

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1970

09.70.14

R.S. - 12/26

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION
GERENCIA DE PROTECCION RADIOLOGICA
Y SEGURIDAD

CONVERSION GRAY-DATEX (no ambiguo) - BCD

Ing. Eduardo DIAZ
Ing. Ricardo OZINO CALIGARIS
Sr. Juan DE FRANCESCO

R.S. = 12/26

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION
GERENCIA DE PROTECCION RADIOLOGICA
Y SEGURIDAD

CONVERSOR GRAY-DATEX (no ambiguo) - BCD

Ing. Eduardo DIAZ

Ing. Ricardo OZINO CALIGARIS

Sr. Juan DE FRANCESCO

CONVERSOR GRAY-DATEX (no ambiguo) - BCD

1 - INTRODUCCION

La necesidad de codificar la posición del eje de una veleta, requirió el desarrollo de un sistema detector que reuniese las siguientes características:

- a) Utilización de un código no ambiguo que contuviera 40 posiciones en el plano horizontal;
- b) Mínima interacción entre el sistema detector y el eje de la veleta, a los efectos de dotar a esta última de una alta sensibilidad;
- c) Reducido número de pistas, para facilitar la construcción del mismo y aumentar su confiabilidad;
- d) Facilidad para decodificar al sistema BCD.

Para cumplir con el requerimiento a) deben ser utilizados los códigos monostrópicos, entre los que pueden citarse: el "Gray", el "Datex", o códigos polistrópicos con lectores del tipo "U Scan" o "V Scan".

La realización simultánea de b) implica automáticamente la exclusión de los detectores que funcionan en base a escobillas o contactos deslizantes, quedando reducida la elección a detectores foto-

eléctricos.

El hecho de optimizar en lo posible el requerimiento c) y la realización de d), constituye la parte fundamental del presente trabajo.

2 - CODIFICACION

En términos generales se aceptó como sistema óptimo y de fácil realización el código Gray (ver apéndice I).

La utilización directa de este código para la detección de estados discretos de la variable (ángulo), cuando la escala de ésta es "cerrada", hace que el mismo pierda las propiedades de monostrópico.

En este caso particular, la indicación del detector para las posiciones "0" y "40" deben ser coincidentes, pues físicamente se trata del mismo punto. En otras palabras, la transición de la posición "39" a la posición "0" deberá implicar el cambio de un sólo "bit". En la tabla 2.1 puede apreciarse la imposibilidad de su aplicación directa.

TABLA 2.1

<u>Posición</u>	<u>Codificación Gray</u>
00	0 0 0 0 0 0
01	0 0 0 0 0 1
02	0 0 0 0 1 1

<u>Posición</u>	<u>Codificación Gray</u>
..	
38	1 1 0 1 0 1
39	1 1 0 1 0 0

Este inconveniente es solucionado, introduciendo un "exceso" en la posición, es decir, simplemente estableciendo el "origen" de la escala angular en otra cifra de la escala decimal.

Si el número de estados a codificar es N y $M = 2^n$, tal que n permita cumplir que:

$$M \gg N \quad \text{y} \quad 2^{(n-1)} < N$$

el exceso necesario para que el código mantenga sus propiedades monostrópicas será:

$$(M - N)/2$$

Así para el caso de 40 posiciones:

$$N = 40, n = 6 \text{ y } M = 64$$

$$\text{Exceso} = (64-40)/2 = 12$$

La tabla 2.II muestra la codificación en sistema "Gray exceso 12".

TABLA 2.II

<u>Posición real</u>	<u>Codificación "Gray exceso 12"</u>	<u>Posición Indicada</u>
00	0 0 1 0 1 0	12
01	0 0 1 0 1 1	13
02	0 0 1 0 0 1	14
03	0 0 1 0 0 0	15
04	0 1 1 1 1 0	16
..		..
38	1 0 1 0 1 1	50
39	1 0 1 0 1 0	51

Mediante el aditamento del exceso comentado, la codificación se torna nuevamente monostrópica. En la práctica, el disco codificador "adelantará" 12 posiciones. Este inconveniente deberá tenerse en cuenta al diseñar el circuito decodificador.

La decodificación de Gray a binario puro resulta de fácil implementación (ver apéndice I), sin embargo, el hecho de tener un exceso en el código y la necesidad de operar en el sistema BCD, hizo necesario la adopción de una codificación Gray-BCD (codificación Gray por separado para las unidades y decenas).

Las unidades correspondientes a la cifra de posición van desde el 0 al 9, mientras que las decenas lo hacen desde el 0 al 3. Para que el código mantenga sus propiedades monostrópicas en los extremos de la escala:

Exceso en las unidades:

$$(2^4 - 10)/2 = 3$$

Exceso en las decenas:

$$(2^2 - 4)/2 = 0$$

En la tabla 2.III se muestra el intento de esta codificación:

TABLA 2.III

<u>Posición Real</u>	Codificación "Gray"		Número arábigo correspondiente	
	<u>Decenas Exceso 0</u>	<u>Unidades Exceso 3</u>	<u>Decenas</u>	<u>Unidades</u>
00	00	0 0 1 0	0	3
01	00	0 1 1 0	0	4
02	00	0 1 1 1	0	5
03	00	0 1 0 1	0	6
04	00	0 1 0 0	0	7
..	..		.	.
08	00	1 1 1 0	0	11
09	00	1 0 1 0	0	12
10	01	0 0 1 0	1	03
11	01	0 1 1 0	1	04

Puede observarse que al pasar de la posición 9 a la 10 se produce el cambio simultáneo de 2 bits (uno en las unidades y otro en las decenas). Es decir, los códigos mantienen su monostropía en forma individual, pero como las unidades y decenas se leen simultáneamente

mente (disco con 6 pistas), la incertidumbre persistirá si alguno de los lectores de pista, transiciona con un cierto retardo (Por ejemplo: si al pasar de 9 a 10 no transiciona el lector de decenas simultáneamente con el de unidades, durante un cierto tiempo se leerá 0 0 0 0 1 0 que corresponde a la posición 0. Si la lectura se realiza "on the fly", habrá un error de 100° centesimales).

Para evitar este nuevo inconveniente y a los efectos que los 6 bits transicionen uno por vez, se codifican los estados de acuerdo al sistema cíclico de numeración.

Se mantiene el exceso adoptado para las unidades. Esto equivale a ordenar los estados sucesivos de la variable en el siguiente orden: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 12^(*), 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 12, 11, ... En la tabla 2.IV, 2.V puede observarse la codificación definitiva (columnas 3 y 5).

Este código se ha denominado GRAY-DAT_{EX}, pues emplea la propiedad cíclica del Datex (1), aunque este último utiliza para la codificación 8 pistas en lugar de 6 como ha sido logrado.

En la figura 1 se muestra el disco codificador. Las zonas opacas corresponden a los "1" del código, mientras que las transparentes corresponden a los ceros.

La lógica inversa sólo es posible cuando el disco se construye a partir de una película o material fotosensible. En el caso comenu

(*) Se repite para permitir la transición de las decenas.

(1) Ver bibliografía.

tado el disco ha sido realizado en metal liviano, lo que imposibilita la segunda alternativa. Conformadores a la salida de cada detector se encargan entonces de retornar la correspondencia (luz = 1, no luz = 0).

3 - DECODIFICACION

Del análisis de las posiciones así codificadas (Cifra en Gray-Datex $D_{T1} D_{T0} D_3 D_2 D_1 D_0$) se vé que facilmente puede volver a ordenarse las cifras correspondientes a las unidades, mediante la operación:

$$D_{T1} \oplus D_{T0} \oplus D_3 = D_3' \text{ (columna 9 de las tablas 2.IV) y 2.V}$$

Sin embargo se ha preferido decodificar la cifra total (D_{T1} a D_0) a binario puro (columnas 10 y 11 de la tabla), puesto que aparecen de "per sé" una cantidad de dígitos coincidentes con el código BCD.

En las unidades (cifra cdef) existe coincidencia desde el 3 hasta el 9, discrepando el 10, 11 y 12 respecto del BCD.

Para la cifra de las decenas (ab), existe coincidencia desde 3 a 9, discrepancia entre 10 y 13, vuelve a coincidir entre 14 y 19, discrepa entre 20 y 22, etc.

Como en la primer etapa de la decodificación (Gray-Datex a binario puro) se han utilizado compuertas "O exclusiva" (exclusive or), se ha intentado implementar en esta segunda etapa (binario puro a BCD) con compuertas del mismo tipo. De esta manera se facilita el intercambio y reposición de unidades en el equipo.

La lógica que performa el pasaje a BCD (ver tablas 2.IV, y apéndice II), es la siguiente:

Decenas

$$2 = \left[(a \oplus b) \oplus (b + a) \right] \oplus A \quad A = (d + e).c$$

$$1 = b \oplus A$$

Unidades

$$8 = A \oplus C \quad 2 = A \oplus e$$

$$4 = (d.c) \oplus d \quad 1 = f$$

En la figura 2 se muestra el diagrama en bloques de la unidad detectora y el sistema decodificador. En la figura 3_a se detallan los círculos utilizados. _{3b}

4 - CONCLUSIONES

El sistema descripto se encuentra funcionando desde hace 4 meses en una estación micrometeorológica automática en el Centro Atómico Ezeiza, demostrando hasta la fecha un comportamiento óptimo.

Se ha encarado la posibilidad de perfeccionar el sistema lector y disco codificador en su aspecto tecnológico. En cuanto al decodificador, se tratará de optimizar su lógica para permitir la implementación con bloques integrados, de una determinada familia.

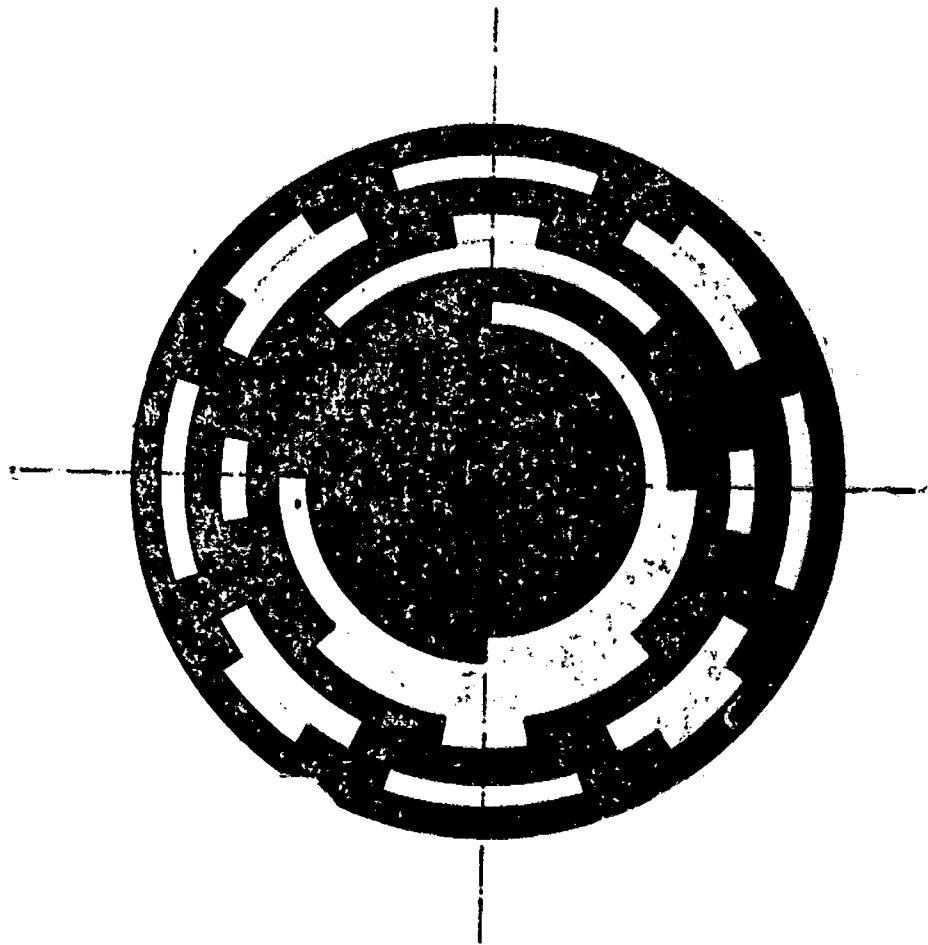
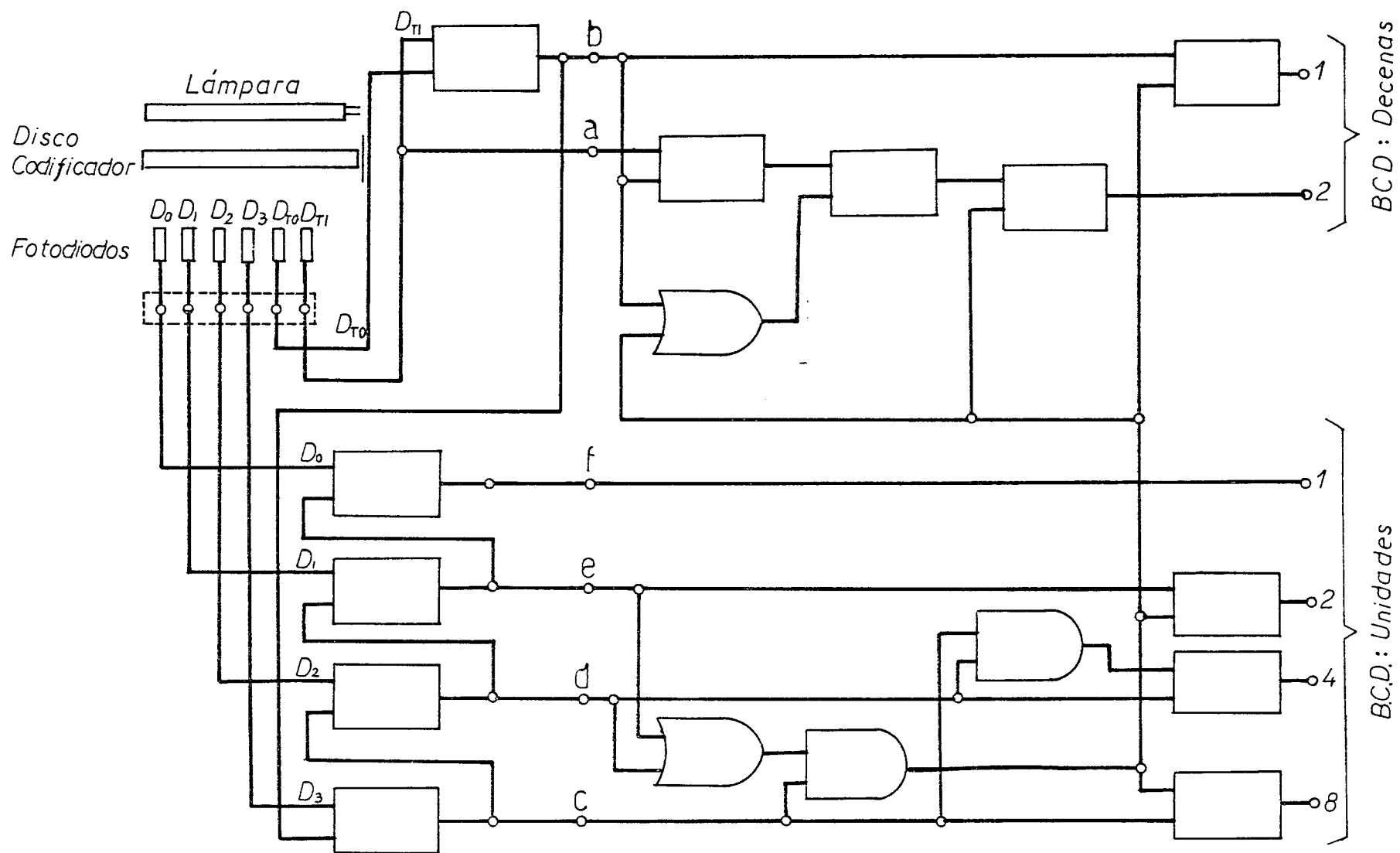
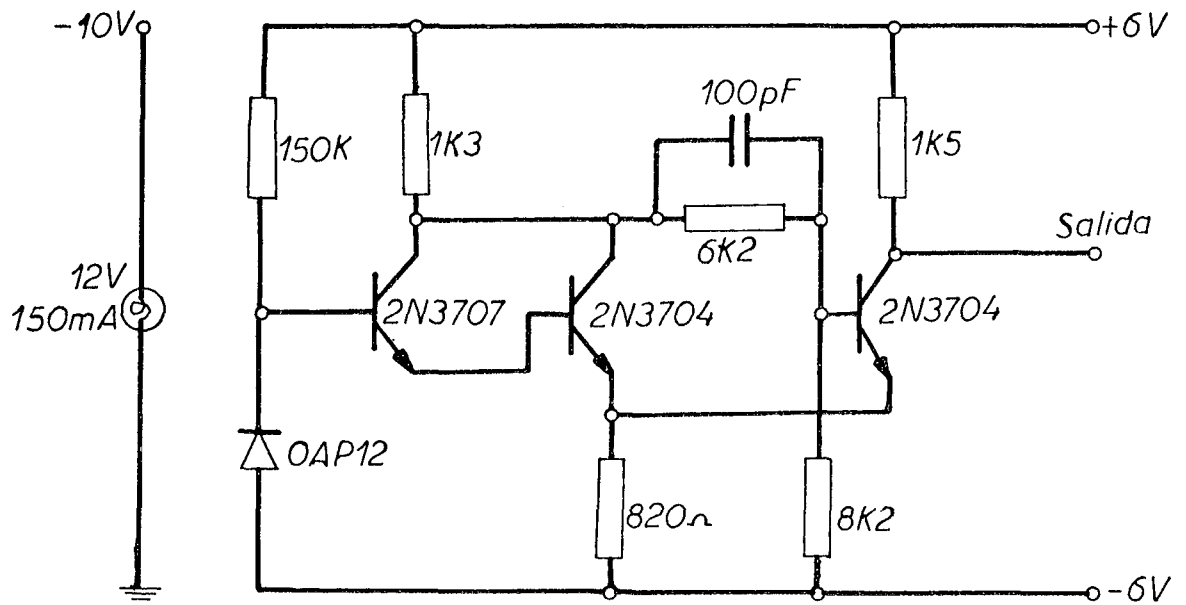
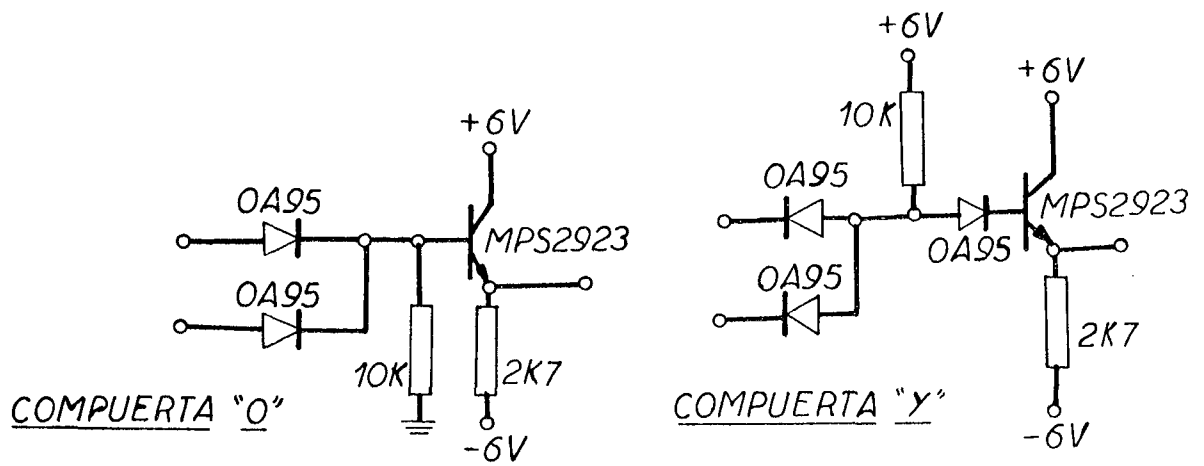


FIG. 1

FIG. 2





CIRCUITO SCHMIT TRIGGER

FIG. 3 a

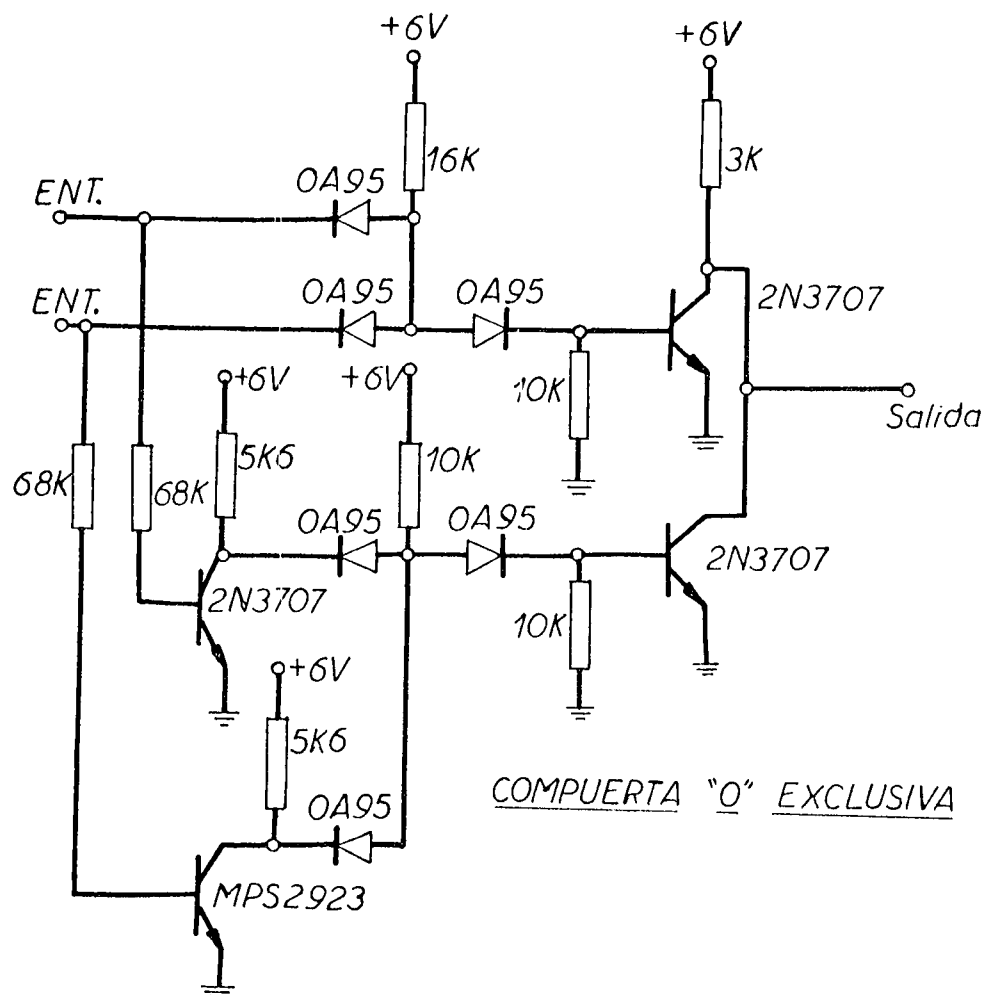


FIG. 3b

TABLA 2.IV

Posición a Codificar en Centés	Codificación Gray Datex						Conversión				Binario						Conversion a B.C.D.								
	Gray Exceso 0			Gray Cíclico Exceso 3			$(D_{T1} \oplus D_{T0}) \oplus D_3 = D_3'$																		
	Dec.			Unid.			Dec.			Unid.			Dec.		Unid.				Dec.		Unid.				
	D_{T1}	D_{T0}		D_3	D_2	$D_1 D_0$	D_{T1}	D_{T0}		D_3'	D_2	$D_1 D_0$	a	b	c	d	e	f	2	1	8	4	2	1	
000	0	0 0	3	0	0	1 0	0	0 0	3	0	0	1 0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	3
010	0	0 0	4	0	1	1 0	0	0 0	4	0	1	1 0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	4
020	0	0 0	5	0	1	1 1	0	0 0	5	0	1	1 1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	5
030	0	0 0	6	0	1	0 1	0	0 0	6	0	1	0 1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	6
040	0	0 0	7	0	1	0 0	0	0 0	7	0	1	0 0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	7
050	0	0 0	8	1	1	0 0	0	0 0	8	1	1	0 0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	8
060	0	0 0	9	1	1	0 1	0	0 0	9	1	1	0 1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	9
070	0	0 0	10	1	1	1 1	0	0 0	10	1	1	1 1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	10
080	0	0 0	11	1	1	1 0	0	0 0	11	1	1	1 0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	11
090	0	0 0	12	1	0	1 0	0	0 0	12	1	0	1 0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	12
100	1	0 1	13	1	0	1 0	1	0 1	3	0	0	1 0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	13
110	1	0 1	14	1	1	1 0	1	0 1	4	0	1	1 0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	14
120	1	0 1	15	1	1	1 1	1	0 1	5	0	1	1 1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	15
130	1	0 1	16	1	1	0 1	1	0 1	6	0	1	0 1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	16
140	1	0 1	17	1	1	0 0	1	0 1	7	0	1	0 0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	17
150	1	0 1	18	0	1	0 0	1	0 1	8	1	1	0 0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	18
160	1	0 1	19	0	1	0 1	1	0 1	9	1	1	0 1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	19
170	1	0 1	20	0	1	1 1	1	0 1	10	1	1	1 1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	20
180	1	0 1	21	0	1	1 0	1	0 1	11	1	1	1 0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	21
190	1	0 1	22	0	0	1 0	1	0 1	12	1	0	1 0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	22
200	2	1 1	3	0	0	1 0	2	1 1	3	0	0	1 0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	23

TABLA 2.V

Posición a Codificar en Centés	Codificación Gray Datex					Conversión				Binario						Conversion a B.C.D.							
	Gray Exceso 0		Gray Cíclico Exceso 3			$(D_{TI} \oplus D_{TO}) \oplus D_3 = D'_3$																	
	Dec.		Unid.			Dec.		Unid.		Dec.		Unid.				Dec.		Unid.					
	D_{TI}	D_{TO}	D_3	D_2	D_1	D_0	D_{TI}	D_{TO}	D'_3	D'_2	D'_1	D'_0	a	b	c	d	e	f	2	1	8	4	2
210	2	1 1	4	0	1 1 0	2	1 1	4	0	1 1 0	1 0	0	1 0 0	1 0	0	1 0 0	1 0	0	1 0 0	24			
220	2	1 1	5	0	1 1 1	2	1 1	5	0	1 1 1	1 0	0	1 0 1	1 0	0	1 0 1	1 0	0	1 0 1	25			
230	2	1 1	6	0	1 0 1	2	1 1	6	0	1 0 1	1 0	0	1 1 0	1 0	0	1 1 0	1 0	0	1 1 0	26			
240	2	1 1	7	0	1 0 0	2	1 1	7	0	1 0 0	1 0	0	1 1 1	1 0	0	1 1 1	1 0	0	1 1 1	27			
250	2	1 1	8	1	1 0 0	2	1 1	8	1	1 0 0	1 0	1	0 0 0	1 0	1	0 0 0	1 0	1	0 0 0	28			
260	2	1 1	9	1	1 0 1	2	1 1	9	1	1 0 1	1 0	1	0 0 1	1 0	1	0 0 1	1 0	1	0 0 1	29			
270	2	1 1	10	1	1 1 1	2	1 1	10	1	1 1 1	1 0	1	0 1 0	1 1	0	0 0 0	1 1	0	0 0 0	30			
280	2	1 1	11	1	1 1 0	2	1 1	11	1	1 1 0	1 0	1	0 1 1	1 1	0	0 0 1	1 1	0	0 0 1	31			
290	2	1 1	12	1	0 1 0	2	1 1	12	1	0 1 0	1 0	1	1 0 0	1 1	0	0 1 0	1 1	0	0 1 0	32			
300	3	1 0	12	1	0 1 0	3	1 0	3	0	0 1 0	1 1	0	0 1 1	1 1	0	0 1 1	1 1	0	0 1 1	33			
310	3	1 0	11	1	1 1 0	3	1 0	4	0	1 1 0	1 1	0	1 0 0	1 1	0	1 0 0	1 1	0	1 0 0	34			
320	3	1 0	10	1	1 1 1	3	1 0	5	0	1 1 1	1 1	0	1 0 1	1 1	0	1 0 1	1 1	0	1 0 1	35			
330	3	1 0	9	1	1 0 1	3	1 0	6	0	1 0 1	1 1	0	1 1 0	1 1	0	1 1 0	1 1	0	1 1 0	36			
340	3	1 0	8	1	1 0 0	3	1 0	7	0	1 0 0	1 1	0	1 1 1	1 1	0	1 1 1	1 1	0	1 1 1	37			
350	3	1 0	7	0	1 0 0	3	1 0	8	1	1 0 0	1 1	1	0 0 0	1 1	1	0 0 0	1 1	1	0 0 0	38			
360	3	1 0	6	0	1 0 1	3	1 0	9	1	1 0 1	1 1	1	0 0 1	1 1	1	0 0 1	1 1	1	0 0 1	39			
370	3	1 0	5	0	1 1 1	3	1 0	10	1	1 1 1	1 1	1	0 1 0	0 0	0	0 0 0	0 0	0	0 0 0	0			
380	3	1 0	4	0	1 1 0	3	1 0	11	1	1 1 0	1 1	1	0 1 1	0 0	0	0 0 1	0 0	0	0 0 1	1			
390	3	1 0	3	0	0 1 0	3	1 0	12	1	0 1 0	1 1	1	1 0 0	0 0	0	0 0 0	0 0	0	0 0 0	2			
400	0	0 0	3	0	0 1 0	0	1 0	3	0	0 1 0	0 0	0	0 1 1	0 0	0	0 0 1	0 0	0	0 0 1	3			

APENDICE I

Sea una cifra en código binario del tipo $a_3 a_2 a_1 a_0$ y la cifra correspondiente en código Gray del tipo $x_3 x_2 x_1 x_0$, cada dígito del código Gray queda definido como:

$$x_3 = a_3$$

$$x_2 = a_3 \oplus a_2$$

$$x_1 = a_2 \oplus a_1$$

$$x_0 = a_1 \oplus a_0$$

En general, si se establece la correspondencia entre:

$$x_{n-1} \ x_{n-2} \ x_{n-3} \ \dots \ x_1 \ x_0 \quad y$$

$$a_{n-1} \ a_{n-2} \ a_{n-3} \ \dots \ a_1 \ a_0$$

se cumple que:

$$x_{n-1} = a_{n-1}$$

$$x_{n-2} = a_{n-1} \oplus a_{n-2}$$

$$x_{n-3} = a_{n-2} \oplus a_{n-3}$$

.....

$$x_1 = a_2 \oplus a_1$$

$$x_0 = a_1 \oplus a_0$$

Sumando las k ecuaciones anteriores para $k = 1, 2 \dots n$ se obtiene, dado que $A \oplus A = 0$

//..

10 -

$$a_{n-1} = x_{n-1}$$

$$a_{n-2} = x_{n-1} \oplus x_{n-2}$$

$$a_{n-3} = x_{n-1} \oplus x_{n-2} \oplus x_{n-3}$$

.....

$$a_1 = x_{n-1} \oplus x_{n-2} \oplus \dots \oplus x_1$$

$$a_0 = x_{n-1} \oplus x_{n-2} \oplus \dots \oplus x_1 \oplus x_0$$

En el caso del presente trabajo, la cifra $D_{T1} D_{T0} D_3 D_2 D_1 D_0$ en Gray debe ser decodificada en una primera etapa a binario puro de la forma a b c d e f.

$$a = D_{T1}$$

$$b = D_{T1} \oplus D_{T0}$$

$$c = D_{T1} \oplus D_{T0} \oplus D_3 = b \oplus D_3$$

$$d = D_{T1} \oplus D_{T0} \oplus D_3 \oplus D_2 = c \oplus D_2$$

$$e = D_{T1} \oplus D_{T0} \oplus D_3 \oplus D_2 \oplus D_1 = d \oplus D_1$$

$$f = D_{T1} \oplus D_{T0} \oplus D_3 \oplus D_2 \oplus D_1 \oplus D_0 = e \oplus D_0$$

APENDICE II

Comparando las columnas 10 y 11 con las 12 y 13 de las tablas 2.IV y 2.V:

Unidades

$$8 = c\bar{d}\bar{e} \quad \text{I)}$$

$$4 = d\bar{c} \quad \text{II)}$$

$$2 = cd\bar{e} + e\bar{c} \quad \text{III)}$$

$$1 = f \quad \text{IV)}$$

Decenas

$$1 = (d + e) \quad b\bar{c} + cb\bar{d}\bar{e} + ce\bar{b} + cd\bar{b} \quad \text{V)}$$

$$2 = (d + e) \quad bc\bar{a} + (d+e) \quad a\bar{c} + ca\bar{b} + cab\bar{d}\bar{e} = (d+e) \quad (bc\bar{a} + a\bar{c}) + \\ + ac \quad (\bar{b} + b\bar{d}\bar{e}) \quad \text{VI)}$$

Para evitar los complementos y utilizar en lo posible compuertas "o exclusiva", si a la función I) se le adiciona un término nulo, ésta no alterará:

$$c\bar{c} (1+e+d) = 0$$

$$8 = c\bar{d}\bar{e} + c\bar{c} + c\bar{c}e + c\bar{c}d = c \quad (\bar{d}\bar{e} + \bar{c}) + \bar{c} (ce + cd) = \\ c \left[\overline{(d + e).c} \right] + \bar{c} \left[(d + e).c \right] = \left[(d + e).c \right] \oplus c$$

$$\boxed{8 = c\bar{d}\bar{e} = \left[(d + e)c \right] \oplus c = A \oplus c} \quad \text{I)}$$

En forma análoga adicionándole a la ecuación II) un término nulo:

$$d\bar{d} + cd\bar{d} = 0$$

$$4 = d\bar{c} + d\bar{d} + cd\bar{d} = d(\bar{c} + \bar{d} + c\bar{d}) = d(\overline{cd} + c\bar{d}) = \overline{dcd} + dc\bar{d} = d \oplus cd$$

$$4 = d\bar{c} = d \oplus cd$$

II)

Procediendo en forma similar con la ecuación III)

$$e\bar{e} (c + \bar{d}) = 0$$

$$\begin{aligned} 2 &= cd\bar{e} + e\bar{c} + e\bar{e}c + e\bar{e}\bar{d} = cd\bar{e} + e\bar{e}c + e(\bar{e}\bar{d} + \bar{c}) = \\ &= cd\bar{e} + e\bar{c} + \left[\overline{e + d + \bar{c}} \right] \cdot e = \bar{e} \left[cd + ec \right] + e \left[\overline{e + d + \bar{c}} \right] = \\ &= \bar{e} \left[c(d + e) \right] + e \left[\overline{(e + d) \cdot c} \right] = e \oplus \left[c(d + e) \right] \end{aligned}$$

$$2 = cd\bar{e} + e\bar{c} = e \oplus \left[c(d + e) \right] = e \oplus A \quad \text{III)}$$

La ecuación IV) es directa:

$$1 = f$$

IV)

Analizando la ecuación V), sus dos últimos términos pueden ser transformados en uno de los sumandos de una compuerta "O exclusiva":

$$ce\bar{b} + cd\bar{b} = \bar{b} \left[ce + cd \right] = \bar{b} \left[c(d+e) \right]$$

A su vez los dos primeros términos de la V) pueden llevarse a la forma:

$$\begin{aligned}
 & b \left[\overline{c(d+e)} \right] \\
 (d+e)b\bar{c} + cb\bar{d}\bar{e} &= b\bar{c}d + b\bar{c}\bar{e} + cb\bar{d}\bar{e} = b \left[d\bar{c} + e\bar{c} + c\bar{d}\bar{e} \right] = \\
 b \left[d\bar{c} + e\bar{c} + c \overline{(d+e)} \right] &= b \left[\bar{c}(d+e) + c \overline{(d+e)} \right] = b \left[c \oplus (d+e) \right]
 \end{aligned}$$

según la propiedad: $A \oplus B = ((\bar{A} + \bar{B}) \overline{AB})$

$$\begin{aligned}
 b \left[c \oplus (d+e) \right] &= b \left\{ \left[\bar{c} + \overline{(d+e)} \right] \cdot \left[\overline{c(d+e)} \right] \right\} = \\
 b \left\{ \left[\bar{c} + \overline{(d+e)} \right] \left[\bar{c} + \overline{(d+e)} \right] \right\} &= b \left[\bar{c} + \overline{(d+e)} \right]
 \end{aligned}$$

pues $A.A = A$

$$(d+e) b\bar{c} + cb\bar{d}\bar{e} = b \left[\bar{c} + \overline{(d+e)} \right] = b \left[\overline{c(d+e)} \right]$$

$$1 = (d+e)b\bar{c} + cb\bar{d}\bar{e} + ce\bar{b} + cd\bar{b} = b \oplus \left[(d+e)c \right] \quad \text{V)}$$

A la ecuación VI

$$2 = (d+e) b\bar{c}\bar{a} + (d+e) a\bar{c} + ca\bar{b} + cab\bar{d}\bar{e}$$

puede adicionársele un término redundante tal como $a\bar{c}\bar{d}\bar{e}$ (obsérvese que este caso no se da nunca en la tabla 2.IV, columnas 10 y 11).

$$2 = (d+e) b\bar{c}\bar{a} + (d+e) a\bar{c} + ca\bar{b} + cab\bar{d}\bar{e} + a\bar{c}\bar{d}\bar{e} \quad \text{VI'}$$

si se lleva a la forma canónica:

$$2 = \bar{a}bcd + \bar{a}bce + a\bar{c}d + a\bar{c}e + ca\bar{b} + abc\bar{d}\bar{e} + a\bar{c}\bar{d}\bar{e}$$

multiplicando:

el primer término por $(e+\bar{e}) = 1$

el segundo " por $(d+\bar{d}) = 1$

el tercer " por $be + \bar{b}e + \bar{e}b + \bar{e}\bar{b} = 1$

el cuarto término por $bd + \bar{b}d + b\bar{d} + \bar{b}\bar{d} = 1$

el quinto término por $de + \bar{d}e + d\bar{e} + \bar{d}\bar{e} = 1$

el séptimo " por $(b+\bar{b}) = 1$

$$2 = \bar{a}bcde + \bar{a}bcd\bar{e} + \bar{a}bc\bar{d}e + \bar{a}bc\bar{d}\bar{e} + ab\bar{c}de + a\bar{b}\bar{c}de + ab\bar{c}\bar{d}\bar{e} + \\ a\bar{c}d\bar{e}\bar{b} + a\bar{c}ebd + a\bar{c}e\bar{b}d + a\bar{c}eb\bar{d} + a\bar{c}e\bar{b}\bar{d} + a\bar{b}cde + a\bar{b}c\bar{d}\bar{e} + \\ a\bar{b}cd\bar{e} + a\bar{b}c\bar{d}\bar{e} + abc\bar{d}\bar{e} + ab\bar{c}\bar{d}\bar{e} + a\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}$$

simplificando los términos iguales:

$$2 = \bar{a}bcde + \bar{a}bcd\bar{e} + \bar{a}bc\bar{d}e + ab\bar{c}de + a\bar{b}\bar{c}de + ab\bar{c}\bar{d}\bar{e} + \\ a\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + ab\bar{c}\bar{d}\bar{e} + a\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + a\bar{b}cde + a\bar{b}c\bar{d}\bar{e} + a\bar{b}cd\bar{e} + \\ a\bar{b}cd\bar{e} + abc\bar{d}\bar{e} + ab\bar{c}\bar{d}\bar{e} + a\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}$$

VI'

Si se desarrolla

$$2 = \left[(a \oplus b) \cdot \oplus (b+A) \right] \oplus A \quad A = (d+e)c$$

se llega a

$$2 = Ab\bar{a} + Aa\bar{b} + \bar{A}ab + \bar{A}a\bar{b}$$

$$\text{ó } 2 = Ab\bar{a} + a\bar{b} + \bar{A}ab$$

$$2 = (d+e)c\bar{b}\bar{a} + a\bar{b} + \overline{(d+e)c} (ab) = \\ = \bar{a}bcd + \bar{a}bce + a\bar{b} + \left[\overline{(d+e)} + \bar{c} \right] ab = \\ = \bar{a}bcd + \bar{a}bce + a\bar{b} + \left[\bar{d} \cdot \bar{e} + \bar{c} \right] ab = \\ = \bar{a}bcd + \bar{a}bce + a\bar{b} + ab\bar{d}\bar{e} + ab\bar{c}$$

llevando a la forma canónica:

- B I B L I O G R A F I A -

(1) SPAULDING, Carl - "How to use Shaft Encoders",

Datex Corp., 1965

ARNOLD, B.A. - "Logic and Boolean Algebra",

Prentice Hall, 1962

HOHN, Franz - "Applied Boolean Algebra",

Mc. Millan, 1966

PHISTER, M. - "Logical Design of Digital Computers",

Wiley, 1958