

PROCESAMIENTO DIGITAL DE PULSOS NUCLEARES

***ESPECIALIZACIÓN EN REACTORES NUCLEARES Y SU
CICLO DE COMBUSTIBLE***

Alumno: Juan E. Alarcón
Director: Claudio A. Verrastro

marzo de 2012

1. Introducción.

En los detectores de radiación capaces de discriminar energía (centelladores, detectores de estado sólido, cámaras de ionización, etc.) la interacción del detector con la radiación genera un pulso de corriente, cuya área es proporcional a la energía de la partícula detectada. Por consideraciones de ruido y de tiempo de respuesta del detector, es necesario conformar estos pulsos para resolver el compromiso entre: a) resolución de energía, que conllevan tiempos de integración largos para recuperar la toda la energía depositada en el detector y b) tasa de conteo altas donde se necesitan pulsos cortos para mitigar los fenómenos de apilamiento, que se producen por la naturaleza aleatoria de los pulsos. La solución estándar a este problema es ajustar el largo del pulso alterando lo menos posible la amplitud máxima de cada pulso. Este acortamiento de los pulsos detectados (pulse clipping) se realiza en el amplificador de la cadena de medición.

Con el uso extendido de conversores analógicos digitales (ADC) de alta velocidad y con la disponibilidad de hardware de mayores prestaciones, esta técnica así como otras como la restauración de línea de base (BLR), gatillado, etc. se pueden realizar por medio de técnicas de procesamiento digital sin introducir tiempo muerto adicional en la cadena de instrumentación. En este trabajo se analizarán las ventajas y desventajas que presentan los sistemas digitales de espectrometría y se describe en detalle una implementación para un caso particular de espectrometría gamma.

2. Objetivo de la tesina.

El objetivo de este trabajo es analizar y comparar diferentes algoritmos de procesamiento de pulsos nucleares. Se desarrollará el tratamiento los diferentes algoritmos de procesamiento de pulsos nucleares por medio de simulaciones y con el desarrollo de tres instrumentos para mediciones de espectrometría a partir de una plataforma común de hardware.

3. Desarrollo.

La tesina constará de los siguientes temas:

1. **Introducción a los sistemas de pulsos.** En esta sección del trabajo se introducirán las características y arquitectura de los sistemas de pulsos, se van a definir los problemas típicos y las limitaciones de este tipo de procesamiento, los problemas propios de la digitalización y la métrica necesaria para comparar los diferentes sistemas entre sí.
2. **Algoritmos propuestos.** Se proponen los algoritmos de deconvolución o filtro inverso y la versión digital del conformador de línea de demora única. Se analizarán las ventajas y desventajas de los mismos en implementaciones de hardware.
3. **Hardware propuesto.** En este punto se muestra la electrónica de partida (AR-PET) y la gran adaptabilidad de la misma para poder ser utilizada en el procesamiento de los pulsos diversos a través del uso de lógica programable (específicamente FPGA). Se define métricas para el uso de hardware programable (área, velocidad, latencia).

4. **Algoritmo de multicanal con preamplificador externo.** Se analiza e implementa la detección de pulsos cuasi gaussianos y la generación de un multicanal con lógica digital apoyada en un preamplificador externo.
5. **Aplicaciones.** Por último se describen tres nuevas aplicaciones que se llevaron adelante con técnicas de procesamiento digital y el hardware del punto 3. La primera aplicación que se introduce es el desarrollo de un espectrómetro portátil para prospección geológica con los datos y la problemática del mismo. También se muestra la utilización en la actualización del escáner gamma del Área de Gestión Ezeiza. Por último se muestra su utilización en una sonda quirúrgica con detector de CdZnTe.

3.1. Introducción a los sistemas de pulsos.

Existen muchos tipos de detectores de radiación, de los detectores capaces de discriminar energía, los más comúnmente utilizados son: contadores proporcionales, centelladores y los detectores de estado sólido.

Estos detectores, abstrayéndose de los diferentes principios físicos involucrados en cada uno de ellos, “genera una determinada cantidad de carga proporcional a la energía liberada por la radiación en la zona sensible del mismo”^[11]. Por lo que la medición de energía se reduce a la medición de pulsos de corriente. En la Figura 1 se muestra una conexión genérica del detector:

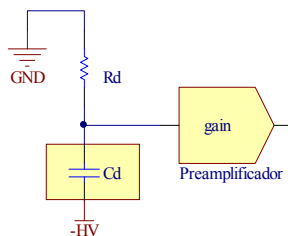


Figura 1. Polarización del Detector.

Donde R_d es la resistencia de carga del detector y C_d la capacidad del detector. En la Figura 2 se muestra el modelo eléctrico equivalente del detector con un preamplificador de tensión de ganancia K :

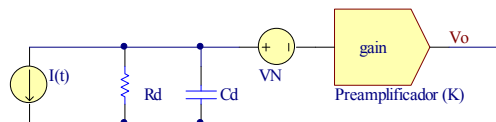


Figura 2. Modelo equivalente del detector.

Por cada evento detectado, se puede considerar:

$$i_{(t)} = Q_{DET} e^{\frac{-t}{\tau_1}}$$

Ecuación 1. Pulso de corriente exponencial formado por el evento detectado.

$$i_{(t)} = -C_d \frac{dv_{det}}{dt} - \frac{v_{det}}{C_d}$$

Ecuación 2. Ecuación de nodos debida a C_d y R_d

$$\frac{Q_{DET}}{s + \frac{1}{\tau_1}} = -C_d V_{DET}(s) \left[s + \frac{1}{C_d R_d} \right]$$

$$V_O(s) = K \left[\frac{-Q_{DET}/C_d}{\left(s + \frac{1}{C_d R_d}\right)\left(s + \frac{1}{\tau_1}\right)} + V_N(s) \right]$$

$$v_o(t) = K \left[-\frac{Q_{DET}}{C_d} \left(\frac{\tau_1 C_d R_d}{C_d R_d - \tau_1} \left(e^{\frac{-t}{C_d R_d}} - e^{\frac{-t}{\tau_1}} \right) \right) + v_n(t) \right]$$

Ecuación 3. Pulso de tensión generado por un evento detectado.

En la Ecuación 1 se considera que la carga entregada por la radiación ionizante en cada evento, generará un pulso de corriente exponencial.

La Ecuación 2. Ecuación de nodos debida a C_d y R_d para la tensión en el detector. Llevando al dominio de Laplace y operando y considerando el ruido eléctrico en el detector a través del generador de tensión $v_n(t)$, se obtiene la Ecuación 3. Considerando que $\tau_1 \ll C_d R_d$, $v_n(t) \approx 0$ (por simplicidad de la gráfica) y para dos condiciones de $C_d R_d$ se tiene:

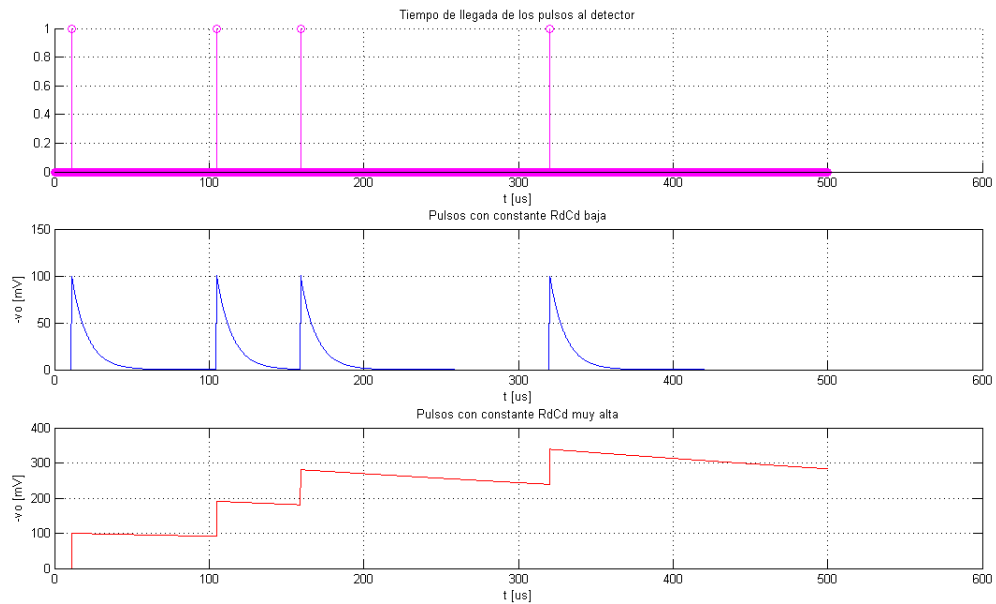


Figura 3. Secuencias de pulsos para diferentes constantes de tiempo.

En la Figura 3 se observa que a medida que aumenta la cantidad de pulsos por unidad de tiempo (o la constante $R_d C_d$ del detector) la influencia de los pulsos previos es más notoria. Esta situación genera dos métodos diferentes de medición: Por medición de corriente y por medición de pulsos individuales.

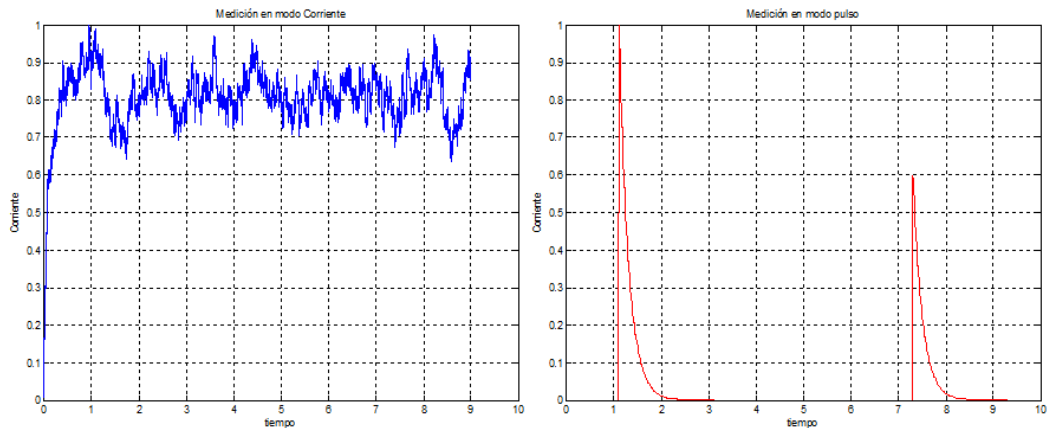


Figura 4. Señales típicas para medición por corriente o por pulsos.

3.1.1. Medición de tasa por corriente.

Para medir tasa por medio de corriente, es necesario basarse en el primer teorema de Campbell, dice que el valor medio de la respuesta de un sistema a una sucesión aleatoria de pulsos iguales, es igual a:

$$I_0 = \langle r \rangle \int_0^{\infty} i(t) dt$$

Ecuación 4. Primer teorema de Campbell

Donde $\langle r \rangle$ es la tasa media I_0 es la corriente media y $i(t)$ es corriente obtenida por un único pulso. Si se considera la relación entre la carga y la corriente:

$$Q = \int_0^{\infty} i(t) dt$$

$$I_0 = \langle r \rangle Q$$

Ecuación 5. Corriente media en función de la tasa y la carga de un pulso.

En Ecuación 5 se ve que la corriente media es proporcional a la tasa y a la carga generada por un único evento.

Para pulsos que generan la misma carga se puede emplear otro método de medición de tasa, utilizando la relación entre el desvío y la media de la corriente generada que debe ser proporcional a los eventos generados y su desvío:

$$\frac{\langle \sigma_i(t) \rangle}{I_0} = \frac{\sigma_n}{n}$$

Y como los n eventos se distribuyen de forma Poisson, se puede decir, lo siguiente:

$$\sigma_n = \sqrt{n} = \sqrt{\langle r \rangle T} \Rightarrow \frac{\langle \sigma_i(t) \rangle}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{\langle r \rangle T}} = \frac{\langle \sigma_i(t) \rangle}{\langle r \rangle Q} \Rightarrow \langle \sigma_i(t) \rangle = \sqrt{\frac{\langle r \rangle Q^2}{T}}$$

$$\langle \sigma_i^2(t) \rangle = \frac{\langle r \rangle Q^2}{T}$$

Ecuación 6. Relación entre la varianza promedio, la tasa y la carga de un único pulso.

Donde la varianza media de la señal de corriente ($\langle \sigma_i^2 \rangle$) es proporcional a la tasa media ($\langle r \rangle$), al cuadrado de la carga generada por un pulso y es inversamente proporcional al tiempo de medición efectiva T .

Estos métodos de medición son muy utilizados en mediciones donde no es necesario discriminar los pulsos individualmente y se desea medir tasas relativamente elevadas. Típicamente las mediciones de flujo neutrónico en rangos medios y de potencia en reactores, utilizan mediciones por corriente.

3.1.2. Medición de pulsos individuales, procesamiento de pulsos.

Las mediciones de tasa por corriente llegan a medir tasas muy elevadas pero al no discriminar pulsos individualmente, no son capaces de generar análisis de espectrometría. Otro inconveniente de las mediciones por corriente es la baja sensibilidad del sistema, ya que una corriente medible (sobre todo para pulsos de bajas energías) necesita una tasa de conteo alta.

En las mediciones de pulsos, se realizan dos análisis: el conteo de pulsos y el análisis por altura de pulsos. El conteo de pulsos, calcula la tasa de arribo y eventualmente su tasa de variación (método utilizado para medición en reactores en el rango de arranque). Mediante el análisis de la altura de pulsos se genera un histograma de energía (multicanal), como se puede ver en Figura 5:

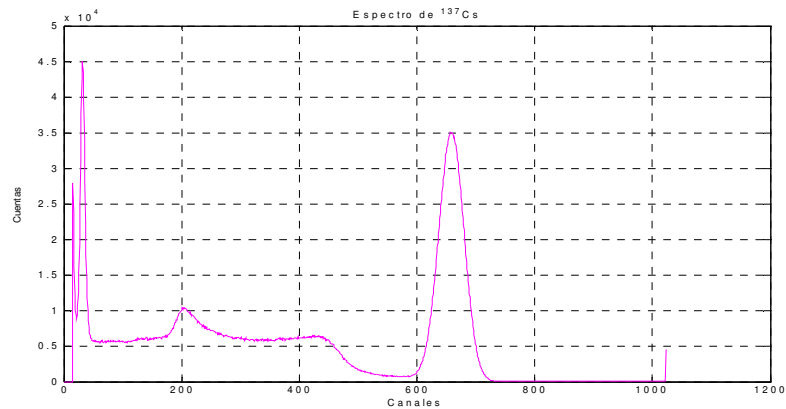


Figura 5. Histograma (espectro) de energía para una Fuente de Cesio 137 con detector de NaI(Tl).

Tomando como ejemplo el histograma de la Figura 5, el ^{137}Cs emite radiación gamma con un único pico en 662keV (con una calibración de 1keV/canal), pero debido a la naturaleza aleatoria del proceso de formación de carga de cada evento, se obtiene un pico con media en 662keV y un desvío dado por la raíz cuadrada de los portadores generados por cada evento, al ser esta cantidad bastante grande, por teorema del límite central, se obtiene una distribución normal como la de la Figura 5. La resolución en energía del sistema (su capacidad de separar dos picos diferentes) se mide utilizando el concepto de ancho total a mitad de altura (FWHM por su sigla en inglés).

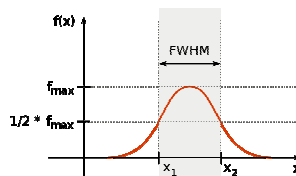


Figura 6. Definición del ancho total a media altura (Full width at half maximum).

$$FWHM = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma \approx 2.35\sigma$$

$$FWHM_{SIS}^2 = FWHM_{EST}^2 + FWHM_{RUIDO}^2 + FWHM_{CORRIMENTOS}^2 + FWHM_{ETC}^2$$

Ecuación 7. Definición de FWHM y como se forma para el sistema completo.

En la Ecuación 7 se observa la relación entre el FWHM y el desvío, el FWHM del sistema está influenciado por diferentes factores, tales como los corrimientos, ruido estadístico, ruido eléctrico, etc.

En la Figura 7 se muestra el mismo pico medido con alta resolución y baja resolución.

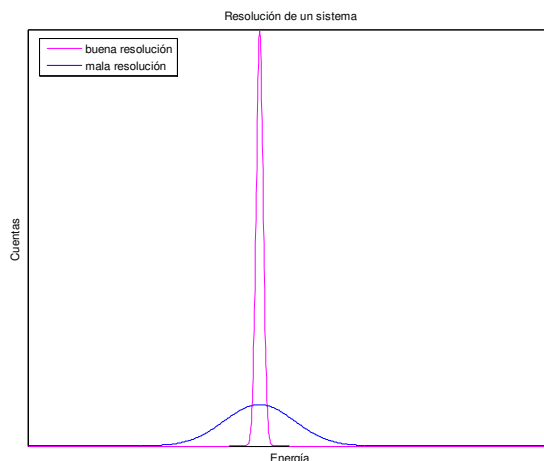


Figura 7. Ejemplos de resolución de un sistema detector.

La resolución de un sistema de medición de pulsos está limitada en última instancia por el ruido estadístico de los portadores generados por cada evento.

$$R_{LIMITE} = \frac{FWHM}{H_0} = \frac{2.35K\sqrt{N}}{KN} = \frac{2.35}{\sqrt{N}} \Rightarrow R = 2.35\sqrt{\frac{F}{N}}$$

Ecuación 8. Límite de la resolución del sistema.

Donde H_0 es la posición del pico, K es la constante que relaciona los eventos con la posición del pico y F es el factor de Fano que relaciona la varianza observada con la varianza de Poisson.

3.1.3. Sistema de procesamiento de pulsos.

El sistema de procesamiento de pulsos tiene como objetivo: *“conformar los pulsos de manera tal de conservar la linealidad entre las diferentes alturas/áreas de los mismos, reducir el ancho de los mismos para evitar que los pulsos consecutivos afecten sus amplitudes/áreas entre sí, aumentando la tasa de medición, con la menor degradación de la relación señal ruido posible, maximizando la resolución del sistema”*.

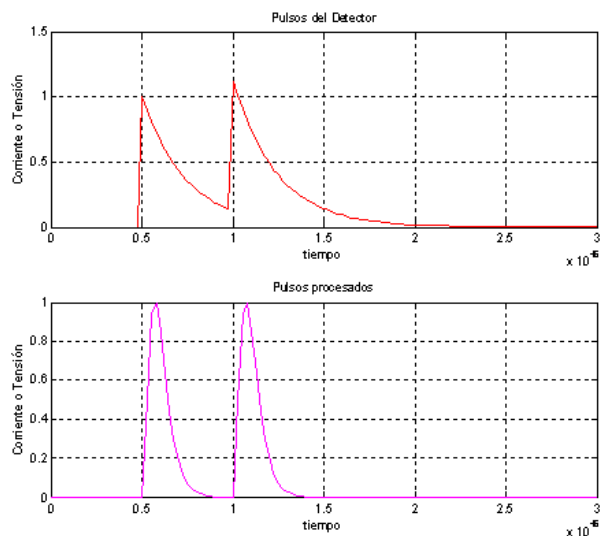


Figura 8. Conformación de pulsos.

En la Figura 8 se ve un ejemplo de conformación de pulsos. Un sistema típico de procesamiento de pulsos dispone de los siguientes componentes.

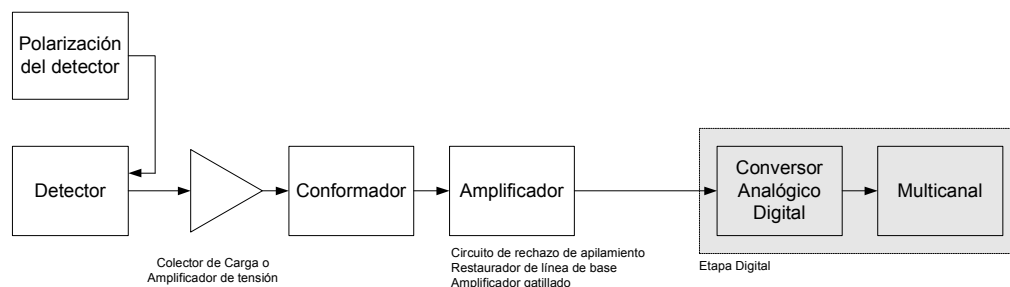


Figura 9. Sistemas de procesamiento de pulsos.

Donde el primer preamplificador, funciona como colector de carga o amplificador de tensión, debe estar relacionado con el detector por condiciones de señal ruido. El conformador y el amplificador, con sus diferentes funcionalidades suelen ser equipos analógicos separados. Con el advenimiento de conversores analógicos digitales de alta velocidad la configuración del sistema cambió a:

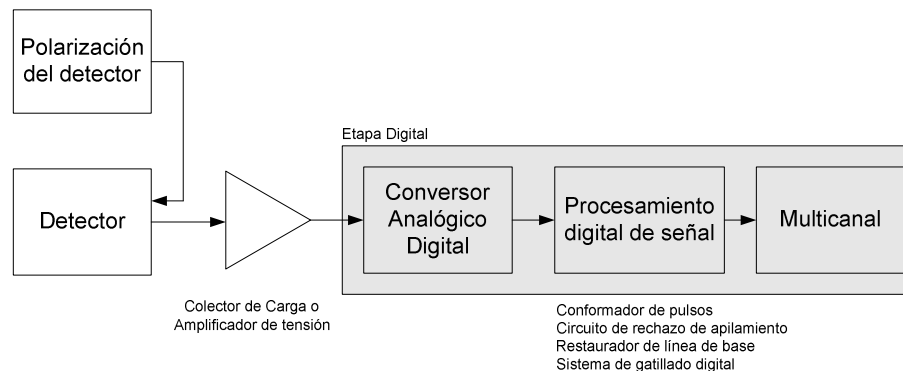


Figura 10. Sistema de procesamiento de pulsos basado en procesamiento digital.

Cabe mencionar que en todos los sistemas de procesamiento de pulsos es necesario aumentar la tasa medible y maximizar la resolución en energía. Existiendo una relación de compromiso entre ambos, ya que para maximizar la tasa requiere pulsos angostos, mientras que para maximizar la resolución en energía se requiere pulsos largos.

Los inconvenientes más representativos en la medición de energía son:

- Déficit balístico.
- Ruido (eléctrico y por cuantificación).
- No linealidad integral.
- No linealidad diferencial.
- Apilamiento.

En la medición de la tasa de conteo, los inconvenientes más significativos son:

- Tiempo muerto.
- Apilamiento.

3.1.3.1. Ruido.

En forma muy general se define ruido a toda señal o fluctuación que aparece superpuesta a la señal información del sistema. Se caracteriza de diferentes formas (térmico, shot, flicker, etc.). En el caso particular de un sistema de análisis de altura de pulsos va a interesar como el ruido va a afectar a la resolución del sistema como muestra la Figura 11.

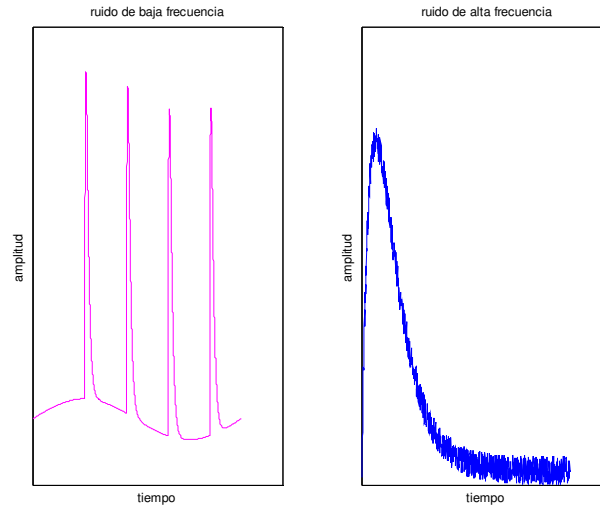


Figura 11. Efectos de ruido de alta y baja frecuencia la detección de altura de pulsos.

Se caracteriza al ruido de varias formas; estadísticamente el ruido es un proceso estacionario, de distribución normal y media nula, por lo que queda totalmente definido por su desvío, o en el caso de señales de tensión o corriente por su valor cuadrático medio. Otro parámetro de medición útil es la relación señal ruido. Se define como el margen que hay entre la potencia de la señal que se transmite y la potencia del ruido que la corrompe, o bien como el valor medio de la señal (μ) sobre su desvío (σ).

$$SNR = \frac{P_{SEÑAL}}{P_{RUIDO}} \quad o \quad bien \quad SNR = \frac{\mu}{\sigma}$$

Ecuación 9. Definición de la relación señal a ruido.

Independientemente de la definición de la relación señal ruido, esta va a determinar el menor pulso detectable y con esto el límite inferior del rango dinámico.

En los sistemas de procesamiento de pulsos se define el factor de ruido como:

$$F = \frac{SNR_{ENTRADA}}{SNR_{SALIDA}}$$

Ecuación 10. Factor de ruido.

En la Figura 12 se puede observar el factor de ruido para diferentes formas de pulsos:

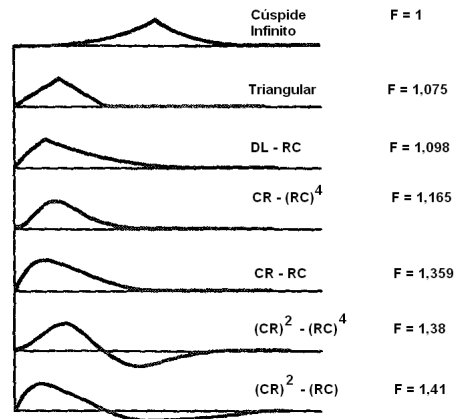


Figura 12. Diferentes formas de pulsos con Factores de ruido diferentes.

Otro efecto que va a tener el ruido en los sistemas de pulsos es el largo de pulso óptimo en función de las fuentes de ruido del sistema, como se ve en la Figura 13:

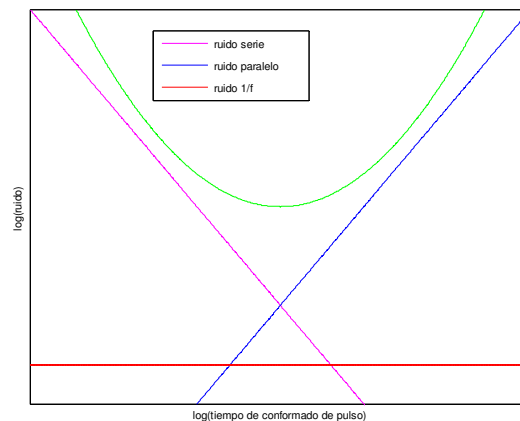


Figura 13. Relación entre el ancho del pulso y el ruido de las diferentes fuentes.

Las consideraciones de ruido van a tener un peso importante en el diseño, tanto de etapas analógicas (preamplificador, fundamentalmente) como en las etapas de procesamiento digital.

3.1.3.2. Ruido de cuantificación.

El ruido de cuantificación es la diferencia entre la señal que ingresa al conversor analógico digital y la señal obtenida del mismo. Al discretizar la señal de entrada se

genera una diferencia aleatoria (redondeo) de $\pm 0.5\text{LSB}$ (bit menos significativo) entre la señal original y la discretizada. Se ve un ejemplo entre estas (con 4 bits de cuantificación) en la Figura 14.

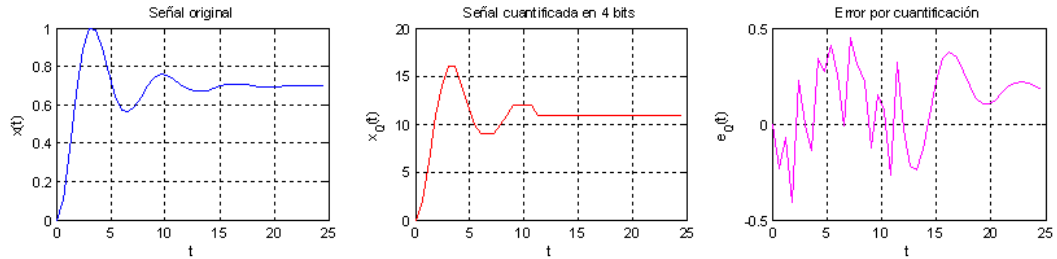


Figura 14. Señal original, cuantificada y error por cuantificación.

El error por cuantificación se lo trata de igual manera que al ruido eléctrico ya que se comporta como una señal aleatoria con distribución uniforme con las siguientes características:

$$\mu = 0 \quad \sigma = \frac{1}{\sqrt{12}} \text{LSB}$$

Ecuación 11. Propiedades del ruido de cuantificación.

Otro factor a tener en cuenta es la relación señal ruido máxima del sistema, limitada por el ruido de cuantificación:

$$\sigma_{\text{RUIDO ADC}}^2 = \frac{1}{12} \text{LSB}^2$$

$$\text{LSB} = \frac{V_{\text{RANGO ADC}}}{2^{\text{BITS}}} \Rightarrow \sigma_{\text{RUIDO ADC}}^2 = \frac{1}{12} \frac{V_{\text{RANGO ADC}}^2}{2^{2 \cdot \text{BITS}}}$$

$$\text{definiendo } \sigma_{\text{SEÑAL}}^2 = \frac{V_{\text{RMS SEÑAL}}^2}{V_{\text{PICO A PICO SEÑAL}}^2}$$

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_{\text{SEÑAL}}^2}{\sigma_{\text{RUIDO ADC}}^2} \right)$$

Ecuación 12. Relación señal a ruido por cuantificación.

Si se considera una señal senoidal de amplitud del rango completo del conversor analógico digital se obtiene la Ecuación 12, de uso muy común para especificar conversores:

$$\sigma_{SEÑAL}^2 = \frac{1}{V_{PICO}^2} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} (V_{PICO} \sin(t))^2 dt = \frac{1}{2}$$

$$\sigma_{RUIDO ADC}^2 = \frac{1}{12} \frac{(2 \cdot V_{PICO})^2}{2^{2 \cdot NRO BITS}} = \frac{V_{PICO}^2}{3 \cdot 2^{2 \cdot NRO BITS}}$$

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_{SEÑAL}^2}{\sigma_{RUIDO ADC}^2} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{3 \cdot 2^{2 \cdot NRO BITS}}{2} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{3}{2} \right) + 20 \log_{10}(2) \cdot NRO BITS$$

$$SNR_{dB} = 1,76dB + 6,02 \frac{dB}{BITS} \cdot NRO BITS$$

Ecuación 13. Ecuación práctica para calcular la relación señal a ruido en conversores analógicos digitales.

Despejando de la Ecuación 13 se puede obtener los “bits efectivos” si se considera la relación señal a ruido de todo el sistema. Estos son una medida de la calidad de la señal digitalizada:

$$b_{eff} = \frac{SNR_{dB} - 1,76dB}{6,02 \frac{dB}{bits}}$$

Ecuación 14. Número de bits efectivos.

3.1.3.3. No linealidad integral.

En el caso ideal, un conversor analógico digital va a tener una transferencia lineal entre la tensión que recibe a su entrada y el código que genera. La no linealidad integral se define como el máximo apartamiento entre la transferencia real y la ideal, como se ve en la Figura 15:

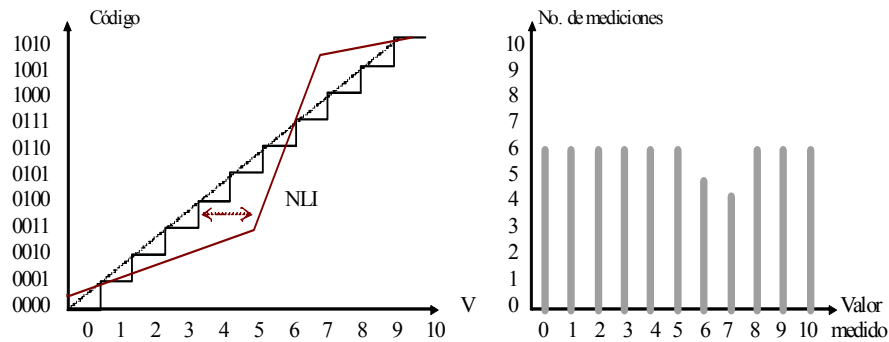


Figura 15. Error por no linealidad integral.

3.1.3.4. No linealidad diferencial.

Idealmente dos códigos adyacentes en un conversor analógico digital están separados exactamente un LSB. La no linealidad diferencial es una medida de la desviación de ese salto ideal de un LSB.

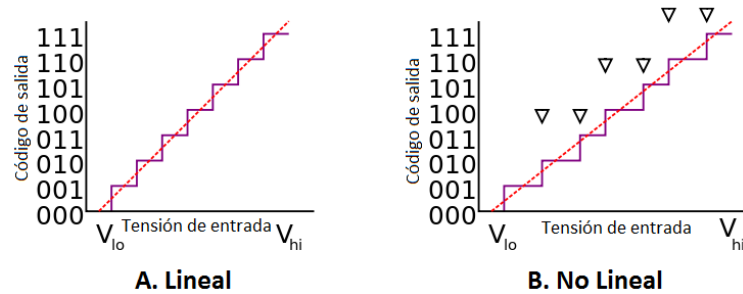


Figura 16. A. Sistema lineal. B. Sistema con error por no linealidad diferencial.

El error por no linealidad diferencial es inadmisibles para sistemas de procesamiento de altura de pulsos. Si un sistema ideal recibe a su entrada pulsos distribuidos de manera uniforme, a su salida generará un espectro uniforme debido a que todos los códigos (al tener exactamente 1 LSB de ancho) tienen la misma probabilidad de generarse. En el caso de un sistema con no linealidad diferencial, al existir códigos de ancho mayor y menor a un LSB, ya dejarán de ser igualmente probables, con lo que los más anchos tendrán más mediciones en detrimento de los códigos más angostos, como se ve en la Figura 17.

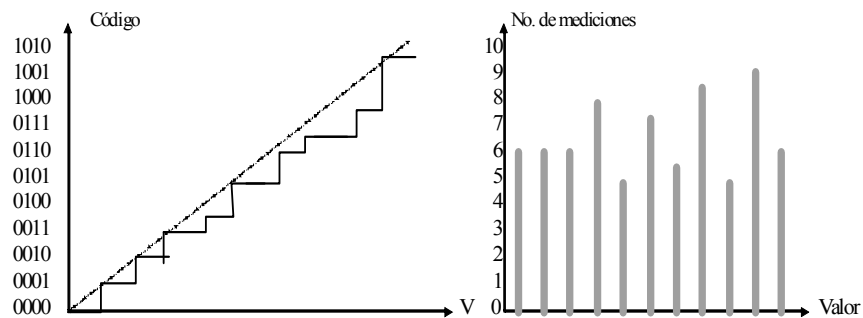


Figura 17. Efecto de la no linealidad diferencial en el espectro generado.

Para minimizar este error, se utiliza una técnica conocida como “*escala deslizante*”, que consiste en sumar a la señal de entrada una rampa de tensión conocida y luego restar a la cuenta obtenida en el detector el valor de la tensión sumada en la entrada. Esto lo que hace es suavizar el efecto de la no linealidad diferencial en un factor igual a la raíz cuadrada de la cantidad de canales que

abarca la rampa de tensión, obviamente se pierde rango del conversor, que será igual a la cantidad de canales que abarca la escala deslizante.

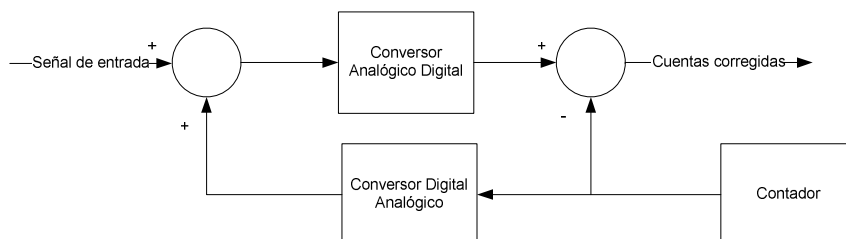


Figura 18. Sistema de escala deslizante.

3.1.3.5. Déficit balístico.

Se debe principalmente a que el tiempo de conformación del pulso del sistema es comparable al tiempo de subida del pulso, es decir, el sistema comienza a recortar el pulso antes de que se termine la recolección de la carga del mismo.

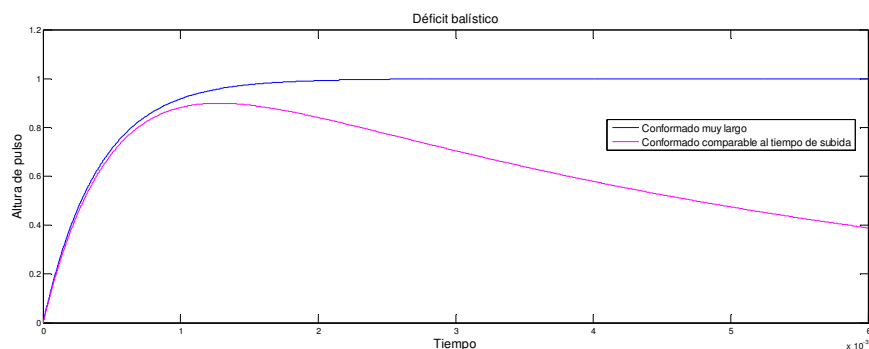


Figura 19. Como el déficit balístico altera la altura de los pulsos.

En detectores con tiempo de recolección de carga constante el déficit balístico no va a ser considerado un inconveniente serio, si lo será en detectores con tiempo de recolección de carga variable, donde el déficit balístico degradará la resolución en energía del sistema.

3.1.3.6. Tiempo Muerto.

Los sistemas de detección necesitan una cantidad de tiempo para procesar un evento. Mientras se esté procesando un evento no se podrá o deteriorará el procesamiento del evento siguiente, este tiempo de no poder procesar eventos se define como "tiempo muerto". Debido a la naturaleza aleatoria de los procesos de decaimiento radiactivo, siempre existe la posibilidad de que dos pulsos lleguen al detector lo suficientemente cercanos en tiempo como para no poder detectar algunos de ellos, esto va a dar las pérdidas por tiempo muerto. Estas serán más notorias a medida que

aumente la tasa media. La mayoría de los sistemas de medición estiman el tiempo muerto por medio de dos mediciones de tiempo: el “*tiempo real*”, que es el tiempo total de medición y el “*tiempo vivo*” que es el tiempo que el detector estuvo disponible para la detección de eventos (tiempo que no estuvo procesando pulsos).

Hay dos modelos de tiempo muerto que son ampliamente utilizados, el modelo “*paralizable*” y el “*no paralizable*”. La diferencia entre ellos es que en el modelo paralizable la llegada de un nuevo evento durante el tiempo muerto extiende el mismo, mientras que en el no paralizable el tiempo muerto no es afectado por la llegada de pulsos en el mismo.

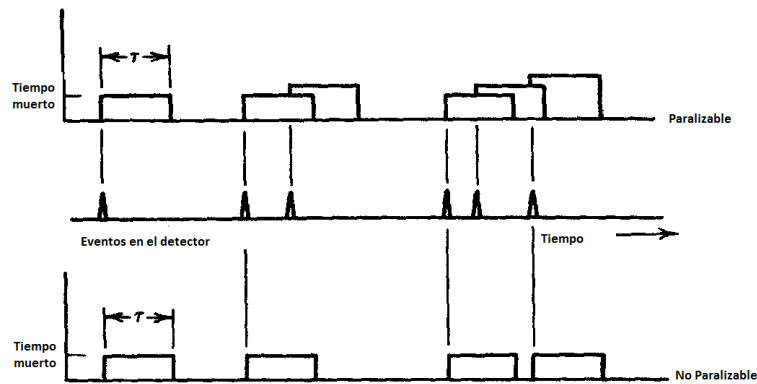


Figura 20. Modelos para tiempo muerto.

Si se considera la tasa de eventos reales como n , la tasa de eventos medidos m y τ al tiempo muerto del sistema, se puede decir para el modelo no paralizable que $n-m$ es la tasa de pérdida por tiempo muerto y que $m\tau$ es el tiempo muerto del sistema, por lo que nmt es la tasa de pérdida por tiempo muerto, entonces:

$$n - m = nm\tau \Rightarrow n = \frac{m}{1 - m\tau}$$

Ecuación 15. Tasa de eventos reales para el modelo no paralizable.

Para el modelo paralizable se observa que la tasa m va a ser idéntica a la tasa de ocurrencia de intervalos de tiempo mayores que τ . Si la tasa de arribo de eventos al sistema detector se considera un proceso Poisson, el tiempo entre eventos va a estar dado por una distribución gamma con $k = 1$ y con $\lambda = n$

$$P(t > \tau) = \int_{\tau}^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^{k-1}}{\Gamma(k)} dt = \int_{\tau}^{\infty} n e^{-nt} dt = e^{-n\tau}$$

Ecuación 16. Probabilidad de que el tiempo entre dos eventos sea mayor a τ para el modelo paralizable.

La tasa de eventos medidos va a estar dada por la probabilidad obtenida en la Ecuación 16 multiplicada por la tasa real de eventos:

$$m = ne^{-n\tau}$$

Ecuación 17. Tasa de eventos medidos para el modelo paralizante.

Graficando la tasa adquirida frente a la tasa real, con un tiempo muerto de $0,5\mu\text{s}$:

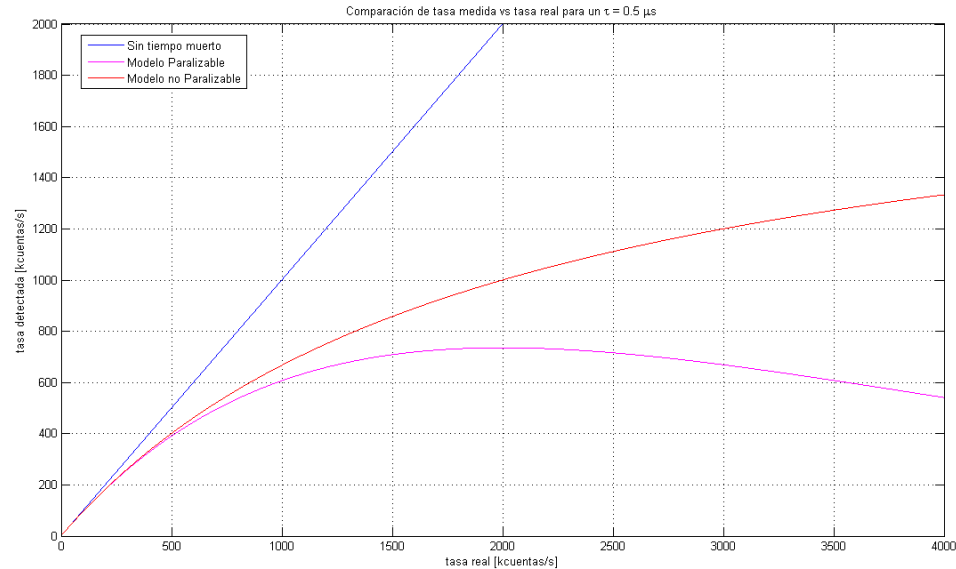


Figura 21. Comparación entre tasa real y medida para los diferentes modelos.

3.1.3.7. Apilamiento.

El apilamiento es el fenómeno que se da debido a que cada pulso detectado va a tener un ancho τ de detección y la llegada aleatoria de los eventos (Proceso Poisson) existe una determinada probabilidad de que dos o más pulsos se aproximen lo suficiente para interferir en sus mediciones o darse el caso de que lleguen al sistema los suficientemente próximos como para que el sistema de medición los considere un único pulso.

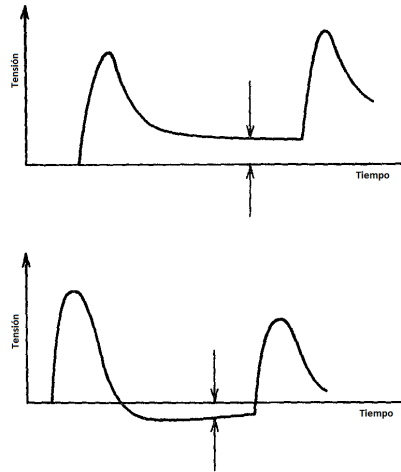


Figura 22. Efecto del apilamiento en la altura de los pulsos.

Para analizar el efecto del apilamiento en la tasa se define la probabilidad de que no existan eventos en un intervalo entre 0 y τ como:

$$P(0) = \frac{(n\tau)^0 e^{-n\tau}}{0!} = e^{-n\tau}$$

Ecuación 18. Probabilidad de no apilamiento.

Se define la tasa a partir de la cual el apilamiento es observable como:

$$r_{pu} = m(1 - P(0)) = m(1 - e^{-n\tau})$$

Ecuación 19. Tasa de apilamiento observable.

Si se considera que $n\tau \ll 1$ (tasas bajas). Se puede aproximar como:

$$e^{-n\tau} \cong 1 - n\tau \quad y \quad m \cong n(1 - n\tau)$$

$$r_{pu} \cong n(1 - n\tau)n\tau$$

$$r_{pu} \cong n^2\tau$$

Ecuación 20. Tasa a partir de la cual se detecta apilamiento.

La Ecuación 20 muestra la tasa de apilamiento en para baja tasa de conteo. Para tasas más elevadas el apilamiento se puede estudiar de manera muy similar al tiempo muerto, considerando que τ va a representar el tiempo de detección de cada pulso en vez de la respuesta del sistema a cada evento.

3.2. Algoritmos propuestos.

Se desarrollarán dos algoritmos de conformación de pulsos para un sistema como el de Figura 10: el algoritmo de deconvolución o filtro inverso y una versión digital de la línea de demora única.

3.2.1. Deconvolución o Filtro inverso.

Este algoritmo se basa en que todo sistema LTI va a estar caracterizado por su respuesta al impulso $h(t)$ si se puede estimar la respuesta inversa del sistema $h(t)^{-1}$ se obtendría una señal del tipo de la Ecuación 1 en el caso ideal.

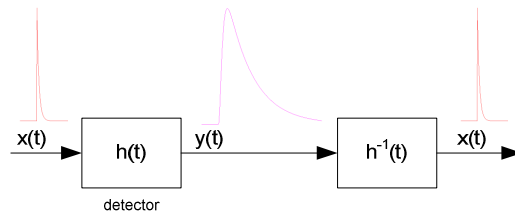


Figura 23. Sistema de deconvolución.

La respuesta al impulso del sistema está compuesta por el sistema detector y la respuesta del preamplificador. Este método consta de dos partes: la estimación de la respuesta del sistema y la implementación del filtro.

La estimación de la respuesta del sistema se hace por medio de estimación espectral de potencia, que modela al sistema a estimar de la siguiente forma:

$$y(n) = -\sum_{k=1}^p a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k x(n-k)$$

Ecuación 21. Sistema modelado por estimación espectral de potencia.

Donde se pueden obtener tres modelos de estimación en función de los parámetros p y q : Con $q = 0$ y $b_0=1$ se obtiene el modelo auto regresivo (AR), Sin los términos a_k se genera el modelo de medias móviles (MA) y con la presencias de ambas sumatorias, el modelo auto regresivo de medias móviles (ARMA) ^[10].

Los parámetros a del modelo y la señal autocorrelación (R_{xx}) a estimar se van a relacionar de manera lineal sólo para el modelo AR de la siguiente forma ^[10]:

$$\begin{bmatrix} R_{yy}(0) & R_{yy}(1) & \vdots & R_{yy}(p-1) \\ R_{yy}(1) & R_{yy}(0) & \vdots & R_{yy}(p-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{yy}(p-1) & R_{yy}(p-2) & \vdots & R_{yy}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 22. Relación entre coeficientes y densidad espectral de potencia para modelo AR.

Se utilizará el modelo AR para estimar la respuesta del sistema, por la característica anterior y por que genera mejores estimaciones que los sistemas MA para la misma cantidad de coeficientes^[10]. Para obtener un estimador de la autocorrelación se utiliza el método de Yule-Walker, según la Ecuación 23 :

$$r_{yy}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-m-1} y^*(n) y(n+m) \quad m \geq 0$$

Ecuación 23. Estimador de autocorrelación de Yule-Walker

Reemplazando por el estimador y en la matriz de Ecuación 22 y resolviendo la misma (existen métodos eficientes de resolución para este tipo de matriz como el de Levinson-Durbin) se obtienen los coeficientes a_k .

Al estimar la respuesta del sistema con un modelo AR (sistema de todos polos), el sistema inverso es un sistema tipo FIR (todos ceros) de fase arbitraria.

A modo de ejemplo de aplicación se calcula e implementa el filtro de deconvolución para un preamplificador conectado a un detector de NaI(Tl) con la siguiente respuesta temporal total típica para un pulso con el de la Figura 24 .

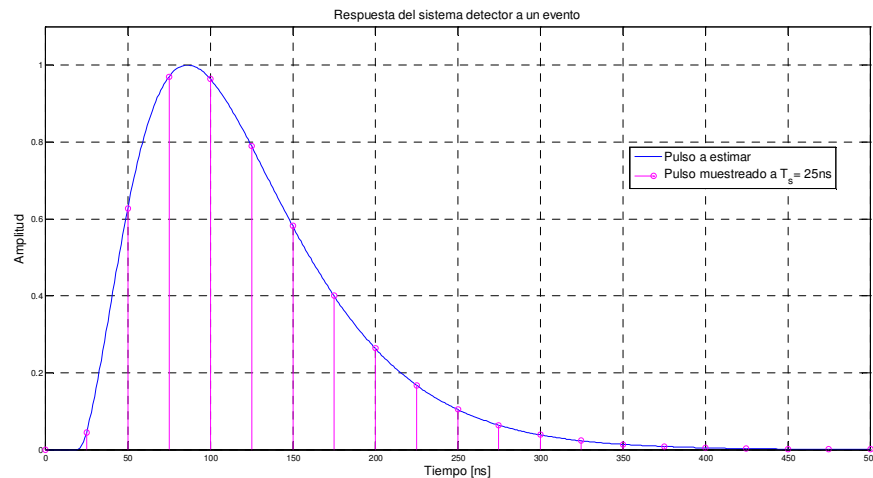


Figura 24. Respuesta del sistema con detector de NaI(Tl) a estimar.

Se discretiza la respuesta al impulso del sistema (utilizando un período de muestreo de 25ns) y se obtiene un pulso que es utilizado por el método de Yule-Walker para obtener un número determinado de coeficientes del sistema estimado.

Obviamente, a medida que se utilicen más coeficientes menor error de estimación va a existir. En esta aplicación la cantidad de coeficientes va a estar limitada por la cantidad máxima de multiplicaciones del hardware de implementación. Para este caso particular y en aritmética entera se obtienen los siguientes coeficientes:

$$coefs[] = [128; -239; 192; -100; 44 -17 \ 4]$$

Ecuación 24. Coeficientes del modelo de Yule-Walker estimados.

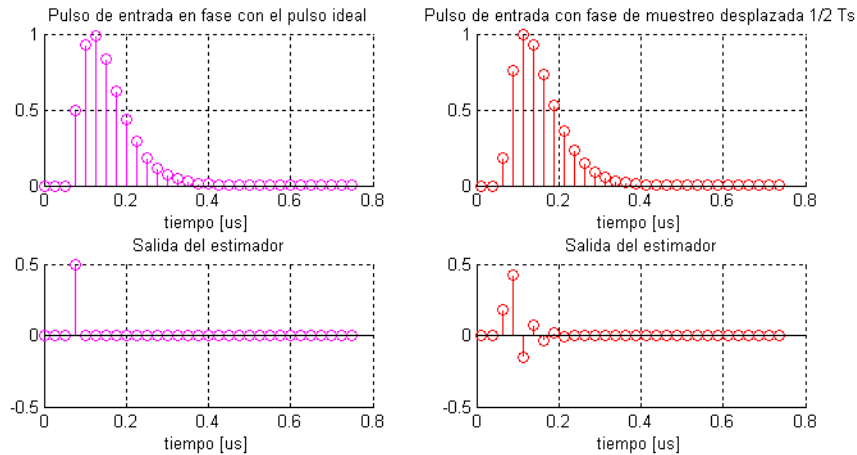


Figura 25. Sensibilidad a la fase de los pulsos.

Como se observa en Figura 25, este algoritmo es muy sensible a los desplazamientos de fase, para minimizar esta sensibilidad, se convoluciona al estimador con un promediador pesado, donde se obtienen los coeficientes de la Ecuación 25, obteniendo la respuesta de la Figura 26:

$$\text{coefs}[] = [184; 66; 24; -75; -67; -12; 85; -58; 25; -11; 6;]$$

Ecuación 25. Coeficientes del filtro de deconvolución con filtro promediador integrados.

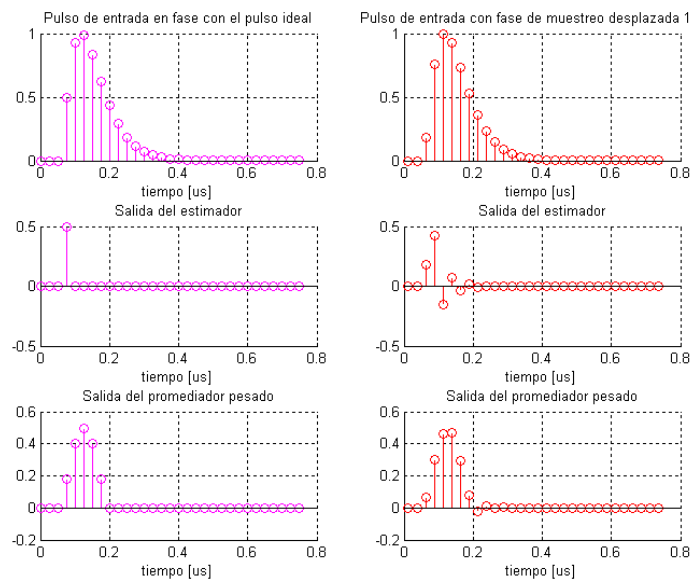


Figura 26. Mejora a la sensibilidad de fase de pulsos.

La grandes ventajas de este algoritmo son: la capacidad inherente de desapilar pulsos (Figura 27), ya que se trata de un sistema LTI (en la medida que no se sature la entrada del sistema o del conversor analógico digital) y que su implementación es la de un filtro FIR (ampliamente estudiada y desarrollada).

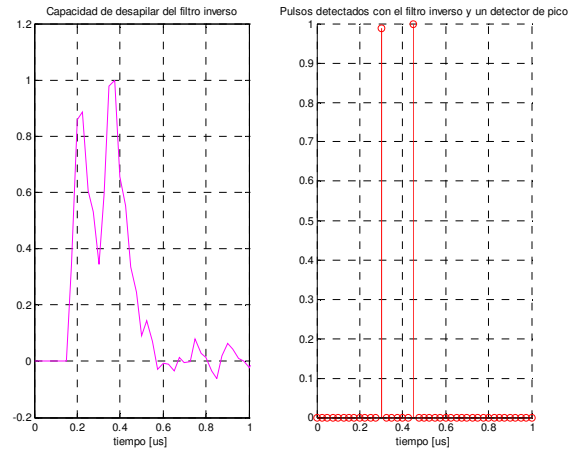


Figura 27. Desapilado de dos pulsos de 300ns de ancho separados 150ns.

La implementación del filtro de deconvolución en VHDL es la siguiente:

```

architecture Behavioral of filtroFIR is
    type seniales is array (natural range <>) of signed(10 downto 0);
    type taps is array (natural range <>) of signed(21 downto 0);
    signal registro : seniales(10 downto 0);
    signal mults : taps(10 downto 0);
    signal acumulador : signed(25 downto 0);
    signal semisumall_1, semisumall_2, semisumall_3 : signed(22 downto 0);
    signal semisumall_4, semisumall_5, semisumall_6 : signed(22 downto 0);
    signal semisumal2_1, semisumal2_2, semisumal2_3 : signed(23 downto 0);
begin
    process (clk) begin
        if(rising_edge(clk)) then
            if(rst = '1') then
                acumulador <= (others => '0');
            else
                registro(0) <= signed("0"&din);
                registro(10 downto 1) <= registro(9 downto 0);
                mults(0) <= registro(0) * to_signed(184,11);
                mults(1) <= registro(1) * to_signed(66,11);
                mults(2) <= registro(2) * to_signed(24,11);
                mults(3) <= registro(3) * to_signed(-75,11);
                mults(4) <= registro(4) * to_signed(-67,11);
                mults(5) <= registro(5) * to_signed(-12,11);
                mults(6) <= registro(6) * to_signed(85,11);
                mults(7) <= registro(7) * to_signed(-58,11);
                mults(8) <= registro(8) * to_signed(25,11);
                mults(9) <= registro(9) * to_signed(-11,11);
                mults(10) <= registro(10) * to_signed(6,11);

                semisumall_1 <= resize(mults(0),23) + resize(mults(1),23);
                semisumall_2 <= resize(mults(2),23) + resize(mults(3),23);
                semisumall_3 <= resize(mults(4),23) + resize(mults(5),23);
                semisumall_4 <= resize(mults(6),23) + resize(mults(7),23);
                semisumall_5 <= resize(mults(8),23) + resize(mults(9),23);
                semisumall_6 <= resize(mults(10),23);
                semisumal2_1 <= resize(semisumall_1,24) + resize(semisumall_2,24);
                semisumal2_2 <= resize(semisumall_3,24) + resize(semisumall_4,24);
                semisumal2_3 <= resize(semisumall_5,24) + resize(semisumall_6,24);
                acumulador <= resize(semisumal2_1,26) + resize(semisumal2_2,26) + resize(semisumal2_3,26);
            end if;
        end process;
        dout <= std_logic_vector(acumulador);
    end Behavioral;

```

Figura 28. Implementación en hardware del conformador por filtro de deconvolución.

Este código implementado en la FPGA de Xilinx Spartan-3 XC3S200, utiliza el 9% de los recursos de lógica de la FPGA, 11 multiplicadores por hardware (de 12 disponibles) y tiene una señal de reloj de una frecuencia máxima de 145MHz. Otro punto a favor de estas implementaciones es que no agrega tiempo muerto al sistema, al tener siempre un dato disponible en la salida.

3.2.2. Línea de demora única digital.

Este algoritmo de conformación de pulsos está basado en el algoritmo de línea de demora única que consiste en tomar el pulso proveniente del detector, demorarlo en el tiempo y restar una fracción del pulso demorado, como se muestra en la Figura 29 :

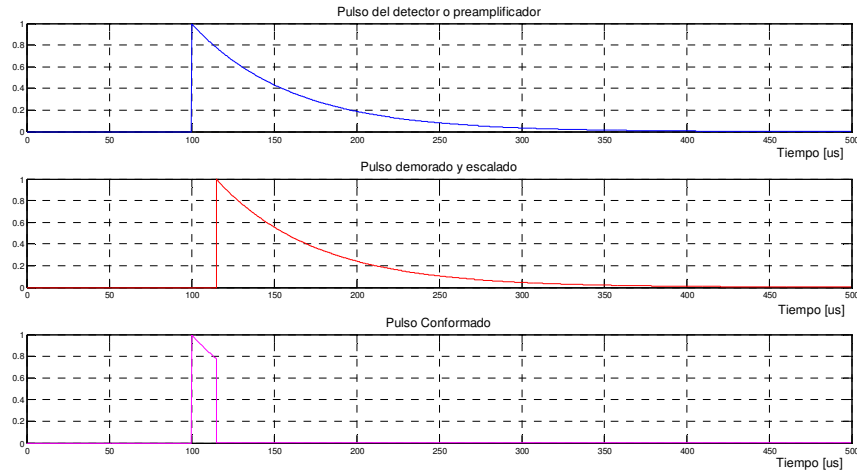


Figura 29. Funcionamiento de la línea de demora única.

Este método tiene como parámetro el tiempo del pulso conformado y a partir de este se obtiene la constante de escalado para una determinada forma de pulso, como se muestra en la Ecuación 26:

$$\begin{aligned}
 \text{pulso}(t) &= p_1(t) = A_1 e^{\frac{-t}{\tau_{\text{PULSO}}}} \quad \text{y} \quad \text{pulso demorado}(t) = p_2(t) = k A_1 e^{\frac{-(t-t_{\text{CONFORMADO}})}{\tau_{\text{PULSO}}}} \\
 \text{se busca } p_1(t_{\text{CONFORMADO}}) - p_2(t_{\text{CONFORMADO}}) &= 0 \Rightarrow k_0 \\
 k_0 &= e^{\frac{-t_{\text{CONFORMADO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}}
 \end{aligned}$$

Ecuación 26. Cálculo de la constante de escalado para pulsos exponenciales.

k_0 es la constante de escalado para un tiempo de conformado dado. Tiene la propiedad de ser el valor para el cual el pulso retorna a la línea de base más rápidamente. La Figura 30 muestra los efectos de constantes k diferentes de k_0 .

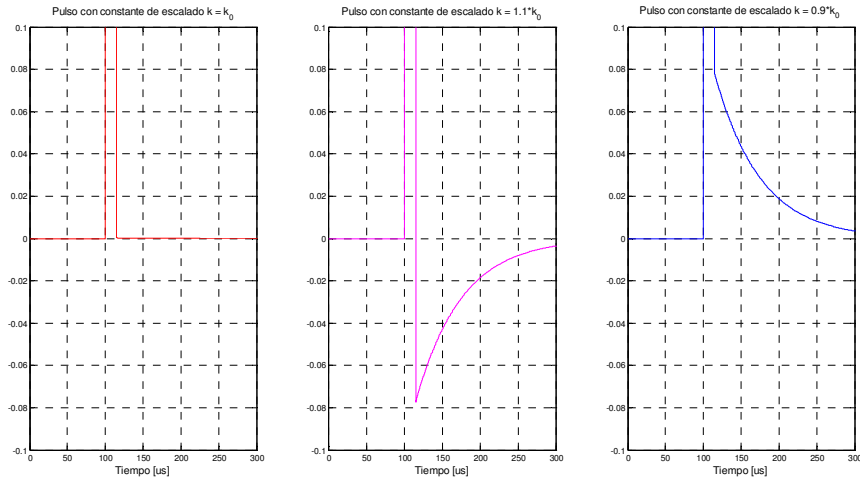


Figura 30. Conformado por línea de demora única para distintos valores de k_0 .

El algoritmo de línea de demora única en su versión discreta queda definido por el diagrama de la Figura 1 y la Ecuación 27.

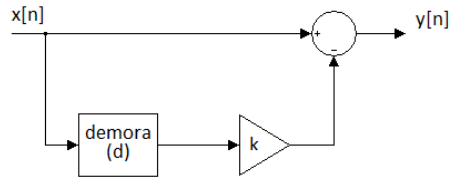


Figura 31. Diagrama de bloques de la línea de demora única.

$$y[n] = x[n] - k \cdot x[n - d]$$

Ecuación 27. Modelo de la línea de demora única digital.

Si se considera la Ecuación 27 para pulsos exponenciales, ajustado a $k = k_0$ se obtiene:

$$\begin{aligned}
 y[n] &= x[n] - k_0 \cdot x[n - d] \\
 y[n] &= x[n] - e^{\frac{-d \cdot T_{\text{MUESTREO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}} \cdot x[n - d] \\
 Y(z) &= X(z) \cdot \left(1 - z^{-d} \cdot e^{\frac{-d \cdot T_{\text{MUESTREO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}} \right) \Rightarrow H(z) = \left(1 - z^{-d} \cdot e^{\frac{-d \cdot T_{\text{MUESTREO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}} \right)
 \end{aligned}$$

Ecuación 28. Transferencia de la línea de demora única discreta.

A partir de la transferencia obtenida en la se puede obtener la respuesta en frecuencia (Ecuación 29) para este algoritmo en función de los parámetros d, Tiempo de muestreo y la constante del pulso exponencial.

$$H(z) = \left(1 - z^{-d} \cdot e^{\frac{-d \cdot T_{\text{MUESTREO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}} \right)$$

$$H(e^{j\omega}) = 1 - e^{-j\omega d} \cdot e^{\frac{-d \cdot T_{\text{MUESTREO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}}$$

$$H(e^{j\omega}) = 1 - e^{\frac{-d \cdot T_{\text{MUESTREO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}} \cdot \cos(\omega d) + j e^{\frac{-d \cdot T_{\text{MUESTREO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}} \cdot \sin(\omega d)$$

$$|H(e^{j\omega})|^2 = 1 + \left(e^{\frac{-d \cdot T_{\text{MUESTREO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}} \right)^2 - 2 \cos(\omega d) \cdot e^{\frac{-d \cdot T_{\text{MUESTREO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}}$$

$$\tan(\phi_{H(e^{j\omega})}) = \frac{e^{\frac{-d \cdot T_{\text{MUESTREO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}} \cdot \sin(\omega d)}{1 - e^{\frac{-d \cdot T_{\text{MUESTREO}}}{\tau_{\text{PULSO}}}} \cdot \cos(\omega d)}$$

Ecuación 29. Respuesta en frecuencia de la línea de demora única.

A modo de ejemplo la Figura 32 muestra la respuesta en frecuencia para $T_{\text{MUESTREO}}/\tau_{\text{PULSO}} \ll 1$ con diferentes tamaños de conformación de pulso.

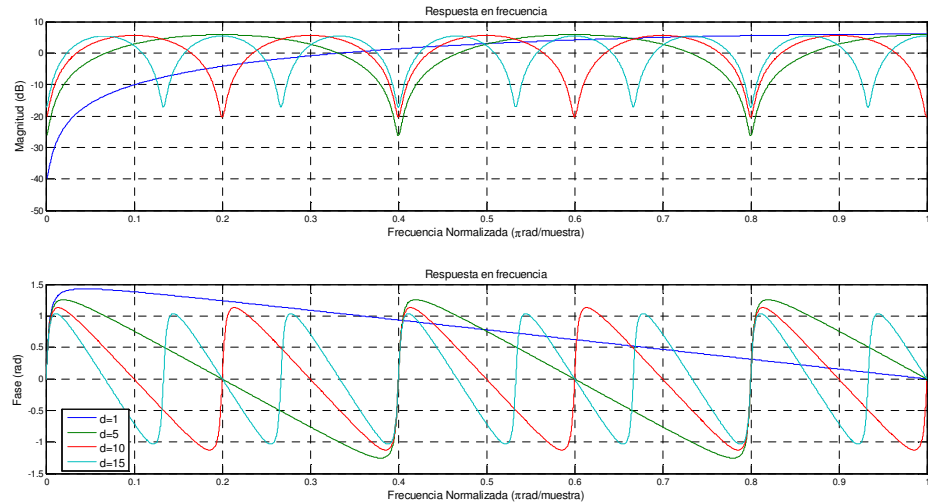


Figura 32. Respuesta en frecuencia para diferentes demoras.

Si bien es deseable que el parámetro d sea lo más pequeño posible desde el punto de vista del apilamiento y la respuesta en frecuencia (baja la probabilidad de apilamiento

con un conformado más angosto), se ve en la Figura 33 que para el factor de ruido (Ecuación 10) sucede lo contrario, generando una situación de compromiso entre ruido y apilamiento, o bien la necesidad de una alta frecuencia de muestreo.

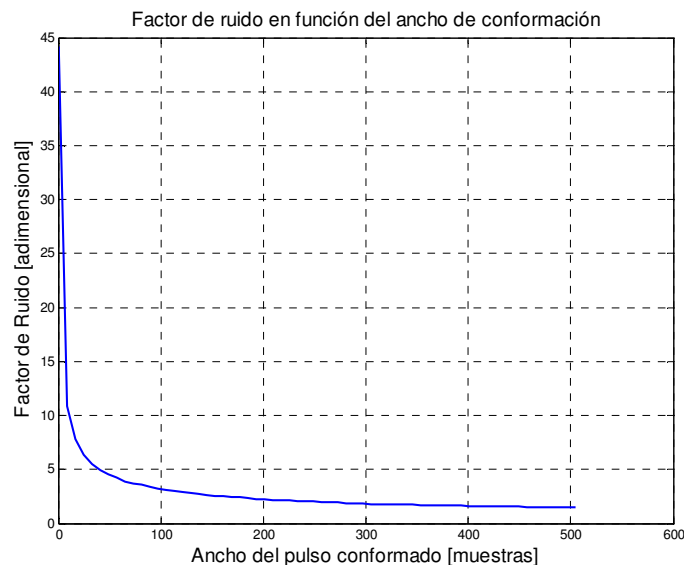


Figura 33. Factor de ruido en función del ancho de pulso conformado para línea de demora única.

Con respecto a la implementación, se muestra a continuación la estructura del hardware implementado en la FPGA de Xilinx Spartan-3 XC3S200:

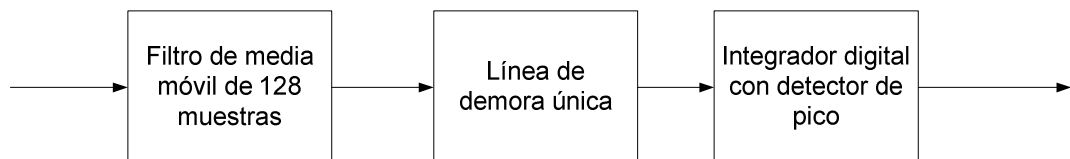


Figura 34. Estructura de la implementación de la línea de demora única.

Donde en la Figura 35 y la Figura 36 se muestran las implementaciones, de la línea de demora única y el integrador con el detector de pico integrado. En la Figura 37 se ve la simulación para la implementación de la Figura 34 con pulsos de un detector de HPGe tipo coaxial, Canberra GC2019 con un preamplificador Canberra 2002C (Escáner gamma del área gestión Ezeiza) que tiene un $\tau=60\mu s$ y se utiliza un $T_S=$ de 25ns. Este conformador digital utiliza el 9% de la lógica y 2 de los 12 bloques de memoria de la FPGA. El reloj máximo posible es de 86.762MHz.

```
begin
  process(CLK,RST) begin
    if(RST='1') then
      contador <= (others => '0');
      rdy <= '0';
    elsif(rising_edge(CLK)) then
      if (contador = std_logic_vector(to_unsigned(32+2,10))) then
        contador <= (others => '0');
        rdy <= '1';
      else
        contador <= std_logic_vector(unsigned(contador)+1);
      end if;
    end if;
  end process;

  Dato_An    <= DIN;
  sumadas    <= signed("0"&Dato_An) - signed("0"&demorado) + signed("0000000"&demorado(9 downto 6));
  saturadas  <= (others => '0') when (sumadas(10)='1') else sumadas;
  DOUT       <= std_logic_vector(saturadas(9 downto 0));

  midelay : demorador
    port map (
      clk => CLK,
      rst => RST,
      din => Dato_An,
      wr_en => '1',
      rd_en => rdy,
      dout => demorado,
      full => open,
      empty => open);
end Behavioral;
```

Figura 35. Implementación de la línea de demora Digital en VHDL.

```

elsif(rising_edge(CLK)) then
    case (estado) is
        when S0 =>
            sumado    <= (others => '0');
            cnt       <= (others => '0');
            DOUT      <= (others => '0');
            HPULSE    <= (others => '0');
            PVALID    <= '0';
            estado    <= S1;

        when S1 =>
            if(unsigned(DIN)>unsigned(RUIDO)) then
                estado <= S2;
            else
                estado <= S1;
            end if;
            PVALID    <= '0';
            cnt       <= (others => '0');

        when S2 =>
            if(cnt = to_unsigned(200,10)) then
                PVALID <= '0';
                HPULSE <= std_logic_vector(sumado(14 downto 3));
                estado <= S3;

            else
                sumado <= sumado + unsigned("0000000"&DIN);
                cnt    <= cnt + to_unsigned(1,10);
                PVALID <= '0';
                estado <= S2;
            end if;
            DOUT      <= std_logic_vector(sumado(14 downto 3));

        when S3 =>
            estado    <= S1;
            sumado    <= (others => '0');
            DOUT      <= (others => '0');
            PVALID    <= '1';

    end case;

```

Figura 36. Máquina de estados del detector de pico e integrador reseteable en VHDL.

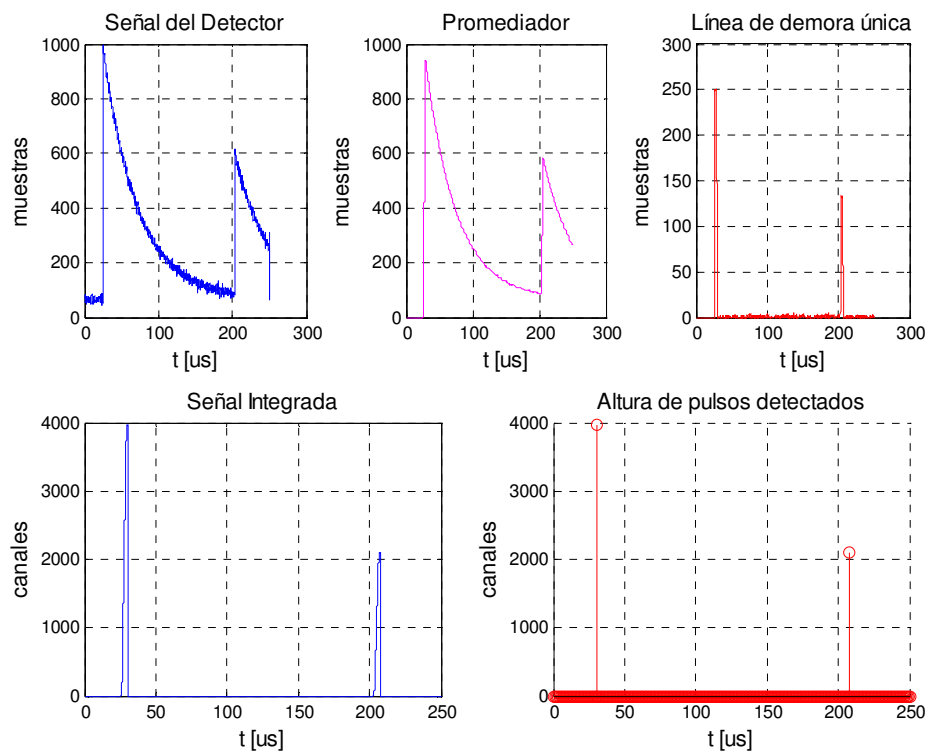


Figura 37. Simulación del sistema con línea de demora única para detector de HPGe.

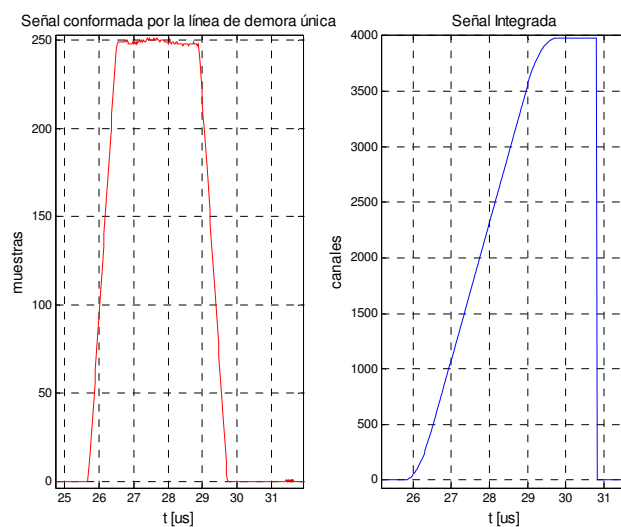


Figura 38. Detalle del primer pulso detectado.

3.3. Hardware utilizado.

Para implementar los algoritmos propuestos se utilizó el hardware del procesador de pulsos del AR-PET^[5], con la arquitectura que muestra la Figura 39 y físicamente como muestra la Figura 40:

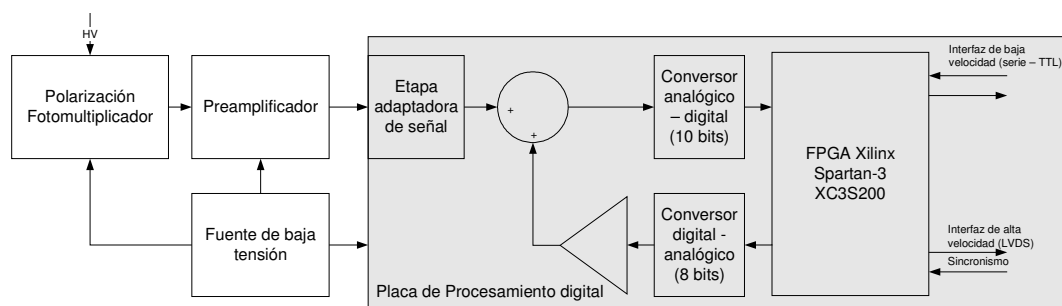


Figura 39. Arquitectura de procesamiento PMT del AR-PET.

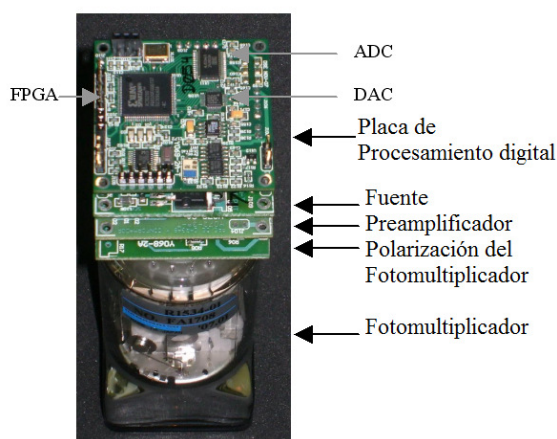


Figura 40. Procesador de PMT. AR-PET.

Para la digitalización la placa de procesamiento utiliza el convertor analógico ADS825E que es un convertor tipo pipeline de 10 bits, 40MHz de velocidad de muestreo y tiene una no linealidad diferencial de $\pm 0.5\text{LSB}$, una relación señal ruido de 56dB y una no linealidad integral de $\pm 2\text{LSBs}$. Para poder utilizar un sistema de escala deslizante, la placa de procesamiento cuenta con el convertor digital analógico AD9748, este es un convertor de 8 bits de 210MHz de frecuencia máxima, con una no linealidad diferencial de $\pm 0.25\text{LSB}$ y una no linealidad integral de $\pm 0.25\text{LSB}$.

La placa de fuentes genera las tensiones necesarias para el funcionamiento, tanto de la placa de procesamiento, como la placa del preamplificador y polarización del fotomultiplicador. El preamplificador de este conjunto, es un preamplificador de carga más un restaurador de línea de base con la transferencia que indica la Ecuación 30:

$$H(s) = \frac{K(s + \frac{1}{240ns})}{(s + \frac{1}{23ns})(s + \frac{1}{40ns})^2}$$

Ecuación 30. Transferencia del amplificador del AR-PET.

Por último queda la placa de polarización del fotomultiplicador que está calculada para un fotomultiplicador de 8 dinodos con una corriente media máxima de 30μA. Originalmente este hardware fue diseñado para poder medir tasas de hasta 1Mpulso/s en un multicanal de 256 canales para un detector continuo de NaI(Tl).

3.3.1. FPGA y recursos en hardware programable.

Para precisar las métricas es necesario previamente ver la arquitectura de una FPGA. Si bien la arquitectura de la FPGA es muy dependiente de cada fabricante, se puede definir a una FPGA de manera general como una gran cantidad de pequeños bloques programables (lógica, entrada – salida y otros) en un mar de recursos de interconexión de estos bloques.

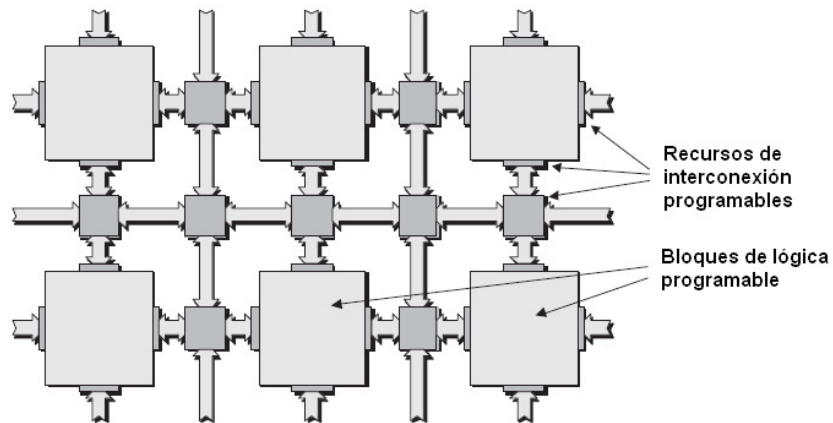


Figura 41. Arquitectura simplificada de una FPGA.

Cada uno de los bloques de lógica programable va a estar compuesto por tabla de búsqueda (Look Up Table - LUT) de N entradas, más un flip-flop D y un multiplexor para configurar si el bloque funciona como un bloque secuencial o combinacional. En la Figura 42 se muestra un bloque de lógica programable de un FPGA simplificado:

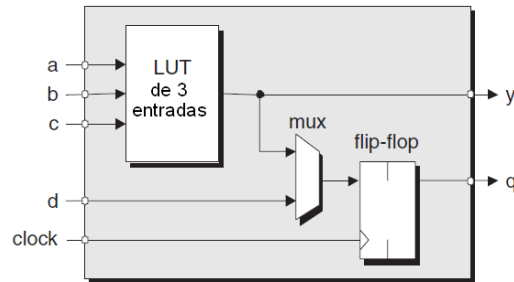


Figura 42. Estructura de un bloque de lógica programable de 3 entradas.

Básicamente una LUT es un multiplexor de N a 1 con una celda de memoria que resuelve una función lógica dada, como se ve en la Figura 43:

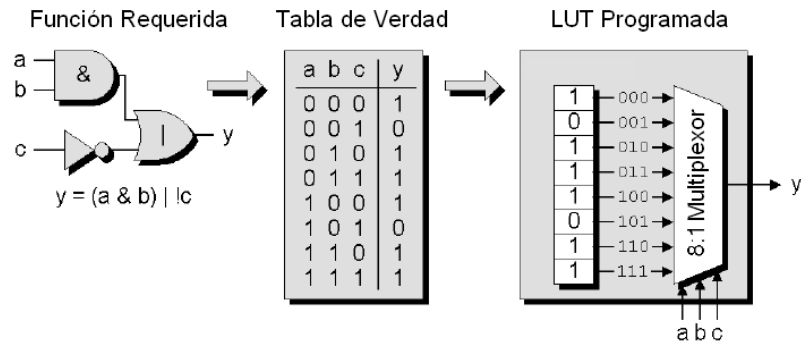


Figura 43. Detalle de una LUT.

Obviamente una de las métricas para determinar cuánto se utiliza una FPGA es la cantidad de LUTs necesarias para implementar algún hardware en particular. Otra métrica muy importante es la frecuencia máxima que tolera el hardware diseñado. Para esta van a estar involucrados, principalmente, los diferentes recursos de interconexión de la FPGA.

Obviamente el estilo de codificación, la arquitectura del dispositivo específico a programar y las herramientas de síntesis van a jugar un papel determinante, tanto en las métricas de LUTs (o área), velocidad y latencia (cantidad de ciclos de reloj que le toma a un determinado hardware generar una salida) ^[7 y 9].

Como ejemplo de lo enunciado se muestra en las figuras de más adelante, la implementación del cubo de un número entero de 8 bits con diferentes estilos de codificación favoreciendo alguna las distintas métricas propuestas como se ve en la Tabla 1.

Implementación	Recursos utilizados	Frecuencia máxima de trabajo (MHz)	Latencia (ciclos de reloj)	Throughput (bits / ciclos de reloj)
Combinacional	2 mult.	Máximo delay combinacional (14.246ns)	Máximo delay combinacional (14.246ns)	8 bits (suponiendo 1 dato por ciclo de reloj)
Iterativa	1 mult. + 12 bloques lógicos	170,765	3	8/3
Registrada (pipeline)	2 mult. + 12 bloques lógicos	246,792	3	8

Tabla 1. Comparación de prestaciones para diferentes tipos de implementaciones.

```

library IEEE;
use IEEE.STD_LOGIC_1164.ALL;
use IEEE.NUMERIC_STD.ALL;

entity pcubo is
    Port ( CLK      : in      STD_LOGIC;
          NRO       : in      STD_LOGIC_VECTOR (7 downto 0);
          SOC       : in      STD_LOGIC;
          CUBO      : out     STD_LOGIC_VECTOR (7 downto 0);
          EOC       : out     STD_LOGIC);
end pcubo;

architecture directa of pcubo is
    signal n      : natural range 0 to 3;
    signal mul1 : unsigned(7 downto 0);
    signal mul2 : unsigned(7 downto 0);
begin
    mul1 <= resize(unsigned(NRO)*unsigned(NRO),8);
    mul2 <= resize(unsigned(NRO)*mul1,8);
    EOC  <= '1';
    CUBO <= std_logic_vector(mul2);
end directa;

```

Figura 44. Implementación del cubo de manera combinacional.

```

library IEEE;
use IEEE.STD_LOGIC_1164.ALL;
use IEEE.NUMERIC_STD.ALL;

entity pcubo is
    Port ( CLK      : in      STD_LOGIC;
          NRO      : in      STD_LOGIC_VECTOR (7 downto 0);
          SOC      : in      STD_LOGIC;
          CUBO     : out     STD_LOGIC_VECTOR (7 downto 0);
          EOC      : out     STD_LOGIC);
end pcubo;

architecture iterativa of pcubo is
    signal n      : natural range 0 to 3;
    signal mul    : unsigned(7 downto 0);
begin
    process(CLK) begin
        if(rising_edge(CLK)) then
            if(SOC = '1') then
                n <= 2;
                mul <= unsigned(NRO);
            else
                if(n /= 0) then
                    n <= n-1;
                    mul <= resize(mul*unsigned(NRO),8);
                end if;
            end if;
        end process;
        EOC <= '1' when n = 0 else '0';
        CUBO <= std_logic_vector(mul);
    end iterativa;

```

Figura 45. Implementación del cubo de manera iterativa.

```

library IEEE;
use IEEE.STD_LOGIC_1164.ALL;
use IEEE.NUMERIC_STD.ALL;

entity pcubo is
    Port ( CLK      : in      STD_LOGIC;
          NRO      : in      STD_LOGIC_VECTOR (7 downto 0);
          SOC      : in      STD_LOGIC;
          CUBO     : out     STD_LOGIC_VECTOR (7 downto 0);
          EOC      : out     STD_LOGIC);
end pcubo;

architecture pipeline of pcubo is
    signal mul1: unsigned(7 downto 0);
    signal mul2: unsigned(7 downto 0);
    signal res:  unsigned(7 downto 0);
    signal nro1: unsigned(7 downto 0);
    signal nro2: unsigned(7 downto 0);
begin
    process(CLK) begin
        if(rising_edge(CLK)) then
            nro1 <= unsigned(NRO);
            mul1 <= unsigned(NRO);
            nro2 <= nro1;
            mul2 <= resize(mul1*nro1,8);
            res  <= resize(mul2*nro2,8);
        end if;
    end process;
    EOC <= '1';
    CUBO <= std_logic_vector(res);
end pipeline;

```

Figura 46. Implementación del cubo con pipeline.

3.4. Algoritmo e Implementación del Multicanal.

La función del multicanal, una vez conformado el pulso, es estimar la energía del pulso (ya sea por detección de pico, área o alguna otra característica del mismo) para luego con esta estimación incrementar el canal correspondiente, donde se generará el espectro de energía. En la FPGA de la Figura 39 se implementa el sistema de escala deslizante como se ve en la Figura 18 y un sistema de detección de pulso y generador de espectro como el de la Figura 47:

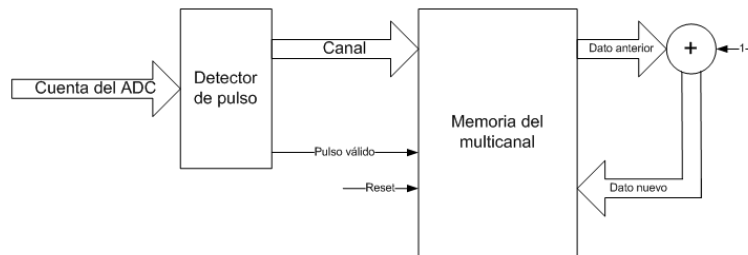


Figura 47. Detector de pico y multicanal

El detector de pulso se puede implementar de diferentes maneras. La más inmediata es la detección del valor máximo del pulso y almacenarlo en el multicanal. Este enfoque tiene el problema de ser muy sensible a ruido, teniendo inconvenientes en pulsos como el del gráfico de la izquierda de la Figura 38. Para disminuir la sensibilidad se suele implementar sistemas de detección de área. Una implementación de este tipo de sistema suma las muestras del pulso conformado durante el ancho del mismo y ese valor es el que envían a la memoria del multicanal. En la Figura 36 se ve la implementación de este sistema y en la Figura 37 se ve la señal del pulso conformado integrado y los pulsos detectados.

En el caso de la implementación de la Figura 36 necesita 200 ciclos de reloj para integrar y detectar el pulso, en el caso de disponer de menos muestras (necesidad de disminuir tiempo muerto) una posible implementación es a través de un filtro de media móvil de ancho comparable al de la señal. Por ejemplo para el pulso de Figura 48, muestreado a 40MHz y si se aplica el filtro de la Ecuación 31 y se obtiene la señal de la Figura 49.

Además desde el punto de vista de ruido este filtro es el eliminador de ruido blanco óptimo^[4].

$$y[n] = y[n] + x[n] - x[n - M] \quad \text{con } M = 16$$

Ecuación 31. Filtro utilizado para el detector de energía.

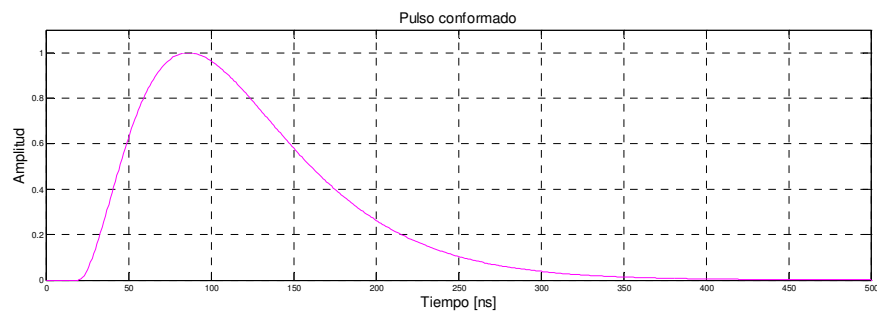


Figura 48. Pulso conformado a la entrada del multicanal.

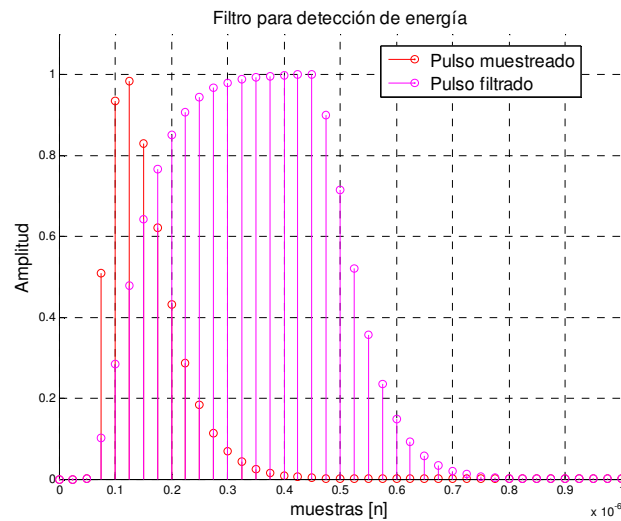


Figura 49. Pulso filtrado para detección de energía.

Con el pulso filtrado se puede aplicar la siguiente lógica: se almacenan las últimas N muestras del pulso filtrado (por ejemplo 4 muestras) y se verifica que la altura del pulso sea mayor que una constante que represente el nivel de ruido y que el valor de las muestras almacenadas tengan valores descendentes, con lo que se envía a la memoria del multicanal la muestra guardada más antigua. Esta implementación se muestra en la Figura 50.

```

library IEEE;
use IEEE.STD_LOGIC_1164.ALL;
use IEEE.NUMERIC_STD.ALL;
entity detector is
    Port ( CLK      : in      STD_LOGIC;
          VALIDO    : out     STD_LOGIC;
          DIN       : in      STD_LOGIC_VECTOR (11 downto 0);
          DOUT      : out     STD_LOGIC_VECTOR (11 downto 0));
end detector;

architecture Behavioral of detector is
    type registro is array (natural range <>) of unsigned(11 downto 0);
    signal muestras : registro(3 downto 0);
    signal enpulso  : STD_LOGIC;
    constant RUIDOH : unsigned(11 downto 0) := to_unsigned(120,12);
    constant RUIDOL : unsigned(11 downto 0) := to_unsigned(100,12);
begin
    process(CLK) begin
        muestras(0) <= unsigned(DIN);
        muestras(3 downto 1) <= muestras(2 downto 0);
        if(muestras(3)>RUIDOH and muestras(2)<muestras(3) and
           muestras(1)<muestras(2) and muestras(0)<muestras(1) and enpulso = '0') then
            enpulso <= '1';
        elsif(muestras(0)<RUIDOL and enpulso='1') then
            enpulso <= '0';
        end if;
    end process;
    VALIDO <= enpulso;
    DOUT <= std_logic_vector(muestras(3));
end Behavioral;

```

Figura 50. Implementación de detector de pulsos en VHDL.

3.5. Aplicaciones

En esta sección se muestran diferentes aplicaciones de la conformación de pulsos basadas en FPGA que toman como punto de partida el hardware del punto 3.3.

3.5.1. Espectrómetro portátil para prospección geológica.

En la naturaleza existen fuentes de radiación gamma de alta energía como el potasio (^{40}K) el uranio (^{238}U , ^{235}U y sus hijas) y el torio (^{232}Th y sus hijas), que debido a sus largas vidas medias se originaron con la creación del sistema solar y todavía perdurar. Otras fuentes son las artificiales como el ^{137}Cs generada por la industria nuclear. Otras fuentes como el ^{222}Rn y sus hijas se encuentran en la atmósfera, además de radiación gamma de alta energía proveniente del espacio.

En el principio del ciclo de combustible (la prospección del mineral de uranio), es necesario discriminar las diferentes fuentes para poder detectar la presencia de uranio en la naturaleza para su utilización en la industria nuclear.

El método de mapeo geológico a través de espectrometría gamma se basa en la detección de la emisión gamma de una de las hijas del uranio, el ^{214}Bi (del cual se va a detectar el pico de 1.765MeV). Con la medición de la actividad del bismuto se van a estimar las partes por millón equivalentes de uranio (equivalentes ya que suponen equilibrio entre el uranio y sus hijas), pudiendo mapear diferentes zonas con el fin de detectar la presencia de uranio.

La principal ventaja de este método es que al detectar radiación gamma de alta energía, esta va a estar menos “blindada” por el terreno, suelo, etc.

Esta aplicación en particular, va a requerir de un equipo portátil, que tenga buena resolución en energía y una gran eficiencia de detección.

Para cumplir con estos requerimientos se partió de la electrónica del AR-PET, se modificó ligeramente la polarización para la utilización de un fotomultiplicador de 10 dinodos acoplado a un bloque de NaI(Tl) de 150cm^3 y se modificó la configuración de la FPGA, en el algoritmo de detección de pulsos. Se utilizó un sistema de detección de energía basado en un filtro, como el de la Ecuación 31 con un M de 32 muestras (ya que esta aplicación es de relativa baja tasa, pero requiere una buena resolución de energía, que se alcanzó con un tiempo de integración de $0,8\mu\text{s}$ sin necesidad de modificar el preamplificador del AR-PET), un detector de pico similar al de la Figura 50 y una memoria de multicanal de 256 canales.

Al ser un equipo portátil, se le agregó a la electrónica una fuente de alta tensión individual y un módulo de GPS. En la Figura 51 se ve la electrónica con el detector acoplado, mientras que en la Figura 52 se ve el prototipo del equipo cerrado.

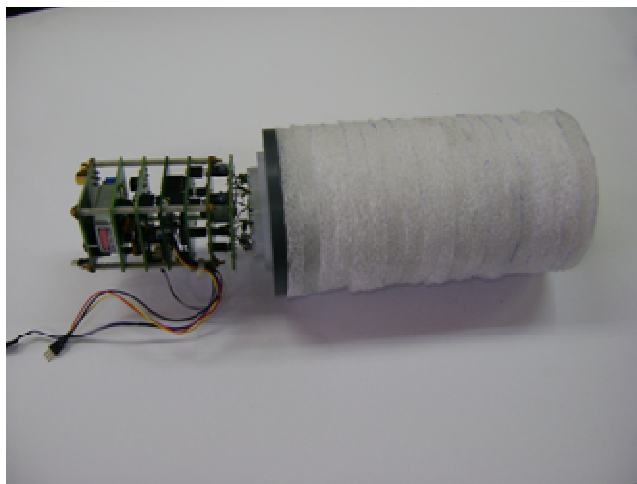


Figura 51. Sistema de detección para prospección geológica.



Figura 52. Espectrómetro para prospección geológica.

Las mediciones con este tipo de equipos se basan en la medición de varias ventanas de energía una configuración típica se muestra en la Tabla 2. Configuración de ventanas de medición típicas para el espectrómetro.

Ventana	nucleido	Energía (MeV)	Energía (canales)
Cesio	^{137}Cs (0,662 MeV)	0,63 – 0,756	50 – 60
Potasio	^{40}K (1,460 MeV)	1,370 – 1,570	109 – 125
Uranio	^{214}Bi (1,765 MeV)	1,660 – 1,680	132 – 148
Torio	^{208}Tl (2,614 MeV)	2,410 – 2,810	190 – 221
Totales		0,12 – 2,810	10 – 221

Tabla 2. Configuración de ventanas de medición típicas para el espectrómetro.

En la Figura 53 se ve la calibración realizada con una fuente de ^{137}Cs de $25\mu\text{Ci}$ de actividad, mientras que en la Figura 54 y la Figura 55 se ve una medición con una piedra de mineral de uranio de aproximadamente unos 100cm^3 de volumen.

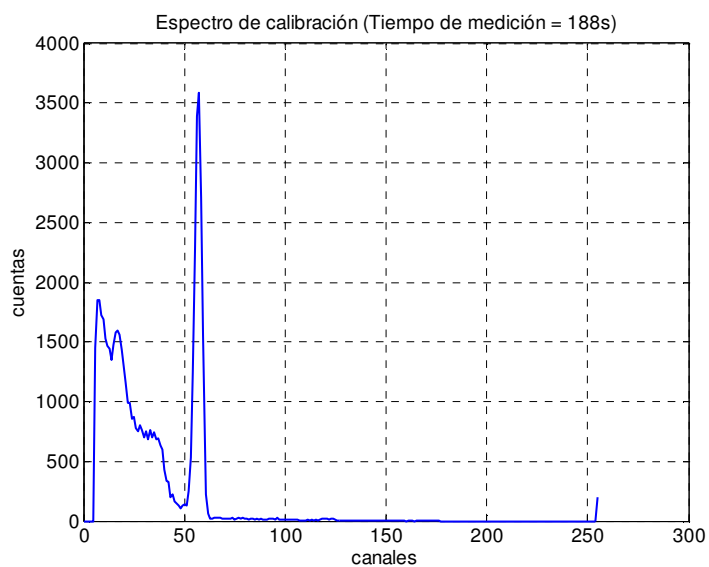


Figura 53. Espectro de calibración con ^{137}Cs (FWHM = 7,47%)

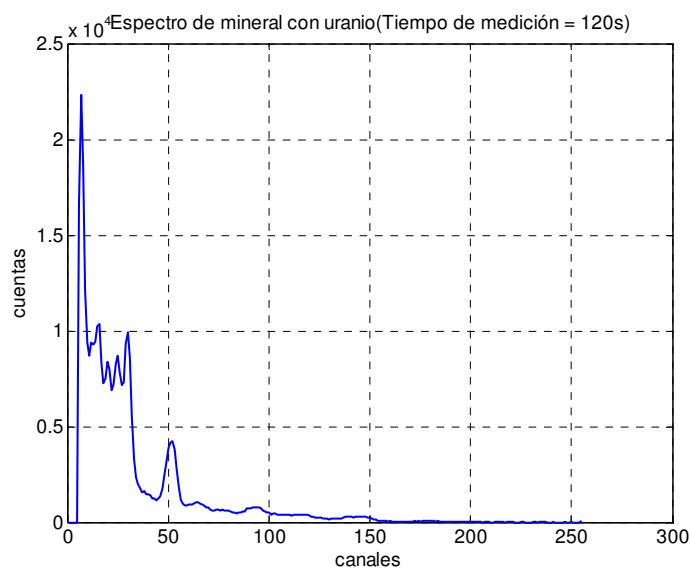


Figura 54. Espectro de mineral con uranio natural.

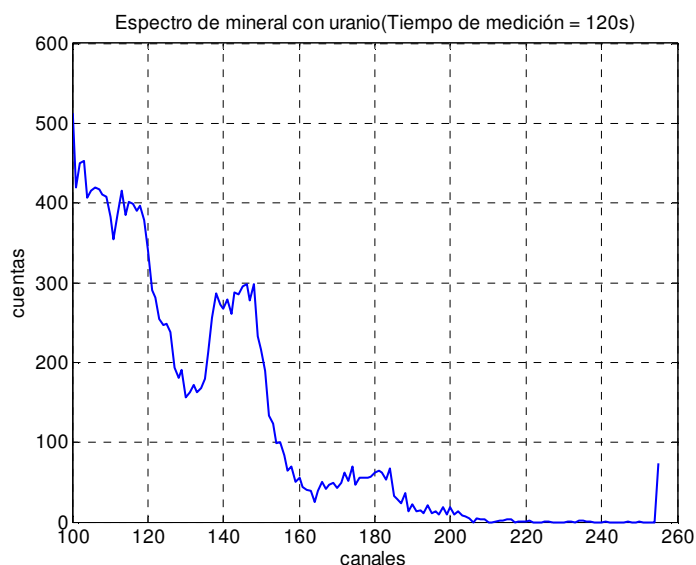


Figura 55. Espectro de mineral con uranio natural (detalle para alta energía).

3.5.2. Actualización del escáner gamma del Área de Gestión Ezeiza.

En la gestión de residuos es necesario clasificar los residuos para su correcta gestión, en las categorías que se muestran en la Tabla 3.

Clase	Período de Semidesintegración	Actividad específica para emisores beta y gamma (A)	Actividad específica para emisores alfa
B	$\tau < 5$ años	$A < 37 \text{ GBq/t}$	$< 370 \text{ MBq/t}$
M	$\tau < 30$ años	$37 \text{ GBq/t} < A < 3.700 \text{ GBq/t}$	$< 370 \text{ MBq/t}$
A	$\tau > 30$ años	$A > 3.700 \text{ GBq/t}$	$> 370 \text{ MBq/t}$

Tabla 3. Clasificación de residuos.

Para determinar la actividad específica de los emisores gamma de los contenedores de 200 litros se utiliza el escáner gamma que se muestra en la Figura 56:



Figura 56. Escáner gamma.

El escáner gamma del AGE asume que la matriz del contenedor es homogénea y entrega la actividad específica (Bq/Kg) de diferentes radionúclidos (típicamente ^{60}Co y ^{137}Cs) por segmentos. La actualización en la que se está trabajando consta de dos partes, en lo que respecta a procesamiento de pulsos: El agregado de capacidad tomográfica y el reemplazo del conformador para el HPGe.

La capacidad tomográfica permite la medición en matriz no homogénea y obtener gráficos de la distribución espacial de la actividad del contenedor. Para este agregado, se utilizan 6 detectores de NaI(Tl), con procesamiento de pulsos igual al del punto 3.5.1. En una disposición como la de la Figura 57:

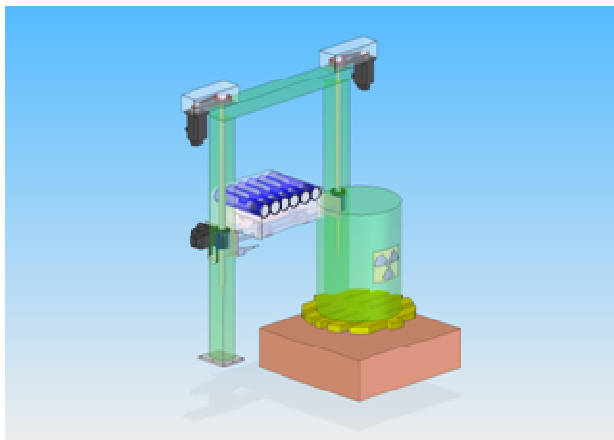


Figura 57. Agregado de capacidad tomográfica al escáner.

El mismo hardware también se va a utilizar para el reemplazo del conformador de HPGe. Para llevar a cabo esta tarea se desconecta el preamplificador de carga, y se conecta directamente la señal del preamplificador del HPGe a la placa de procesamiento digital. Para este procesamiento se propone una línea de demora única digital y un sistema como el de la Figura 37. Cabe destacar que el hardware para ambos procesamientos es

muy similar, ya que se aprovecha la versatilidad y capacidad de reconfiguración de la FPGA.

3.5.3. Medición en contadores proporcionales.

La medición de flujo neutrónico en el arranque de los reactores (de investigación o centrales) se realiza en modo pulso, esto se debe a que la medición de fondo gamma por activación es muy alta como para medir por medio del teorema de Campbell y se utiliza la medición por pulsos. En este tipo de medición se utilizan los contadores proporcionales y las cámaras de fisión para llevar a cabo las mediciones. En la Figura 58 se ve un pulso típico del detector (contador proporcional) y de la salida del preamplificador:

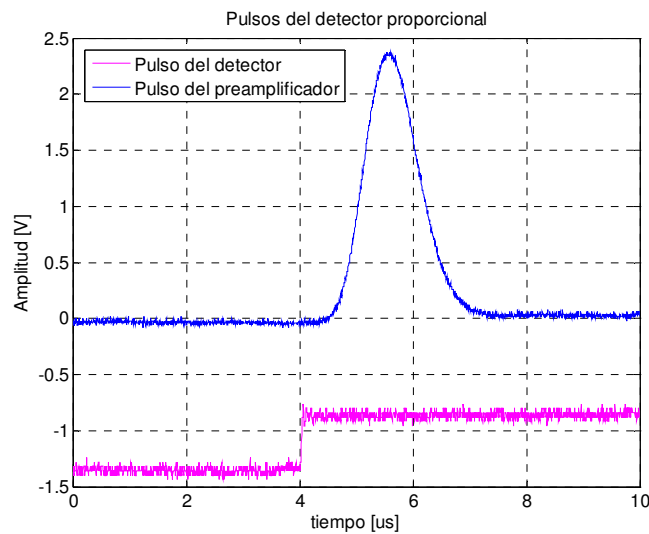


Figura 58. Pulsos típicos de un contador proporcional.

Para la detección de los pulsos del preamplificador se utilizó el siguiente método de estimación de área de pulsos:

1. Se muestrea el pulso con un $T_s=25\text{ns}$
2. Se lo filtra con un filtro de media móvil (Ecuación 31) con $M = 32$.
3. Se detecta un umbral ($30/1024 \cdot V_{\text{REF}}$)
4. Con ese umbral se comienzan a sumar las muestras durante $80 T_s$
5. Se obtiene el dato que se almacena en el multicanal.
6. Se espera que el umbral de la señal baje a ($20/1024 \cdot V_{\text{REF}}$).
7. Se resetea la suma y se vuelve a la detección del punto 3.

En la Figura 59 se observan los valores simulados de las diferentes etapas del algoritmo.

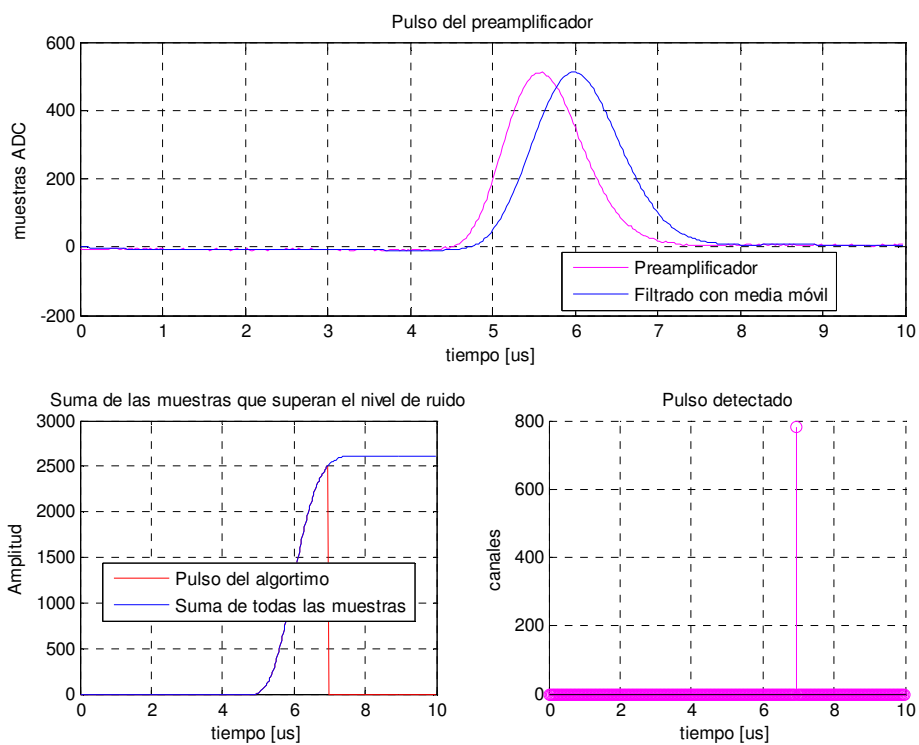


Figura 59. Simulación de la medición con pulsos de un contador proporcional.

A continuación se muestran los resultados de multicanales para una cámara de fisión y para un contador proporcional de BF_3 con este multicanal y con uno comercial (Ortec MCB) con los siguientes resultados para una fuente de neutrones térmicos de aproximadamente $200 \text{ neutrones} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$:

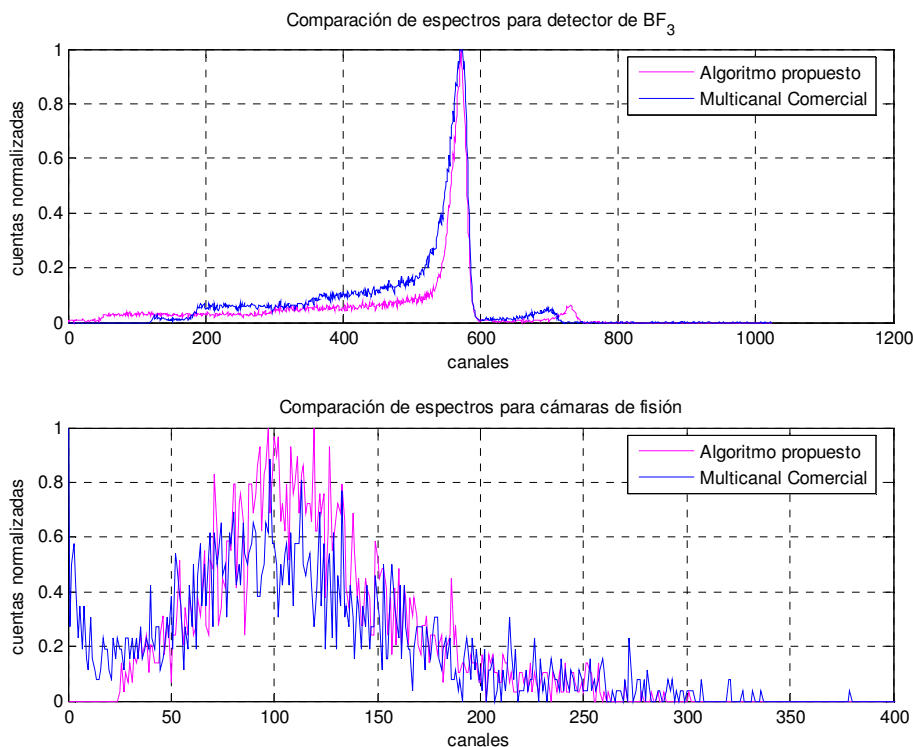


Figura 60. Comparación entre multicanales.

La implementación de este detector es similar a la de la Figura 36. Como posibles mejoras para este sistemas, se encuentra la de remover el preamplificar e implementar un conformador del tipo de línea de demora única. Otra mejora es agregar constantes de calibración del pulso detectado antes de enviarlo al multicanal, para corregir los desplazamientos que se pueden observar en los multicanales de los detectores de BF₃ de la Figura 60.

3.5.4. Aplicación en Detectores de CdZnTe.

Los detectores de estado tienen la ventaja sobre los centelladores de que generan muchos más portadores por evento generado, por ejemplo en un centellador de NaI(Tl) acoplado a un fotomultiplicador se necesitan del orden de 100eV o más para generar un fotoelectrón, obteniendo resoluciones del orden del 6%. Un detector de germanio necesita 2,96eV para generar un par electrón laguna, lo que genera una gran cantidad de portadores alcanzando resoluciones bastante menores que el 1%. Pero debido a esta pequeña energía la corriente por agitación térmica enmascararía la medición de radiación (además de destruir al detector cuando este se encuentra con alta tensión) por lo que deben medir a temperaturas del orden de los 77K.

En un lugar intermedio se encuentran los detectores de CdZnTe, estos necesitan una energía de 4,64eV para generar un par electrón laguna, pudiendo trabajar a temperatura

ambiente con un nivel de ruido aceptable. Un pulso típico se ve en la Figura 61 (sonda Ritec SPD310 con colimador de Tungsteno para una fuente de ^{241}Am).

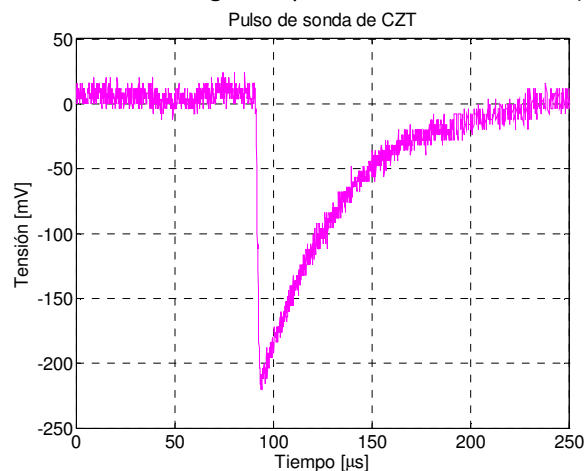


Figura 61. Pulso de sonda de CZT.

Para este tipo de pulso también se adoptó un esquema de conformación de filtro de media móvil ($M=32$) y línea de demora única digital con un $T_s = 25\text{ns}$ y con un ancho de pulso conformado de 512 muestras debido al alto nivel de ruido de la señal. Se acopló la señal a la placa de procesamiento de señal con un amplificador no inversor de ganancia variable entre 0.1 y 10. Obteniendo en la simulación los resultados de la Figura 62 y una medición el la que se detecta el pico de 59keV de una fuente de ^{241}Am que se observa en la Figura 63.

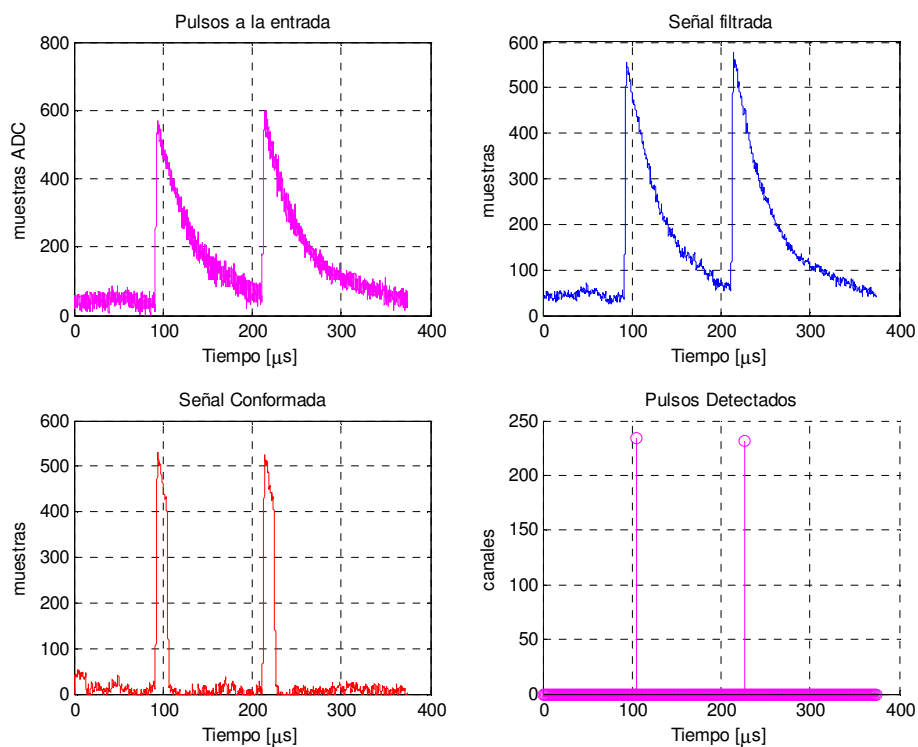


Figura 62. Simulación para conformado en detector de CZT.

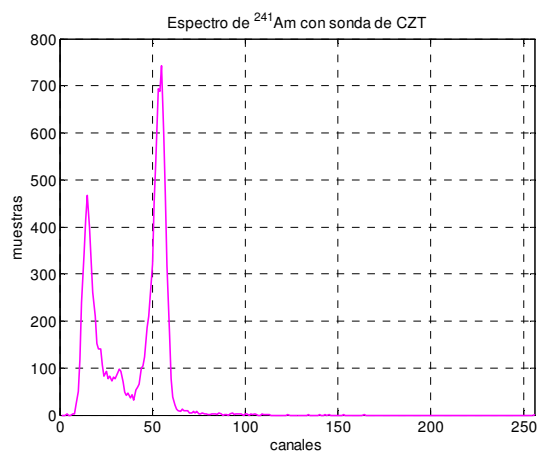


Figura 63. Espectro medido para ^{241}Am con sonda de CZT.

4. Conclusiones.

En este trabajo se muestra que el uso de dispositivos programables de alta velocidad (FPGA) le agrega gran versatilidad a la instrumentación para espectrometría posibilitando la selección del mejor algoritmo de detección y conformación de pulsos, sólo con el cambio de configuración del dispositivo programable, adaptando el detector de la mejor manera posible o incluso utilizar dos o más algoritmos de detección a la vez y elegir el mejor resultado de acuerdo a la medición. En este trabajo se mostró un algoritmo para procesamiento que se orienta a la disminución del tiempo muerto (deconvolución) y otro que se orienta a la conformación eficiente y con buena resolución en energía (línea de demora única) en exactamente el mismo hardware, que fue diseñado para funcionar con parte de la conformación de manera externa sólo para detectores de NaI(Tl).

El uso de las técnicas de procesamiento digital, con dispositivos de alta velocidad como las FPGA permiten tener una gran inmunidad de la electrónica a las diferentes derivas y con un procesamiento cuidadoso una muy buena relación señal ruido, permitiendo etapas de procesamiento analógicas mucho más simples. Las técnicas de procesamiento digital por otro lado, generan una gran exigencia en el conversor analógico digital, tanto en velocidad como en resolución, pasando este componente a ser crítico en este tipo de sistemas.

Es importante destacar que si bien el procesamiento digital permite el uso de técnicas de dominio completamente digital, (filtros adaptativos, deconvolución, etc.) la gran mayoría de las técnicas de conformado de pulsos se pueden utilizar en sistemas de procesamiento digital (filtros CR-RC, línea de demora única, etc.) Con lo que se puede aprovechar la gran experiencia obtenida en el desarrollo de instrumentación nuclear con técnicas analógicas, en el procesamiento por técnicas digitales.

El procesamiento digital al minimizar el hardware externo, permite el desarrollo de instrumentación portátil con excelentes prestaciones que de otra manera sería bastante más compleja de realizar.

5. Referencias

1. G.F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement, Third Edition*. John Wiley & Sons. 2000.
2. G. Gilmore, J. Hemingway. *Practical Gamma-Ray Spectrometry*. John Wiley & Sons. 1995.
3. P.W. Nicholson. *Nuclear Electronics*. John Wiley & Sons. 1974.
4. S.W. Smith. *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. <http://www.dspguide.com/>
5. Estryk, D.S.; Verrastro, C.A.; Marinsek, S.; Belzunce, M.A.; Venialgo, E.; , "FPGA hierarchical architecture for a Positron Emission Tomography Scanner," Programmable Logic Conference (SPL), 2010 VI Southern , vol., no., pp.113-118, 24-26 March 2010.
6. J. F. Wakerly. *Digital Design Principles and Practices, Fourth Edition*. Pearson Prentice Hall. 2006.
7. S. Kitis. *Advanced FPGA Design, Architecture, Implementation and Optimization*. John Wiley & Sons. 2007.
8. C. Maxfield. *The Design Warrior's Guide to FPGAs*. Elsevier. 2004.
9. U. Meyer-Baese. *Digital Signal Processing with Field Programmable Gate Arrays*. Springer. 2001
10. J. G. Proakis, D. G. Manolakis, *Tratamiento digital de señales, Principios, algoritmos y aplicaciones*. Pearson Prentice Hall. 2005.
11. IAEA-TECDOC-363. Selected Topics in Nuclear Electronics. IAEA. 1986.
12. IAEA-TECDOC-1634. IAEA-TECDOC-363. Selected Topics in Nuclear Electronics. IAEA. 2007.
13. IAEA-TECDOC-1363. Guidelines for radioelement mapping using gamma ray spectrometry data. IAEA. 2003.