalek, y G. Holzwarth, Nucl. Phys. A191 (1972) 438
 10. E. Schwarzkopf, Tesis de Licenciatura, Univ. de Buenos Aires (1985)
 11. J. Dukelsky, S. Pittel, H.M. Sofía y C.L. Lima (enviado a Nucl. Phys.)
 12. K. Kumar y M. Baranger, Nucl. Phys. A110 (1968) 529.
 13. J. Dukelsky y S. Pittel (preimpreso)

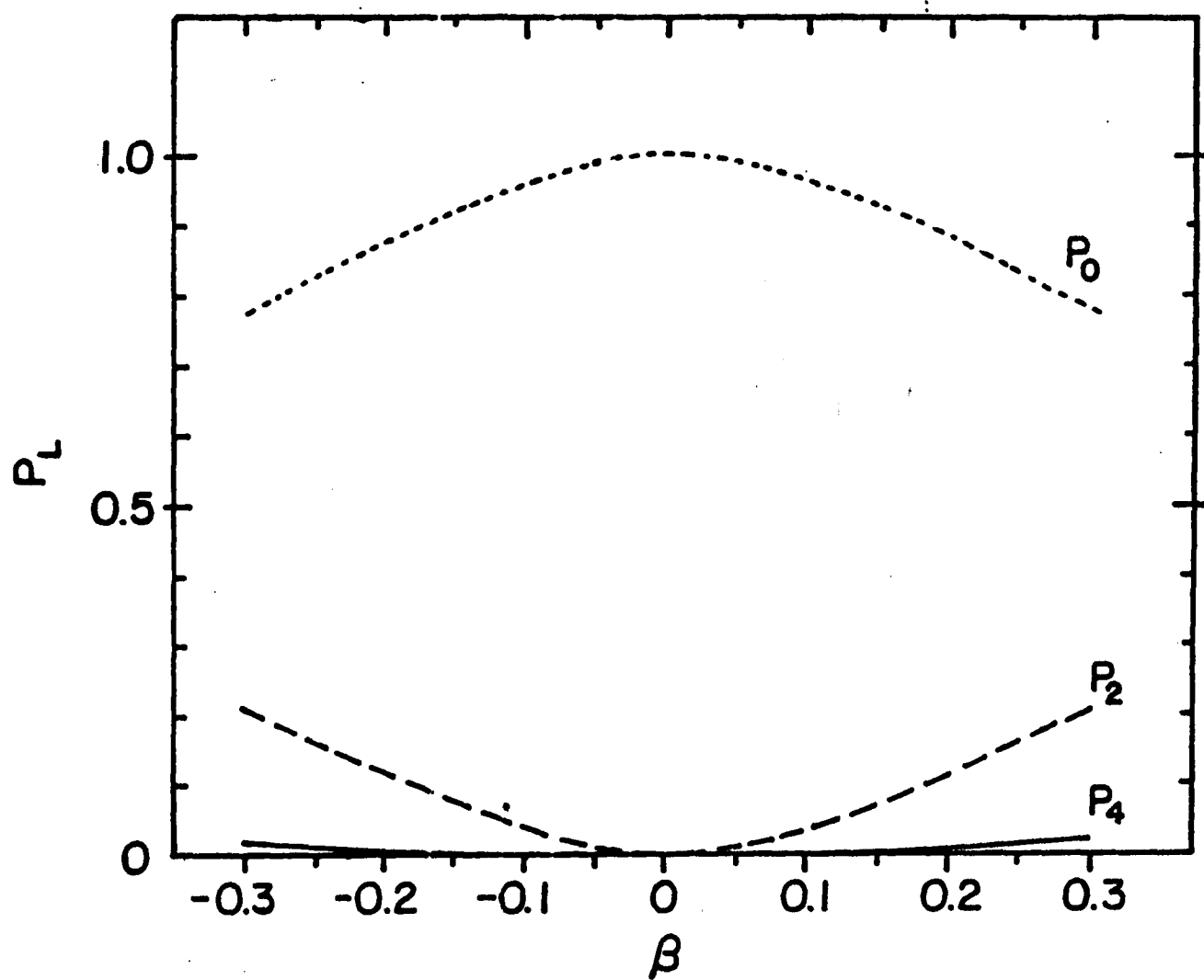


Fig. 1: Probabilidades P_L de encontrar un bosón de momento angular L en el estado intrínseco.

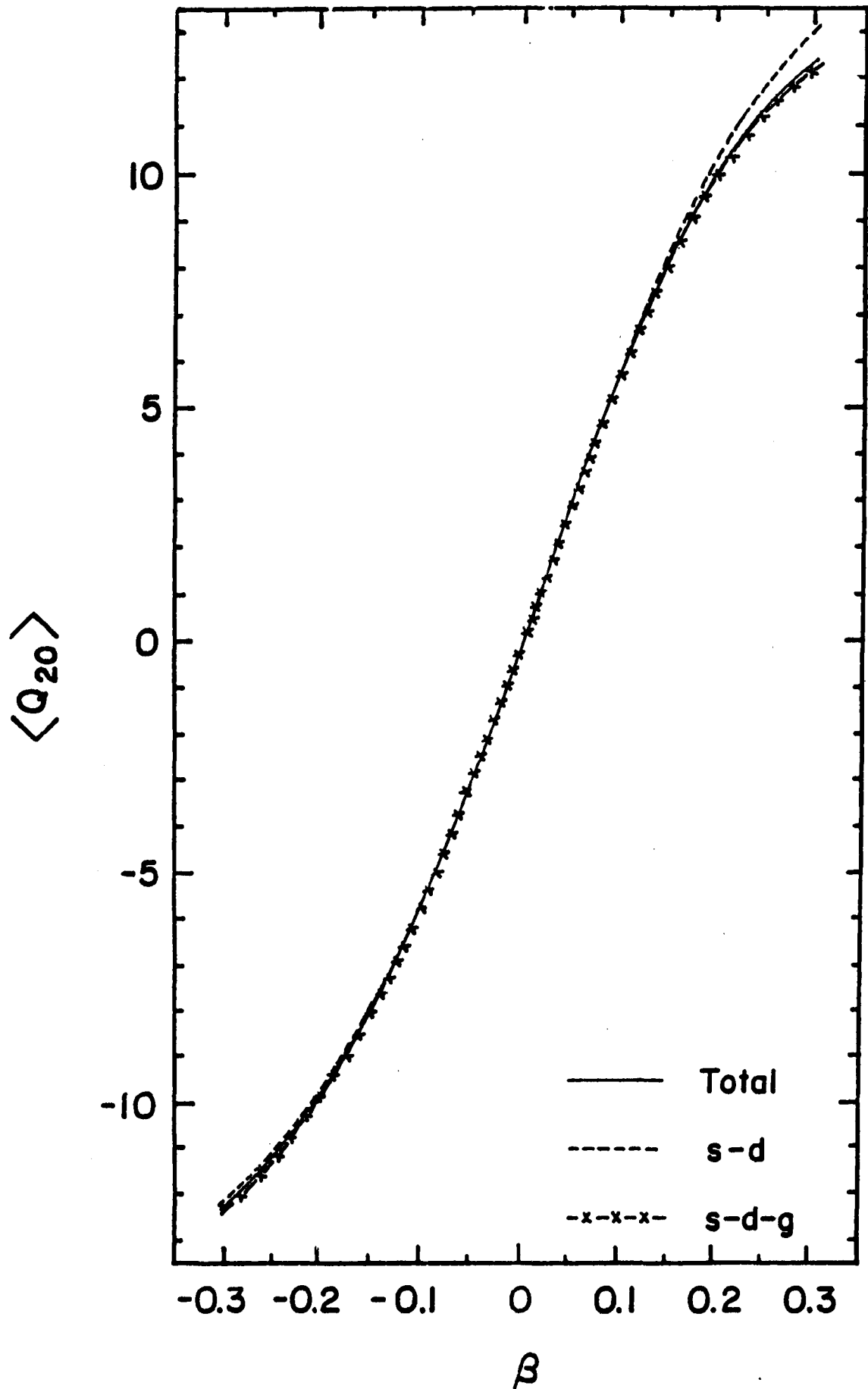


Fig. 2: Momentos cuadrupolares intrínsecos como función de β

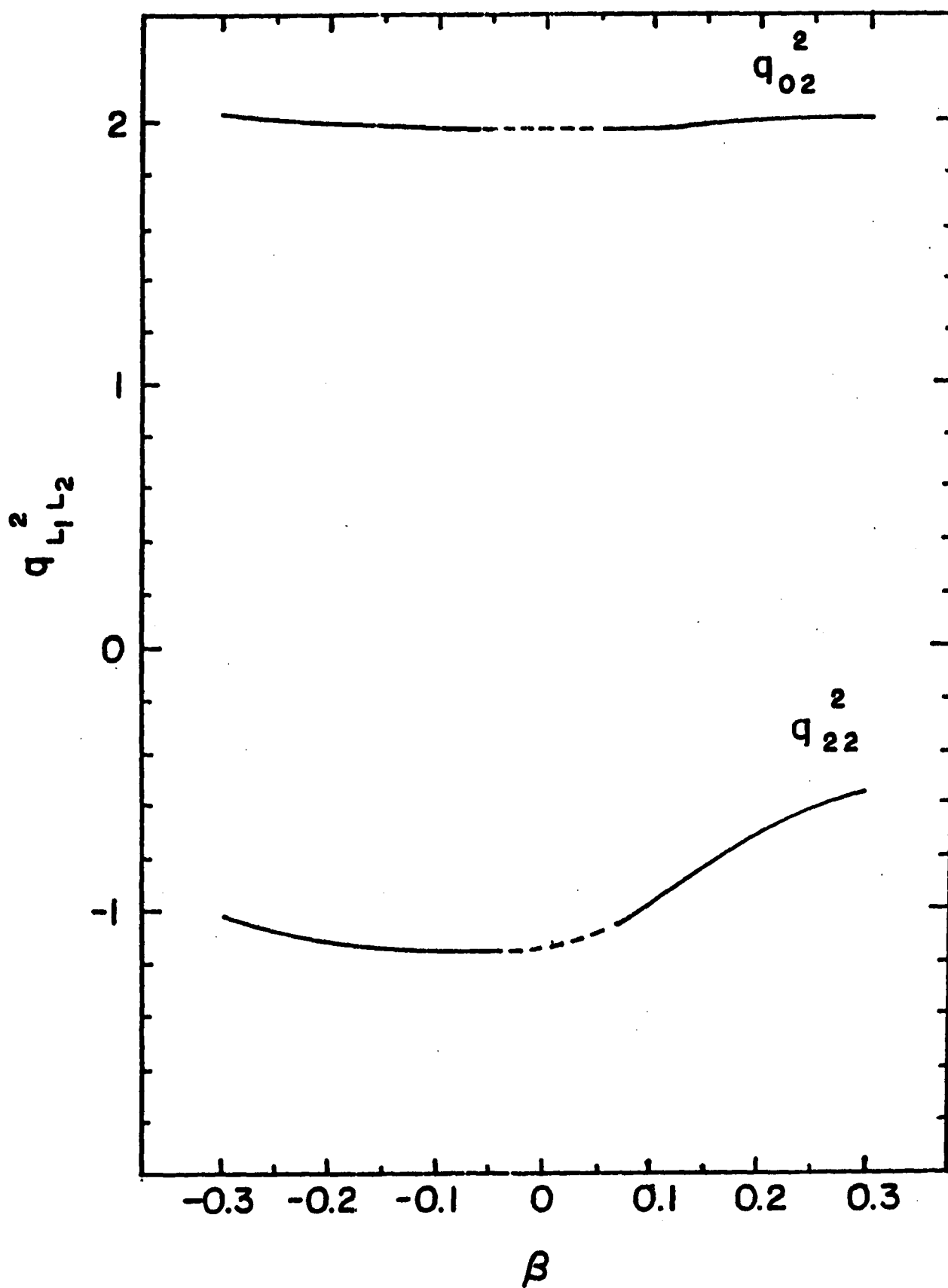


Fig. 3: Estructura del operador cuadrupolar bosónica como función de β

"INTERMEDIATE STRUCTURES IN THE $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ AND $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ SYSTEMS - AN EXPERIMENTAL STUDY"

Maria José Bechara
Instituto de Física - Universidade de São Paulo
São Paulo, SP - Brasil

INTRODUCTION:

In this talk I would like to show some evidences of intermediate width resonances in the $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ and $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ systems and to argue that a plausible explanation for our experimental results is as shape isomeric states in the nucleus formed in the intermediate stage of the collision.

We should start saying what we are calling intermediate structures. They are prominent variations in the cross sections with the incident energy, which appear in many exit channels. They are called intermediate structures since their width ($\sigma \approx 200\text{--}900$ keV) are smaller than the gross structure ($\sigma \approx 2\text{--}4$ MeV) and greater than the Ericson fluctuations. To study these structures has an interest in itself because they seem to appear in many systems suggesting that this is an universal phenomenon. They are also interesting because they carry information about the reaction mechanism in the first stages of the fusion of the two nuclei.

The figure 1 shows some light heavy-ion systems where those intermediate structures appear superimposed upon the gross structure. This figure shows that the $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ system exhibits the greatest amount of intermediate structure, the $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ system a lesser amount, while the $^{14}\text{N}+^{14}\text{N}$ system seems to lack intermediate structure altogether.

The gross structure can be qualitatively understood by considering figure 2. They are consequence of the interference between the reflected flux from the inner barrier with the flux reflected from the outer barrier. To get an

interference effect, the transmitted flux cannot be completely extinguished in the interbarrier region. Weak imaginary potentials allow incomplete absorption in the interbarrier region and thus the formation of shape resonances. In terms of optical model calculations, this interference will show up as dips in the reflection coefficients for the surface partial waves.

The intermediate width structures have been alternately interpreted as resonances and compound nucleus fluctuations. The resonance character of the structure (instead of statistical fluctuation) can be concluded by their correlated appearance in many exit channels, with unique spin and parity defined and with partial widths larger than the statistical predictions.

Various models for the origin of intermediate structure have been proposed. Feshbach⁴⁾ has hypothesized that the intermediate structure is due to the fragmentation of the gross structure resonances. The amplitude of the resonant partial wave is large at radii within the nuclear surface, increasing the probability for transitions to more complicated (than the single particle) states of the system. Therefore windows exist for a specific angular momentum within which doorway states can be populated.

The molecular theories also can explain some of the intermediate resonances features. Some approaches of these theories are the "Band Crossing Model"⁵⁾ and the "Double-resonance Model"⁶⁾ which consider the effects of collective excitation of the incident nuclei. The basic idea of these models is that the excitation of one or both of the colliding nuclei reduces the relative kinetic energy, temporality dropping the system into a quasi-bound state in the ion-ion potential. So, these models also consider the intermediate structure as a fragmentation of the shape resonances. Although each of these model interpretations explains some aspects of the data, no one has given a consistent picture of all the data.

An alternatively description for the intermediate

structures is the formation of isomeric states, connected with the population of secondary isomeric minima in the potential energy surfaces of the compound system.⁷⁻¹⁰⁾

In order to decide among the models it is necessary to know the spin and partial widths of the intermediate structure.

The experiments I will relate in this talk have been previously reported.^{7,11-13)} They had two main objectives. One of the objectives was to get spectroscopic information (spin, parity, reduced widths) on the observed structure in the $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ system in the energy region near 20 MeV in C.M., in order to clarify the nature of the intermediate structures. The other objective was to search for intermediate width resonances in the $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ in the energy region $E_{\text{CM}} \approx 26-43$ MeV, and hopefully to find evidences upon the origin of the structure in this system.

OUR EXPERIMENTS:

The reactions were studied using the Brookhaven National Laboratory Tandem Van de Graaff accelerators by the MIT group.

Angular distributions for the $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ elastic scattering^{7,11)} have been measured for $E_{\text{CM}} = 14.6-31.3$ MeV. The energy range from 17.8 to 21.1 MeV (C.M.) was covered in 100 keV (C.M.) steps, and the remaining energy regions in varying step sizes. The angular range measured was from 30° to 110° (C.M.) in 2° (C.M.) steps. Some of the extracted $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ elastic angular distributions are displayed in figure 3. The average relative uncertainties in cross sections was approximately 5%.

The elastic scattering measurements were made in hopes of analyzing the data in a model independent way, obtaining both resonant properties (e.g., energy, spin, widths, parity)

and average background phase shifts. We mainly concentrated our interest in the region from 17.8 to 21.1 MeV, where three intermediate structures were before observed in some exit channels. The phase shift fitting program¹¹⁾ consists of a gradient search on the S-matrix parameters ($S = \eta_\ell e^{i\delta_\ell}$), reflection coefficient r_ℓ and phase δ_ℓ , to minimize the χ^2 fit to the angular distribution and the total reaction cross section as measured by Kolata et al..¹⁴⁾ In the energy region from 14.6 to 22.8 MeV the parameters for $\ell = 4-18$ partial waves were varied. The parameters for $\ell = 6-20$ partial waves were varied for energies between 24.0 and 31.4 MeV. To arrive to acceptable solutions we also required that the parameters be smoothly varying with the energy. Full details of this procedure is published elsewhere.¹¹⁾ Despite these constraints, we looked for significant ambiguities in our solution, in view of the large number of free parameters. In fact we got two solutions related to different initial phases, as we will now discuss.

The phase shift parameters obtained from the analysis with the 0° phase initial condition is displayed in figure 4. The solid curves through the data in figure 3 were calculated using this solution. I should say that the reasons for attempting this "zero phase" solution were to reduce the number of free parameters in the fits and also to start the phase out at model independent initial conditions. A systematic problem with this solution was the inability to simultaneously fit the elastic angular distribution for $30^\circ < \theta_{CM} < 40^\circ$ and $\theta > 40^\circ$. Therefore, only the $\theta_{CM} > 40^\circ$ data were included in the evaluation of the χ^2 . As will be shown below this problem most likely results from the use of background phases δ_ℓ which are near zero.

With this consideration in mind we may now turn back to the phase shifts displayed in figure 4. The parameters are seen to generally vary smoothly as a function of energy, except for certain anomalies in some partial waves. The most striking of which is the dramatic variation with the energy of both, phase and reflection coefficient, for $\ell = 12$ partial wave, between 17.8 and 21.0 MeV. However

it is important to determine if they do so in a resonant way. The Argand diagram for the $l=12$ partial wave is displayed in Figure 5. The diagrams are simple and form essentially closed loops revealing the existence of three resonances at 18.4, 19.3 and 20.3 MeV, with half widths (Γ_{tot}) at approximately 400 keV. The extracted elastic partial waves (Γ_{el}), reduced widths (γ_{el}^2) and the ratio of the reduced widths to the Wigner limits (θ^2) obtained from the "zero-phase" solution are given in the upper portion of the Table 1.

As a second solution, we started with phases which were found by a similar analysis by Emling, et al¹⁵⁾ at lower energies (they were not trying to fit resonances, but merely the average background). In this solution, the initial conditions for the phase parameters are similar to those that would be obtained with a strongly absorbing potential²⁾. The phase shift parameters and fit to the experimental total reaction cross section¹⁴⁾ is displayed in Figure 6. The fits to the elastic data for this solution are displayed in Figure 3 as dashed lines. It is apparent that this "large-phase" solution does a superior job at fitting the forward angle data.

An examination of Figure 6 reveals the existence of $J^\pi=12^+$ resonances at $E_{\text{CM}}=18.4$ and 19.3 MeV (just like the "zero-phase" solution) but it predicts a $J^\pi=14^+$ for the 20.3 MeV. The extracted values of Γ_{el} , γ_{el}^2 and θ^2 are listed in the lower portion of Table 1. Therefore, although some ambiguities exist in the phase shift analysis we can surely conclude on the $J^\pi=12^+$ for 18.4 and 19.3 MeV resonances, but this analysis does not allow definitely assign the J^π for the 20.3 MeV resonance.

Excitation functions of the $^{12}\text{C}(^{12}\text{C},\alpha)^{20}\text{Ne}$ reaction were also measured at $\theta_{\text{LAB}}=7.5^\circ$ between $E_{\text{CM}}=14-40$ MeV in 100 keV steps. Detailed angular distributions were measured over a more limited range from $E_{\text{CM}}=17.8$ to 20.6 MeV, in order to derive total cross sections to discrete ^{20}Ne states over the resonances in that range¹³⁾.

The sum of the data over all ^{20}Ne states show the correlated nature of the intermediate structure observed in the

region studied. Figure 7 compares the sum of the observed states (15 states) in ^{20}Ne to the total alpha yield [$^{20}\text{Ne} \rightarrow \gamma$ and $^{16}\text{O}(3^- \rightarrow 0^+)$] of Kolata et al.¹⁴⁾ and the 90° C.M. elastic data of Shapira et al.¹⁶⁾. It is evident from the data¹³⁾ there is a distinct final state selectivity to states of high spin and excitation in ^{20}Ne , their excitation functions all showing prominent structures. To demonstrate more quantitatively the nonstatistical character of the $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ decay, the angle integrated yields were used to extract reduced widths for the three resonances at 18.4, 19.3 and 20.3 MeV. To do this, the purely resonant part of the cross section $\sigma_{\text{res}}(i, E_{\text{CM}})$ at the resonant energy E_{CM} for a given final state $^{20}\text{Ne}^*(i)$ is extracted by subtracting from the observed on-resonance cross section $\sigma_{\text{exp}}(i, E_{\text{CM}})$ a smooth background cross section $\sigma_{\text{bkd}}(i, E_{\text{CM}})$ deduced from cross section off resonance. Then for nonoverlapping resonances:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{res}}(i, E_{\text{CM}}) &= \sigma_{\text{exp}}(i, E_{\text{CM}}) - \sigma_{\text{bkd}}(i, E_{\text{CM}}) = \\ &= 8\pi\lambda^2 (2\ell+1) \frac{\Gamma_{\text{el}}(^{12}\text{C}) \Gamma_{\alpha}(i)}{\Gamma_{\text{tot}}^2} \end{aligned}$$

where Γ_{el} and Γ_{tot} are the elastic and total width already determined from the elastic scattering data and $\Gamma_{\alpha}(i)$ is the $\alpha + ^{20}\text{Ne}(i)$ partial width to be determined from these data. They reduced width are somewhat dependent on the assumed J^{π} value for the resonances. So reduced widths for the 20.3 MeV resonance were calculated assuming both J^{π} values (12^+ , 14^+) compatible with the phase shift analysis on the elastic data. The alpha reduced widths are also strongly dependent on the channel radius used in the calculations. So, we used two different channel radii ($R=5.38$ and 6.02 fm) values. However, it is important to note that the ratio of the reduced width to the Wigner limit for different transitions is not strongly dependent on the channel radius. Therefore, statements about selectivity are relatively independent of the channel radius used to extract reduced widths. The main source of error in the reduced widths comes from uncertainties in the resonant cross sections

$\sigma_{\text{res}}(i, E_{\text{CM}})$ due to difficulties in estimating the non-resonant background $\sigma_{\text{bkd}}(i, E_{\text{CM}})$ of the excitation functions. The extracted resonant cross sections are on the average accurate to the 50% level.

For transition with weak resonant decay strengths only upper limits for the reduced widths have been calculated. States for which upper limits have been calculated have been bracketed in Tables II-V.. We note that the widths together with other reaction data are consistent with limits imposed by unitarity. This result is summarized in Table VI.

A striking feature of the results shown in Tables II-V is the highly nonstatistical nature of the alpha decays from the $E_{\text{CM}}=18.4, 19.3$ and 20.3 MeV resonances to excited rotational band levels in ^{20}Ne , once the latter are above threshold. The reduced widths for the transitions to the selected excited ^{20}Ne states, most of which are thought to be members of $8p-4h$ excited rotational bands^{17,18)}, exceed those for transitions to members of the ground state rotational band by about an order of magnitude. The decays are nonstatistical since, if they followed penetration factors, they should strongly favor decays to lower excited states of a given J as was first pointed out by Middleton et al.¹⁷⁾, and clearly demonstrated by the Hauser-Feshbach calculations for this reaction performed by Greenwood et al.¹⁹⁾. The departures are far greater than the experimental and calculational uncertainties, and hence, cannot come from the latter. So, this result points to a greater structural parentage of the $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ resonances to the excited rotational band states of ^{20}Ne than to the ground state band states, and suggests the importance of special $\alpha+^{20}\text{Ne}^*$ configurations to an understanding of the origin of the intermediate structure resonances.

Most of the theoretical calculations which have been attempted to explain the $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ resonances have not included predictions about the $\alpha+^{20}\text{Ne}$ decay channel and thus cannot be readily compared to the present results. For example, the band crossing¹⁵⁾ and double resonance model⁶⁾, to date, included only the properties of the $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ elastic and inelastic

channels. However, several reported calculations using the deformed shell model^{8,20)} and two center shell model^{9,10)} have produced predictions which are pertinent to the resonant $^{12}\text{C}(^{12}\text{C},\alpha)^{20}\text{Ne}^*$ reaction.

Leander and Larson⁸⁾ using the Nilsson model, have calculated the potential surface as a function of deformation for ^{24}Mg and ^{20}Ne . The calculated results, shown in Figure 8, indicate that both have an axially asymmetric minimum at about the same shape (shown with the alpha decay connecting them). They state that the configuration of this minimum in ^{24}Mg has a 12p-4h structure relative to ^{16}O core. In the notation of Arima et al.²¹⁾, this would be [211]. The minimum of ^{20}Ne corresponds to an 8p-4h state relative to ^{16}O . Further, these ^{24}Mg and ^{20}Ne state differ by 4p configuration which should make the alpha transition between them an enhanced one. Chandra and Mosel⁹⁾ and Mosel¹⁰⁾ also have performed a deformed two-center shell model calculation and predict a secondary minimum in the ^{24}Mg potential energy surface. They have explicitly related the configuration of their minimum to the above mentioned triaxial configuration of Leander and Larson. They further state that it is specifically this configurations which should have large elastic and inelastic widths, consistent with our elastic estimates¹¹⁾ and the inelastic data of Cormier et al.²²⁾.

Ragnarsson et al.²⁰⁾ have done a calculation for the triaxial ^{24}Mg states of Leander and Larson¹⁸⁾ including the effects of rotation. Specifically they calculated the energy as a function of J^π for these states. Their results are shown by the solid line in Figure 9. All these facts support the view that the $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ resonances might be ^{24}Mg shape-isomeric states.

The assignment of $J^\pi=14^+$ for the 20.3 MeV resonance is a crucial one. If the 14^+ value proves to be true, one must reconsider the picture of the intermediate structure as a fragmentation of a shape resonance of a given J^π , since this structure ($E_{\text{CM}}=20.3$ MeV) is in an expected $J^\pi=12^+$ gross structure. Another advantageous of the isomeric states explanation is that it can predict the resonances as below as

above the Coulomb barrier, and does not require that the intermediate width resonances have the grazing J^π .

In fact we also search for resonances in the $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ system¹²⁾. For this system, the reported J^π for the intermediate structures are from one to three units less than optical model predictions up to $E_{\text{CM}}=25$ MeV, and more than this for higher energies, as can be seen in Figure 10. This is an indication that the structures for this system may not be merely entrance channel effects associated with the grazing value.

We measured¹²⁾ the $^{12}\text{C}(^{16}\text{O},\alpha)^{24}\text{Mg}$ reaction at $\theta_{\text{LAB}}=7.5^\circ$, over a large incident energy region: $E_{\text{CM}}=26.6$ to 42.9 MeV and up to $E_x=31.7$ MeV in ^{24}Mg . The summed excitation functions which tend to average out statistical fluctuations show pronounced enhancements in the cross sections at $E_{\text{CM}}=29.5$, 32.2 and 35.0 MeV and indicate the presence of a smaller peak at $E_{\text{CM}}=37.3$ MeV. Figure 11 shows the data. The energy dependent cross correlation functions (Figure 11) and the distribution of maxima test performed for these data¹²⁾ confirm the inconsistency of the observed structure with the statistical model. The interesting point of these data is that also in this system the alpha transitions are clearly enhanced in decaying to 22 "selected" states in ^{24}Mg , which have high excitation energy ($E_x(^{24}\text{Mg}) > 8.0$ MeV). The lack of spectroscopic information for most of these "selected" states prohibits any statement about possible characteristic for them, but clearly indicate the preference for decaying to bands high than the ground state one.

The existence of the intermediate width resonances is reinforced by the correlations in energy and width found in various exit channels, as shown in reference 12.

Definitive measurements of the spins of the resonances and the spectroscopy knowledge of the ^{24}Mg states populated in this reaction is essential to understanding the origin of the resonances in this system. Anyway, our data

suggest that any acceptable explanation must account for the fact that the $\alpha + {}^{24}\text{Mg}$ is an important decay channel of ${}^{12}\text{C} + {}^{16}\text{O}$ resonances, and that there is a subset of ${}^{24}\text{Mg}$ states which are consistently favored in this decay. So, remain the interesting possibility that there is a structural relationship between the ${}^{28}\text{Si}$ resonances and certain ${}^{24}\text{Mg}$ final states that is being manifest in the present data.

REFERENCES:

1. J.V. Maher, M.V. Sachs, R.H. Siemssen, A. Weidinger and D.A. Bromley - Phys. Rev. 188, 1665 (1969);
R.H. Siemssen, J.V. Maher, A. Weidinger and D.A. Bromley - Phys. Rev. Lett. 19, 369 (1967).
2. W. Reilly, R. Wieland, A. Gobbi, M.W. Sachs, J.V. Maher, R.H. Siemssen, D. Mingay and D.A. Bromley - Nuovo Cimento 13A, 897 (1973);
W. Reilly et al. - Nuovo Cimento 13A, 913 (1973).
3. H. Emling, R. Nowotny, D. Pelte and G. Schreider - Nucl. Phys. A211, 600 (1973).
4. H. Feshbach - J. Phys. (Paris) C5, 177 (1976); MIT Internal Report CTP No. 671, 1977 (unpublished).
5. B. Imanishi - Nucl. Phys. A125, 33 (1969);
T. Matsuse, Y. Kondo and Y. Abe - Prog. Theor. Phys. 59, 1009 (1978);
T. Matsuse et al., ibid. 59, 1904 (1978);
Y. Kondo, Y. Abe and T. Matsuse - Phys. Rev. C19, 1356 (1979).
6. W. Scheid, W. Greiner and R. Lemmer - Phys. Rev. Lett. 25, 176 (1970);
H.J. Fink, W. Scheid and W. Greiner - Nucl. Phys. A188, 259 (1972).
7. E.R. Cosman, R.J. Ledoux, M.J. Bechara, C.E. Ordoñez and H.A. Al-Juwair, in Resonances in Heavy-Ion Reactions, edited by K.A. Eberhard (Springer, Berlin, 1982) p. 112.
8. G. Leander and S.E. Larsson - Nucl. Phys. A239, 93 (1975)
9. H. Chandra and U. Mosel - Nucl. Phys. A239, 151 (1978).
10. U. Mosel, in Resonances in Heavy-Ion Reactions, edited by A. Eberhard (Springer, Berlin, 1982) p. 358.

11. R.J. Ledoux, M.J. Bechara, C.E. Ordoñez, H.A. Al-Juwair and E.R. Cosman - Phys. Rev. C27, 1103 (1983).
12. M.J. Bechara, A.J. Lazzarini, R.J. Ledoux and E.R. Cosman - Phys. Rev. C27, 1540 (1983).
13. R.J. Ledoux, C.E. Ordoñez, M.J. Bechara, H.A. Al-Juwair, G. Lavelle and E.R. Cosman - Phys. Rev. C30, 866 (1984).
14. J.J. Kolata, R.M. Freeman, F. Haas, B. Heusch and A. Gallman - Phys. Rev. C21, 579 (1980).
15. H. Emling, R. Nowotny, D. Pelts, G. Schreider and W. Weidenmeier - Nucl. Phys. A239, 172 (1975).
16. D. Shapira, R.G. Stokstad and D.A. Bromley, - Phys. Rev. C10, 1063 (1974).
17. R. Middleton, J.D. Garrett and H.T. Fortune - Phys. Rev. Lett. 27, 950 (1971);
R. Middleton et al. - J. Phys. (Paris) C6, 7 (1971).
18. M.M. Hindi, J.H. Thomas, D.C. Radford and P.D. Parker - Phys. Lett. 99B, 33 (1981);
M.M. Hindi et al. - Phys. Rev. C27, 2902 (1983).
19. L.R. Greenwood, R.E. Segel, K. Raghunathan, M.A. Lee, H.T. Fortune and J.R. Erskine - Phys. Rev. C12, 156 (1975).
20. I. Ragnarsson, S. Aberg and R.K. Sheline - Phys. Scr. 24, 215 (1981).
21. A Arima, V. Gillet and J. Ginocchio - Phys. Rev. Lett. 25, 1043 (1970).
22. T.M. Cormier, J. Applegate, G.M. Berkowitz, P. Braun-Munzinger, P.M. Cormier, J.W. Harris, C.M. Jachcinski, L.L. Lee, J. Barrette and H.E. Wegner - Phys. Rev. Lett. 38, 940 (1977);
T.M. Cormier et al., *ibid.* 40, 924 (1978).

23. A. Arima, G. Schaff-Goldhaber and K.W. McVoy - Phys. Lett. 40B, 7 (1972).
24. R.E. Malmin, J.W. Harris and P. Paul - Phys. Rev. C18, 163 (1978).

FIGURE CAPTIONS:

- Figure 1 - The 90° C.M. elastic excitation functions for the $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$, $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ and $^{14}\text{N}+^{14}\text{N}$ system from references 1, 2 and 3.
- Figure 2 - Schematic representation of the formation of shape resonances in an ion-ion potential.
- Figure 3 - $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ elastic scattering data with zero phase (solid curve) and large phase (dashed line) phase shift analysis fit (Reference 11).
- Figure 4 - Results of $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ elastic phase shift analysis using zero phase initial condition (see text). The experimental total reaction cross section (solid curve) is taken from reference 14.
- Figure 5 - Argand diagram for the $\ell=12$ partial wave for the zero phase solution (Reference 11).
- Figure 6 - $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ elastic phase shift analysis with large phase initial condition (see text). The experimental total reaction cross section (solid curve) is from reference 14.
- Figure 7 - Comparison of the summed $\theta_{\text{LAB}}=7.5^\circ$ $^{12}\text{C}(^{12}\text{C},\alpha)^{20}\text{Ne}^*$ excitation functions to $^{12}\text{C}(^{12}\text{C},\alpha)^{20}\text{Ne}$ total yields from Kolata et al. (Reference 14) and to $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ 90° (C.M.) elastic excitation functions (Reference 16).

Figure 8 - Top: Potential energy surfaces at ^{24}Mg as calculated from the deformed shell model (Reference 8).
Bottom: A schematic explanation of the resonant $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, \alpha)^{20}\text{Ne}$ transitions between shape-isomeric configurations.

Figure 9 - A comparison of the position of known $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ resonances in ^{24}Mg and the calculated rotation sequences of the shape isomer as predicted by Ragnarsson et al. (Reference 20) and shape-resonance model of Arima et al. (Reference 23).

Figure 10 - A summary of spin information on $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ resonances from the literature, plotted in the usual E_{CM} vs $J(J+1)$ format. The references to these data are in reference 12. The line (J_{gr}) shows the "shape resonances" as calculated by optical model using parameters from reference 24.

Figure 11 - Cross correlation functions $C(E)$ and the summed excitation functions for $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, \alpha)^{24}\text{Mg}$ reaction (Reference 12).

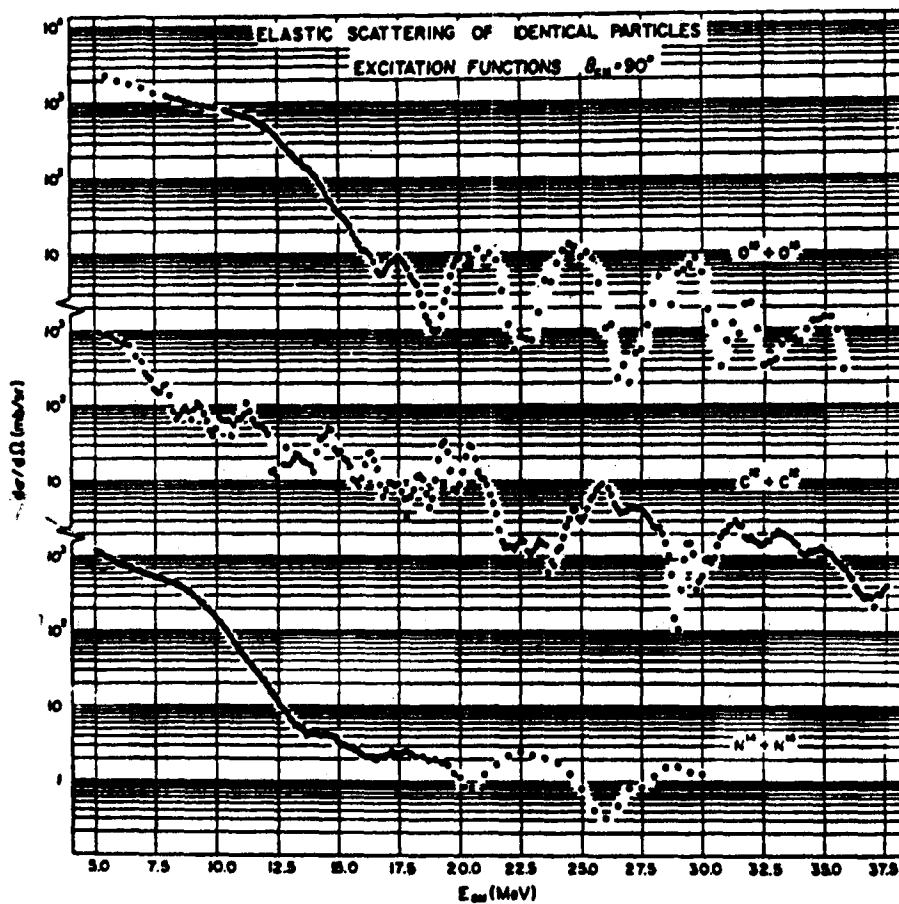


Figure 1

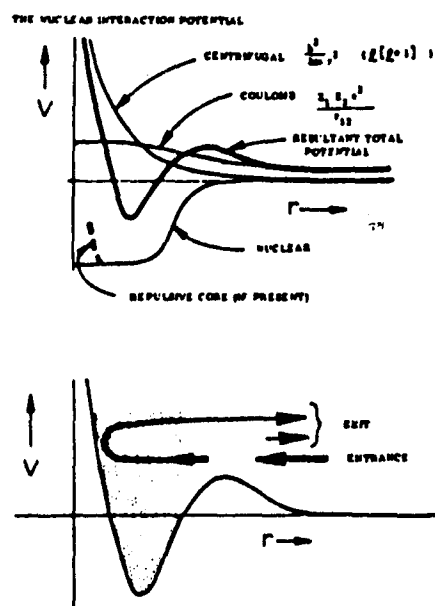


Figure 2

$R_C + R_C$
ELASTIC SCATTERING

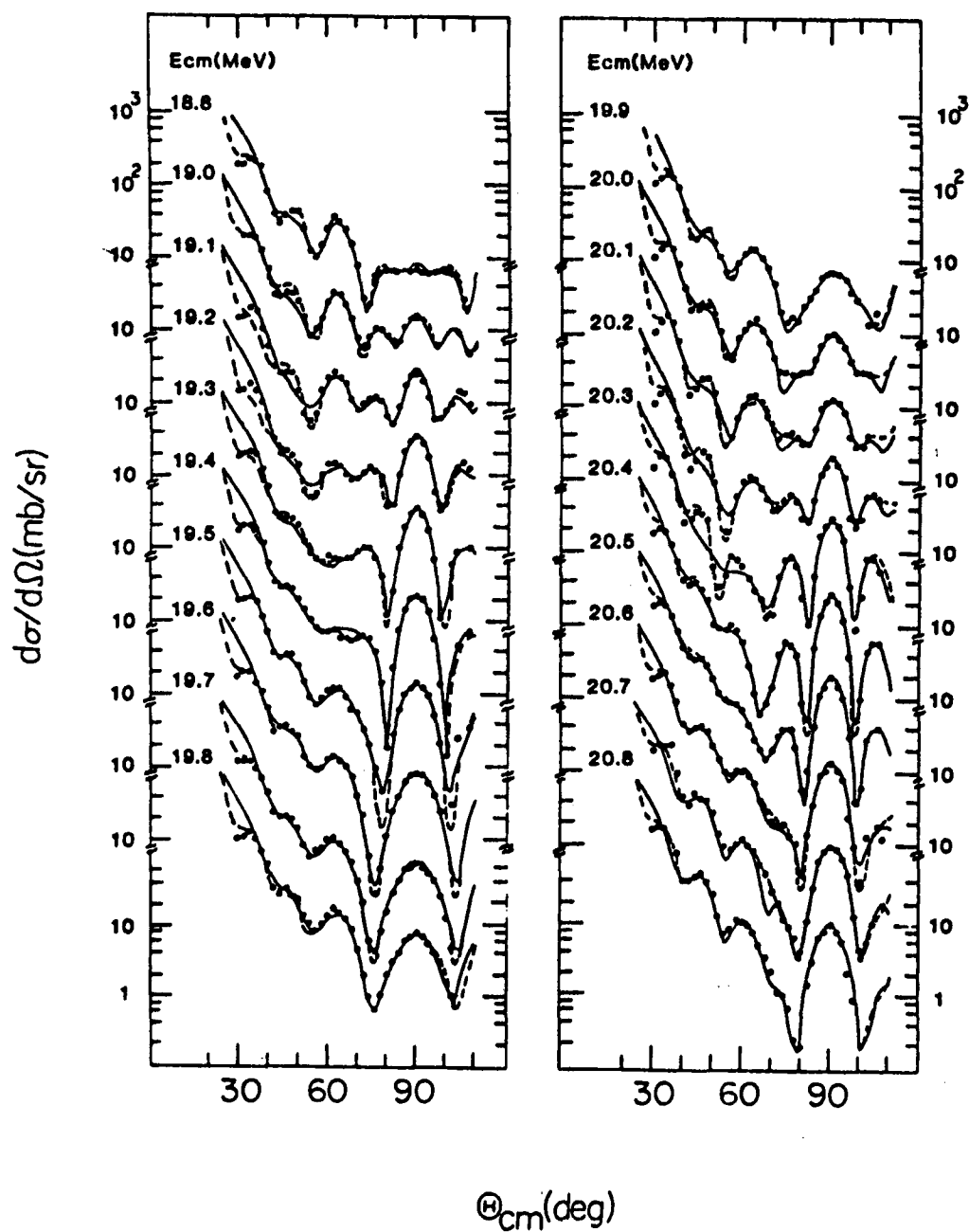


Figure 3

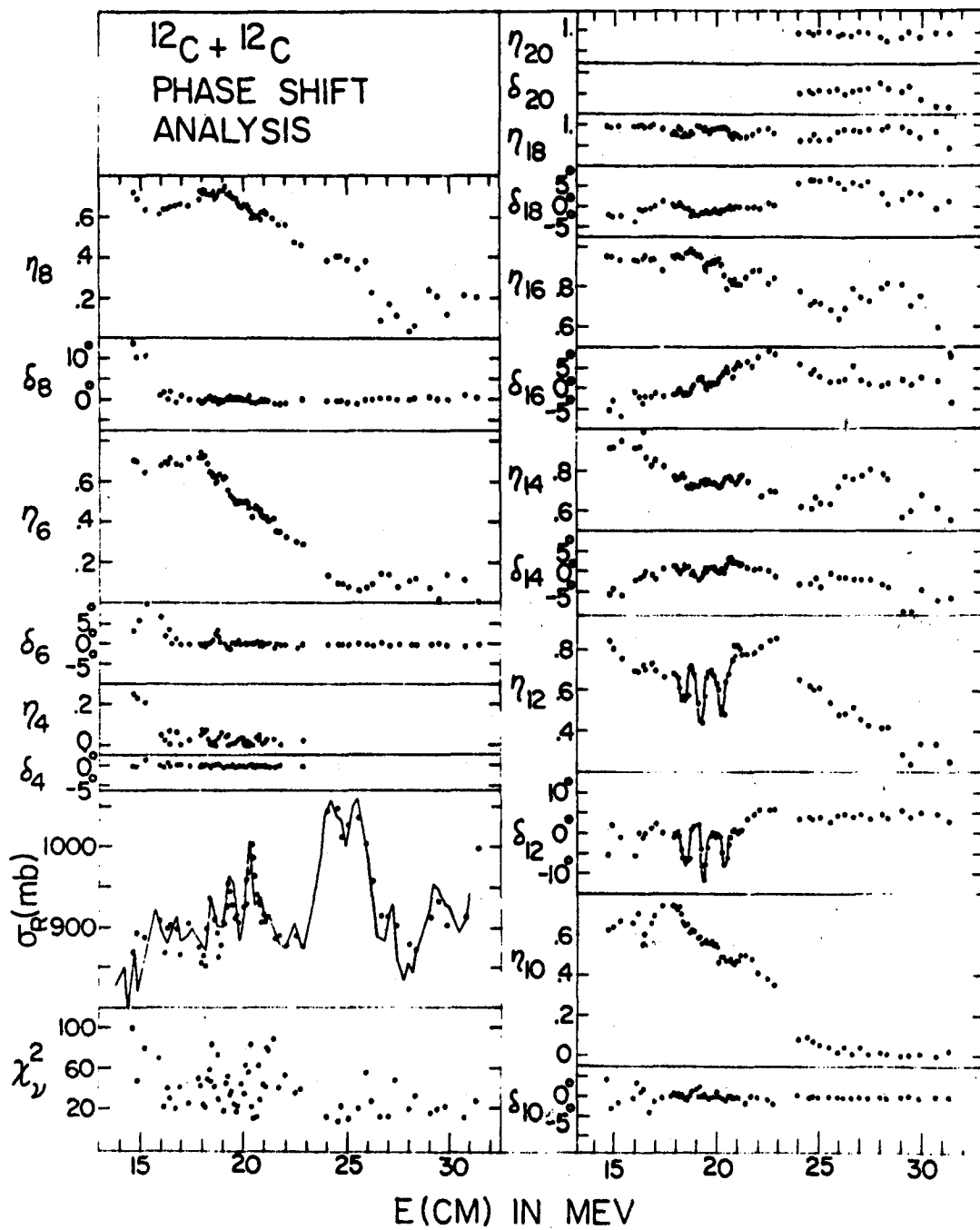


Figure 4

$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ ELASTIC
ARGAND DIAGRAM

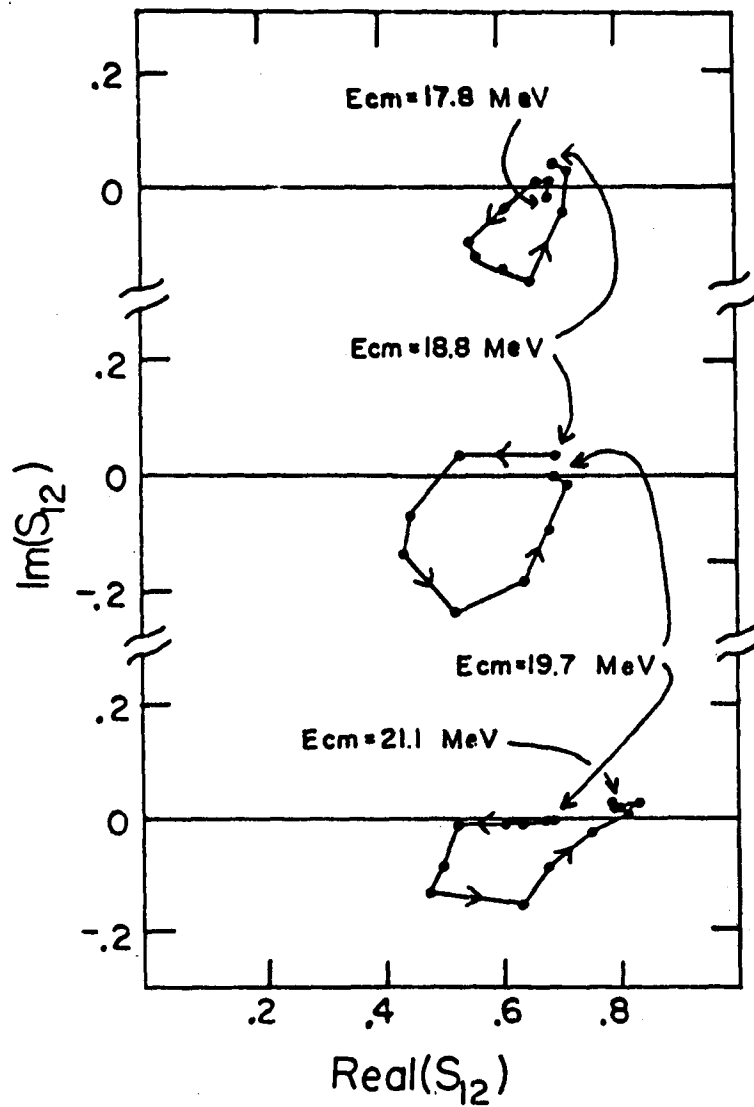


Figure 5

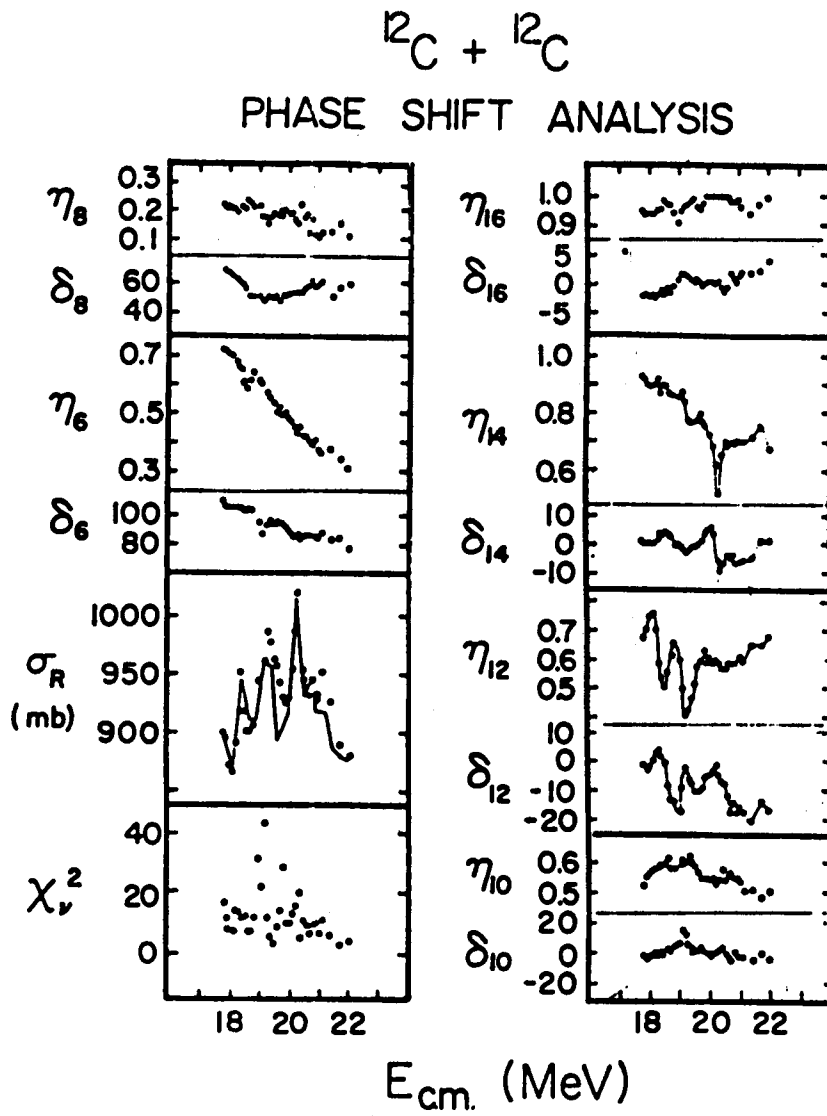


Figure 6

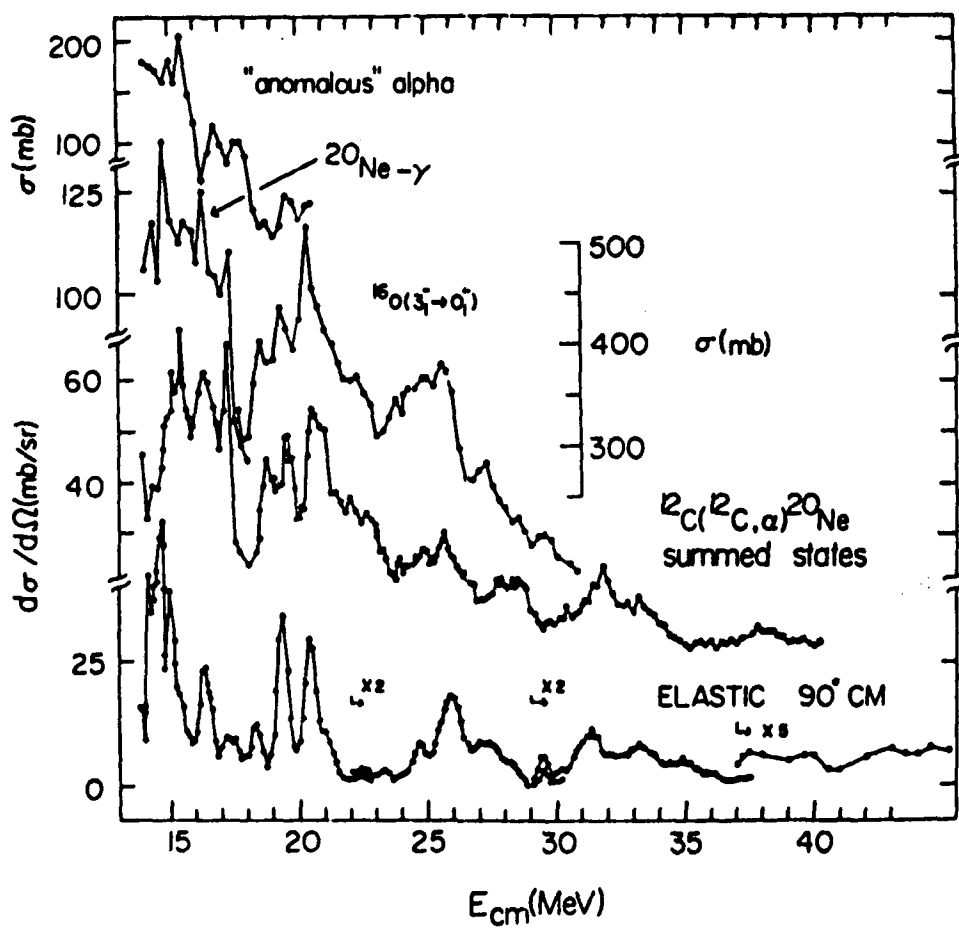
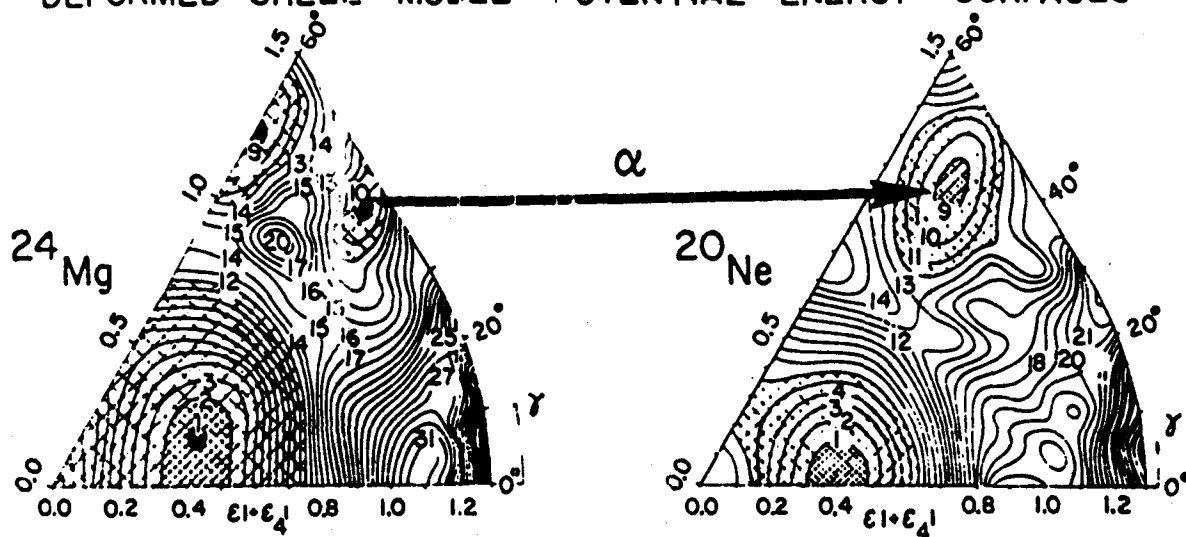


Figure 7

DEFORMED SHELL MODEL POTENTIAL ENERGY SURFACES



ALPHA DECAYS BETWEEN EXCITED BANDS

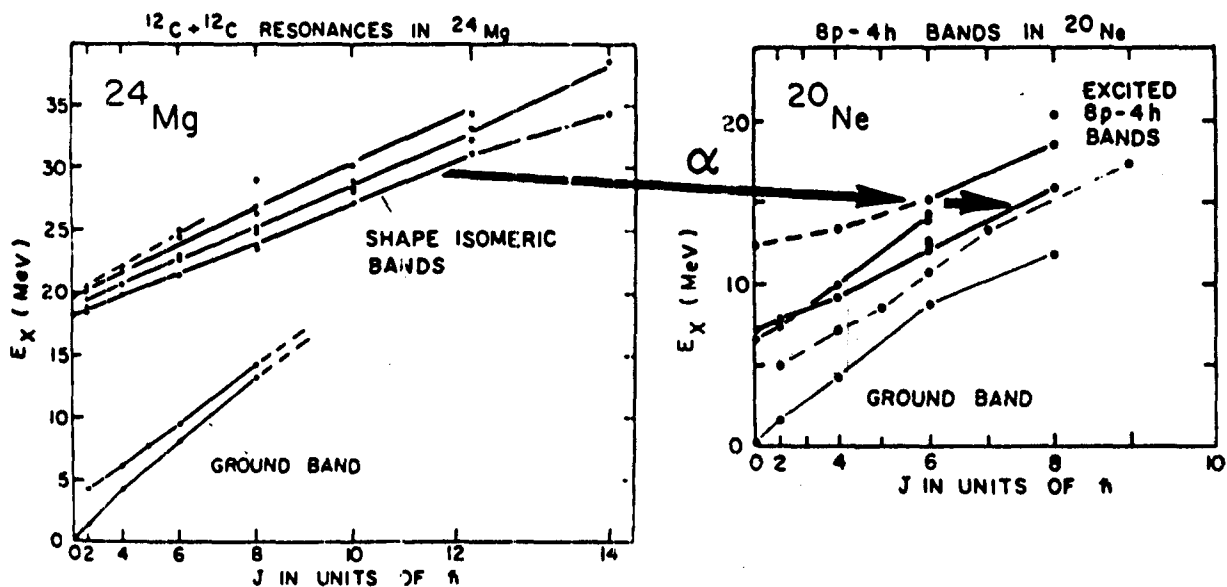


Figure 8

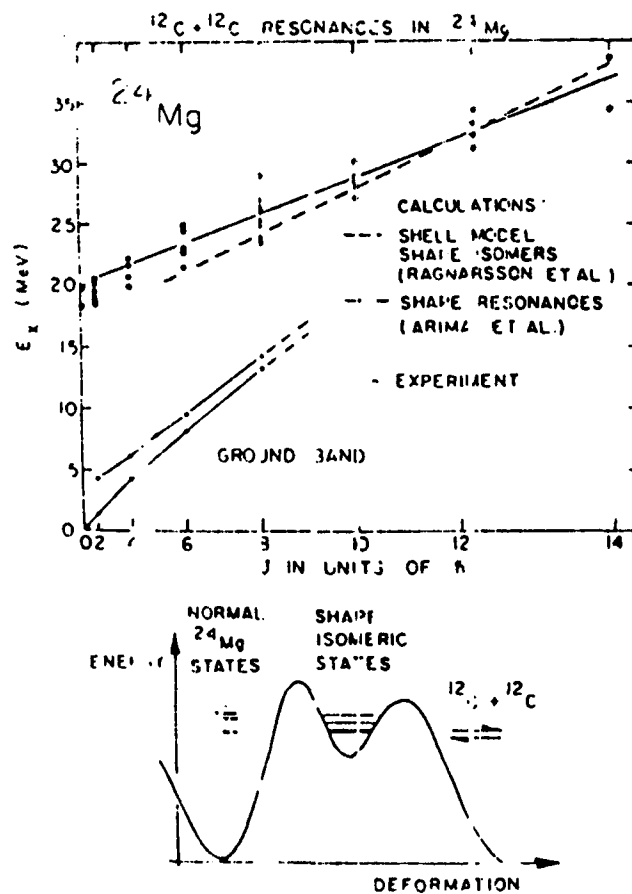
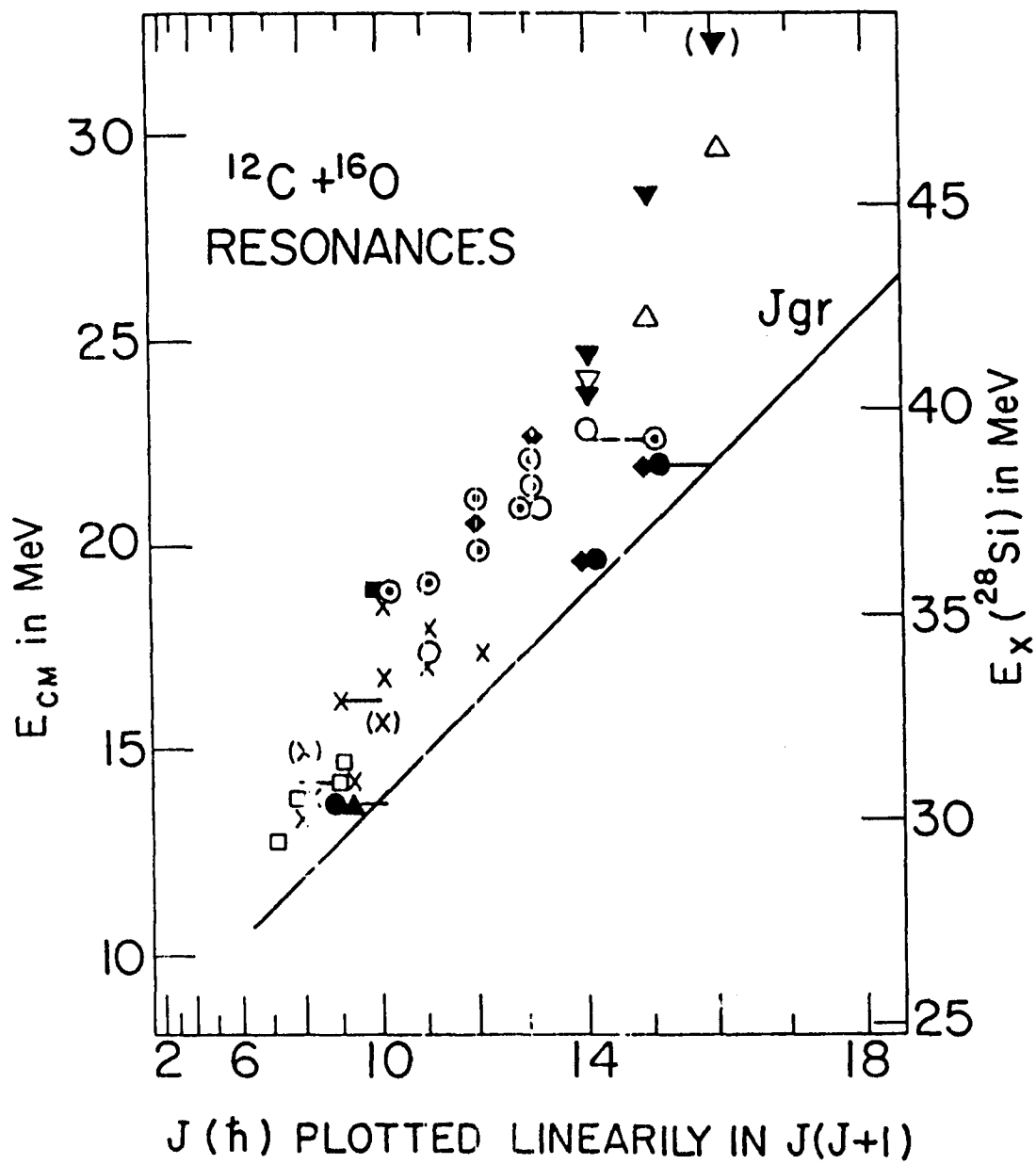


Figure 9



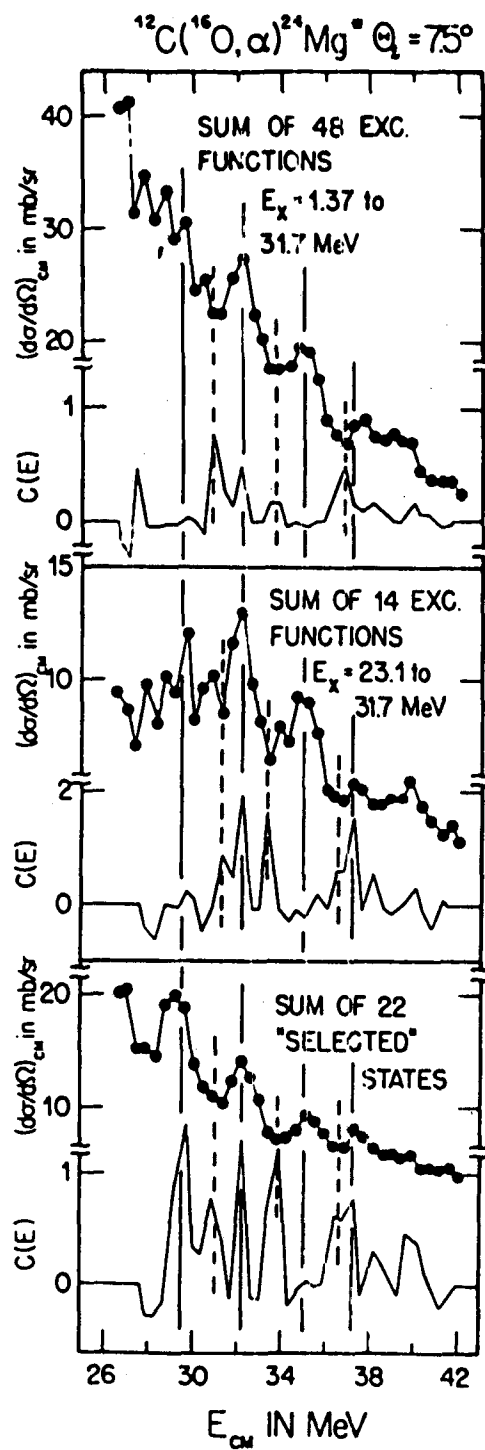


Figure 11

TABLE I. $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ elastic scattering resonant properties. γ_d^2 is the elastic reduced width and γ_w^2 is the Wigner limit for the elastic channel. R_e is taken to be 5.7 fm for all calculations.

E_{res}	J^π	η_l^{res}	$\langle \eta_l \rangle$	Γ_{tot} (keV)	$\Gamma_d/\Gamma_{\text{tot}}$	γ_d^2 (keV)	γ_d^2/γ_w^2
Zero phase solution							
18.4	12^+	0.53	0.74	400	12.8%	40	12.6%
19.3	12^+	0.45	0.74	400	19.6%	39	12.2%
20.3	12^+	0.50	0.74	400	16.2%	23	7.2%
Large phase solution							
18.4	12^+	0.51	0.68	450	12.5%	45	14.0%
19.3	12^+	0.41	0.64	400	18.0%	36	11.4%
20.3	14^+	0.53	0.74	300	14.2%	100	31.6%

TABLE II. Reduced widths for selected final states of the $^{12}\text{C}(^{12}\text{C},\alpha)^{20}\text{Ne}$ reaction. All widths are in keV and all cross sections in mb. $E_{\text{c.m.}}(^{12}\text{C}) = 18.4$ MeV, $J^\pi = 12^+$, $\Gamma_{\text{el}}(^{12}\text{C})/\Gamma_{\text{tot}} = 0.13$, $\Gamma_{\text{tot}} = 400.0$ keV.

$E_\alpha(^{20}\text{Ne})$ (MeV)	J^π	$\sigma_{\text{rm}}(i)$	$\Gamma_\alpha(i)$	γ^{2a}	θ^2 (%)	γ^{2b}	θ^2 (%)
0.0	0^+	1.8	4.6	42.0	6.4	6.4	1.2
1.63	2^+	2.7	7.0	9.1	1.4	2.6	0.5
4.25	4^+	2.0	5.3	2.4	0.4	1.1	0.2
8.77	6^+	7.0	18.4	8.2	1.3	4.1	0.8
11.95	8^+	12.0	31.5	13.0	2.0	7.4	1.4
7.20	0^+	5.0	13.1	12 600.0	[1931.0]	1100.0	[213.0]
7.83	2^+	8.0	21.0	773.0	119.0	116.0	22.3
8.44	5^-	4.5	11.8	11.0	1.6	4.1	0.8
9.04	4^+	5.0	13.1	52.0	8.0	13.2	2.6
12.16	6^+	3.0	7.9	21.0	3.3	6.8	1.3
13.34	7^-	10.0	26.3	57.0	8.7	20.6	4.0
13.95	6^+	1.0	2.6	36.0	5.6	9.2	1.8
15.9	8^-	2.0	5.3	53.0	8.1	16.5	3.2
17.44	9^-	5.0	13.1	522.0	80.3	156.0	30.1
18.5	8^+	1.0	2.6	6293.0	[967.4]	1410.0	[272.0]

^a $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel radius = 5.38 fm, γ_w^2 (Wigner limit for $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel) = 650 keV.

^b $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel radius = 6.02 fm, $\gamma_w^2 = 519$ keV.

TABLE III. Reduced widths for selected final states of the $^{12}\text{C}(^{12}\text{C},\alpha)^{20}\text{Ne}$ reaction. All widths are in keV and all cross sections in mb. $E_{\text{c.m.}}(^{12}\text{C}) = 19.3$ MeV, $J^\pi = 12^+$, $\Gamma_{\text{el}}(^{12}\text{C})/\Gamma_{\text{tot}} = 0.02$, $\Gamma_{\text{tot}} = 400.0$ keV.

$E_\alpha(^{20}\text{Ne})$ (MeV)	J^π	$\sigma_{\text{rm}}(i)$	$\Gamma_\alpha(i)$	γ^{2a}	θ^2 (%)	γ^{2b}	θ^2 (%)
0.0	0^+	1.0	1.8	10.9	1.7	1.8	0.3
1.63	2^+	3.0	5.4	5.1	0.8	1.6	0.3
4.25	4^+	6.0	10.8	3.9	0.6	1.8	0.4
8.77	6^+	8.0	14.4	4.8	0.7	2.6	0.5
11.95	8^+	7.5	13.5	4.1	0.6	2.5	0.5
7.20	0^+	1.0	1.8	810.0	[125.0]	76.0	[15.0]
7.83	2^+	2.5	4.5	87.0	13.0	14.0	2.7
8.44	5^-	6.0	10.8	6.7	1.0	2.8	0.5
9.04	4^+	15.0	27.0	63.0	9.6	18.0	3.4
12.16	6^+	5.0	9.0	13.0	2.0	4.8	0.9
13.34	7^-	5.0	9.0	10.0	1.6	4.2	0.8
13.95	6^+	13.0	23.0	130.0	20.0	37.0	7.2
15.9	8^+	10.0	18.0	61.0	9.4	22.0	4.3
17.44	9^-	25.0	45.0	371.0	57.0	127.0	25.0
18.5	8^+	7.0	13.0	2670.0	410.0	660.0	130.0

^a $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel radius = 5.38 fm, γ_w^2 (Wigner limit for $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel) = 650 keV.

^b $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel radius = 6.02 fm, $\gamma_w^2 = 519$ keV.

TABLE IV. Reduced widths for selected final states of the $^{12}\text{C}(^{12}\text{C},\alpha)^{20}\text{Ne}$ reaction. All widths are in keV and all cross sections in mb. $E_{c.m.}(^{12}\text{C})=20.3$ MeV, $J^\pi=12^+$, $\Gamma_{el}(^{12}\text{C})/\Gamma_{\text{tot}}=0.16$, $\Gamma_{\text{tot}}=400.0$ keV.

$E_x(^{20}\text{Ne})$ (MeV)	J^π	$\sigma_{\text{rel}}(i)$	$\Gamma_a(i)$	γ^{1a}	θ^1 (%)	γ^{1b}	θ^1 (%)
0.0	0^+	0.2	0.5	1.8	0.3	0.3	0.06
1.63	2^+	3.0	6.9	4.8	0.7	1.6	0.3
4.25	4^+	4.0	9.2	2.6	0.4	1.3	0.3
8.77	6^+	1.0	2.3	0.6	0.1	0.3	0.07
11.95	8^+	14.0	32.0	7.3	1.1	4.7	0.9
7.20	0^+	1.0	2.3	480.0	[73.0]	48.0	[9.2]
7.83	2^+	1.0	2.3	23.0	3.6	4.2	0.8
8.44	5^-	1.0	2.3	1.0	0.2	0.5	0.09
9.04	4^+	6.0	14.0	19.0	2.9	6.1	1.2
12.16	6^+	10.0	23.0	19.0	2.9	8.0	1.5
13.34	7^-	17.5	40.0	26.0	4.0	12.0	2.4
13.95	6^+	3.0	6.9	17.0	2.6	5.6	1.1
15.9	8^+	20.0	46.0	63.0	9.7	27.0	5.1
17.44	9^-	12.5	29.0	67.0	10.0	27.0	5.2
18.5	8^+	6.0	14.0	400.0	62.0	113.0	22.0

^a $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel radius = 5.38 fm, γ_w^1 (Wigner limit for $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel) = 650 keV.

^b $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel radius = 6.02 fm, $\gamma_w^1 = 519$ keV.

TABLE V. Reduced widths for selected final states of the $^{12}\text{C}(^{12}\text{C},\alpha)^{20}\text{Ne}$ reaction. All widths are in keV and all cross sections in mb. $E_{c.m.}(^{12}\text{C})=20.3$ MeV, $J^\pi=14^+$, $\Gamma_{el}(^{12}\text{C})/\Gamma_{\text{tot}}=0.14$, $\Gamma_{\text{tot}}=300$ keV.

$E_x(^{20}\text{Ne})$ (MeV)	J^π	$\sigma_{\text{rel}}(i)$	$\Gamma_a(i)$	γ^{1a}	θ^1 (%)	γ^{1b}	θ^1 (%)
0.0	0^+	0.2	0.3	31.0	4.8	2.7	0.5
1.63	2^+	3.0	5.1	41.0	6.2	6.3	1.2
4.25	4^+	4.0	6.8	12.0	1.8	3.0	0.6
8.77	6^+	1.0	1.7	2.1	0.3	0.7	0.1
11.95	8^+	14.0	24.0	18.0	2.8	7.6	1.5
7.20	0^+	0.5	0.8	1.1×10^4	[1700.0]	650.0	[120.0]
7.83	2^+	1.0	1.7	570.0	[87.0]	54.0	[10.0]
8.44	5^-	1.0	1.7	5.9	0.9	1.4	0.3
9.04	4^+	6.0	10.0	230.0	35.0	36.0	7.0
12.16	6^+	10.0	17.0	160.0	24.0	35.0	6.7
13.34	7^-	17.5	30.0	165.0	25.0	43.0	8.3
13.95	6^+	3.0	1.7	230.0	36.0	42.0	8.1
15.9	8^+	20.0	34.0	490.0	76.0	120.0	24.0
17.44	9^-	12.5	21.0	490.0	75.0	130.0	25.0
18.5	8^+	6.0	10.0	7500.0	1100.0	1400.0	270.0

^a $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel radius = 5.38 fm, γ_w^1 (Wigner limit for $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel) = 650 keV.

^b $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ channel radius = 6.02 fm, $\gamma_w^1 = 519$ keV.

TABLE VI. Comparison of calculated and measured total widths (in keV) and total reaction cross sections (in mb) (note all quantities are accurate to approximately the 30% level).

$E_{c.m.}^f$	$J^{\pi a}$	$\Gamma_a(^{12}\text{C})^b$	Γ_{inel}^c	Γ_a^b	Γ_{tot}^d	$\Gamma_{\text{tot}}(\text{calc})^d$	$\sigma_{\text{tot}}(\text{calc})^e$	$\sigma_{\text{tot}}(\text{exp})^f$
18.4	12^+	52	144	184	400	380	135	165
19.3	12^+	80	125	207	400	412	180	185
20.4	(14^+)	42	52	166	300	260	150	200

a) Reference 11.

b) Values from Tables II, II, and V.

c) Reference 22.

d, e) Equations from reference 13.

f) Reference 14.

COMPORTAMIENTO SISTEMÁTICO PARA DEGENERACIONES GRANDES EN UN
MODELO SOLUBLE

M.C. Cambiaggio⁺, G.G. Dussel⁺ y M. Saraceno

1. Introducción

El uso de la aproximación de Hartree-Fock dependiente del tiempo (TDHF) para describir la evolución temporal de densidades de un cuerpo en sistemas nucleares es bien conocido actualmente. Ha sido probado tanto en situaciones realistas de colisiones de fragmentos nucleares pesados como en sistemas modelo donde puede hacerse una comparación detallada entre los resultados exactos y los de TDHF. En general TDHF como aproximación de orden cero carece de un parámetro de expansión¹⁾ en el cual basar un análisis sistemático de correcciones de mayor orden. Sin embargo en algunos modelos simples como el modelo de Lipkin, Meshkov y Glick²⁾ (LMG) y un sistema unidimensional con interacciones delta atractivas, tal parámetro existe¹⁾. En esta contribución estudiamos los efectos que tiene la existencia de este límite para N grande en el modelo LMG, en el cálculo de autovalores, sus correcciones 1/N, y en la evolución de correlaciones en la función de onda exacta.

2. El modelo

El modelo LMG²⁾ representa en forma esquemática un núcleo de capa cerrada mediante la distribución de N fermiones en dos capas de degeneración $\Omega = N$ con una diferencia de energía ξ entre ellas. Los fermiones interactúan con una fuerza residual de tipo monopolar que dispersa pares partícula-agujero de una capa a la otra.

El hamiltoniano es

$$H = \sum K_0 + \frac{V}{2} (K_+^2 + K_-^2) \quad [1]$$

donde K_0 , K_+ , K_- son los operadores de cuasi-spín usuales

$$K_+ = \sum_{p=1}^{\Omega} a_{p,1}^+ a_{p,-1} = (K_-)^+ \quad [2]$$

$$K_0 = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\Omega} (a_{p,1}^+ a_{p,1} - a_{p,-1}^+ a_{p,-1})$$

y $a_{p,\sigma}^+$ es el operador de creación de un fermión en el nivel $\sigma (= \pm 1)$ y subnivel p .

Los autoestados exactos que se acoplan al estado fundamental se obtienen diagonalizando el hamiltoniano en una base $SU(2) |K, M\rangle$ donde $K = N/2$ y $-K \leq M \leq K$. Las matrices resultantes tienen dimensión $2K + 1 = N + 1$. (Como los estados de paridad diferente no se conectan, pueden descomponerse en dos bloques de dimensión $N/2$ y $N/2 + 1$). La diagonalización es rápida y precisa aún para degeneraciones bastante grandes ($N \simeq 100$).

Una vez conocidos los autovalores y autovectores para valores dados de V y N (tomando $\mathcal{E}$ como unidad de energía) es fácil calcular la evolución temporal exacta de cualquier estado inicial. Para mayores detalles y para ejemplos se puede ver la ref. 3.

Es claro que este modelo describe el movimiento cuántico del vector de cuasi-spín y que el límite $N \rightarrow \infty$ corresponde a la situación en la cual este momento angular se hace muy grande y en consecuencia esperamos que el movimiento se haga clásico. Este es realmente el caso y este movimiento clásico está dado por el método TDHF^{1,4)}.

3. Autovalores, acción TDHF y correcciones $1/N$

Primero miramos el espectro en el límite de N grande.

En general, podemos escribir los autovalores como $E_n(N, X)$ e intentar una expansión en potencias de $1/N$ como

$$\frac{1}{N} E_n(N, X) = E_n^{(0)}(X) + \frac{1}{N} E_n^{(1)}(X) + \dots \quad [3]$$

El hecho de que las energías se hagan proporcionales a N asegura la existencia de un límite termodinámico en el cual la energía por partícula está bien definida. El parámetro $X = \sqrt{N-1}$ es el usual en este modelo y se mantiene constante cuando $N \rightarrow \infty$.

Para graficar el espectro definimos una acción cuántica

$$S_n = 2\pi(n - N/2) \quad [4]$$

donde n es el entero que numera los autovalores para energías crecientes. Si este modelo tuviera una representación $|\pi\rangle_n$ representaría el número de nodos de la función de onda. Nótese que $0 \leq n \leq N$ y en consecuencia $S/\pi N$ es una variable discreta que toma valores en el rango

$$-1 \leq \frac{S}{\pi N} \leq 1 \quad [5]$$

Cuando N se hace muy grande, $S/\pi N$ se transforma en una variable continua en este rango.

Para mostrar la existencia del límite para N grande en el espectro graficamos $S_n/\pi N$ versus E_n/N para valores crecientes de N . En la figura 1A puede verse claramente que el espectro se acumula a lo largo de una curva universal, independiente de N , que puede interpretarse como la acción en función de la energía de un hamiltoniano clásico con un grado de libertad. Este límite clásico es reproducido exactamente por TDHF.

No discutiremos aquí la aproximación TDHF para este modelo, ni su recuantificación semiclásica. Esto ha sido hecho muchas veces^{1,3-7)} y sólo daremos los resultados más importantes.

El determinante TDHF para este modelo puede parametrizarse mediante un número complejo Z como

$$|Z\rangle = \exp(\widehat{Z} K_+) |K, -K\rangle \quad [6]$$

donde $|K, -K\rangle$ es el estado fundamental no perturbado.

Esto lleva a una función hamiltoniana

$$\mathcal{H}(p, q) = N \left\{ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} (p^2 + q^2) + \frac{X}{2} (q^2 - p^2) [1 - \frac{1}{2}(p^2 + q^2)] \right\} \quad [7]$$

cuando se usan variables canónicas⁸⁾

$$\omega = \frac{Z}{\sqrt{1+Z^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (q + ip) \quad [8]$$

La acción TDHF se define entonces como

$$S = N \left[\oint p \, dq - \Pi \right] \quad [9]$$

donde p se expresa como función de q y E usando $\mathcal{H}(p, q) = E$ y la integral se hace sobre una solución periódica de las ecuaciones de movimiento. Esta acción se cuantifica con la regla de Bohr-Sommerfeld usual, $S = 2\pi m$ con $-N/2 \leq m \leq N/2$.

Por lo tanto los niveles TDHF recuantificados para N grande pero finito se obtienen calculando la acción clásica [9] como una función continua de la energía en el intervalo $-1 \leq \frac{S}{\pi N} \leq 1$ y dividiendo este intervalo en N partes iguales para obtener los niveles discretos⁸⁾.

Este procedimiento podría mejorarse si se pudiera calcular una acción clásica al siguiente orden en N . Para mostrar que esto es efectivamente así suponemos una expansión de la acción cuántica

$$S = S_0(E, X) + \frac{1}{N} S_1(E, X) + \dots \quad [10]$$

S es una función continua de E que provee niveles de energía discretos con el procedimiento anterior. $S_0(E, X)$ es la acción TDHF dada por [9] dividida por πN . $S_1(E, X)$ es otra curva universal y puede obtenerse a

partir de la diagonalización exacta tomando el límite

$$S_1 = N (S - S_0) \quad ; \quad N \rightarrow \infty \quad [11]$$

La figura 1B muestra el resultado obtenido para $X = 0.5$.

Aunque se han propuesto varios métodos para extender TDHF^{9,12)} ninguno trata de identificar N como un parámetro de expansión. Nuestra discusión señala que este es realmente un número importante para este modelo.

4. Evolución de propiedades estadísticas

Krieger³⁾ ha investigado la evolución de propiedades de partícula independiente (es decir, la matriz densidad de un cuerpo) en la aproximación TDHF y la ha comparado con la evolución exacta. Nosotros mostramos que hay mucho para aprender de la observación de esta evolución en el límite de N grande y que un comportamiento universal (independiente de N) es evidente tanto en el orden principal como en el término $1/N$ subsiguiente.

Hemos elegido como cantidad representativa para estudiar la siguiente

$$K = \sqrt{2 \frac{\text{tr}(\rho^2 - \rho)}{\text{tr} \rho} + 1} \quad [12]$$

donde $\rho_{\sigma\sigma'}^{(t)} = \langle \psi(t) | a_{\sigma'}^{\dagger} a_{\sigma} | \psi(t) \rangle$ es la densidad de un cuerpo calculada en el estado exacto o en el TDHF. Para este modelo es una matriz hermitica de 2×2 con traza unitaria. Es obvio que en TDHF, $\text{tr} \rho^2 = \text{tr} \rho$ y en consecuencia $K = 1$ siempre. Equivalentemente puede decirse que en alguna base de partícula independiente la ocupación de los niveles es tal que todas las partículas están en un estado y la forma diagonal de ρ es $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. En el otro extremo está la situación totalmente "termalizada"

en la cual la ocupación de los niveles es igual con una forma diagonal $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$. En este caso $\text{tr } \rho^2 = 1/2$, $\text{tr } \rho = 1$ y por lo tanto $k = 0$. Entonces la desviación de k de la unidad señala el crecimiento de correlaciones en la evolución y por lo tanto se puede verificar si, y como, la evolución de un determinante inicial produce termalización. k es una cantidad similar a la entropía que mide el desorden de los grados de libertad de una partícula¹¹⁾.

En la figura 2 graficamos la evolución exacta de k para valores crecientes de N . La fig.2A muestra el comportamiento para tiempos cortos comparados con el período RPA. Observamos que k contiene una oscilación independiente de N pero cuya amplitud decrece con N . Esto es mucho más notable en la fig.2B donde uno puede seguir la evolución a través de muchos períodos RPA. Se observa, además de la oscilación, un decaimiento con un tiempo que aumenta con N . Se ve claramente como la evolución de la densidad se acerca al comportamiento TDHF cuando N crece. En la fig.2C se da el comportamiento para tiempos mucho mayores. Se comprueba que, aparte del comportamiento atípico para N pequeños, el comportamiento para N grande es esencialmente una oscilación con la frecuencia RPA independiente de N superpuesta a un decaimiento que se hace más lento a medida que N crece. Para investigar la dependencia en N de este decaimiento dibujamos lo mismo en la fig.3 pero usando $t/\sqrt{N}$ como coordenada de tiempo. Vemos entonces que el decaimiento se hace independiente de N . Esto es evidente en la fig.3B donde los decaimientos para $N = 50$ y $N = 100$ están casi superpuestos. Nótese que con el tiempo dividido por $\sqrt{N}$ las oscilaciones RPA se hacen más rápidas cuando N aumenta. En la fig.3C se muestra el comportamiento para tiempos muy largos. Otra vez se observa un dibujo complicado para valores pequeños de N que se hace más simple y universal cuando N crece. Encontramos empíricamente que el comportamiento de k para N grande es bien reproducido por la expresión

$$\overline{k(t)} = (1-A) \exp \left(-\alpha \frac{t^2}{N} \right) + A \quad [13]$$

cuando se promedian las oscilaciones RPA. A y α son independientes de N, pero por supuesto dependen de la energía del estado inicial considerado.

Concluimos que el comportamiento a primer orden es $k = 1$ como predice TDHF, A orden $1/N$, en cambio, se observa un decaimiento bien definido con un tiempo de orden $\sqrt{N}$. Sería interesante ver si las extensiones de TDHF que incluyen colisiones pueden explicar este comportamiento simple. Actualmente se está realizando una comparación detallada con los métodos de las refs. 10 y 11.

-
1. J.W. Negele, Rev. Mod. Phys. 54:913 (1982).
 2. H.J. Lipkin, N. Meshkov y A.J. Glick, Nucl. Phys. 62:188 (1965).
 3. S.J. Krieger, Nucl. Phys. A276:12 (1977).
 4. M.C. Cambiaggio, G.G. Dussel y M. Saraceno, Phys. Lett. B135:10 (1984).
 5. K.K. Kan, J.J. Griffin, P.C. Lichtner y M. Dworzecka, Nucl. Phys. A332:109 (1979).
 6. S. Levit, J.W. Negele y Z. Paltiel, Phys. Rev. C21:1603 (1980).
 7. H. Kuratsuji, Phys. Lett. 108B:365 (1982).
 8. M.C. Cambiaggio, G.G. Dussel y M. Saraceno, Nucl. Phys. A415:70 (1984).
 9. M Baranger e I. Zahed, Phys. Rev. C29:1005 (1984).
 10. H.S. Köhler, Nucl. Phys. A400:233c (1983).
 11. R. Balian y M. Veneroni, Ann. of Phys. 135:270 (1981).
 12. M.C. Nemes y A.F.R. de Toledo Piza, Phys. Rev. C27:862 (1983).

Angular Momentum Transfer in Deep-Inelastic Heavy-Ion Collisions

P. Carrilho Soares - I.Física/UFRJ

Abstract

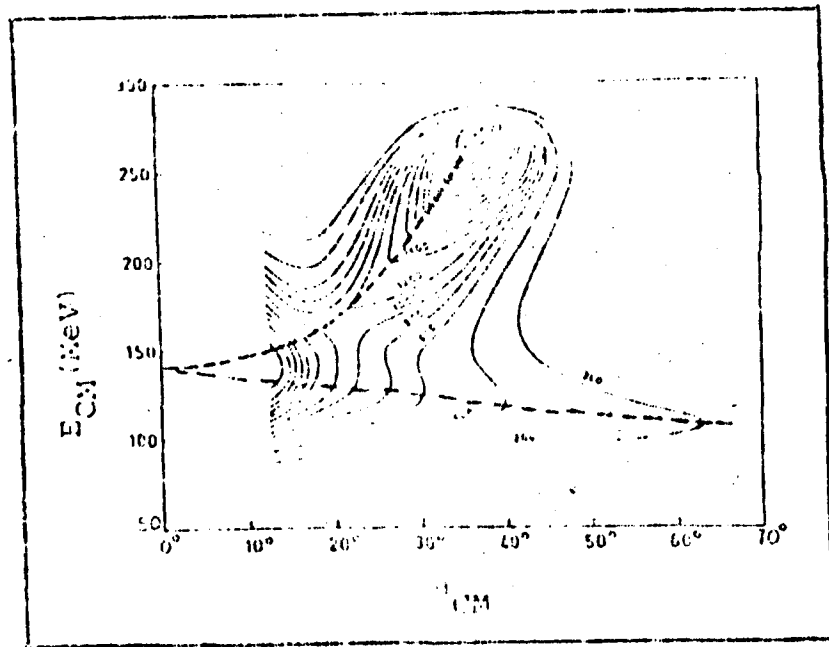
Using a classical phenomenological model, we analysed the mean angular momentum transfer of three deep-inelastic reactions and the Wilczynski diagram of a fourth one. With the parameters that fitted these reactions we simulated a Fokker-Planck equation with the help of a Langevin equation. We were then able to obtain the mean as well as the fluctuations of the angular momentum transfer. With the method discussed it is also possible easily obtain plots of any single cross section and contour plots of the double differential cross sections.

- Introduction

In 1970, in the middle of the search of superheavy nuclei, reactions with heavy ions showed some interesting phenomena. The results of these reactions were, in some cases, two fragments of masses near the initial ones with a pronounced loss of the initial ones with a pronounced loss of the initial relative kinetic

* Partially supported by CNPq and FINEP

energy and a appreciable conversion of the orbital angular momentum to the spins of the emergent fragments. This kind of reactions were called deep inelastic reactions. One of the first experimental data⁽¹⁾ obtained is showed in the figure below.



This is the Wilczynski diagram for the production of potassium in the reaction $^{40}_{18}\text{Ar}(E_{\text{Lab}}=379\text{MeV})+^{232}_{90}\text{Th}$. The dashed line (maxima line) shows the strong correlation between the dissipated energy and the scattering angle. This kind of result allowed Nörenberg⁽²⁾ to attempt the description of the deep-inelastic collision through a Fokker-Planck equation. Since then several procedures to solve this equation were proposed.

In this work the Fokker-Planck equation is solved using the fact that the results of this equation are the same as predicted by the deterministic system subject to Langevin forces

of adequate strengths.

II - The Underlying Deterministic System

We start with a Hamiltonian given by (3):

$$H = \frac{1}{2\mu} \left(p^2 + \frac{L^2}{r^2} \right) + \frac{\vec{J}_1^2}{2I_1} + \frac{\vec{J}_2^2}{2I_2} + V(r)$$

where $L, \vec{J}_1$ and $\vec{J}_2$ are the orbital angular momentum and the spins of ions 1 and 2 respectively. $V(r)$ is assumed to be

$$V(r) = V_C(r) + V_N(r)$$

where $V_C(r)$ is the Coulomb potential corrected for the finite size of the ions and $V_N(r)$ is the proximity potential of Blocki et al⁽⁴⁾

We use a Rayleigh's function given by:

$$G = \frac{1}{2} \beta r^n \left[r^2 + d_1 r^2 \left(\dot{\theta} - \frac{R_1 \vec{J}_1}{(R_1 + R_2) I_1} - \frac{R_2 \vec{J}_2}{(R_1 + R_2) I_2} \right)^2 + d_2 \bar{c}^2 \left(\frac{\vec{J}_1}{I_1} - \frac{\vec{J}_2}{I_2} \right)^2 \right]$$

The parameters β, d_1 and d_2 are introduced to allow adjustments of the strengths of the different friction coefficients. Thus, β permits the adjustment of the radial friction strengths while d_1 and d_2 permit the adjustments of the tangential and pivotal friction strengths respectively. r^n plays the role of the radial form factor for the friction and is given by the one-body friction proximity formula of Randrup et al⁽⁵⁾. $\bar{c}$ is the

reduced half density of the ions.

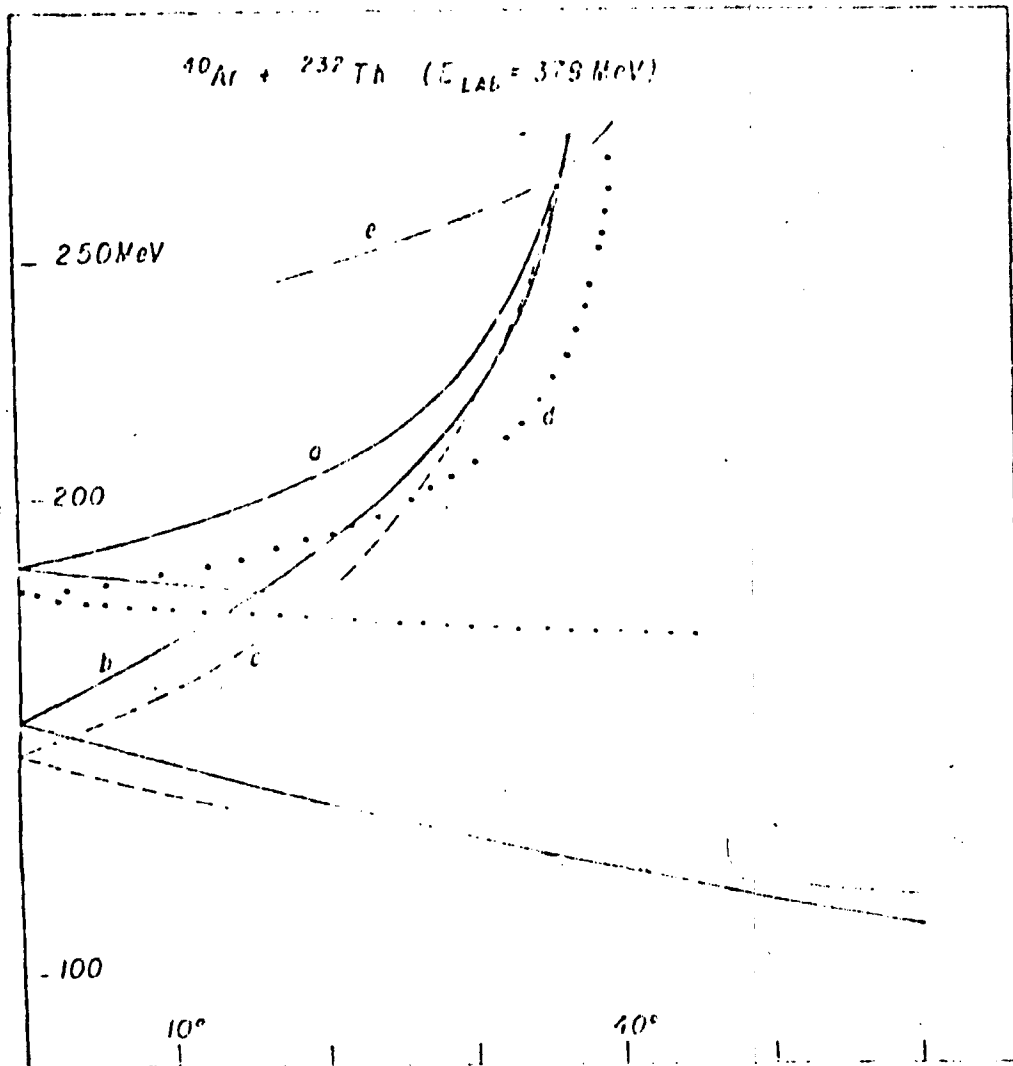
We then considered the contribution of vibrations to the energy loss of the reaction. Although the vibrational variables are not included explicitly in our model, we took their influence by a simple procedure. We assumed that each ion is an elastic sphere which may vibrate in the quadrupole (isoelectronic) vibration modes. We then showed that the actual energy loss during the reaction including vibration is:

$$Q^* = Q + \frac{Q^2}{Q_0} \quad (I)$$

where Q is the energy lost without including vibrations. Q_0 was parametrized as:

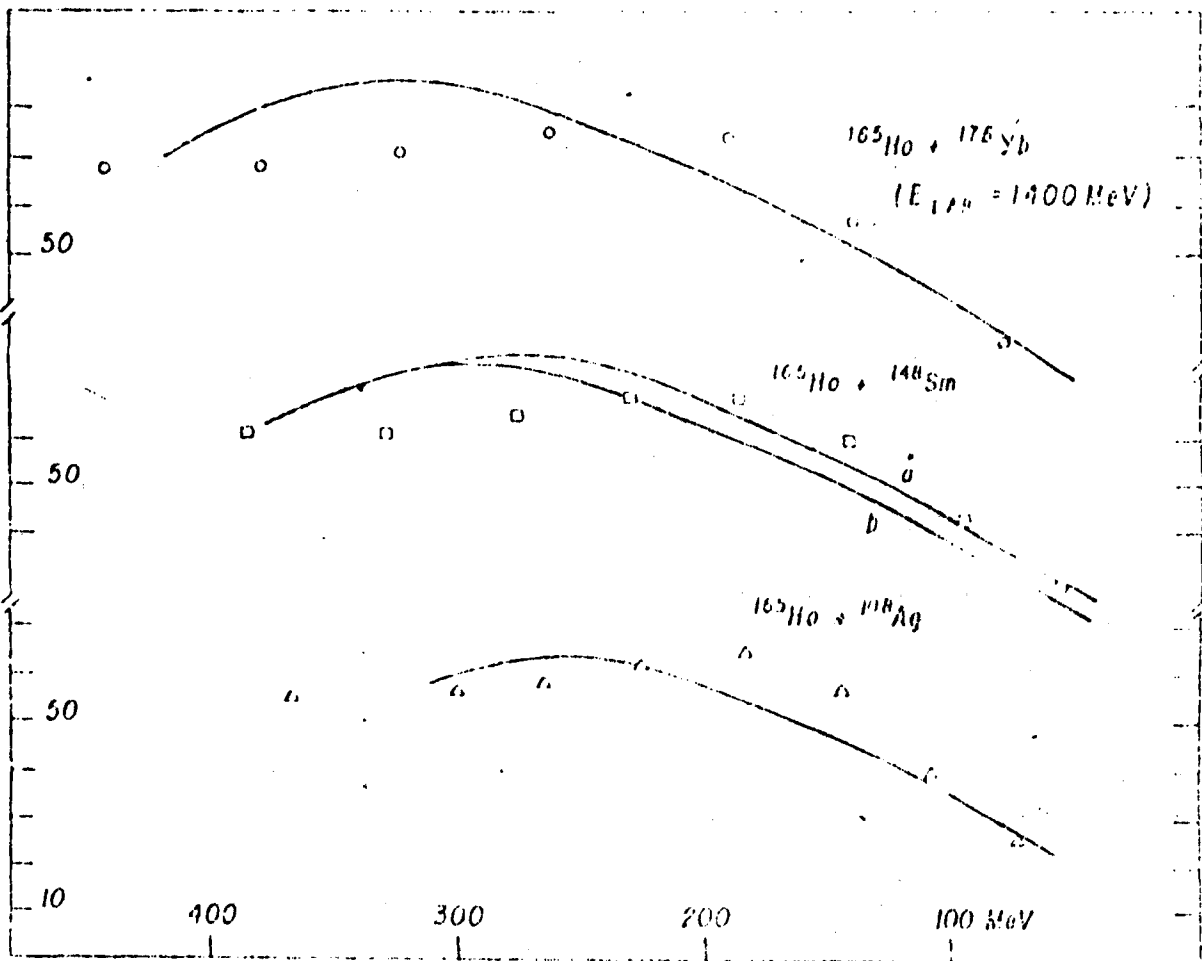
$$Q_0 = \delta \left(\frac{A_1^{1/3} A_2^{1/3}}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \right) \quad \delta = 91.03 \text{ MeV}$$

A typical result of this kind of approach is shown in the figure below:



Curves (a) and (b) are the curves predicted by Gross et al^(6,7) without and with consideration of the vibrations of the ions respectively. Curve (d) is the result of our model without introducing vibrations. Curve (c) is the result of eq.I over curve (d). The experimental data are near curves (b) and (c).

In relation to momentum angular transfer our main results in this stage may be summarized in the next figure for the three reactions analysed⁽⁸⁾:



III - The Fokker-Planck Equation

We assume $H(q,p)$ to be the Hamiltonian which describes the collective modes of the system that couple to the inelastic channels of a heavy ion collision. The effect of this coupling is assumed to be described by a stochastic force whose mean value gives the friction force and the fluctuating part is taken as a Langevin force. We therefore may write the following equations of motion:

$$\dot{q}^i = \frac{\partial H}{\partial p_i}$$

$$\dot{p}_i = - \frac{\partial H}{\partial q_i} - \Gamma_{ij} \frac{\partial H}{\partial p_j} + l_i(t)$$

where Γ_{ij} is the friction coefficient tensor and $l_i(t)$ is the Langevin force. We further assume that $l_i(t)$ is normally distributed with

$$\langle l_i(t) \rangle = 0$$

and

$$\langle l_i(t) l_j(t') \rangle = 2 \kappa_{ij} \delta(t-t')$$

Using these assumptions we derive the F.P. equation for $f(q,p;t)$, the probabilistic distribution function for the collective motion of the system^(9,10):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + [f, H] = \frac{\partial}{\partial p_i} \left[\Gamma_{ij} \frac{\partial H}{\partial p_j} f + \kappa_{ij} \frac{\partial f}{\partial p_j} \right]$$

Imposing that the Boltzmann distribution,

$$p(H) = C e^{-\frac{H}{T}}$$

is the equilibrium solution for the above equation, we obtain the Einstein's relation:

$$\kappa_{ij} = T \Gamma_{ij}$$

with T playing the role of the temperature of the system. The

temperature of the system is fixed by the relation:

$$U(T) = \int_{-\sigma}^T \Gamma_{ij} \frac{\partial H}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial p_j} dt'$$

where

$$U(T) = \frac{A}{8} T^2$$

is the internal energy of the compound system treated as a free Fermi gas⁽¹¹⁾ and A its mass number.

IV- The Simulation

As a direct consequence of the equations of motion the total angular momentum of the collective modes is conserved in the absence of Langevin forces. We will restrict these forces in order to preserve this conservation law. In this way the orbital angular momentum of the system can be obtained from the relation

$$L = L_0 - (\vec{j}_1 + \vec{j}_2)$$

where L_0 is the initial angular momentum of the system.

To generate the Langevin forces we integrate the equations of motion by finite differences in steps of $\Delta t = 0.5 \times 10^{-23} s$.⁽¹²⁾ At every step the Langevin forces are substituted by random impulses obtained from a normal distribution with zero mean

values and covariance matrix σ_{ij} given by

$$\sigma_{ij} = 2 \kappa_{ij} \Delta t = 2T \Gamma_{ij} \Delta t$$

The temperature T in the above equation is calculated along each trajectory using the equation:

$$U(T(t)) = Q^*(t) = -Q(t) + \frac{Q^2(t)}{Q_0}$$

where $Q(t)$ is the energy lost along the orbit. The inclusion of the additional term $Q^2(t)/Q_0$, the energy loss through the vibrational mechanism, was previously justified.

In the case under consideration, we observe that the radial Langevin force is not correlated to the other ones. Therefore we set

$$\Delta p = \sigma_r U_0$$

with

$$\sigma_r^2 = 2T \beta \Gamma(r) \Delta t$$

where U_0 is a random normal variable of zero mean value and unit variance. The impulses given to j_1 and j_2 can be obtained in a similar way if one takes care of the correlation between them. We have then⁽¹³⁾

$$\Delta J_1 = \sigma_1 U_1$$

$$\Delta J_2 = \sigma_2 [p U_1 + \sqrt{1-p^2} U_2]$$

with

$$p = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2}$$

and

$$\sigma_1^2 = \left[d_1 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)^2 \tau^2 + d_2 \bar{c}^2 \right] \sigma_n^2$$

$$\sigma_2^2 = \left[d_2 \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 \tau^2 + d_2 \bar{c}^2 \right] \sigma_n^2$$

$$\sigma_{12}^2 = \left[d_2 \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \tau^2 - d_2 \bar{c}^2 \right] \sigma_n^2$$

The random variables U_1 and U_2 have the same properties of U_0 .

We have simulated an average of 50 orbits for every value of L_0 starting from $L_0 = 40 k$ to the grazing value for each reaction, in unit steps of k . In this way we simulated $\sim 1 \times 10^4$ orbits for the $^{86}Kr + ^{154}Sm$ case and $\sim 2 \times 10^4$ orbits for the $^{165}Ho + ^{149}Sm$ case and $\sim 2.3 \times 10^4$ orbits for the $^{165}Ho + ^{176}Yb$ reaction. For each orbit we stored the asymptotic values of L, J, J_0, Q^* and θ . We also kept the collision time for each orbit defining it in such a way as to have zero value in the grazing orbit case.

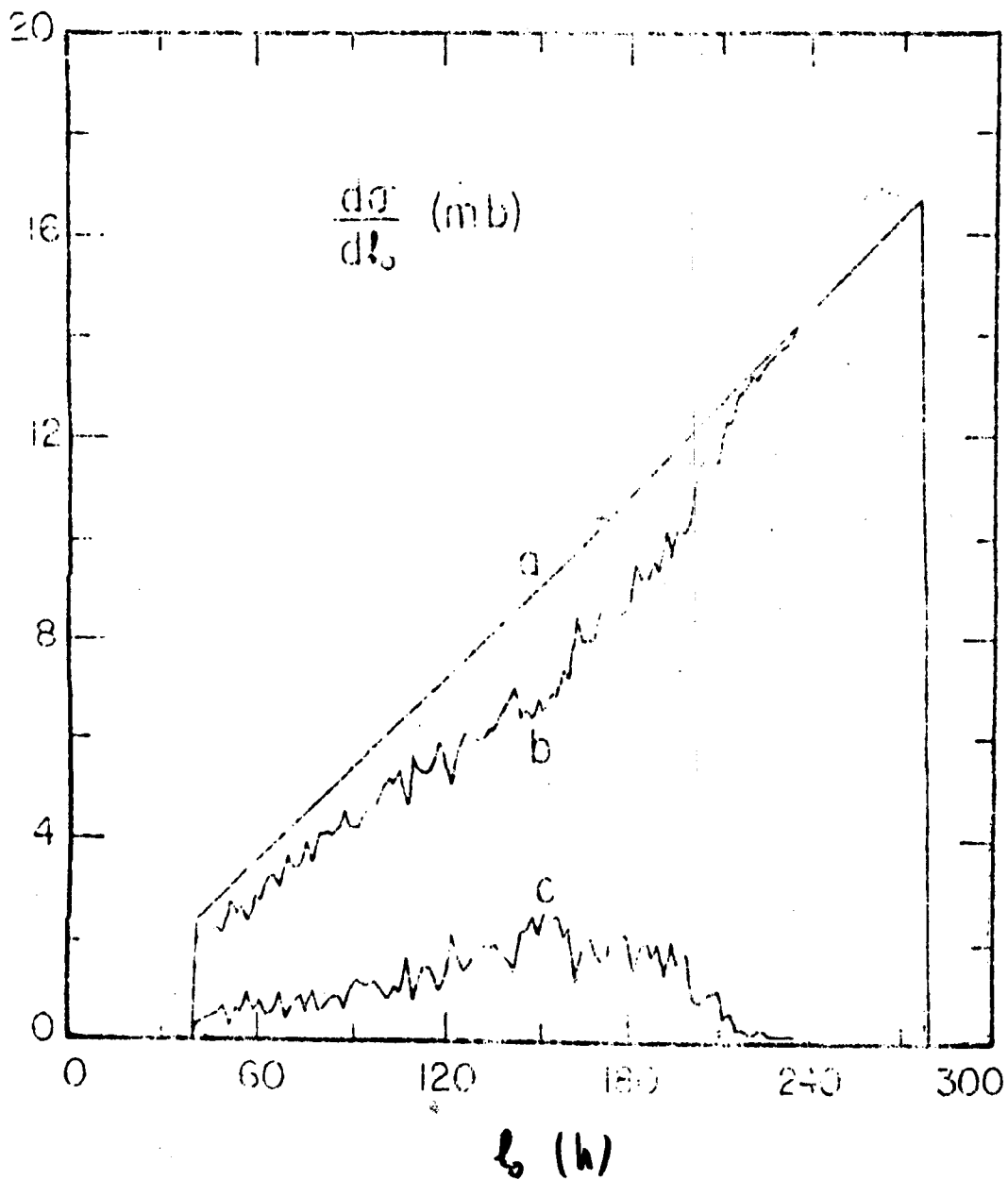
These data were analysed with the help of a statistical package in which the statistical weight (W) for each orbit was obtained through the relation:

$$W(L) = \frac{2\pi L \Delta L}{n(L_0)}$$

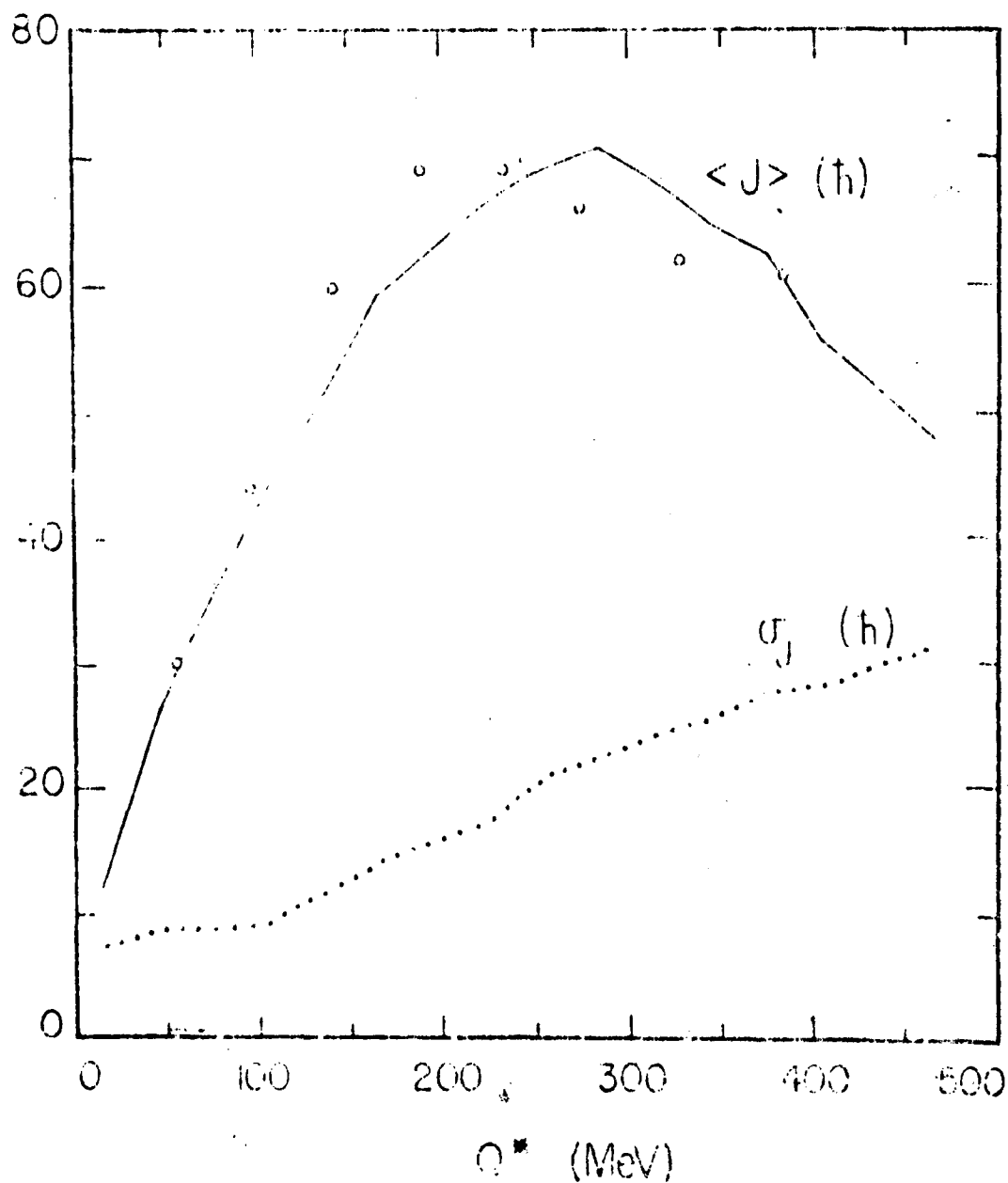
where $n(l_0)$ is the total number of orbits for the given l_0 , b the corresponding impact parameter and Δl the step of l corresponding to $\Delta l_0 = 1k$

V - Results

Some of the results obtained by us can be seen in the two next figures



In this figure we show the total (a), the deep-inelastic (b) and the fusion (c) differential cross sections as a function of the initial angular momentum for the $^{26}\text{Kr} + ^{154}\text{Sm}$ reaction at 610 MeV⁽¹⁴⁾. The horizontal scale is the initial angular momentum in units of $\hbar$ ($L_0 = 2, \hbar$). The vertical scale is the $d\sigma/dL_0$ in mb.



In this figure we show the mean value $\langle j \rangle$ and the standard deviation σ_j of the total angular momentum transfer as a function of the energy lost for the $^{16}\text{O} + ^{143}\text{Sm}$ reaction at 1400 MeV. The open dots are the experimental data for $\langle j \rangle$ of reference 8. The two curves are our results for the $\langle j \rangle$ (solid curve) and σ_j (dotted curve). The horizontal scale is in units of MeV and the vertical scale is in units of $\hbar$.

VI - Conclusions

The existence of the critical orbits invalidates the use of expansion in moments of the probabilistic distribution functions near these critical regions of the phase space. The simulated approach is insensitive to such critical regions and its accuracy is dependent only on the amount of available computer time.

For the specific simulation presented here we were able to show that the fusion cross section is insensitive to the critical angular momentum but very sensitive to the maximum time allowed for the di-nuclear system to decay in deep inelastic channels. We believe that this lack of sensitivity has been greatly enhanced by the particular choice of the nuclear potential energy we made. If we had used a potential energy that gives a stronger binding energy to the di-nuclear system, the fusion cross section would have increased, approaching its deterministic value. The lack of experimental values for the fusion cross sections for the reactions studied did not allow

us to further study this phenomena. This result can be put in more general terms by saying that the simulated results are sensitive to the value of the transport coefficients over the extended region of the configuration space contrarywise to what happens in the deterministic calculations which are sensitive only to the surface region.

It is worth mentioning that in the way the results were stored we could easily obtain plots of any single or double differential cross section and contour plots of the double differential cross sections.

I would like to thank prof. R. Donangelo for reading the manuscript.

References:

- 1 - Wilczynski, J., Phys. Lett. 47B (1973) 484
- 2 - Nörenberg, W., Phys. Lett. 52B (1974) 289
- 3 - Barbosa V.C., Carrilho Soares P., Gomes L.C., Oliveira E.C.,
Rev. Bras. Fis. 14 (1984) 337
- 4 - Blocki J., Randrup J., Swiatecki W.J., Tsang C.F., Ann.
Phys. 105 (1977) 427
- 5 - Randrup J., Ann. Phys. 112 (1978) 356
- 6 - Gross D.H.E., Nayak R.C., Satpathy L., Z. Phys. A299 (1981) 63
- 7 - Gross D.H.E., Kalinowski H., Phys. Rep. 45 (1978) 175
- 8 - Pacheco A.J., Wozniak G.J., MacDonald R.J., Diamond R.M.,
Hsu C.C., Moretto L.G., Monisey D.J., Sobotka L.G., Stephens
F.S., Nucl. Phys. A397 (1983) 313
- 9 - Balesar R.: Equilibrium and Non-Equilibrium Statistical
Mechanics, John Wiley and Sons, New York (1975)
- 10 - Nix, J.R.: Nuclear Dissipation in Heavy-Ion Reactions and
Fission - Preprint La-UR-82-3651 (1982)
- 11 - Bohr Aa, Mottelson B.R.: Nuclear Structure - Volume 1 -
W.A. Benjamin, New York (1969)
- 12 - Barbosa, V.C., Carrilho Soares P., Gomes L.C., Oliveira E.C.,
submitted to Rev. Bras. Fis.
- 13 - Abramowitz M., Stegun I.A. (eds): Handbook of Mathematical
Functions, Dover Publications, New York (1970)
- 14 - Christensen P.R., Hansen Ale, Nathan O. Videback F.,
Freiesleben H., Britt H.C., Van der Werf S.Y., Nucl. Phys.
A390 (1982) 336

BANDAS DOBLEMENTE DESACOPADAS EN NUCLEOS DEFORMADOS

IMPAR-IMPAR

A.J. Kreiner

Departamento de Física, CNEA

En el presente trabajo se discutirán:

- a) someramente algunos conceptos relacionados con el movimiento de partículas (o cuasipartículas) independientes en potenciales deformados rotantes. En los últimos años ha cobrado gran auge el análisis de bandas rotacionales en términos de un modelo de esas características (el modelo "cranking" o más modernamente el modelo de capas crankeado).
- b) Se darán ejemplos de espectroscopía discreta en núcleos impar-impar deformados.
- c) Se presentarán los primeros resultados de este tipo obtenidos en el TANDAR.

Una posibilidad bastante explorada en los últimos años¹⁾ es la descripción de fenómenos rotacionales en términos del siguiente hamiltoniano:

$$h'_{qp} = h_{qp} - \omega j_1 \quad [1]$$

donde h_{qp} es el hamiltoniano de un conjunto de cuasipartículas no interactuantes moviéndose en el campo de Nilsson y de apareamiento en el sistema intrínseco del núcleo. El segundo término transforma a h_{qp} en h'_{qp} que es el hamiltoniano en el sistema rotante. ω (la velocidad angular de rotación se ha elegido alrededor del eje intrínseco 1 y j_1 es la componente del momento angular alrededor de este mismo eje) puede ser considerada como un multiplicador de Lagrange que está para satisfacer en promedio la conservación del impulso angular, a saber:

$$\langle \psi_w | J_z | \psi_w \rangle = \left(I(I+1) - \langle \psi_w | J_z^2 | \psi_w \rangle \right)^{1/2} \quad [2]$$

(con $J_1 = \sum_i j_1(i)$ y ψ_w la función de onda del sistema para cada valor de w)

Las simetrías que retiene h'_{qp} en [1] son $R_1(\pi) = e^{-i\pi J_1/\hbar}$, es decir una rotación en π alrededor del eje intrínseco 1 (se elige éste por convención) y la paridad P . Los números cuánticos asociados son α (la signatura) y la paridad π . Se distinguen netamente dos esquemas de acoplamiento dependiendo del peso relativo de los dos términos en [1].

Si el segundo término es despreciable (caso de rotación adiabática) predomina el acoplamiento de las partículas al campo de Nilsson y apareamiento. Se está en presencia del esquema DAL ("deformation alignement"). Si por el contrario prevalece el segundo término de [1] que representa las fuerzas centrífugas y de Coriolis en el sistema rotante tendremos el esquema RAL ("rotation alignement"). La energía se minimiza cuando el impulso angular j_1 se alinea maximamente con la velocidad angular ω . En este caso las funciones de onda tienen un j_1 "bien definido".

Este es el caso más interesante y el valor medio $i = \langle j_1 \rangle$ (denominado alineamiento) sirve para caracterizar la excitación del sistema. El caso más conocido es el de bandas rotacionales en núcleos impares basadas en orbitales cuyo parentesco principal es con un nivel del modelo de capas esférico de alto j (e.g. bandas de paridad positiva y parentesco $i_{13/2}$ en las tierras raras).

Una característica a destacar es que si efectivamente el núcleo se puede describir como un conjunto de quasipartículas independientes el alineamiento es una cantidad aditiva a un dado valor de frecuencia angular. Por ejemplo, dada una banda de dos cuasipartículas (tanto en un núcleo par-par como en uno doblemente impar) su alineamiento a una dada

frecuencia será la suma de los alineamientos de las cuasipartículas obtenidos en los respectivos núcleos impares a la misma frecuencia de rotación.

Para seguir avanzando debemos ver como se extraen cantidades como ω e i a partir de los datos experimentales.

La obtención de la frecuencia ω se basa en una de las ecuaciones de Hamilton:

$$\frac{\partial H}{\partial R} = \hbar \omega \quad [3]$$

, donde R es el momento angular colectivo medido en unidades de $\hbar$ (por eso aparece $\hbar$ en el segundo miembro de la ecuación)

Tratamos primero el caso de la banda del estado fundamental de un núcleo par-par (donde la energía y el momento angular pueden considerarse puramente colectivos). Traduciendo [3] a autovalores se tiene:

$$\frac{\partial E_r}{\partial R(R+1)} = \hbar \omega \quad [4]$$

$$\text{con } I_x \equiv I_1 = \sqrt{R(R+1)} \simeq R + \frac{1}{2} \quad [5]$$

Se toma entonces:

$$\hbar \omega_{(R_m)} = \frac{\partial E_r}{\partial I_x} \simeq \frac{1}{2} (E_{(R_m + 1)} - E_{(R_m - 1)}) \quad [6]$$

donde $R_m + 1$ y $R_m - 1$ son dos valores consecutivos de momento angular a lo largo de la banda.

Con esto obtenemos $I_x = R_m + 1/2$ vs $\hbar \omega$.

Es posible representar con gran precisión tanto las energías como $I_x = I_x(\hbar \omega)$ usando

$$E_r = \frac{1}{2} \omega^2 (\mathcal{J}_0 + \frac{3}{2} \mathcal{J}_1 \omega^2) \quad [7]$$

y

$$I_x = R + \frac{1}{2} = (\mathcal{J}_0 + \mathcal{J}_1 \omega^2) = \mathcal{J}(\omega) \omega \quad [8]$$

La ecuación dimensionalmente correcta es

$$R + \frac{1}{2} = (\mathcal{J}_0 / \hbar^2 + \mathcal{J}_1 / \hbar^4 (\hbar \omega)^2) \hbar \omega \quad [9]$$

Se construye la función:

$$X^2 (\mathcal{J}_0, \mathcal{J}_1) = \sum_j (I_x(\omega_j) - (R + \frac{1}{2})(\omega_j))^2 \quad [10]$$

donde la suma corre sobre los valores experimentales, y se minimiza dando ajustes de gran precisión.

Se puede hacer lo mismo para un núcleo impar (o doblemente impar o banda excitada en un par-par) a través de:

$$I_x \approx ((I+1/2)^2 - J_3^2)^{1/2} \quad [11]$$

$$\frac{\partial E}{\partial I_x} = \frac{E(I+1) - E(I-1)}{I_x(I+1) - I_x(I-1)} = \hbar \omega(I) \quad [12]$$

obteniendo de estas relaciones $I_x = I_x(\omega)$.

La novedad está en que aquí hay además de momento angular colectivo contribuciones de alineamiento:

$$I_x = R + i \quad [13]$$

Análogamente I_x se puede representar en este caso como:

$$I_x(\omega_j) = (\beta_1/k^2 + \beta_2/k^4(\hbar\omega_j)^2)\hbar\omega_j + i \quad [14]$$

y minimizar $X^2(\beta_1, \beta_2, i)$ lo que equivale a ajustar los parámetros de un carozo (β_1 y β_2) en presencia de las cuasipartículas que poseen un alineamiento i .

Veremos ahora en base a algunos ejemplos la utilidad o aplicabilidad de los conceptos discutidos arriba. Discutiremos un tipo muy particular de bandas halladas recientemente²⁾ y denominadas doblemente desacopladas en isótopos doblemente impares de Ir y Re. La estructura de estas bandas está relacionada con excitaciones tanto neutrónicas como protónicas que dan origen a bandas desacopladas. Para los protones se trata de bandas de parentesco $h_{9/2}$ (con máxima amplitud en el estado $1/2^-$ [541]) conocidas en isótopos impares por ejemplo de Ir y Re. Para los neutrones se trata de un orbital sin parentesco definido, el $1/2^-$ [521], pero que sin embargo posee un parámetro de desacoplamiento cercano a la unidad. De hecho es posible demostrar²⁾, tanto en el contexto del modelo de partícula mas rotor como en el modelo de capas craneado que si se acoplan dos configuraciones con $\Omega = 1/2$ y parámetros de desacoplamiento de igual signo y mayores que la unidad se obtienen estructuras desacopladas, es decir bandas en las cuales se ha invertido la secuencia normal $\Delta I = 1$ para tener dos secuencias $\Delta I = 2$ desplazadas en energía. Experimentalmente hemos observado solo la banda "favorecida" que determina la línea yrast. En primer lugar discutimos los casos de $^{182,184}\text{Ir}$ que fueron estudiados a través de las reacciones de fusión-evaporación $^{172,174}\text{Yb} (^{14}\text{N}, xn)$.

La figura 1 muestra la sistemática de estas bandas ($I^\pi = 5^+, 7^+, 9^+ \dots$) incluyendo el caso de ^{186}Ir y una comparación con las bandas del estado fundamental de los respectivos carozos de Os par-par con $A = 180, 182, 184$.

Es interesante notar que el aumento gradual de la energía del primer estado 2^+ hacia números de neutrones (N) menores está acompañado por una tendencia similar en las bandas doblemente desacopladas.

La figura 2 muestra alineamiento i , en función de la frecuencia de rotación $\hbar\omega$ (medida en Mev) para estas bandas. El cuadro izquierdo de la figura muestra i vs $\hbar\omega$ para ^{181}Os (x), ^{181}Ir (triángulos) y ^{182}Ir (cuadrados). Las partes planas son notablemente planas (aceptando ajustes mediante la expresión (14) con valores de $(X^2/(n-3))^{1/2}$ (con n = número de puntos experimentales) del orden de 10^{-2} unidades de $\hbar$) y se verifica en ellos la aditividad de los alineamientos con gran precisión, a saber $i_{n+p}^{\text{exp}}(^{182}\text{Ir}) = 4.64\hbar$ comparado con $i_p^{\text{exp}}(^{181}\text{Ir}) + i_n^{\text{exp}}(^{181}\text{Os}) = 3.99\hbar + 0.69\hbar = 4.68\hbar$

El gran crecimiento en las curvas para frecuencias 0.2 - 0.3 Mev está relacionado con el fenómeno de backbending. Esto está mostrado en el cuadro derecho de la figura 2, donde se incluye i vs $\hbar\omega$ para el carozo ^{182}Os (círculos). En este caso no es posible verificar la aditividad de los alineamientos pues no hay datos experimentales para ^{183}Os .

Como último ejemplo damos el caso de ^{180}Re estudiado a través de la reacción $^{176}\text{Yb} (^{10}\text{B}, 6n)$ a 73 Mev de energía de bombardeo. La figura 3 muestra un esquema de niveles totalmente nuevo obtenido en este trabajo. La banda a la izquierda de la figura es un nuevo ejemplo de estructura doblemente desacoplada. En la figura 4 se da el análisis de los alineamientos que involucra las bandas $\tilde{\nu} 1/2^- [521]$ en ^{179}W , $\tilde{\pi} h9/2 (1/2^- [541])$ en ^{179}Re y la banda (5^+) en ^{180}Re . En este caso la aditividad se verifica sólo de un modo cualitativo.

Para explorar más este problema se decidió estudiar los isótopos más livianos $^{176,178}\text{Re}$ dado que en los núcleos $^{175,177}\text{W}$ se conocen, como bandas del estado fundamental, las estructuras $1/2^- [521]$ con lo cual es razonable esperar que intervengan en las bandas Yrast de los isótopos doblemente impares de Re.

Este estudio está en curso en el Laboratorio TANDAR mediante las reacciones $^{169}\text{Tm} (^{12}\text{C}, \text{xn})$. La figura 5 muestra un espectro medido con un detector de Ge(Li) de alta resolución a 72 MeV de energía de bombardeo, se distinguen algunas líneas que muestran la función de excitación apropiada para la reacción $5\text{n} (^{176}\text{Re})$.

Ya se han realizado coincidencias $\gamma-\gamma$ a 84 y a 62 MeV para estudiar ^{176}Re y ^{178}Re respectivamente teniéndose ya candidatos para las bandas doblemente desacopladas buscadas.

Quisiera expresar mi agradecimiento a las personas que colaboraron en diversas etapas del trabajo expuesto: D. Abriola, J. Davidson, M. Davidson, M. Debray, D. Di Gregorio, G. Falcone, A. Fendrik, D. Hojman, I. Mayans, C. Pomar, D. Santos, P. Thieberger y E. Warburton.

1) R. Bengtsson y S. Frauendorf, Nucl. Phys. A314 (1979) 27; A327 (1979) 139.

2) A.J. Kreiner, D.E. Di Gregorio, A.J. Fendrik, J. Davidson y M. Davidson, Phys. Rev. C29 (1984) 1572 y Nucl. Phys. A432 (1985) 451.

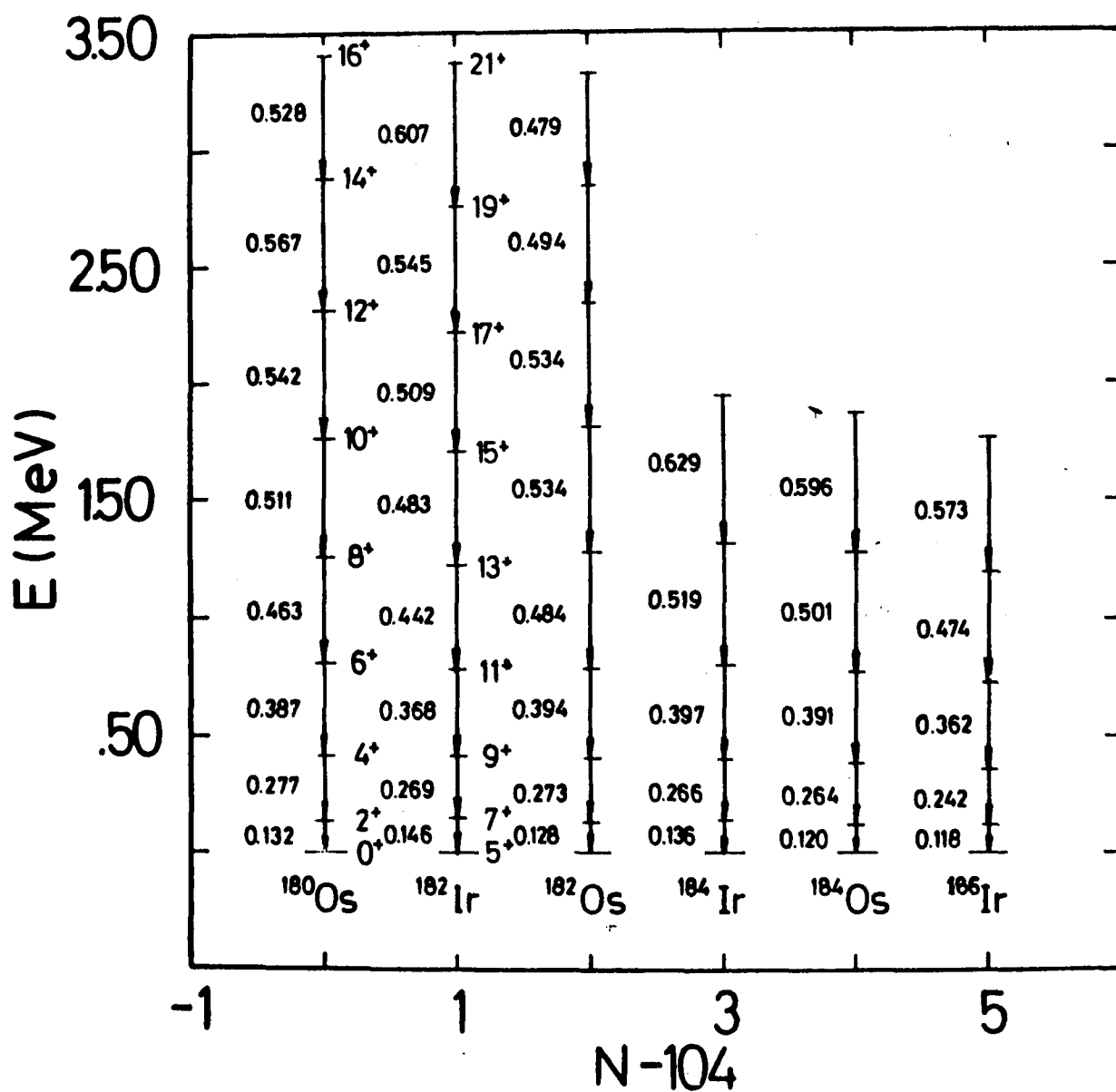


Fig.1 Sistemática de bandas 5^+ y 0^+ en $^{182-186}\text{Ir}$ y $^{180-184}\text{Os}$ respectivamente.

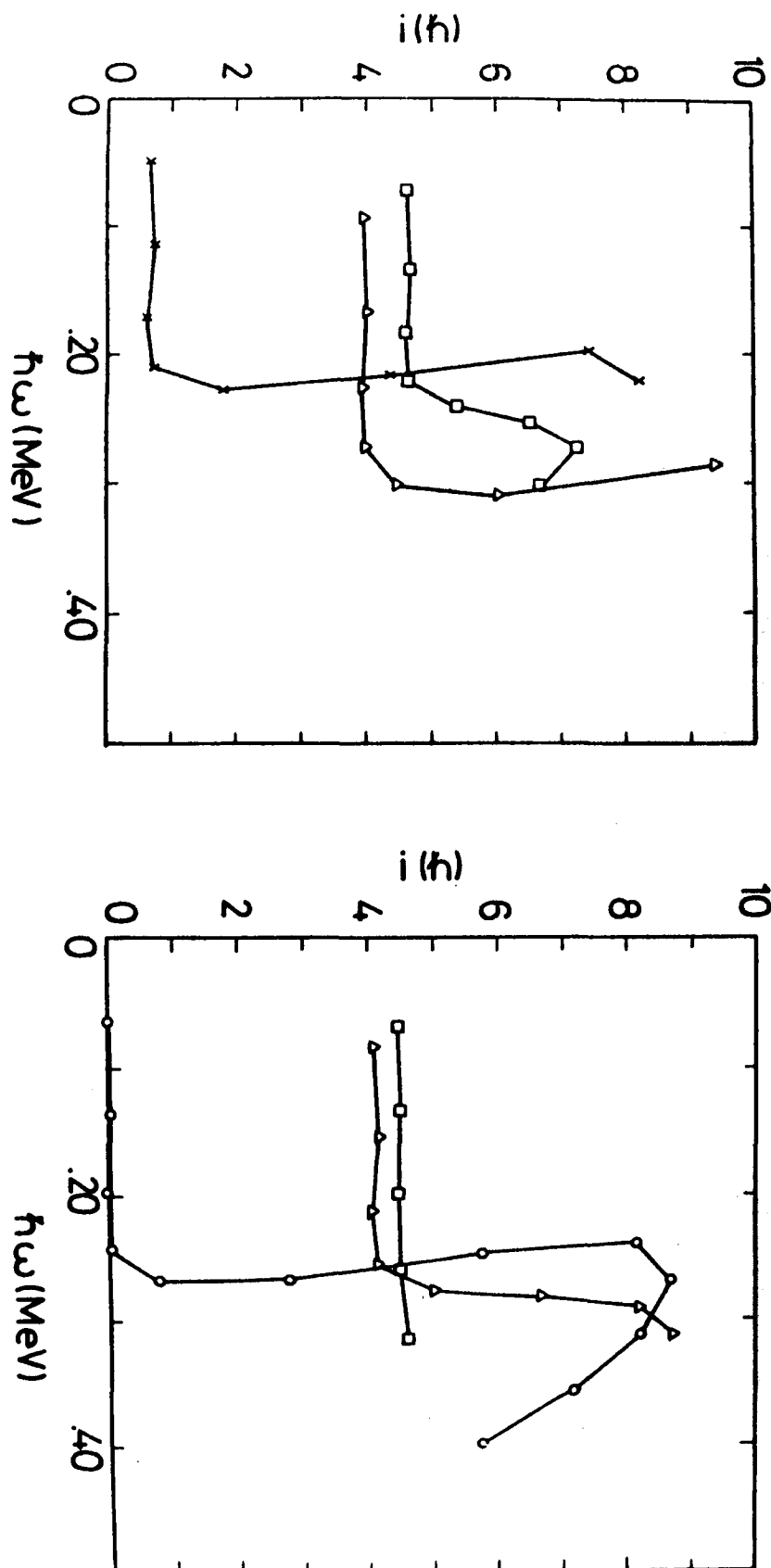


Fig.2 Alineamiento i en función de la frecuencia de rotación $\hbar\omega$ para diferentes bandas desacopladas (ver texto).

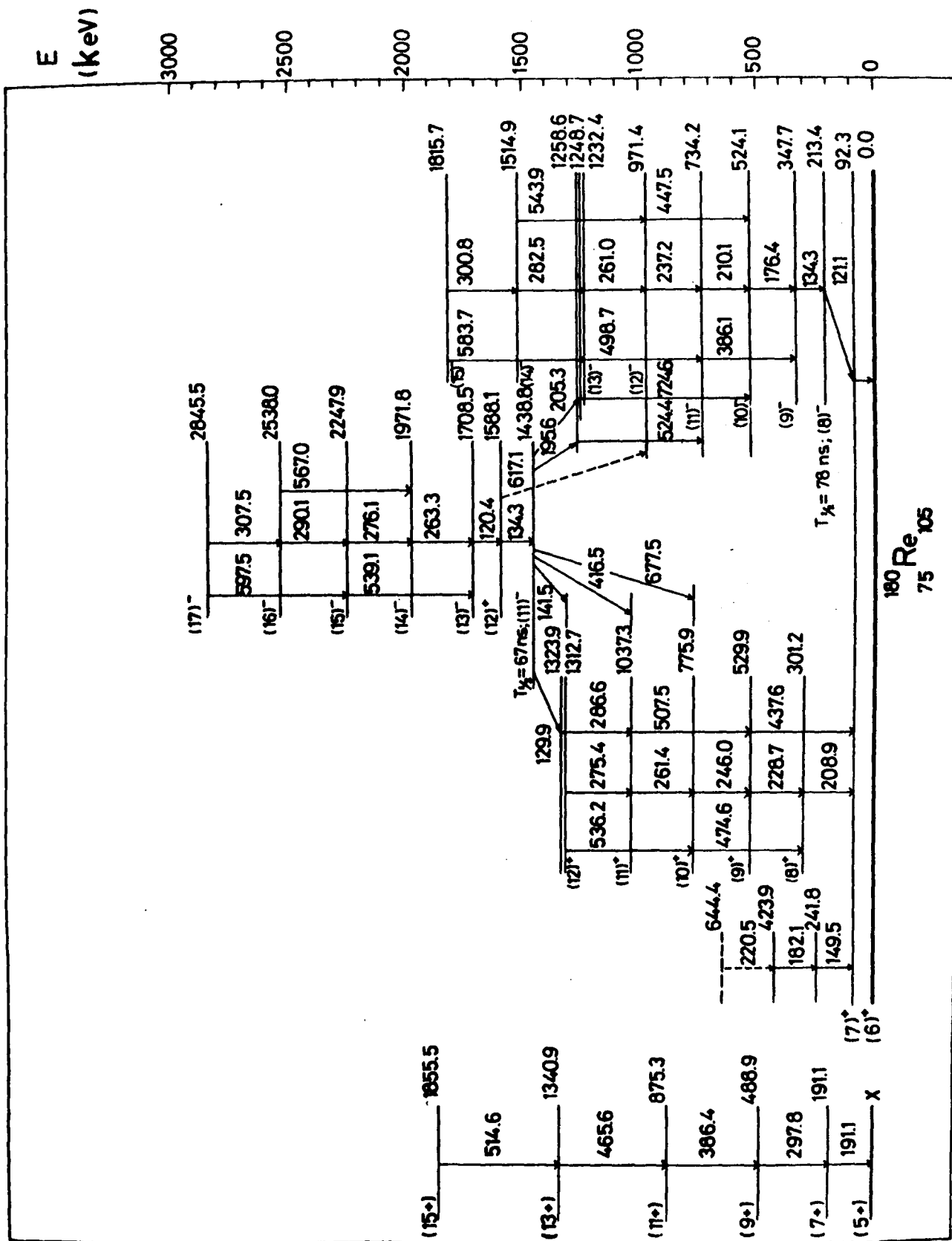


Fig. 3 Esquema de decaimiento de alto espín para ^{180}Re .

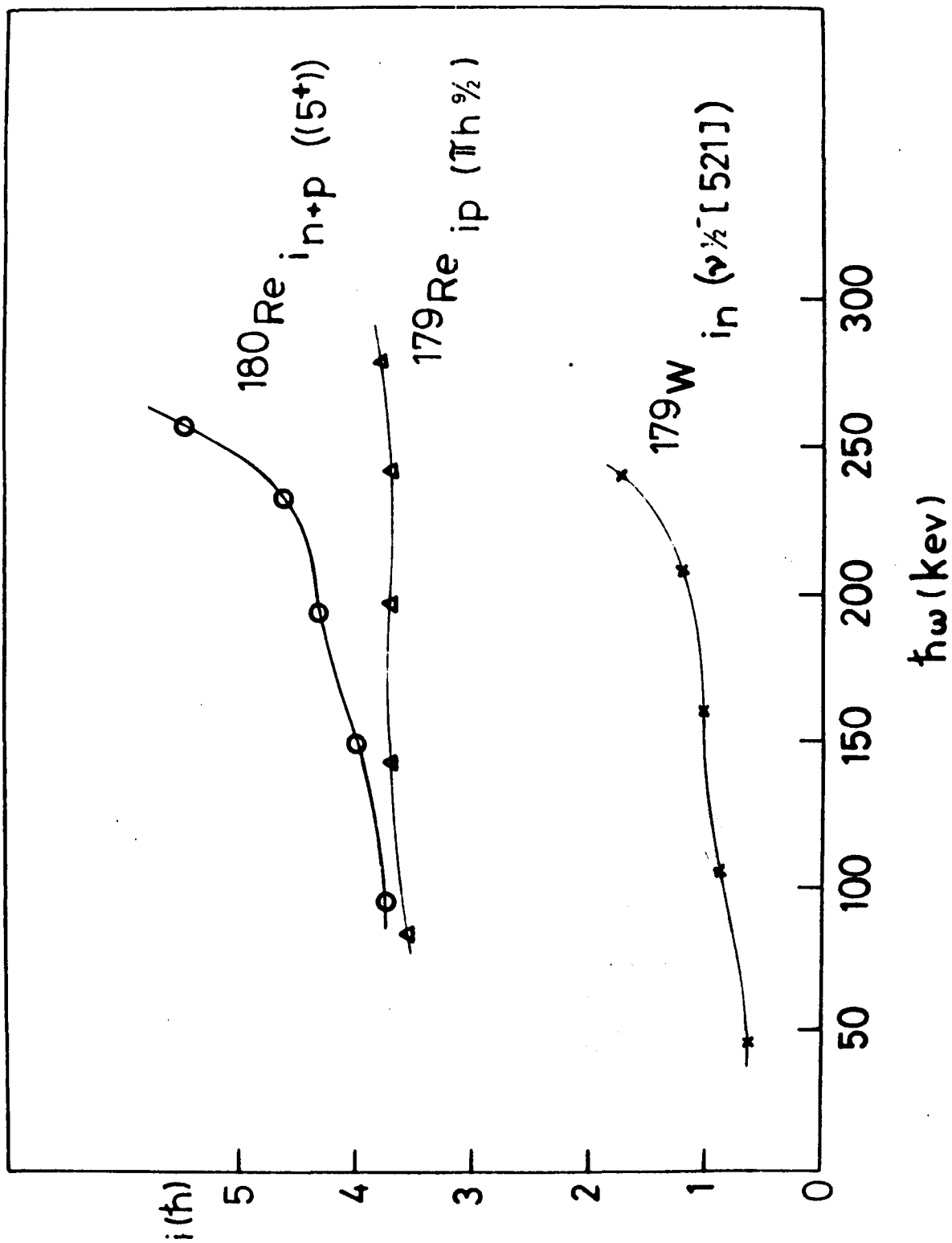


Fig.4 Alineamientos en función de la frecuencia para las bandas desacopladas en ^{180}Re , ^{179}Re y ^{179}W .

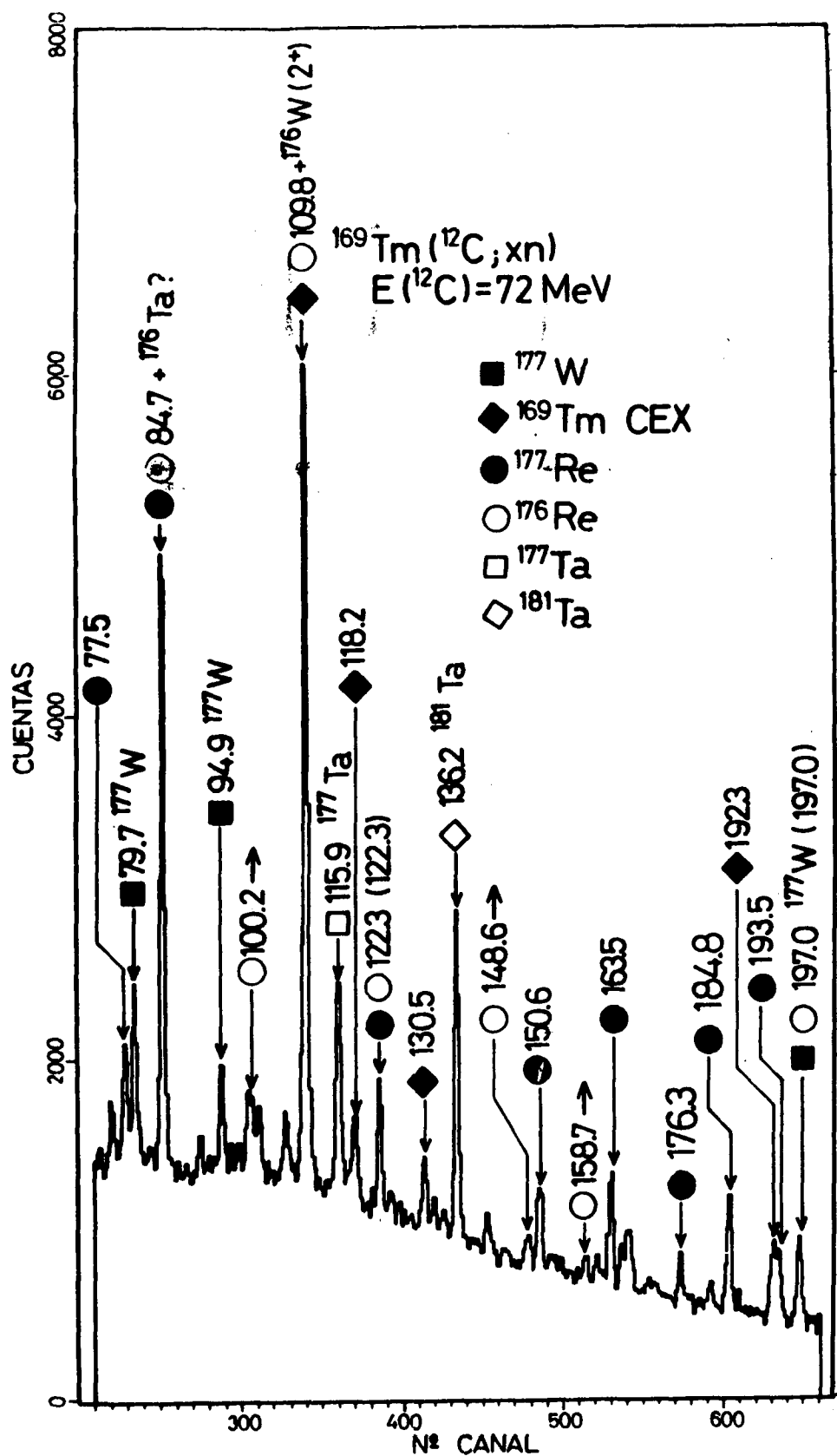


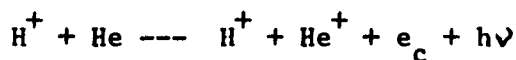
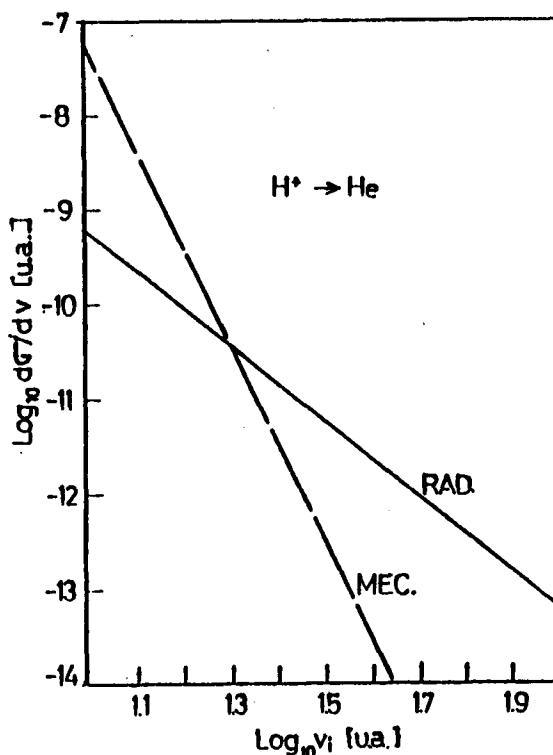
Fig.5 Espectro simple obtenido con un detector de rayos X para la reacción $^{169}\text{Tm}(^{12}\text{C}, \text{xn})$ a 72 MeV.

PROCESOS DE CAPTURA RADIATIVA

I.B.Nemirovsky

Cuando un ion con carga Z_p colisiona con un átomo neutro de carga nuclear Z_c , un electrón del blanco puede ser capturado a un estado discreto o del continuo del proyectil. Si este proceso es acompañado por la emisión de un fotón el fenómeno se denomina captura electrónica radiativa (CER); si la captura se produce sin emisión fotónica el proceso será de captura electrónica mecánica (CEM). En realidad estos procesos son competitivos, dependiendo la preponderancia de uno sobre el otro de la velocidad del proyectil (v_i).

En un reciente estudio¹⁾ teórico de la evolución de la sección eficaz para el proceso CER en función de la velocidad del proyectil se halla el comportamiento ilustrado en la figura, para la colisión:



donde e_c representa un electrón capturado a un nivel del continuo del proyectil. El cálculo se realizó utilizando la primera aproximación de Born e incluyendo la convolución con la "función instrumental del detector". Después de varias simplificaciones los autores obtienen la expresión siguiente para la sección eficaz diferencial (CER):

$$\frac{dG}{dv} (\theta_0 \sim 0) = \frac{2}{3c^3} \frac{Z_p^4}{v_i^5} (\sqrt{v_2^2 + v^2 \theta_0^2} - |v_2|)$$

expresada en función de la velocidad del electrón capturado (v_e), de la diferencia de velocidades entre ion y electrón (v_2) y de la abertura del ángulo del emisión (θ_0).

Por otra lado, de acuerdo a la teoría de Dettmann²⁾ y considerando la convolución instrumental, la sección eficaz en el proceso CEM resulta:

$$\frac{dG}{dv} (\theta_0 \sim 0) = 4\pi Z_t^5 Z_p^3 (\sqrt{v_2^2 + v_1^2 \theta_0^2} - |v_2|) F(v_1)$$

con

$$F(v_1) = \frac{2^{16}}{10\pi^2 v_{fi}^2} \cdot \left(\frac{1}{v_i}\right)^{12} \left\{ 0,3 + \frac{10\pi v_i}{2^{12} v_{fi}^2} \right\}$$

donde se ha tomado en cuenta la velocidad orbital del electrón involucrado (v_{fi}).

En la figura se ha representado la evolución de ambas secciones eficaces. Se observa que el cambio de pendiente (transición de CEM a CER) se debe producir alrededor de las 20 u.a. de velocidad que equivalen a protones de 10 MeV, y esta velocidad de "cruce" no depende del proyectil utilizado, resultando solamente dependiente de la carga del blanco.

Se propone verificar experimentalmente el cambio de pendiente.

1) C.R.Garibotti y M.Martiarena, a publicarse.

2) K.Dettmann, K.G.Harrison y M.W.Lucas, J.Phys. B7(1974)269.

CÁLCULO DAS SECÇÕES DE CHOQUE DE REACÇÃO COM MUITOS CANAIS ABERTOS

Paulo R. Pascholati*

Vito R. Vanin*

Takeshi Kodama⁺

Realizamos uma medida de secção de choque de fusão do ^{144}Sm com ^{16}O no Laboratório Pelletron em colaboração com DFN-IFUSP, CNEA e UFF. As secções de choque de fusão do $^{148,150,152}\text{Sm}$ com ^{16}O foram medidas por Stokstadt et al.⁽¹⁾. O aumento de deformação nuclear com o aumento do número de nêutrons nos diferentes isótopos do Sm produz um aumento acentuado na secção de choque de fusão abaixo da barreira Coulombiana - $\sigma_{148} \approx 0,12 \text{ mb}$ e $\sigma_{154} = 2,2 \text{ mb}$ a 60 MeV⁽¹⁾. Medidas de secções de choque de fusão abaixo da barreira parecem ser uma maneira eficaz de verificar a variação de parâmetros coletivos nos diferentes isótopos^(2,3), demonstrando o interesse recente por essas medidas⁽⁴⁾ e interpretação dos resultados experimentais^(5,6,7).

A medida de secção de choque é realizada fora de linha seguindo-se o decaimento dos raios-X característicos dos diversos elementos presentes nas cadeias radiativas formadas. A preferência pelos raios-X é devido ao fato que a sua produção, proveniente de captura eletrônica e de conversão interna, é da ordem de 100% enquanto que a intensidade de raios gamas característicos é, habitualmente, de poucos por cento. Os elementos contidos

* Instituto de Física - USP

⁺ Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF

nas diferentes cadeias são, em geral, os mesmos, principalmente quando predomina a evaporação de nêutrons no núcleo composto. As cadeias precisam, então, serem diferenciadas pela separação das meias vidas nas contagens de raios-X. É frequente observar-se muitas cadeias (mais que três), cada uma com muitos nuclídeos (até 6 ou 7).

Descreveremos a seguir um método para a obtenção da seção de choque a partir dos dados de acompanhamento da atividade dos raios-X emitidos. Esse método utiliza a generalização da solução matricial exata das equações de decaimento de Onega⁽⁸⁾ para qualquer número de cadeias de qualquer número de nuclídeos. Estas cadeias podem conter decaimentos por β , por α ou por transição isomérica.

Consideremos, inicialmente o decaimento de apenas uma cadeia β formada após a irradiação contendo M nuclídeos. O m -ésimo nuclídeo da cadeia decai com constante de decaimento λ_m e é alimentado pelo decaimento do $(m-1)$ -ésimo nuclídeo com constante de decaimento λ_{m-1} . A quantidade do m -ésimo nuclídeo no instante de tempo t obedece a equação diferencial.

$$\frac{dN_m(t)}{dt} = -\lambda_m N_m(t) + \lambda_{m-1} N_{m-1}(t) \quad (1)$$

O sistema de equações diferenciais acopladas obtido de (1) para os M nuclídeos da cadeia pode ser escrito como:

$$\frac{d\vec{N}(t)}{dt} = \Lambda \vec{N}(t) \quad (2)$$

onde $\vec{N}(t)$ é o vetor cujas componentes são os $N_m(t)$ e os elementos da matriz Λ são dados por:

$$\Lambda_{m,m-1} = \lambda_{m-1}$$

$$\Lambda_{m,m} = -\lambda_m$$

A extensão de (2) a mais cadeias é obtida agregando os vetores $\vec{N}(t)$ das diversas cadeias envolvidas. A ampliação para decaimentos por α e por transição isomérica corresponde à definição de elementos não diagonais na matriz Λ com as constantes de decaimento parciais associadas.

A solução da equação (2) é

$$\vec{N}(t) = e^{\Lambda t} \vec{N}(0) = A(t) \vec{N}(0) \quad (3)$$

onde A é a matriz composta pela agregação dos vetores coluna $\vec{\mu}_1$

$$A = ((\vec{\mu}_1) (\vec{\mu}_2) \dots (\vec{\mu}_M))$$

$\vec{\mu}_1$ é o vetor solução da equação (2) correspondente à condição inicial $N_1(0) = 1$ e $N_{k \neq 1}(0) = 0$.

O número de contagens de raio-X correspondente ao número atômico Z no intervalo de tempo $(t_\ell, t_\ell + \Delta t_\ell)$ é dado por:

$$f_{Z,\ell} = \int_{t_\ell}^{t_\ell + \Delta t_\ell} dt \sum_i P_i \lambda_i N_i(t)$$

onde P_i é a probabilidade de emissão do raio-X de número atômico Z pelo i -ésimo nuclídeo multiplicada pela probabilidade de detecção. Escrevendo $N_i(t)$ a partir da equação (3) pode-se calcular $N_i(0)$ com o método do mínimo quadrado, minimizando a função.

$$Q^2 = \sum_z \sum_l \frac{|f_{z,l} \text{ (calculado)} - f_{z,l} \text{ (experimental)}|^2}{\sigma_{f_{z,l}}^2}$$

Se incluirmos a etapa de formação, a equação (2) fica reescrita

$$\frac{d\vec{N}}{dt} = \Lambda \vec{N} + \phi(t) \vec{R}$$

onde R_i é a razão de formação do i -ésimo nuclídeo na reação e $\phi(x)$ é o fluxo do feixe incidente. A solução dessa equação recai na solução da equação homogênea através do fator $e^{-\Lambda t}$. O vínculo de algumas razões de formação serem nulas também pode ser explicitado.

O programa de cálculo foi codificado em FORTRAN para PDP11/45 do Laboratório do Acelerador Linear permitindo tratar de no máximo 25 nuclídeos distribuídos em até 5 cadeias. O programa ocupa menos de 64 kb e calcula as secções de choque em menos de um minuto. O programa foi testado por meio de simulação.

A grande vantagem do método apresentado reside na obtenção de expressões analíticas para as cadeias contendo muitos nuclídeos. No cálculo usual através da técnica de integração por fator integrante é praticamente impossível passar de 5 elementos por cadeia. Outra vantagem é a facilidade de cálculo com matrizes. Isto permite o uso de todos os dados obtidos, isto é, a produção de raios-X de todos os elementos das cadeias.

O método de determinação da secção de choque utilizado para a fusão deve ser aplicável a qualquer situação com muitos canais abertos, onde o modo de decaimento dos produtos resulta na produção considerável de raio-X.

REFERÊNCIAS

1. R.G. Stokstadt, Y. Eisen, S. Kaplanis, D. Pelte, V. Smilansky e I. Tserruya - Phys.Rev. C21 (1980) 2427.
2. R.G. Stokatadt, Y. Eisen, S. Kaplanis, D. Pelte, V. Smilansky e I. Tserruya - Phys.Rev.Lett. 41 (1978) 465.
3. R. Pengo, D. Evers, K.E.G. Lobner, U. Quade, K. Rudolph, S.J. Skorka e I. Weidl - Nucl.Phys. A411 (1983) 255.
4. W. Reisdorf, F.P. Hessberger, K.D. Hildenbrand, S. Hofmann, G. Münzenberger, K.H. Schmidt, J.H.R. Schneider, W.F.W. Schneider, K. Sümmerer e G. Nirth - Nucl.Phys. A438 (1985) 212.
5. H.J. Krappe, K. Möhring, M.C. Nemes e H. Rossner - Z.Phys. A314 (1983) 23.
6. H. Esbensen, Jian-Qun Wu e G.F. Bertch - Nucl.Phys. A411(1983) 275.
7. Q. Haider e B. Cujec - Nucl.Phys. A429 (1984) 116.
8. R.J. Onega - Am.J.Phys. 37 (1969) 1019.

ESTADISTICA Y TERMODINAMICA NUCLEAR. UNA APROXIMACION

D. Otero⁺, A.L. Plastino^{*}, A.N. Proto⁺, E. Duering⁺⁺, D.R.
Napoli⁺

1. Antecedentes o Prólogo

En enero de 1979, durante la Reunión de Bariloche II¹⁾, se expusieron diversos conceptos relacionados con los problemas de física nuclear que podrían ser abordados con el acelerador TANDAR. Las reacciones de iones pesados, involucran la aparición de nuevos fenómenos: la dinámica de la materia nuclear, la viscosidad nuclear, representada por la degradación de energía cinética y la gran transferencia de masa y carga entre los núcleos participantes de la reacción. La descripción de estos nuevos fenómenos nucleares se realizó usando conceptos y términos estadísticos tales como²⁾

- * Equilibrio térmico
- * Baño térmico generado por los grados intrínsecos
- * Coeficiente de difusión y deriva
- * Temperatura Nuclear
- * Fenómenos de transporte
- * Ecuaciones maestras y de Focker-Plank
- * Viscosidad de uno y dos cuerpos

El uso de la mecánica estadística en física nuclear conlleva la formulación de nuevos interrogantes.

- a) ¿Son válidas las ecuaciones de procesos irreversibles en física nuclear o representan una mera aproximación fenomenológica?
- b) ¿Puede hablarse de "Termodinámica", "Entropía", "Temperatura" en Nuclear? ¿Cuál es el grado de utilidad de estos conceptos?
- c) Si la respuesta a los dos primeros es afirmativa, ¿Existen límites naturales en nuclear para usar los métodos estadísticos?

Paralelamente, estas cuestiones hicieron florecer numerosos intentos de cuantificar sistemas disipativos³⁾. Sin embargo los resultados han sido hasta ahora pocos convincentes, agregando así una cuarta pregunta:

d) ¿Es posible la cuantificación de procesos irreversibles?

El problema parece superar el marco de la física nuclear. Pero es justamente en las reacciones entre iones pesados donde los interrogantes se manifiestan con toda claridad. Las condiciones que normalmente se imponen para deducir las ecuaciones cinéticas "macroscópicas" (tiempo de recurrencia, tiempo de colisión, rango de interacción, etc.) se cumplen sólo marginalmente en las colisiones profundamente inelásticas⁴⁾. Sin embargo esas ecuaciones se aplican con éxito para describir fenomenológicamente el intercambio de masa, carga, energía y momento angular^{3,4)}.

Llegados a este punto es interesante transcribir algunos párrafos relacionados con los interrogantes planteados:

I. Prigogine⁵⁾:

"It is possible to formulate a consistent microscopic theory of irreversible processes? This question is today, more than hundred years since the publication of Boltzmann's paper [Wien.Ber.,66, 272 (1972)], a basic problem of theoretical physics. Perhaps, it is interesting to remember that H. Poincaré concludes his "Lecons de thermodynamique" [Paris, 1923] by the statement that no phase function exists which shares the properties of macroscopic entropy and, therefore, a dynamical interpretation of thermodynamics is impossible. This is probably one of the reasons that Boltzmann's work was considered with scepticism for a long time."

Beretta⁶⁾:

"The long-standing dilemma on the nature of entropy and irreversibility to still lacks a universally accepted resolution, in spite of a century of scientific efforts. As stated in a recent review by

Wehrl (1978..) "there are many opinions and proposals for a solutions to this problem; however, none of them seems to be completely satisfactory"

O. Penrose⁷⁾:

"...:how can we reconcile the reversibility of microscopic dynamics with the irreversibility of the macroscopic behaviour we are trying to deduce from it?

Confronted by this paradox, some authors have drawn the conclusion that the reversible laws of dynamics cannot lead to a satisfactory theory of non-equilibrium processes."

Recientemente I. Prigogine⁸⁾ y algunos otros autores⁹⁾ parecen estar firmemente convencidos que la solución puede provenir de la transición al caos. Pero es difícil decidir si el aporte de este nuevo formalismo contribuirá eficazmente a aclarar estos problemas o es sólo el fruto del desconcierto!

Dentro de este contexto, lo que aquí presentamos es una aproximación diferente del problema basada en el principio de máxima entropía desarrollado por Jaynes en 1957.¹⁰⁾

2. Principio de máxima entropía

Se trata aquí de plantear con la mayor claridad, sin preconceptos y basados en las leyes fundamentales, la evolución dinámica de un sistema físico. Para ello se busca determinar el operador matriz densidad maximizando la entropía:

$$S = - \text{Tr}(\hat{\rho} \ln \hat{\rho}) \quad [1]$$

sujeta a los vínculos impuestos por la información proveniente de los valores medios conocidos a $t = t_0$:

$$\text{Tr}(\hat{\rho} \hat{O}_r) = \langle \hat{O}_r / \hat{\rho} \rangle = O_r$$

[2]

Los elementos de matriz de $\hat{\rho}$ quedarán en función de un conjunto de multiplicadores de Lagrange que se corresponden uno a uno con los $\langle O_r \rangle$:

$$\rho = e^{\sum_{r=0}^N \lambda_r \hat{O}_r} \quad [3]$$

$$\frac{\partial \lambda_0}{\partial \lambda_r} = - \langle O_r / \rho \rangle \quad [4]$$

En particular se afirma que el sistema es observado en un estado de equilibrio si todos los $\hat{O}_r$ conmutan con el hamiltoniano $\hat{H}^{(10)}$.

La extensión canónica para todo valor de t se obtiene recurriendo a la ecuación de Liouville:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}] \quad [5]$$

la cual implica que existe:

a) el operador $\hat{H}$ hermítico

b) la transformación $\hat{U}(t, t_0)$ con las propiedades

$b_1)$ transitiva, $b_2)$ lineal y $b_3)$ unitaria

entonces la entropía es una constante de movimiento:

$$S_t = -T_r \rho_t \ln \rho_t = -T \rho_0 U^\dagger \ln \rho_0 U^\dagger = -T_r \rho_0 \ln \rho_0 = S_0 \quad [6]$$

La ecuación [5] puede resolverse exactamente si por ejemplo existe un grupo finito de O que cumplen con ¹¹⁾:

$$[\hat{H}, \hat{O}_j] = \sum_i g_{ij} \hat{O}_i \quad [7]$$

donde las g_{ij} son constantes de estructura de una semiálgebra de Lie. Puede suceder que los valores medios conocidos N sean menos que el número necesario para cerrar el álgebra según ecuación [7], entonces sólo se

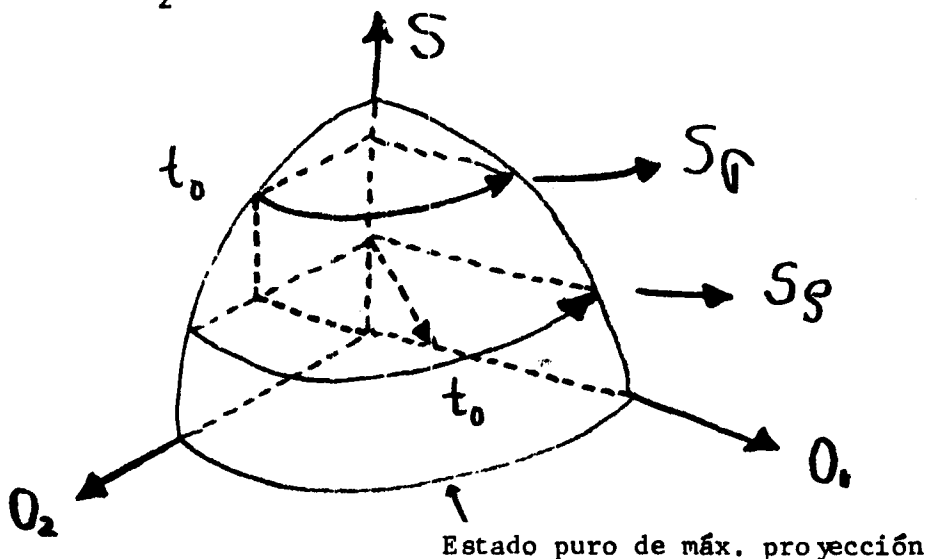
podrá construir una matriz densidad reducida:

$$\hat{Q} = e^{\sum \lambda_r \hat{O}_r} \quad [8]$$

que determina una cota para todo valor del tiempo de la entropía calculada sobre la $\hat{S}$ completa:

$$s_{\hat{Q}} = -T \hat{Q} \ln \hat{Q} = -T_s \hat{S} \ln \hat{Q} \geq -T_s \hat{S} \ln \hat{S} = s_{\hat{S}} \quad [9]$$

donde por supuesto $\hat{Q}$ cumple la condición sobre los vínculos. En la fig.1 se muestra un ejemplo cualitativo de la relación [9] para un sistema ideal de sólo dos operadores definido sobre un espacio de Hilbert finito. La trayectoria superior es la mejor aproximación si sólo se conoce el valor medio de $\hat{O}_2$.



Resultado cualitativo para órbitas cerradas con una base finita

Figura 1

3. Dinámica canónica y principio de máxima entropía

Los primeros esfuerzos del grupo de trabajo (CNEA, UNLP) estuvieron dirigidos a estudiar la conexión entre termodinámica y la evolución canónica, demostrándose que el teorema de Ehrenfest es equivalente al principio de Máxima Entropía¹²⁾. Este resultado se usó en la

resolución de hamiltonianos no-lineales funcionales¹³⁾.

Un segundo paso consistió en extender el formalismo a la teoría de respuesta lineal¹⁴⁾. Básicamente, para transformaciones infinitesimales no canónicas la variación en la entropía puede expresarse como:

$$S = - \sum_{i=1}^N \lambda_i^0 \Delta \langle \hat{o}_i \rangle \quad [10]$$

con

$$\Delta \langle \hat{o}_i \rangle = - \sum_{j=1}^N \lambda_j' K_{ij} \quad [11]$$

donde λ_j' son la perturbación a los λ_i^0 debido a la variación no canónica en los $\langle \hat{o}_i \rangle$ y,

$$K_{ij} = \frac{1}{2} \langle [\hat{o}_i, \hat{o}_j]_+ \rangle - \langle \hat{o}_i \rangle \langle \hat{o}_j \rangle \quad [12]$$

son los coeficientes de correlación cuánticos que verifican las relaciones de los coeficientes fenomenológicos de Onsager:

$$K_{\epsilon m} = K_{m \epsilon}, \quad K_{ff} \geq 0, \quad K_{mm} K_{ff} \geq K_{mf}^2 \quad [13]$$

Como aplicación se obtuvo una expresión cuántico-clásica del coeficiente de viscosidad para un perfil generalizado de velocidades no local, y la evolución dinámica del tensor de tensiones de un conjunto de osciladores en estado inicial estacionario¹⁴⁾.

Usando estos resultados se estableció una conexión entre las variables intensivas (λ_f) y las extensivas ($\langle \hat{o}_f \rangle$). Ellas son la base de un espacio de Riemann con métrica no unitaria¹⁵⁾.

En este espacio, la entropía es el producto del vector covariante $\langle \hat{o} \rangle_t$ por el vector contravariante λ^t :

$$s = \lambda^t \langle 0_t \rangle \quad [14]$$

donde cada λ^t y $\langle 0_t \rangle$ son las componentes de los respectivos vectores.

La matriz de transformación que define el espacio verifica:

$$\lambda^t = F^{-1}(t, t_0) \lambda^{t_0} \quad [15]$$

$$\hat{0}_t = \hat{0}_{t_0} \cdot F(t, t_0) \quad [16]$$

$$-\frac{\partial F}{\partial t} = Fg \quad [17]$$

donde G es la matriz definida en [7]

El tensor de métrica queda definido por:

$$\hat{0}^t = e \hat{0}_t \quad [18]$$

$$\lambda^t = e' \lambda_t \quad [19]$$

$$\|e\| = \begin{pmatrix} e & 1 \\ 1 & e' \end{pmatrix} \quad [20]$$

tal que

$$\tilde{0}_t \cdot 0^t \text{ y } \tilde{\lambda}_t \lambda^t \quad [21]$$

son invariantes respecto de F, entonces

$$Fe\tilde{F} = e \text{ y } \tilde{F}^{-1} e' F^{-1} = e' \quad [22]$$

Entonces el producto $\langle \tilde{0}_t \cdot 0^t \rangle$ queda determinado como combinación lineal de constantes de movimiento.

La extensión usando el producto Kroeneker $0_t \otimes 0_t$ al espacio de las correlaciones permite obtener invariantes adicionales pues el producto tensional $K^t K_t$ se transforma por similitud:

$$K^t K_t = e K_t \tilde{e} K_t = F^{-1} K^0 K_0 F \quad [23]$$

(Para obtener [23] deben usarse las propiedades del producto Kroeneker y las relaciones [22]). Entonces:

$$T_e(K^t K_t), \quad \text{Det}(K^t K_t) \quad [24]$$

y los menores complementarios también son invariantes.

Habiendo establecido el espacio vectorial y su métrica, podemos escribir las ecuaciones de campo:

$$\nabla_\lambda \langle \hat{O} \rangle = - \sum_i^N K_{ii} \quad [25]$$

$$\nabla_\lambda \wedge \langle \hat{O} \rangle = 0 \quad [26]$$

$$\Delta \lambda_0 = \sum_i^N K_{ii} \quad [27]$$

El "campo vectorial" de valores medios tiene como función potencial a la función de Massieu, λ_0 . Sus fuentes vienen dadas por las dispersiones cuánticas¹⁵⁾.

Las relaciones 25-27 representan una armónica conexión entre la termodinámica y la mecánica cuántica.

Finalmente en un reciente trabajo¹⁶⁾ se estableció la condición para desacoplar el espacio "relevante" del resto del sistema (irrelevante), relacionando este formalismo con el de Nakashima Zwanzig de procesos irreversibles.

4. Aplicaciones a nuclear

Aplicando el formalismo a un tiempo fijo $t = t_0$, se propuso un modelo dinuclear de Fermi para la fisión fría¹⁷⁾:

$$\rho^0 = \rho_H * \rho_L \quad [28]$$

donde H y L se refiera a fragmento pesado y liviano respectivamente y

$$\rho_{H,L} = \rho_{H,L}^{-2} \exp[\pi^2 g \cdot U_{H,L} / 6]^{1/2} \quad [29]$$

El ajuste de la ρ^0 propuesta se logró con un vínculo adicional, la masa de los fragmentos, poniendo de manifiesto que la discontinuidad de la energía de excitación en $A \sim 132$, es la responsable directa de la asimetría de masas (fig.2). El ajuste se logró minimizando la relación [9]:

$$\mathcal{L}_{\min} = \sum_A \rho_A (\ln \rho_A - \ln \rho_0 - \lambda A - \lambda_0) \quad [30]$$

En un trabajo reciente¹⁸⁾ se factorizó la función distribución:

$$\rho' = \rho_0 e^{\lambda A + \lambda_0} = \rho_H' * \rho_L' \quad [31]$$

y usando esta factorización el multiplicador de Lagrange puede asociarse al potencial de Planck de cada fragmento. El proceso puede entonces interpretarse como dos "fases químicas" con diferente potencial, con un único vínculo en la masa total:

$$A = A_H + A_L + \nu \quad [32]$$

(ν son los neutrones evaporados). El "equilibrio" sólo se da para la masa en el valor más probable donde se igualan los "potenciales químicos"

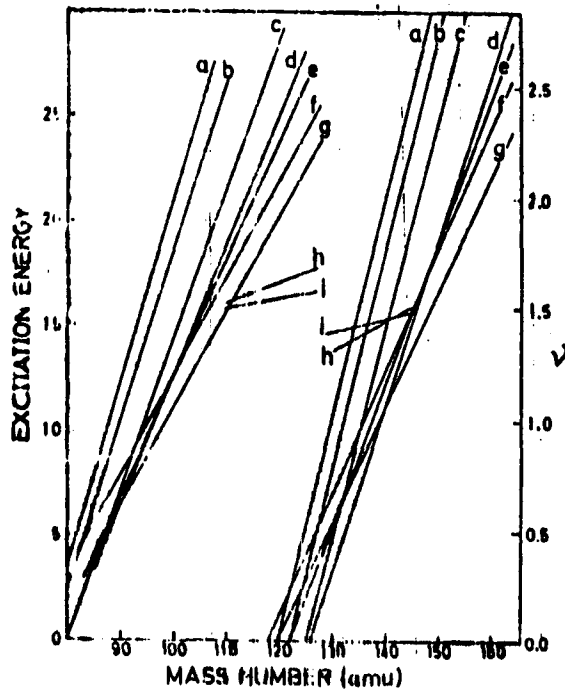


Fig. 2 Adjusted plots of internal excitation energy, U , and number of emitted neutrons, ν . The latter is obtained from an estimated $\langle E_n \rangle = 10.6 \pm 2.4$ MeV, where $\langle E_n \rangle$ is the average excitation energy associated with neutron emission. (a) $^{233}\text{U} + n_{th}$; (b) $^{235}\text{U} + n_{th}$; (c) $^{238}\text{U} + n_{th}$; (d) $^{239}\text{Pu} + n_{th}$; (e) $^{241}\text{Pu} + n_{th}$; (f) $^{243}\text{Am} + n_{th}$; (g) $^{245}\text{Cm} + n_{th}$; (h) $^{252}\text{Cf} + n_{th}$; (i) $^{254}\text{Cf} + n_{th}$; (j) $^{257}\text{Fm} + n_{th}$; (k) $^{259}\text{Fm} + n_{th}$; (l) $^{261}\text{Fm} + n_{th}$.

Figura 2

[33]

$$\left(\mu_H / T_H \right)_{\langle A \rangle} = \left(\mu_L / T_L \right)_{\langle A \rangle}$$

con

[34]

$$\frac{\partial S_{H,L}}{\partial A_{H,L}} = \frac{1}{T} \frac{\partial U_{H,L}}{\partial A_{H,L}} = \left(\frac{\mu_{H,L}}{T_{H,L}} \right)_{\langle A \rangle}$$

En el caso particular del ^{226}Ra , se encontró que el equilibrio térmico ($T_H = T_L$) sólo se obtiene para el modo simétrico (Ref.19). En base a estos resultados se demuestran que la hipótesis de equilibrio térmico en

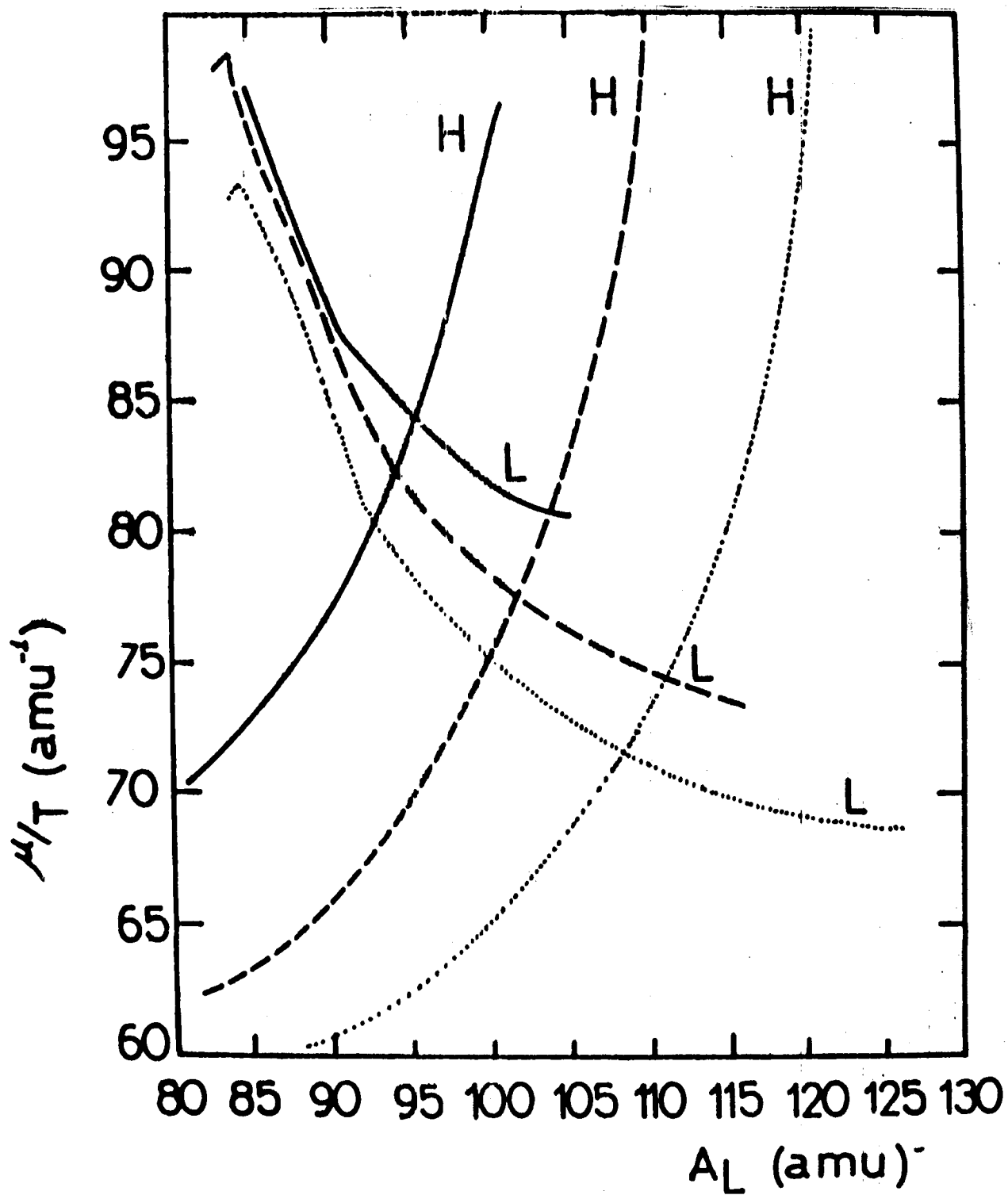


Figura 3

el proceso de fisión es sólo una aproximación gruesa del estado real.

Introduciendo las fuerzas de pairing se ajustó la estructura fina, ajustando una distribución de carga óptima. En la figura 4 mostramos los resultados obtenidos.

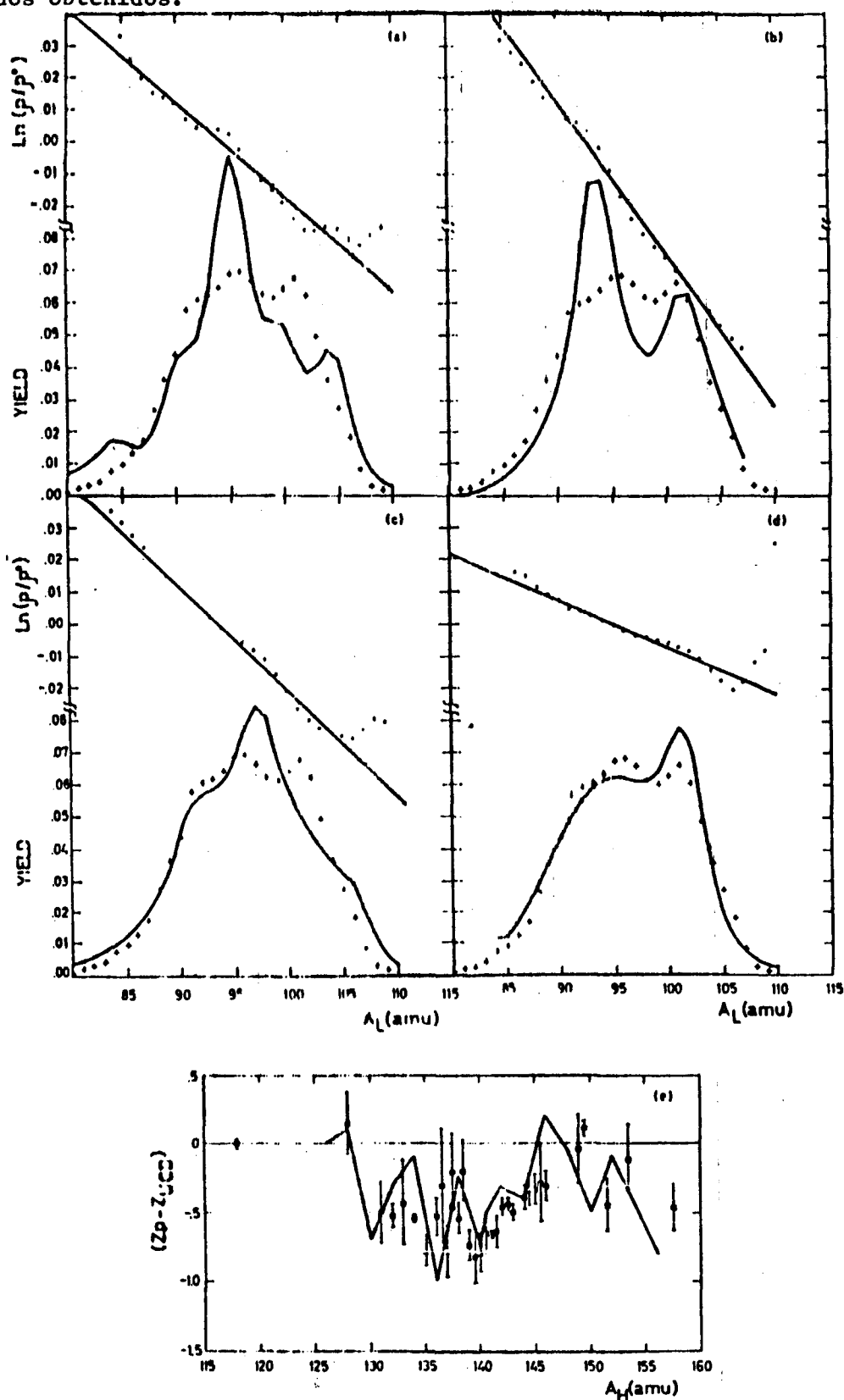


Figura 4

Actualmente se trabaja en extender este modelo a reacciones entre núcleos pesados, considerando ahora la existencia no localizada de una fase fría y una fase caliente. El ajuste, usando una expresión similar a 28, se realiza minimizando [30], y corresponde a dos fases de igual número de nucleones (fig.5) para la reacción $^{40}\text{A} + ^{77}\text{Se}$ (96 Mev).

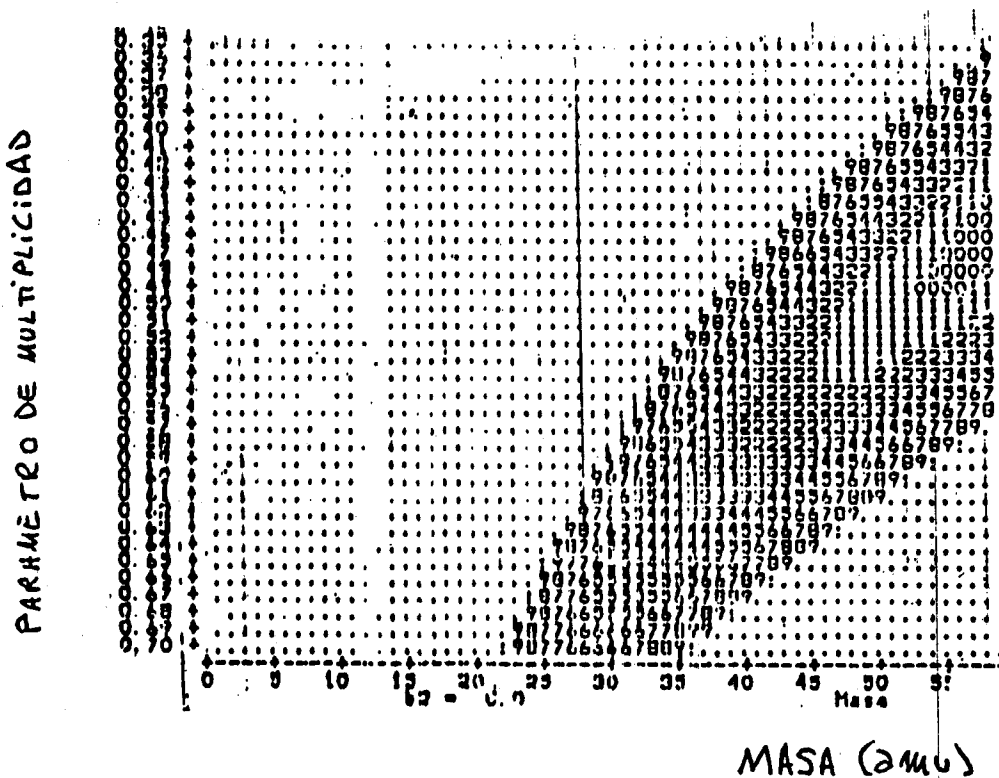


Figura 5

La idea central en ambos trabajos es utilizar la información que brindan las partículas evaporadas en un cierto instante de la reacción. Se determina así, una aproximación termodinámica resolviendo al menos el problema de condiciones iniciales de la función distribución (ecuación 3).

5. Conclusiones

Parcialmente hemos avanzado en responder los interrogantes planteados en el '78. Las respuestas son complejas. En líneas generales se pueden aplicar los conceptos macroscópicos de termodinámica lineal, de acuerdo a condiciones preestablecidas. El formalismo de Máxima Entropía provee un método canónico para plantear y resolver los problemas

de reacciones. Tampoco existen obstáculos para utilizar el formalismo en problemas de un cuerpo. En particular se demostró recientemente¹⁹⁾ que es posible introducir el concepto de temperatura y calor específico en un oscilador armónico, planteado como problema de un cuerpo y proyectado sobre un subespacio finito de N autoestados de energía ($N \gg 2$) (fig.6). En este caso la "temperatura" representa un parámetro de orden que "mide" de acuerdo con la información disponible, los posibles arreglos de los N estados. El sistema presenta una transición desde el estado puro de máxima proyección de los N autoestados (temperatura cero, entropía cero) hasta la mayor indeterminación con proyección nula, compatible con N autoestados estacionarios, donde la entropía toma su máximo valor: $S = \ln(N)$ (temperatura infinita).

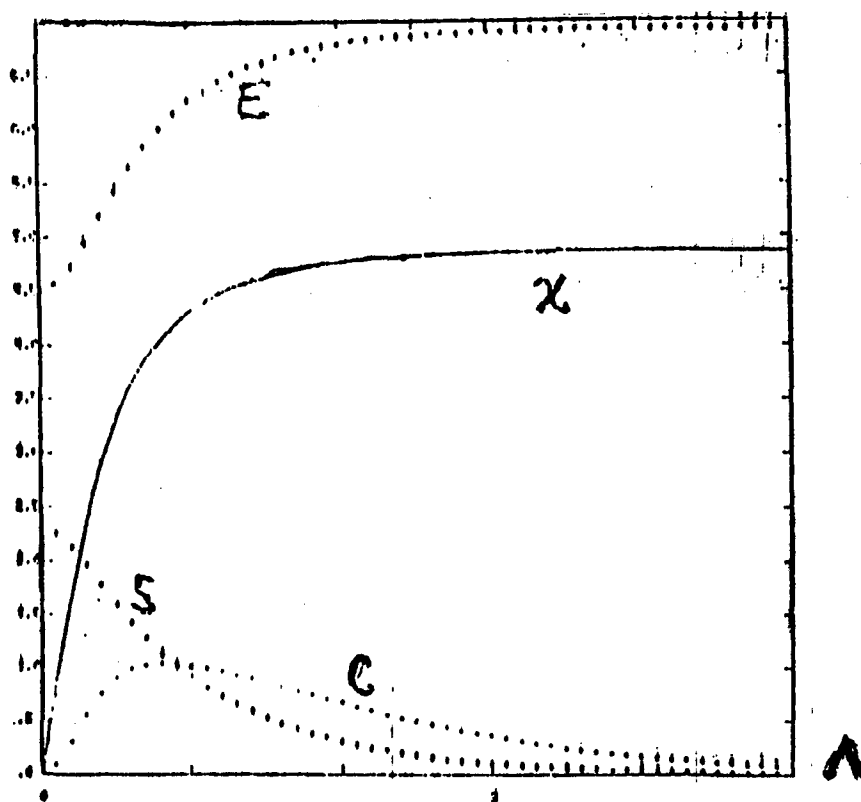


Figura 6

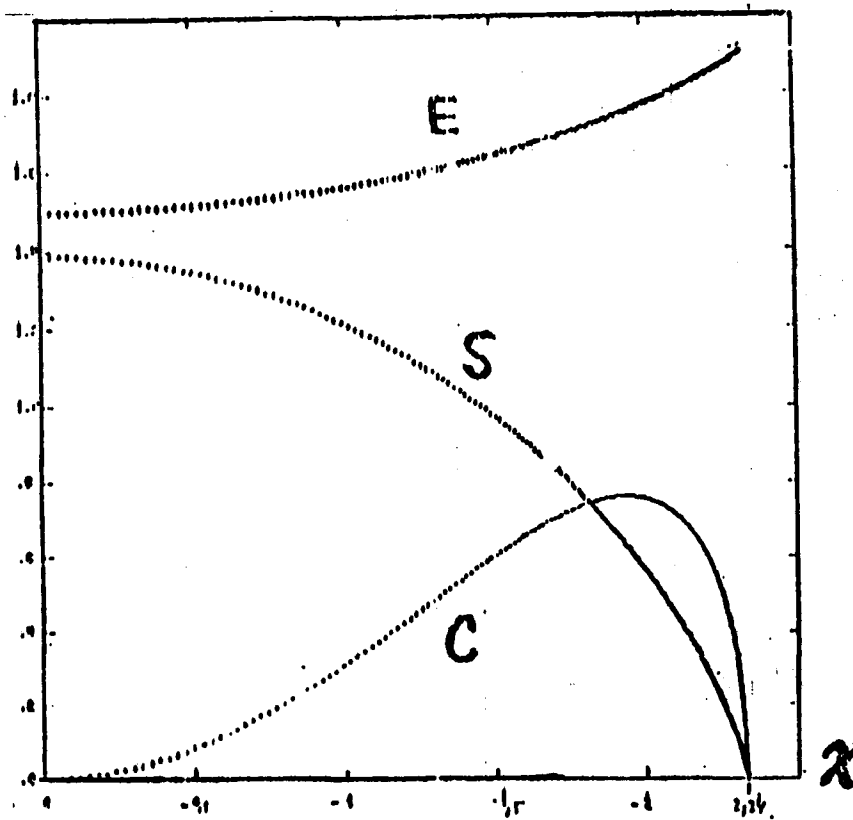


Figura 6

Se agradece a los Licenciados J.L. Aliaga, T.B. Quinteros y M.R. Negri por su colaboración en la obtención de resultados de trabajos inéditos. Al Dr. S. Mizhari por sus aportes para relacionar nuestro formalismo con el de Nakashima Zwanzig y al Profesor R. Levine por su contribución en el método "Surprisal" aplicado a física Nuclear.

1. BARI-II, CNEA-NT - 7/49
2. L.Lefort, Ch.Ngo, Ana Phys., 3, 209 (1978)
S. Ayik, B. Shusman, W. Noremborg, Z. Physick A277, 299 (1976)
L.G. Moretto, R. Sventik, Phys. Letter, 58B, 26(1976) y 65B, 326(1976)
L.G. Moretto, R.P. Babinet, J. Galin, S.G. Thomson, Phys. Letter 58B 31, (1975)
3. R.W. Hasse, Phys. Letters, 58B, 197 (1979) y Jour, Math Phys. 16, 2005 (1975)
D. Greenberg, Journ Math. Phys. 20, 762 (1978)
Kostin, Journ. Stat. Phys. 12 145 (1975)
K. Albrech, Phys. Lett. 56B, 127 (1975)
Remand, S. Hernández, J. Phys. BA, 2013 (1980)
Kanai, Prog. Thor. Phys. 3, 440 (1948)
4. K.W. Mc Voy, W.A. Friedman, "Theoretical Methods in medium energy and heavy-ion Physics" Plenum Press (1980)

DISTRIBUCION ANGULAR DE LA RADIACION EMITIDA LUEGO DE LA
EXCITACION DE UNA RESONANCIA GIGANTE INDUCIDA POR DISPERSION
INELASTICA

J. Testoni

Departamento de Física, CNEA

En un experimento que se realizó utilizando el Spin Spectrometer del ORNL, se estudió la emisión de radiación electromagnética que sigue a la excitación de la Resonancia Cuadrupolar Gigante (GQR) del ^{208}Pb inducida mediante la dispersión inelástica de ^{17}O a 380 MeV¹⁾.

La posibilidad de obtener distribuciones angulares experimentales de dicha radiación y, también, descripciones teóricas de los estados del ^{208}Pb involucrados, sugirieron la conveniencia de elaborar un formalismo para describir el correspondiente mecanismo de reacción.

Los estudios de la estructura de la GQR, así como aquella de los estados de más baja energía a los que decae dicha resonancia, fueron realizados por Bes et al²⁾ considerando excitaciones de uno o varios pares partícula-agujero mediante la utilización de la aproximación de fases al azar y la teoría de campos nucleares.

El proceso a analizar ocurre en dos pasos:

- a) la excitación inelástica del ^{208}Pb (GQR) inducida por la interacción con el proyectil ^{17}O
- b) la dilución de la estructura característica de la GQR en un núcleo compuesto, o bien, la emisión inmediata de neutrones, o bien, la emisión de la radiación electromagnética cuya distribución angular queremos calcular.

Este último proceso ocurre en la proporción de 1/10000 con respecto a los restantes y durante un tiempo (vinculado al ancho de la resonancia, $\Gamma \sim 2.4$ MeV) de $3 \cdot 10^{-22}$ seg, es decir un tiempo que es del

orden del tiempo de tránsito del proyectil.

El proceso está, en consecuencia, caracterizado por dos circunstancias especiales:

- el emisor se encuentra en movimiento respecto del detector
- el emisor emite fundamentalmente mientras se encuentra aún cerca del proyectil.

El hecho de que el emisor se encuentra en movimiento trae aparejada la posibilidad de que fotones que el detector registra (en el sistema de centro de masas del sistema) con una dada energía hayan sido emitidos con distintas energías en el sistema fijo en el emisor, energías mayores o menores dependiendo de que aquel se acerque o aleje del detector, como consecuencia del efecto Doppler ($E_y \sim E_Y (1 \pm \frac{p}{mc})$), siendo E la energía de la radiación, p el impulso del emisor visto desde el sistema del detector y m la masa del emisor).

Este efecto conduce a una diferencia de la distribución de probabilidad de emisión en función de la energía calculada en el sistema que se mueve con el emisor respecto de la distribución que se observa en el sistema del centro de masas. El cálculo es más simple en el primer sistema. Evaluaremos, entonces, la posibilidad de que no sea necesaria una corrección, comparando la extensión del rango de energías, ΔE , de la distribución de probabilidades en el sistema del emisor que pueden contribuir a una energía dada de la distribución en el sistema de centro de masas con el ancho de la resonancia.

$$\Delta E \sim 2 E_Y \frac{p}{mc} \sim 2 \cdot 10.5 [\text{MeV}] \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot 15.7 \cdot 931 [\text{MeV}/c^2] \cdot 351 [\text{MeV}]}}{208 \cdot 931 [\text{MeV}/c^2]}$$

$$\sim 350 \text{ KeV}$$

donde hemos introducido la masa reducida del sistema, la energía del centro de masas del sistema, y la masa del emisor.

Siendo $\Delta E/\Gamma \sim 7$, vemos que, si bien en el límite de lo aceptable, podemos asimilar la distribución de probabilidad de emisión calculada en el sistema del emisor a la distribución correspondiente al sistema de centro de masas.

Otro efecto que debemos considerar es el que se origina en la diferencia de corrimiento Doppler que distingue a los emisores que emiten dentro o fuera del pozo de potencial de interacción proyectil-blanco, cuya profundidad es de aproximadamente 50 MeV. Esta diferencia es del orden de 11 keV, es decir mucho menos importante que el efecto analizado anteriormente.

Por lo tanto, en una primera aproximación, se puede considerar que el emisor se encuentra en reposo en el sistema de centro de masas.

Con esta hipótesis, la distribución angular de la radiación estará dada para una multipolaridad, λ , una energía de excitación del ^{208}Pb , ϵ , y una proyección del espín intrínseco del emisor, m , por una expresión del tipo:

$$S_{\lambda}^{\epsilon}(\theta) = \text{probabilidad de transición electromagnética, } T^{\epsilon} \\ \times \text{distribución angular de la radiación, } W_{\lambda m}(\theta) \\ \times \text{población de emisores, } P_m^{\epsilon}$$

En la literatura³⁾ pueden encontrarse expresiones de la probabilidad de transición electromagnética entre los estados (E_1, J_1) y de la distribución angular de la radiación.

$$T_{\lambda}^{\epsilon} = \frac{8\pi(\lambda+1)}{5\lambda((2\lambda+1)!!)^2} \frac{1}{\hbar} \left(\frac{\omega^{\epsilon}}{c}\right)^{2\lambda+1} \left| \langle E_f, J_f \| \mathcal{M}_{\lambda} \| E_i, J_i = 2 \rangle \right|^2 \\ \omega^{\epsilon} = (\epsilon - E_f) / \hbar$$

$$W_{\lambda m}(\theta) = -\frac{\epsilon}{4\pi} (-)^{J_f-m} (2\lambda+1) \sum_{k_{par}} \langle \lambda 1 \lambda -1 | k 0 \rangle \langle 2 m 2 -m | k 0 \rangle, \\ \times \left\{ \begin{matrix} \lambda & \lambda & k \\ 2 & 2 & J_f \end{matrix} \right\} \cdot P_k(\cos \theta)$$

siendo $\int w_{\lambda m}(\theta) d\Omega = 1$.

El siguiente problema a resolver es el cálculo de los coeficientes P_m^ϵ , teniendo en cuenta el decaimiento del emisor y la posibilidad de que la proximidad del emisor y el proyectil afecte la población de los diversos sub-estados m .

Supondremos:

- a) que se producen excitaciones a través de un potencial de interacción deformado del tipo $(\beta \frac{\partial U}{\partial r})$, donde β es el parámetro de deformación y U el potencial de interacción entre el proyectil y el blanco,
- b) que los canales inelásticos sólo se alimentan del canal elástico, y
- c) que el decaimiento de la GQR se representa mediante un potencial imaginario constante distribuido en todo el espacio.

La magnitud de este potencial se determina de la siguiente manera, a partir de la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -(\hbar^2/2\mu) \nabla^2 \psi - iC\psi$$

La constante C estará vinculada a la constante de decaimiento, $\lambda = \frac{\Gamma}{\hbar}$ de manera que se cumpla la siguiente ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = -\lambda \rho$$

siendo

$$\rho = \psi^* \psi$$

y

$$\vec{j} = \psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \nabla \psi^*$$

de esta manera resulta $C = \Gamma/2$

Descompondremos en ondas parciales las funciones de onda que describen el canal elástico, $\chi_0(r)$ y los canales inelásticos $\psi_m^\epsilon(r)$,

$$\chi_0(\vec{r}) = \frac{1}{r} \sum_{\ell} f_{\ell}(r) Y_{\ell}^0(\vec{r})$$

$$\psi_m^\epsilon(\vec{r}) = \frac{1}{r} \sum_{\ell} g_{\ell m}^\epsilon(r) Y_{\ell}^m(\vec{r})$$

Estas ondas parciales son soluciones del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales acopladas

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} - \ell(\ell+1)/r^2 + k_0^2 - (2\mu/\hbar^2) [U(r) + iW(r)] \right\} f_{\ell}(r) = 0$$

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} - \ell(\ell+1)/r^2 + k_{\epsilon}^2 - (2\mu/\hbar^2) [U(r) + iW(r) - iV/2] \right\} g_{\ell m}^\epsilon(r) = g_{\ell m}^\epsilon(r)$$

donde $U + iW$ es el potencial óptico de interacción y

$$g_{\ell m}^\epsilon(r) = \frac{(-)^{m+1}}{\sqrt{4\pi}} (2\mu/\hbar^2) R_t (dU/dr)_{R=R_0}$$

$$\beta^\epsilon \sum_{\ell'} i^{\ell'-\ell+2} \frac{1}{\ell'} f_{\ell'}(r) \langle \ell 0 2 0 | \ell' 0 \rangle \langle \ell -m 2 m | \ell' 0 \rangle$$

es un término fuente donde intervienen en el radio del blanco R_t , el potencial de interacción en el radio nuclear R_0 , $(dU/dr)_{R=R_0}$, el elemento de matriz reducido de la excitación cuadrupolar, $\beta^\epsilon = \langle {}^{208}\text{Pb}_{\epsilon,2} || \beta_2 || {}^{208}\text{Pb}_{\text{bg},5} \rangle$ y tres ondas parciales del canal elástico, $f_{\ell'}(r)$ que contribuyen a cada onda parcial en el canal inelástico.

Los coeficientes de población que buscamos estarán dados por la expresión

$$P_m^\epsilon = \int |\psi_m^\epsilon(\vec{r})|^2 d\vec{r} = \sum_l \int_0^\infty |g_{lm}^\epsilon(r)|^2 dr$$

Las soluciones $g_{lm}^\epsilon(r)$ pueden ser calculadas mediante el método de la función de Green.

$$g_{lm}^\epsilon(r) = b_l(r) \int_0^r a_l(r') g_{lm}^\epsilon(r') dr' + a_l(r) \int_r^\infty b_l(r') g_{lm}^\epsilon(r') dr'$$

donde $a_l(r)$ es la solución regular en el origen de la ecuación homogénea y $b_l(r)$ una solución de esta misma ecuación con condición de contorno de onda puramente saliente en la región asintótica. Estas dos soluciones están normalizadas de manera que

$$a_l b_l' - b_l a_l' = 1 \quad \text{para todo valor del radio } r$$

La introducción de un potencial imaginario constante distribuido en todo el espacio trae aparejadas ciertas peculiaridades en el comportamiento de las funciones de onda. Por ejemplo:

- i) la solución regular en el origen, a_l , crece indefinidamente a medida que crece el radio r ,
- ii) la solución con condición de contorno de onda puramente saliente, b_l , decrece indefinidamente a medida que el radio r aumenta. La integración numérica de esta solución de la ecuación homogénea debe realizarse partiendo de valores asintóticos del radio con un paso de integración negativo. Si se integrara en el sentido habitual, a partir del origen, una pequeña componente de onda entrante, inevitable dada la precisión finita del computador, crecería en forma explosiva, dando una solución espúrea.

En conclusión si suponemos que

$$P^2 = (\beta^\epsilon)^{-2} P_m^\epsilon$$

depende poco de ξ y que la corrección por efecto Doppler es pequeña, podemos dar una expresión para la distribución angular en la cual se separan tres aspectos del problema: el mecanismo de reacción 1), la estructura nuclear 2) y el campo electromagnético 3)

$$S_{\lambda}(\theta) = \frac{8\pi(\lambda+1)}{5\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} \frac{1}{k} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2\lambda+1} \sum_m W_{\lambda m}(\theta) \cdot$$

$$\times \sum_{\epsilon} (\beta^{\epsilon})^2 | \langle E_f, J_f \| M_{\lambda} \| E_i, J_i=2 \rangle |^2$$

La figura 1 muestra las poblaciones $P_{\lambda m}$. Puede llamar la atención que, especialmente para $m = 0$ y $m = 1$, aparezcan contribuciones para valores de ℓ relativamente pequeños. En la figura 2 se muestra la probabilidad de presencia $\rho_m(r)^2$ para $\ell = 50$. Puede verificarse que los emisores se encuentran, en este caso, confinados en una zona interior del núcleo. Si analizamos el carácter de la onda parcial correspondiente puede verse que es el de una onda entrante (fase de la parte imaginaria adelantada en $\pi/2$ respecto de la parte real). Cabe preguntarse como consecuencia de esta observación, si el sistema formado por el proyectil y el blanco en estrecho contacto incluye la estructura de la resonancia gigante tal como es cuando el núcleo de ^{208}Pb se encuentra aislado, capaz de emitir los rayos gamma que estamos considerando. Si no fuera así deberíamos descontar en el cálculo los eventos que se produzcan mientras el proyectil y el blanco están en contacto. Si, por ejemplo, establecemos un límite en el radio donde la intensidad de la interacción disminuye al 1% del valor máximo y sólo tenemos en cuenta las emisiones "post-contacto" obtenemos las distribuciones grisadas de la figura 1.

La figura 3 muestra la probabilidad de presencia para $\ell = 155$. En este caso aparece una distribución de emisores que decae exponencialmente con una longitud de relajación de alrededor de $30 fm$. Tenemos así un número significativo de emisores en un entorno del núcleo cuyo radio es

varias veces mayor que el radio nuclear. El carácter de la función de onda en este caso es onda saliente (fase de la parte real adelantada en $\pi/2$ respecto de la parte imaginaria).

La figura 4 muestra las distribuciones angulares reducidas $\chi_{\lambda m} = \sum P_m^l(\theta)$ calculadas para tres rayos gamma típicos. La línea llena incluye tanto las contribuciones de los emisores en contacto como los emisores post-contacto. La línea de rayas y puntos corresponde al caso en que se excluyen los emisores en contacto. Puede notarse que la asimetría $(\chi(90^\circ) / \chi(0^\circ))$ es considerablemente mayor en el segundo caso para el decaimiento a. $J_f^\pi = 0^+$.

La siguiente tabla

π	0^+		1^-		3^-	
	total	post.cont.	total	post.cont.	total	post.cont.
2.4	1.4	2.83	0.87	0.74	0.96	0.92
0.48	1.92	2.67	0.80	0.75	0.94	0.92

registra esta anisotropía para los casos en los que se consideran contribuciones totales y post-contacto para la GQR que nos ocupa ($E = 2,4$ MeV) y para un valor de $\pi \sim 0.48$ que simula la situación en la que no se tiene en cuenta la influencia del hecho de que la emisión se produce cuando el núcleo emisor se encuentra cerca del proyectil que excita la resonancia gigante.

1. F.E. Bertand, J.R. Beene y T.P. Sjoreen, J. de Physique C4, Sup. N°3, 45 (1984) 99
F.E. Bertrand, J.R. Beene y M.L. Halbert, International Symposium on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Interaccions, Osaka, Japon, Marzo 21-24, 1984.
2. D.R. Bes, P. Curutchet, S.L. Reich, N.N. Scoccola y H.M. Sofía (a ser publicado en Nuclear Physics)
3. K. Siegbahn, Alpha, Beta and Gamma Ray Spectroscopy, Vol.2, Chap. XV y Chap. XIX (Amsterdam, North Holland, 1966)

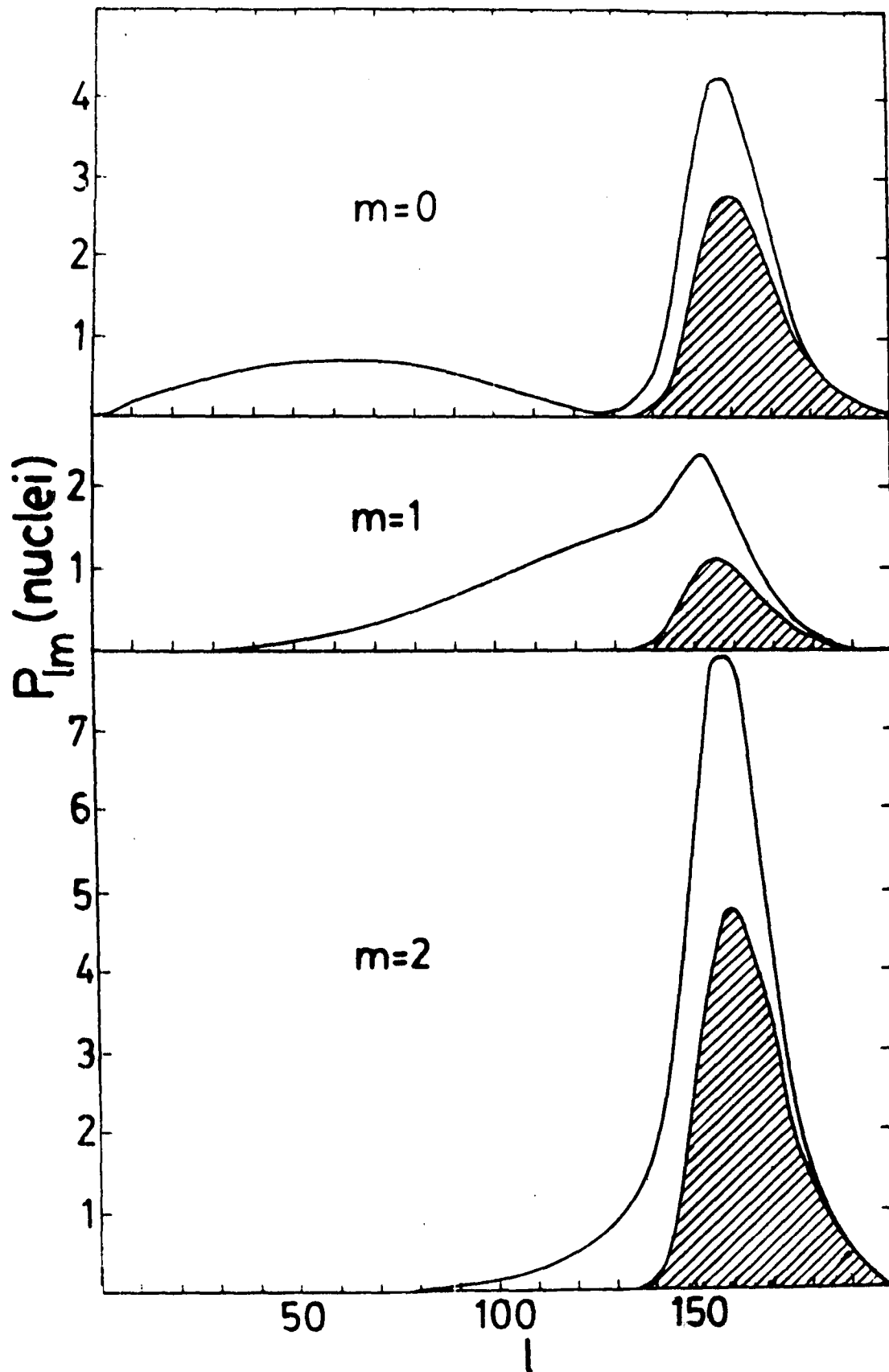


Figura 1

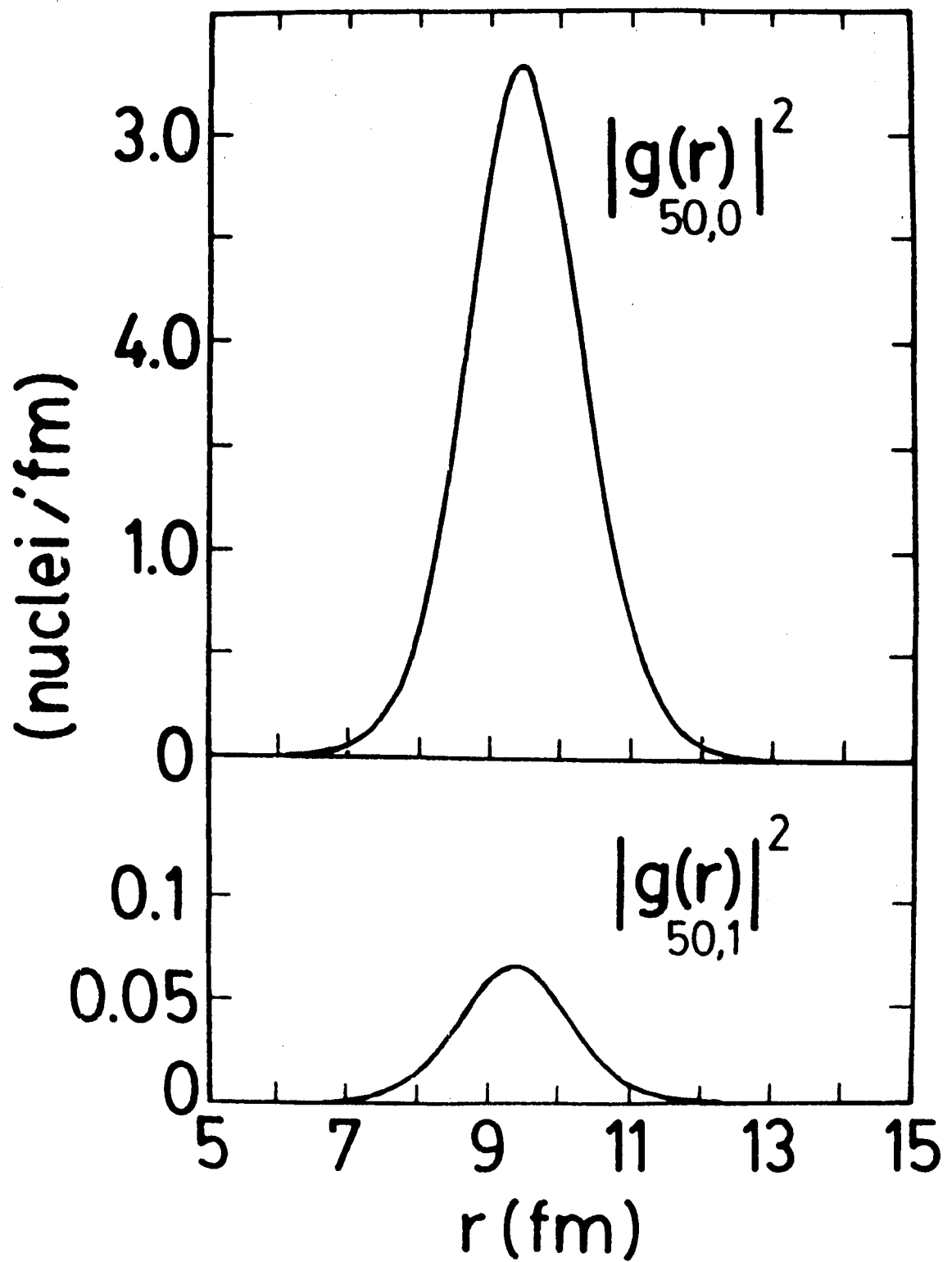


Figura 2

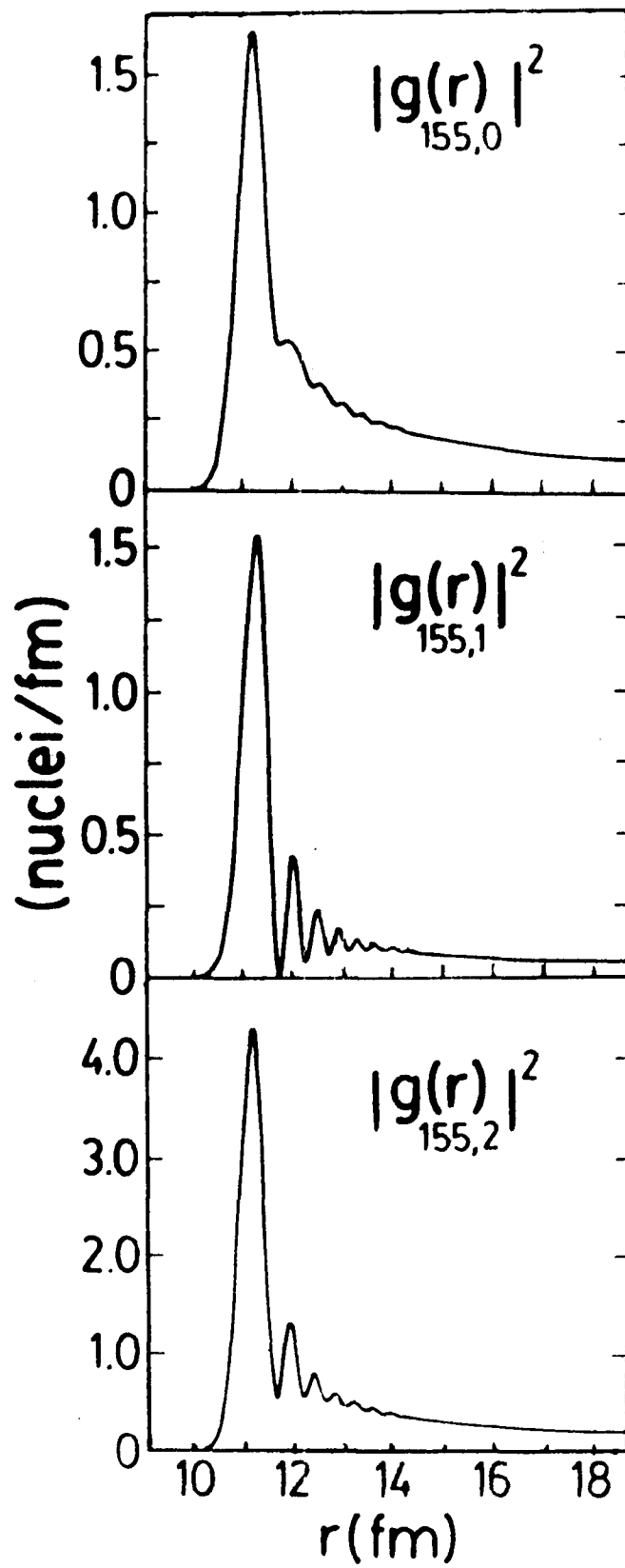


Figura 3

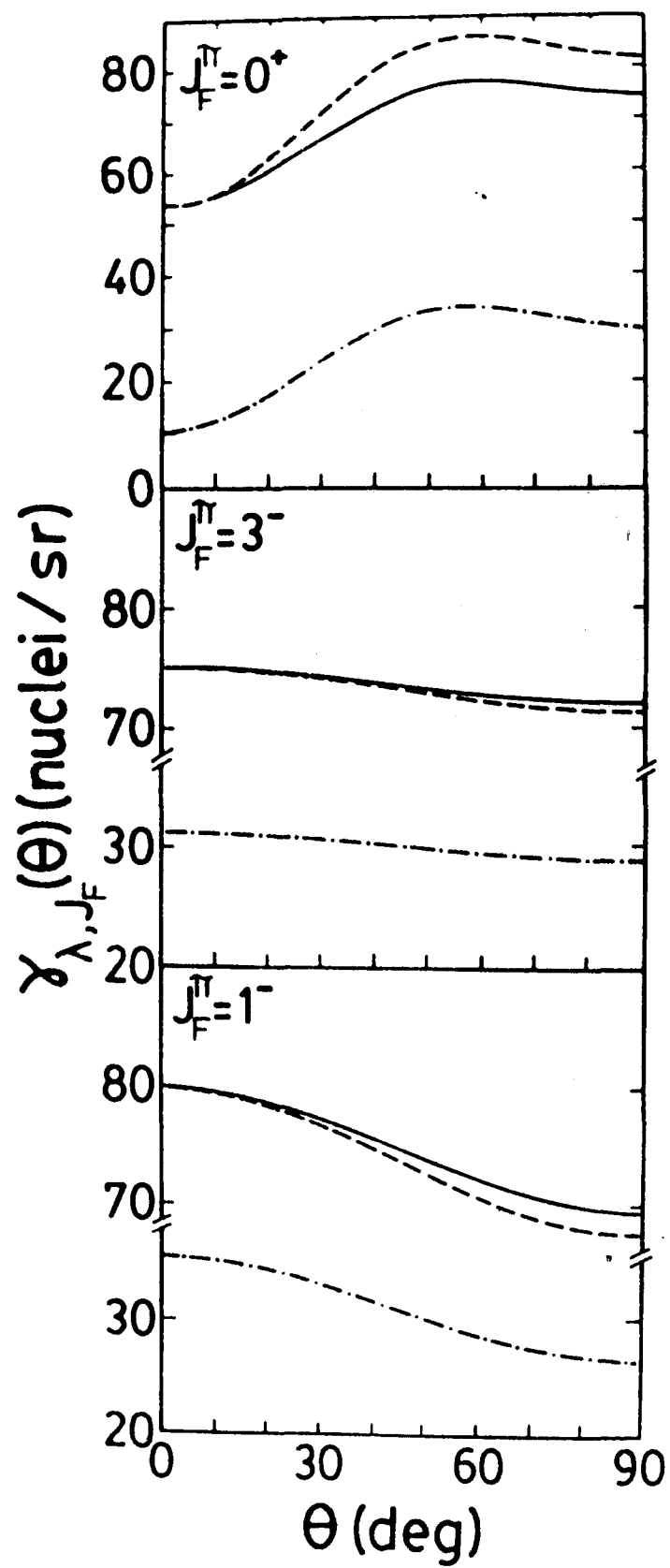


Figura 4

Correlations in the $Sp(1,R)$ Model for the
Monopole Oscillations

E.J.V. de Passos^{*} and M.M.B.M. de Oliveira^{**}

Instituto de Física da Universidade de S. Paulo
C.P. 20516, São Paulo, SP, Brasil

ABSTRACT

In the framework of the $Sp(1,R)$ model for the monopole oscillations, we examine how the ground state correlations affect the monopole operator sum rules $m_{\ell}, 0 \leq \ell \leq 3$, in ^{16}O and ^{40}Ca .

Our way of probing the correlations indicates its importance for the even sum rules, whereas the odd ones practically are not affected by it.

* CNPq Research Fellow

** FAPESP Fellow

I - INTRODUCTION

Recently much effort has been devoted to the construction of microscopic collective theories, with the use of symplectic groups [1,4]. The basic idea of these approaches is to identify a symplectic algebra of collective observables. The collective subspace is then identified with an irreducible representation space of this symplectic algebra. The collective observables are realized in microscopic terms and the irreducible representation space, is a subspace of the oscillator shell model space. Wave functions and energies are calculated by diagonalizing a microscopic Hamiltonian in the collective subspace.

In spherical nuclei, we view the monopole oscillations as compressional vibrations of the ground state density. In this case the symplectic algebra is the $Sp(1,R)$ algebra spanned by the operators

$$\begin{aligned}\hat{D} &= \frac{1}{2\hbar} \sum_{\mu=1}^3 \sum_{j=1}^{A-1} (\hat{x}_{\mu}(j) \hat{p}_{\mu}(j) + \hat{p}_{\mu}(j) \hat{x}_{\mu}(j)) \quad (\text{raising operator}) \\ \hat{M} &= \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^3 \sum_{j=1}^{A-1} \hat{x}_{\mu}^2(j) \quad (\text{monopole operator}) \\ \hat{T} &= \frac{1}{2\hbar^2} \sum_{\mu=1}^3 \sum_{j=1}^{A-1} p_{\mu}^2(j) \quad (\text{kinetic energy})\end{aligned}$$

In eqs. (1) the $x_{\mu}(j)$ are a set of Jacobi coordinates and $p_{\mu}(j)$ its associated canonical momenta. The index μ indicates spatial directions and j is a Jacobi "particle" index.

The construction of an irreducible representation space proceeds along familiar lines. The raising, lowering and weight operators are linear combinations of $\hat{D}$, $\hat{M}$ and $\hat{T}$. They are respectively, equal to

$$\begin{aligned}\hat{A}_+ &= \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^3 \sum_{j=1}^{A-1} \hat{c}_{\mu}^+(j) \hat{c}_{\mu}(j) & \hat{A}_- &= (\hat{A}_+)^+ \\ \hat{A}_0 &= \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^3 \sum_{j=1}^{A-1} (\hat{c}_{\mu}^+(j) \hat{c}_{\mu}(j) + \hat{c}_{\mu}(j) \hat{c}_{\mu}^+(j)) \\ &= \hat{H}_0 / 2\hbar\omega_0\end{aligned}$$

The $\hat{C}_\mu(j)$ and $\hat{C}_\mu^\dagger(j)$ are creation and annihilation operators of oscillator bosons,

$$\hat{C}_\mu(j) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\hat{X}_\mu(j)}{b_0} + i \frac{p_\mu(j)}{\hbar} b_0 \right), \quad \hat{C}_\mu^\dagger(j) = (\hat{C}_\mu(j))^\dagger$$

and $\hat{H}_0$ is the many-body harmonic oscillator hamiltonian in the center of mass frame. The size of the oscillator, b_0 , is a scaling parameter to be determined. It is related to the energy of the oscillator boson, $\hbar\omega_0$, by the equation,

$$\hbar\omega_0 = \hbar^2 / m b_0^2$$

A lowest weight state, $|0\rangle$, is annihilated by $\hat{A}_-$ and an eigenstate of $\hat{A}_0$

$$\hat{A}_- |0\rangle = 0 \quad \hat{A}_0 |0\rangle = k |0\rangle$$

Given such a state, we can construct a basis in an irreducible representation space labelled by k , by repeated action of $\hat{A}_+$ on $|0\rangle$,

$$|n\rangle = \sqrt{\frac{T(2k)}{T(n+1)T(2k+n)}} (\hat{A}_+)^n |0\rangle$$

The action of the operators of the algebra in this basis is determined by

$$\hat{A}_+ |n\rangle = ((2k+n)(n+1))^{1/2} |n+1\rangle$$

$$\hat{A}_- |n\rangle = ((2k+n-1)n)^{1/2} |n-1\rangle$$

$$\hat{A}_0 |n\rangle = (k+n) |n\rangle$$

It is evident that the lowest energy configuration of a doubled closed shell nucleus in the translationally invariant oscillator shell model space is non-degenerate and is a lowest weight state of an irreducible representation whose label $2k$ is the oscillator energy in units of $\hbar\omega_0$.

The simplest basis state $|n\rangle$ has a very simple interpre-

tation in terms of the $Sp(1,R)$ Holstein-Primakoff bosons, S^+ and $S^{(1)}$,

$$\hat{A}_+ = S^+ (2k + S^+ S)^{1/2} \quad \hat{A}_- = (\hat{A}_+)^+ \hat{A}_0 = k + S^+ S$$

From these expressions and equations (2) one deduces that S^+ and S act on the basis states in canonical fashion

$$\hat{S}^+ |m\rangle = (m+1)^{1/2} |m+1\rangle, \quad \hat{S} |m\rangle = m^{1/2} |m-1\rangle$$

$$[\hat{P}\hat{S}, \hat{P}\hat{S}^+] = \hat{P}$$

where $\hat{P}$ is the projection operator in the collective subspace.

As a consequence, one has for the symplectic basis that,

$$\hat{S} |0\rangle = 0, \quad |m\rangle = \frac{(\hat{S}^+)^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle$$

i.e. the lowest weight state is the boson vacuum and $|n\rangle$ are n -boson states.

Once we have constructed a basis in the collective subspace, wave functions and energies are constructed by diagonalizing a microscopic Hamiltonian in the collective subspace. In the calculations of the matrix elements of the Hamiltonian, it is used the generating function method⁽¹⁾ and the parameter b_0 is such that it minimizes $\langle 0(b) | H | 0(b) \rangle$ as a function of b . This condition implies that the Hamiltonian does not couple the vacuum and the one boson state

$$\langle 0 | H | 1 \rangle = 0 \quad (3)$$

In references 1 and 2 they use a number of Skyrme type Hamiltonians to calculate the energy of the giant monopole resonance and the incompressibility in a series of spherical nuclei. The calculated values of these quantities agree very well with the experimental values. Besides, they are very close to the RPA values. In an analysis of the results of the calculations in terms of the $Sp(1,R)$ boson states, it is shown that the ground state is dominated by the vacuum state and the first excited state, which almost exhaust the EWSR, is dominated by the one

boson state^(1,2). However in these references they found that the presence of a small admixture of a two-boson state in the ground state has a large effect in the incompressibility. Typically an admixture of the order of 1% has an effect of the order of (20-30)%, in the value of the incompressibility. In our work we extend the analysis of references 1 and 2 to the monopole operator sum rules.

II - SUM RULES AND CORRELATIONS

Quantities which are particularly sensitive to ground state correlations are the monopole operator non-negative sum rules⁽⁵⁾. These sum rules are moments of the monopole strength function and, as shown in reference five, they are equal to the expectation value of certain operators in the ground state (except in the case of m_0). In the framework of the $Sp(1,R)$ model, the monopole operator non-negative sum rules are the moments of the model strength function

$$\bar{S}(E) = \sum_{n \neq 0} |\langle \bar{\phi}_n | \hat{M} | \bar{\phi}_0 \rangle|^2 \delta(\bar{E}_n - E)$$

$$\begin{aligned} \bar{m}_l &= \int_0^\infty E^l \bar{S}(E) dE \\ &= \sum_{n \neq 0} |\langle \bar{\phi}_n | \hat{M} | \bar{\phi}_0 \rangle|^2 \bar{E}_n^l \end{aligned}$$

where $|\bar{\phi}_0\rangle$ is the model ground state, $|\bar{\phi}_n\rangle$ the n-th excited state and $\bar{E}_n$ its excitation energy. (In what follows we will denote all quantities calculated according to the $Sp(1,R)$ model by $\bar{m}_l$, $\bar{E}_n$, etc.).

As for the exact non-negative sum rules⁽⁵⁾, we can find closed expressions for the model ones⁽⁶⁾ :

$$\begin{aligned}\bar{m}_l &= \frac{1}{2} (i)^s (-i)^t \langle \bar{\Phi}_0 | [\hat{M}_s, \hat{M}_t] | \bar{\Phi}_0 \rangle, \quad l \text{ odd} \\ &= \frac{1}{2} (i)^s (-i)^t \left(\langle \bar{\Phi}_0 | \{ \hat{M}_s, \hat{M}_t \} - 2 \langle \bar{\Phi}_0 | \hat{M} | \bar{\Phi}_0 \rangle^2 \right), \quad l \text{ even}\end{aligned}$$

where

$s + t = l$, s and t non-negatives

$$\begin{aligned}\hat{M}_s &= [i\hat{H}, [i\hat{H}, \dots [i\hat{H}, \hat{M}] \dots]] \\ &\quad \text{s-commutators} \\ \hat{M}_0 &= \hat{M}, \quad \hat{M} = \hat{P}\hat{M}\hat{P}, \quad \hat{H} = \hat{P}\hat{H}\hat{P}\end{aligned}$$

Also, as for the exact case ⁽⁵⁾, they satisfy the inequalities

$$\bar{m}_{l+2} \bar{m}_l \geq \bar{m}_{l+1}^2$$

Noticing that, by construction, the operators of the $Sp(1, R)$ algebra commute with the projection operator $\hat{P}$ and supposing that ⁽⁵⁾

$$[\hat{H}, \hat{M}] = \hbar^2/m [\hat{T}, \hat{M}] \quad (4)$$

the sum rules $\bar{m}_l$, $0 < l < 3$, are given by

$$\begin{aligned}\bar{m}_0 &= \langle \bar{\Phi}_0 | \hat{M}^2 | \bar{\Phi}_0 \rangle - \langle \bar{\Phi}_0 | \hat{M} | \bar{\Phi}_0 \rangle^2 \\ \bar{m}_1 &= \hbar^2/m \langle \bar{\Phi}_0 | \hat{M} | \bar{\Phi}_0 \rangle \\ \bar{m}_2 &= \hbar^4/m^2 \langle \bar{\Phi}_0 | \hat{V}^2 | \bar{\Phi}_0 \rangle \\ \bar{m}_3 &= \hbar^4/2m^2 \langle \bar{\Phi}_0 | [\hat{V}, [\hat{H}, \hat{V}]] | \bar{\Phi}_0 \rangle\end{aligned} \quad (5)$$

In our calculations for $^{16}_0$ and ^{40}Ca , we used the Skyrme III Hamiltonian without the Coulomb and spin-orbit terms. This hamiltonian obeys eq. (4)⁽⁵⁾ and, in all cases, it was sufficient to truncate the basis state at $n_{\text{max}} = 10$. The overlap of the two lowest energy states with the vacuum, one and two-boson states are presented in table I. The value of the sum rules m_ℓ , $0 < \ell < 3$ and the fractions exhausted by the first excited state is presented in the last column of table II.

To investigate the effect, in the sum rules, of the admixture of n-boson states $n \neq 0$, in the model ground state, we diagonalize the many-body Hamiltonian in a truncated basis, with n_{max} ranging from 1 to $N^{(1,2)}$. The ground state calculated at each step is used in eq. (5) to calculate the sum rules. The results of these calculations are presented in table II. Notice that due to eq. 4, in the diagonalization for $n_{\text{max}}=1$, the ground state is the boson vacuum $|0\rangle$. Therefore the first column in table II is equal to the uncorrelated values of the sum rules. We see that eventhough the ground state is dominated by the boson vacuum, the admixture of n-boson states has a large effect in $\bar{m}_0$ and $\bar{m}_2$, of the order of (20-30)%. On the other hand, the effect of correlations in $\bar{m}_1$ and $\bar{m}_3$ is almost negligible, being of the order of a few percent. One also sees from the table that the bulk of the effect comes from the two-boson state.

The incompressibility, $\bar{K}$,

$$\bar{K} = \frac{d^2}{d\theta^2} \langle \bar{\Phi}_0 | e^{-i\theta \hat{D}} \hat{H} e^{i\theta \hat{D}} | \bar{\Phi}_0 \rangle \Big|_{\theta=0}$$

is related to $\bar{m}_3$ by the equation

$$\bar{m}_3 = \frac{\hbar^2}{2m^2} A \bar{K}$$

Therefore our way of probing the correlations leads to the conclusion that the incompressibility is not affected by the correlations. This differs from the results of references 1 and 2.

References

- 1) J.Broeckhove and P. Van Leuven - Phys.Rev. C29,628(1984)
- 2) J.Broeckhove - Phys. Lett. 109B,5(1982)
- 3) F.Aricks, J.Broeckhove and E.Deumans - Nucl.Phys. A318,
269(1979)
- 4) D.J.Rowe - Rep.Prog.Phys. 48,1419(1985)
- 5) O.Bohigas, A.M.Lane and J.Martorell - Phys.Rep. 51,267(1979)
- 6) E.J.V. de Passos and M.M.B.M. de Oliveira - To be published

TABLE CAPTIONS

Table I - Overlap of the ground and first excited state with the vacuum, one and two-*boson* state.

Table II - The value of the sum rules for different basis truncations(see text). The last column at $n_{\max} = 10$ is the converged value of the sum rule. In this column the number inside the parenthesis is the fraction of the sum rule exhausted by the first excited state.

TABLE I

	$ \langle \varphi_0 0 \rangle ^2$	$ \langle \varphi_0 1 \rangle ^2$	$ \langle \varphi_0 2 \rangle ^2$	$ \langle \varphi_1 0 \rangle ^2$	$ \langle \varphi_1 1 \rangle ^2$	$ \langle \varphi_1 2 \rangle ^2$
^{16}O	0.988	0.003	0.005	0.005	0.956	0.023
^{40}Ca	0.988	0.001	0.009	0.002	0.966	0.005

TABLE II

n sum rules		1	2	3	4	5	6	7	10
^{16}O	$\bar{m}_0$ (fm ⁴)	83.8	64.1	65.8	65.9	65.4	65.3	65.3	65.3 (97)
	$\bar{m}_1 \times 10^2$ (MeV fm ⁴)	22.3	22.1	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9 (94)
	$\bar{m}_2 \times 10^3$ (MeV ² fm ⁴)	59.3	77.2	75.4	74.4	75.2	75.4	75.3	75.3 (89)
	$\bar{m}_3 \times 10^5$ (MeV ³ fm ⁴)	27.0	26.2	27.1	27.4	27.3	27.3	27.3	27.4 (80)
^{40}Ca	$\bar{m}_0 \times 10$ (fm ⁴)	44.6	33.7	33.7	33.5	33.3	33.4	33.4	33.3 (99)
	$\bar{m}_1 \times 10^2$ (MeV fm ⁴)	95.4	95.2	94.9	94.9	94.9	94.9	94.9	94.9 (98)
	$\bar{m}_2 \times 10^4$ (MeV ² fm ⁴)	20.4	27.0	26.8	27.0	27.2	27.2	27.2	27.2 (97)
	$\bar{m}_3 \times 10^5$ (MeV ³ fm ⁴)	78.9	78.1	79.2	79.1	79.1	79.1	79.1	79.1 (94)

