

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1958

09.58.06

NO SE PRESTA

REPUBLICA ARGENTINA

PUBLICACIONES

DE LA

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

Serie de Publicaciones Internas

Nº 17

LIMITES EN LOS TIEMPOS DE RESOLUCION DE

SISTEMAS EN COINCIDENCIAS

Por Juan J. Peyre

BUENOS AIRES

1958

LIMITES EN LOS TIEMPOS DE RESOLUCION DE SISTEMAS EN COINCIDENCIAS

Juan J. Peyre

Introducción

La medición de señales coincidentes en el tiempo, o bien del intervalo por que están separadas, se ha convertido en una poderosa herramienta del físico contemporáneo.

La necesidad de definir bien la "instantaneidad" de un proceso exige de parte de los instrumentos medidores el responder a señales separadas por intervalos muy pequeños, no respondiendo a señales separadas por intervalos de tiempo mayores.

Mejor sería, para la buena definición de la correlación temporal, disminuir los intervalos en los cuales está "abierto" el circuito medidor; si no fuera que las señales sufren fluctuaciones en el tiempo de arriba (u otras de efecto equivalente) por lo que, al disminuir el tiempo de apertura, el medidor puede llegar a no registrar la coincidencia de dos señales debido a que éstas llegan separadas por un tiempo mayor que el de apertura disminuyendo así el rendimiento del circuito.

En este trabajo resumiremos los principales factores que determinan las cualidades de un circuito de coincidencias y algunas aplicaciones de los mismos.

Consideraremos el caso en que se pretende determinar la coincidencia de dos radiaciones detectadas por medio de centelladores a los cuales acompañan el clásico equipo de fotomultiplicadores, amplificadores, etc.

Como excelentes introducciones al método de medición de coincidencias y circuitos típicos se puede ver ¹⁾ y ²⁾, algunas aplicaciones se dan también en ³⁾ y ⁴⁾.

La bibliografía citada representa una selección de la existente, especialmente en cuanto a la descripción de circuitos. De éstos no intentamos dar una descripción exhaustiva por cuanto hay excelentes descripciones generales de los mismos, ²⁾ ¹⁴⁾ ²¹⁾ ²²⁾; solamente describiremos brevemente dos circuitos, uno de tipo Bell ¹⁾ ⁷⁾ en la versión que hemos realizado y otro el de Cottini, Gatti y Giannelli ¹⁸⁾ ¹⁹⁾ ¹³⁾ por cuanto representan dos modos de operación típicos en un circuito de coincidencias, según veremos.

Curva de resolución de sistemas de coincidencias con centelladores como detectores 5) 6)

Procederemos ahora a encontrar expresiones teóricas para el número de coincidencias en función del retardo relativo entre las señales correspondientes a dos sucesos (detección de radiaciones).

Los casos estudiados son típicos y en ellos se supone que los sucesos son "simultáneos", es decir que se producen dentro de un intervalo de tiempo lo suficientemente breve como para no ser acusado por el equipo.

1er. caso. Supondremos despreciables todas las fluctuaciones, salvo la de arranque del primer fotoelectrón del cátodo, al cual suponemos que es sensible el circuito, y admitiendo que la misma sólo es debida al proceso estadístico de desexcitación del fósforo.

Como veremos más adelante el número medio de fotoelectrones producidos al tiempo t está dado por

$$m \approx R(1 - e^{-t/\alpha}) \quad (1)$$

donde R es el número total medio de fotoelectrones producidos y α la constante de desexcitación fluorescente del centellador; la probabilidad de emisión del Q -ésimo electrón entre 0 y t está dada por

$$P_Q(t) = \frac{m^Q e^{-m}}{Q!} \quad (2)$$

suponiendo que el proceso obedece a una distribución de Poisson.

La probabilidad de emisión en el intervalo $t, t + dt$ estará dada por

$$\begin{aligned} dP_Q(t) &= P_{Q-1}(t) R dt \\ &= \frac{m^{Q-1}}{(Q-1)!} e^{-m} dm \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{Si } t \ll \frac{\alpha}{R} \text{ (en general } Q \ll R)$$

$$dP_Q(t) \approx \left(\frac{Rt}{\alpha}\right)^{Q-1} \frac{e^{-\frac{R}{\alpha}t}}{(Q-1)!} \frac{R}{\alpha} dt \quad (4)$$

de donde se puede hallar el tiempo de emisión medio del Q-esimo fotoelectrón y su variancia

$$\begin{aligned}\bar{t}_Q &= \frac{\alpha}{R(Q-1)!} \int_0^\infty \left(\frac{R}{\alpha} t\right)^Q e^{-\frac{R}{\alpha} t} d\left(\frac{R}{\alpha} t\right) \\ &= Q \left(\frac{\alpha}{R}\right)\end{aligned}\quad (5)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{tQ}^2 &= \bar{t}^2 - \bar{t}^2 \\ \bar{t}^2 &= \frac{\alpha^2}{R^2(Q-1)!} \int_0^\infty \left(\frac{R}{\alpha} t\right)^{Q+1} e^{-\frac{R}{\alpha} t} d\left(\frac{R}{\alpha} t\right) \\ &= (Q+1) Q \frac{\alpha^2}{R^2} \\ \therefore \sigma_{tQ}^2 &= Q \frac{\alpha^2}{R^2}\end{aligned}\quad (6)$$

en particular si: $Q = 1$

$$\bar{t}_1 = \sigma_{t1} = \frac{\alpha}{R} \quad (7)$$

Con la aproximación hecha podemos poner

$$dP_1(t) = \left(\frac{R}{\alpha}\right) e^{-\frac{R}{\alpha} t} dt$$

que en lo sucesivo escribiremos como

$$dP_1(t) = \frac{e^{-t/\sigma_t}}{\sigma_t} dt \quad (8)$$

expresión aproximada de la probabilidad diferencial de emisión del primer fotoelectrón, al cual hemos supuesto que responde nuestro circuito.

La probabilidad de registrar una coincidencia estará dada por la probabilidad que registrado el suceso 1 se registre el 2 dentro del τ_0 siguiente, siendo τ_0 el tiempo de apertura del circuito de coincidencia o tiempo de resolución electrónico, más la probabilidad de que registrado en primer lugar el 2 en el τ_0 siguiente se registre el 1.

Si T es el retardo relativo, positivo, de 2 respecto a 1 (si T es negativo diríamos el retardo de 1 respecto a 2) esta probabilidad estará dada por:

$$I = I' + I'' + III$$

$$I = \begin{cases} I' & \text{si } T < \tau_0 \\ I'' & \text{si } T > \tau_0 \end{cases}$$

donde
$$I' = \int_0^T \frac{e^{-t/\sigma_1}}{\sigma_1} dt_1 \int_{T-t_1}^{T-t_1+\tau_0} \frac{e^{-\frac{(t_2-T)}{\sigma_2}}}{\sigma_2} dt_2$$

$$I'' = \int_{T-\tau_0}^T \frac{e^{-t/\sigma_1}}{\sigma_1} dt_1 \int_{T-t_1}^{T-t_1+\tau_0} \frac{e^{-\frac{(t_2-T)}{\sigma_2}}}{\sigma_2} dt_2$$

$$II = \int_T^\infty \frac{e^{-t/\sigma_1}}{\sigma_1} dt_1 \int_{t_1}^{t_1+\tau_0} \frac{e^{-\frac{(t_2-T)}{\sigma_2}}}{\sigma_2} dt_2$$

$$III = \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{t_2}{\sigma_2}}}{\sigma_2} dt_2 \int_{t_2}^{t_2+\tau_0} \frac{e^{-\frac{(t_1+\tau_0)}{\sigma_1}}}{\sigma_1} dt_1$$

Las integraciones conducen a los siguientes resultados:

$$I' = 1 - e^{-\tau/\sigma_1} - e^{-\frac{\tau_0-T}{\sigma_2}} \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \left(1 - e^{-\tau \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_1 \sigma_2}} \right)$$

$$I'' = e^{-\frac{T-\zeta_0}{\sigma_1}} - e^{-T/\sigma_1} - e^{-\frac{\zeta_0-T}{\sigma_2}} \frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_2} \left(e^{-(T-\zeta_0)\frac{\sigma_1+\sigma_2}{\sigma_1\sigma_2}} - e^{-T\frac{\sigma_1+\sigma_2}{\sigma_1\sigma_2}} \right)$$

$$II = \frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_2} e^{T/\sigma_2} \left(1 - e^{-\zeta_0/\sigma_2} \right) e^{-T\frac{(\sigma_1+\sigma_2)}{\sigma_1\sigma_2}}$$

$$III = \frac{\sigma_1}{\sigma_1+\sigma_2} e^{-T/\sigma_1} \left(1 - e^{-\zeta_0/\sigma_1} \right)$$

Sumando y reordenando, la probabilidad de obtener una coincidencia está dada por:

$$T = T_2 - T_1 > 0$$

Si $T < \zeta_0$

$$P_{\zeta_0}(T) = 1 - \left[\frac{\sigma_1}{\sigma_1+\sigma_2} e^{-\frac{\zeta_0+T}{\sigma_1}} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_2} e^{-\frac{\zeta_0-T}{\sigma_2}} \right] \quad (9)$$

Si $T > \zeta_0$

$$P_{\zeta_0}(T) = \frac{\sigma_1}{\sigma_1+\sigma_2} \left[e^{-\frac{T-\zeta_0}{\sigma_1}} - e^{-\frac{T+\zeta_0}{\sigma_1}} \right] \quad (10)$$

Si $T < 0$ hay que intercambiar σ_1 y σ_2

Si derivamos (9) respecto de T e igualamos a cero resulta:

$$T_M = \zeta_0 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \quad (11)$$

que da la abscisa del máximo, es decir el máximo se desplaza, resultando por demás intuitivo.

El máximo de la curva $P_{\zeta_0}[T]$ será denominado en lo que sigue rendimiento del circuito de coincidencia, reemplazando tendremos

$$\eta = P_{\zeta_0}[T_M] = 1 - e^{-\frac{2\zeta_0}{\sigma_1+\sigma_2}} \quad (12)$$

$$\text{Si } \zeta_0 = \frac{3}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad \eta = 0.95$$

Bell et al ⁷⁾ calculan que para $\sigma_1 = \sigma_2$ el tiempo de resolución necesario para alcanzar un rendimiento de 0,9 es 3σ . Como señala Dick ⁶⁾ el error estriba en calcular el intervalo de tiempo necesario para que la probabilidad que en él se registren los sucesos 1 y 2 sea del 0,9, en lugar de calcular intervalos necesarios para que se registren 1 ó 2 con 0,9 de probabilidad si se ha registrado previamente 2 ó 1 (el impulso que previamente llega "abre" el circuito electrónico fijando el origen temporal).

El hecho de que el máximo se desplaza al variar σ_1 y σ_2 debe tenerse en cuenta al ajustar el circuito de coincidencias cuando se miden radiaciones en un gran intervalo de energías.

2º caso. Supondremos ahora que las fluctuaciones en el tiempo de arribo de las dos señales sigue una ley gaussiana. Esta suposición parece admisible en el caso en que las fluctuaciones en el arranque de los fotoelectrones sean despreciables frente a otras, principalmente las fluctuaciones en el tiempo de tránsito en los fotomultiplicadores. ^{x)}

Para un retardo relativo medio cero la ley de distribución de los impulsos coincidentes estará dada por:

$$\frac{1}{\sigma_T \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_T^2}}$$

donde t es el intervalo entre los dos impulsos coincidentes y σ_T es la raíz cuadrática media de su fluctuación.

Si el retardo medio es T será:

$$\frac{1}{\sigma_T \sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{t+T}{\sqrt{2}\sigma_T}\right)^2} \quad (13)$$

Con esta ley, la probabilidad de coincidencias estará dada por:

$$P_{C_0}[T] = \frac{1}{\sigma_T \sqrt{2\pi}} \int_{-z_0}^{z_0} e^{-\frac{(t+T)^2}{2\sigma_T^2}} dt \quad (14)$$

haciendo un cambio de variable

$$P_{C_0}[T] = \frac{1}{2} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{z_0+T}{\sqrt{2}\sigma_T}} e^{-y^2} dy - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{-z_0+T}{\sqrt{2}\sigma_T}} e^{-y^2} dy \right] \quad (15)$$

^{x)} Como hemos ya señalado, por fluctuaciones en el tiempo de arribo entendemos estas u otras de efecto equivalente.

$$= \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{T + \zeta_0}{\sqrt{2} \sigma_T} \right) - \Phi \left(\frac{T - \zeta_0}{\sqrt{2} \sigma_T} \right) \right] \quad (16)$$

donde Φ es la integral de error.

Si admitimos que σ , fluctuación en cada rama o canal, es la misma, podemos poner

$$P_{\zeta_0}(T) = \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{T - \zeta_0}{2\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{T + \zeta_0}{2\sigma} \right) \right] \quad (17)$$

Podemos definir el tiempo de resolución del circuito como el semiancho de la curva de coincidencias versus retardo, o sea:

$$2 \zeta_a = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P_{\zeta_0}(T) dT}{\eta} \quad (18)$$

$$= \frac{1}{\Phi \left(\frac{\zeta_0}{\sqrt{2} \sigma_T} \right)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dT}{\sigma_T \sqrt{2\pi}} \int_{-\zeta_0}^{\zeta_0} e^{-\left(\frac{t+T}{\sqrt{2} \sigma_T} \right)^2} dt$$

$$= \frac{1}{\Phi \left(\frac{\zeta_0}{\sqrt{2} \sigma_T} \right)} \int_{-\zeta_0}^{\zeta_0} dt \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_T} e^{-\frac{(t+T)^2}{2\sigma_T^2}} dT$$

$$2 \zeta_a = \frac{2 \zeta_0}{\eta} = \frac{2 \zeta_0}{\Phi \left(\frac{\zeta_0}{\sqrt{2} \sigma_T} \right)} \quad (19)$$

En el límite en que $\zeta_0 \gg \sigma$ $\eta \rightarrow 1$ y por lo tanto:

$$2 \zeta_a \approx 2 \zeta_0$$

$$\text{Si } \zeta_0 \ll \sigma_T \quad P_{\zeta_0}(T) \approx \frac{1}{\sigma_T \sqrt{2\pi}} \int_{-\zeta_0}^{\zeta_0} e^{-\frac{T^2}{2\sigma_T^2}} e^{-\frac{Tt}{\sigma_T^2}} dt$$

$$\approx \frac{e^{-\frac{T^2}{2\sigma_T^2}}}{\sigma_T \sqrt{2\pi}} \int_{-\zeta_0}^{\zeta_0} dt$$

$$\approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\zeta_0}{\sigma_T} e^{-\frac{T^2}{2\sigma_T^2}} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \therefore 2 \tau_d &= \sqrt{2\pi} \sigma_T \\ &= 2\sqrt{\pi} \sigma \end{aligned} \quad (21)$$

Una cifra de mérito es la relación de coincidencias casuales a reales, para el caso de radiaciones con relación de coincidencia de uno a uno.

$$\frac{\text{Coincidencias casuales}}{\text{Coincidencias reales}} = \frac{2 \tau_o N}{\eta} \quad (22)$$

Para $\tau_o \ll \sigma$

$$\frac{C_c}{C_R} = 2\sqrt{\pi} \sigma N \quad (23)$$

Esta expresión nos dice que no es posible mejorar la relación de casuales a reales a costa de rendimiento, aún cuando algo pueda mejorarse en la zona de rendimientos altos.

En las figuras 1 y 2 ilustramos estos resultados; se incluye también una curva de semiancho a altura mitad en función del rendimiento (o sea del τ_o); como es intuitivo para

$$\tau_o \gg \sigma \quad \tau_o \approx \tau_d \approx \tau_s \quad (24)$$

De Waard ⁵⁾ también utiliza como cifra de mérito de un circuito de coincidencia lo que se define como pendiente de los flancos de la curva de coincidencias en función del retardo, que es el retardo necesario para que la curva caiga de un décimo a un vigésimo del rendimiento. Para el caso que $\tau_o \ll \sigma$ se puede verificar que la pendiente:

$$\tau_h \approx 0.43 \sigma \quad (25)$$

Además de las fluctuaciones en el tiempo de arribo de los impulsos se pueden tener otras, p.e. en la altura de los impulsos conformados, en el tiempo de establecimiento (rise-time) de los circuitos, en la ganancia de los amplificadores, en los niveles de discriminación, etc., que darán origen a fluctuaciones en el τ_o , el tiempo de resolución electrónico.

De Waard ⁵⁾ trató de verificar experimentalmente la relación (25) para un circuito del tipo Bell ¹⁾ ⁵⁾ ⁷⁾, ó sección IV de éste trabajo, sin embargo obtuvo valores en completo desacuerdo; los valores obtenidos por De Waard son los siguientes:

$\eta = 0,7$	0,5	0,3	0,12
$\tau_h = 1,5 \cdot 10^{-9}$	$0,95 \cdot 10^{-9}$	$0,65 \cdot 10^{-9}$	$0,5 \cdot 10^{-9}$

De Waard atribuyó estos resultados a fluctuaciones en el tiempo de apertura, pero no realizó cálculos destinados a verificar esa suposición.

Si $\tau_0 \ll \tau_T$ sabemos que

$$P_{\tau}[\tau] \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\tau_0}{\tau_T} e^{-\frac{\tau^2}{2\tau_T^2}}$$

donde τ es ahora el tiempo de resolución electrónico susceptible de soportar fluctuaciones.

La probabilidad de obtener una coincidencia estará en general dada por

$$P_{\tau_0}[\tau] = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\tau}[\tau] W_{\tau_0}[\tau] d\tau$$

donde $W_{\tau_0}[\tau]$ es la ley de probabilidad de τ .

Con la suposición de $\tau \ll \tau_T$ se tendrá, cualquiera que sea W:

$$P[\tau] \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\tau_0}{\tau_T} e^{-\frac{\tau^2}{2\tau_T^2}}$$

donde τ_0 es ahora el tiempo de apertura medio. Este resultado es completamente intuitivo.

Si no es $\tau \ll \tau_T$ es difícil resolver el problema analíticamente dada la ley W.

En la figura 3 hemos representado $P_{\tau}[\tau]$ en función del parámetro $\frac{\tau_0}{\tau_T}$ para valores determinados del retardo. Observando esta figura y suponiendo fluctuante τ_0 se puede deducir el comportamiento general del circuito.

Si nosotros determinamos τ_0 valor medio del tiempo de resolución electrónico, midiendo coincidencias casuales y determinamos el rendimiento, este que es el valor medio correspondiente a la fluctuación de τ_0 es menor que el rendimiento correspondiente a τ_0 fijo. Nosotros podríamos deducir de nuestras mediciones que las fluctuaciones en el tiempo de arribo de los impulsos son mayores que las reales.

En un circuito del tipo del de Bell, τ está ligado a la duración del impulso, que es suma de la duración de conformación y del tiempo de establecimiento (rise time) del impulso. Este último fluctúa produciendo una fluctuación en τ , así que cuando se varía este, variando niveles de discriminación, es modificada la contribución del tiempo de establecimiento al tiempo de resolución y por lo tanto la contribución de sus fluctuaciones a las fluctuaciones en τ . Es así como parámetros de discriminación bajos (tiempos de resolución altos) son esperables mayores fluctuaciones especialmente si la contribución del tiempo de crecimiento es importante, lo que puede suceder o porque el tiempo de conformación es pequeño o porque el tiempo de establecimiento de los fotomultiplicadores es grande, es decir grande la dispersión en el tiempo de tránsito en los mismos.

La figura 3, también puede, aunque sea cualitativamente, dar cuenta de la mayor pendiente en los flancos que se obtiene al aumentar el rendimiento cuando las fluctuaciones en el tiempo de resolución son tenidas en cuenta. Es de señalar que en el caso de De Waard estas deben ser muy importantes, por cuanto los tiempos de resolución bajos los obtiene trabajando con tubos E.M.I. con los que se tiene grandes tiempos de establecimiento. (ver Sección II y Apéndice).

3er. caso. Los dos casos hasta aquí considerados son casos límites, más general es considerar una combinación de ambas fluctuaciones principales (ver Sección II), es decir, en el tiempo de tránsito en los fotomultiplicadores y en el arranque de los primeros fotoelectrones.

Es más frecuente que sólo importe la fluctuación en el arranque en sólo un canal, y no en los dos, como ocurre cuando se determina la coincidencia entre una radiación de alta energía y otra de baja energía.

La curva de coincidencias versus retardo será ahora una composición de la curva gaussiana con la curva de desexcitación, de probabilidad diferencial $\frac{e^{-t/\theta}}{\theta} dt$ (ver caso 1).

Esta composición es análoga a la que es necesario hacer cuando da la curva de coincidencias en función del retardo relativo para dos rayos "simultáneos" (Curva "prompt") se halla la curva de coincidencias para el caso de una transición con vida media "finita". Aquí la composición es entre la curva "prompt" y la de probabilidad de desexcitación $\frac{e^{-t/\theta}}{\theta}$ donde θ es la vida media del nivel considerado.

Lo que sigue se puede tanto aplicar a la composición de una ley

de distribución temporal de los impulsos con la ley de arranque del primer fotoelectrón en un canal o con la ley de desexcitación del nivel, basta cambiar el significado de las constantes.

Denominaremos $P[\tau]$ a la curva "prompt" y $F[\tau]$ a la curva para coincidencias retardadas, como se denomina cuando un nivel se desexcita con vida media "finita" (se puede decir también curva "prompt" para un rayo de baja energía si eso es lo que investigamos).

La probabilidad de desexcitación del nivel está dada por $\frac{1}{\theta} e^{-\frac{t}{\theta}}$ o bien $\frac{1}{\theta} e^{-\frac{t}{\theta}}$ si se trata de probabilidad de arranque del primer fotoelectrón.

Luego, se tiene:

$$F[\tau] = P[\tau] * \frac{1}{\theta} e^{-\frac{\tau}{\theta}} \quad (26)$$

$$= \frac{1}{\theta} \int_{-\infty}^{\tau} P[\lambda] e^{-\frac{1}{\theta}(\tau-\lambda)} d\lambda$$

$$= \frac{1}{\theta} e^{-\frac{\tau}{\theta}} \int_{-\infty}^{\tau} P(\lambda) e^{\frac{\lambda}{\theta}} d\lambda \quad (27)$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{\lambda}{\theta}} P[\tau-\lambda] d\lambda \quad (27')$$

$$\frac{dF(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{\theta} \left[-\frac{1}{\theta} e^{-\frac{\tau}{\theta}} \int_{-\infty}^{\infty} P(\lambda) e^{\frac{\lambda}{\theta}} d\lambda + e^{-\frac{\tau}{\theta}} e^{\frac{\tau}{\theta}} P(\tau) \right]$$

$$= -\frac{1}{\theta} [F(\tau) - P(\tau)] \quad (28)$$

$$\therefore F(\tau') - F(\tau) = -\frac{1}{\theta} \left[\int_{\tau}^{\tau'} F(\tau) d\tau - \int_{\tau}^{\tau'} P(\tau) d\tau \right]$$

$$\theta = \frac{\int_{\tau}^{\tau'} F(\tau) d\tau - \int_{\tau}^{\tau'} P(\tau) d\tau}{F(\tau) - F(\tau')} \quad (29)$$

también:

$$\frac{d \ln F(\tau)}{d\tau} = - \frac{1}{\theta} \left[1 - \frac{P(\tau)}{F(\tau)} \right]$$

Para $F(\tau) \gg P(\tau)$ (τ grande)

$$\frac{d \ln F(\tau)}{d\tau} = - \frac{1}{\theta} \quad (30)$$

El centroide de $F(\tau)$ está dado usando (27'):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tau F(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{\lambda}{\theta}} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} \tau P(\tau-\lambda) d\tau \quad (31)$$

Si $\tau - \lambda = y$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tau P(\tau-\lambda) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} (y+\lambda) P(y) dy$$

$$= \bar{\tau}_p + \lambda$$

$\bar{\tau}_p$ es el centroide de $P(\tau)$

$$\bar{\tau}_F = \int_0^{\infty} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{\lambda}{\theta}} d\lambda (\bar{\tau}_p + \lambda)$$

$$\bar{\tau}_F = \bar{\tau}_p + \theta \quad (32)$$

Resumiendo:

- $F(\tau)$ y $P(\tau)$ comienzan a crecer en el mismo punto.
- $F(\tau)$ y $P(\tau)$ intersectan en el máximo de $F(\tau)$ cuando una única vida media está presente.
- Si sólo una vida media está presente la curvatura de $\ln F(\tau)$ no es en ninguna parte positiva, siempre que la curvatura de $\ln P(\tau)$ no sea positiva. Si este no es el caso, más de una vida media está presente.
- Si $F(\tau) \gg P(\tau)$ la pendiente de $\ln F(\tau)$ es $-\frac{1}{\theta}$.
- θ es igual al cociente de la diferencia entre las áreas bajo P y F para dos valores consecutivos de τ y el incremento de F en ese intervalo.
- El centroide de $F(\tau)$ está desplazado positivamente a lo largo de τ

con respecto al de $P[\tau]$ en el valor θ

A veces θ es muy pequeño y no sólo falla el método de la pendiente para hallar vidas medias, sino también el del centroide, en esos casos puede resultar útil la autocomparación que se realiza fácilmente en el caso de usar dos espectrómetros magnéticos. Este método consiste en detectar la radiación I en el canal 1 y la radiación II en el 2 y luego invertir de modo de detectar I en 2 y II en 1, obteniéndose así (previa normalización) una curva de coincidencias en función del retardo rebatida. La distancia entre los dos centros des será igual a 2θ .

II

Fluctuaciones

Todos los procesos que dan origen a la "puesta" en coincidencia de las señales son procesos de carácter estadístico. Analizaremos so meramente estos procesos ⁸⁾ a ¹⁴⁾.

El proceso de frenado en el centellador, la excitación de los es tados ópticos activos y el decaimiento de estos con emisión de luz son procesos estadísticos; supondremos solamente que la ley de iluminación del fotocátodo está dada por:

$$N(t) = N(0) e^{-\frac{t}{\alpha}} \quad (33)$$

donde α es la constante de desexcitación del fósforo ^{x)} y N la velo-
cidad de emisión de los fotones.

Como el rendimiento de los sistemas centellador-fotomultiplica-
dor (con buena colección de luz) es del orden de 0,05, podemos despre-
ciar en primera aproximación las fluctuaciones en N y considerar sólo
las que corresponden a la estadística del proceso fotoeléctrico, que
seguirá una ley de la misma forma exponencial. Esto ya fué considera-
do en la Sección I. Baldinger y Franzen ¹⁴⁾ demuestran que dado el ba-
jo valor del rendimiento fotoeléctrico la distribución de Poisson con-
siderada en la Sección I es una buena aproximación.

En particular la variancia en R, el número medio de fotoelectro-
nes, está dada por

$$V_R = R (1 - \mu)$$

donde μ es el rendimiento de conversión fotoeléctrica, en lugar de
R como se tendría para el caso de una distribución de Poisson.

El cálculo realizado en la Sección I para hallar el tiempo medio
de arranque del Q-ésimo fotoelectrón y su variancia debe ser modifica-
do en un tratamiento riguroso (p.e. ¹⁰⁾ ¹²⁾) pero para $\frac{Q}{R} \ll 1$ los re-
sultados coinciden con los de la Sección I.

x) En general y especialmente para los inorgánicos no es posible des-
cribir su desexcitación por una sola constante de decaimiento, con-
sideraremos sólo la componente principal ¹⁵⁾.

Hemos despreciado, también, las fluctuaciones en el tiempo de frenado de las radiaciones en el fósforo y el tiempo de colección de la luz, pero un cálculo elemental nos revela que, a menos de utilizar grandes fósforos o guías de luz, las fluctuaciones serán a lo más del orden de 10^{-10} segundos.

Las fluctuaciones debido a la duración del proceso fotoeléctrico son usualmente despreciadas ¹⁶⁾, como es de esperar del relativamente grande valor del ancho de los niveles de las sustancias fotosensibles, del orden de 1000 Å, centrados alrededor de 5000 Å.

La equivalencia entre longitud de onda y energía es

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Delta E = \frac{dE}{d\lambda} \bigg|_{\lambda_0} \Delta \lambda = -\frac{hc}{\lambda_0^2} \Delta \lambda$$

$$\therefore \tau \simeq \frac{h}{\Delta E} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda c} \simeq \frac{(0.5)^2 10^{-8}}{3 \cdot 10^{10} \cdot 0.1 \cdot 10^{-4}}$$

$$\simeq 10^{-14} \text{ seg}$$

Muy de tener en cuenta son las fluctuaciones en el arribo de los electrones de la avalancha electrónica de los fotomultiplicadores.

Morton ⁹⁾ señala los siguientes factores en la avalancha electrónica:

- a) Tiempo de emisión de los electrones secundarios.
- b) Variación del número de secundarios.
- c) Efecto de la velocidad inicial de los electrones.
- d) Diferencias en las trayectorias de los electrones.
- e) Efectos de carga espacial.

Las mediciones mejores efectuadas, ⁸⁾ ⁹⁾, señalan como límite para las fluctuaciones de a) aproximadamente 10^{-12} segundos.

Si ρ_1 es la ganancia media del primer dinodo y ρ la de los siguientes, la variancia en la ganancia del fotomultiplicador está dada por

$$V_g = \frac{1}{\rho_1} \left(\frac{\rho}{\rho-1} \right) \quad (34)$$

en (34) se ha supuesto variancia normal por etapa ⁸⁾. Si las tensiones entre cátodo y primer dinodo y entre los otros dinodos son iguales podríamos poner

$$V_g = \frac{1}{\rho-1} \quad (34')$$

Los electrones secundarios son arrancados con velocidades variables entre 0 y 3 volts aproximadamente. Para tensiones por etapa del orden de 100 volts y distancias entre etapas del orden de 3mm las fluctuaciones en el tiempo de tránsito debidas a distintas velocidades iniciales serán del orden de 10^{-10} segundos.

Las fluctuaciones en el tiempo de tránsito por distintas trayectorias electrónicas en muchos tipos de fotomultiplicadores son las principales. Morton las estima en $5 \cdot 10^{-10}$ segundos por etapa para fotomultiplicadores R.C.A., para cuya estructura dinódica se han hecho cálculos.

El frenado de los electrones debido a efectos de carga espacial puede resultar en algunos casos una nueva fuente de fluctuaciones en el tiempo de arribo de los electrones al ánodo.

En el Apéndice se dan algunos datos sobre características de centelladores y tubos fotomultiplicadores que pueden resultar ilustrativos.

III

Límites en los tiempos de resolución

Abandonaremos ahora la suposición de que el circuito es sensible al primer fotoelectrón y consideraremos dos modos de operar típicos en un sistema de coincidencias.

En primer lugar supondremos que el sistema es sensible a la avlancha del q-ésimo fotoelectrón de modo que el tiempo medio de arribo del electrón "disparador" del impulso en coincidencia será:

$$\bar{t} = \bar{t}_{\text{arranque}} + \bar{t}_{\text{tránsito}} \quad (35)$$

las fluctuaciones en la ganancia del fototubo pueden ser referidas al fotocátodo considerando su efecto como un incremento en las fluctuaciones en el tiempo de arranque de los fotoelectrones.

Si Δt es la raíz media cuadrática de las fluctuaciones en el tiempo de tránsito y de acuerdo con (6) y (34), pondremos:

$$\sigma_t^2 = Q \left(1 + \frac{1}{P_1} \frac{P}{P-1} \right) \left(\frac{\alpha}{R} \right)^2 + \Delta t^2 \quad (36)$$

De (36) resulta evidente que la mínima fluctuación se obtiene haciendo sensible el circuito al primer fotoelectrón, de modo que

$$\sigma_{t_{\min}} = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{P_1} \frac{P}{P-1} \right) \left(\frac{\alpha}{R} \right)^2 + \Delta t^2} \quad (37)$$

Definiendo la resolución mínima del sistema como el semiancho de la curva "prompt" cuando $\sigma_0 \ll \sigma_t$ (Ver Sección I y la (20)) se tiene:

$$2 \sigma_{a_{\min}} \approx 3.35 \sigma \quad (38)$$

suponiendo iguales las fluctuaciones en ambos canales y aplicable la ley gaussiana.

Con $P = P_1 = 4$, valor medio para ganancias del orden de 10^7 - 10^8 , se obtiene la siguiente tabla:

Energía	Centellador	α m μ s	Rendimiento supuesto en KEV/fotoelectrón	Δt m μ s	Q-óptimo	τ_t [m μ s]	2σ min [m μ s]
1000 KEV	NaI(Tl)	250	1	10 2 0,1	1	10 2 0,3	33 6,7 1
	Antraceno	32	2	10 2 0,1	1	10 2 0,12	33 6,7 0,4
	Stilbeno	6	3,4	10 2 0,1	1	10 2 0,1	33 6,7 0,3
100 KEV	NaI(Tl)	250	1	10 2 0,1	1	10,4 3,5 2,9	34,7 11,7 (x) 9,3 (x)
	Antraceno	32	2	10 2 0,1	1	10 2,1 0,74	33 7,1 2,4 (x)
	Stilbeno	6	3,4	10 2 0,1	1	10 2 0,26	33 6,7 0,85 (x)

(x) La curva "prompt" no es gaussiana, correspondiendo o bien al caso 1 sección I o al caso 3 de la misma sección.

La contribución de las fluctuaciones en el tiempo de arranque y en el de tránsito se hacen iguales para:

$$R \simeq \frac{\alpha}{\Delta t}$$

con los rendimientos supuestos resulta:

$$\text{NaI} \quad E \simeq \frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{250}{\Delta t}$$

$$\text{Antraceno} \quad E \simeq \frac{2\alpha}{\Delta t} \sim \frac{64}{\Delta t}$$

$$\text{Stilbeno} \quad E \simeq \frac{3.4\alpha}{\Delta t} \sim \frac{20}{\Delta t}$$

Donde Δt se expresa en μs y E en kev.

En la Sección II hemos discutido los factores que contribuyen a las fluctuaciones en el tiempo de tránsito dentro de los fotomultiplicadores, en base a la misma encontraremos una expresión para Δt que nos lo relacione a ellas.

La variancia en el tiempo de tránsito del electrón que "dispara" al circuito de coincidencia, está dada por la suma de la variancia del centro de gravedad del impulso correspondiente a un fotoelectrón, más la variancia del electrón disparador con respecto a ese centro de gravedad.

$$\text{Esta última está dada por: } \sigma_e^2 = (K-1) \beta_e^2 \quad (39)$$

si β_e^2 es la variancia por etapa y K el número de etapas.

La variancia del centro de gravedad está dada por

$$\sigma_g^2 = \sigma_c^2 + \sum_{j=1}^K \sigma_j^2 \quad (40)$$

donde σ_c^2 es la variancia entre cátodo y primer dinodo y $\sigma_j^2 = \frac{\beta_e^2}{\rho_j}$

donde ρ_j es el número medio de electrones que en la etapa entre el dinodo j y j+1 corresponden a un fotoelectrón.

Como usualmente $\rho \approx 3-4$ se puede poner

$$\sigma_g^2 = \sigma_c^2 + \frac{\beta_e^2}{\rho} \quad (41)$$

La separación hecha entre las fluctuaciones correspondientes a la primera etapa (cátodo-primer dinodo) y las otras, obedece a dos

razones: 1) Es usual operar la primer etapa con distinta tensión, 2) son comunes distintas propiedades ópticas en la primer etapa respecto de las otras.

Resumiendo:

$$\Delta t^2 \approx \sigma_c^2 + (K-1) \beta_e^2 + \frac{1}{P} \beta_e^2$$

que con K suficientemente grande resulta:

$$\Delta t^2 \simeq \sigma_c^2 + K \beta_e^2 \quad (42)$$

Como hemos dicho en la Sección II, $\beta_e \simeq 0,5 \text{ m}\mu\text{s}$ para las estructuras R.C.A., siendo por lo tanto atribuibles a σ_c las fluctuaciones encontradas en los nuevos fotomultiplicadores R.C.A. Las experiencias parecen confirmarlo ¹⁷⁾.

Un circuito tipo Bell et al. 7) 1) 2) 5) 14) es un ejemplo de circuito que opera con la avalancha correspondiente al Q-ésimo fotoelectrón (en particular el primero).

Si en vez de que el arribo de la avalancha del Q-ésimo fotoelectrón fije temporalmente al impulso en coincidencia, este tiene su origen en el tiempo medio de arribo de la avalancha correspondiente a los primeros Q fotoelectrones (centro de gravedad del impulso de salida correspondiente a estos fotoelectrones), las fluctuaciones a considerar son las de este tiempo medio.

La variancia en el tiempo medio de arranque de los Q primeros fotoelectrones ha sido prolijamente calculada por Colombo et al ¹³⁾ ob-
teniendo

$$\sigma_d^2 = \frac{1}{m^2} \left(\frac{1}{3} Q + \frac{1}{2} + \frac{1}{6Q} \right)$$

donde m está expresado por la (1), si $Q \ll R$ podemos poner aproximadamente:

$$\sigma_d^2 = \left(\frac{\alpha}{R} \right)^2 \left(\frac{1}{3} Q + \frac{1}{2} + \frac{1}{6Q} \right) \quad (43)$$

Podemos encontrar una dependencia similar si suponemos que la variancia en el centro temporal de los Q primeros fotoelectrones es el valor medio de las variancias de cada uno de ellos, con las aproximaciones hechas (6)

$$\begin{aligned} \sigma_d^2 &= \frac{1}{Q} \sum_{n=1}^Q N \left(\frac{\alpha}{R} \right)^2 \\ &= \frac{(Q+1)}{2} \left(\frac{\alpha}{R} \right)^2 \end{aligned} \quad (44)$$

Las fluctuaciones en el centro de gravedad de la avalancha correspondiente a un fotoelectrón está dada por (41), la fluctuación correspondiente al centro de gravedad del impulso correspondiente a los Q fotoelectrones será:

$$\frac{1}{Q} \left(\sigma_c^2 + \frac{\beta_e^2}{\rho} \right) \quad (45)$$

Por lo tanto, no considerando las fluctuaciones en la ganancia del fototubo, que ya vimos que no son significativas, pondremos:

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &\simeq \frac{(Q+1)}{2} \left(\frac{\alpha}{R} \right)^2 + \frac{1}{Q} \left(\sigma_c^2 + \frac{\beta_e^2}{\rho} \right) \\ &\simeq \frac{(Q+1)}{2} \left(\frac{\alpha}{R} \right)^2 + \frac{\Delta t^2}{Q} \end{aligned} \quad (46)^x$$

El Q óptimo, que minimiza (46), está dado por:

$$\begin{aligned} Q_{opt} &= \sqrt{2} \left(\frac{R}{\alpha} \right) \Delta t \\ \sigma_{t min} &= \frac{\alpha}{R} \sqrt{\sqrt{2} \frac{\Delta t}{\left(\frac{\alpha}{R} \right)} + \frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (47)$$

Para energía de la radiación de 100 Kev, con los datos de la tabla de la página 16, se tiene:

	$\Delta t [m\mu s]$	Q_{opt}	$\sigma_t [m\mu s]$	$2 \sigma_{min} [m\mu s]$
NaI	10	6	6,2	20,6
	2	1	3,5	11,7 (1)
	0,1	1	2,9	9,3 (1)
Antraceno	10	22	3	10
	2	4	1,4	4,6 (1)
	0,1	1	0,65	2,2 (1)
Stilbeno	10			
	2	14	0,83	2,7 (2)
	0,1	1	0,26	0,85 (2)

- x) Se debe observar que Δt no es el dado por (42)
- 1) Ver llamada página 16.
 - 2) Da valores mayores o comparables al total de fotoelectrones.

Se puede observar que con este modo de operar un sistema de coincidencias alguna mejora se obtiene, en particular en altas energías, permitiendo minimizar el efecto del fotomultiplicador.

De acuerdo con (42) y (46), Δt es menor en el segundo caso, si $\sigma_c \simeq \beta_e$ es un factor $\frac{1}{\sqrt{k}}$ veces menor.

Un circuito que refiere sus impulsos al tiempo medio de arribo de la avalancha es el de Cottini, Gatti y Giannelli ^{18) 19)}, cuya estadística es cuidadosamente analizada por Colombo et al. ¹³⁾.

Pese al análisis hecho parece no ser posible situarse siempre en las condiciones óptimas, en especial en el caso de un circuito como el de Cottini et al., además el análisis nos muestra que las ganancias no son radicales y que la única posibilidad real de mejorar la resolución de los circuitos reside en la posibilidad de obtener centelladores más rápidos y fotomultiplicadores con menor dispersión en el tiempo de tránsito.

La necesidad de centelladores más rápidos podría obviarse en cierta medida con circuitos como el de Johansson ²⁰⁾, que parece prometed^{or} ^{x)} para circuitos no muy rápidos.

Como criterio general se puede decir que con centelladores lentos parece conveniente operar el circuito con el primer fotoelectrón, especialmente si las fluctuaciones del fotomultiplicador no son demasiado grandes. Con centelladores rápidos parece conveniente un circuito que responda a la avalancha de los Q primeros fotoelectrones, de modo que el centro de gravedad de esa avalancha sea el origen temporal del impulso en coincidencia. La reducción en las fluctuaciones se debe aquí al factor $\frac{1}{Q}$ y al menor Δt (fluctuación en el arribo del centro de gravedad de la avalancha de un fotoelectrón y no al de arribo de un electrón de esa avalancha). (37) (42) y (46).

x) En este circuito se introduce un retardo variable para compensarla diferencia de retardos entre los impulsos. El retardo es agregado por el propio impulso.

IV

El circuito de Bell y el de Cottini et al.

1.- En la figura 4 se tiene el diagrama de un circuito tipo Bell ¹⁾⁷⁾ con los valores que hemos adoptado.

La resistencia de carga del fotomultiplicador es tal que la constante de tiempo es integradora cuando se utiliza cristales rápidos; ese no es nuestro caso, pues usamos cristales de NaI. La 6AK5 es cortada con unos pocos volts; mediante una tensión alta aplicada al fotomultiplicador (del orden de 2000 volts) se logra que la tensión de corte sea una fracción del impulso total, es decir se hace a los primeros fotoelectrones responsables del corte de la válvula. Una línea cortocircuitada conforma en duración a los impulsos del ánodo ya limitados en amplitud. Dos impulsos que arriben simultáneamente provenientes de las válvulas limitadoras se sumarán en P y ajustando la polarización del diodo D se rechaza a los impulsos no coincidentes dejándose pasar a aquellos coincidentes que sobrepasan el nivel de polarización. El impulso que pasa al diodo D es ya coincidente, por lo tanto el resto del equipo puede ser lento, digamos 2 ó 3 Mc/s de banda pasante.

Las fluctuaciones en el tiempo de arribo de las señales, así como el tiempo de establecimiento de las mismas, las fluctuaciones en amplitud, etc., dan origen a una distribución en amplitud de los impulsos coincidentes, de modo que la variación del nivel de discriminación del diodo D u otro discriminador colocado más adelante, permite variar el tiempo de resolución del circuito; en efecto subiendo el nivel de discriminación se dejan pasar únicamente a los impulsos "más superpuestos", es decir aquellos separados por un intervalo de tiempo menor.

El tiempo de resolución máximo está fijado por la duración de los impulsos, determinada por el largo de la línea de conformación y por el tiempo de establecimiento de los impulsos.

La resistencia de carga de los pentodos limitadores debe ser igual a la impedancia característica de las líneas de retardo para evitar reflexiones. En el punto P la señal proveniente de alguna de las placas se divide reflejándose una fracción hacia la misma placa donde es absorbida por la resistencia de carga. La señal reflejada en la línea cortocircuitada se encuentra bien terminada en P.

En la figura 6 se dan unos histogramas que permiten comprender el funcionamiento del circuito.

2.- Un circuito que opera con el tiempo medio de arribo de la avalancha electrónica como origen de tiempo es el descrito por C. Cottini y E. Gatti ¹⁸⁾ ¹⁹⁾ y cuya estadística es analizada por Colombo, Gatti, y Pignanelli ¹³⁾.

En la figura 7 se muestra un esquema en bloques; la salida de los detectores excita balísticamente a circuitos resonantes amortiguados, con frecuencias resonantes ligeramente diferentes, en un modulador se obtiene una frecuencia igual a la diferencia y cuya fase inicial está linealmente relacionada con el intervalo entre los dos impulsos excitantes, en efecto, en primera aproximación los dos circuitos resonantes darán salidas sinusoidales:

$$E \sin \omega t \quad \text{y} \quad E' \sin \omega' t$$

si consideramos el término cuadrático en la respuesta del modulador tendremos:

$$a (E \sin \omega t + E' \sin \omega' t)^2$$

obteniéndose:

$$aE^2 \sin^2 \omega t + aE'^2 \sin^2 \omega' t + 2aEE' \sin \omega t \sin \omega' t$$

los dos primeros términos darán origen a una componente continua y dos de frecuencias dobles de las resonantes, el término cruzado se puede poner como:

$$aEE' \left[\sin (\omega t + \omega' t) + \sin (\omega t - \omega' t) \right]$$

poniendo $t - t' = \Delta t$ y $\omega - \omega' = \Delta \omega$ es

$$aEE' \left[\sin \left[(\omega + \omega')t + \omega' \Delta t \right] + \sin (\Delta \omega t - \omega' \Delta t) \right].$$

mediante filtros separamos sólo

$aEE' \sin (\Delta \omega t - \omega' \Delta t)$ donde $\omega' \Delta t$ es la fase inicial de la baja frecuencia. La medida de esa fase equivale a medir la separación entre las dos señales. Esto se realiza así: la salida de un equipo de coincidencia de 2.10^{-8} seg. arranca a un conversor de tiempos en voltaje, cuando la señal de baja frecuencia pasa por cero un "trigger" lo para, la salida del conversor es analizada en un selector de 100 canales, el que indica con que separación se han originado las señales.

El conversor de baja frecuencia (modulador) multiplica el tiempo a medir en el factor $\frac{\omega}{\Delta\omega}$, posibilitando el uso del conversor de tiempo en amplitudes.

Las frecuencias resonantes utilizadas por Cotti et al. son 20 M Hz y 20,2 M Hz, por lo tanto el factor de multiplicación es de 100. El circuito de coincidencia de 210^{-8} seg impide que el equipo dé una salida cuando arriban dos señales separadas en más de medio período ($2.5 \cdot 10^{-8}$ seg).

La salida de los fotomultiplicadores tiene una constante de tiempo del orden $2 - 3 \cdot 10^{-7}$ seg, que podemos considerar integradora, por lo menos para cristales y fotomultiplicadores rápidos, por lo tanto la señal que excita a los circuitos resonantes es:

$$E(t) = B \int_0^t i(\lambda) d\lambda$$

Si la respuesta a un escalón unitario del circuito resonante es $\cos \omega t$ (hemos despreciado la amortiguación), la respuesta a la salida del fotomultiplicador será

$$R(t) = \int_0^t E'(\lambda) \cos \omega (t - \lambda) d\lambda$$

siendo la duración del impulso de corriente pequeño frente al período, es decir

$$i(\lambda) = 0 \quad \lambda > \tau \ll T$$

se tiene

$$\begin{aligned} R(t) &= B \int_0^t i(\lambda) \cos \omega (t - \lambda) d\lambda \\ &= B \int_0^t i(\lambda) [\cos \omega t \cos \omega \lambda + \sin \omega t \sin \omega \lambda] d\lambda \\ &= B \cos \omega t \int_0^t i(\lambda) \cos \omega \lambda d\lambda + B \sin \omega t \int_0^t i(\lambda) \sin \omega \lambda d\lambda \\ &\approx B \int_0^t i(\lambda) d\lambda [\cos \omega t \cos \omega \bar{\lambda} + \sin \omega t \sin \omega \bar{\lambda}] \\ &\approx C \cos \omega (t - \bar{\lambda}) \end{aligned}$$

donde $\bar{\lambda}$ es el centro de gravedad del impulso de corriente (o de la parte de éste necesaria para excitar al circuito resonante).

Según Cottini et al ¹⁹⁾ este circuito presenta los siguientes in convenientes:

Un tiempo relativamente grande para analizar el intervalo entre dos impulsos, teóricamente $1,25 \mu s$ para dos pulsos coincidentes y realmente $10 \mu s$ en este instrumento.

Un único impulso de altura suficiente bloquea al instrumento durante $10 \mu s$, creando un tiempo muerto, el defecto está en el circuito de 10^{-8} seg.

Hay errores debido al arribo de un pulso en un canal durante el intervalo en que comienza la coincidencia lenta y termina con el cruce por cero de la señal del modulador (0 a $2,5 \mu s$).

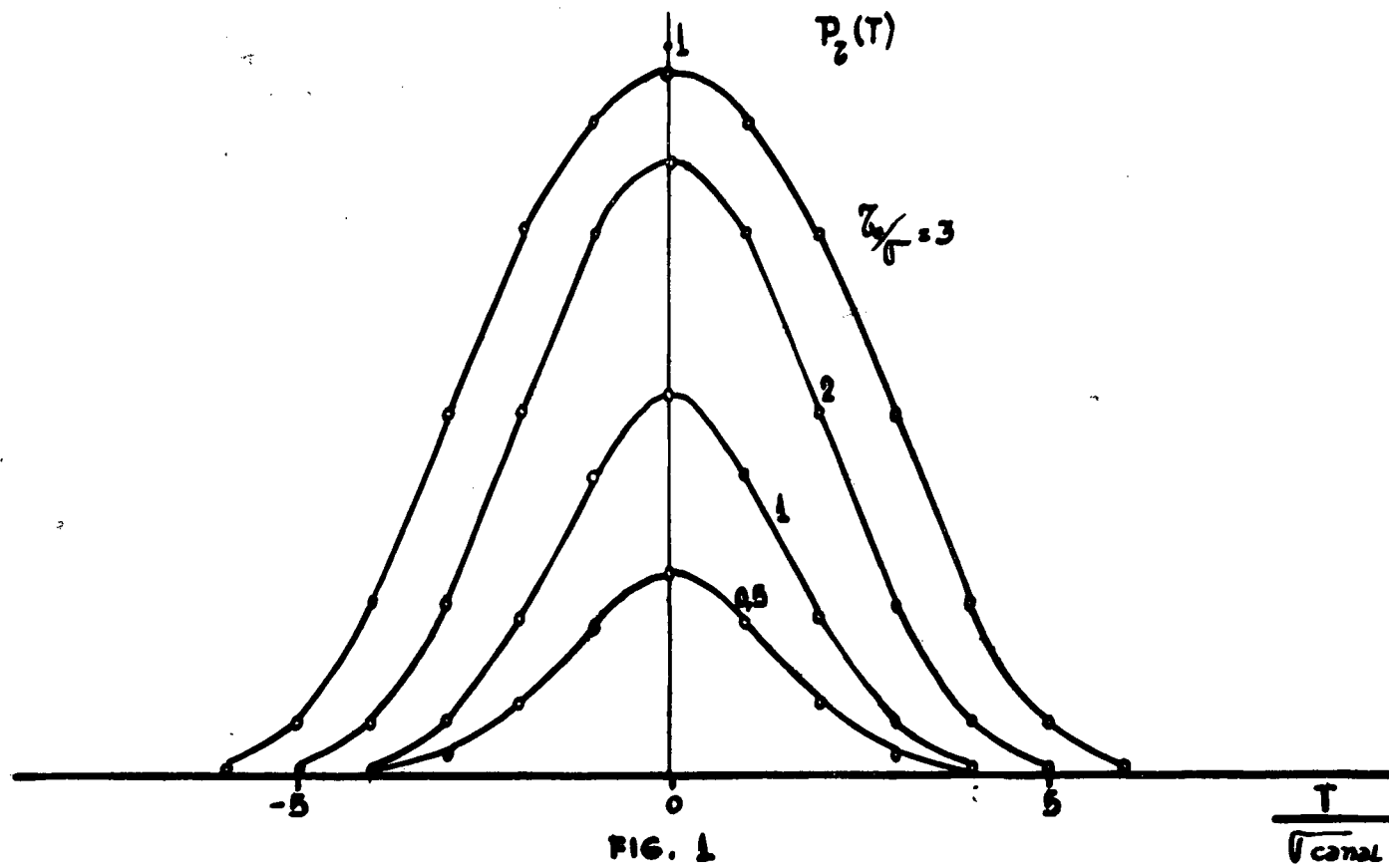
También ocurren errores cuando hay una coincidencia lenta justo después de la excitación de un circuito resonante por un pequeño impulso incapaz de dar un tiempo de inhibición de $10 \mu s$.

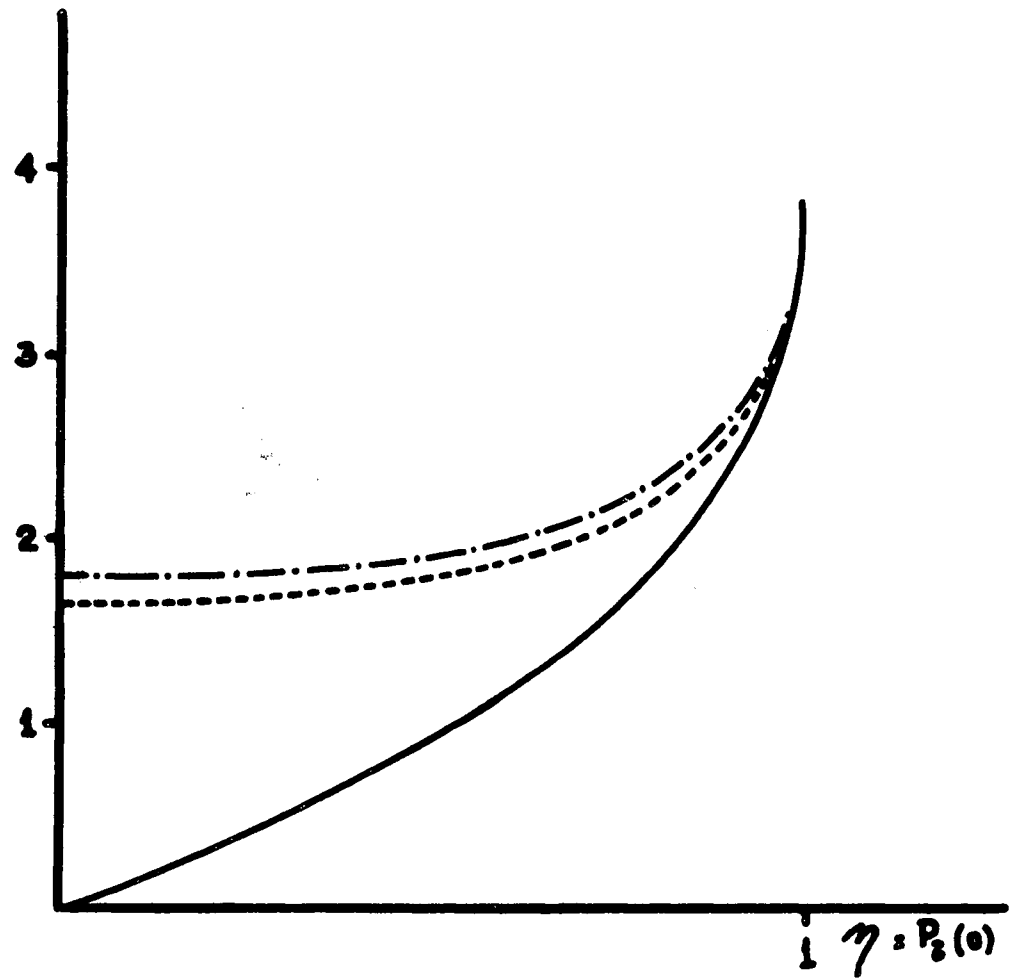
Otra fuente de error es el corrimiento en fase causado por los pulsos siguientes a uno en coincidencia ("after pulse").

Pese a estos errores los autores han conseguido una resolución de alrededor de $5 \cdot 10^{-11}$ seg. con impulsos artificiales de 0,1 V. de amplitud mínima y algunos $m \mu s$ de ancho y una resolución de 10^{-9} con un centellador plástico. Los fotomultiplicadores utilizados son R.C.A 6342.

— o —

Agradezco la colaboración de mis compañeros de laboratorio, así como la de los integrantes del Departamento de Electrónica que posibilita ron y dieron sentido a este trabajo.





$\text{—————} \quad \frac{\bar{z}_s}{\sigma} = \frac{\text{Semi ancho medio}}{\text{Fluctuación estadística por canal}}$
 $\text{-----} \quad \frac{\bar{z}_h}{\sigma} = \frac{\text{Semi ancho a mitad de altura}}{\sigma}$
 $\text{---.---.---} \quad \frac{\bar{z}_e}{\sigma} = \frac{\text{Tiempo de resolución electrónico}}{\sigma}$

FIG. 2

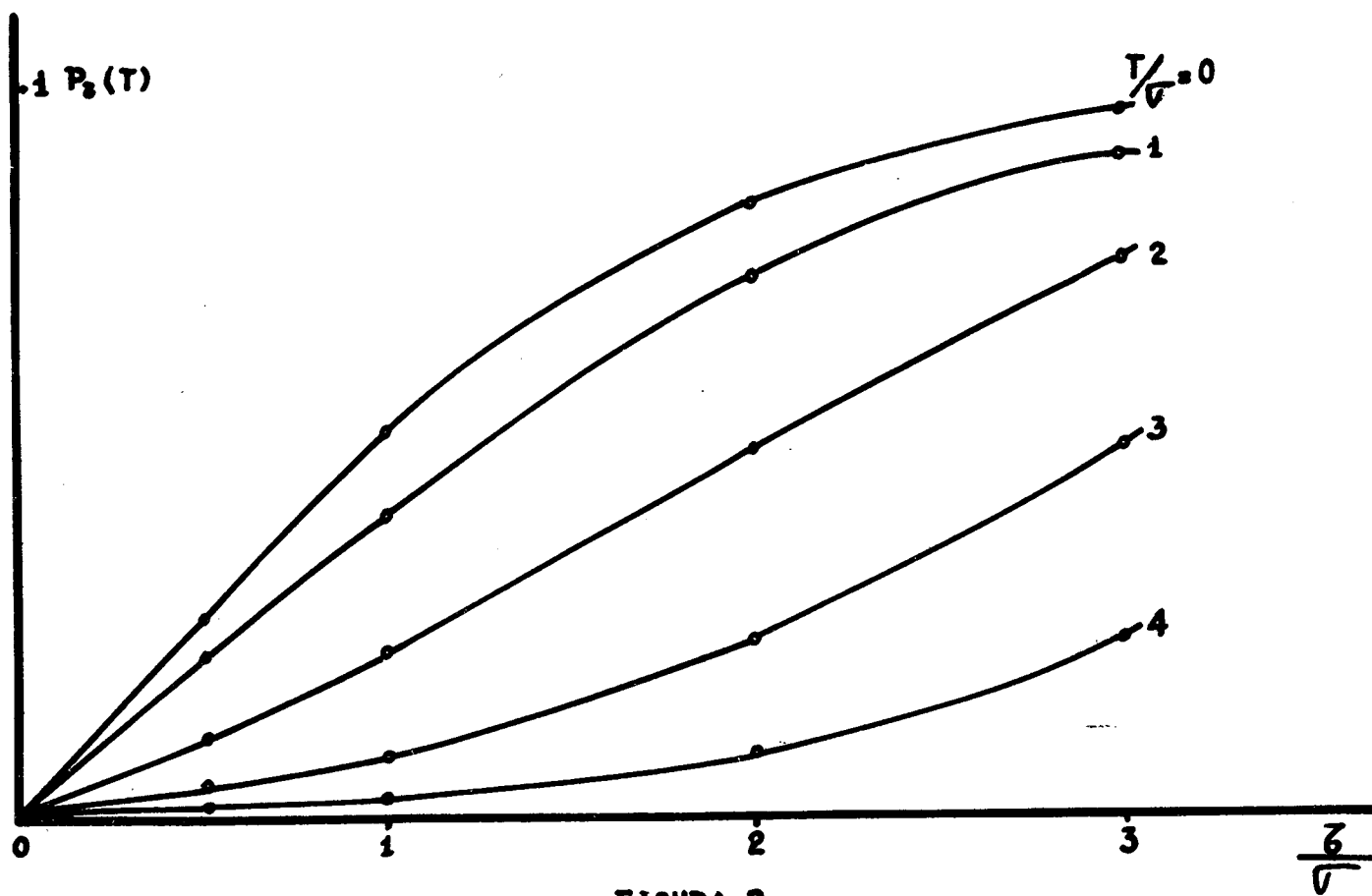
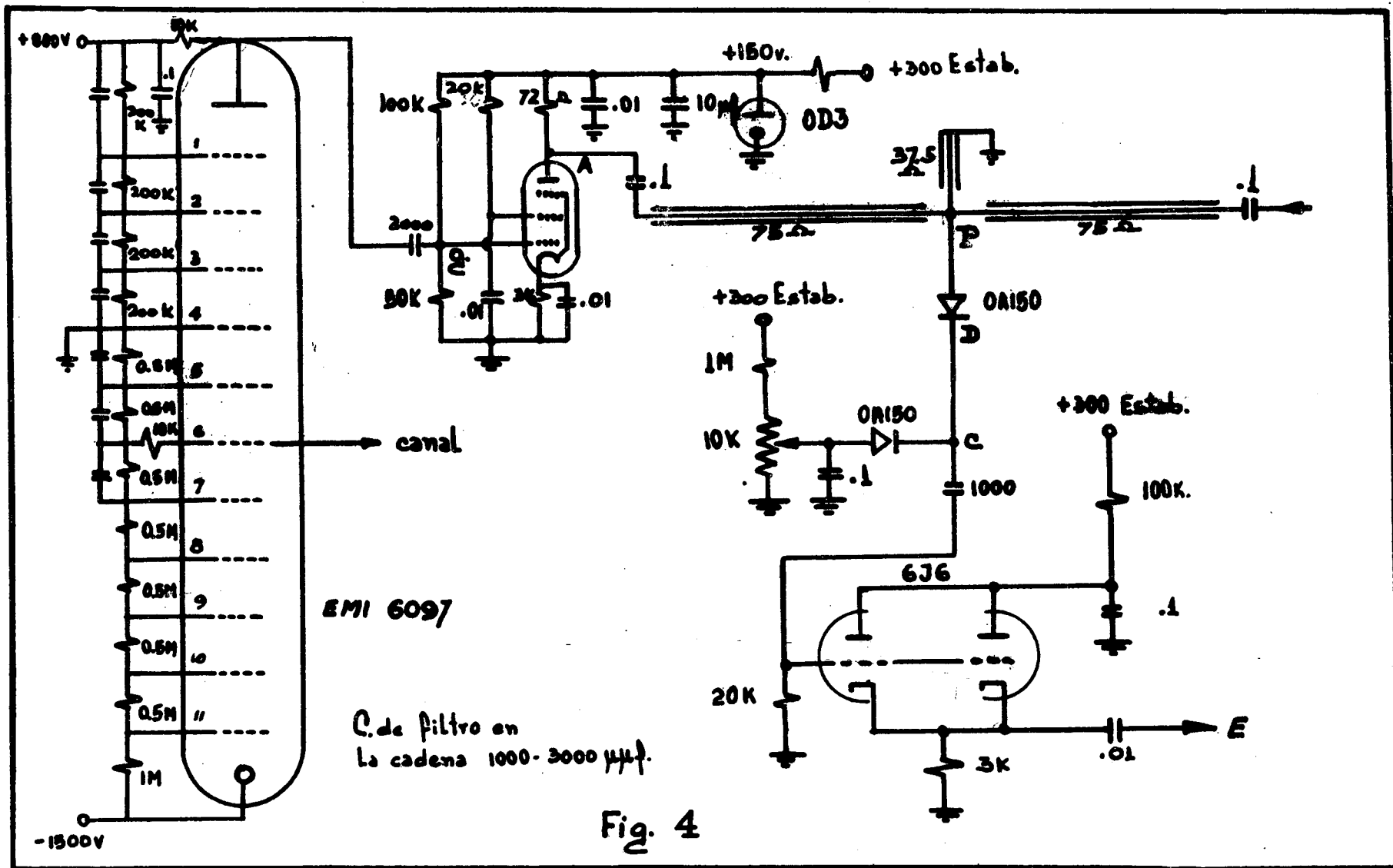
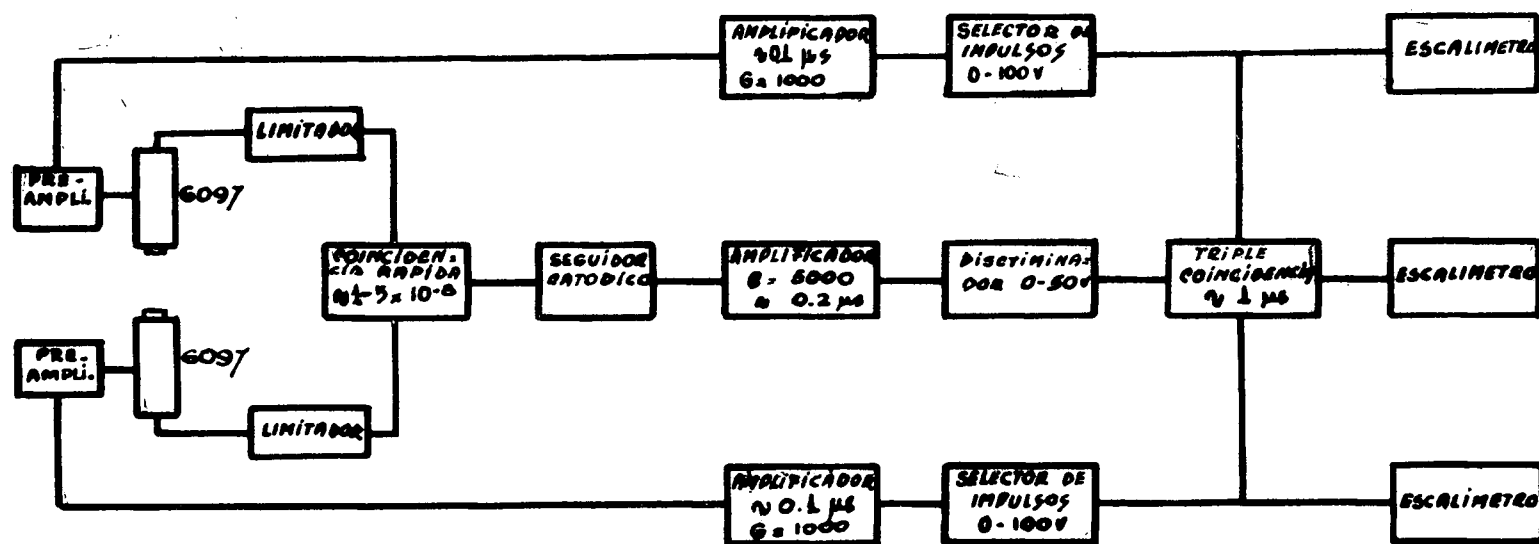


FIGURA 3





ESPECTROMETROS EN COINCIDENCIAS UTILIZADO EN
EL CIRCUITO DE LA FIGURA 4.

FIGURA 5

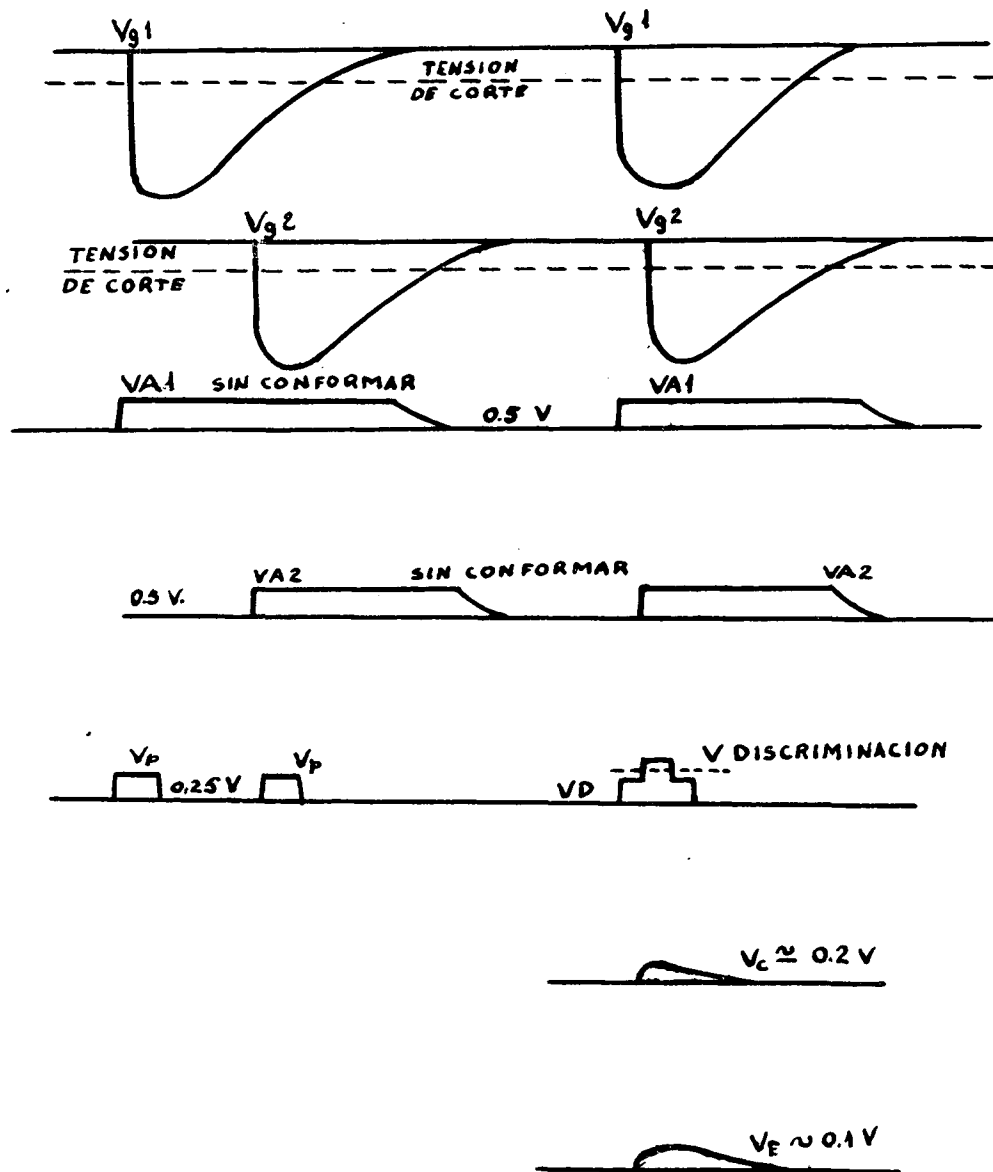


FIGURA 6

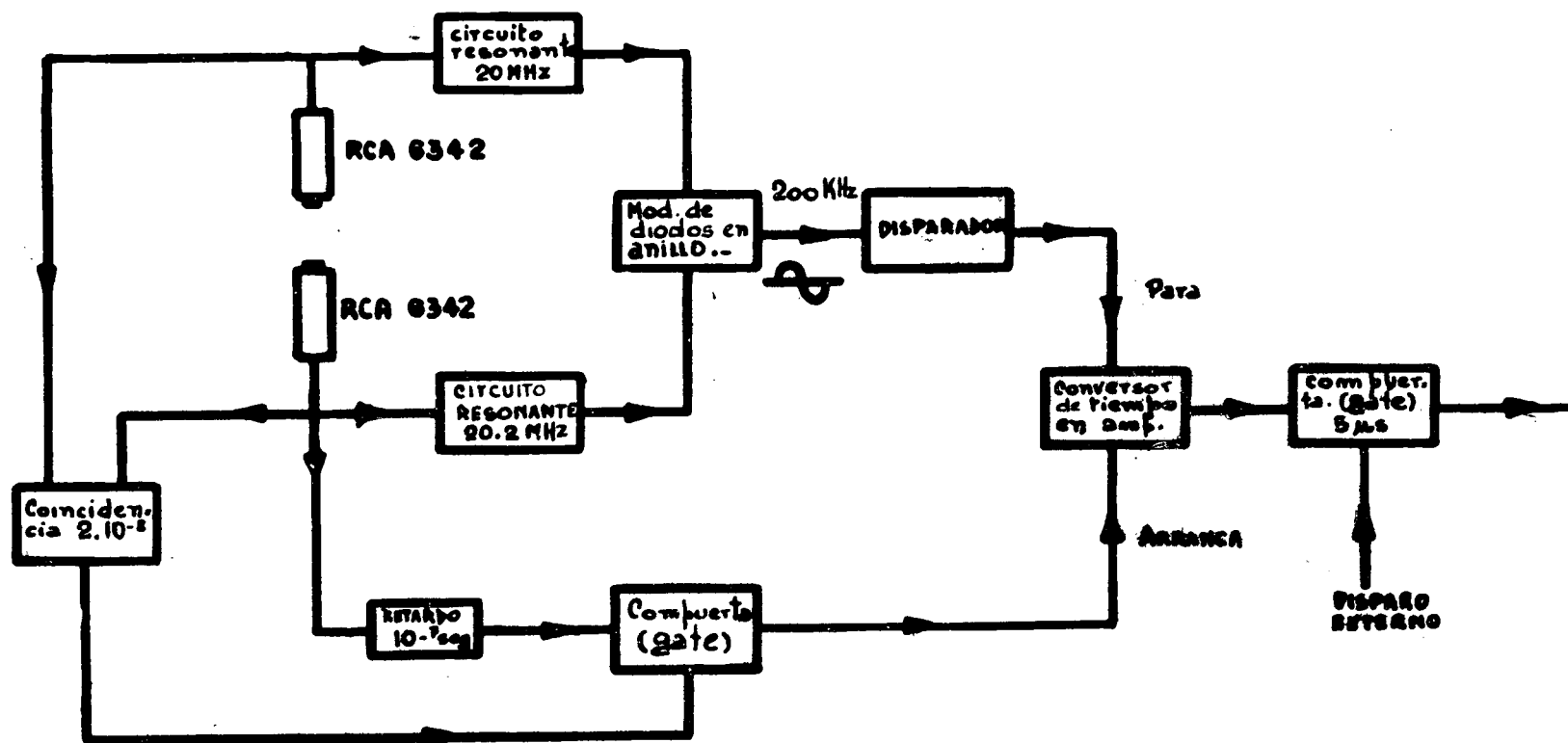
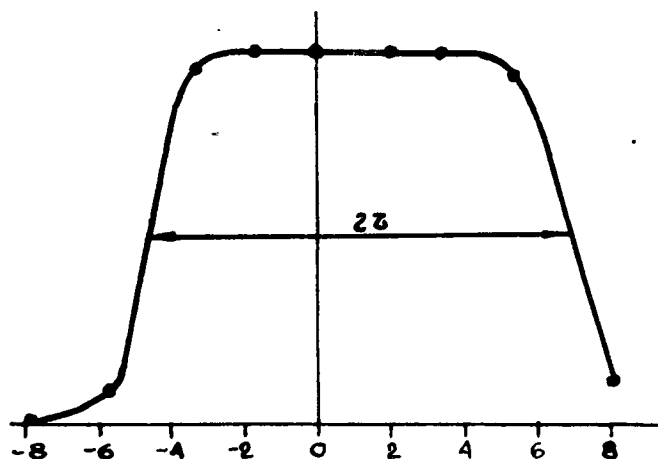
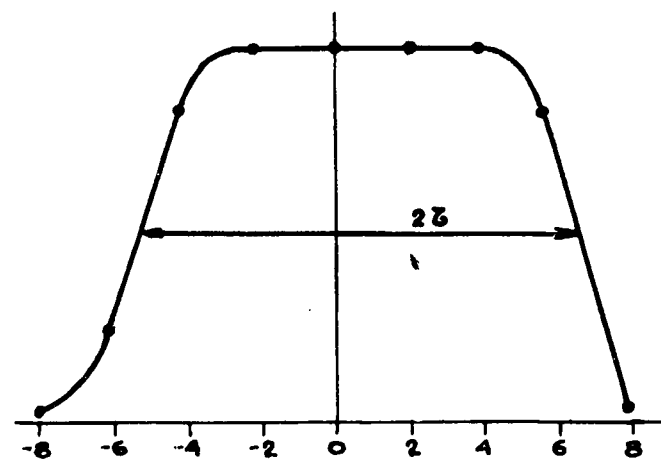


FIGURA 7



(e^- 981, γ 500-640 Kev)

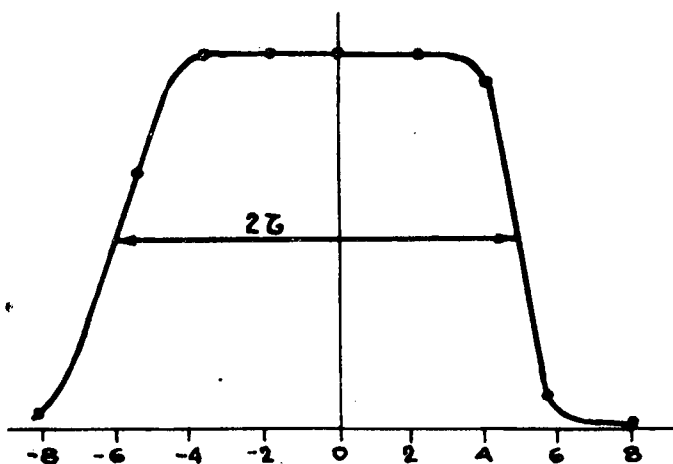
$$2\sigma \approx 4.10^{-8}$$



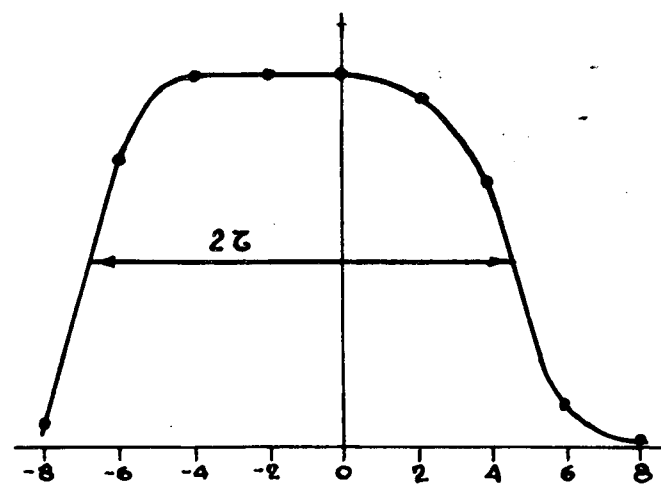
(e^- 981, γ 350-400 Kev)

$$2\sigma \approx 4.10^{-8}$$

ADOPTAMOS 3.5m μ s DE RETARDO POR METRO DE CABLE

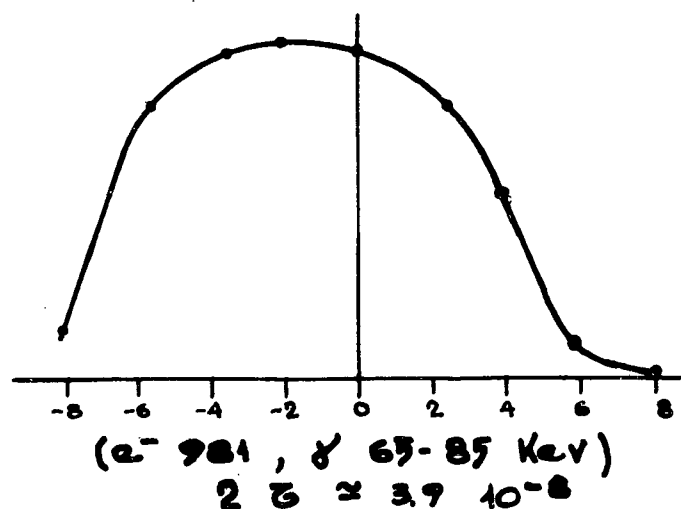


$2\sigma \approx 4.10^{-8}$
(e^- 981, γ 150-170 Kev)



$2\sigma \approx 4.10^{-8}$
(e^- 981, γ 85-100 Kev)

FIGURA 8



DEFORMACION DE UNA CURVA "PROMPT" EN FUNCION DE LA ENERGIA. COINCIDENCIA EN EL CIR-
 CUITO DE LAS FIGURAS 5 Y 4 DE LOS ELECTRONES DE CONVERSION DEL RAYO DE 1064 KEV
 DEL Bi^{207} CON DISTINTAS ENERGIAS GAMA. LOS ELECTRONES SE DETECTARON CON UN
 CRISTAL DE ANTRACENO DE 5 mm DE ESPESOR POR 25 mm DE DIAMETRO, Y LOS GAMA
 CON UN CRISTAL DE $\text{NaI}(\text{TI})$ DE 38 mm DE ESPESOR POR 25 mm DE DIAMETRO.

FIGURA 8

A P E N D I C E

Tablas con constantes de centelladores y fotomultiplicadores.

1) Tiempos de decaimiento de centelladores¹⁵⁾

Componentes principales:

NaI (Tl)	α en [$m\mu s$]
	250
Antraceno	32
	14 (80° K)
Stilbeno	6
	4 (40° k)

Componentes lentas:

	α μs	% Salida de luz	α μs	% Salida de luz	α μs	% Salida de luz
NaI (Tl)	1 - . 13	1,5	200	8	-	-
Antraceno	0,12	15	3	3,5	110	4,5
Stilbeno	0,25	6	4	5,5	80	5
Plásticos	0,13	6	2,5	4	40	0,7

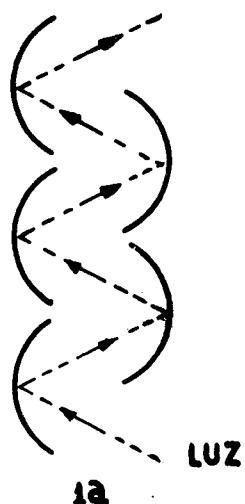
En las soluciones no hay componentes lentas.

Según ²³⁾ :

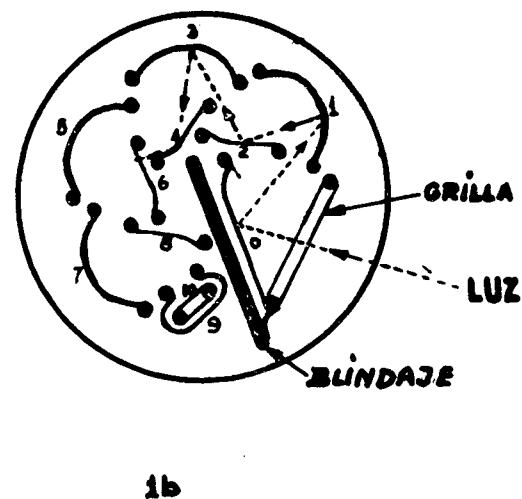
	α $m\mu s$		Altura de picos relativa	
	con alfa	con beta	con alfa	con beta
Antraceno	$24,2 \pm 2,7$	$21,5 \pm 2,8$	10	100
Stilbeno	$4,2 \pm 1,7$	$4,7 \pm 2,3$	7	70
Plástico	$3,5 \pm 2,0$	$3,5 \pm 2,3$	5,2	70

En esta escala la altura relativa en el Ioduro de Sodio con Betas, medida por otros autores, es de 200.-

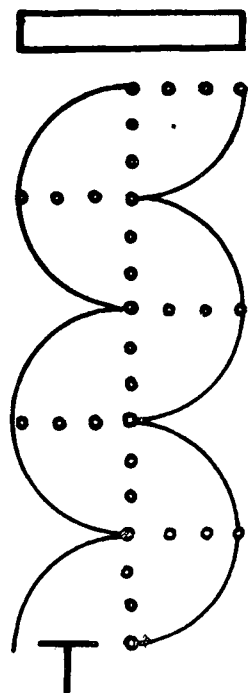
**FOTOMULTIPLICADORES
DATOS OBTENIDOS DE [8] Y [15]
ESTRUCTURAS ENFOCADAS**



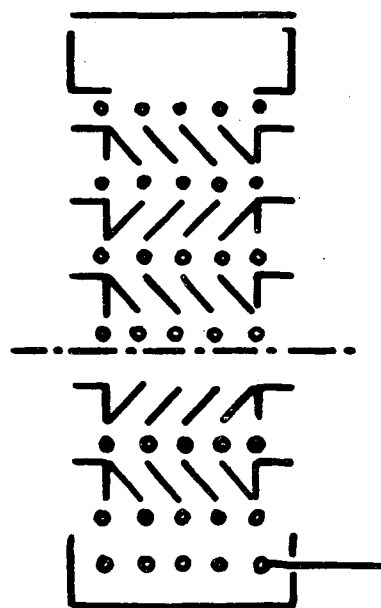
0 - FOTOCATODO
10 - ANODO
1-9 - DINODOS



TIPO DE DINODO BASICO	VOLTAJE INTERMEDIO	TIEMPO DE TRANSITO MEDIO POR ETAPA--	NUMERO DE ETAPAS	FLUCTUACION EN EL TIEMPO DE TRANSITO	VOLTAJE COLECTOR	CORRIENTE PARA 10% ALINEA- LIDAD	CORRIENTE SATURACION
1a	200 Volts	3 m μ s	16	10 m μ s	200 Volts	75 mA	200 mA
1b	200 "	2 "	10	3,7 "	200 "	160 "	500 "
2a	180 "	5 "	11	12 "	180 "	10 "	100 "
2b	105 "	—	10	10 "	105 "	6 "	20 "



2b



2a

TIPOS DE ESTRUCTURAS
NO ENFOCADAS

TIPOS USUALES DE FOTOMULTIPLICADORES

	Dinodos	Material	Etapas	Voltaje interetapa	Ganancia media	Fotocátodo	Tamaño en cm del fotocátodo
R.C.A. 931 A	1b	Sb Cs O	9	90	$2 \cdot 10^5$	Sb Cs O opaco	0,5 x 2
R.C.A. 5819	1b	"	10	90	$6 \cdot 10^5$	Sb Cs O Semitransp.	Ø 5 cm. liger. curvo
Du Mont 6292	2b	Ag Mg.	10	105	$5 \cdot 10^5$	Sb Cs Semitransp.	Ø 5 cm. plano
E.M.I. 6260 6097	2a	Sb Cs O	11	180	$3 \cdot 10^7$	Sb Cs O Semitransp.	Ø 5 cm. plano
E.M.I. 6262 ^x	2a	"	14	180	$5 \cdot 10^8$	Sb Cs O Semitransp.	Ø 5 cm. plano
E.M.I. 6099	2a	"	11	180	$2 \cdot 10^7$	Sb Cs O Semitransp.	Ø 12 cm. plano

^x No se fabrica más.

De 8)

	Δt en $m\mu s$	Corriente para aprox. 3% de alinealidad
RCA-Mazda tipo 931 A	exp < 1	10 mA
RCA 4646	< 5	200 mA
EMI	Algunos estiman en 30, otros 10 para altos vol- tajes.	Diseño viejo 0,1 mA. En los últimos con el último dinodo cha- to y el ánodo en forma de grilla entre los últimos dinodos: 2 mA.
Du Mont	Esperable ~ 10	20 mA.

En 17) se da como medida de la dispersión en el tiempo de tránsito de los electrones debido a incidencia de la luz en distintos puntos del fotocátodo, a la diferencia entre los tiempos de tránsito para incidencia a $3/4$ y $3/8$ de pulgada del centro del fotocátodo con respecto al tiempo de tránsito para incidencia en el centro.

	$T_{3/8}-T_0$ [$m\mu s$]	$T_{3/4}-T_0$ [$m\mu s$]
R.C.A. 5819 - 1	0,4	3,4
- 2	0,6	2,9
6342 - 1	0,6	3,8
- 2	0,8	3,3
6199 - 1	1,8	4,8 (Aprox. a $5/8$
- 2	1,0	~ 2 y no $3/4$)
6810 - 1	1,2	7,3
- 2 x	1,7	4,7
Du Mont 6292 - 1	1	8
- 2	1	8

x Valor obtenido por Q. Kerns.

B I B L I O G R A F I A

- 1) SIEGBAHN, E., Beta and gamma Ray Spectroscopy
(1955). Cap. VII, by A. C. G.,
Mitchell, Cap. XVIII, by R.E. Bell.
- 2) LEWIS and WELLS Millimicrosecond Pulse Techniques
Pergamon Press (1954).
- 3) MALLMANN, C.A. Método de las coincidencias su a-
plicación al estudio de esquemas
de desintegración Beta. Pub. de la
C.N.E.A. -Serie Física 1, n° 1
(1953).
- 4) SIEGBAHN, K. A β -spectro-goniometer for coinci-
dence and angular correlation
measurements. Arkiv för Fysik, Band
4, N° 10, 223, (1952).
- 5) DE WAARD, H. Scintillation coincidence studies
of the decay of Hf¹⁸¹ and Os¹⁹³
and the isomerism in odd proton
nuclei (Tesis) - Universidad de
Gröningen (1954).
- 6) DICK, Louis Courbes de résolution des systèmes
de coincidence utilisant des détec-
teurs a scintillation. Tesis Uni-
versidad de París-Ginebra (1956).
- 7) BELL, R.E., GRAHAM, R.L.,
and PETCH, H.E. Design and use of coincidence cir-
cuit of short resolving time. Ca-
nadian Journal of Physics 30, 35
(1952).
- 8) BREITENBERGER Scintillation spectrometer stat-
istics - Progress in Nuclear
Physics vol. 4 (1955).
- 9) MORTON, G.A. The scintillation counter - Advances
in Electronics IV (1952).
- 10) POST, R.E. Nucleonics 10, N° 3, 39 (1952).
- 11) MORTON, G.A. Nucleonics 10, N° 3, 39 (1952).
- 12) MINTON, G.H. Techniques in High Resolution
Coincidence Counting-Journal of
Research of the National Bureau of
Standards. 157, N° 3, 119, (1956).

- 13) COLOMBO, E., GATTI and PIGNANELLI
Accuracy limits in the measurement of time intervals defined by scintillation counter pulses - *Nuovo Cimento* Vol. V, 1739, (1957).
- 14) BALDINGER, E., FRANZEN, W.
Amplitud and time measurement in nuclear physics - *Advances in Electronics and Electron Physics* VIII, (1956).
- 15) SHARPE, J.
Nuclear Radiation detectors - *Methuen's* (1955).
- 16) MILLMANN and SEELY
Electronics. Mc Graw-Hill Co. (1951).
- 17) SMITH
Nucleonics, 14, N° 4, 55, (1956).
- 18) COTTINI, C., GATTI, E. and GIANNELLI, G.
Nuovo Cimento 4, 156, (1956).
- 19) COTTINI, C. and GATTI, E.
Millimicrosecond Time Analyzer - *Nuovo Cimento* 4, 1550, (1956).
- 20) JOHANSON, B,
Coincidence arrangement with high time resolution, used together with a 100-channel pulse-height analyzer. *Nuclear Instruments*, 1, 274, (1957).
- 21) BELL, R.E.
Fast Electronics - Annual Review of Nuclear Science (1954).
- 22) BAY, Z.
Millimicrosecond Coincidence circuits, *Nucleonics*, 14, N° 4, 56, (1956).
- 23) KALLMANN, H. and BRUCKER, G.J. *Phys. Rev.* 108, 1122, (1957).