

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION

SEPTIMO CURSO PANAMERICANO DE METALURGIA

Dentro del Programa Multinacional de Metalurgia
(Programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico - OEA)

FRICCION INTERNA

Dr. J. de Fouquet
(Universidad de Poitiers, Francia)

Departamento de Metalurgia
Buenos Aires - Argentina
1971

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION

SEPTIMO CURSO PANAMERICANO DE METALURGIA

Dentro del Programa Multinacional de Metalurgia
(Programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico - OEA)

FRICCION INTERNA

Dr. J. de Fouquet
(Universidad de Poitiers, Francia)

Departamento de Metalurgia
Buenos Aires - Argentina
1971

FRICCION INTERNA

I. DEFINICION. DIFERENTES MANIFESTACIONES

La manifestación más simple de la fricción interna de los sólidos, es la atenuación de las vibraciones libres de un cuerpo, cualesquiera sean las precauciones tomadas para evitar las disipaciones de energía parásitas: pérdidas de energía en las fijaciones, frotamiento viscoso del aire.

Esta atenuación supone un diferente comportamiento respecto a la elasticidad perfecta, pues implica una disipación de energía en el interior mismo del material, y por lo tanto un desfase entre la tensión y la deformación en un punto, y de allí el término equivalente "anelasticidad".

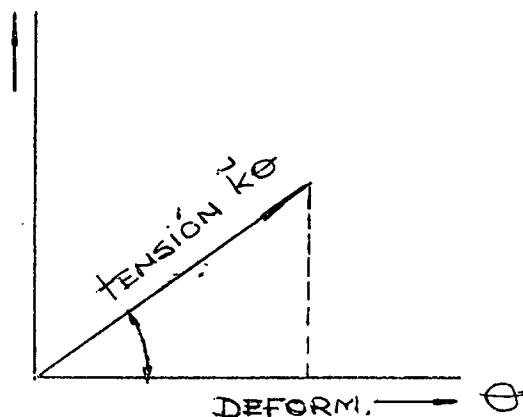
La ecuación de movimiento de un elemento de volumen en el cual la distribución de tensiones y deformaciones es uniforme, podemos escribir en ausencia de fuerzas exteriores

$$I \frac{d^2\Theta}{dt^2} = -\tilde{k}\Theta \quad (I-1)$$

en lo que I designa al término de inercia, Θ el apartamiento respecto a la posición de reposo y $\tilde{k}\Theta$ la fuerza de restauración, debida al material mismo que es proporcional a Θ .—

$$\tilde{k} = k_0(1 + i\varphi)$$

El desfase entre tensión y deformación conduce a considerar $\tilde{k}$ de la forma :



$$\tilde{k} = k_0(1 + i\varphi)$$

Figura I-1

y por lo tanto la solución real a I-1

$$\Theta = \Theta_0 e^{-\frac{\delta t}{\tau}} \cos \omega_0 t$$

donde

$$\omega_0 = \left[\frac{k_0}{I} \cdot \frac{1}{1 - \delta^2/4\pi^2} \right] \approx \sqrt{\frac{k_0}{I}} \quad \text{si } \delta \ll 1$$

y

$$\varphi = \frac{\delta/\pi}{(1 - \delta^2/4\pi^2)} \approx \delta/\pi$$

El decremento logarítmico

$$\boxed{\delta = \frac{1}{n} \log \frac{\theta_0}{\theta_n}}$$

(I. 2)

Caracteriza al desfase :

el período $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

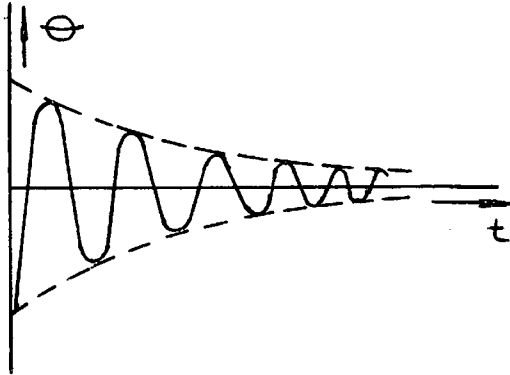


Figura I. 2

La energía perdida por ciclo es :

$$\Delta W \approx \frac{k_0 \theta_0^2}{2} (1 - e^{-2\delta})$$

y la fracción de energía perdida por ciclo será :

$$\boxed{\frac{\Delta W}{W} \approx 2\delta}$$

(I. 3)

Inversamente, si se desea mantener la amplitud de vibración constante de un cuerpo cuya capacidad de amortiguamiento sea $P = \Delta W/W$, se deberá entregar por ciclo una cantidad de energía

Otra manifestación de la fricción interna es la existencia de una amplitud finita de vibración en la resonancia, y de un espectro de ancho finito: amplitud-frecuencia.

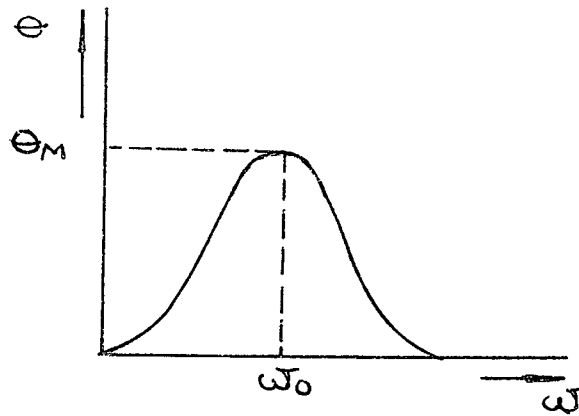


Figura I. 3

Si se aplica una fuerza exterior $F = F_0 \sin \omega t$, la ecuación de movimiento resulta :

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = - \tilde{k} \theta + F_0 \sin \omega t \quad (I.4)$$

cuya solución en régimen permanente es :

$$\theta = \theta(\omega) \sin \omega t$$

con la notación compleja

$$\theta(\omega) = \frac{F_0 / I}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i \omega_0^2 \phi}$$

donde $\omega_0^2 = \frac{k_0}{I}$ y por lo tanto

$$\theta(\omega) = \frac{F_0 / I}{[(\omega_0^2 - \omega^2) + \omega_0^4 \phi^2]^{1/2}} \quad (I.5)$$

la amplitud a la resonancia

$$\theta_M = \frac{F_0}{I \omega_0^2 \phi}$$

y el ancho en frecuencia del espectro, para

$$\frac{\theta}{\theta_M} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{es igual a } \Delta \nu \quad \text{tal que } \frac{\Delta \nu}{\nu_0} \equiv \Phi$$

Se nota generalmente :

$$\frac{\Delta \nu}{\nu_0} = Q^{-1}$$

Una tercera manifestación de la fricción interna es la atenuación de ondas ultrasónicas

en el curso de su propagación.

Si en primera aproximación, la expresión de la onda está dada por :

$$\mu(x,t) = A \exp(-\alpha x) \cos(\omega t - kx)$$

siendo $\mu(x,t)$ el desplazamiento del punto x al tiempo t , la fricción interna será :

$$Q^{-1} = \frac{k\alpha}{k^2 - \alpha^2}$$

y para α suficientemente débil :

$$Q^{-1} \approx \alpha \frac{c}{2\pi\nu}$$

donde c es la velocidad de propagación y ν la frecuencia.

Finalmente, notemos las expresiones equivalentes :

$$Q^{-1} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W}{W} = \frac{\delta}{\pi} = \frac{\Delta \nu}{\nu_0} = \frac{\Theta_M}{F_0 / I \omega_0^2} = \frac{\alpha c}{2\pi\nu} \quad (I.6)$$

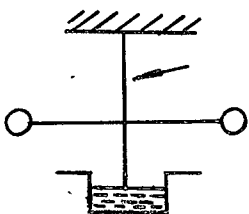
Nota : Las relaciones precedentes se han establecido partiendo de suponer una distribución homogénea de tensiones y deformaciones. Se supone también que el desfase δ es independiente de la amplitud de deformación. Veremos más adelante que en ciertos casos esas hipótesis deben ser revisadas.

II. APARATOS DE MEDICION DE FRICCION INTERNA

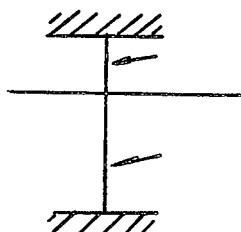
El principio de los aparatos es esencialmente función de la gama de frecuencias utilizadas, y eventualmente de las amplitudes.

BAJAS FRECUENCIAS ($\nu = 0.1$ a 10 Hz)

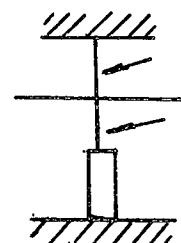
La mayor parte de los aparatos utilizados son péndulos de torsión, simples (Fig. II-1), invertidos (Fig. II-2) y compuestos (Fig. II-3), que permiten la medida sobre probetas de rigidez elevada.



II. 1



II. 2



II. 3

Veamos el caso (2): el amortiguamiento de la probeta (e) está dado por la relación :

$$\delta_{\ell} = k \delta_{f_{te}} - (k-1) \delta_f$$

donde

$$k = \frac{1}{1 - \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^2}$$

siendo T_0 el período medido con el hilo (f) solo, el amortiguamiento el período medido para el conjunto hilo-probeta, de amortiguamiento global $\delta_{f_{te}}$

De la misma manera, se obtiene para el caso (3).

$$\delta_{\ell} = k \delta_{f_{te}} - (k-1) \delta_f$$

con

$$k = \frac{1}{(T_0/T_2)^2 - 1} + \frac{1}{1 - (T_1/T_2)^2}$$

son respectivamente los períodos obtenidos con el hilo superior, el conjunto hilo superior e inferior y el conjunto hilos-probeta.

Se han concebido numerosos dispositivos para medir, ya el decremento logarítmico en oscilaciones libres, ya la energía entregada por ciclo para mantener la oscilación a amplitud constante: registro gráfico, detección por células fotoeléctricas, medida de la ganancia de un amplificador.

Las medidas a temperatura variable necesitan una equilibración permanente del volante de manera de compensar las dilataciones. (Figura II.4).

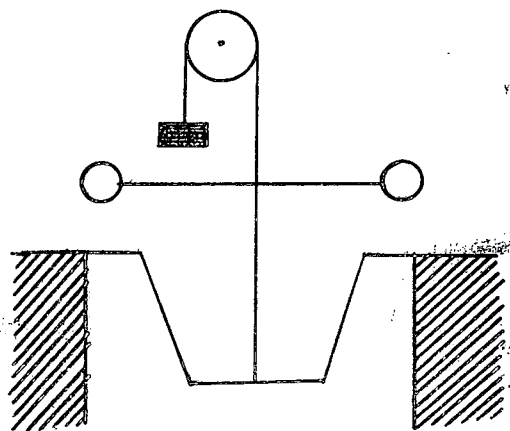


Figura II. 4

Es extremadamente útil poder variar la frecuencia. Generalmente no es necesaria una variación continua, por lo que el procedimiento más simple es la superposición de volantes de inercia. (Figura II. 5).

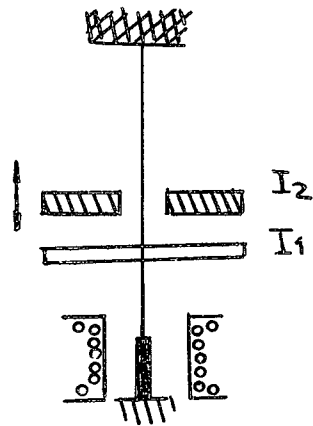


Figura II. 5

Las medidas sobre materiales ferromagnéticos exigen generalmente una bobina magnética que permite obtener a lo largo de la probeta un campo de inducción uniforme, de aproximadamente 200-300 Oersted.

Medidas en flexión : Se pueden obtener frecuencias del orden de 1 a 10 Hz, en flexión, con probetas relativamente rígidas, ($L=50\text{mm}$, $l \approx 10\text{mm}$, $e \approx 1$ a 2 mm), por medio de un dispositivo esquematizado en la Figura II. 6.

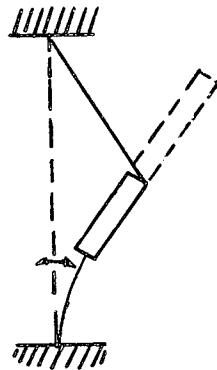


Figura II. 6

Frecuencias medias : ($\omega = 10$ a 1000 Hz)

En este dominio de frecuencia, el modo más utilizado es la flexión: flexión encastada o sobre apoyos :

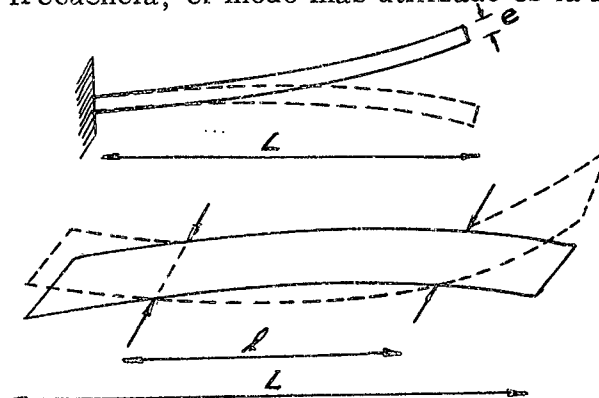


Figura II. 7

Para la flexión encastrada

$$\gamma = k \frac{e}{4\pi\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\sigma^2)}}$$

donde $k = 3.51$ (fundamental); 22,03; 61.68 ;

σ coeficiente de Poisson:

ρ masa específica

E módulo de Young

Para la flexión sobre apoyos (en los nodos) vale la misma fórmula, con

$$k = 22.37 ; 61,67 ; 120.8 ; 200$$

$$\frac{l}{L} = 0.552 ; 0.738 ; \dots$$

La flexión encastrada conduce a efectos de encastramiento, muchas veces importantes, lo que limita su empleo a la medida de valores de fricción interna elevados ($> 10^{-4}$); más aún, si la frecuencia sobrepasa algunos Hertz se hace necesario trabajar en vacío.

Para el montaje sobre apoyos, a temperatura variable, es necesario compensar las dilataciones térmicas para conservar constante la relación λ/L de la Figura 7.

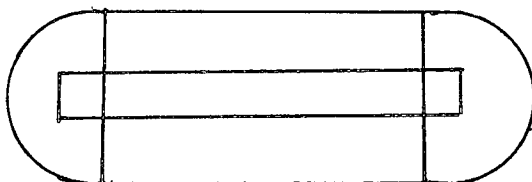


Figura II.8

El método de detección más clásico es el método capacitivo (Figura II.8).

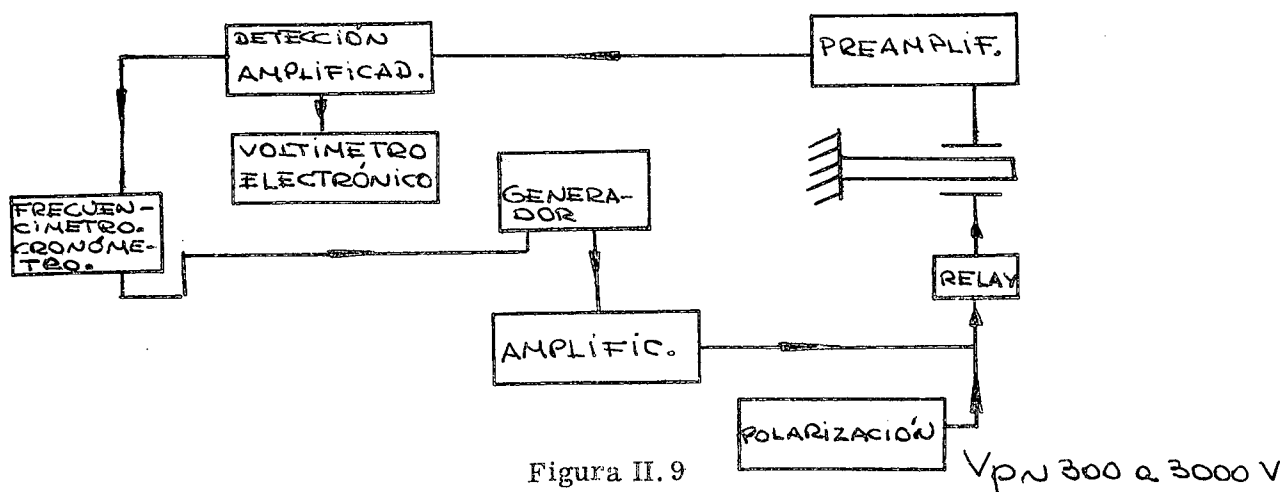


Figura II.9

La flexión encastrada tiene la ventaja de permitir, a potencia igual, amplitudes de vibración más elevadas.

Altas frecuencias :

El método más general es la vibración longitudinal de barras fijas en su punto medio. (Figura II.10)

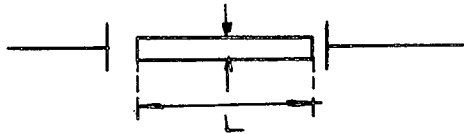


Figura II.10

La frecuencia de vibración de barras de sección circular plena (de radio \$r\$) está dada por la relación de Rayleigh

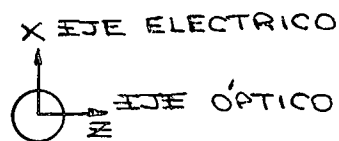
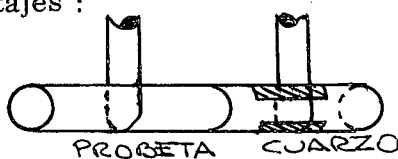
$$\nu = \frac{2n+1}{2L} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho \left(1 + \frac{\pi^2 G^2 h^2 (2n+1)}{4L^2} \right)}}$$

con \$n=0, 1, \dots\$

de donde

$$\nu = \frac{2n+1}{2L} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Otros montajes :



o



o Montaje Bordoni



Consiste en un disco soportado por 3 agujas situadas sobre un plano nodal (vibración tangencial =) o disco encastrado (vibración radial :)

III. DIFERENTES TIPOS DE EFECTOS DE FRICCIÓN INTERNA

Podemos clasificar los efectos de fricción interna en dos grandes categorías: de una parte los efectos de relajamiento que dependen principalmente de la frecuencia (y eventualmente de la temperatura) y son poco sensibles a la amplitud de la vibración.

Por otra parte, los efectos de histéresis que dependen fuertemente de la amplitud, pero que también son generalmente sensibles a la frecuencia y a la temperatura.

Efectos de relajación. Modelo del sólido lineal standard de Zener

Se han propuesto diferentes modelos para rendir cuenta del comportamiento anelástico de los materiales. Entre ellos, podemos citar al modelo de Maxwell (Figura III. 1) y al modelo de Kelvin-Voigt (Figura III. 2).

Figura III. 1

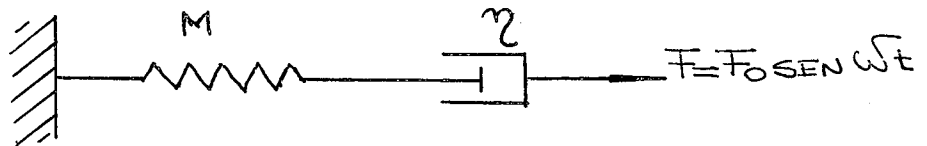
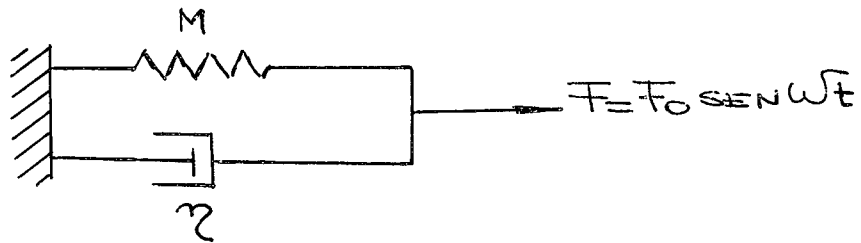


Figura III. 2



si M designa la rigidez del resorte
 η el coeficiente de viscosidad del amortiguador
 $\tau = \eta/M$ tiempo de relajamiento

La fricción interna resulta

para el sólido de Maxwell $Q^{-1} = 1/\omega\tau$

para el sólido de Kelvin-Voigt $Q^{-1} = \omega\tau$

El modelo más simple que conduce a la existencia de un "pico" de fricción interna en función de la frecuencia es el modelo de Zener (Figura III. 3.)

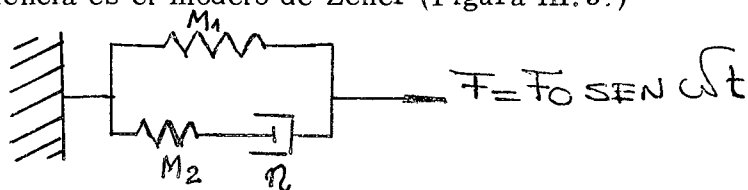


Figura III. 3

La expresión de comportamiento puede escribirse

$$F + \zeta_E \frac{dF}{dt} = M_R \left[\Delta l + \zeta_E \frac{d\Delta l}{dt} \right]$$

donde

M_R = módulo relajado $\equiv M_1$

ζ_E = tiempo de relajamiento a E fijo = $\frac{\eta}{M_2}$

ζ_σ = tiempo de relajamiento a σ fijo = $\eta \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right)$

Se ve que ζ_σ es siempre mayor que ζ_E se tiene también que el módulo instantáneo vale

$$M_I = M_R \cdot \frac{\zeta_\sigma}{\zeta_E}$$

y que :

$$\frac{\Delta \zeta}{\zeta} = \frac{\zeta_\sigma - \zeta_E}{(\zeta_\sigma \zeta_E)^{1/2}} \equiv \frac{\Delta M}{M} = \frac{M_I - M_R}{(M_I M_R)^{1/2}}$$

Si $F = F_0 \sin \omega t$, la fricción interna vale

$$Q^{-1} \equiv \frac{\Delta \zeta}{2 \zeta} \frac{2 \omega \zeta}{1 + \omega^2 \zeta^2}$$

y el módulo :

$$M(\omega) = M_R \left(\frac{1 + \omega^2 \zeta_\sigma^2}{1 + \omega^2 \zeta_E^2} \right)^{1/2}$$

Frecuentemente se hace referencia al módulo complejo $\bar{M}(\omega)$, tal que :

$$M(\omega) = M_R \frac{1 + i \omega \zeta_\sigma}{1 + i \omega \zeta_E} = M_\varphi (1 + i \tan \varphi)$$

con

$$M_\varphi (\text{módulo en fase}) = M_R \frac{1 + \omega^2 \zeta_\sigma \zeta_E}{1 + \omega^2 \zeta_E^2} = M_R \frac{1 + \omega^2 \zeta_\sigma^2}{1 + \omega^2 \zeta_E^2}$$

En término de las constantes elásticas, recíprocas de los módulos elásticos (por ejemplo $J_I = \frac{1}{M_I}$ y $J_R = \frac{1}{M_R}$)

se tiene

$$\bar{J}(\omega) = J'(\omega) - i J''(\omega) = \frac{\Delta l}{F}$$

con :

$$\begin{cases} J'(\omega) = J_I + \frac{\Delta J}{1 + \omega^2 \zeta_\sigma^2} \\ J''(\omega) = \Delta J \cdot \frac{\omega \zeta_\sigma}{1 + \omega^2 \zeta_\sigma^2} \end{cases} \begin{matrix} \text{ECUACIONES} \\ \text{DE} \\ \text{DEBYE} \end{matrix}$$

* Asimilamos acá

$$\tan \varphi = \frac{\omega \Delta \zeta}{1 + \omega^2 \zeta^2} \text{ a } Q^{-1} = \sin \varphi = \frac{1}{2Q} \frac{\Delta \omega}{\omega}$$

.11.

$$Q^{-1} \cong \operatorname{tg} \varphi = \frac{J''}{J'} = \frac{\Delta}{(1+\Delta)^{1/2}} \cdot \frac{\omega \tau}{1+\omega^2 \tau^2} \quad \text{III-1}$$

$$\text{si} \quad \Delta = \frac{\Delta J}{J_I} \equiv \frac{\Delta M}{M_R} \quad \text{III-2} \quad (\Delta = \frac{\tau \sigma}{\tau \epsilon} - 1)$$

$$\text{y} \quad \tau = \tau_0 (1+\Delta)^{-1/2} \quad \text{III-3}$$

Designamos por Δ a la intensidad de relajamiento tal que si Δ es suficientemente débil, $\Delta \neq \frac{\Delta \tau}{\tau}$ la variación de Q^{-1} en función de $(\log \omega \tau)$ corresponde a un pico de Debye:

$$Q_{\text{MAX}}^{-1} (\omega \tau = 1) = \frac{\Delta \tau}{2 \tau} = \frac{\Delta}{2(1+\Delta)^{1/2}}$$

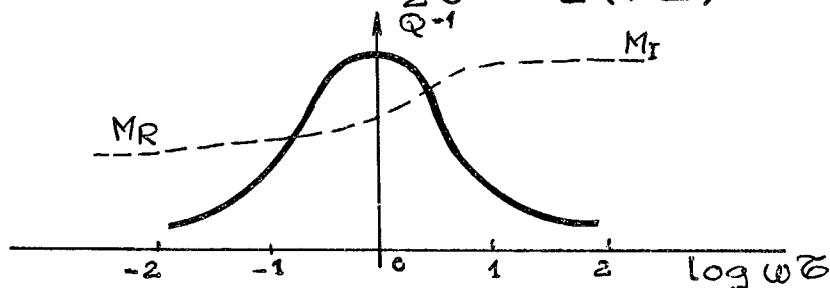


Figura III. 4

Podemos definir el ancho medio, a través de la expresión:

$$S \log_{10} (\omega \tau) = 1144 \quad \text{Ec. III-4}$$

El área comprendida entre $Q^{-1}(\log \omega \tau)$ y el eje de abscisas es:

$$S = \pi \cdot Q^{-1}(\text{MAX}) \quad \text{Ec. III-5}$$

Numerosos efectos de fricción interna corresponden a tiempos de relajamiento

$$\tau \cong \tau_0 \exp. (H/RT)$$

donde H = entalpía de activación

R = constante de los gases = calorías/mol

T = temperatura absoluta

La condición $\omega \tau = 1$ corresponde entonces a:

$$\log \omega \tau_0 + \frac{H}{RT_M} = 0$$

donde T_M es la temperatura a la cual se tiene el valor máximo del pico Q^{-1} a ω fijo. Las variaciones de $1/T_M$ correspondientes a los máximos de fricción interna, en función de $\log_{10} \omega$ definirá una recta de pendiente $\frac{H}{2.3 \times R}$ que permite también evaluar τ_0^{-1} .

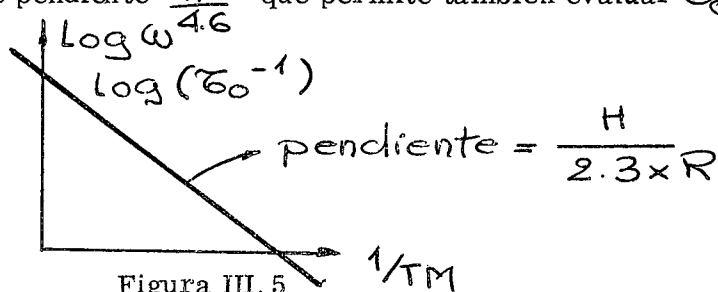


Figura III. 5

Se conoce generalmente a $\omega\tau_0^{-1}$ como "factor de frecuencia". La condición $\omega\tau_0^{-1}=1$ permite escribir, a ω fijo, en función de $1/T$:

$$Q^{-1} \approx Q_{\text{MAX}}^{-1} \cdot \frac{2 \exp. \left[\frac{H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_M} \right) \right]}{1 + \exp. \left[\frac{2H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_M} \right) \right]}$$

o sea

$$Q^{-1} \approx Q_{\text{MAX}}^{-1} \cdot \text{sech} \left[\frac{H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_M} \right) \right]$$

Ec. III-6

El ancho medio corresponde por lo tanto a un intervalo de temperatura

$$\Delta T^{-1} = \frac{2.635 \times R}{H} \approx \frac{5.27}{H}$$

o en otras palabras, cuanto más elevada es la entalpía de activación más estrecho es el pico de fricción interna y más débil será su desplazamiento en temperatura en función de la frecuencia.

Nota: Remarquemos: 1) que la variación de módulo en función de la temperatura trae apareada una variación débil de ω , durante el trazado del pico, que se traduce por una pequeña diferencia sobre ΔT^{-1} a valor mitad con respecto al valor teórico. 2) Para los valores de $\omega\tau \ll 1$ se ve que $Q^{-1} \sim Q_{\text{MAX}}^{-1} \cdot \omega\tau$ o sea que el sólido se comporta como un sólido de Kelvin.

Si $\omega\tau \gg 1$ (o sea, para ω fijo, para $T \ll T_M$) se tiene $Q^{-1} \sim \frac{Q_{\text{MAX}}^{-1}}{\omega\tau}$ y el sólido resulta equivalente a un sólido de Maxwell.

Distribución de tiempos e intensidades de relajamiento

Se encuentra frecuentemente, que los picos de fricción interna obtenidos en función de la frecuencia, o de la temperatura a frecuencia sensiblemente constante, son bastante más anchos que un pico de Debye, o revelan la presencia de picos sucesivos (Figura III.6).

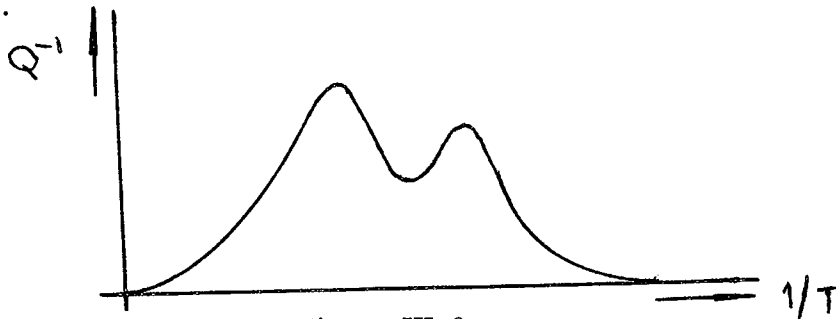


Figura III.6

Este tipo de comportamiento puede analizarse como una superposición de sólidos de Zener en serie, de tiempos de relajamiento distintos (Figura III.7).

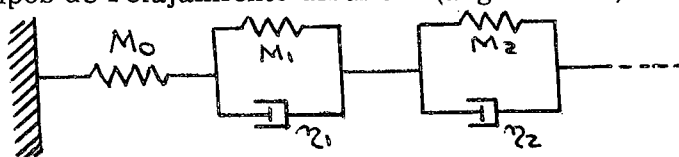


Figura III.7

Si $J_0, J_1, J_2, \dots$ son las constantes elásticas respectivas ($J_i = 1/M_i$) y $\tau_i = \eta_i/M_i$ el tiempo de relajamiento (τ_0) del sólido de prefijo i , la constante elástica en fase, será:

$$J_1(\omega) = J_0 + \sum_i \frac{J_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}$$

y la constante elástica en cuadratura

$$J_2(\omega) = \sum_i J_i \frac{\omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}$$

La fricción interna global será:

$$Q^{-1} = \frac{\sum_i J_i \frac{\omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}}{J_0 + \sum_i \frac{J_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}}$$

sea $\Delta_i = \frac{J_i}{J_0}$

$$Q^{-1} = \frac{\sum_i \Delta_i \frac{\omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}}{1 + \sum_i \frac{\Delta_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}}$$

a) Espectros discretos

Cada sólido Voigt-Kelvin, acoplado con Mo considerado solo, da

$$Q_i^{-1} = \frac{\Delta_i \frac{\omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}}{1 + \frac{\Delta_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}}$$

de modo que en rigor, Q^{-1} es inferior a $\sum_i Q_i^{-1}$ podemos en efecto escribir:

$$Q^{-1} = \sum_i \left[Q_i^{-1} \times \frac{1 + \frac{\Delta_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}}{1 + \sum_i \frac{\Delta_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}} \right]$$

o sea

$$Q^{-1} = \sum_i \left[Q_i^{-1} \times \frac{J_1(\omega)}{J_1(\omega)} \right]$$

Toda vez que los términos $\Delta_i / (1 + \omega^2 \tau_i^2)$ sean generalmente muy inferiores a 1, se tiene en la mayoría de los casos que $Q^{-1} \approx \sum_i Q_i^{-1}$

El análisis de un espectro en el que i es del orden de 2 ó 3 puede hacerse por aproximaciones sucesivas.

b) Distribuciones continuas

Se supone que la intensidad de relajamiento de los efectos en que el tiempo de relajamiento está comprendido entre τ y $\tau + d\tau$ está dado por una función $\psi(\log \tau)$ independiente de ω tal que:

$$J_1(\omega) = J_0 + \delta J \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\psi(\log \tau)}{1 + \omega^2 \tau^2} d(\log \tau)$$

$$J_2(\omega) = \delta J \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\log \tau) \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} d(\log \tau)$$

con

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\log \tau) d(\log \tau) = 1 \quad \text{y} \quad Q^{-1} = \frac{J_2(\omega)}{J_1(\omega)}$$

Distribución rectangular (Bordoni)

Hemos visto que para un sólido de Zener con tiempo único de relajamiento,

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{2} \operatorname{sech}(\log \omega \bar{\tau})$$

Si despreciamos las variaciones de $J_1(\omega)$ respecto a J_0 podemos escribir en el caso de un espectro rectangular (Figura III. 8).

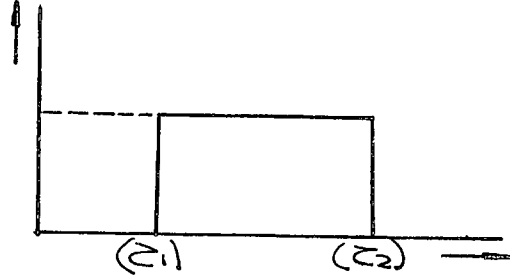


Figura III. 8

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{2 \log(\frac{\tau_2}{\tau_1})} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \operatorname{sech}(\log \omega \bar{\tau}) d(\log \tau) \quad \text{con } \bar{\tau} = \sqrt{\tau_1 \tau_2}$$

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{\log(\frac{\tau_2}{\tau_1})} \cdot \operatorname{arctg} \left[\operatorname{sech}(\log \omega \bar{\tau}) \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \log \frac{\tau_2}{\tau_1}\right) \right]$$

El área del espectro normalizado es:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{Q^{-1}(\omega)}{\Delta/2} d\omega = \pi \frac{\log \tau_2 / \tau_1}{2 \operatorname{arctg} \left[\sinh\left(\frac{1}{2} \log(\tau_2 / \tau_1)\right) \right]} = S'$$

Comparando el área real S a la curva de la figura 8, se deduce el ancho del espectro τ_2 / τ_1 .

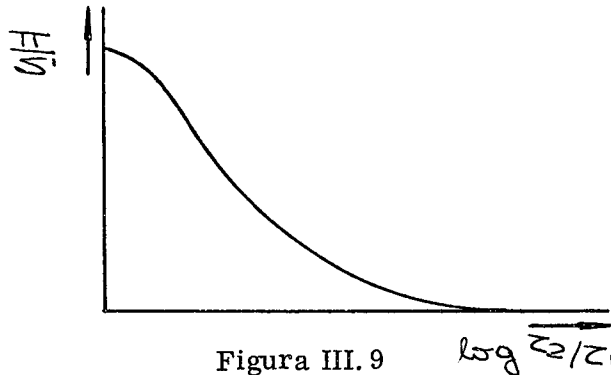


Figura III. 9

Son posibles dos casos :

i) Se tiene una distribución sólo en las entalpías de activación (H).

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{2} \cdot \frac{RT}{\Delta H} \cdot \operatorname{Arctg} \left[\operatorname{sech} \log \omega \bar{\tau} \sinh \frac{\Delta H}{RT} \right]$$

ii) se tiene una distribución sólo en los factores de frecuencia (τ_0^{-1})

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{\log \frac{\tau_2}{\tau_1}} \times \operatorname{Arc tg} \left[\operatorname{sech} \frac{\bar{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_H} \right) \sinh(\log \frac{\tau_2}{\tau_1}) \right]$$

La energía de activación media está determinada por el desplazamiento en

temperatura máxima del pico cuando se varía la frecuencia.

Se puede notar por otra parte que todos espectros normalizados deben situarse sobre una misma curva, si se toma como abscisa a

$$\frac{H}{R} \left(\frac{1}{T_M(\omega)} - \frac{1}{T} \right)$$

Espectro Gaussiano (Nowick y Berry)

Nowick y Berry han analizado recientemente el caso en que la función corresponde a una distribución de Gauss:

$$\psi(z) = \frac{1}{\beta \sqrt{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{\beta^2}\right)$$

con

$$z = \log \frac{\tau}{\tau_M}$$

es el tiempo de relajamiento de la contribución más intensa.

Si $x = \log(\omega \tau_M)$ y $u = \frac{z}{\beta}$ se tiene para las constantes elásticas

$$J_1(\omega) = J_0 + \frac{\delta J}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-u^2) du}{1 + \exp[2(x + \beta u)]}; \quad J_2(\omega) = \frac{\delta J}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-u^2) \operatorname{sech}(x + \beta u) du$$

El valor $\beta = 0$ corresponde a un sólido de Zener. Nowick y Berry han calculado numéricamente las funciones

$$f_1(x, \beta) = \frac{J_1(\omega) - J_0}{\delta J} \quad \text{y} \quad f_2(x, \beta) = \frac{J_2(\omega)}{\delta J}$$

Sabiendo que para un sólido de Zener la altura del pico

$$Q_{MAX}^{-1} = \frac{\Delta}{2(1 + \Delta)^{1/2}} = \frac{\delta J / J_0}{2(1 + \frac{\delta J}{J_0})^{1/2}}$$

la relación de intensidades máximas a igual δJ es:

$$\frac{(Q_{MAX}^{-1})_{\beta \neq 0}}{(Q_{MAX}^{-1})_{\beta = 0}} = \frac{[J_2(\omega) / J_1(\omega)]_{x=0; \beta \neq 0}}{(\delta J / 2J_0 + \delta J)^{1/2}} \neq 2 f_2(0, \beta)$$

De la misma manera el ancho a altura media del espectro de fricción interna para $\beta \neq 0$ referido al ancho de un pico de Debye, de igual δT está dado por:

$$\kappa_2(\beta) = \frac{\Delta'(x, \beta)}{\Delta'(x, 0)}$$

donde $\Delta'(x, 0)$ es igual a 2.635.

Las variaciones de: $\kappa_2(\beta)$, $\kappa_2(\beta)$ y del producto de estas 2 expresiones en función de β se representan en la figura III.10

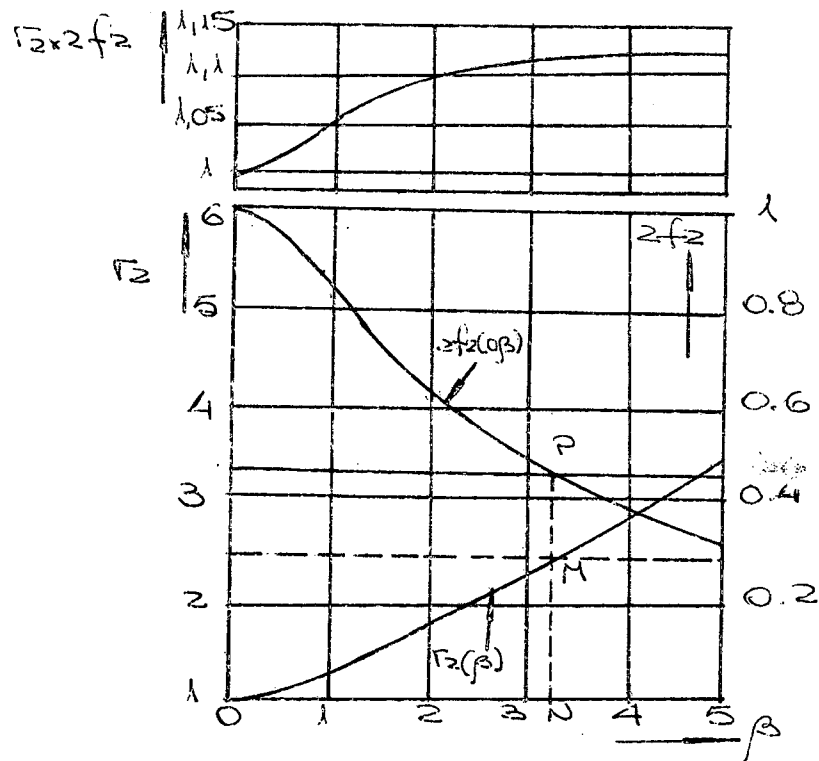


Figura III.10

Para valores altos de β ($\beta > 5$), se puede ver que

$$f_2(0\beta) \approx \sqrt{\pi}/2\beta$$

$$\Delta'(x) \approx 1,663\beta$$

Por otra parte:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} J_2 dx = \frac{\pi}{2} SJ$$

cuyo valor es idéntico al obtenido para un único tiempo de relajamiento-

Se puede determinar entonces β midiendo el ancho medio del espectro, o sea $\Delta'(\log \omega \tau_m)$ de donde

$$\tau_2(\beta) = \frac{\Delta'(\log \omega \tau_m)}{1,663}$$

(ejemplo de punto M del diagrama).

El valor correspondiente (por ejemplo $\beta=3,2$) da un valor $2f_2(0,\beta)=0.43$

de donde:

$$\frac{\delta J}{J_0} \neq \frac{Q_{\text{MÁX}}^{-1}}{2 f_2(0,\beta)}$$

En realidad la variación de $J_1(\omega)$ en función de ω conduce a ciertas correcciones, en general despreciables, frente a las incertezas experimentales.

Por otra parte, dado que generalmente los picos de fricción interna se obtienen en función de la temperatura a ω sensiblemente constante, la asimilación de $Q_{\text{MÁX}}^{-1} \approx f_2(0,\beta) \cdot \frac{\delta J}{J_0}$ implica un ligero error sobre la determinación de β y de τ_M (ya que $\omega \tau_M = 1$ no corresponde exactamente al máximo del pico).

Como para la distribución rectangular, se pueden distinguir las distribuciones sobre τ_0, H y ambos términos a la vez. Ya que

$$\beta \approx \left(\log \frac{\tau'_0}{\tau_M} \right) \psi \approx \frac{1}{2} \psi_{\text{MÁX}}$$

$$\beta \approx \log \frac{\tau'_0}{\tau_{0M}} + \frac{H' - H_M}{RT} \quad \text{a } T \text{ fijo}$$

$$\tau'_0 \sim \frac{\psi}{\psi_{\text{MÁX}}} = \frac{1}{e}$$

o sea

$$\beta = \beta_0 + \frac{\beta H}{RT}$$

donde β_0 es el parámetro de distribución de los términos $(\log \tau_0)$ y βH el parámetro de distribución de las entalpías.

Si la distribución es solo sobre los τ_0 , se debería tener que un desplazamiento en temperatura por cambio de frecuencia no debería modificar el β . Si es sobre las entalpías ese desplazamiento se traduciría en una variación lineal de β en función de $\frac{1}{T}$ (Figura III. 11).

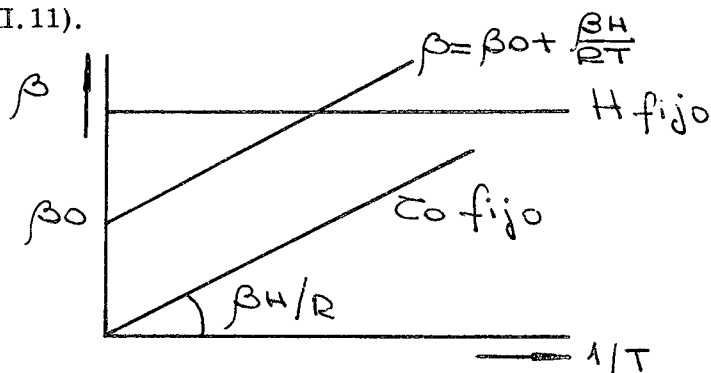


Figura III. 11

La comparación de diferentes formas de distribución muestra que el parámetro importante es realmente el ancho de la distribución: $\log \tau_2 / \tau_1$ promedio, y no la forma. Para analizar espectros de fricción interna es pues necesario determinar que, a sensiblemente constante, se tenga que:

- 1o. Una disminución de τ_{0M} de H llevan asociado un desplazamiento del espectro hacia las bajas temperaturas.
- 2o. Un cambio en τ_{0M} no afecta al espectro, mientras que una disminución de ensancha al espectro de fricción interna.

Efectos de Histéresis

Los efectos de histéresis (Q' función creciente de la amplitud) corresponden a un comportamiento no lineal. Se puede simular un tal comportamiento por medio de un conjunto de resortes y patines dispuestos según se muestra en la figura III. 12.

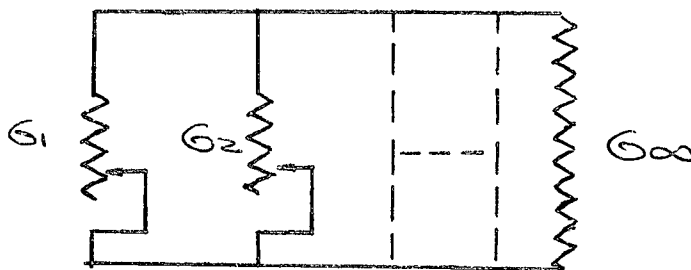


Figura III. 12

En el comienzo (ϵ pequeño) sólo actúan los resortes, por lo que se tiene :

$$\frac{d\Gamma}{d\epsilon} = \sum G_i + G_\infty$$

A partir de un cierto valor umbral de determinación, los patines deslizan el uno tras el otro, y los resortes correspondientes dejan de deslizar; se tiene entonces :

$$\frac{d\Gamma}{d\epsilon} = \sum_i G_i - \sum_j G_j + G_\infty$$

en el que el término $\sum G_j$ corresponde a las ramas en las cuales los patines han comenzado a deslizar.

Si $g''(\epsilon)$ de representa la suma de los módulos de las ramas en las cuales se ha alcanzado el valor ϵ umbral, (en realidad $\epsilon + d\epsilon$) se puede escribir

$$\Gamma = \epsilon G_\infty + \int_0^\epsilon \epsilon \cdot g''(\epsilon) d\epsilon + \epsilon \int_\epsilon^\infty g''(\epsilon) d\epsilon$$

de donde

$$\Gamma = \epsilon [G_\infty + g'(\infty)] - g(\epsilon)$$

Ahora bien:

$$\int_0^\infty g''(\epsilon) d\epsilon = G_0 - G_\infty$$

con G_0 = módulo instantáneo inicial, y por lo tanto

$$\boxed{\Gamma = G_0 \epsilon - g(\epsilon) \equiv S(\epsilon)}$$

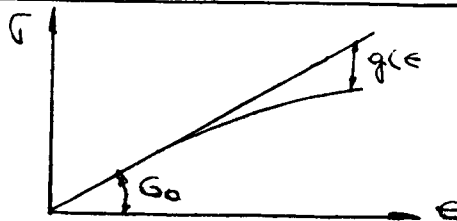


Figura III.13

Luego de un ciclo, la curva de regreso estará definida por

$$\Gamma = \Gamma_A - 2S\left(\frac{\epsilon_A - \epsilon}{2}\right) = \overline{mm}$$

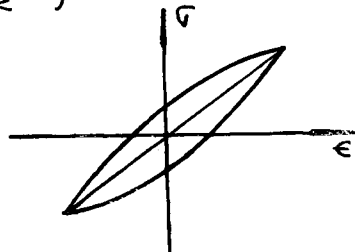


Figura III.14

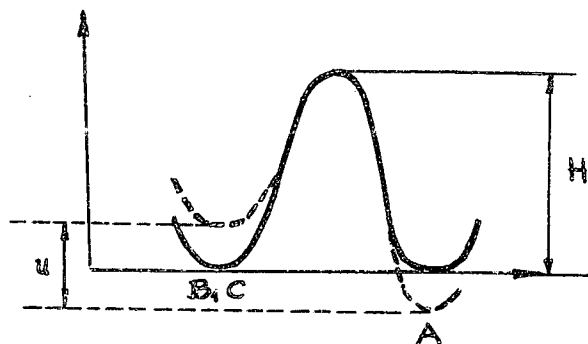
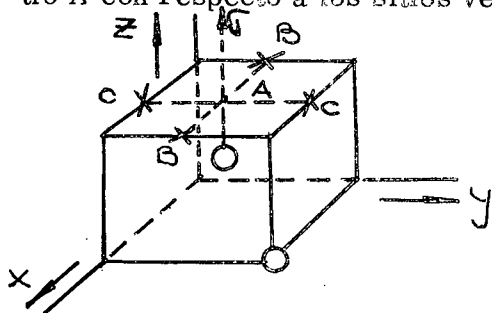
La fricción interna: Q^{-1}

y si se admite $S(\epsilon) \simeq a\epsilon + b\epsilon^3 + \dots$

se obtiene para Q^{-1} $Q^{-1} \sim \frac{8b\epsilon_A^2}{2a - 3b\epsilon_A^2}$

IV. EFECTOS DEBIDOS A DEFECTOS PUNTUALES (Orden inducido por tensiones).

El ejemplo más clásico es el reordenamiento bajo tensión de los átomos intersticiales en redes cúbicas centradas en el cuerpo. Una tensión uniaxial σ_z dilata al sitio A con respecto a los sitios vecinos B y C (ver figura IV.1).



Sea $\gamma = \gamma_0 \exp(-H/RT)$ la frecuencia de salto de un sitio a otro si $\sigma = 0$ y μ la diferencia de energía entre los sitios z y los sitios x e y , cuando $\sigma \neq 0$. Se tiene entonces

$$\left(\frac{\partial n_z}{\partial t}\right)_{\sigma \neq 0} = \frac{\gamma_0}{z} \left[(n_x + n_y) \exp\left(-\frac{H - \mu/2}{kT}\right) - 2n_z \exp\left(-\frac{H + \mu/2}{kT}\right) \right]$$

Siendo n_x, n_y y n_z el número de intersticiales en los sitios x, y, z respectivamente. Si vale $\mu \ll H$, se tiene

$$\mu \ll H \rightarrow \left(\frac{dn_z}{dt}\right)_{\sigma \neq 0} \approx -\frac{3\gamma}{2} \left[\left(n_z - \frac{n}{3}\right) - \frac{2}{9} \frac{\mu n}{kT} \right]$$

donde $n \equiv n_x + n_y + n_z$

Llamando $\xi = n_z - \frac{n}{3}$, $\tau^{-1} = \frac{3\gamma}{2}$

$$\bar{\xi} = \frac{2}{9} \cdot \frac{\mu n}{kT}$$

resulta:

$$\boxed{\frac{d\xi}{dt} = -\frac{\xi - \bar{\xi}}{\tau}}$$

Ahora bien, las variaciones de energía interna, $du = \sigma_0 \epsilon - u d\xi$ y la condición de diferencial total, implican: $\left(\frac{\partial u}{\partial \sigma}\right)_{\xi} = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \xi}\right) \sigma$

La deformación $\epsilon = \frac{\sigma}{E_I} + \epsilon''$ en la que $\epsilon'' \approx \lambda \xi$ es la deformación relajada. Por lo tanto:

$$u = \lambda \sigma \quad y \quad \xi = \frac{2}{9} \frac{\lambda \sigma n}{kT}$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{E_I} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \lambda \frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{E_I} \cdot \frac{d\sigma}{dt} - \frac{\lambda}{\tau} \left[\frac{1}{\lambda} \left(\epsilon - \frac{\sigma}{E_I} - \bar{\epsilon} \right) \right]$$

y entonces :

$$\tau + \tau \epsilon \frac{d\sigma}{dt} = E_I \left(\epsilon + \tau \frac{d\epsilon}{dt} \right)$$

que es la ecuación del sólido lineal standard con $\tau_I = \tau = \frac{2\nu}{3}$; $\tau_\epsilon = \frac{E_I}{E_I} \cdot \tau$

La intensidad de relajamiento :

$$\Delta = \frac{E_I}{E_R} - 1 = \frac{\lambda}{\tau} E_I \cdot \bar{\epsilon} = \frac{2}{9} \frac{\lambda^2 E_I}{kT} \cdot n$$

y el tiempo de relajamiento

$$\tau_I = \frac{2}{3} \frac{\nu_0^{-1}}{(1+\Delta)^{1/2}} \exp\left(\frac{H}{kT}\right)$$

Se ve entonces que:

1o. El valor máximo de la fricción interna es proporcional a la concentración total n de átomos intersticiales y al cuadrado del parámetro

2o. El tiempo de relajamiento está directamente ligado a la frecuencia de salto

Polder, ha extendido el razonamiento precedente a una tensión de orientación arbitraria, y obtiene :

$$Q_M^{-1} = \frac{2}{9} \frac{\lambda^2 E_I}{kT} \cdot C_0 \nu_0 \left[1 - 3(\gamma_1^2 \gamma_2^2 + \gamma_2^2 \gamma_3^2 + \gamma_3^2 \gamma_1^2) \right]$$

donde $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ son los cosenos directores de $\vec{\sigma}$ con respecto a los ejes de la malla cúbica, C_0 la concentración atómica y ν_0 el volumen atómico de la red.

El valor del parámetro $\lambda = \frac{E_z - E_x}{E_I}$ puede obtenerse por métodos radiocristalográficos (variación de parámetro de red con la concentración).

En el caso de un esfuerzo de cizallamiento simple (torsión) se puede mostrar que:

$$Q_M^{-1} = \frac{\frac{2}{3} \left(\frac{C_{11} - C_{12}}{2} \right)^2 \frac{C_0 \nu_0}{kT} (\alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^2)}{1/C_{44} + 2 \left(\frac{C_{11} - C_{12}}{2} - \frac{1}{C_{14}} \right) (\alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^2)}$$

siendo C_{ij} las constantes elásticas de la red.

El modelo precedente ha sido generalizado por Nowick y Heller a partir del concepto de dipolo elástico y de la teoría de grupos (anexos I a IV).

Sean ν_{ij} las componentes de deformación producida por una concentración unitaria de defectos, poseyendo todos la misma orientación; sea μ la energía de interacción:

$$\mu = - \sum_{ij} \nu_{ij} \sigma_{ij}$$

^(P) El dipolo elástico puede ser definido como el tensor $\bar{\lambda}$, cuyas componentes $\lambda_{ij} = \partial \epsilon_{ij} / \partial C_j$ siendo C_p la fracción molar de defectos de orientación p , referida a los ejes del cristal.

$$\mu = - \nu_0 \sum_{ij} \lambda_{ij} \sigma_{ij}$$

donde ν_0 es el volumen molar de la matriz.

= A cada tipo de defecto, y cualquiera fuera su orientación, corresponde un tensor $\bar{\lambda}$ de componentes principales $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.

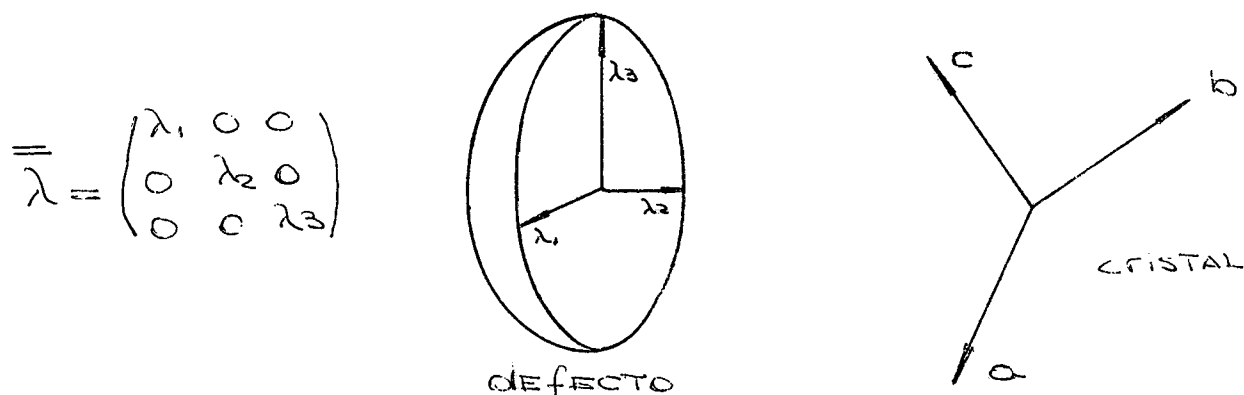


Figura IV.3

de donde:

$$\lambda_{ij}^{(p)} = \sum_{m=1}^3 \alpha_{im}^{(p)} \alpha_{jm}^{(p)} \lambda_m$$

siendo $\alpha_{im}^{(p)}$ el coseno del ángulo entre el eje i del cristal y el eje principal m del dipolo de orientación p .

Si existe un solo tipo de defecto, de orientación $p=1, \dots, n$ la concentración total en fracción molar: $C_0 = \sum_{p=1}^n c_p$. Por lo tanto, para $\bar{G}$ paralelo al eje $\bar{x}$ del cristal:

$$\epsilon = \bar{J} \bar{G} + \sum_{p=1}^n \lambda^{(p)} (c_p - \frac{c_0}{n})$$

con
$$\lambda^{(p)} = (\alpha_1^{(p)})^2 \lambda_1 + (\alpha_2^{(p)})^2 \lambda_2 + (\alpha_3^{(p)})^2 \lambda_3$$

La variación de energía libre dG puede escribirse:

$$dG = -v_0 \epsilon d\bar{G} - S dT + N_A \sum_{p=1}^n g'_p dp$$

N_A número de Avogadro)

$$g'_p = \frac{1}{N_A} \left(\frac{\partial G}{\partial c_p} \right)$$

De la condición de diferencial total se deduce:

$$N_A \frac{\partial g'_p}{\partial \bar{G}} = -v_0 \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial c_p} \right) = -v_0 \lambda^{(p)}$$

y por lo tanto si hacemos

$$g_P = \frac{1}{N_A} \frac{\partial}{\partial c_P} (G + TS_c)$$

con S_c entropía de configuración

$$g_P \simeq -N_0 \lambda^{(P)} G + \left[f(c_P) - \frac{c_0}{n} \right]$$

con $q = 1, \dots, n$

$$\gamma \quad N_0 = \frac{V_0}{N_A}$$

Se obtiene:

$$\frac{\bar{c}_p}{c_0} = \frac{\exp(-g_p/kT)}{\sum_q \exp(-g_q/kT)} \approx \frac{1}{n} \left[1 - \frac{g_p}{kT} + \frac{1}{n} \sum_q \frac{g_q}{kT} \right]$$

y se desprecian los términos de interacción $\left[f(c_d) - \frac{c_0}{n} \right]$

$$\bar{c}_p = \frac{c_0}{n} \left[1 + \frac{\sqrt{c_0}}{kT} \left(\lambda^{(p)} - \frac{1}{n} \sum_q \lambda^{(q)} \right) \right]$$

y entonces

$$\delta J = \frac{\bar{E} - E_F}{J} = \frac{c_0 \sqrt{c_0}}{n kT} \left\{ \sum_{p=1}^n (\lambda^{(p)})^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{p=1}^n \lambda^{(p)} \right)^2 \right\}$$

de donde se obtiene la fuerza de relajamiento $\Delta = \frac{\delta J}{J_0}$

(El anexo IV muestra la influencia de efectos de interacción; los anexos II, III, IV permiten calcular las diferentes intensidades de relajamiento en función de la red y de la naturaleza de los defectos.

IV. 1. Aplicaciones

Cristales cúbicos : Llamaremos:

$S = S_{44}$ (coeficiente elástico de cizallamiento) según (100) $[010]$

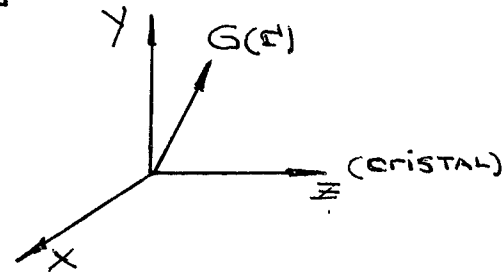
$S' = 2(S_{11} - S_{12})$ coeficiente elástico de cizallamiento según (110) $[1\bar{1}0]$

$S'' = S_{11} + 2S_{12}$ coeficiente elástico hidrostático

$$J_F = -\frac{1}{3} (S' + S'') - (S' - S) \Gamma$$

con

$$\Gamma = \delta_1^2 \delta_2^2 + \delta_2^2 \delta_3^2 + \delta_3^2 \delta_1^2$$



Si interviene un solo tipo de defectos, no habrá relajamiento hidrostático: $\delta S'' = 0$ y por lo tanto:

$$\delta J_F = \frac{1}{3} (\delta S' + \delta S'') - (\delta S' - \delta S) \Gamma = \frac{1}{3} \delta S' - (\delta S' - \delta S) \Gamma$$

En torsión

$$\delta J_6 = \delta S + 2(\delta S' - \delta S) \Gamma$$

y entonces:

$$\Delta = \delta J / J$$

Defecto tetragonal $\langle 100 \rangle$

$$\bar{\lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

$$\delta J_{\langle 100 \rangle} = \frac{\delta S'}{3} = \frac{2c_0 \sqrt{c_0}}{9kT} (\lambda_1 - \lambda_2)^2$$

y entonces:

$$\Delta F_{\langle 100 \rangle} = \frac{2}{9} \frac{c_0 \sqrt{c_0}}{kT} F_{\langle 100 \rangle} (\lambda_1 - \lambda_2)^2$$

$$\Delta F_{\langle 111 \rangle} = 0$$

y $\frac{\delta a}{a}$ (variación de parámetro) = $\frac{c_0}{3} (\lambda_1 + 2\lambda_2)$

Dipolo trigonal <111> (cf anexo II)

$$\Delta E_{\langle 100 \rangle} = 0$$

$$\Delta E_{\langle 111 \rangle} = \frac{4 \cos \alpha_0}{27 kT} \cdot E_{\langle 111 \rangle} (\lambda_1 - \lambda_2)^2$$

Caso de policristales : En policristales sin textura, teniendo en cuenta las relaciones existentes entre G , E y k (módulo de compresibilidad) y ν_p (coeficiente de Poisson), se debe tener para sollicitación homogénea :

$$\frac{\Delta G}{\Delta E} = \frac{3}{2(1+\nu_p)} = 1.13 \text{ a } 1.20 \quad \text{SEGÚN QUE } \nu_p = 0.25 \text{ a } 0.33$$

Ino, Takagi y Suyeno (A.M. Enero 1967), han obtenido en el caso de Fe, $\Delta G/\Delta E = 1.14$ para tensión aplicada homogénea, y 1.32 en deformación homogénea.

IV.2 Aplicaciones experimentales

A. Intersticial en los metales cúbicos centrados en el cuerpo

Para átomos intersticiales en metales cúbicos centrados, se obtiene un acuerdo excelente con las teorías precedentes. En la tabla siguiente se dan los valores obtenidos en torsión para muestras policristalinas.

ALEACIÓN	$\Delta G/\alpha\%$	$T_M \approx K(1H_2)$	$\lambda_1 - \lambda_2$ ESTIMADO
Fe-C	0,43	308	0,87
Fe-N	0,40	290	0,83
Nb-N	0,10	559	0,67
Nb-O	0,09	418	0,55
V-N	0,12	540	0,72
V-O	0,55	455	1,35
Ta-C	0,4	623	1,03
Ta-N	0,23	616	0,78
Ta-O	0,16	450	0,55

En el caso de Fe-N y Fe-C, los resultados sobre monocristales arrojan :

$$\left. \begin{array}{l} T_{FeC} \\ T_{FeN} \end{array} \right\} \lambda_1 - \lambda_2$$

y las mediciones deducidas de

$$\begin{array}{l} T_{FeC} \\ T_{FeN} \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 - \lambda_2 \\ 0,88 & -0,10 & 0,98 \\ 0,87 & -0,05 & 0,92 \end{array}$$

La medición de Q_{MAX}^{-1} constituye pues una medida posible de la concentración.

B. Aplicación a los coeficientes de difusión

La relación de Einstein :

$$\overline{X} = 2Dt = f \frac{d^2}{2}$$

aplicada al caso de la migración de intersticiales en redes cúbicas centradas, nos da $D = \frac{d^2}{6\tau}$ siendo τ el tiempo medio de permanencia en un sitio. Ahora bien, hemos visto que $\tau_r = \frac{3}{2}\tau$ y usando la relación $d = a/2$, obtenemos :

$$D = \frac{a^2}{36\tau_r}$$

de donde

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{H}{RT}\right)$$

con

$$D_0 = \frac{a^2}{36\tau_0}$$

Inversamente, obtenemos para el factor de frecuencia :

$$\tau_0 = \tau^{-1} = \frac{36 D_0}{a^2}$$

La tabla siguiente contiene los valores de D_0 y H pero diferentes sistemas metal-intersticial (en cal/mol respectivamente).

	C	N	O
Fe	0,026 20.400	0,003 18.200	
Nb	0,004 33.000	0,0086 34.900	0,0212 26.900
Ta	0,006 38.500	0,0056 37.800	0,0044 25.450
V	0,0045 27.300	0,009 34.000	0,0130 29.000

Estos valores son coherentes con valores de $\tau_0 \approx 10^{14}$ a 10^{15}

En diversos metales cúbicos centrados se han observado también picos a muy baja temperatura, debidos a hidrógeno y denterio. ($H \approx 2,000$ a 5000 cal/mol). Debemos notar que el efecto de tamaño de los diferentes intersticiales no es suficiente para explicar los diferentes valores de H y

- diámetro atómico :

$$0,6(\text{H y Dr}) - 1,32(\text{O}) - 1,42(\text{N}) - 1,54(\text{C}) - 1,6(\text{B})$$

C. Otros ejemplos :

Oxígeno en una estructura tipo "diamante"

Southgate ha observado un pico a 1000°C sobre un monocristal de Si de eje $[111]$

longitudinalmente a 100 kilo/tertz. Este pico no existe en un monocristal de eje 100

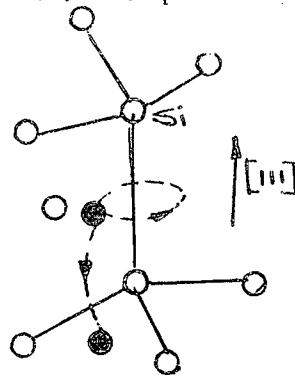


Figura IV.4

Defecto $\langle 111 \rangle$ de tipo trigonal. La posición en temperatura del pico y la fuerza de relajamiento, dan:

$$|\lambda_1 - \lambda_2| \approx 0,45$$

$$D_0 = 0,21$$

$$H = 58.500$$

sabiendo que:

$$\tau_R = \frac{3}{4} \tau \quad D = \frac{a^2}{64 \tau_R}$$

Intersticial disociado en una red cúbica centrada en las caras

- Defecto tetragonal $\langle 100 \rangle$. Existe desacuerdo sobre la existencia debido a tal configuración, en Níquel deformado.

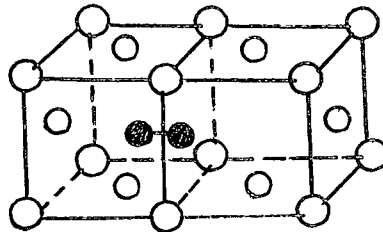


Figura IV.5

IV.3. Efectos de fricción interna debidos a "pares" de defectos puntuales

a) Picos de pares de vacancias ($V-V$) Hasta el momento no ha sido observado ningún pico que pueda ser atribuido a divacancias

b) Picos de pares vacancia-substitucional ($V-S$) Estos picos han sido observados en:

1o. Na-Cl dopado con iones Ca^{2+} o Mn^{2+}

2o. ThO_2 dopado con Ca O.

1o. Na Cl (Dreyfus y Laibowitz)

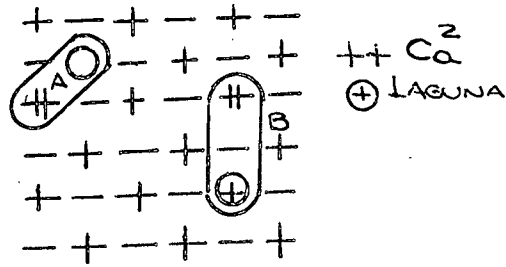


Figura IV.6

Red f. c. c.

A: defecto orto-rómbico 110

B: defecto tetragonal 100

El pico obtenido sobre el cristal vibrando longitudinalmente según 111 sería entonces debido a A, y el pico ensanchado obtenido en el cristal vibrando según 100 sería debido a A + B (ver figura IV.6, b)

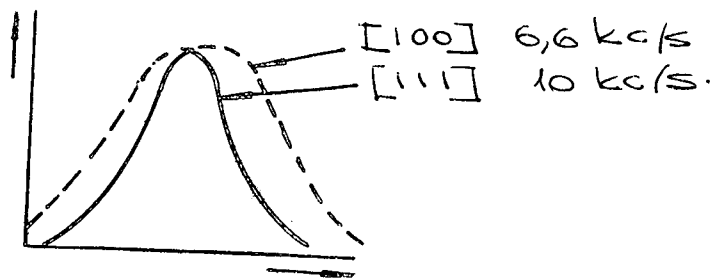


Figura IV.6-b

ThO₂ (Wotchman) : Red tipo fluorita, se observa pico a 520°K y 1390 cps (Ver figura IV.7)

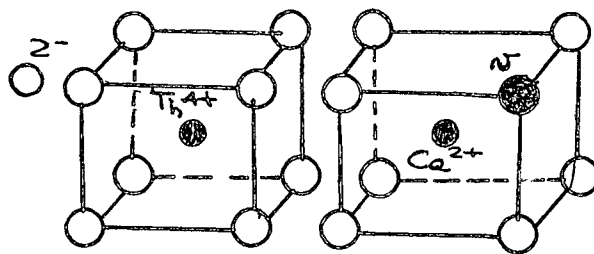


Figura IV.7

c) Picos de pares intersticial-substitucional

Red cúbica centrada en el cuerpo : (Fe-N + Mn, Cr, Mo, V : Dijkstra y Slodek)

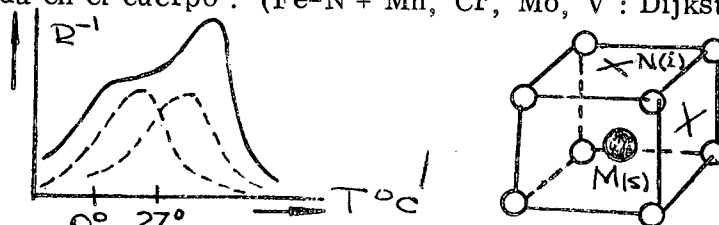


Figura IV.8

La tabla siguiente dá la posición de los picos de Fe-N y Fe-C, para los diferentes sustitucionales ($f \sim 1$ Hertz).

	Mn	Cr	Mo	V	Si	Al	P
Fe-N	32°C	41	75	87	35		
Fe-C					63	67	60

		O	N	C
Otro ejemplo:	Nb-Zr =	200°	350°	350°
	Nb =	140°	290°	258°

Redes f. c. c.

Aceros 18/8; aceros 12% Mn, 4% Ni; aceros 30% Ni... etc. (Kè y colaboradores).

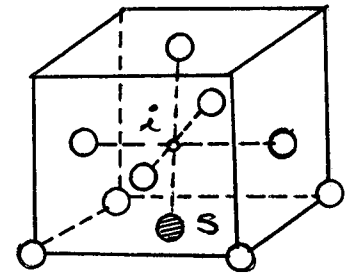
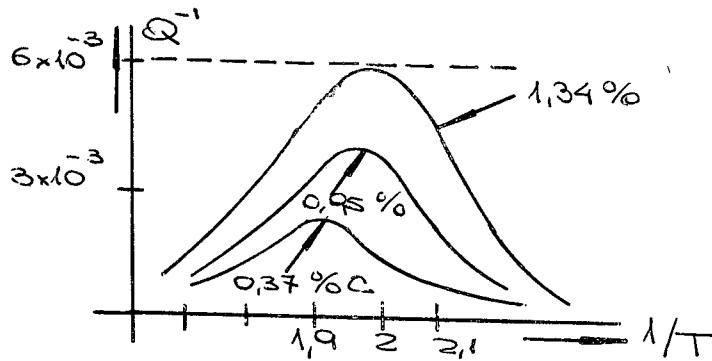


Figura IV.9

La altura de los picos crece linealmente con la concentración en carbono. Sin embargo, el desplazamiento del máximo sugiere que los picos C-C podrían intervenir.

Redes hexagonales compactas:

Ti-O (Gupta y Weining, Pratt, Miller)
Hf-O (Bisogni) y Hf-N (?)
Zr-O (Gacougnolle)

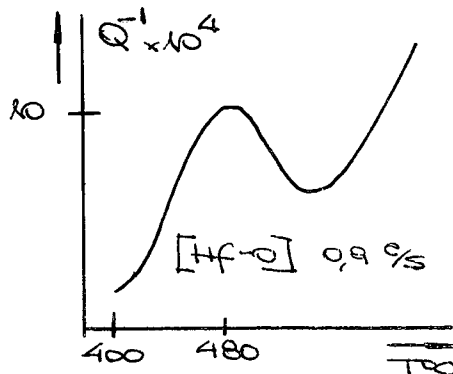


Figura IV.10-a

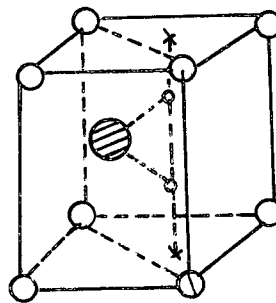


Figura IV.10-b

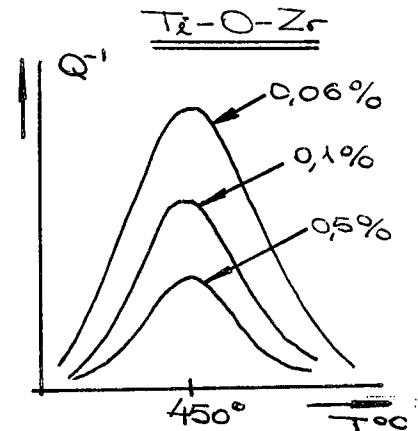


Figura IV.10-c

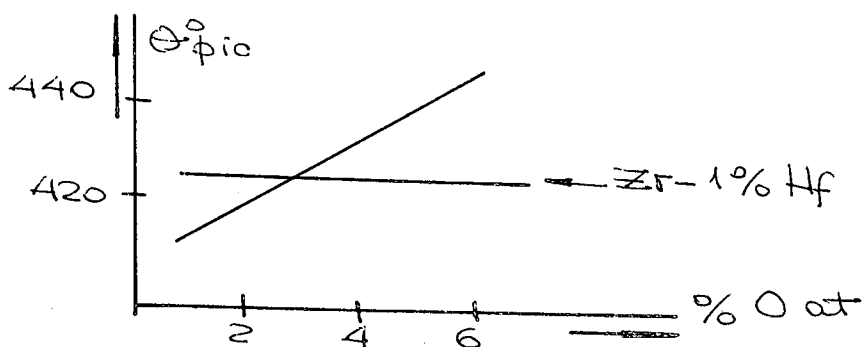


Figura IV.10-d

La altura del pico crece con la concentración de oxígeno, pero depende también de la concentración de sustitucional. La temperatura del pico, al menos para el Zirconio de mayor pureza, parece depender de la concentración en oxígeno.

Gupta y Weinig han mostrado para el caso del Titanio, que la fuerza de relajamiento aumenta cuando el factor de tamaño aumenta.

	f. de TAMAÑO	Δ	$T_P [^{\circ}\text{C}]$
Ti+0,1 at Al.	-2,2%	$2,4 \times 10^{-4}$	450
Ti+0,1 at V	-7,5%	15×10^{-4}	470
Ti+0,1 at Nb	0	$2,5 \times 10^{-4}$	460
Ti+0,1 at Zr	+8,8%	$4,5 \times 10^{-4}$	457

Nota: En principio son posibles 2 tipos de salto paralelo al eje $\vec{C}$, paralelo al eje $\vec{O}$. Si los 2 tipos de salto intervienen se debería obtener uno o dos picos según la orientación para monocristales.

Picos de pares intersticial-intersticial. Ej. Ta-O (Powers y Doyle)

Para concentraciones débiles de O: pico de Sholk a 140°K ($1^{\circ}\text{C}/\text{s}$) cuya energía es de 25.5 kcal/mol, y cuya intensidad es función creciente del contenido de oxígeno. Cuando éste es superior al 0,1% at. aparece un ensanchamiento progresivo del pico del lado de altas temperaturas correspondiente a un 2o. pico situado a alrededor de 160°K, y cuya altura varía como el cuadrado de la concentración.

Otro ejemplo: pico de pares c-c en el Níquel (Kè y Tsien) a 240°K cuya altura varía como el cuadrado de la concentración.

Picos de Zener: (Pares de complejos sustitucionales) Ej: Latón 70:30 (CuZn), AgZn, AgAu; Al-Cu, etc. La intensidad de relajamiento crece aproximadamente como el cuadrado de la concentración $C_A^2 C_B^2$ y disminuye cuando aumenta el grado de orden. La energía de activación H es ligeramente inferior a la energía de difusión intrínseca de cada uno de los constituyentes.

El ancho de los picos es superior al de un pico de Debye singular. Las medi-

ciones hechas en monocristales dan que $\Delta E \langle 100 \rangle$ es netamente superior a $\Delta E \langle 111 \rangle$.

Para aleaciones f. c. c. suficientemente diluidas, la hipótesis de Zener de reorientación de pares parece correcta. Pero, para aleaciones fuertemente concentradas es difícil de interpretar. Para los cúbicos centrados en el cuerpo, los resultados de Seraphiur y Nowick para aleaciones Li-Mg permiten afirmar que los segundos vecinos más cercanos intervienen. En efecto $\delta S' / \delta S = 27$. Ahora bien, los pares de primeros vecinos corresponden a un defecto trigonal $\langle 111 \rangle$ y por lo tanto $\delta S' = 0$. En cambio los pares de segundos vecinos más cercanos corresponden a un defecto tetragonal $\langle 100 \rangle$ que arroja $\delta S = 0$.

Espectros de fricción interna extremadamente complejos con "picos transitorios", pueden ser obtenidos en aleaciones Al-Cu según las condiciones de templado, de mantenimiento a temperatura o de calentamiento luego del templado. Esos espectros se explican por la evolución de la repartición de los átomos en solución sustitucional y de las vacancias.

ANEXOS

I - Teoría termodinámica generalizada

U_p = energía de interacción = trabajo necesario para crear un dipolo de orientación p en presencia de un campo, menos el trabajo necesario para crear un dipolo en la ausencia de un campo (expresado en energía por unidad de volumen y de concentración).

$$U_p = - \sum_{ij} v_{ij}^{(p)} \cdot \epsilon_{ij} = - v_0 \sum_{ij} \lambda_{ij}^{(p)} \epsilon_{ij}$$

donde

$v_{ij}^{(p)}$ = componentes de deformación verdadera cuando una concentración unitaria de defecto de orientación p es creada

$v_{ij}^{(p)} = (\partial \epsilon_{ij} / \partial n_p)$, $\lambda_{ij}^{(p)} = \partial \epsilon_{ij} / \partial c_p$, $c_p = n_p \cdot v_0$
fracción molar de defectos de orientación p

$$\text{tr } \lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{c_0} \frac{\Delta V}{V}$$

concentración total de defectos (número de dipolos por mol de átomos). = c_0

Caso de solamente dos orientaciones y tensión uniaxial

$$C_p = C_p - \frac{C_0}{n} \quad p = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{p=1}^n C_p = 0 \quad \epsilon = J_u \sigma + \sum_{p=1}^n \lambda^{(p)} C_p + L(T - T_{ref})$$

el tercer término corresponde a una eventual dilatación térmica

si $n=2$ *PODEMOS ESCRIBIR*

$$\epsilon = J_u \sigma + \delta \lambda C_1 + L(T - T_{ref}) \quad \text{con } \delta \lambda = \lambda^{(1)} - \lambda^{(2)}$$

$$C_r(\sigma, c, T) = C_r(0, 0, T) + \frac{1}{2} \alpha \sigma^2 + \beta \sigma c + \frac{1}{2} \gamma c^2 + \xi \sigma$$

$$dC_r = -V_0 \epsilon d\sigma - S dT - A dc \quad \text{donde } A \text{ afinidad}$$

$$\epsilon = -\frac{1}{C_0} \frac{\partial C_r}{\partial \sigma} = -\frac{1}{V_0} (\alpha \sigma + \beta c + \xi) \quad \alpha = -V_0 J_u, \beta = -V_0 (\delta \lambda), \xi = -V_0 L(T - T_{ref})$$

Entropía de configuración

si $c = C_1$ y $C_2 = 1 - c$, $S_{cf} = \frac{1}{2} R C_0 [\log 2 - (1 + 2c/C_0) \log(1 + 2c/C_0) - (1 - 2c/C_0) \log(1 - 2c/C_0)]$

sea para c pequeño:

$$S_{cf} = \text{constante} - 2R/c \times c^2$$

de manera que dicho término de entropía esté contenido en: $\gamma = \gamma_i + \gamma_{cf}$

con $\gamma_{cf} = \frac{4RT}{C_0}$ El término γ_i es definido por la relación

$$\Delta g = \frac{\partial (G + TS_{cf})}{\partial N_1} = \frac{1}{N_A} \times \frac{\partial (G + TS_{cf})}{\partial c} = -V_0 (\delta \lambda) \sigma + \frac{1}{N_A} \gamma_i c$$

donde N_A = número de Avogadro, N_1 = número de defectos de orientación 1.

Esta relación muestra que γ_i corresponde a un término de interacción.

Si ponemos: $b = \frac{\gamma_i}{N_A}$, $\Delta g = -V_0 (\delta \lambda) \sigma - bc$

de donde: $C_r(\sigma, c, T) = C_r(0, 0, T) - \frac{1}{2} V_0 J_u \sigma^2 - V_0 (\delta \lambda) \sigma c - \frac{1}{2} N_A b c^2 - L V_0 (T - T_{ref}) - TS_{cf}$

y $A = -\partial C_r / \partial c = V_0 (\delta \lambda) \sigma + N_A b c - 4 \cdot RT/C_0 \cdot c = 0 \rightarrow c = \bar{c} = \frac{C_0 V_0 (\delta \lambda) \sigma}{4k(T - T_c)}$

con $T_c = \frac{b C_0}{4k} = -\frac{\gamma_i C_0}{4k N_A}$

NOTA: Esta expresión de c supone $S_{cf} \approx -\frac{2R}{C_0} \cdot c^2$. En el caso general se obtiene:

$$c_1/c_2 = \frac{C_0/2 + \bar{c}}{C_0/2 - \bar{c}} = \exp(-\Delta g/kT)$$

La intensidad de relajamiento: $\Delta = S J/J_u = T_0/T - T_c$, $T_0 = \frac{C_0 V_0 (\delta \lambda)^2}{4k J_u}$

y si suponemos que el efecto de C en Δg es debido a las tensiones internas σ_{int} resultantes de un estado de orden, podemos escribir:

$$\Delta g = -V_0 (\delta \lambda) (\sigma + \sigma_{int})$$

de donde:

$$\sigma_{int} = bc/V_0 (\delta \lambda) = \frac{\delta \lambda \cdot c}{J_u} \rightarrow b = \frac{V_0 (\delta \lambda)^2}{J_u} \rightarrow T_c = T_0$$

Nowick y Heller han considerado también el caso general de un sistema de tensión arbitrario y de interacciones posibles entre diferentes dipolos.

1o. Si existe una sola clase de dipolos y si b_{pq} es la disminución de Δg_p (energía libre de dipolos de orientación p) debida a la presencia de una concentración de dipolos de orientación q .

$$\bar{c}_p = \frac{V_0 C_0}{n k T} \sum_{kl} \sigma_{kl} \left(\lambda_{kl}^{(p)} - \frac{1}{n} \sum_q \lambda_{kl}^{(q)} \right) + \frac{C_0}{n k T} \sum_q b_{pq} \bar{c}_q$$

2o. Si hay interacción entre dos especies de dipolos I y I* (I $\rightleftharpoons$ I*) de concentraciones C_0 y C_0^* y en el caso de una tensión "hidrostática"

$$\bar{c}_p = \frac{V_0 C_0 C_0^*}{k T C_t n} \cdot (\delta \text{tr} \lambda) \sigma \quad \delta \text{tr} \lambda = \sum_{m=1}^3 (\lambda_m - \lambda_m^*)$$

$$\bar{c}_n^* = - \frac{V_0 C_0 C_0^*}{k T C_t n^*} \cdot (\delta \text{tr} \lambda) \sigma$$

de donde Δk (relajamiento de compresibilidad) = $\frac{C_0 C_0^* V_0}{C_t k T n^*} (\delta \text{tr} \lambda)^2$

Intensidades de relajamiento

Cúbicos : $\delta(S_{11} - S_{12}) = \frac{C_0 V_0}{6 R T} [(\lambda_{11} - \lambda_{22})^2 + (\lambda_{11} - \lambda_{33})^2 + (\lambda_{22} - \lambda_{33})^2]$

$$\delta S_{44} = \frac{4 C_0 V_0}{3 R T} [\lambda_{23}^2 + \lambda_{31}^2 + \lambda_{12}^2]$$

Hexagonales: $\delta(S_{11} - S_{12}) = \frac{C_0 V_0}{4 R T} [(\lambda_{11} - \lambda_{22})^2 + 4 \lambda_{12}^2]$

$$\delta S_{44} = 2 \frac{C_0 V_0}{R T} [\lambda_{23}^2 + \lambda_{31}^2]$$

Tetragonal : $\delta(S_{11} - S_{12}) = \frac{C_0 V_0}{4 R T} [\lambda_{11} - \lambda_{22}]^2$; $\delta S_{66} = \frac{4 C_0 V_0}{R T} \lambda_{12}^2$

$$\delta S_{44} = \frac{2 C_0 V_0}{R T} (\lambda_{23}^2 + \lambda_{31}^2)$$

(simetría inferior) $\delta S_{16} = \frac{C_0 V_0}{R T} \lambda_{12} (\lambda_{11} - \lambda_{22})$

Trigonal : $\delta(S_{11} - S_{12})$, δS_{44} , como para los hexagonales

$$\delta S_{14} = \frac{C_0 V_0}{2 R T} [\lambda_{23} (\lambda_{11} - \lambda_{22}) + 2 \lambda_{13} \lambda_{12}]$$

(simetría inferior) $\delta S_{15} = \frac{C_0 V_0}{2 R T} [\lambda_{13} (\lambda_{11} - \lambda_{22}) - 2 \lambda_{23} \lambda_{12}]$

Ortorómbico : $\left\{ \begin{array}{l} \delta S_{66} = 4 \frac{C_0 V_0}{R T} \lambda_{12}^2 \\ \delta S_{55} = 4 \frac{C_0 V_0}{R T} \lambda_{31}^2 \\ \delta S_{44} = 4 \frac{C_0 V_0}{R T} \lambda_{23}^2 \end{array} \right.$

Aplicación:

Cristales cúbicos: defecto cúbico: no hay relajamiento de los coeficientes de cizallamiento. -

defecto tetragonal de eje $\parallel \vec{x}$ ($\rho=1$)

$$\lambda_{11}^{(4)} = \lambda_1 \quad \lambda_{22}^{(4)} = \lambda_{33}^{(4)} = \lambda_2$$

$$\lambda_{ij}^{(4)} = 0 \quad \text{si } i \neq j$$

$$\text{de donde } \delta S_{44} \equiv 0$$

$$\delta(S_{11} - S_{12}) = \frac{C_0 V_0}{3RT} (\lambda_1 - \lambda_2)^2$$

defecto trigonal de orientación $\langle 111 \rangle$

$\rho=1 \rightarrow$ EJES PRINCIPALES $[111], [1\bar{1}0], [001]$.

$$\lambda_{11}^{(1)} = \lambda_{22}^{(1)} = \lambda_{33}^{(1)} = \frac{\lambda_1 + 2\lambda_2}{3}$$

$$\lambda_{12}^{(1)} = \lambda_{13}^{(1)} = \lambda_{23}^{(1)} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{3}$$

$$\delta(S_{11} - S_{12}) = 0$$

$$\delta S_{44} = \frac{4C_0 V_0}{9RT} (\lambda_1 - \lambda_2)^2$$

defecto ortorómbico de orientación $\langle 110 \rangle$

$\rho=1 \rightarrow [110], [1\bar{1}0], [001]$

$$\lambda_{11}^{(1)} = \lambda_{22}^{(1)} = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2), \quad \lambda_{33}^{(1)} = \lambda_3$$

$$\lambda_{12}^{(1)} = \frac{1}{2}(\lambda_1 - \lambda_2), \quad \lambda_{13}^{(1)} = \lambda_{23}^{(1)} = 0$$

$$\delta(S_{11} - S_{12}) = \frac{C_0 V_0}{3RT} \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} - \lambda_3 \right)^2$$

$$\delta S_{44} = \frac{C_0 V_0}{3RT} (\lambda_1 - \lambda_2)^2$$

Cristales tetragonales: no hay relajamiento debido a defectos cúbicos o tetragonales

defecto ortorómbico $\langle 100 \rangle$

$\rho=1 \rightarrow$ EJES PRINCIPALES $[100], [010], [001]$

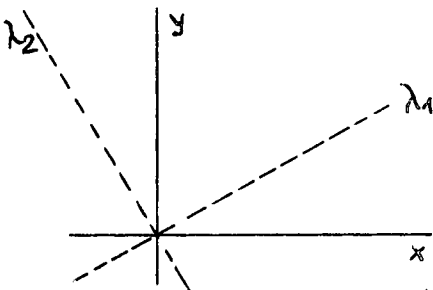
$$\lambda_{11}^{(1)} = \lambda_1, \quad \lambda_{22}^{(1)} = \lambda_2, \quad \lambda_{33}^{(1)} = \lambda_3 \quad \lambda_{ij}^{(1)} = 0 \quad \text{si } i \neq j$$

$$\delta S_{44} = \delta S_{66} = 0 \quad \delta(S_{11} - S_{12}) = \frac{C_0 V_0}{RT} (\lambda_1 - \lambda_2)^2$$

defecto ortorómbico $\langle 110 \rangle$

$$\delta S_{44} = \delta(S_{11} - S_{12}) = 0 \quad \delta S_{66} = \frac{C_0 V_0}{RT} (\lambda_1 - \lambda_2)^2$$

defecto monoclinico $[001]: \lambda_{33}^{(r)} = \lambda_3$



defecto monoclinico $\langle 100 \rangle$

φ ángulo $\angle$ eje principal
con el eje tetragonalidad

$$\delta(S_{11} - S_{12}) = \frac{C_0 V_0}{2RT} (\lambda_1 - \lambda_2)^2 (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)^2$$

$$\delta S_{66} = \frac{2 C_0 V_0}{RT} (\lambda_1 - \lambda_2)^2 \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi$$

$$\delta S_{66} = 0$$

$$\delta(S_{11} - S_{12}) = \frac{C_0 V_0}{RT} (\lambda_1 - \lambda_2 \cos^2 \varphi - \lambda_3 \sin^2 \varphi)^2$$

$$\delta S_{44} = 2 \frac{C_0 V_0}{RT} (\lambda_2 - \lambda_3)^2 \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi$$

defecto monoclinico $\langle 110 \rangle$ φ ángulo del 3° eje principal
con el eje de tetragonalidad

$$\delta (S_{11} - S_{12}) = 0$$

$$\delta S_{66} = \frac{C_0 V_0}{RT} (\lambda_1 - \lambda_2 \cos^2 \varphi - \lambda_3 \sin^2 \varphi)^2$$

$$\delta S_{44} = \frac{2 C_0 V_0}{RT} (\lambda_2 - \lambda_3)^2 \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi$$

Cristales hexagonales

defecto ortorómbico de ejes $[100] [010] [001]$

$$\delta S_{44} = 0$$

$$\delta (S_{11} - S_{12}) = \frac{C_0 V_0}{4RT} (\lambda_1 - \lambda_2)^2$$

defecto monoclinico $[001]$

$$\delta S_{44} = 0$$

$$\delta (S_{11} - S_{12}) = \frac{C_0 V_0}{4RT} (\lambda_1 - \lambda_2)^2 (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)^2$$

defecto monoclinico $[100]$

$$\delta (S_{11} - S_{12}) = \frac{C_0 V_0}{4RT} (\lambda_1 - \lambda_2 \cos^2 \varphi - \lambda_3 \sin^2 \varphi)^2$$

$$\delta S_{44} = \frac{2 C_0 V_0}{RT} (\lambda_1 - \lambda_3)^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi$$

cristales cúbicos

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{da}{dC_0} = \frac{1}{3} (\lambda_{11}^{(P)} + \lambda_{22}^{(P)} + \lambda_{33}^{(P)})$$

Hexag. Trigón. Tetrag.:

$$\frac{1}{a} \cdot da/dc_0 = \lambda_{33}^{(p)}$$

$$\frac{1}{a} \cdot da/dc_0 = \frac{1}{2} (\lambda_{11}^{(p)} + \lambda_{22}^{(p)})$$

Ortorómbicos:

$$\frac{1}{a} \cdot da/dc_0 = \lambda_{11}^{(p)}, \frac{1}{b} \cdot db/dc_0 = \lambda_{22}, \frac{1}{c} \cdot dc/dc_0 = \lambda_{33}^{(p)}$$

Cúbico $\Sigma_A = S_{11} + 2S_{12}$ $\Sigma_E = S_{11} - S_{12}$ $\Sigma_F = \frac{1}{2} S_{44}$	Trigonal (superior) $\Sigma_{E,11} = \frac{1}{2} S_{44}$ $\Sigma_{E,22} = S_{11} - S_{12}$ $\Sigma_{E,12} = S_{14}$
Hexagonal $\Sigma_{E1} = \frac{1}{2} S_{44}$ $\Sigma_{E2} = S_{11} - S_{12}$	Trigonal (inferior) $\Sigma_{\tilde{E},11} = \frac{1}{2} S_{44}$ $\Sigma_{\tilde{E},22} = S_{11} - S_{12}$ $(\Sigma_{\tilde{E},12})_{real} = S_{14}$ $(\Sigma_{\tilde{E},12})_{imag} = S_{15}$
Hexagonal Tetrag. Trig. (tipo A_1 solamente) $\Sigma_{A,11} = S_{33}$ $\Sigma_{A,22} = S_{11} + S_{12}$ $\Sigma_{A,12} = \sqrt{2} \cdot S_{13}$	
Tetragonal (superior) $\Sigma_{B1} = S_{11} - S_{12}$ $\Sigma_{B2} = \frac{1}{2} S_{66}$ $\Sigma_E = \frac{1}{2} S_{44}$	Orto-rómbico $\Sigma_{B1} = \frac{1}{2} S_{66}$ $\Sigma_{B2} = \frac{1}{2} S_{55}$ $\Sigma_{B3} = \frac{1}{2} S_{44}$
Tetragonal (inferior) $\Sigma_{B,11} = S_{11} - S_{12}$ $\Sigma_{B,22} = \frac{1}{2} S_{66}$ $\Sigma_{B,12} = S_{16}$ $\Sigma_F = \frac{1}{2} S_{44}$	Monoclínico $\Sigma_{B11} = \frac{1}{2} S_{44}$ $\Sigma_{B22} = \frac{1}{2} S_{55}$ $\Sigma_{B12} = \frac{1}{2} S_{45}$

Cristales cúbicos

$$E^{-1} = \frac{1}{3} (\Sigma_A + 2\Sigma_E) - 2(\Sigma_E - \Sigma_F) \Gamma$$

$$G^{-1} = 2\Sigma_F + 4(\Sigma_E - \Sigma_F) \Gamma$$

$$\Gamma = \gamma_1^2 \gamma_2^2 + \gamma_2^2 \gamma_3^2 + \gamma_3^2 \gamma_1^2$$

La condición $\sum_p C_p = C_0$ (constante) implica $\delta \Sigma_A \equiv 0$

Cristales hexagonales

$$E^{-1} = \frac{1}{2} (\Sigma_{A,22} + \Sigma_{E2}) (1 - \gamma_3^2) + \Sigma_{A,11} \gamma_3^4 + (\sqrt{2} \Sigma_{A,12} - 2\Sigma_{E1}) \gamma_3^2 (1 - \gamma_3^2)$$

$$G^{-1} = 2\Sigma_{E1} + (\Sigma_{E2} - \Sigma_{E1}) (1 - \gamma_3^2) + (\Sigma_{A,22} + 2\Sigma_{A,11} - 2\sqrt{2} \Sigma_{A,12} + \Sigma_{E2} - 4\Sigma_{E1}) \gamma_3^2 (1 - \gamma_3^2)$$

Tetragonal superior

$$E^{-1} = \frac{1}{2} (\Sigma_{A,22} + \Sigma_{B1}) (\gamma_1^4 + \gamma_2^4) + (\Sigma_{A,22} + 2\Sigma_{B2} - \Sigma_{B1}) \gamma_1^2 \gamma_2^2 + (\sqrt{2} \Sigma_{A,12} + 2\Sigma_E) \gamma_3^2 (1 - \gamma_3^2) + \Sigma_{A,11} \gamma_3^4$$

$$G^{-1} = (\Sigma_E + \Sigma_{B2}) (\gamma_1^4 + \gamma_2^4) + 2\Sigma_E \gamma_3^4 + (4\Sigma_{B1} + 2\Sigma_E - 2\Sigma_{B2}) \gamma_1^2 \gamma_2^2 + [\Sigma_{A,22} + 2\Sigma_{A,11} - 2\sqrt{2} \Sigma_{A,12} + \Sigma_{B1} + \Sigma_{B2} - \Sigma_E] \gamma_3^2 (1 - \gamma_3^2)$$

Trigonal superior

$$E^{-1} = E_{HEXAG}^{-1} + 2\Sigma_{E,12} \times \gamma_2 \gamma_3 (3\gamma_1^2 - \gamma_2^2)$$

$$G^{-1} = G_{HEXAG}^{-1} - 4\Sigma_{E,12} \times \gamma_2 \gamma_3 (3\gamma_1^2 - \gamma_2^2)$$

V. FRICCIÓN INTERNA DEBIDA A DISLOCACIONES

La contribución de las dislocaciones a la fricción interna se manifiesta de diferentes maneras según la temperatura, la amplitud de vibración y la estructura del metal.

Se pueden distinguir los efectos de relajamiento intrínseco (creación de kinks activada térmicamente-picos de Bordoni).

Los efectos de resonancia amortiguada (modelo de Koehler, de Lücke y Granato - cuerda vibrante).

Los efectos de desanclado.

Los efectos de interacción con los defectos (picos de Hasiguti-picos llamados de deformación).

El efecto Köster (evolución de la fricción interna después de la deformación).

V.1. Picos de Bordoni :

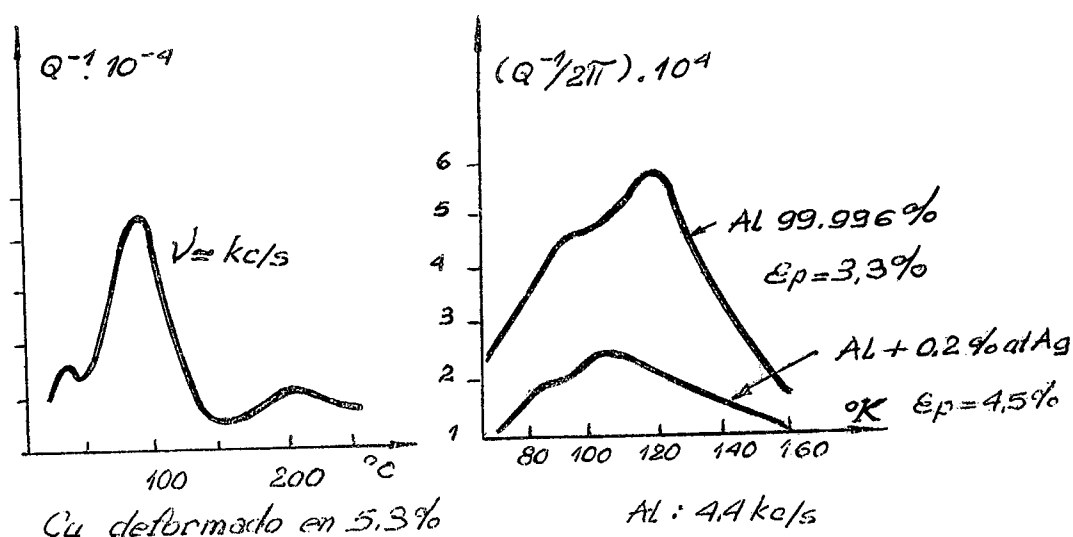
La mayoría de los metales presentan, después de ser deformados, picos de fricción interna situados en la zona de bajas temperaturas, donde la amplitud varía con el nivel de deformación y la posición depende de la frecuencia. Ejemplo: el Cobre da dos picos a 80°K y 40°K, para una frecuencia de 40 kc/s.

El conjunto de mediciones efectuadas sobre este metal lleva a las siguientes conclusiones :

- los resultados obtenidos en monocristales y en policristales son sensibles equivalentes.
- el pico de Bordoni aparece solamente después de deformar el metal recocido.
- la altura del pico crece con la deformación y luego se satura.
- la presencia de impurezas disminuye la altura del pico.
- el pico se desplaza a temperaturas mayores cuando la frecuencia de vibración aumenta.
- la amplitud de vibración afecta muy poco la altura del pico y su posición.
- hacia las bajas temperaturas aparece un pico subsidiario, enteramente ligado al pico de Bordoni, llamado pico de Niblett y Wilks.
- el ancho del pico es superior al de un pico de Debye.

Los espectros obtenidos son en efecto bien diferentes, según los metales: Ag y Cu dan espectros muy semejantes.

El Aluminio da un espectro extendido (ver figuras).



V.1

Se han medido picos en Mg, Ti y Zr.

En los metales cúbicos centrados en el cuerpo, los resultados muestran una influencia importante de los elementos intersticiales (O, N, C, ...).

Las entalpías medias de activación obtenidas del desplazamiento en temperatura del máximo del pico en función de la frecuencia de vibración son del orden de algunas fracciones del electrón Volt.

Tabla V.1

	<u>PICO DE BORDONI</u>		<u>PICO SUBSIDIARIO</u>	
Cu	$H = 0.12 / 0.14$	$\nu_0 \approx 10^{11} \text{ a } 10^{12}$	$H = 0.05$	$\nu_0 \approx 10^{10}$
Al	$H \approx 0.25$	$\nu_0 \approx 10^{14}$	$H = 0.16 / 0.17$	$\nu_0 \approx 10^{13}$

Los metales b.c.c. (Nb, V, Ta, Mo) dan dos tipos de picos; el pico P situado a temperaturas inferiores y el pico P a temperaturas más altas..

	Tabla V.2				P_{β}		
Nb	$\sim 180^{\circ}K$	$H \approx 0.25$	$\nu_0 \approx 10^{12}$		$\sim 300^{\circ}$	$H \approx 0.5$	$\nu_0 \approx 10^{11}$
Mo	$\sim 110^{\circ}K$	$H \approx 0.18$	$\nu_0 \approx 10^{11}$		$\sim 300-400^{\circ}K$	$H = 0.5$	$\nu_0 \approx 10^{10}$
	$(\nu = 15 kc/s)$				$\nu \approx 15 kc/s$		

El Ni para pequeñas deformaciones dá un pico P_x a -25°C para 30 Kc/seg., y un pico a -135°C para deformaciones altas.

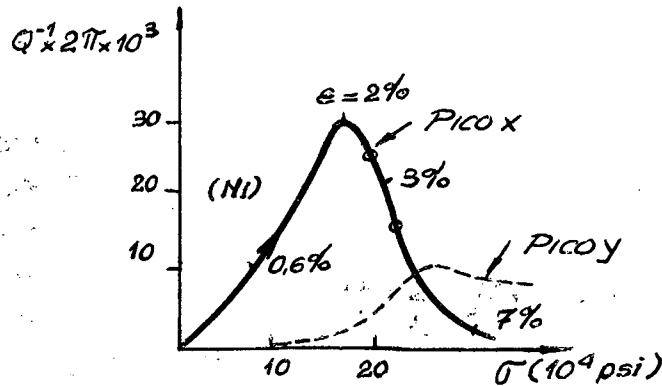


Figura V. 2

Los estudios hechos sobre monocristales muestran que al menos para los metales f.c.c. y hexagonales la amplitud de los picos está enteramente ligada a las diferentes etapas de la curva esfuerzo-deformación y a los sistemas de deslizamiento posibles (ej. deslizamiento basal en el Mg). Del mismo modo se observó una estrecha correspondencia entre la altura de los picos P_α y P_β de los metales b.c.c. y la densidad de dislocaciones activadas: $Q_M \approx (\tau - \tau_0)^{1/2} \rho$ (densidad de dislocaciones).

Teoría : El modelo corrientemente admitido para explicar los picos de Bordoni es la creación térmicamente activada de "kinks" sobre las dislocaciones situadas a lo largo de los valles de Peierls-Nabarro.

Si W_R es la energía de formación de un kink, en ausencia de tensión

$$W_R \approx \frac{2a}{\pi} \sqrt{\frac{2ab E_0 \tau_p}{\pi}}$$

donde τ_p tensión de Peierls y $E_0 \approx \frac{Gb^2}{2}$ (tensión de línea)

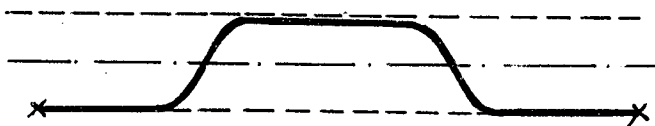


Figura V. 3

Tenemos entonces una frecuencia de formación de kinks térmicos $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \exp(-W/kT)$ con $W \approx 2W_R$ y $\dot{\gamma}_0 \approx kT \frac{b}{l}$ que coincide con el máximo del pico de Bordoni. La

existencia de un pico satélite será debida a las dislocaciones de vector de Burgers diferente. (Seeger, Seeger y Schiller, Donth, Mason).

Un modelo más elaborado conduce a $W = W/k = \{1 + \frac{1}{4} \log \frac{16 \tau_p}{\tau}\}$ donde τ es la tensión aplicada y el modelo más completo a :

$$W = k T F(r, \alpha) \quad \text{con } r = \frac{2 W R}{k T} \quad \text{y } \alpha = 1 - \pi/8 \quad \tau/\tau_p$$

Por otra parte: $Q^{-1} = \frac{P}{2(1+P)} v_2$ con $P = 2 N a$ donde N número de lazos activados por unidad de volumen.

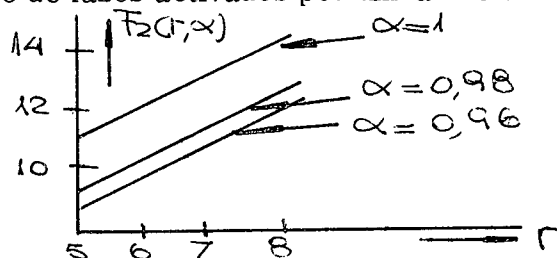
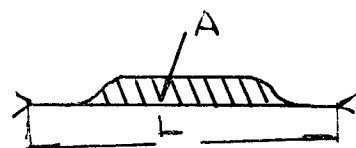


Figura V.4



Si se admite $A \approx L a$, un orden de magnitud máximo para $Q^{-1} \approx \frac{b^2 L^3 N G}{48 E_0} \approx \frac{N L^3}{24}$ La influencia de las tensiones internas y de las tensiones aplicadas durante la sollicitación ha sido considerada por Paré. La existencia de un pico de fricción interna exige:

$$\sigma > 2 \frac{W R}{a b L} \quad \text{y} \quad Q^{-1} \approx \rho \frac{1}{a^2 b^2 G} \cdot \frac{W/W_0}{1 + (W/W_0)^2}$$

con

$$W_0 = W_A \cdot \exp. \left(- \frac{W}{k T} \right)$$

W_A es aproximadamente 5 veces la frecuencia de vibración de las dislocaciones en los valles de Peierls. Si $\Delta \sigma$ representa la amplitud media de las tensiones internas y σ_a la tensión aplicada durante la medida: $W = W_0 \left\{ 1 - 0,6 \left(\frac{\Delta \sigma}{\sigma_p} \right)^{0,592} \left[1 - \left(\frac{\sigma_a}{\Delta \sigma} \right)^2 \right]^{-0,296} \right\}$ esto es, un aumento de $\Delta \sigma$ desplaza al máximo del pico hacia las bajas temperaturas y lo ensancha.

Alefeld ha considerado un efecto de entropía.

Otros modelos han sido propuestos para explicar los picos de Bordoni, pero los resultados citados que comprenden la influencia de la deformación y en monocristales (en particular el estudio de monocristales de Ag por Mecs y Nowick-J. Appl. Phys. 17, 509 (1968) muestran que el modelo de kinks es el más satisfactorio.

V.2. Efectos de resonancia de dislocaciones (Q^{-1})

Independientemente de los picos observados después de la deformación en el rango de bajas temperaturas, los metales presentan generalmente una fricción interna (fondo continuo) que puede separarse en dos partes: Q_I^{-1} independiente de la amplitud de oscilación y Q_H^{-1} que varía con la amplitud (ej. Cu).

$$Q_{TOTAL}^{-1} = Q_I^{-1} + Q_H^{-1}$$

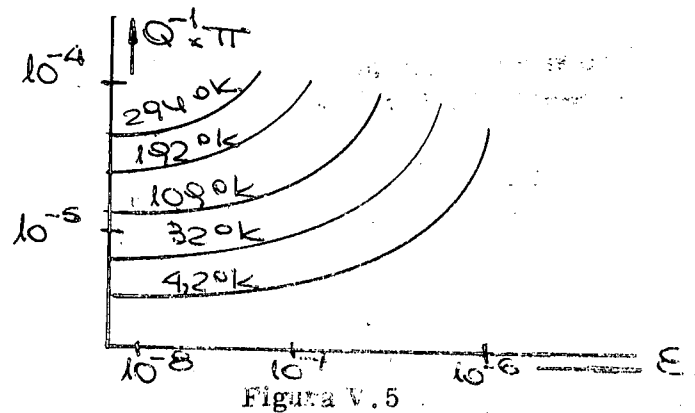


Figura V.5

El término Q^{-1} es generalmente una función creciente de la temperatura y la frecuencia; este término disminuye cuando la movilidad de las dislocaciones decrece (deformación, impurezas, irradiación), ej. Cu irradiado.

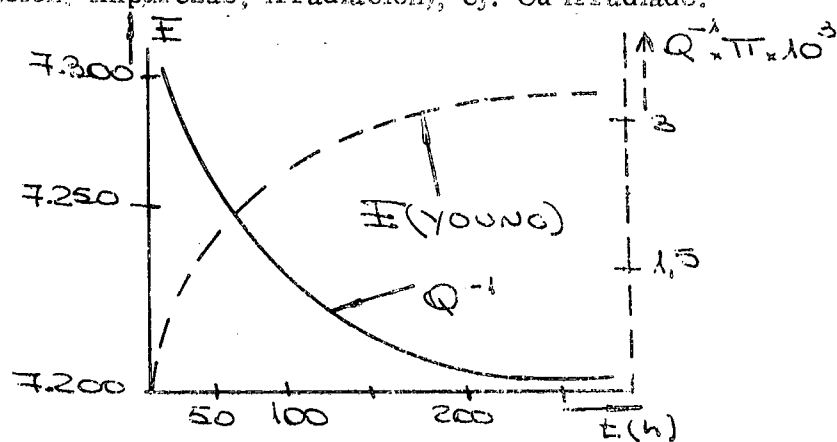


Figura V.6

El modelo más satisfactorio es aquí el modelo de Koehler, Lucke y Granato (modelo de la cuerda vibrante) - ver anexo -

La fricción interna $Q^{-1} = \frac{R \Delta_0 L^2 \Delta_0}{2\pi} \frac{\omega \omega_0^2 d}{(\omega_0^2 - \omega^2 + (\omega d)^2)}$

y el defecto en módulo $\frac{\Delta G}{G} = \frac{R \Delta_0 L^2}{\pi} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) \omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 + (\omega d)^2)}$

donde $\Delta_0 = \frac{8Gb^2}{\pi^3 c}$, $d = \frac{B}{A}$, Λ (densidad de dislocaciones)

L (longitud de los lazos) $A = \pi \rho b^2$, $c = \frac{2Gb^2}{\pi(1-\nu)}$

B constante de Leibfried, $\omega_0 = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{E}{\Lambda}}$

R = factor de orientación

(a temperaturas suficientemente altas $B = \frac{3kTz}{10G\alpha^2}$ donde C_T = velocidad de ondas de cisallamiento y Z número de átomos por unidad de volumen en la red).

Los resultados precedentes han recibido excelente confirmación en el dominio de los megaciclos (atenuación de ondas). ej. influencia de la irradiación sobre Λ y L . Si $\omega \ll \omega_0$ y B suficientemente alto: $Q^{-1} = \frac{R \Delta L^2}{2\pi} \Delta_0 \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}$

con $\tau = BL^2/\pi^2 C$ y para $\omega \tau \gg 1$, $Q^{-1} = \frac{R \Delta L^2}{2\pi} \Delta_0 \frac{1}{\omega \tau}$

de modo que la atenuación de las ondas ultrasónicas $\alpha(\omega)$ tiende hacia un valor límite $\sim \frac{4RGb^2\Delta}{\pi^2 B}$

La evolución de Q^{-1} y $\alpha(\omega)$ ha sido estudiada por Stern y Granato para monocristales de Cu, en el rango de 5-45 Mc/s durante una irradiación con rayos γ del cobalto.

Se observa que el máximo de Q^{-1} se desplaza durante la irradiación hacia las frecuencias elevadas, de acuerdo a la relación:

$$\omega_M = \frac{1}{\tau} \approx \frac{\pi^2 C}{BL^2} \quad (L \text{ disminuye})$$

$$\text{y } Q_M^{-1} \approx R \Delta_0 \Delta L^2 / 2$$

Si n es el número de puntos de anclaje y P el número de defectos que llegan por unidad de tiempo a la dislocación:

$$n(t) = \frac{\Lambda}{L} = \frac{\Lambda}{L_0} + \rho t$$

$$\text{y si } \rho = \text{cte} : L = L_0 / (1 + \beta t) \text{ con } \beta = \frac{\rho L_0}{\Lambda}$$

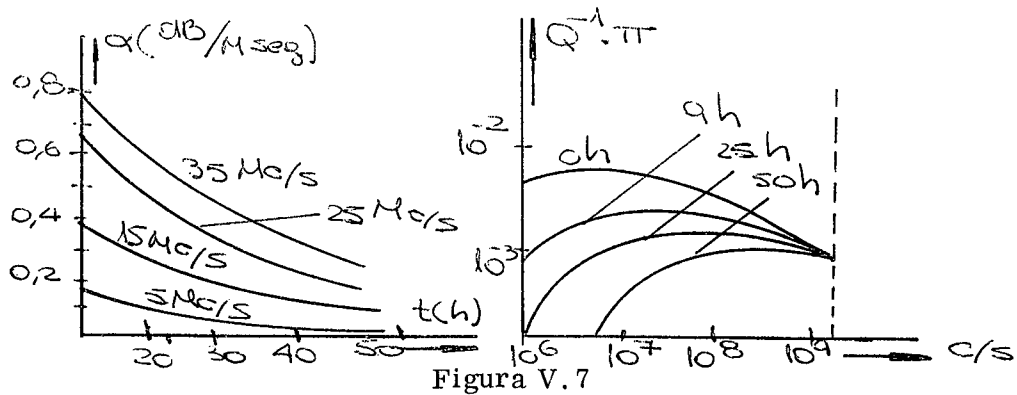


Figura V.7

En general, los puntos de anclaje no están regularmente espaciados a lo largo de la dislocación y es necesario considerar una función de distribución $N(l)$.

$$\text{función exponencial: } N(l) dl = \frac{\Lambda}{L^2} \exp. \left(-\frac{l}{L} \right)$$

$$\text{función delta: } N(l) = \frac{\Lambda}{L} \delta(l - L)$$

$$\text{por lo tanto } Q^{-1} = \frac{\int_0^\infty \omega^2 N(l) dl}{\tau_0^2 / G} \quad \text{y } \Delta G / G = \frac{\int_0^\infty \epsilon dN(l) dl}{\tau_0 / G}$$

$$\text{con } W_L = \int_0^l dy \int_0^{2\pi/\omega} \frac{\partial \epsilon(y, t)}{\partial t} dt \quad \text{y } \epsilon d = b \int_0^l \epsilon(y, \frac{2\pi}{\omega}) dy$$

La introducción de tales distribuciones no cambia la forma de variación de Q^{-1} y $\Delta G/G$ en función de ω , salvo para $\Delta G/G$ a altas frecuencias: $\Delta G/G \sim 1/\omega^{3/2}$ en lugar de $1/\omega$. Sin embargo la distribución exponencial conduce a valores más fuertes.

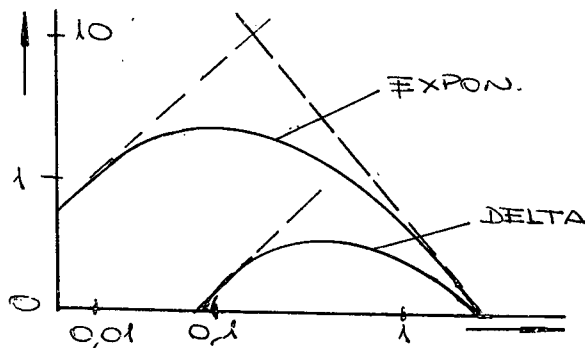


Figura V.8

A bajas frecuencias

$$Q^{-1} = \frac{\Lambda L^4 G b^2}{C^2} B \omega; \quad \Delta G/G = \Lambda L^2 \frac{G b^2}{2C}$$

A altas frecuencias

$$Q^{-1} = \frac{G b^2 \Lambda}{B \omega}$$

y la fricción interna máxima $Q_{MAX}^{-1} = 1,135 \frac{G b^2}{2C} \frac{\Lambda L^2}{\pi}$ se obtiene para $\omega = 0,708 \frac{C}{B L^2}$

Estos resultados concuerdan con los de Stern y Granato. Por otra parte, las mediciones de Thomson y Holmes verifican bien la ley $y^{-1/2} - 1 = z^{-1/2} - 1 = \frac{m(t)}{m_0} - 1 = \lambda \cdot t$

donde t es la duración de la irradiación $y = \frac{\Delta G/G}{(\Delta G/G)_0} = \frac{L^2}{L_0^2}$,
 $z = Q^{-1}/Q_0^{-1} = L^4/L_0^4$

Numerosas aplicaciones de este modelo han sido hechas al estudio de los efectos de la irradiación: influencia del flujo, de la temperatura, etc. ...

Truell, Elbaum y Hikata han estudiado la influencia de la deformación plástica por el método de atenuación, en monocristales de Al y han analizado la evolución de Λ y L en las diferentes etapas de la deformación.

Limitaciones del modelo precedente. En el caso de metales en los cuales la fuerza de Peierls es elevada el movimiento de las dislocaciones está condicionado por la presencia de kinks geométricos (por lo menos a bajas temperaturas, cf, Seeger y Schiller, Suzuki, Elbaum y Alefeld).

La diferencia entre el modelo de la cuerda vibrante y la cadena de kinks concierne sobre todo la influencia de la amplitud de oscilación o de una tensión de polarización: la deformación anelástica crece con la tensión en el caso de la cuerda vibrante y decrece cuando la tensión aumenta para una cadena de Kinks.

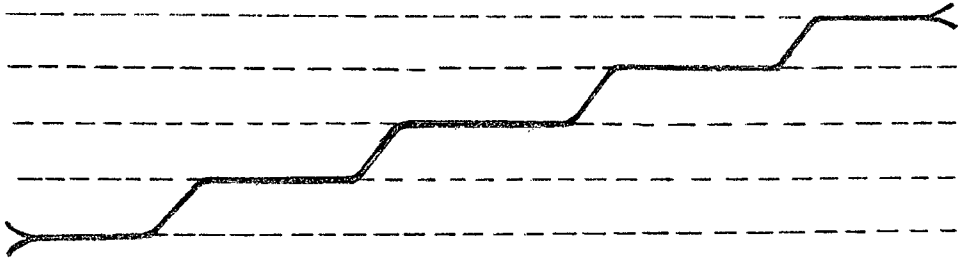


Fig. V - 9

Fricción interna dependiente de la amplitud de vibración

El aumento en la fricción interna con la amplitud ha sido interpretado por Granato y Lüke como la consecuencia del desanclado de las dislocaciones.

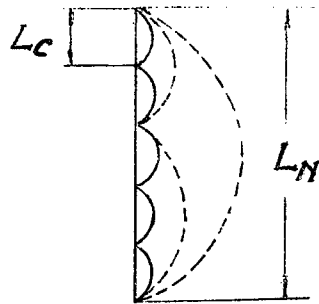


Fig. V -10

Admitiendo L_N constante y una distribución inicial exponencial de longitud de segmentos de dislocaciones entre los puntos de anclado (cf: anexo)

$$\Delta_H = \frac{R}{\pi^2} \cdot \frac{L_N^3}{L_c} \cdot \frac{K \eta a}{L_c \epsilon_0} \cdot \exp\left(-\frac{K \eta a}{L_c \epsilon_0}\right)$$

donde η = factor de tamaño

R y K son factores de orientación (K está ligado a la fuerza necesaria para desanclar), ϵ_0 la amplitud de vibración

$$\frac{\Delta G}{G} \approx r \Delta_H \quad \text{con } r \neq 1$$

Si la expresión para Δ_H es correcta, la representación de $\log(\epsilon_0 \times \Delta_H)$ en función de $1/\epsilon_c$ debe

dar una recta de pendiente $(-\frac{k\eta\alpha}{L_c})$ y de ordenada A para $\frac{\lambda}{\epsilon_0} = 0$ proporcional a :

$$\frac{\lambda L_N^3}{L_c^2}$$

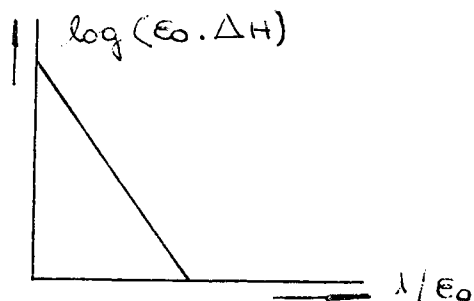


Fig. V - 11

El modelo precedente se cumple para valores de ϵ_0 suficientemente pequeñas de modo que L_N permanezca constante. Para valores elevados de ϵ_0 se observa generalmente una variación de la fricción interna diferente.

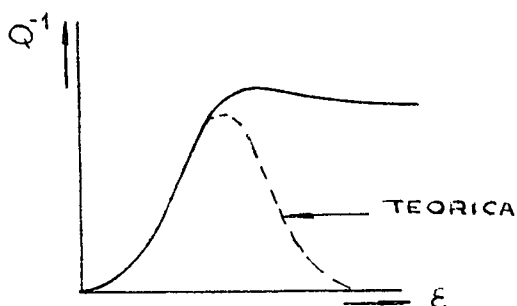


Fig. V - 12

Rogers ha hecho una extensión de la teoría de Lücke y Granato considerando por un lado un desanclado posible a pequeñas amplitudes y por otro la contribución de ciertos términos de Edise supuestos despreciables por G-L. SWARTZ y WEERTMAN han considerado el caso en que la fuerza de desanclado depende de la orientación de la dislocación y el movimiento después del desanclado está controlado por el campo de tensiones de las impurezas.

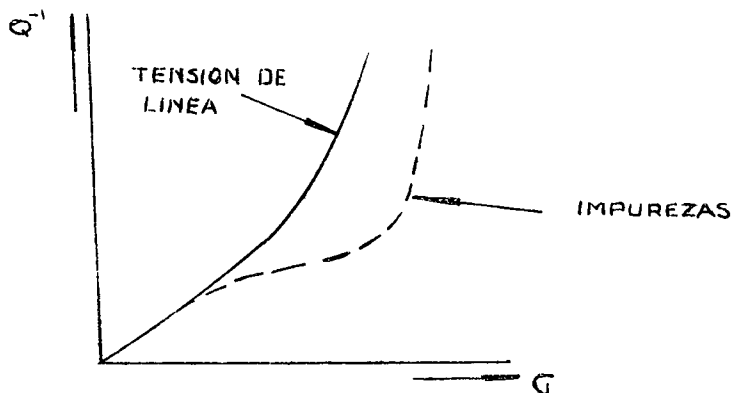


Fig. V- 13

En la mayoría de los casos, solamente la influencia de la temperatura puede explicar las desviaciones con respecto a la teoría anterior.

Teutonico, Granato y Lücke han estudiado el problema de desanclado térmico en el caso de un solo punto de anclado y en el caso de un anclado continuo.

Las expresiones que se obtienen para Q^{-1} y $\Delta G/G$ son difícilmente aplicables.

Modelo de Friedel

La probabilidad de desanclado es $V \approx \exp \left[-W_M - \frac{\sigma^* b d L}{kT} \right]$ con

$\sigma^* = \sigma - \sigma_i$ y W_M energía de interacción dislocación-defecto.

Sea N el número de lazos desanclados por unidad de volumen

$$\sigma = G \cdot \epsilon_{el} = (G + \delta G) (\epsilon_{el} + \epsilon_{disl})$$

$$\frac{\delta G}{G} = - \frac{\epsilon_{disl}}{\epsilon_{el} + \epsilon_{disl}} = - \frac{1}{1 + \frac{\epsilon_{disl}}{\epsilon_{elas}}}$$

En ausencia de activación térmica, antes del desanclado

$$\frac{\epsilon_{disl}}{\epsilon_{elas}} \sim \frac{N L_c^3}{20} \cdot \frac{L_N}{L_c} \quad \text{y después del desanclado}$$

$$\frac{\epsilon_{disl}}{\epsilon_{elas}} = \frac{N L_N^3}{20}$$

Por lo tanto

$$\frac{\Delta G}{G} = - \frac{N L_N^3}{20} \left(1 - \frac{L_c^2}{L_N^2} \right) \quad \text{y} \quad Q^{-1} \approx 2 \frac{\Delta G}{G}$$

Si tenemos activación térmica:

$$N = N_0 \frac{v_0 \cdot b}{L_c} \cdot \frac{1}{2V} \exp \left[- \frac{|W_M| - (\sigma - \sigma_i) b d L}{kT} \right]$$

y

$$Q^{-1} \approx \frac{N_0 L_N^4 v_0 b}{12 \cdot \sqrt{L_c^2}} \exp \left[- \frac{W_M - (\sigma - \sigma_i) d L}{kT} \right]$$

donde d es la distancia recorrida entre desanclados, $v_0 = \frac{kT}{h}$, ν frecuencia de vibración impuesta.

V-4 Picos de relajamiento debidos a la interacción dislocación-defectos

Picos de Hasiguti: Numerosos metales presentan picos de fricción interna en el rango de temperaturas situado entre los picos de BORDONI y la ambiente. La existencia de estos picos está ligada a la deformación. Las entalpías de activación son del orden de 0,4 a 0,5 eV y los factores de frecuencia de 10^{12} a 10^{13} . Estos picos desaparecen manteniendo la muestra a temperaturas del orden del ambiente después de la deformación, contrariamente a los picos de Bordoni. En el Cobre se observan tres picos; para una frecuencia de 1 c/seg el primer pico P_1 está situado a 130°C (el pico de Bordoni P_0 está situado a 200°C); un pico P_3 está situado a 40°C . Después de una deformación a N^2 líquido aparece un pico P_2 intenso a 90°C que después de un recocido dá P_1 y P_2 . La evolución de estos picos en función de la deformación y del recocido, y los valores de H y τ_0^{-1} sugieren un mecanismo de interacción dislocación-defecto.

El Aluminio dá dos picos P_α y P_β situados a 50°C y 40°C a 600 c/s.

Un primer modelo ha sido propuesto por Hasiguti, haciendo intervenir la difusión de Kinks atrapadas por los defectos.

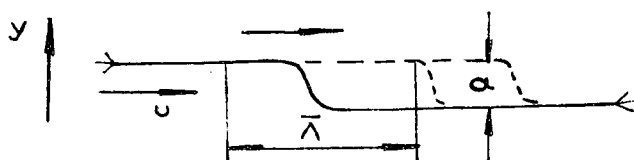


Fig. V-14

La velocidad de desplazamiento de un Kink:

$$v = \sigma b a \frac{D}{kT}$$

y la velocidad de desplazamiento de la dislocación:

$$\frac{dy}{dt} = D \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \sigma b a^2 N \frac{D}{kT}$$

N es el número de Kinks por unidad de longitud, D es el coeficiente de difusión de un Kink

$$\bar{\epsilon}_d = \frac{b}{v} \int_0^L (y - y_0) dx \quad y \quad \sigma = \sigma_0 \exp(i\omega t)$$

$$Q^{-1} = \Delta \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad y \quad \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

con

$$\Delta = \frac{8N\Delta G a^2 b^2 L^2}{\pi^4 k T} \quad y \quad \tau = \frac{L^2}{D\pi^2} = \tau_0 \exp\left(\frac{E_B}{kT}\right)$$

con $\tau_0 = \frac{L^2}{\pi^2 v \lambda^2}$ donde v es la frecuencia de vibración de un Kink y E_B = energía de interacción dislocación-defecto, λ la longitud de salto.

El pico P_1 del Cobre será debido a la interacción con las vacancias y el pico P_2 a la interacción con las intersticiales.

Hasiguti, ha desarrollado un modelo más general según un esquema análogo al de Friedel.

Sea N el número de elementos de dislocación que saltan con una frecuencia $\nu \exp\left(-\frac{H - \alpha \sigma}{kT}\right)$, cada elemento contribuye a la deformación en

$$\epsilon_1 = g\sigma$$

El número de elementos que saltan en el tiempo t por unidad de tiempo:

$$\frac{dN}{dt} = [N_0 - N(t)]s(t) \quad \text{con} \quad s(t) = \nu \exp\left[-\frac{H - \alpha \sigma(t)}{kT}\right]$$

La energía disipada por ciclo: $\Delta W = \oint \sigma d\epsilon = - \oint \epsilon d\sigma$

será

$$\Delta W = -g \oint N(t) \sigma d\sigma \quad \text{con} \quad N(t) = N_0 \left\{ 1 - \exp\left[-\int_0^t s(t) dt\right] \right\}$$

Admitiendo que

$$\frac{\alpha \sigma_0}{kT} \ll 1 \quad \text{y} \quad \frac{\nu \alpha}{\omega} \exp\left(-\frac{U}{kT}\right) \ll 1$$

se obtiene

$$Q^{-1} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W}{\sigma_0^2/2G} \approx \frac{N g G}{\pi} \left\{ f(u) + \frac{\alpha \sigma_0}{kT} g(u) + \left(\frac{\alpha \sigma_0}{kT}\right)^2 h(u) + \dots \right\}$$

donde f , g y h son funciones fácilmente calculables de $x = \frac{2\omega}{\nu} \exp\left(-\frac{U}{kT}\right)$

En particular

$$Q_{MAX}^{-1} = 0,126 \left(\frac{\Delta G}{G} \right)$$

con

$$\frac{\Delta G}{G} = N g G \quad \left(g \approx \frac{L^3}{G} \right)$$

Estos resultados son coherentes con la evolución del pico P_1 del cobre en función de la migración y la aglomeración de los defectos puntuales.

V-5 Picos de deformación en b.c.c. ó picos de Köster ligados a las intersticiales:

Los metales b.c.c. en particular el hierro, presentan después de la deformación un pico de fricción interna situado más allá del pico de Snoek (del orden de 150 a 200°C para el hierro a 1 ciclo/seg)- Este pico no aparece inmediatamente después de la deformación y necesitan un cierto tiempo de recocido después de la deformación; su aparición y desarrollo está acompañada por una disminución del pico de Snoek. Manteniendo la muestra a temperaturas suficientemente elevadas el pico desaparece. La energía de activación es del orden de 33.000 cal/mol para el hierro y $\tau_0 \approx 10^{15}$.

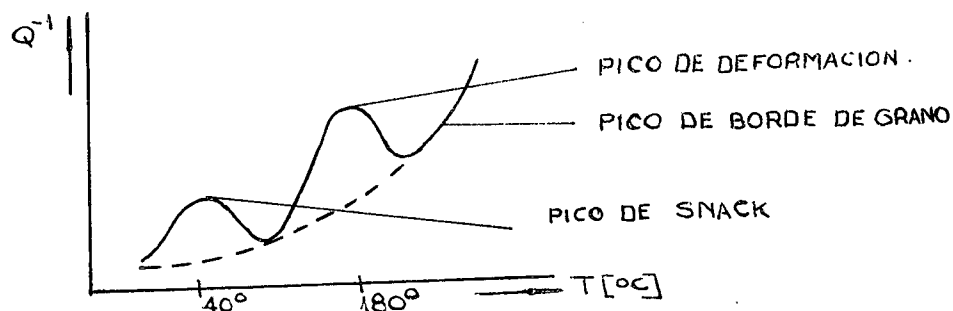


Fig. V-15

La altura del pico es función de la deformación y de la concentración de intersticiales pero se satura en ambos casos.

El modelo más coherente es el movimiento de las dislocaciones arrastrando la atmósfera de impurezas.

Modelo de Schoeck [AM. vol II - 617 (1963)]

$$\text{SI } v = \frac{dy}{dt} = \frac{D}{kT} \sigma b \Delta l, \text{ con } \Delta l = \frac{4\sqrt{3} b^3}{9\pi R^2 C_d}$$

Donde $R \approx b$;

C_d = fracción atómica de impurezas

$$\alpha \frac{dy}{dt} - \beta \frac{\partial^2 y}{\partial u^2} = \sigma b \quad \text{con } \alpha = \frac{9\pi R^2 C_d}{4\sqrt{3}} \frac{kT}{D b^3} \quad y \quad \beta \approx \frac{6b^2}{2}$$

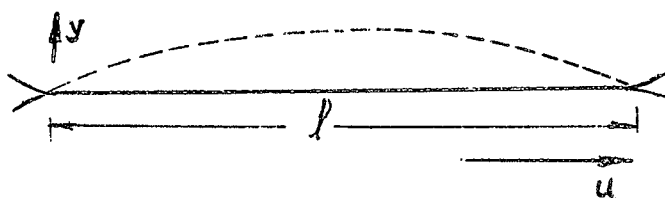


Fig. V -16

$$\sigma = \sigma_0 \exp(i\omega t) ; \quad y(0) - y(l) \equiv 0 \text{ resulta}$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin(2n+1) \frac{\pi y}{l} \exp(i\omega t)$$

$$\text{con } a_n = \frac{4\sigma_0 b l^2}{\pi^3 \beta (2n+1)^3} \frac{1 - i\omega \tau_n}{1 + \omega^2 \tau_n^2} \quad y \quad \tau_n = \frac{\alpha l^2}{\pi \beta (2n+1)^2}$$

Una solución aproximada corresponde a

$$\alpha \frac{\partial \bar{y}}{\partial t} + \frac{8\beta}{l^2} \bar{y} = \sigma b$$

donde $\bar{x} = \sigma_0 b \frac{8\beta/l^2 - i\omega\alpha}{64\beta^2/l^4 + \omega^2\alpha^2}$

Si suponemos una distribución de dislocaciones

$$\Lambda = \int_0^\infty \rho(l) dl$$

$$\mathcal{E}d = R b \int_0^\infty \rho(l) \bar{x}(l) l dl$$

entonces

$$Q^{-1} = \frac{G}{\sigma_0} \quad \text{Im}(\mathcal{E}d) = R \Lambda l_0^2 \int_0^\infty \frac{\omega \tau \bar{\rho}(z) z^5 dz}{1 + \omega^2 \tau^2 z^4}$$

con

$$\tau = \frac{9\pi R^2 k T c_d l_0^2}{16\sqrt{3} G b^5 D} ; y$$

$$\bar{\rho}(z) = \frac{l_0}{\Lambda} \rho(z)$$

ej: $\rho(z) = \exp(-z)$; $Q^{-1} = \frac{R \Lambda l_0^2}{4} I(\omega \tau)$

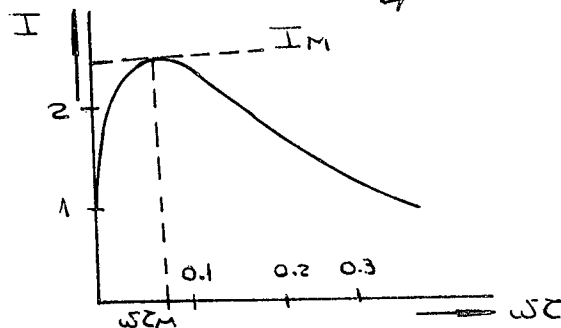


Fig. V-17

En el caso de bajas amplitudes la relación de Einstein no es aplicable y el modelo de Schoeck en este caso da una expresión de Q^{-1} diferente pero difícilmente utilizable.

Mura y otros han propuesto un modelo diferente haciendo intervenir una redisolución de los precipitados.

Teoría de Lucke y Gramato - Modelo de la cuerda vibrante

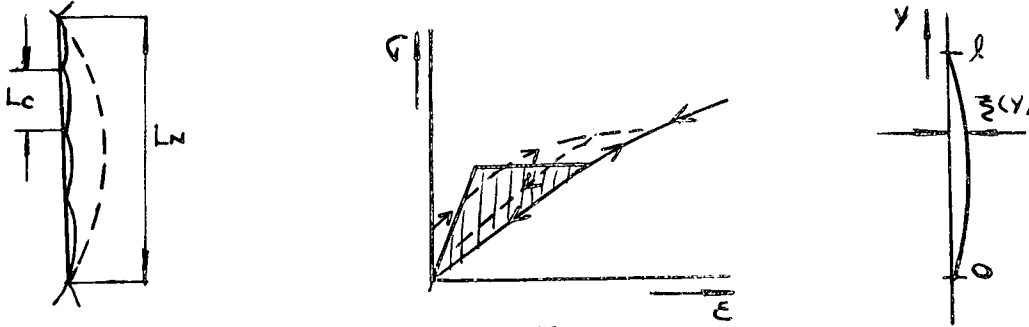


Figura V-18

$$(1) \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad \epsilon = \epsilon_{el} + \epsilon_{disl} = \frac{\sigma}{C_r} + \epsilon_{disl}$$

$$\bar{\xi} = \frac{1}{l} \int_0^l \xi(y) dy$$

$$\epsilon_{disl} = \frac{\Delta b}{l} \int_0^l \xi(y) dy$$

(2)

$$A \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + B \frac{\partial \xi}{\partial t} - C \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = b \sigma$$

(1')

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - \frac{\rho}{C_r} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\Delta \rho b}{l} \frac{\partial^2 \int_0^l \xi(y) dy}{\partial t^2}$$

Solución:

$$\xi = \xi \exp(-\alpha \mu) \cdot \exp\left[i\omega\left(t - \frac{\mu}{v}\right)\right]$$

donde

$$\xi = 4b \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \frac{\sin \frac{(2n+1)\pi y}{l}}{l} \cdot \frac{\exp[i(\omega t - S_n)]}{[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (\omega \alpha)^2]^{1/2}}$$

con

$$n=1 \rightarrow \alpha(\omega) = \frac{\omega}{2v} \cdot \frac{\Delta \Delta \eta^2}{\pi} \cdot \frac{\omega d}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega \alpha)^2}$$

$$v(\omega) = v_0 \left[1 - \frac{\Delta \Delta \eta^2}{2\pi} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega \alpha)^2} \right]$$

donde

$$v_0 = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad ; \quad \Delta_0 = \frac{8Gb^2}{\pi^3 C} \quad ; \quad \eta = \frac{\pi^2 C}{A}$$

de aquí:

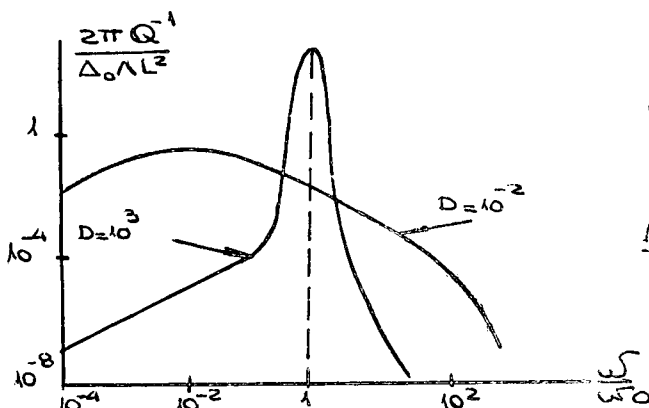


Fig. V-19

$$Q^{-1} = \frac{\alpha(\omega) v}{\omega} = \frac{\Delta_0 \Lambda L^2}{2\pi D} \cdot \frac{\xi}{(1 - \xi^2)^2 + \xi^2/D^2}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta_0 \Lambda L^2}{\pi} \cdot \frac{1 - \xi^2}{(1 - \xi^2)^2 + \xi^2/D^2}$$

con $D = \omega_0/d$; $\xi = \omega/\omega_0$; $\omega_0 = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{c}{A}}$

Si B es pequeño, el amortiguamiento máximo, Q^{-1}_{MAX} , se produce para $\omega = \omega_0$

Si B es elevado Q^{-1}_{MAX} SE PRODUCE PARA $\omega = \omega_0^2/d$

Ej:

	$B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ dinas/cm}^2$		$B = 5 \cdot 10^{-3}$		$(\Lambda = 10^7 \text{ cm/cm}^3)$
$l(\text{cm})$	10^{-4}	10^{-6}	10^{-2}	10^{-6}	
ω_0	$3,9 \cdot 10^9$	$3,9 \cdot 10^{11}$	$3,9 \cdot 10^9$	$3,9 \cdot 10^{11}$	
ω_m	$3,9 \cdot 10^9$	$3,9 \cdot 10^{11}$	$5,6 \cdot 10^8$	$3,9 \cdot 10^{11}$	
$2\pi Q_m^{-1}$	10^{-1}	10^{-3}	$3,5 \cdot 10^{-2}$	10^{-5}	

Se define L, longitud media efectiva, por una distribución de lazos

por ejemplo: $N(l)dl = \frac{\Lambda}{L^2} \exp(-\frac{l}{L}) dl \therefore Q^{-1} = \int_0^L l Q^{-1}(l) N(l) dl$

Si $\omega/d \ll 1$

$$\begin{cases} 2\pi Q^{-1} \approx \frac{8Gb^2}{\pi^5 c^2} \cdot \Lambda L^4 \cdot 5! B \omega \left[1 + \frac{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot L^2 \omega^2}{\pi^2 c} - \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot L^4 \omega^4}{\pi^4 c^2} \right] \\ \Delta G/G \approx \frac{8Gb^2}{\pi^4 c} \cdot 3! \Lambda L^2 \end{cases}$$

Se puede así escribir

$$E_{dist} = \frac{\sqrt{2} \exp(-\alpha u)}{\pi^4 c} 8 \Lambda b^2 l^2 \cdot \cos(\omega t - kx - \delta) \cdot F(\xi)$$

con $F(\xi) = [(1 - \xi^2)^2 + \xi^2/D^2]^{-1/2}$

Fricción interna dependiente de la amplitud (efecto de desanclado)

$$\pi c (\psi_1 - \psi_2) = 4b\sqrt{l_1 + l_2}/\pi = f_1$$

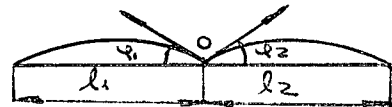


Fig. V-20

El decremento se produce cuando $f_1 = f$ (fuerza de unión)

tal que $f \approx 4G \frac{\epsilon' b^4}{Z^2}$ donde $\epsilon' =$ factor de

tamaño

Sea $l_1 + l_2 > \pi f_m / 4b\sqrt{\epsilon} \approx \mathcal{L}$

Hipótesis: Se supone que la función de distribución $N(l)dl$ pasa de una distribución exponencial para $\sqrt{\epsilon} = 0$ a una distribución DELTA para:

$$\sqrt{\epsilon} = \sqrt{\epsilon_E} : N_f(l)dl = \Lambda \frac{\delta(l - L_N)}{L_N} \cdot dl$$

de modo que para

$$0 < \sqrt{\epsilon} < \sqrt{\epsilon_E} \begin{cases} N(l)dl = \frac{\Lambda}{L_N^2} \exp(-\frac{l}{L_N}) \cdot J & \text{si } 0 < l < \mathcal{L} \\ N(l)dl = -\frac{\Lambda}{L_N} \delta(l - L_N) \cdot M dl & \text{si } \mathcal{L} < l < \infty \end{cases}$$

Se evalúa M por la probabilidad de desanclado de dos lazos adyacentes de longitud l_1 y l_2 .

La probabilidad de coexistencia de estos 2 lazos:

$$p_1 = \frac{\lambda J}{L_c^2} \exp\left(-\frac{l_1}{L_c}\right) dl_1 \cdot \frac{1}{L_c} \exp\left(-\frac{l_2}{L_c}\right) dl_2$$

o sea

$$p_1 = \frac{\lambda J}{L_c^2} \exp\left[-\frac{l_1 + l_2}{L_c}\right] dl_1 \cdot dl_2$$

La probabilidad de no desanclar:

$$\frac{1}{L_c^2} \int_0^L dl_1 \cdot \int_0^{L-l_1} \exp\left(-\frac{l_1 + l_2}{L_c}\right) dl_2 = 1 - (q+1) \exp(-q)$$

con: $q = L/L_c$

donde $M = 1 - [1 - (q+1) \exp(-q)]^n$ con $n = \frac{LN}{L_c} - 1$

El coeficiente J está determinado por: $\int_0^\infty l \cdot N(l) dl = \Lambda$

Se puede considerar $M = n(q+1) \exp(-q)$ con $q = L/L_c = \frac{\pi^2 f_m}{4bL_cG} = \frac{\Gamma}{G} = \frac{\Gamma}{G_0 \cos \omega t}$

para G creciente $\left\{ \begin{array}{l} N'_1(l) dl = \frac{\Lambda}{L_c^2} \left[1 - n\left(\frac{\Gamma}{G} + 1\right) \exp\left(-\frac{l}{L_c}\right) \exp\left(-\frac{\Gamma}{G}\right) \right] dl \quad 0 \leq l \leq L \\ N'_2(l) dl = \frac{\Lambda}{L_c^2} \delta(l - L) n\left(\frac{\Gamma}{G} + 1\right) \exp\left(-\frac{\Gamma}{G}\right) dl \quad L \leq l \leq \infty \end{array} \right.$

$$N'_2(l) dl = \frac{\Lambda}{L_c^2} \left[1 - n\left(\frac{\Gamma}{G_0(x)} + 1\right) \exp\left(-\frac{\Gamma}{G_0(x)}\right) \right] \exp\left(-\frac{l}{L_c}\right) dl \quad 0 \leq l \leq L$$

$$N'_2(l) dl = \frac{\Lambda}{L_c^2} \delta(l - L) \cdot n\left(\frac{\Gamma}{G_0(x)} + 1\right) \exp\left(-\frac{\Gamma}{G_0(x)}\right) \cdot dl \quad L \leq l \leq \infty$$

Si despreciamos los efectos dinámicos cuando ω es suficientemente pequeño $[F(z) \approx 1]$ se puede escribir $\epsilon_{1, \text{disl}}(L) = \int_0^L \gamma l^3 N'_1(l) dl$ con $\gamma = \frac{8b^2 G_0 \cos \omega t}{\pi^4 c}$

Luego para creciente:

$$\epsilon_{1, \text{disl}} = K \left[1 + \frac{\gamma^3}{3!} \left(\frac{\Gamma}{G} + 1\right) \exp\left(-\frac{\Gamma}{G}\right) \right] G$$

y por decreciente:

$$\epsilon_{2, \text{disl}} = K \left[1 + \frac{\gamma^3}{3!} \left(\frac{\Gamma}{G_0} + 1\right) \exp\left(-\frac{\Gamma}{G_0}\right) \right] G$$

con $\gamma = L/L_c$ y con:

$$K = \frac{8b^2 \Lambda L_c^2}{\pi^4 c} \cdot 3!$$

de modo que

$$Q^{-1} = \frac{1}{2\pi} \frac{2 \int_0^{G_0} (\epsilon_1 - \epsilon_2) dG}{G_0^2 / G}$$

es decir

$$Q^{-1} = \frac{KG}{2\pi} \frac{\gamma^3}{3!} \left(\frac{\Gamma}{G_0} - 1\right) \exp\left(-\frac{\Gamma}{G_0}\right)$$

que se escribe mas generalmente

$$Q^{-1} = \Omega \Delta_0 \frac{L^3}{L_c} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega}} \cdot \exp\left(-\frac{\Gamma}{\sqrt{\omega}}\right)$$

con

$$\Delta_0 = \frac{8Gb^2\Lambda}{\pi^5 C}$$

Formalismo general de la fricción interna debida a dislocaciones

Ecuación general del movimiento de un elemento de dislocación de longitud unidad

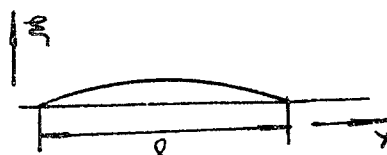
$$A \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + B \frac{\partial \xi}{\partial t} - C \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = Gb - \frac{\partial E_p}{\partial \xi} - n(y) \frac{\partial E_i}{\partial \xi} - \sum \frac{\partial V_j}{\partial \xi} \quad \left| \begin{array}{c} \xi \\ y \end{array} \right.$$


Fig. V-21

donde $A \approx \pi \rho b^2$ (masa por unidad de longitud)

$B \approx$ constante de fricción viscosa

$C \approx$ energía de línea

$G \approx$ tensión aplicada

$E \approx$ Potencial de Peierls $\approx E_0 - \frac{GbG_p}{2\pi} \cos \frac{2\pi \xi}{a}$

$n(y) \approx$ densidad de puntos de anclado / unidad de longitud

$E_i \approx$ energía de interacción

$V_j \approx$ potencial que da fuerzas a grandes distancias, campo de tensiones debido a las impurezas

El cálculo de Q^{-1} y de $\frac{\Delta G}{G}$ depende del modo de sollicitación

a) resonancia de una barra

$$\sigma = \sigma_0 \exp(i\omega t)$$

$$\epsilon = \epsilon_{el} + \epsilon_{disl} = \sigma / G + \epsilon_{disl}$$

$$\epsilon_{disl} = \Omega \Lambda b v \quad \begin{array}{l} \Lambda = \text{densidad de dislocaciones} \\ v = \text{velocidad de desplazamiento} \end{array}$$

$$Q^{-1} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W}{W} = \frac{\int \sigma \epsilon dt}{\sigma_0^2 / 2G} \approx \frac{\int(\epsilon)}{|\epsilon|} \quad \Omega = \text{factor de orientación}$$

$$\frac{\Delta G}{G} \approx \frac{\mathcal{R}(\epsilon)}{|\epsilon|} - 1 \quad \text{donde } \mathcal{I}(\epsilon) \text{ y } \mathcal{R}(\epsilon) \text{ representan respectivamente las partes imaginarias y reales de } \epsilon(\omega)$$

b) Atenuación de ondas

$$\Gamma = \Gamma_0 \exp(-\alpha u) \cos(\omega t - ku) = \Gamma_0 \exp(-\alpha u) \cdot \cos\left[\omega\left(t - \frac{u}{v}\right)\right]$$

$$\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = 0 \quad ; \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_{\text{disl}}$$

$$\varepsilon_{\text{disl}} = \Omega \Lambda b \sqrt{\dots}$$

Evaluando α y $\sqrt{\dots}$ se obtiene Q^{-1} y $\Delta G/G$

Los diferentes modelos (Granato y Lucke, ...) suponen despreciables ciertos términos de la ecuación general y hacen ciertas simplificaciones y aproximaciones en el cálculo. Numerosos modelos consideran distribuciones de longitudes de dislocación tales que $\Lambda \approx \int_0^\infty N(l) dl$ distribución Gaussiana

$$N(l) dl = \frac{1}{L^2} \cdot \exp\left(-\frac{l}{L}\right)$$

2. Otro formalismo consiste en considerar al elemento de dislocación como una partícula que difunde (Chambers, Weedinan, Alefeld)

$$\frac{d\xi}{dt} = M(\Gamma) \left[b\Gamma - K(\xi) \cdot \xi \right] \quad \text{donde } M \approx \text{movilidad y } K \text{ el coeficiente de restauración.}$$

$$\text{ej: } \xi = r_0 \left\{ \exp\left(-\frac{H - \gamma^* \Gamma}{kT}\right) - \exp\left(-\frac{H + \gamma^* \Gamma}{kT}\right) \right\} \quad \text{para potencial}$$

periódico con $\gamma^* = \partial H / \partial \Gamma =$ volumen de activación

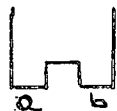
de donde

$$\xi = 2 r_0 \sinh\left(\frac{\gamma^* \Gamma}{kT}\right) \cdot \exp\left(-\frac{H}{kT}\right) \quad \text{Fig. V-22}$$

$$\text{Si } \frac{\gamma^* \Gamma}{kT} \ll 1 \quad \xi \approx 2 r_0 \frac{\gamma^* \Gamma}{kT} \exp\left(-\frac{H}{kT}\right) \quad \left\{ \begin{array}{l} M = \frac{2 r_0}{b k T} \gamma^* \exp\left(-\frac{H}{kT}\right) \\ K = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{Si } \frac{\gamma^* \Gamma}{kT} \gg 1 \quad \xi \approx r_0 \exp\left[-\left(\frac{H - \gamma^* \Gamma}{kT}\right)\right] \quad \left\{ \begin{array}{l} M = \frac{r_0}{b \Gamma} \exp\left(-\frac{H - \gamma^* \Gamma}{kT}\right) \\ K = 0 \end{array} \right.$$

Otro ejemplo: $\xi = N a - \frac{N}{2}$



$$\frac{dN_a}{dt} = N_b \Gamma_{ba} - N_a \Gamma_{ab} = N \Gamma_{ba} - N a (\Gamma_{ba} + \Gamma_{ab})$$

de donde:

$$\dot{\xi} = -(\Gamma_{ba} + \Gamma_{ab}) \xi + \frac{N}{2} (\Gamma_{ba} - \Gamma_{ab}) \quad \left\{ \begin{array}{l} M = \frac{N(\Gamma_{ba} - \Gamma_{ab})}{2 b \Gamma} \\ C = \frac{\Gamma_{ba} + \Gamma_{ab}}{\Gamma_{ba} - \Gamma_{ab}} \cdot \frac{2 b \Gamma}{N} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} \Gamma_{ba} = \Gamma_0 \exp\left[-\left(\frac{H - N^* \sigma}{kT}\right)\right] \\ \Gamma_{ab} = \Gamma_0 \exp\left[-\left(\frac{H + N^* \sigma}{kT}\right)\right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} M = \frac{N}{bG} \cdot \Gamma_0 \sinh \frac{N^* \sigma}{kT} \cdot \exp\left(-\frac{H}{kT}\right) \\ C = \frac{b\sigma}{N} \frac{\sinh(2N^* \sigma / kT)}{\sinh^2(N^* \sigma / kT)} \end{cases}$$

$$\text{Si } \frac{N^* \sigma}{kT} \ll 1 \quad \begin{cases} M \approx \frac{N \Gamma_0}{b} \frac{N^*}{kT} \exp\left(-\frac{H}{kT}\right) \\ C \approx \frac{2b kT}{N^* N} \end{cases}$$

$$\text{Si } \frac{N^* \sigma}{kT} \gg 1 \quad \begin{cases} M \approx \frac{N \Gamma_0}{2bG} \exp\left(-\frac{H}{kT}\right) \\ C \approx 2b\sigma / N \end{cases}$$

$$\epsilon_d = \Omega \Lambda b^2 \rightarrow \frac{d\epsilon_d}{dt} + k M \epsilon_d = \Omega b \Lambda M b G; \quad \epsilon = \epsilon_d + \sigma / G \rightarrow$$

$$\rightarrow G + \zeta \epsilon_d \sigma = M R \left(\epsilon + \zeta \frac{d\epsilon}{dt} \right) \quad \text{sólido lineal standard (b)}$$

con $\zeta = \frac{1}{k \cdot M}$ y Δ (intensidad de relajamiento)

$$\Delta = \frac{\Omega b^2 \Lambda G}{k} \rightarrow Q^{-1} \approx \frac{\Delta}{2} \quad \text{y si } k=0 \quad Q^{-1} \approx \Omega b^2 M G \Lambda \quad (a)$$

Se pueden imaginar otros tipos de potenciales (c)

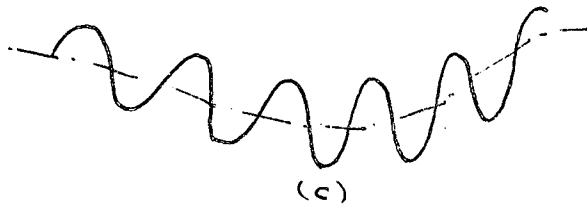
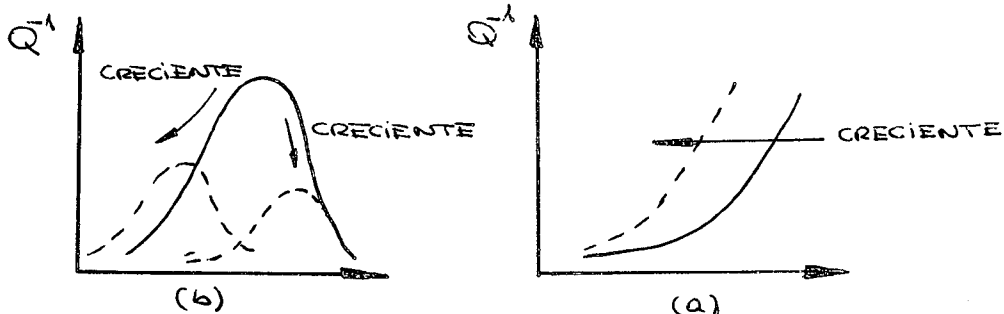


Fig. V-23

VI- Fricción interna debida a bordes de grano:

La mayoría de los metales policristalinos presentan uno o más picos de fricción interna a baja frecuencia en temperaturas del orden $T_f/2$ (es la ^atemperatura de fusión) Estos picos no aparecen en monocristales.

Estos monocristales termicamente activados son sensiblemente más anchos que los picos de Deybe y corresponden generalmente a intensidades de relajamiento elevadas del orden de:

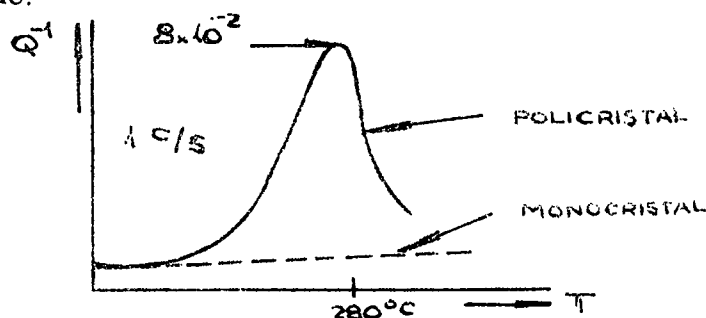


Fig. VI-1

Los estudios hechos en los metales puros muestran la existencia de 2 picos; un pico de "bajas temperaturas" (L.T.P) correspondiente al pico precedente para el Aluminio, y un pico de "altas temperaturas" (H.T.P) situado para el Aluminio a 580°C . En los metales menos puros y en las soluciones sólidas aparece un 3^{er} tipo (I.T.P) situado a temperaturas intermedias.

Experimentalmente, el tiempo medio de relajamiento τ deducido del desplazamiento del pico en temperatura al cambiar la frecuencia es para L.T.P una función del diámetro del grano con $n \approx 1 \text{ a } 2$. La altura de los picos es muy sensible a la pureza y el L.T.P desaparece para concentraciones variables en elementos de adición de inserción o de sustitución según el metal. Las energías de activación son sensibles a la pureza, pero aparentemente no depende del tamaño de grano. El conjunto de resultados respecto a L.T.P, dan valores de H situados entre la energía de autodifusión y la energía de difusión en los bordes. Para el L.T.P la energía depende claramente de los elementos de adición. El H.T.P que aparece exclusivamente en las muestras con granos grandes corresponde a una energía elevada.

ej.

	$H \text{ (LTP)}$	$H \text{ (HTP)}$
Al	38.000	70.000
Cu	36.000	106.000

Modelos

Modelo de Ke = cizallamiento puro

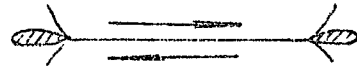


Fig. VI-2

sea el coeficiente de viscosidad del borde suponiéndolo constituido de zonas desordenadas por zonas coherentes (modelo del borde de Mott)

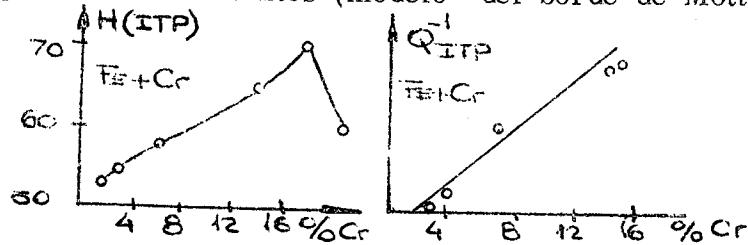


Fig. VI-3

$n \approx \text{cte} \cdot \frac{KT}{N} \cdot \exp\left(-\frac{H_{dv}}{KT}\right)$ donde N = densidad en las zonas de átomos desordenados y H_{dv} = energía de autodifusión.

Modelo de Leak: borde constituido por una pared de dislocaciones se desplaza normalmente bajo la acción de una tensión.

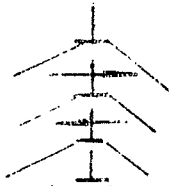


Fig. VI-4

Modelo de Roberts y Barrano: borde de coincidencia AB y CD son regiones de coincidencia ligadas por una zona perturbada BC

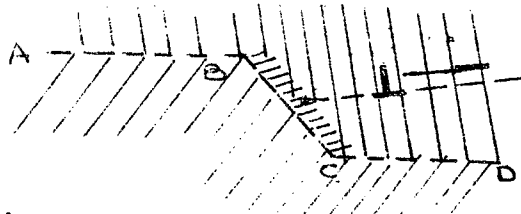


Fig. VI-5

Bajo la acción de una tensión cíclica esta zona perturbada puede emitir dislocaciones que en su desplazamiento absorben energía en particular por trepado. Según Baluffi y colaboradores la velocidad de trepada de una dislocación es función del producto αL donde $L \approx \exp\left(\frac{U_c}{KT}\right)$ con U_c energía de formación de un jog y $\alpha \approx \exp\left(-\frac{H_{dv}}{KT}\right)$

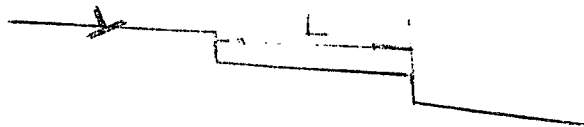


Fig. VI-6

Si $\alpha \cdot L$ es pequeño el fenómeno está controlado por $H_{dv} \approx H_{ltp}$ si $\alpha \cdot L$ es grande se necesita una sobresaturación de vacancias para permitir el trepado y $H_{ltp} \approx H_{dv} + U_c$. Pero en este caso es la energía de difusión en los bordes que puede predominar en realidad $H_{ltp} < H_{dv}$. Por otra parte más están las dislocaciones disociadas más difícil es el trepado de aquí una intensidad de relajamiento menor. Efectivamente un cierto número de resultados experimentales concuerdan con este esquema :

	ΔL	Ni	Cu	Au	Ag
αL	0.9	1.3	7.7	8.	39
$\frac{H_{ltp}}{H_{dv}}$	1.1	1.05	0.7	0.55	0.5

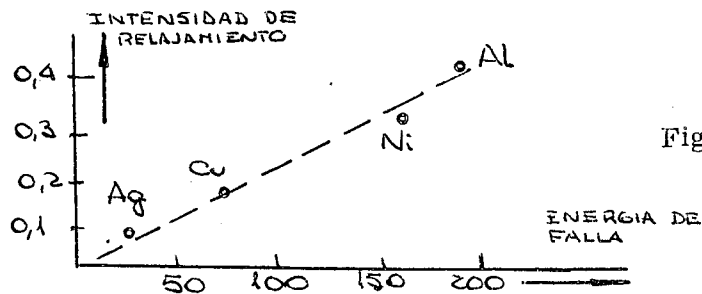


Fig. VI-7

I.T.P La energía de activación más elevada será debida a un arrastre de átomos extraños.

H.T.P Con la hipótesis de una estructura bambú se puede admitir un deslizamiento de las regiones periféricas, permaneciendo la parte central sensiblemente fijas y de allí una distorsión del grano.

Los ensayos recientes hechos en probetas masivas y sobre alambres parecen indicar que las dislocaciones juegan un papel importante en la aparición del L.T.P

y que el H.T.P no se puede explicar simplemente por una estructura bambú.

Un ejemplo de aplicación del estudio de los picos de borde de grano es la influencia de la irradiación sobre la altura del pico en relación con la fragilidad intergranular.

Resultados recientes

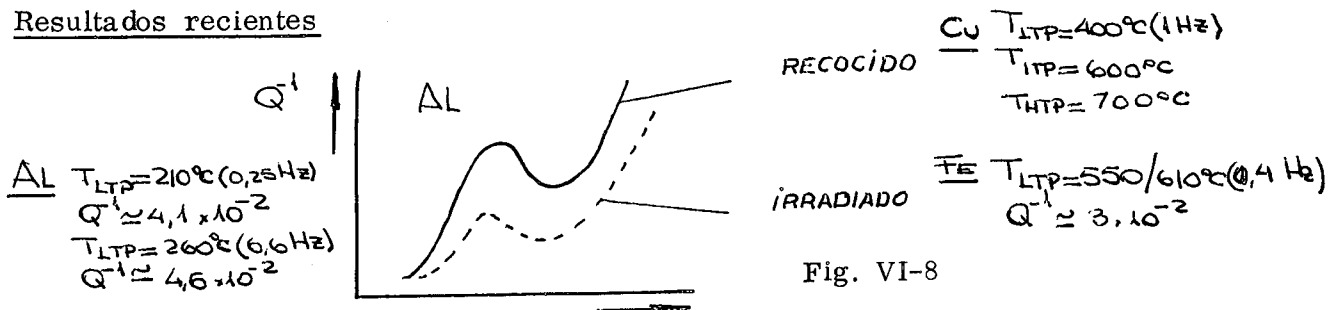


Fig. VI-8

Fricción interna función de la temperatura (fondo continuo)

Del mismo modo que la fricción interna (independientemente de los picos de relajamiento) crece con la amplitud, un aumento de temperatura implica generalmente un aumento del fondo continuo.

Un modelo simple consiste en admitir que si $\epsilon_d \approx NAb$

donde N = densidad de dislocaciones

activadas (número de lazos/unidad de volumen) y

A = area barrida

$$\text{(FRIEDEL)} \quad \frac{\Delta G}{G} = \frac{NAb}{\epsilon_{el} + NAb}$$

Si se tiene sólo deslizamiento :

$$\frac{\epsilon_d}{\epsilon} \approx \frac{NL^3}{20} \approx Q^{-1}$$

con L longitud media de los lazos

Si se tiene deslizamiento y trepado:

$$\frac{\epsilon_d}{\epsilon} \approx \frac{l}{20 \cdot x} \quad \text{con} \quad \frac{NL^3}{6} \approx Q^{-1}$$

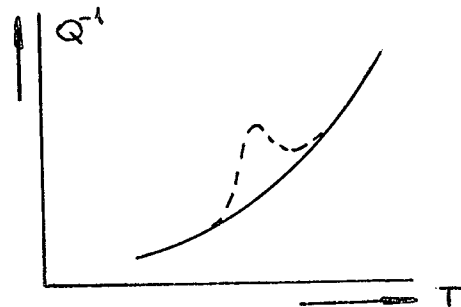


Fig. VI-9

Si se tiene poligonización

$$\frac{\epsilon d}{E} \approx \frac{l}{20x} \quad \text{con} \quad Nl^3 \approx \frac{l}{x}$$

Por otra parte a altas temperaturas, como interviene la fluencia de Nabarro

$$Q^{-1} \approx \frac{\alpha D_0 b^3 E}{d^2 kT} \exp\left(\frac{-Ud}{kT}\right) \quad \text{con } d \text{ distancia media entre dislocaciones}$$

y E módulo de elasticidad.

VII. Efecto temoclástico

Independientemente de todas las otras causas de fricción interna (efecto debido a dislocaciones efecto de orden inducido, efecto magneto elástico) la vibración de probetas en flexión revela la existencia de una fricción interna de origen termoelástico y la interpretación fué dada por Zener.

La deformación ϵ se puede escribir en función de la tensión y de una variación local de la temperatura ΔT : $\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \lambda \Delta T$

donde representa el coeficiente de dilatación lineal a consecuencia de una deformación consecutiva a la aplicación σ el término ΔT resulta de dos efectos: a)

la difusión térmica $\left(\frac{d\Delta T}{d\epsilon}\right)_1 = k \Delta T$

b) el alargamiento adiabático

$$\left(\frac{d\Delta T}{d\epsilon}\right)_2 = -\gamma d\epsilon/dt$$

Luego:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \lambda \left[-\gamma \frac{d\epsilon}{dt} + k(\epsilon - \frac{\sigma}{E}) \frac{1}{\lambda} \right]$$

poniendo

$$k = -\lambda/\tau \quad \text{con} \quad \sigma + \tau \epsilon \frac{d\sigma}{dt} = E(\epsilon + \tau \frac{d\epsilon}{dt})$$

La intensidad de relajamiento:

$$\Delta_M = \frac{\Delta\tau}{\tau} = \lambda\gamma$$

Con el fin de hacer aparecer magnitudes físicas clásicas, debemos notar que dG (variación de energía libre) = $-SdT - \epsilon d\sigma$

Resulta $\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T}\right)_\sigma = \left(\frac{\partial S}{\partial \sigma}\right)_T = \lambda$ que permite escribir $dS = \lambda d\sigma + \mu dT$

En un alargamiento adiabático: $dS = 0$ luego $(\partial \sigma / \partial T)_S = -\mu / \lambda$

$d\epsilon = \frac{1}{E} d\sigma + \lambda dT = \frac{1}{E} d\sigma - \frac{\lambda^2}{\mu} d\sigma$ se puede entonces escribir: $d\epsilon = \frac{d\sigma}{M_S}$ con $M_S = E \left(1 + \frac{\lambda^2}{\mu}\right)$

que da una intensidad de relajamiento $\Delta_M = \frac{M_S - E}{E} = \frac{\lambda^2 E}{\mu}$

como $\mu = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_\sigma = \frac{C_\sigma}{T}$ donde C_σ calor específico a σ constante # C_σ

Se puede escribir entonces:

$$\Delta M = \frac{T \lambda^2 E}{C \tau}$$

τ = tiempo de relajamiento de difusión.

Aplicación a la flexión

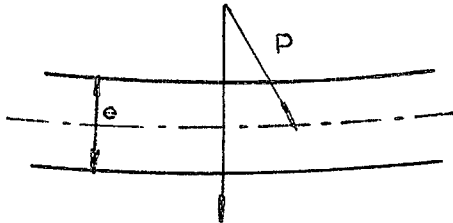


Fig. VII-1

Estando establecida la independencia de las variables de espacio y tiempo se puede poner:

$$\varepsilon(xyzt) = \sum_j \varepsilon_j(t) u_j(uyz)$$

$$G(xyzt) = \sum_j G_j(t) u_j(uyz)$$

$$\Delta T(uyzt) = \sum_j \Delta T_j(t) u_j(uyz)$$

donde las funciones espaciales satisfacen las relaciones:

$$(1) \int_V u_j u_k dV(uyz) = 0 \quad \text{si} \quad j \neq k \quad \text{funciones ortonormales}$$

$$(2) \quad D \cdot \nabla^2 u_j + \tau_j^{-1} \cdot u_j = 0 \quad \text{ecuación de difusión}$$

Solución unidimensional

$$D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \tau^{-1} \cdot u = 0 \quad \longrightarrow \quad u_j = A \sin \alpha_j x + B \cos \alpha_j x \quad \text{con} \quad \alpha_j^2 = \frac{1}{D \tau_j}$$

Condiciones en los límites: flujo de calor nulo en la superficie $\left(\frac{\partial \Delta T}{\partial x} \right)_{u=\pm e/2} = 0$ donde $\left(\frac{\partial u_j}{\partial x} \right)_{u=\pm e/2} = 0$

por otra parte está establecido que el problema antisimétrico

$$\text{co } (B=0): \cos \frac{\alpha_j e}{2} \quad \text{de donde:} \quad \tau_j = \frac{e^2}{\pi^2 D (2j+1)^2}$$

Condiciones de normalización

$$\int_{-e/2}^{+e/2} u_j^2 dx = 1 \quad \longrightarrow \quad A = \sqrt{\frac{2}{e}}$$

donde

$$u_j = \sqrt{\frac{2}{e}} \cdot \sin(2j+1) \frac{\pi x}{a}$$

Cada término $|u_j|$ da entonces un efecto de relajamiento $\Delta_j = \lambda \delta$ de tiempo de relajamiento. El cálculo de la energía disipada en un ciclo da

$$Q^{-1} = \frac{\Delta W}{2\pi W} = \lambda \gamma \sum_j \left\{ f_j \cdot \frac{\omega \tau_j}{1 + \omega^2 \tau_j^2} \right\}$$

$$f_j = \frac{\bar{\epsilon}_j^2}{\sum_j \bar{\epsilon}_j^2} = \frac{[\int \epsilon_j u_j dv]^2}{\int \epsilon^2 dv} = 96 \cdot \pi^4 (2j+1)^{-4}$$

$$(\epsilon \approx x/e) \longrightarrow f_j = \frac{[(2/e)^{1/2} \int_{-e/2}^{+e/2} x \cdot \sin(2j+1) \frac{\pi x}{e} dx]^2}{\int_{-e/2}^{+e/2} x^2 dx} \quad \text{donde}$$

$$f_0 = 0.986, \quad f_1 = 0.012, \quad f_2 = 0.0016, \dots$$

Conclusiones

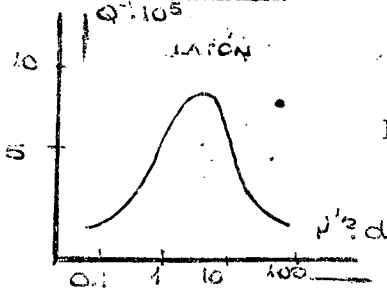


Fig. VII-2

$$Q^{-1} \approx \Delta \frac{\omega \tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2} \quad \text{con} \quad \Delta = \frac{ET\lambda^2}{C_V}$$

$$\text{y} \quad \tau_0 = \frac{e^2}{\pi^2 D}$$

$$D = \frac{\text{COEFICIENTE DE DIFUSIÓN TÉRMICO}}{\text{CALOR ESPECÍFICO / UNIDAD}} = \frac{\text{CONDUCTIVIDAD}}{\text{CALOR ESPECÍFICO / UNIDAD}}$$

(D en cm²/s)

	Al	Cu	Ni	Fe	Au	W	LATON 70/30
D	0.82	1.2	0.15	0.2	1.1	0.61	0.38
$\Delta 10^3$	4.6	3	2.9	2.4	1.7	0.18	36

Zener ha establecido diferentes expresiones Q^{-1} y τ asociadas a la difusión térmica.

a) Difusión entre la probeta y el medio ambiente

Vibraciones longitudinales

Sección circular:
(diámetro)

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{\pi} \frac{\omega d^2}{4D} \quad \text{si} \quad \omega \ll \frac{4D}{d^2}$$

$$\tau_j = \frac{d^2}{4D q_j^2} \quad \text{donde} \quad q_j = \text{raíz } j^{\text{ésima}} \text{ de } J_0(q) = 0$$

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{\pi} \left(\frac{8D}{\omega d^2} \right)^{1/2} \quad \text{si} \quad \omega \gg \frac{4D}{d^2}$$

Sección cuadrada.

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{\pi} \frac{\omega a^2}{3D} \quad \text{si} \quad \omega \ll \frac{D}{a^2}$$

$$\tau_j = \frac{4a^2}{(2j+1)\pi^2 D}$$

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{\pi} \left(\frac{D}{2\omega a^2} \right)^{1/2} \quad \text{si} \quad \omega \gg \frac{D}{a^2}$$

Vibraciones transversales

Sección circular

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{\pi} \cdot \frac{d^2 \omega}{96 D} \quad \omega \ll \frac{4D}{a^2}$$

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{\pi} \left(\frac{32 D}{\omega a^2} \right)^{1/2} \quad \omega \gg \frac{4D}{a^2}$$

$$\tau_j = d^2 / q_j^2 D$$

$q_j = \text{raíz } j \text{ enésima de } J_1(q) = 0$

Sección cuadrada:

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{\pi} \frac{a^2 \omega}{15 D} \quad \omega \ll \frac{D}{a^2}$$

$$Q^{-1} = 3 \Delta \left(\frac{D}{3 a^2 \omega} \right)^{1/2} \quad \omega \gg \frac{D}{a^2} ; \quad \tau_j = \frac{a^2}{\pi^2 j^2 D}$$

b) Difusión macroscópica en la probeta

Vibraciones transversales

Sección circular:

$$f_j = 8 q_j^{-2} (q_j^2 - 1)^{-1} = 0,988 / 0,01 / 0,0015$$

$$\tau_j = \frac{d^2}{4 D q_j^2} = 0,295 \frac{d^2}{4 D} / 0,0235 \frac{d^2}{4 D} / 0,014 \frac{d^2}{4 D}$$

Sección cuadrada:

$$f_j = \frac{96}{\pi^4} \cdot \frac{1}{(2j+1)^4} = 0,986 / 0,012 / 0,0016$$

$$\tau_j = \frac{a^2}{\pi^2 D} \cdot \frac{1}{(2j+1)^2}$$

$$\Delta = E \cdot \frac{T \lambda^2}{C_V} ; \quad D = \frac{\sqrt{\quad}}{C_V} \text{ (CONDUCTIVIDAD)}$$

c) Difusión intergranular

$$\omega \text{ ELEVADO} \longrightarrow Q^{-1} \approx \frac{\Delta}{\pi} \left(\frac{D}{2 \omega} \right)^{1/2} (\phi^{-1})$$

donde ϕ diámetro medio del grano.

Estas diferentes relaciones han recibido una excelente verificación experimental en función de la frecuencia de vibración. (ω) - $Q^{-1} \approx 10^{-3}$

El efecto máximo se obtiene en vibraciones transversales $Q_{\text{MÁX}}^{-1} \approx 10^{-3}$.

Los otros efectos dan valores de Q^{-1} que según la frecuencia y las condiciones geométricas son de 10^{-6} a 10^{-4} .

VIII. Efectos magnetomecánicos (Magnetoelásticidad)

Los materiales ferromagnéticos presentan generalmente por de bajo del punto de Curie una fricción interna un poco más elevada que los otros materiales.

Se pueden considerar globalmente tres tipos de efectos magnetomecánicos.

1. Efectos de histéresis (S_H) asociados al movimiento irreversible de las paredes de Bloch.
2. Los efectos S_j asociados al movimiento reversible de las paredes debido a la rotación del vector de imantación (pérdida de energía de corrientes inducidas microscópicas)
3. Los efectos S_a asociados al cambio de inducción magnética (pérdida de energía por corrientes inducidas macroscópicas)

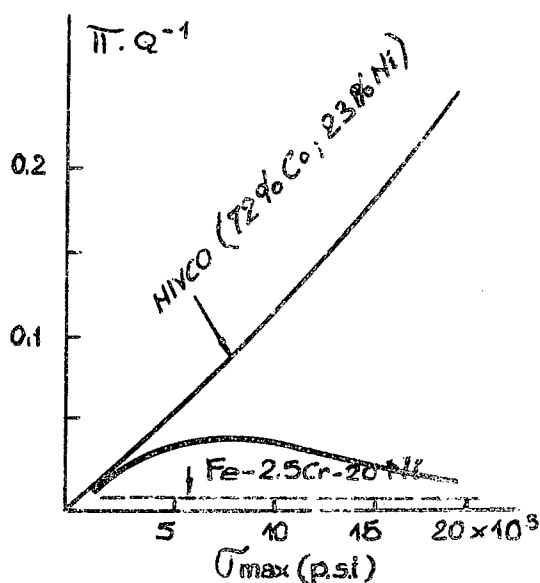


Fig. VIII-1

Recopilación

a) Efectos de anisotropía. Los metales ferromagnéticos poseen direcciones de imantación más o menos fácil.

	Hierro	Ni	Co (200°C)
dirección fácil	$\langle 100 \rangle$	$\langle 111 \rangle$	$[0001]$
dirección media	$\langle 110 \rangle$	$\langle 110 \rangle$	$[1010]$
dirección difícil	$\langle 111 \rangle$	$\langle 100 \rangle$	

b) Magnetostricción: Está definida por la diferencia de elongación entre el estado imantado y el estado no imantado

$\lambda > 0$: El material se alarga cuando se imanta e inversamente una tensión aumenta la intensidad de imantación.

$\lambda < 0$: comportamiento inverso

c) Energía de anisotropía- E_k -

Sean $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ los cosenos directores del vector de imantación con respecto a los ejes del cristal, se define E_k (densidad de energía) como el trabajo necesario para imantar el cristal de modo que el vector de imantación toma efectivamente la dirección $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$: $E_k = \int_0^{I_s} H dI$

$$\text{Sea } E_k = E_0 + K_1(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \dots$$

Para los metales hexagonales: $E_k = E_0 + K_1 \sin^2 \varphi + K_2 \sin^4 \varphi + \dots$
donde φ = ángulo de la dirección considerada con el eje $[0001]$

Se indica con K_1 la constante de anisotropía

($K_1 \approx 420.000 \text{ ergs./cm}^3$ para hierro, $-45.000 \text{ ergs./cm}^3$ para Ni)

Si θ = ángulo entre el vector intensidad de imantación y la tensión σ , la energía correspondiente será: $E_\sigma = \frac{3}{2} \lambda_s \cdot \sigma \cdot \sin^2 \theta$

Se ve que E_σ es mínima para $\lambda > 0$ si $\theta = 0$
y para $\lambda < 0$ si $\theta = \pi/2$

Efecto ΔE (cambio de módulo)

La manifestación más corriente de la magnetostricción es la variación del módulo del material ferromagnético en función de la intensidad de

imantación o de la amplitud de deformación.

Se puede escribir (Kornetxki) por analogía con la ley de Rayleigh

$$(\mu = \mu_0 + \chi H) \quad E^{-1} = E_0^{-1} + \alpha \bar{\sigma} \text{ con } \alpha = \frac{dE^{-1}}{d\bar{\sigma}}$$

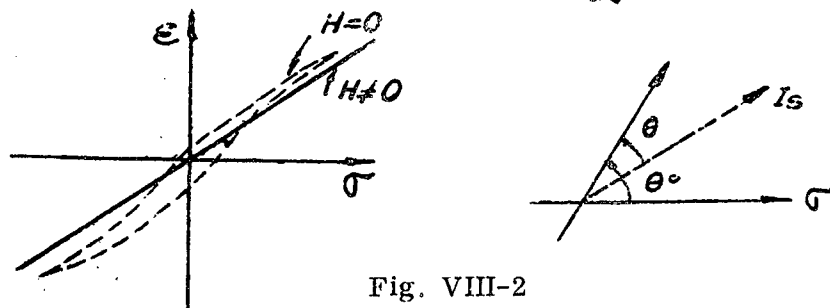


Fig. VIII-2

Teoría de Kersten

$$\text{si } \lambda_s \bar{\sigma}_i \gg K \quad \begin{cases} E\sigma = \frac{3}{2} \lambda_s \bar{\sigma} \sin^2(\theta_0 - \theta) \\ E\sigma_i = \frac{3}{2} \lambda_s \bar{\sigma}_i \sin^2 \theta \end{cases}$$

si $\lambda_s \sigma_i > 0$ el vector de imantación

local I_s será paralela a $\bar{\sigma}_i$ cuando $\bar{\sigma} = 0$

Si $\bar{\sigma} = 0$, I_s gira en θ

$$\text{En equilibrio } \frac{d}{d\theta} (E\sigma + E\sigma_i) = 0 \rightarrow \theta = \frac{\sigma}{\sigma_i} \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0$$

El alargamiento asociado a ésta rotación θ con $\lambda = \frac{3}{2} \lambda_s (\cos^2 \theta - \frac{1}{3})$

$$\epsilon_m = \theta \frac{d\lambda}{d\theta} = 3 \lambda_s \cdot \theta \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad \text{variación de magneto}$$

$$\epsilon_m = 3 \lambda_s \left(\frac{\sigma}{\sigma_i} \right) \sin^2 \theta_0 \cos^2 \theta \quad \text{estricción asociada a la rotación } \theta.$$

y como $\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta = \frac{2}{3\sqrt{3}}$ para una repartición al azar

$$\epsilon_m = \frac{2 \lambda_s \sigma}{5 \sigma_i} \rightarrow \frac{\Delta E}{E_0} = \frac{2 \lambda_s E_s}{5 \sigma_i} \quad \text{donde } E_s = \text{módulo en saturación.}$$

Por otra parte cuando $\bar{\sigma}$ se reemplaza por un campo H se puede escribir:

$$E_H = -H I_s \cos(\theta - \theta_0)$$

$$d(E_H + E\sigma_i)/d\theta = 0 \rightarrow \theta = \frac{H I_s \sin \theta_0}{3 \lambda_s \sigma_i}$$

$$I = I_s \cos(\theta_0 - \theta), \text{ y } \frac{dI}{dH} = \frac{dI}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dH} \rightarrow \text{susceptibilidad}$$

$$\text{inicial } K_0 = \frac{\mu_0 - 1}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{8\pi I_s^2}{9 \lambda_s \sigma_i}$$

$$\text{luego si } \mu_0 \gg 1 \rightarrow \frac{\Delta E}{E_0} = \frac{9 \mu_0 E_s \lambda_s^2}{20 \pi I_s^2} = A$$

Becker y Döring han obtenido teniendo en cuenta la anisotropía

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \begin{cases} A \cdot \frac{2\lambda_{100}^2 + 3\lambda_{111}^2}{5} & \text{en tensiones homogéneas} \\ A \cdot \frac{2C_2^2\lambda_{100} + 3C_3^2\lambda_{111}}{(2C_2 + 3C_3)^2} & \text{en deformaciones homogéneas} \end{cases}$$

donde C_2 y C_3 son los módulos de cizalladura

Si $\lambda_s \sigma_i \leq K$, intervienen los desplazamientos de las paredes

En este caso:

$$\frac{\Delta E}{E_0} \approx \frac{9 \mu_0 E_s \lambda_{100}^2}{40 \pi I_s^2}$$

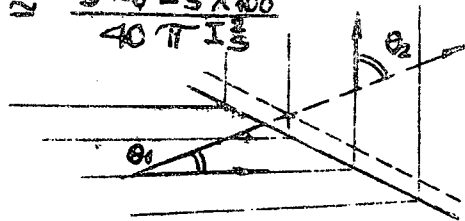


Fig. VIII-3

Vale decir que $\frac{\Delta E}{E_0}$ es del mismo orden que las tensiones internas σ_i para las direcciones de imantación fácil. En cambio para las direcciones difíciles $\frac{\Delta E}{E}$ puede depender K (constante de anisotropía):

Influencia de la temperatura

Ciertas anomalías del módulo en función de la temperatura en particular en el punto de Curie se explican por la variación de la intensidad de imantación y la magnetoestricción más o menos importante que resulta (ej: Ni)

Fricción Interna

- a) Macro-corrientes Inducidas (S_a) = corrientes inducidas excitadas por el cambio de inducción global resultante de la deformación en el curso de la rotación.

$$B = B_0 + \alpha \sigma$$

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{i\omega t}$$

ecuación de Maxwell: $\frac{\partial B}{\partial t} = - \frac{1}{\sigma_e} \cdot \nabla \cdot \nabla H$

donde σ_e = conductividad eléctrica.

Becker y Döring $\rightarrow$ Si ω es pequeña (flujo uniforme sobre la sección)

$$Q_i^{-1} = \frac{E \alpha^2 \cdot \omega d^2}{32 \pi^2 \rho} \quad (\text{en uem. cgs})$$

La relación precedente concierne a varillas en vibración longitudinal de diámetros y de resistencia.

Si ω es elevado: $Q_i^{-1} = \frac{E \alpha^2}{4 \pi^2 d} \cdot \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{2 \pi P}{\mu \omega}}$, la variación de flujo

está limitado a la superficie (efecto pelicular)

Zener ha establecido las expresiones de Q^{-1} en el caso general:

$$\sigma_z (\text{tensión}) = \left(\frac{\partial \sigma_z}{\partial \epsilon_z} \right)_H \epsilon_z + \left(\frac{\partial \sigma_z}{\partial H_z} \right) \Delta H_z$$

$$\frac{dB}{dt} = + \frac{10^8}{4\pi\sigma_e} \cdot \text{rot. rot } H \text{ con } \sigma_e \text{ en } \text{ohm}^{-1}\text{cm}^{-1} = \frac{dB_z}{dt} = \frac{10^8}{4\pi\sigma_e} \cdot \nabla_z^2 H_z$$

$$\delta B_z = \left(\frac{\partial B_z}{\partial H_z} \right)_\epsilon \delta H_z + \left(\frac{\partial B_z}{\partial \epsilon_z} \right)_H \delta \epsilon_z$$

de donde: $\frac{d}{dt} (\Delta H_z) = D_H \times \nabla^2 \nabla H_z + \left(\frac{\partial H_z}{\partial \epsilon_z} \right)_H \frac{d\epsilon_z}{dt}$

con: $D_H = \frac{10^9}{4\pi\mu\sigma}$ y μ (permeabilidad) $= \left(\frac{\partial B_z}{\partial H_z} \right)$

Condiciones límites: $\Delta H_z = 0$ en la superficie

luego: $Q_a^{-1} = \frac{\gamma^{-1} (\partial \sigma_z / \partial H_z) \times \Delta H_z \partial \epsilon_z / \partial t}{2\pi \text{ elastica}} = \Delta H_z \left[\sum f_k \frac{\gamma_k \cdot \gamma}{\gamma_k + \gamma^2} \right]$

con: $\Delta H_z = 4\pi E_H \left(\frac{\partial \epsilon_z}{\partial H_z} \right)^2 / \left(\frac{\partial B_z}{\partial H_z} \right)$

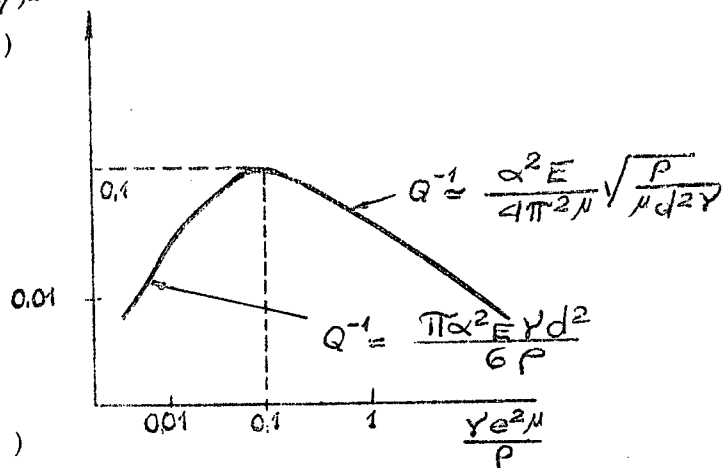
Como en el caso del efecto termoelástico, Zener ha establecido los valores de f_k , en diferentes condiciones de vibración

ejemplo: $\frac{Q^{-1} \times \pi}{\alpha^2 E / \mu}$

(lámina de espesor e en flexión)

unidades Hemegs

Fig. VIII-4



Micro-corrientes inducidas (δi)

Cambios locales de la imantación bajo la acción de la tensión cíclica.

σ_i elevadas de periodicidad $l \rightarrow Q_i^{-1} = \frac{42.6 I_s^2 E l^2 \gamma}{\pi \rho \sigma_i^2}$

σ_i pequeñas (desplazamiento de paredes) $\rightarrow Q_i^{-1} = \frac{130 I_s^2 E l^2 \gamma}{\pi P \sigma_i^2}$

Se entiende que los efectos debidos a las corrientes inducidas son independientes de la amplitud.

a) $Q_a^{-1} \approx \omega$ (ω pequeñas) y $Q_a^{-1} \approx \omega^{-1/2}$ (ω elevada.)

b) $Q_i^{-1} \approx \omega / \sigma_i^2$

c) Amortiguamiento debido a los efectos de Histéresis

Estos efectos dan la contribución más intensa. La disipación de energía por histéresis magnética en un ciclo

$$\Delta W_H = \frac{1}{4\pi} \oint H dB = \oint H dI \text{ ergs/cm}^3 \text{ si } B \text{ en gauss y } H \text{ en oersted}$$

Para campos relativamente débiles: $\mu = \mu_0 + \gamma_H \cdot H$ con $B = \mu_0 H + \gamma_H H^2$
luego $\Delta W_H = \frac{1}{3\pi} \gamma_H H^3$

Del mismo modo si $\epsilon^{-1} = \epsilon_0^{-1} + b\sigma$: $\Delta W = \oint \epsilon d\sigma = \frac{4b\sigma^3}{3}$

resulta: $Q^{-1} = \frac{4bE\sigma}{3\pi}$

Si el cambio en la imantación debido a σ está determinado principalmente por la deformación de la red y las tensiones internas,

$$\Delta I = 9/8 |\lambda_s| \cdot \frac{x_0}{I_s} \cdot \sigma$$

por lo tanto ΔW_H se puede escribir: $\Delta W_H = 8/3 \gamma_I H^3 = 8/3 \gamma_I \left(\frac{I}{x_0}\right)^3$

con: $\gamma_I = \frac{\gamma_H}{8\pi} \cdot \left(I = \frac{\mu^{-1}}{4\pi} \cdot H\right)$

luego: $\Delta W_H = 8/3 \left[\frac{9}{8} |\lambda_s| \frac{1}{I_s} \cdot \sigma \right]^3 \gamma_I$ y por analogía se obtiene

b) constante magnetoelástica $= \left(\frac{9}{8} |\lambda_s| \frac{1}{I_s} \right)^3 \gamma_I$

La aplicación de las relaciones anteriores a una muestra de NIVCO 10 con $V_1=1$, $\lambda_s = 35 \times 10^{-6}$, $I_s = 1000$ gauss, $E = 30 \times 10^6$ psi, $\frac{\sigma}{E} = 5 \times 10^{-4}$

da un valor de $Q^{-1} = 0.03$ que concuerda bastante bien con el valor experimental.

La sensibilidad de γ_I a los cambios de estructura según los tratamientos

mecánicos o térmicos explica la influencia de estos tratamientos sobre la fricción interna.

Influencia de la frecuencia- Teóricamente los efectos de histéresis deberían desaparecer cuando el período es menor que el tiempo de un salto de Barkhausen $\approx 10^{-6}$ sec. Experimentalmente la influencia de la frecuencia es prácticamente nula por lo menos hasta frecuencias de 3×10^5 c/seg.

Influencia del campo magnético: Esta influencia depende de la variación de γ_H . Pero en todos los casos la fricción interna de histéresis se anula para la saturación.

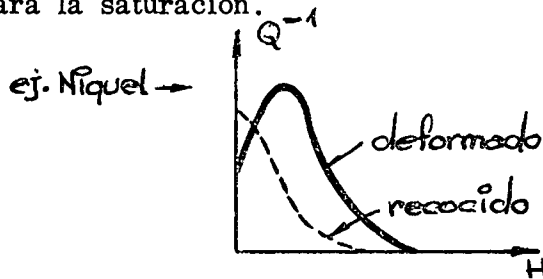


fig. VIII- 5

Influencia de una tensión estática: Una tensión estática tiene un efecto comparable a la de un campo H . Para ciertos materiales (ej.: Fe-40% Co) la aplicación de una tensión suficientemente grande puede prácticamente suprimir los efectos de histéresis. Generalmente se observa preferentemente un aumento de Q^{-1} .

Influencia de la amplitud de vibración

A amplitudes pequeñas $Q^{-1} \approx c^{te} \times \epsilon$. Pero, cuando la relación de Rayleigh (deja de ser válida: ΔW crece como) σ^3 y luego obtiene un valor sensiblemente constante. De aquí $Q^{-1} \approx \frac{c^{te}}{\sigma^{2/2}E}$

Se debe esperar entonces una evolución de la forma que indica la figura:

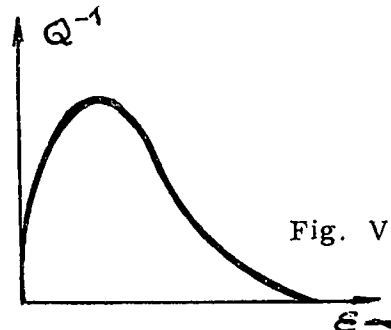


Fig. VIII-6

Influencia de la temperatura

Cuando la temperatura aumenta la fricción interna de histéresis.

El comportamiento particular del níquel que presenta una fricción interna máxima cerca de 200°C sería debido según Cochardt a un aumento de b asociado a la desaparición de la anisotropía cristalina.

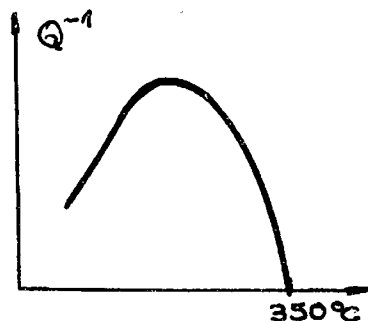


Fig. VIII-7

d) Acción de las impurezas (Magnetic after-effect)

Según Neel la disposición de los átomos intersticiales en hierro b.c.c puede ser afectada por la dirección del vector de imantación, dando efectos de orden inducido acoplado al movimiento de las paredes.

Tal efecto ha sido observado en hierro puro conteniendo 10 ppm de Carbono sometido a un campo alternado de 0,66 MILLIORESTED.

Se observa un pico de fricción interna a 85°C . Este efecto ha sido estudiado por Maringer en hierro obtenido por fusión zonal.

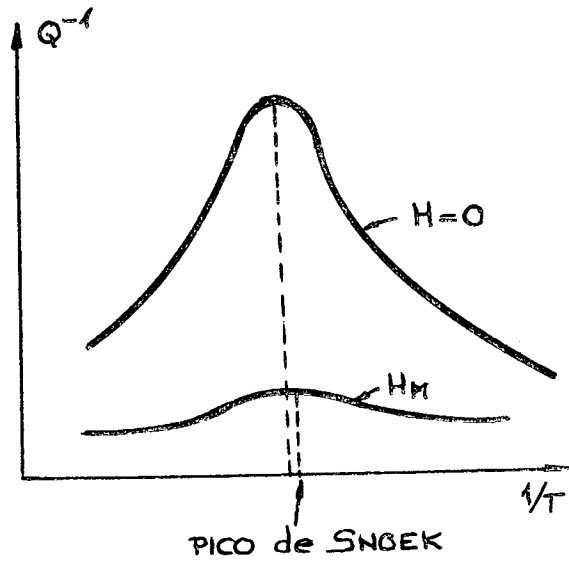


Fig. VIII-8

Transformaciones de fase

Las transformaciones de fase se traducen generalmente por una variación de la fricción interna y del módulo de elasticidad, que pueden ser observados ya durante la transformación misma: medidas en continuo, ya por diferencia entre los dos estados y transformado y no (ó parcialmente) transformado: medidas discontinuas.

A-Medidas continuas

El cambio de fricción interna y de módulo elástico son registrados en función de la temperatura durante un calentamiento o un enfriamiento.

La figura IX-1 representa una evolución típica de Q^{-1} y de la frecuencia para dos velocidades diferentes de calentamiento $(\frac{dT}{dt})_2 > (\frac{dT}{dt})_1$.

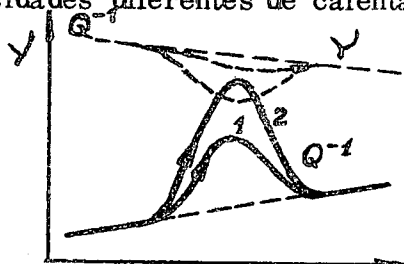


Fig. IX-1

De una manera general se observa que: T_0

- 1) La amplitud de variación crece cuando la velocidad de calentamiento o enfriamiento (dT/dt) aumenta.
- 2) Esta amplitud, vará de modo inverso con la frecuencia de medición.
- 3) La posición del máximo en la amplitud de la variación, es practicamente independiente de la frecuencia, y corresponde a la velocidad máxima de transformación.
- 4) La influencia de la amplitud de sollicitación no es ni neta ni general.

Según Selle se puede diferenciar a la transformaciones con y sin difusión, através de los siguientes criterios:

Sin difusión: los valores de Q^{-1} antes y después de la transformación son sensiblemente iguales.

las variaciones de módulo se encuentran sobre un intervalo de temperatura relativamente ancho.

Con difusión:

los valores de Q^{-1} son diferentes.

las variaciones de módulo se efectuan sobre un intervalo de temperatura estrecho,

No aparece un pico de Q^{-1} a la temperatura de transformación sino solamente una variación monótona de la fricción interna.

Por otra parte, en el caso en que existe un pico de fricción interna en función de la temperatura, la cantidad de fase transformada es proporcional a la superficie barrida (ver figura IX-2).

Por tanto: $Q^{-1}(T) \sim \left(\frac{dn}{dT}\right)_T$,

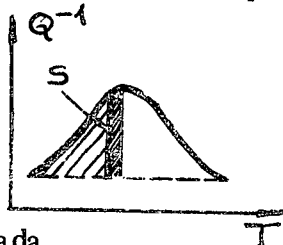
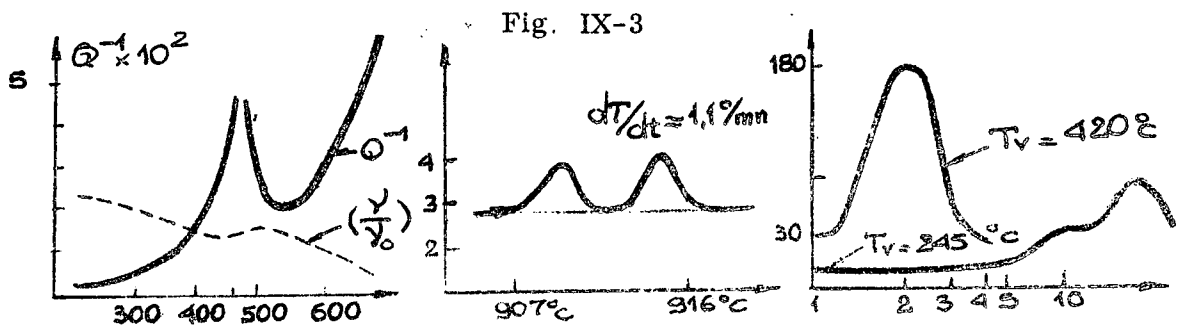


Fig. IX.-2

si n es la fracción transformada

Ejemplos:



La interpretación de estas variaciones de Q^{-1} de γ , en el curso de una transformación de fase es bastante incierta. Se han propuesto diferentes modelos. Se puede en principio considerar que el aumento de Q^{-1} es debido a la existencia de una deformación "anelástica" ϵ_a , resultante, en parte de las tensiones aplicadas durante la sollicitación, y por otra parte, de la acomodación del material mismo en la transformación:

$$\epsilon_a = \epsilon_{a1} + \epsilon_{a2}; \text{ tales que}$$

$$\frac{d\epsilon_{a2}}{dt} \approx \beta \frac{dn}{dt}$$

$$\frac{d\epsilon_{a1}}{dt} = \alpha \sigma \frac{dn}{dt}$$

y entonces:

$$Q^{-1} \approx \frac{\phi \sigma \cdot \dot{\epsilon} \cdot dt}{\sigma_0^2 / 2Cr} \approx \frac{A}{\omega} \cdot \frac{dn}{dt}$$

$$\text{con } A \approx \frac{G}{\sigma_0} \text{ para } \epsilon_{a2}$$

$$A \approx G \text{ para } \epsilon_{a1}$$

Modelo de Krivoglaz (Fiz. Metal. Metalloved. 1960- 10- 497)

a) Metales puros

$$Q^{-1} \approx \frac{C_0^2 - C_\infty^2}{C_0^2} \cdot \frac{\omega \tau}{1 + (C_0/C_\infty \omega \tau)}$$

$$C_0 = \left[\frac{9\mu K_0}{\phi(3K_0 + \mu)} \right], C_\infty = \left[\frac{K\mu K_\infty}{\phi(3K_\infty + \mu)} \right] \quad \frac{1}{2} \text{ velocidades de propagación de ondas elásticas a baja y alta frecuencia.}$$

$$\tau_0 = \frac{RT^2 C_p r}{q^2 \omega}$$

 q = calor latente de transformación r = diámetro de grano (de las zonas transformadas)

$$\tau = \tau_0 \frac{K_0}{K_\infty} \cdot \frac{3K_0 + \mu}{3K_0 + \mu} \quad \text{siendo} \quad K_0 = K \left\{ 1 + \frac{K\alpha T}{q} (\Delta V + \Delta V') + \frac{KTC_p \Delta V \cdot \Delta V'}{Vq^2} \right\}^{-1}$$

$$K_\infty = K \left[1 - \frac{K\alpha^2 TV}{C_p} \right]^{-1}$$

 V = volumen molar medio

$$\Delta V' = b_1 V_1 - b_2 V_2$$

donde b y $b_2 \approx$ coeficientes de las tensiones internas en las fronteras entre fases

(b) Aleaciones bi-fásicas

$$\tau = \tau_0 \frac{K_0}{K_\infty} \quad \text{con} \quad \tau_0 = \frac{r_0^2}{3D\pi^2}$$

donde L_B = dimensiones de dominio de la 2da ase formada

x = concentración en volumen de la 2da fase

$$K_0 = K \left\{ 1 + \frac{K_A T \Delta V}{q} - K \left(\alpha + \frac{C_P \Delta V}{q V} \right) B \right\}^{-1}$$

$$\text{con } B = \frac{C_2 \Delta V_A + (1 - C_2) \Delta V_B}{C_2 L_A + (1 - C_2) L_B}$$

donde C_2 = concentración de A en la 2da fase

$\Delta V_A, \Delta V_B$ = variación de volumen debida a la introducción de un átomo A ó B

$L_A L_B$ = calor de disolución

$$D = \frac{r d^2}{2 \lambda \left(\frac{x_0 - x_\infty}{x_\infty} \right)}$$

donde: r = velocidad de crecimiento de los dominios de 2da fase.

d = distancia entre dominios

λ = espesor de las fronteras

x_0 y x_∞ = concentraciones inicial y final de la solución sólida.

(Ver también: Darinkly y Levin

Modelo de Schoeck (Phis. Stat. Sol 1969 - 32 . 651)

$$Q^{-1} \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta W}{W} \text{ con } \Delta W \leq E_i$$

E_i = Energía de interacción entre la fase precipitada y la tensión aplicada = diferencia de energía almacenada entre la solución sólida sola y la aleación bifásica)

$$E_i \approx - \int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dv$$

Para un precipitado formado coherentemente y solicitada en cizallamiento puro:

$$E_i \approx \frac{\sigma^2 S \cdot v}{2 \mu}$$

$$\text{donde } S = - \frac{\Delta \mu / \mu}{\frac{1}{2} \beta \Delta \mu / \mu} \quad \text{con } \beta \text{ (Factor de Forma)} = 0,5 \text{ a } 0,25$$

y para un precipitado no-coherente:

$$E_i = \frac{\int \sigma^2 (\Sigma / \pi)^{1/2}}{\mu} \quad \text{con } \Sigma = \text{interfase matriz-precipitado}$$

(Ver también: Schoeck y Bisogni Phis. Stat. Sol. 1969. 32. 31)

Modelo de Belko (Belkoetal Fiz. Metal. Metalloved 1969. 27. 141)

Si U = energía de activación de transformación de un embrión en germen

de la 2da fase: $U \approx U(T) - \epsilon_{ij}^T \times \sigma$

$$\text{de donde: } Q^{-1} \approx \frac{\mu}{\omega} \cdot \frac{\beta (\epsilon_{ij}^T)^2 \cdot \dot{v}}{k T}$$

$\text{Con} \int^3 =$ volumen de un germen crítico

ϵ_{ij} = deformación de transformación

v = volumen transformado por unidad de tiempo

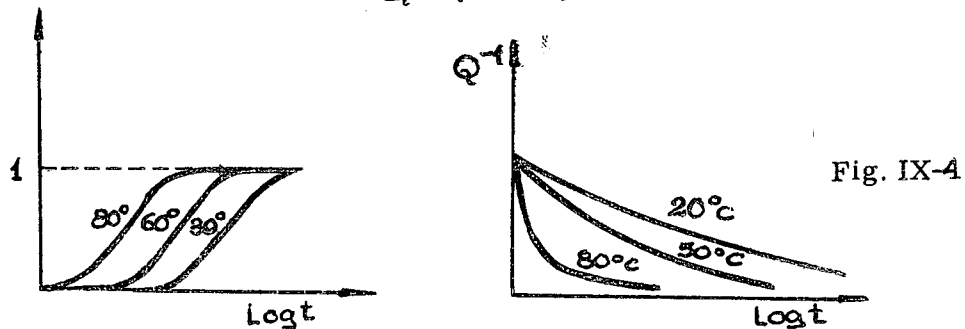
Medidas discontinuas

Se mide en estos casos la fricción interna en función del tiempo: sea a temperatura fija, sea sobre un intervalo de temperatura inferior a la temperatura de transformación.

Ejemplos:

Aleaciones Fe-C, FeN o equivalentes. Se mide la fricción interna sobre el pico de Snoek del carbono o del nitrógeno durante el envejecimiento, luego de un templeado o de una deformación

Si $Q^{-1} \sim \% \text{ C.K.}$, siendo K una constante de proporcionalidad, la fracción precipitada es:
$$n(t) = \frac{Q^{-1}(t) - Q^{-1}(\infty)}{Q^{-1}(0) - Q^{-1}(\infty)}$$



Generalmente se obtiene: $n(t) \approx 1 - \exp[-(\lambda t)^m]$

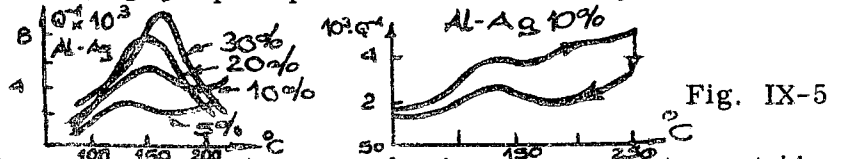
Con $m \approx 2/3 \text{ a } 3/2$ y $\lambda \approx \lambda_0 \exp(-\frac{H}{RT})$

y por tanto $\log \{ \log [1 - n(t)] \} \approx m \log t + Cte$

Otros ejemplos: aceros martensíticos templados

Caso' de aleaciones livianos (AlCu, AlMg, AlZn) si se mide la fricción interna de esas aleaciones, luego de templear, durante un calentamiento en el dominio 20-200 °C se observa generalmente un máximo de fricción interna o un aumento continuo (ver figuras), correspondiendo a diferentes etapas de la precipitación.

Solución sólida $\rightarrow$ Zonas G.P $\rightarrow$ precipitados coherentes $\rightarrow$ precipitados estables



Según las aleaciones y la etapa alcanzada se puede obtener ya un pico estable

(pico de Zener) o picos inestables.

En efecto, conviene distinguir, en este tipo de estudios, entre aquellos picos verdaderos asociados a mecanismos de relajamiento, tales que Q^{-1} max se alcanza a T fijo para $\omega \tau = 1$ y por otra parte, a los pseudo picos para los cuales

$$Q^{-1} = \sum \Delta n(\tau) \cdot Q^{-1}(\tau)$$

donde $\Delta n(\tau)$ representa el número de elementos que contribuyen en la fricción interna a la temperatura T . Según la evolución de $\Delta n(\tau)$ y de $Q^{-1}(\tau)$ se pueden obtener espectros de fricción interna muy diferentes (Ver fig.)

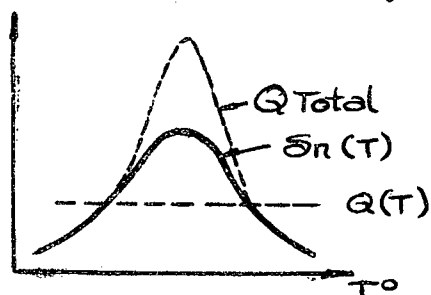


Fig. IX-6

Ejemplos:

Aleación Al Ag (Schoeck y Bisogni)

El pico de 150°C sería debido a un precipitado γ' (Ag_2Al , hexagonal en forma de discos de espesor 1μ y de diámetros 100Å)

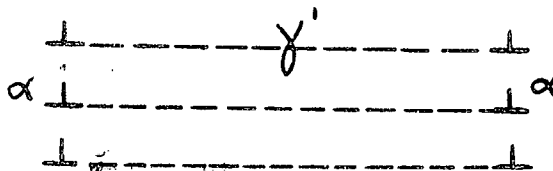


Fig IX-7

El crecimiento de los precipitados se efectuará paralelamente al plano basal por desplazamiento de dislocaciones parciales de interfase, cuya movilidad está ligada al coeficiente de difusión del soluto.

Bajo la acción de las tensiones aplicadas, hay relajamiento

$$\tau = \frac{kT}{b} \cdot \frac{h}{p b_1 D} \quad \text{y} \quad Q_{max}^{-1} = \frac{2h \cdot C}{\beta p r_0}$$

Siendo

D = Coeficiente de difusión

h = distancia entre 2 dislocaciones

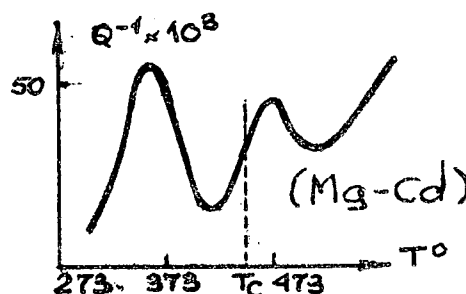
b, b_1 = vectores de Burgers

$\beta = \frac{2}{3}$ = concentración de Ag en Ag_2Al

r_0 = radio medio de los precipitados

Otras transformaciones

ejemplo: Mg 30% Cd Fig. IX-8



Se observa de una parte un pico tipo pico de Zener, y por otra parte una variación de fricción interna en la vecindad de la temperatura crítica T_c .

Según Postnikov, se puede escribir:

$$\phi(T, \eta) = \phi_0 + A\eta^2 + C\eta^4$$

potencial termodinámico

con $C < 0$

$A < 0$ si $T < T_c$

η = grado de orden

$A > 0$ si $T > T_c$

en la vecindad de T_c : $A \approx a(T - T_c)$

$$\text{con } a = \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_{T_c} \approx \text{cte}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \eta} = 0 \longrightarrow \eta^2 = \frac{a(T_c - T)}{2C}$$

Si el pasaje de una onda desequilibra al sistema, el retorno al estado de equilibrio se hará de tal suerte que:

$$\dot{\eta} \approx -\gamma \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \approx 2\gamma \frac{C\bar{\eta}^2}{(\eta - \bar{\eta})^{-1}} \approx -\frac{1}{\tau} (\eta - \bar{\eta})$$

y por tanto:

$$\tau = \frac{1}{\gamma a (T_c - T)}$$

Transiciones magnéticas

Se puede escribir como antes (en la vecindad del punto de Curie):

$$\phi \approx \phi_0 + \alpha I^2 + \beta I^4 + \gamma \frac{I^2 \sigma}{2} - \frac{\sigma^2}{2E} - H \cdot I$$

siendo γ la constante de magnetostricción. Si el sistema se desequilibra:

$$\dot{I} = -K \cdot \frac{\partial \phi}{\partial I}$$

Por tanto, si $H = 0$

$$\tau = \frac{1}{2Ka(T_c - T)}$$

con

$$a = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial T} \right)_{T=T_c} \quad \text{y} \quad \frac{\Delta E}{E} = \frac{\gamma^2}{\beta}$$

Se debería entonces obtener un máximo de Q^{-1} para $\omega\tau = 1$

ANEXO CAPITULO IV A CONTINUACION DE PAGINA 33

CINETICAS DE RELAJAMIENTO - Nowick - Advances in Physics

(1965) - 14 - 101

(1967) - 16 - 1

 N_p = número de defectos de orientación "p" por unidad de volumen

$$\dot{N}_p = -N_p \sum_{q \neq p} \nu_{pq} + \sum_{q \neq p} \nu_{qp} N_q$$

Si ν_0 = volumen atómico o molecular: $c_p = N_p \nu_0 \rightarrow \dot{c}_p = \sum_{q=1}^{nd} \nu_{pq} c_q$ con nd = número de orientaciones y $\sum_p c_p = c_0$ constanteSe considera al conjunto de C_p como las componentes de un vector $\vec{C}$ de dimensiones tal que: $\vec{C} = |\nu| \cdot \vec{C}$ con $|\nu|$ matriz simétrica de elementos ν_{pq} negativos.Soluciones = vectores propios $\vec{C}_m \approx A_m \exp(-t/\tau_m)$

Utilización de la teoría de Grupos

Coordenadas de simetría $\vec{C}' = W \vec{C}$ CON $W \neq$ MATRIZ DEtransformación unitaria $nd \times nd$ que transforma $\vec{C}$ en una forma reducida (irreducible) $\vec{C}'$.

$$\dot{\vec{C}}' = -\Omega \vec{C}' \quad \text{con } \Omega = -W \nu W^* \quad \text{CON } W^* = W^{-1} \text{ (adjunta)}$$

Desarrollando: $\dot{C}'_{\alpha\pi} = \sum_{\gamma} W_{\alpha\pi}^{(\gamma)} \cdot c_p$ donde γ = índice de representación;
 α = índice de generación; π = índice de repetición.

$$\Omega_{\gamma, \pi, \pi'} = - \sum_{pq} W_{\alpha\pi, p}^{(\gamma)} W_{\alpha\pi', q}^{(\gamma)*} \cdot \nu_{pq}$$

Si cada γ interviene una sola vez

$$\dot{C}'_{\alpha} = -\Omega_{\gamma} C'_{\alpha} \rightarrow \Omega_{\gamma} = 1/\tau_{\gamma}$$

Si γ interviene 2 veces

$$\begin{cases} \dot{C}'_{\alpha,1} = -\Omega_{\gamma,11} C'_{\alpha,1} - \Omega_{\gamma,12} C'_{\alpha,2} \\ \dot{C}'_{\alpha,2} = -\Omega_{\gamma,21} C'_{\alpha,1} - \Omega_{\gamma,22} C'_{\alpha,2} \end{cases}$$

de donde:

$$\text{sea: } \begin{vmatrix} (\Omega_{\gamma,11} - \tau^{-1}) & \Omega_{\gamma,12} \\ \Omega_{\gamma,12} & (\Omega_{\gamma,22} - \tau^{-1}) \end{vmatrix} = 0$$

$$\tau_{\gamma}^{-1} = \frac{1}{2} (\Omega_{\gamma,11} + \Omega_{\gamma,22}) \pm \left[\frac{1}{4} (\Omega_{\gamma,11} - \Omega_{\gamma,22})^2 + \Omega_{\gamma,12}^2 \right]^{1/2}$$

Fórmula de Burgers: Si γ figura una sola vez

$$\Omega_{\gamma} = 1/\tau_{\gamma} = \sum_{q \neq p} \left(1 - \frac{W_{\alpha,q}^{(\gamma)}}{W_{\alpha,p}^{(\gamma)}} \right) \gamma_{pq}$$

Si hay repetición

$$\text{con } \beta = \text{índice de degeneración de } \gamma = \frac{nd}{\beta} \sum_{\alpha} W_{\alpha\pi, p}^{(\gamma)} \sum_{q \neq p} \left[W_{\alpha\pi, p}^{(\gamma)*} - W_{\alpha\pi', q}^{(\gamma)*} \right] \gamma_{pq}$$

Se obtiene así los tiempos de relajación τ en función de las frecuencias de reorientación γ_{pq} = probabilidad por segundo de salto de un defecto de orientación p a la orientación q .

NOTA:

- 1) En ciertos casos un defecto dado puede conducir a dos o más tiempos de relajamiento distintos: en ese caso un policristal o un monocristal de orientación arbitraria podría dar un espectro de fricción interna diferente de un pico de Debye o varios picos diferenciados.
- 2) Conociendo las frecuencias de reorientación, es posible deducir las frecuencias de salto, los tiempos de permanencia media, teniendo en cuenta las diferentes posibilidades de salto.

Aplicaciones: a) Cristales cúbicos

$$E \approx S_{11} - S_{12}, Y \langle 100 \rangle$$

$$F_2 \approx S_{44}, Y \langle 111 \rangle$$

DEFECTO	RI	τ^{-1}	
TETRAG.	E	$3\gamma_{12}$	————— EFECTO SNOEK
TRIG.	F_2	$4\gamma_{12}$	
$\langle 110 \rangle$ ORTOR.	$\begin{cases} E \\ F_2 \end{cases}$	$\begin{matrix} 6\gamma_{12} \\ 2\gamma_{12} + 4\gamma_{13} \end{matrix}$	

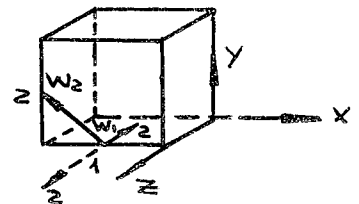
Efecto Snoek :

Si se considera solamente ω_1

$$\tau^{-1} = 3\gamma_{12}$$

$$\text{o } \gamma_{12} = 2\omega_1$$

si ω_1 = frecuencia de salto



$$\tau = \text{tiempo medio de permanencia} = \frac{1}{4\omega_1} \rightarrow \frac{3}{2}\tau$$

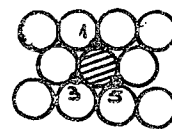
Si se considera $\omega_1 + \omega_2$

$$\tau^{-1} = 6\omega_1 + 12\omega_2$$

b) Cristales Hexagonales

$$E_1 \approx S_{44}, G[001]; E_2 \approx S_{11} - S_{12}, Y[\omega_1, \omega_2, 0]$$

defecto	R.I.	τ^{-1}
Monocristal $\langle 100 \rangle$	E_1	$\gamma_{12} + 3\gamma_{13} + 2\gamma_{14}$
	E_2	$3(\gamma_{12} + \gamma_{13})$



$$\left. \begin{matrix} 1 \rightarrow 4 \\ 3 \rightarrow 6 \\ 5 \rightarrow 2 \end{matrix} \right\} \text{o } \tau = \frac{1}{4}$$

Si ω_2 = frecuencia de salto $\parallel \vec{z}$, $\omega_2 = \gamma_{14}$

Si ω_1 = frecuencia de salto $\parallel \vec{a}$, $\omega_1 = \gamma_{13}$

$$\text{Si se supone } \gamma_{12} \text{ despreciable: } \begin{cases} \tau_{E_1}^{-1} = 3\omega_1 + 2\omega_2 \\ \tau_{E_2}^{-1} = 3\omega_1 \end{cases}$$

De manera que si ω_2

es la contribución dominante a 500°C y /cps, se debería encontrar un efecto a más alta temperatura, controlado por ω_2 , mientras que si ω_1 es el efecto dominante, se debe hallar el mismo efecto para E_1 y E_2 .