

02.74.12

C. N. E. A. Biblioteca	
ARCHIVO DE REACCIONES	
Nº 1	Nº 1974

Instituto de Física "Dr José A. Balseiro"
Universidad Nacional de Cuyo

FACTORES DE FORMA PARA TRANSFERENCIA DE UNA Y DOS PARTICULAS
EN REACCIONES NUCLEARES ENTRE IONES PESADOS

Tesis

Roberto J. Liotta

1974

El material que contiene esta Tesis fue desarrollado durante mi estadía en el Instituto Niels Bohr.

Quiero aquí agradecer a D. R. Bes y a M. A. Castagnino quienes me ayudaron para que mi viaje a Copenhague fuese posible.

No por sabido y repetido quiero dejar de mencionar y agradecer el inmejorable ambiente de trabajo que encontré en Copenhague. En particular, agradezco a S. Landowne, B.S. Nilsson y A. Winther por haber hecho especialmente placentera mi estadía en el Instituto.

Aparte, dejo constancia del uso que hice de la generosidad de R. A. Broglia.

A quien debo mucho más que esta Tesis.

RJL

Instituto de Física "Dr José A. Balseiro"
Universidad Nacional de Cuyo

FACTORES DE FORMA PARA TRANSFERENCIA DE UNA Y DOS PARTICULAS
EN REACCIONES NUCLEARES ENTRE IONES PESADOS

Tesis

1974



Ricardo A. Broglia
Asesor Científico



Roberto J. Liotta
Doctorando

INDICE

Resumen	
I. Introducción	1
II. Factores de Forma en Reacciones de Transferencia	6
III. Efectos de Retroceso	10
IV. Superposición de Funciones de Onda y Factores de Forma para una Partícula	20
V. Factores de Forma para Transferencia de dos Partículas	30
VI. Aplicaciones: Transferencia de un Nucleón	46
a) Reacciones de Transferencia ($^{16}\text{O}, ^{15}\text{N}$) sobre los isótopos del Ca	47
a ₁) Presentación e Interpretación de los datos Experimentales	47
a ₂) Cálculo de las Secciones Eficaces Utilizando la Aproximación de Born en Ondas Distorsionadas (DWBA)	50
b) Reacciones de Transferencia ($^{13}\text{C}, ^{12}\text{C}$) en la Capa $of 7/2$	55
c) La Reacción $^{96}\text{Zr}(^{16}\text{O}, ^{17}\text{O})^{95}\text{Zr}$	57
Referencias	60
Tablas	62
Figuras	65

Resumen

En este trabajo se analiza el problema de reacciones de transferencia de una y dos partículas entre iones pesados, prestando especial atención al cálculo de los factores de forma, que son las cantidades que contienen toda la información espectroscópica que es posible obtener de estas reacciones.

Para realizar este cálculo, se desarrolla un método que tiene en cuenta el rango finito de las fuerzas y el efecto longitudinal de retroceso. La idea principal del método es expresar, en una forma compacta, las funciones de onda del modelo de capas que describen el movimiento de la partícula independiente, o conjunto de partículas ("cluster"), en un potencial dado, en términos de las correspondientes funciones de onda que describen el mismo sistema pero moviéndose en un potencial diferente, el que está centrado en otro punto del espacio. Esta idea se desarrolla con la técnica de las transformadas de Fourier-Bessel.

El método se aplica al cálculo de la sección eficaz de transferencia de una partícula en diversos casos, realizándose un análisis detallado de los mismos.

I. Introducción

El análisis de reacciones de transferencia de varios nucleones entre iones pesados puede suministrar información esencial para la comprensión de la estructura nuclear.

Esto es así, en parte, debido a que las partículas transferidas son entidades que poseen las correlaciones nucleares que se desea estudiar, y por tanto dichas transferencias son altamente específicas, y en parte porque en colisiones entre iones pesados los procesos inelásticos y los de excitación coulombiana son de magnitud tales que pueden dar lugar a transiciones desde estados excitados.

Un par de ejemplos permitirán hacer más concretas y transparentes las anteriores afirmaciones.

Un sistema de dos protones y dos neutrones en ${}^6\text{Li}$ está correlacionado en forma distinta que cuando se mueven las mismas 4 partículas alrededor del núcleo ${}^{16}\text{O}$ (es decir en ${}^{20}\text{Ne}$). El proceso para estudiar el tipo de correlación de 4 partículas en ${}^{20}\text{Ne}$ es por tanto la reacción (${}^{16}\text{O}, {}^{20}\text{Ne}$) utilizando como blanco ${}^{16}\text{O}$.

Si todos los estados de movimiento relativo (nl), donde n es el número de nodos y l es el momento angular de movimiento relativo de dos neutrones en ${}^{120}\text{Sn}$ tuviesen superposición

(overlap) igual a uno con el estado (os) de movimiento relativo de los dos neutrones en el tritio, la sección eficaz relativa $\sigma(\text{gs})/\sigma(2_1^+)$ para la reacción $^{118}\text{Sn}(t,p)^{120}\text{Sn}$ se vería incrementada por un orden de magnitud, es decir, sería mucho más selectiva para las correlaciones de apareamiento (pairing). Esta situación puede en principio lograrse en la reacción $^{118}\text{Sn}(^{120}\text{Sn}, ^{118}\text{Sn})^{120}\text{Sn}$ o, más modestamente, en la reacción $^{118}\text{Sn}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{120}\text{Sn}$.

La posibilidad de transferencia de un grupo de partículas que poseen la correlación precisa que se está estudiando, abre una nueva dimensión en la búsqueda de los modos básicos de excitación y de las correlaciones de los sistemas nucleares de muchos cuerpos. Los procesos de transferencia de un número variable de partículas partiendo del estado fundamental o desde los estados excitados de los núcleos conectados por la reacción, permitirá investigar la naturaleza de los bloques básicos ("building blocks") que dan lugar al espectro nuclear. Es decir, se espera que este tipo de reacciones den información sobre la manera en la que estados nucleares simples, correspondientes a distintos núcleos, se combinan para producir estados más complicados. Dichos estados, enormemente complicados en una representación "shell model", tienen representación muy simples en termino de los "building blocks". En el estudio sistemático de estos acoplamientos se espera que las reacciones inducidas por iones pesados jueguen un papel esencial.

Antes de llevar a cabo este proyecto diversos problemas deben ser resueltos.

En el presente trabajo se discutirá el problema de reaccio

nes directas entre iones pesados, prestando especial atención al cálculo de los factores de forma, que son las cantidades que contienen toda la información espectroscópica que es posible obtener de estas reacciones.

Respecto al mecanismo de reacción, la descripción cuántica más simple es la dada por la aproximación de Born de ondas distorsionadas (DWBA). Por otro lado, la longitud de onda asociada con el movimiento relativo de los centros de masa de los núcleos en interacción, es generalmente muy pequeña en una típica reacción entre iones pesados. Debido a esto, se puede hacer uso de la aproximación semiclásica para estudiar el mecanismo de reacción. En esta aproximación, se describe el movimiento relativo con una variable clásica, solución de la ecuación de movimiento de Newton, es decir que a cada canal se le asocia una trayectoria clásica. Esta aproximación, a pesar de que su rango de validez es limitado, posee ventajas obvias. Por ejemplo, la presencia de los campos coulombianos (de largo alcance) exigen la inclusión de un número muy grande de ondas parciales, cuando se quieren describir cuánticamente los procesos de choque elástico o inelástico. Para reacciones de transferencia, sin embargo, este inconveniente no aparece porque las ondas parciales de momento angular muy alto no alcanzan la región donde el factor de forma es apreciablemente diferente de cero, debido a la barrera centrífuga asociada con dicha onda.

Como se verá más adelante, el tratamiento del efecto de retroceso es mucho más claro y fácil de manejar si se pueden definir trayectorias clásicas.

En este sentido, es importante hacer notar que la aproximación semiclásica, aún en aquellos casos en que su validez no es del todo aceptable, suministra una manera de entender el mecanismo de reacción clara y sencilla, permitiendo ver qué tipo de aproximaciones tienen sentido en cada caso particular.

Otra razón que hace ventajoso el uso de la aproximación semiclásica para tratar estas reacciones, es que en cada colisión se abren muchos canales, los cuales están, en general, fuertemente acoplados.

Una vez que el potencial entre los iones ha sido determinado (por ejemplo, a través de un análisis del choque elástico, es decir, ajustando los parámetros para que se obtenga acuerdo con la sección eficaz de choque elástico), este mismo potencial es usado para calcular choque inelástico y reacciones de transferencia. Para esto se necesitan los factores de forma, que contienen toda la información nuclear espectroscópica. Para el cálculo de los factores de forma hace falta introducir, por tanto, un modelo nuclear.

Es posible, entonces, usar reacciones inelásticas y de transferencia de una, dos o de varias partículas para verificar si el potencial entre los iones es correcto y/o el mecanismo utilizado para explicar la reacción es adecuado. Con este propósito se deben analizar datos experimentales correspondientes a energías alrededor o levemente superior a la energía de la barrera coulombiana y para ángulos alrededor del ángulo de rozamiento ("grazing angle"). En esta región el mecanismo de reacción es confiable y si se acepta que los factores de forma son correctos, la única cantidad puesta a prueba es el

potencial entre los iones.

Una vez que los chequeos anteriores han sido efectuados y que el potencial entre iones es conocido, la reacción entre los iones pesados puede ser utilizada para obtener información espectroscópica.

La fuerte interconexión entre el mecanismo de reacción y los mecanismos espectroscópicos que hacen a la estructura nuclear, exigen poseer una descripción correcta de las excitaciones que originan los estados nucleares, para poder así verificar los mecanismos de reacción mencionados. Por otro lado, es necesario que la descripción de la reacción en sí sea correcta para obtener información espectroscópica de los estados nucleares.

Esta autoconsistencia es necesaria si se quiere desarrollar la teoría de reacciones directas entre iones pesados, tanto como fue posible hacerlo en el caso de reacciones con proyectiles livianos.

Como ya se dijo, en este trabajo se analizará uno de los puntos esenciales en este proceso de autoconsistencia, es decir el cálculo de los factores de forma para transferencia de partículas en reacciones inducidas tanto por iones pesados como por iones livianos.

II. Factores de Forma en Reacciones de Transferencia

En reacciones de transferencia, el concepto de factor de forma tiene un sentido muy amplio. Con él se quiere indicar la dependencia que la reacción nuclear tiene en la estructura nuclear.

La separación real entre los mecanismos de reacción y la estructura nuclear (que implica el concepto de factor de forma) no puede, en general, ser efectuado como función de un solo vector de posición. Así, por ejemplo, en la aproximación DWBA, para describir la reacción es necesario introducir un factor de forma no local, es decir que depende de dos vectores posición⁽¹⁾. En la aproximación semiclásica, el factor de forma depende de un solo vector posición, pero también depende de un vector momento, es decir, es una función no local⁽²⁾.

El cálculo del factor de forma, en la aproximación semiclásica, se simplifica considerablemente si se despreja esta dependencia del momento debida al efecto de retroceso. Esta nueva aproximación es llamada aproximación de "no retroceso".

Desarrollando el factor de forma en términos de esféricos armónicos, se logra separar una parte que depende solamente del radio. Debido a conservación de momento angular habrá, pa

ra una determinada reacción, sólo un número finito de factores de forma radiales, correspondientes a los diferentes posibles valores de los momentos angulares transferidos.

Los factores de forma radiales han sido evaluados haciendo uso de diversas aproximaciones. La más comunmente usada en transferencias inducidas por iones livianos es la llamada aproximación de rango cero. En reacciones entre iones pesados, en cambio, fue usada la aproximación de sustituir las funciones de onda nucleares por sus comportamientos asintóticos, es decir por la "cola" de la función de onda que decae exponencialmente (3).

En la aproximación de rango cero, se supone que el potencial de interacción es de rango despreciable.

Es conveniente notar que esta aproximación es independiente de la aproximación de no retroceso. Sin embargo, al ser el rango de las fuerzas cero, las coordenadas relativas del proyectil y del blanco (o del núcleo residual y del núcleo saliente) son proporcionales. Esta proporcionalidad implica, esencialmente, o que el efecto de retroceso se trata exactamente, o que su efecto se desprecia totalmente, dependiendo esto último de si se pone el énfasis en las simplificaciones de la aproximación o en sus limitaciones.

Sin embargo, vale la pena insistir en que el fenómeno de retroceso no está relacionado, en general, con el rango de la interacción, y que se pueden hacer aproximaciones al tratar el efecto de retroceso las que nada tienen que ver con el rango de las fuerzas.

En la aproximación de sustituir la función de onda por su comportamiento asintótico, existe una prescripción única para tratar transferencia de neutrones en primer orden. Sin embargo, esta prescripción no es válida para transferencia de protones, donde la "cola" de la función de onda es proporcional a una función de Whittaker. Esta aproximación tampoco es apropiada para el cálculo de la superposición de las funciones de onda nucleares, las que son necesarias en la evaluación de factores de forma para transferencia de varios nucleones o para órdenes superiores a la aproximación DWBA para procesos de transferencia de un nucleón.

El método que se analiza en este trabajo para calcular los factores de forma está libre de las limitaciones arriba apuntadas.

La idea principal del método es expresar, en una forma compacta, las funciones de onda del modelo de capas que describen el movimiento de la partícula independiente o conjunto de partículas ("cluster") en un potencial dado, en términos de las correspondiente funciones de onda que describen el mismo sistema pero moviéndose en un potencial diferente, el que está centrado en otro punto del espacio. Esta idea se desarrolla con la técnica de las transformadas de Fourier Bessel. Al transformar el sistema de coordenadas al espacio de Fourier, el problema original de centros diferentes queda eliminado. Sólo aparece un centro: el centro de coordenadas del espacio de Fourier⁽⁴⁾.

Al tratar el caso de transferencia de dos partículas, en el presente trabajo no se discutirá sobre la competencia entre transferencia simultánea y sucesiva.

9

Tampoco se tratarán las correcciones que se presenten de bido a que las funciones de onda que están centradas en dis tintos puntos del espacio no son ortogonales. Sin embargo, como se muestra en la referencia 5, el método que aquí se de sarrolla puede ser directamente aplicado para tener en cuenta los efectos arriba mencionados.

III. Efectos de Retroceso

Consideremos la reacción



donde el "racimo" \underline{d} se transfiere del proyectil \underline{a} al blanco \underline{A} , es decir donde

$$a = b + d \quad (\text{III.2})$$

$$B = A + d \quad (\text{III.3})$$

El símbolo \underline{d} , así como la palabra "racimo", se utilizan en este trabajo sólo como notación. En realidad, los grados de libertad de cada partícula transferida se incluyen explícitamente, como se verá más adelante.

En lo que sigue se supondrá que la masa m_d del sistema de nucleones transferidos \underline{d} es pequeña frente a las masas m_a , m_A , m_b , m_B de los núcleos que toman parte en la reacción.

En la aproximación DWBA la matriz T para la reacción (III.1) está dada por

$$T = \int d^3 r_{bA} \int d^3 r_{db} x_f^{(-)*}(\vec{k}_f, \vec{r}_{bB}) f(\vec{r}_{db}, \vec{r}_{bA}) x_i^{(+)}(\vec{k}_i, \vec{r}_{aA}) \quad (\text{III.4})$$

donde $x_i^{(+)}$ y $x_f^{(-)}$ son las ondas distorsionadas en los canales inicial y final respectivamente. Los correspondientes números de onda son k_i y k_f . El sistema de coordenadas usado en (III.4) se muestra en la figura 1. El factor de forma no local está definido por

$$f(\vec{r}_{db}, \vec{r}_{bA}) =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int d\xi_b d\xi_A d\xi_d \Psi_b^*(\xi_b) \Psi_B^*(\xi_A, \vec{r}_{dA}, \xi_d) (V_{aA} - U_{aA}) \Psi_a(\xi_a, \vec{r}_{db}, \xi_d) \Psi_A(\xi_A) \\ \text{(III.5a)} \\ \int d\xi_b d\xi_A d\xi_d \Psi_b^*(\xi_b) \Psi_B^*(\xi_A, \vec{r}_{dA}, \xi_d) (V_{bB} - U_{bB}) \Psi_a(\xi_a, \vec{r}_{db}, \xi_d) \Psi_A(\xi_A) \\ \text{(III.5b)} \end{array} \right.$$

donde (III.5a) es la representación "prior" y (III.5b) es la representación "post" del elemento de matriz nuclear.

La integración se realiza sobre las coordenadas intrínsecas ξ_b , ξ_A y ξ_d de los núcleos b, A y del "racimo" transferido d. La interacción V_{aA} es la interacción entre los nucleones del sistema a y los nucleones del sistema A mientras que U_{aA} es el valor de expectación de V_{aA} en el canal de entrada. Este potencial es el que genera las funciones de onda distorsionadas en el canal de entrada. Las cantidades V_{bB} y U_{bB} son las análogas a las cantidades V_{aA} y U_{aA} , pero en el canal de salida.

Debido a que los vectores \vec{r}_{aA} y \vec{r}_{bB} dependen en forma diferente de la coordenada \vec{r}_{db} , no es posible efectuar la integración sobre \vec{r}_{db} en (III.4) independientemente de las ondas distorsionadas. El efecto de retroceso es precisamente el efecto de esta diferencia en las ondas distorsionadas.

La función $f(\vec{r}_{db}, \vec{r}_{bA})$ tiene un valor pico en la variable \vec{r}_{db} en una región muy estrecha a lo largo de la línea que une los núcleos b y A. Este comportamiento se ha ilustrado en la figura 2. para la reacción $^{40}\text{C}_a(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})^{41}\text{S}_c$. En la figura 2a. se graficó las funciones (III.5a) (es decir en representación prior) como función del vector que une el centro del protón

transferido con el centro del núcleo ^{40}Ca . En representación post se graficó la función (III.5b) como función del vector que une el protón con el núcleo ^{16}O (figura 2b). En ambos casos se usaron diversos valores para la variable $|\vec{r}_{bA}|$ (es decir el vector que une los carozos ^{15}N y ^{40}Ca). Además, se fijaron los ángulos de los diversos vectores de modo que sus módulos varían a lo largo del vector \vec{r}_{bA} .

Como se puede observar, la variación de las ondas distorsionadas en el integrando de (III.4) se espera que sea pequeña en la estrecha región donde la función $f(\vec{r}_{db}, \vec{r}_{bA})$ no es despreciable⁽⁶⁾.

A fin de estudiar la exactitud de esta aproximación es conveniente medir la coordenada \vec{r}_d con respecto al punto de máxima superposición. Para esto, en lugar de la coordenada \vec{r}_{db} usaremos en la ecuación (III.5) la coordenada $\vec{r}_{d\beta}$ definida por (+)

(+) Obsérvese que este argumento es sólo aplicable a la componente longitudinal del efecto de retroceso, pero que no toca para nada el efecto de la componente transversal (dependencia angular). Ver discusión más adelante. La experiencia es, sin embargo, que para reacciones con energías poco superiores a la barrera coulombiana, la parte dominante del efecto de retroceso la constituye la longitudinal, siendo pequeña la contribución transversal.

$$\vec{r}_{d\beta} = \vec{r}_{db} + (1-\beta)\vec{r}_{dA} \quad (\text{III.6})$$

donde β es un número que varía entre 0 y 1. El punto \vec{r}_β yace en la línea que conecta los puntos \vec{r}_b y \vec{r}_A a una distancia de

\vec{r}_A tal que

$$\vec{r}_{\beta A} = \beta \vec{r}_{bA}$$

y tal que $\vec{r}_{\beta A}$ indica el máximo de la función (III.5) sobre la línea \vec{r}_{bA} . En término de las coordenadas \vec{r}_{bA} y $\vec{r}_{d\beta}$ se puede mostrar que

$$\begin{cases} \vec{r}_{aA} = S_i \vec{r}_{bA} + \frac{m_d}{m_a} \vec{r}_{d\beta} \\ \vec{r}_{bB} = S_f \vec{r}_{bA} - \frac{m_d}{m_B} \vec{r}_{d\beta} \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

donde

$$\begin{cases} S_i = 1 - (1-\beta) m_d/m_a \\ S_f = 1 - \beta m_d/m_B \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Utilizando las variables (III.7) se puede escribir la onda distorsionada $x_i^{(+)}$ en el canal de entrada como

$$x_i^{(+)}(\vec{r}_{aA}) = \exp\left(\frac{i}{h} \frac{m_d}{m_a} \vec{r}_{d\beta} \cdot \vec{p}_i\right) x_i^{(+)}(S_i \vec{r}_{bA}) \quad (\text{III.9})$$

donde \vec{p}_i es el operador momento.

En referencia 1 se ha sugerido que se puede sustituir el gradiente en (III.9) por el momento local en el punto $S_i \vec{r}_{bA}$. Si se utiliza este tipo de aproximación debe tenerse en cuenta que las ondas distorsionadas contienen tanto ondas entrantes como ondas salientes y que, por tanto, existen dos momentos locales asociados con cada punto. Esto es evidente en una descripción clásica, donde en general hay dos trayectorias que pasan por cada punto del espacio físico, una que corresponde a velocidad radial positiva y otra que corresponde a

velocidad radial negativa.

Utilizando la relación (III.9) se puede escribir la matriz T en representación post en la forma

$$T = \int d^3 r_{bA} x_f^{(-)*}(\vec{k}_f, S_f^{\text{post}} \vec{r}_{bA}) f_{\text{post}}(\vec{r}_{bA}) x_i^{(+)}(\vec{k}_i, S_i^{\text{post}} \vec{r}_{bA}) \quad (\text{III.10})$$

donde

$$f_{\text{post}}(\vec{r}_{bA}) = \int d^3 r_{d\beta} \exp(i\vec{K} \cdot \vec{r}_{d\beta}) f_{\text{post}}(\vec{r}_{d\beta}, \vec{r}_{bA}) \quad (\text{III.11})$$

En los factores de escala S_i y S_f definidos en (III.8) se ha indicado explícitamente que están escritos en representación post debido a que la posición del punto β no es la misma en representación post que en representación prior. El operador \vec{K} está definido por

$$\vec{K} = ((m_d/m_a)\vec{p}_i + (m_d/m_B)\vec{p}_f)/\hbar \quad (\text{III.12})$$

donde \vec{p}_f es el operador momento en el canal de salida.

En la aproximación semiclásica⁽⁷⁾ el efecto de retroceso introduce un factor exponencial del mismo tipo que el que aparece en (III.11). En realidad, es posible arribar a las expresiones clásicas partiendo de (III.11) si se tiene en cuenta que en el límite clásico la contribución principal al elemento de matriz en (III.10) proviene de los términos que contienen la parte entrante y la parte saliente en $x_i^{(+)}$ y $x_f^{(-)}$ respectivamente.

A fin de estimar el efecto de retroceso es conveniente separar el operador momento \vec{p}_i en la ecuación (III.12) en una componente a lo largo de \vec{r}_{aA} y en otra perpendicular a esta

dirección, esto es

$$\vec{p}_i = \hat{r}_{aA} (\hat{r}_{aA} \cdot \vec{p}_i) - \vec{r}_{aA} \times (1/r_{aA}) \vec{l}_i \quad (\text{III.13})$$

donde

$$\vec{l}_i = \vec{r}_{aA} \times \vec{p}_i$$

La componente perpendicular del momento \vec{p}_i es

$$\vec{p}_i^\perp = -(\vec{r}_{aA}/r_{aA}^2) \times \vec{l}_i \quad (\text{III.14})$$

mientras que la paralela

$$p_i^{\parallel} = (\vec{r}_{aA}/r_{aA}) \cdot \vec{p}_i \quad (\text{III.15})$$

En una descripción cuántica los operadores \vec{p}_i^\perp y p_i^{\parallel} no conmutan. Un adecuado tratamiento de estos operadores nos llevaría a describir totalmente el proceso en estudio, es decir a incluir tanto el rango finito de las fuerzas como el efecto de retroceso⁽⁸⁾. Aquí, sólo mostraremos qué efectos serán incluidos en nuestro tratamiento.

Clásicamente, podemos escribir:

$$\vec{p}_i = \pm (\vec{r}_{aA}/r_{aA}) \sqrt{p_i^2 - p_i^{\perp 2}} + \hat{r}_{i\perp} p_{i\perp} \quad (\text{III.16})$$

donde

$$p_{i\perp} = (1/r_{aA}) \sqrt{l_i^2}$$

y

$$p_i^2 = 2m_{aA}(E(i) - U_{aA}(r_{aA})) \quad (\text{III.17})$$

la cantidad

$$E(i) = \hbar^2 k^2 / 2m_{aA} \quad (\text{III.18})$$

es la energía relativa en el canal de entrada y m_{aA} es la correspondiente masa reducida.

Los signos más o menos de la ecuación (III.16) corresponderían, en una descripción cuántica, a los vectores de onda de las ondas distorsionadas radiales (entrantes o salientes).

La ecuación para el factor de forma (III.11) que se obtiene a través de (III.12) con los valores de \vec{p}_i dados por (III.13) y los correspondientes valores de \vec{p}_f , se pueden manejar mucho más convenientemente si se realiza una expansión en ondas parciales para las ondas distorsionadas. Esto se debe a que los momentos angulares asociados con las ondas parciales en los canales de entrada y salida son los correspondientes autovalores de los operadores l_i^2 y l_f^2 .

En primer orden en m_d/m_a y m_d/m_B se encuentra que

$$\begin{aligned} \vec{K} = & (m_d/\hbar) \left[+(\sqrt{p_i^2 p_{i\perp}^2}/m_a + \sqrt{p_f^2 p_{f\perp}^2}/m_B) \hat{r}_{bA} \right. \\ & \left. + (1/r_{bA}) (\sqrt{l_i^2/S_i m_a} + \sqrt{l_f^2/S_f m_B}) \hat{r}_{i\perp} \right] \quad (\text{III.19}) \end{aligned}$$

Puede ser mostrado, en una descripción semiclásica, que la componente longitudinal de la fase de retroceso produce, esencialmente, un efecto cinemático que tiene que ver con la redefinición del centro de masa⁽²⁾.

En nuestra descripción, este efecto puede ser tenido en cuenta en su mayor parte midiendo el vector \vec{r}_d desde el pun

to \vec{r}_β , de manera que el factor $\vec{r}_{d\beta}$ en (III.7) sea pequeño. Como fue mostrado más arriba, esto introduce un factor de escala en los argumentos de las ondas distorsionadas. En la representación post el parámetro β debería ser elegido, de acuerdo a la figura 2, tal que

$$\beta_{\text{post}} = 1 - R_b/b(l) \quad (\text{III.20})$$

con los factores de escala S_i^{post} y S_f^{post} dados por (III.8).

La cantidad R_b es el radio cuadrático medio del núcleo b , la cantidad $b(l)$ es la distancia promedio de máximo acercamiento en los canales de entrada y salida, correspondiente a la onda parcial $l = \frac{1}{2} (l_i + l_f)$. De igual modo, en representación prior los factores de escala S_i^{prior} y S_f^{prior} están dados por (III.8) con

$$\beta_{\text{prior}} = R_A/b(l) \quad (\text{III.21})$$

Introduciendo estos factores de escala, la mayor parte de la componente longitudinal de retroceso habrá sido tomada en cuenta. El efecto remanente puede suponerse que es pequeño porque el momento longitudinal es cero en el punto de retorno clásico, donde la matriz T recibe su mayor contribución. En lo que sigue este pequeño término será despreciado.

Si también se desprecia completamente el efecto de retroceso transversal en (III.11), se puede ver que, dado que los potenciales en (III.5) son esféricamente simétricos y que la integral se realiza para un valor fijo de \vec{r}_{bA} , el momento angular no varía en esta dirección. Esto implica que existirán reglas de selección para los momentos angulares y para las pa

ridades entre los estados inicial, final e intermedios. Desde luego, estas reglas de selección son violadas cuando el factor exponencial se incluye de modo tal que se pueda transferir momento angular a lo largo de \vec{r}_{bA} .

Es posible estimar la componente perpendicular de retroceso evaluando el momento local para una órbita de Rutherford pura, en el punto de retorno clásico. Se tiene

$$K(b) = 0.22(A_d^2 E(\text{Mev})/A_a)^{\frac{1}{2}} \text{tg}\left(\frac{\pi-\theta}{4}\right) \text{fm}^{-1} \quad (\text{III.22})$$

donde A_d y A_a son los números de masa de la partícula transferida y del proyectil, respectivamente, mientras que $E(\text{Mev})$ es la energía de bombardeo en Mev.

De esta expresión se observa que el efecto transversal de retroceso será pequeño sólo para ángulos cercanos a 180 grados.

Se puede realizar la evaluación de la componente transversal de retroceso al orden más bajo, desarrollando la función exponencial en (III.11) a primer orden en $\vec{K} \cdot \vec{r}_{d\beta}$ como fue sugerido en referencia 3.

El cálculo del factor de forma será discutido en la próxima sección despreciando el efecto transversal de retroceso. Como fue mostrado en referencia 6 la inclusión parcial de la componente longitudinal de retroceso a través del factor de escala en las ondas distorsionadas, reduce para energías subcoulombianas y para ángulos cercanos a 180 grados la diferencia entre representaciones prior y post. Sin embargo, como se muestra en figura 3, esta diferencia se va haciendo cada vez más pronunciada a medida que el ángulo se aleja de 180 grados. Este resultado está de acuerdo con la discusión aquí realizada

da, ya que esa tendencia sigue la variación dada por el momento local (III.22).

Para energías más altas el choque de roce ("grazing collision") se produce a ángulos menores, y para estos ángulos la componente transversal de retroceso produce diferencias importantes en las representaciones prior y post (figura 4).

La existencia de las formas prior y post (III.5) de la teoría de perturbaciones de primer orden, está asociada con el hecho de que las funciones de onda que describen los canales de entrada y de salida no son ortogonales, dado que son soluciones de diferentes Hamiltonianos no perturbados. Cuando la función de onda real se desarrolla en estas bases no ortogonales, los coeficientes del desarrollo están relacionados con las probabilidades de encontrar al sistema en los correspondientes estados sólo para los tiempos $t = \pm\infty$. Estos coeficientes serán, desde luego, diferentes según se utilice una representación post o una representación prior. El producto de los coeficientes del desarrollo de las dos representaciones define números de ocupación tales que las probabilidades se conservan para todo t ⁽⁷⁾. De este resultado uno podría inferir que la sección eficaz en DWBA debería ser escrita en términos del producto de las matrices T en representación post y prior, es decir

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m_a m_A}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \frac{1}{(2I_a+1)(2I_A+1)} \sum_{\substack{M_b M_B \\ M_a M_A}} \text{Re}(T_{\text{post}} \cdot T_{\text{prior}}) \quad (\text{III.23})$$

IV. Superposición de funciones de onda y factores de forma para una partícula

En esta sección discutiremos el cálculo del factor de forma (III.11) para el caso de transferencia de una partícula, despreciando el factor de fase $i\vec{K}\cdot\vec{r}_{d\beta}$. Sólo la componente longitudinal del efecto de retroceso será considerada, a través del factor de escala, en los argumentos de las ondas distorsionadas, hecho éste que no tiene influencia sobre los factores de forma.

Las derivaciones se realizarán de modo tal que la generalización para transferencia de dos o más nucleones es simple. Esto se ilustrará en la próxima sección donde se desarrollarán las expresiones para transferencia de dos nucleones.

En las aproximaciones mencionadas la matriz T en las formas post y prior se escribe

$$T_{\text{post}} = \int d\vec{r}_{bA} x_f^{(-)*}(\vec{k}_f, s_f^{\text{post}}, \vec{r}_{bA}) F_{\text{post}}(\vec{r}_{bA}) x_i^{(+)}(\vec{k}_i, s_i^{\text{post}}, \vec{r}_{bA}) \quad (\text{IV.1})$$

$$T_{\text{prior}} = \int d\vec{r}_{bA} x_f^{(-)*}(\vec{k}_f, s_f^{\text{prior}}, \vec{r}_{bA}) F_{\text{prior}}(\vec{r}_{bA}) x_i^{(+)}(\vec{k}_i, s_i^{\text{prior}}, \vec{r}_{bA}) \quad (\text{IV.2})$$

donde

$$F_{\text{post}}(\vec{r}_{bA}) = \int d\vec{r}_{bA} f_{\text{post}}(\vec{r}_{db}, \vec{r}_{bA})$$

$$F_{\text{prior}}(\vec{r}_{bA}) = \int d\vec{r}_{bA} f_{\text{prior}}(\vec{r}_{db}, \vec{r}_{bA}) \quad (\text{IV.3})$$

Las funciones f_{post} y f_{prior} fueron definidas en (III.5a) y (III.5b) respectivamente. Al despreciar los efectos provenientes de la componente transversal de retroceso, se encuentran las expresiones (IV.1) y (IV.2), donde los mecanismos de reacción y la dependencia en la estructura nuclear (que está sólo contenida en el factor de forma (IV.3)) están netamente separados.

No se puede obtener más información sobre la estructura nuclear, que la que está contenida en F y en la superposición de las funciones de onda G , definida por

$$G(\vec{r}_{bA}) = \int d^3\vec{r}_{db} d\{\xi_b\} d\{\xi_A\} d\{\xi_d\} \times \Psi_b^*(\xi_b) \Psi_B^*(\xi_A, \vec{r}_{dA}, \xi_d) \Psi_a(\xi_b, \vec{r}_{db}, \xi_d) \Psi_A(\xi_A) \quad (\text{IV.4})$$

Cualquier teoría de reacciones, como por ejemplo la aproximación semiclassical, dependerá de la estructura nuclear sólo a través de funciones del tipo (IV.3) y (IV.4).

En lo que sigue se evaluará (IV.3) sólo en la representación post, pero en las aplicaciones serán usadas las dos representaciones.

En el proceso en estudio el núcleo residual B está compuesto por el núcleo blanco A y por el núcleo transferido d , es decir que se puede escribir^{†)}

†) Usaremos los índices enteros 1, 2, ... para indicar las cantidades relacionadas con nucleones independientes. La coordenada intrínseca ξ_d es la coordenada de spin σ .

$$\Psi_{I_B M_B}^B(\xi_A, \vec{r}_{dA}, \xi_d) = \sum_{j_1 m_1 I_A M_A} \langle I_A M_A j_1 m_1 | I_B M_B \rangle$$

$$\times \Psi_{I_A M_A}^A(\xi_A) \Psi_{j_1 m_1}^{B(A)}(\vec{r}_{dA}, \sigma) \quad (\text{IV.5})$$

La amplitud espectroscópica de partícula independiente C se define a través de la ecuación

$$\Psi_{j_1 m_1}^{B(A)}(\vec{r}_{dA}, \sigma) = \sum_{n_1 l_1} C(I_A a_1; I_B) \phi_{j_1 m_1}^{(A)}(a_1; \vec{r}_{dA}, \sigma) \quad (\text{IV.6})$$

donde la posible dependencia de $\phi^{(A)}$ de los números cuánticos del sistema B fue despreciada. Los índices $a_1 = (n_1, l_1, j_1)$ fijan los números cuánticos principal, de momento angular orbital y de momento angular total de la función de onda de partícula independiente dada por

$$\phi_{j_1 m_1}^{(A)}(a_1; \vec{r}_{dA}, \sigma) = R_{n_1 l_1 j_1}^{(A)}(r_{dA}) \left[Y_{l_1}(\hat{r}_{dA}) \chi(\sigma) \right]_{j_1 m_1} \quad (\text{IV.7})$$

que describe, el movimiento de un neutrón o un protón alrededor del núcleo A. La función de onda radial normalizada es $R_{n_1 l_1 j_1}^{(A)}(r_{dA})$ mientras que $\chi(\sigma)$ es la función de spin.

En segunda cuantificación el coeficiente C puede ser escrito en la forma

$$C(I_A a_1; I_B) = \langle \Psi_{I_B M_B}^B [c_{j_1}^+(a_1) \Psi_{I_A}^A]_{I_B M_B} \rangle \quad (\text{IV.8})$$

donde $c_{j_1}^+(a_1)$ es el operador de creación de un nucleón en el orbital de partículas independiente (a_1, m_1) .

Reemplazando en (IV.3) y en (III.5b) la función (IV.6) y la correspondiente expresión para $\Psi^a(\xi_b, \vec{r}_{db}, \xi_d)$, se obtiene

$$F_{\text{post}}^{(1)}(\vec{r}_{bA}) = \sum_{a_1 a'_1} C^*(I_A a_1; I_B) C(I_B a'_1; I_A) \\ \times \langle I_A M_A j_1 m_1 | I_B M_B \rangle \langle I_B M_B j'_1 m'_1 | I_A M_A \rangle \\ \sum_{\sigma_1} \int d^3 r_{1b} \phi_{j_1 m_1}^{(A)*}(a_1; \vec{r}_{1b}, \sigma_1) (V_{1b}(r_{1b}) - \langle V_{1b} \rangle) \phi_{j'_1 m'_1}^{(b)}(a'_1; \vec{r}_{1b}, \sigma_1) \quad (\text{IV.9})$$

La reducción del potencial $V_{bB} - U_{bB}$ en (III.5) al potencial de partícula independiente $V_{1b}(r_{1b})$ menos el valor de expectación de esta cantidad se ha realizado teniendo en cuenta que

$$V_{bB} - U_{bB} = V_{bB} - \langle V_{bB} \rangle = V_{1b}(r_{1b}) + V_{bA}(r_{bA}) - \langle V_{1b} \rangle - \langle V_{bA} \rangle \quad (\text{IV.10})$$

pero $V_{bA}(r_{bA}) = \langle V_{bA} \rangle$ porque en el valor de expectación (IV.10) la coordenada r_{bA} no es variable de integración.

Además, en la región donde se produce el proceso de transferencia, sólo el término monopolar de la interacción coulombiana entre los núcleos d y b, escrito en términos de r_{bA} , es importante. En esta misma región, el valor medio de la correspondiente interacción nuclear es despreciable. Es decir

$$\langle V_{1b} \rangle = \sum_{a_1 a'_1 \sigma_1} C^*(I_A a_1; I_B) C(I_B a'_1; I_A) \\ \times \int d^3 r_{1b} \phi_{j_1 m_1}^{(A)*}(a_1, r_{1b}, \sigma_1) V_{1b}(r_{1b}) \phi_{j'_1 m'_1}^{(b)}(a'_1, r_{1b}, \sigma_1) \approx \frac{Z_1 Z_b e^2}{r_{bA}} \quad (\text{IV.11})$$

La exactitud de esta aproximación ha sido comprobada en muchos casos. Un ejemplo típico se muestra en la figura 5.

Aunque la diferencia entre el valor exacto de $\langle V_{1b} \rangle$ y el valor aproximado $Z_1 Z_b e^2 / r_{aA}$ es muy grande para distancias relativas r_{bA} menores que el radio del núcleo b, la influencia sobre el factor de forma es despreciable en todos los casos comprobados. La razón de este comportamiento es el rápido decaimiento de la función de onda $\phi^{(A)}$ en la vecindad del potencial V_{1b} . Todos los casos de transferencia de una partícula calculados, fueron realizados, sin embargo, sin utilizar la aproximación (IV.11).

Para evaluar la integral que aparece en el factor de forma (IV.9) se utiliza la representación en el espacio K (representación momento) de las funciones de onda⁽⁴⁾. De la ecuación de Schrodinger para el movimiento de partícula independiente se obtiene

$$V_{1b}(r_{1b}) \phi_{j_1 m_1}^{(b)}(a'_1; \vec{r}_{1b} \sigma_1) = \frac{\hbar^2}{2m_{1b}} \left[- (K_{a'_1}^{(b)})^2 + \nabla_{1b}^2 \right] \phi_{j_1 m_1}^{(b)}(a'_1; \vec{r}_{1b} \sigma_1) \quad (IV.12)$$

El número de onda $K_{a'_1}^{(b)}$ está determinado por la energía $\mathcal{E}_{a'_1}^b$ de separación del neutrón (protón) del núcleo b.

Para resolver la integral que expresa la superposición de las funciones de onda, ecuación (IV.4), y el factor de forma, ecuación (IV.9), se deben desarrollar las funciones $\phi_{j_1 m_1}^{(b)}(a'_1, \vec{r}_{1b} \sigma_1)$ y (IV.12) en términos del conjunto completo de funciones $\phi_{j_1 m_1}^{(A)}(a_1, \vec{r}_{1A} \sigma_1)$.

$$\begin{aligned} \phi_{j_1 m_1}^{(b)}(a'_1; \vec{r}_{1b} \sigma_1) &= \sum_{a_1} g_L^{(A,b)}(a_1 a'_1; r_{bA}) \\ &\times \left[Y_L(\hat{r}_{bA}) \phi_{j_1}^{(A)}(a_1; \vec{r}_{1b} + \vec{r}_{bA}, \sigma_1) \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

y

$$\begin{aligned} (V_{1b}(r_{1b}) - \langle V_{1b} \rangle) \phi_{j_1 m_1}^{(b)}(a'_1; \vec{r}_{1b} \sigma_1) \\ \times \sum_{a_1} f_L^{(A,b)}(a_1 a'_1; r_{bA}) \left[Y_L(\hat{r}_{bA}) \phi_{j_1}^{(A)}(a_1; \vec{r}_{1b} + \vec{r}_{bA}; \sigma_1) \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.14})$$

Desarrollando las funciones de onda de partícula independiente en sus componentes de Fourier

$$\phi_{j_1 m_1}^{(A)}(a_1 \vec{r}_{1A} \sigma_1) = \int d\vec{k} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}_{1A}) \tilde{\phi}_{j_1 m_1}(a_1 \vec{k} \sigma_1) \quad (\text{IV.15})$$

y teniendo presente que

$$\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) = 4\pi \sum_{\lambda \mu} i^\lambda j_\lambda(Kr) Y_{\lambda \mu}^*(\hat{K}) Y_{\lambda \mu}(\hat{r}) \quad (\text{IV.16})$$

donde las funciones j_λ son funciones de Bessel esféricas, y de las igualdades

$$(1/2\pi)^3 \int \exp(i(\vec{k}' - \vec{k}) \cdot \vec{r}) d\vec{r} = \delta(\vec{k}' - \vec{k}) \quad (\text{IV.17})$$

$$\int d\Omega Y_{\lambda \mu}(\Omega) Y_{\lambda' \mu'}(\Omega) Y_{LM}^*(\Omega) = (1/4\pi)^{1/2} \frac{\hat{\lambda} \hat{\lambda}'}{\hat{L}} \langle \lambda \lambda \lambda' 0 | L 0 \rangle \langle \lambda \mu \lambda' \mu' | L M \rangle \quad (\text{IV.18})$$

$$\langle L 0 L 0 | L' 0 \rangle W(L 1 j_1^{1/2}; 1 j_1) = \frac{1}{\ell^{1/2}} \langle j_1^{1/2} L 0 | j_1^{1/2} \rangle \quad (\text{IV.19})$$

donde $\hat{j} = (2j+1)^{\frac{1}{2}}$, se obtiene para los coeficientes de la expansión (IV.13) y (IV.14) los valores

$$g_L^{(A,b)}(a_1, a'_1; r_{bA}) = (4\pi)^{\frac{1}{2}} i^{l_1'+L-l_1} \hat{j}_1^{l_1} (-1)^{j_1-l_1} \langle j_1^{\frac{1}{2}} j_1^{-\frac{1}{2}} | L0 \rangle$$

$$\times \int k^2 dk \tilde{R}_{n_1 l_1 j_1}^{(A)}(k) \tilde{R}_{n_1' l_1' j_1'}^{(b)}(k) j_L(kr_{bA}) \quad (\text{IV.20})$$

y

$$f_L^{(A,b)}(a_1, a'_1; r_{bA}) = -\frac{\hbar^2}{2m_{1b}} (4\pi)^{\frac{1}{2}} i^{l_1'+L-l_1} \hat{j}_1^{l_1} (-1)^{j_1-l_1}$$

$$\times \frac{1}{2} \left[(-i)^{l_1+l_1'+L} + 1 \right] \langle j_1^{\frac{1}{2}} j_1^{-\frac{1}{2}} | L0 \rangle$$

$$\times \int k^2 dk \tilde{R}_{n_1 l_1 j_1}^{(A)}(k) \left[k^2 + (k_{a_1'}^{(b)})^2 - \langle v_{1b} \rangle \right] \tilde{R}_{n_1' l_1' j_1'}^{(b)}(k) j_L(kr_{bA})$$

$$(\text{IV.21})$$

La función $R_{n_1 l_1 j_1}(k)$ está dada por

$$\tilde{R}_{n_1 l_1 j_1}(k) = (2/\pi)^{\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} r^2 dr j_1(kr) R_{n_1 l_1 j_1}(r) \quad (\text{IV.22})$$

Nótese que las ecuaciones (IV.13) y (IV.14) relacionan las funciones de onda (y el producto de ellas con el potencial de partícula independiente) que describen sistemas diferentes. Es decir, se relacionan la función de onda (en IV.13) que describe el movimiento de la partícula transferida en el núcleo b, con la función de onda que describe el movimiento de la misma partícula ligada al núcleo A.

Una vez que las funciones (IV.20) y (IV.21) han sido calculadas, el problema de evaluar los factores de forma con rango finito en transferencia de uno o varios nucleones ha sido, básicamente, resuelto.

De las ecuaciones (IV.14) y (IV.9) se puede escribir:

$$F_{\text{post}}^{(1)}(\vec{r}_{bA}) = \sum_{j_1 j_1' L} \langle I_A^{M_A} j_1 m_1 | I_B^{M_B} \rangle \langle LM_L j_1 m_1 | j_1' m_1' \rangle$$

$$\times \left[f_L^{j_1 j_1'}(r_{bA}) \right]_{V_{1b}}^{(1)} Y_{LM}^*(\hat{r}_{bA}) \quad (\text{IV.23})$$

donde

$$\left[f_L^{j_1 j_1'}(r_{bA}) \right]_{V_{1b}}^{(1)} = (-1)^L \sum_{a_1 a_1'} C^*(I_A a_1 I_B) \frac{j_1'}{j_1}$$

$$\times C(I_b a_1' I_a) f_L^{(A,b)}(a_1 a_1'; r_{bA}) \delta_{(1_1+1_1+L, \text{par})} \quad (\text{IV.24})$$

Un programa de cálculo escrito en lenguaje FORTRAN, llamado HEVION⁽⁹⁾, fue desarrollado para evaluar los factores de forma $f_L^{(A,b)}(a_1 a_1'; r_{bA})$.

Las funciones de onda radiales usadas por HEVION son del tipo Saxon-Woods. Las transformaciones de Bessel (IV.22) son hechas por HEVION usando el método de integración de Gauss-Legendre. El producto de las funciones de Bessel con los pesos gaussianos de integración fueron acumulados en una cinta para 100 valores de $0 \leq k \leq 7,5 \text{ fm}^{-1}$, 90 valores de $0 \leq r \leq 18 \text{ fm}$ y para $l_1 \leq 10$. Los puntos de la red de integración en k y r fueron elegidos de modo de obtener la función $R_{nlj}(k)$ con una precisión de, por lo menos, 5 decimales. El factor de forma

es calculado hasta 18 fm. Después de estos 18 fm HEVION realiza una extrapolación logarítmica.

El tiempo de cómputo para una función del tipo (IV.20) o (IV.21) es de 7.5 segundos, tiempo CPU, en la máquina UNIVAC 1108 de RECKU, Copenhague.

El programa HEVION tiene una opción que permite verificar la precisión con que se trabaja. Para ello el programa calcula la función $\tilde{R}_{nlj}(k)$ y su antitransformada $R_{nlj}(r)$, es decir la función de onda radial original, que se puede comparar con la que fue previamente calculada.

La pérdida de precisión en este proceso es la misma que se produce al calcular los factores de forma. En todos los casos verificados, el error no pasaba del tercer dígito, por lo menos hasta los 18 fm en que se calcula.

Para realizar esta verificación, la máquina UNIVAC 1108 consume un tiempo CPU de aproximadamente seis segundos.

Quizás la ventaja mayor del método aquí utilizado es que la función de onda transformada decae mucho más rápidamente que la función de onda original. Así, como se puede apreciar en la figura 7a, para un agujero de neutrones en la capa $2p^{\frac{1}{2}}$ en ^{208}Pb , la función de onda radial $R_{nl}(r)$ decae cien veces su valor máximo para $r \approx 13$ fm, mientras que la transformada $\tilde{R}_{nl}(k)$ lo hace para $k \approx 2 \text{ fm}^{-1}$. Es decir que utilizando una red de igual número de puntos, en el espacio K es posible barrer mucho mejor los valores pequeños de k, que son los que determinan, por otro lado, los valores asintóticos del factor de forma, es decir justamente aquellos más importantes en el proceso de transferencia en estudio.

En la figura 7b. se observa el mismo efecto para una partícula de neutrones en la capa $od5/2$ en ^{16}O .

Los resultados fueron comparados con los que se obtienen, asintóticamente y para transferencia de neutrones, aplicando la aproximación de referencia 3. Un ejemplo típico se muestra en figura 6. Vale la pena notar que en el método que aquí se describe el cálculo de los factores de forma tiene exactamente la misma precisión y consume exactamente el mismo tiempo de máquina para neutrones que para protones.

También se compararon los resultados con los obtenidos por el método dado en referencia 10. Se comprobó que es necesario desarrollar hasta un elevado número de términos para obtener resultados razonablemente precisos a distancias grandes r_{bA} .

En la sección VI se analizarán datos experimentales utilizando el método aquí descrito.

V. Factores de forma para transferencia de dos partículas

Sobre la base de las ecuaciones (IV.13) y (IV.14) de la sección previa, es relativamente fácil calcular el factor de forma para transferencia de dos partículas.

En esta sección discutiremos dos maneras diferentes de atacar este problema, una en la que la interacción responsable de la transferencia actúa sobre el centro de masa de las dos partículas, y otra en que la interacción se toma como una de las interacciones individuales sobre cada una de las partículas. De esta última manera de atacar el problema, surge que si se conoce el modo de calcular el factor de forma para transferencia de una partícula, se es capaz, en principio, de calcular el factor de forma para transferencia de cualquier número de partículas. Esto es válido tanto para las derivaciones formales como para el cómputo efectivo del factor de forma.

Para calcular el factor de forma para transferencia de dos partículas supondremos que en la reacción



donde $B = A + 2$ y $a = b + 2$, los núcleos A y b actúan como "carozos" o núcleos de capa cerrada, alrededor de los cuales se mueven los dos nucleones a ser transferidos. Esto es, en

el canal saliente podemos desarrollar la función de onda in trínseca de acuerdo a la expresión

$$\begin{aligned} \Psi_{I_B M_B}^{(B)}(\xi_A; \vec{r}_{dA} \xi_d) &= \sum_{I_A J_{12}} \sum_{a_1 a_2} B^{(A)}(a_1 a_2; I_A J_{12}, I_B) \\ &\times \sum_{M_A M_{12}} \langle I_A M_A J_{12} | I_B M_B \rangle \Psi_{I_A M_A}^A(\xi_A) \phi_{J_{12} M_{12}}^{(A)}(a_1 a_2; \vec{r}_{IA} \sigma_1, \vec{r}_{2A} \sigma_2) \end{aligned} \quad (V.2)$$

que corresponde al desarrollo (IV.6). Igualmente, podemos es cribir en el canal incidente

$$\begin{aligned} \Psi_{I_a M_a}^{(a)}(\xi_b; \vec{r}_{db} \xi_d) &= \sum_{I_b J_{12}} \sum_{a_1 a_2} B^{(b)}(a_1 a_2; I_b J_{12}, I_a) \\ &\times \sum_{M_b M_{12}} \langle I_b M_b J_{12} | I_a M_a \rangle \Psi_{I_b M_b}^b(\xi_b) \phi_{J_{12} M_{12}}^{(b)}(a_1 a_2; \vec{r}_{I_b} \sigma_1; \vec{r}_{2b} \sigma_2) \end{aligned} \quad (V.3)$$

las cantidades $B^{(A)}$ y $B^{(b)}$ representan las amplitudes espec troscópicas para los dos núcleos moviéndose alrededor de los "carozos" A y b respectivamente, mientras que los índices a representan los números cuánticos principal (n), momento an gular orbital (l) y momento angular total (j) de partícula independiente. Las coordenadas han sido graficadas en la fi gura 8.

La amplitud espectroscópica $B^{(A)}$ vale

$$B^{(A)}(a_1 a_2; I_A J_{12}; I_B) = \left\langle \Psi_{I_B M_B}^B \left| \frac{[c_{a_1}^+ c_{a_2}^+]^{J_{12}}}{(1 + (a_1 a_2))^{1/2}} \Psi_{I_A}^A \right| \Psi_{I_B M_B}^B \right\rangle \quad (V.4)$$

y la función de onda para las dos partículas, $\phi_{J_{12} M_{12}}^{(A)}$, es

igual a

$$\begin{aligned} \phi_{J_{12}M_{12}}^{(A)}(a_1 a_2; \vec{r}_{1A} \sigma_1, \vec{r}_{2A} \sigma_2) &= 1/[2(1+\delta(a_1 a_2))]^{\frac{1}{2}} \\ &\times \left\{ \left[\phi_{j_1}^{(A)}(a_1; \vec{r}_{1A} \sigma_1) \phi_{j_2}^{(A)}(a_2; \vec{r}_{2A} \sigma_2) \right]_{J_{12}M_{12}} \right. \\ &\left. - \left[\phi_{j_1}^{(A)}(a_1; \vec{r}_{2A} \sigma_2) \phi_{j_2}^{(A)}(a_2; \vec{r}_{1A} \sigma_1) \right]_{J_{12}M_{12}} \right\}. \end{aligned} \quad (V.5)$$

Insertando (V.2) y (V.3) en el factor de forma (IV.3) se obtiene

$$\begin{aligned} F_{\text{post}}^{(2)}(\vec{r}_{bA}) &= \sum_{a_1 a_2} \sum_{a'_1 a'_2} \sum_{J_{12} J'_{12}} B^{(A)}(a_1 a_2; I_A J_{12}; I_B) B^{(b)}(a'_1 a'_2 I_B J'_{12}; I_a \\ &\times \langle I_A M_A J_{12} M_{12} | I_B M_B \rangle \langle I_b M_b J'_{12} M'_{12} | I_a M_a \rangle \int d\vec{r}_{1b} d\vec{r}_{2b} d\sigma_1 d\sigma_2 \\ &\times \phi_{J_{12}M_{12}}^{(A)}(a_1 a_2, (\vec{r}_{1b} + \vec{r}_{bA}) \sigma_1, (\vec{r}_{2b} + \vec{r}_{bA}) \sigma_2) (V_{1b}(r_{1b}) + V_{2b}(r_{2b}) - \langle V_{1b} \rangle - \langle V_{2b} \rangle) \\ &\times \phi_{J'_{12}M'_{12}}^{(b)}(a'_1 a'_2, \vec{r}_{1b} \sigma_1, \vec{r}_{2b} \sigma_2) \end{aligned} \quad (V.6)$$

donde se usó la aproximación

$$\langle A_b, (V-U)A_b \rangle \approx \delta(I_A, I'_A) \delta(I_b, I'_b) \langle V_{1b}(r_{1b}) + V_{2b}(r_{2b}) - \langle V_{1b} \rangle - \langle V_{2b} \rangle \rangle \quad (V.7)$$

y se supuso que los potenciales de partícula independiente son esféricamente simétricos.

Utilizando (V.5) y una expresión similar para $\phi^{(b)}$ el factor de forma puede ser escrito, partiendo de (V.2) y después de reacoplar momentos angulares, en la forma (IV.23),

esto es,

$$\begin{aligned}
 & \left[f_{L_1}^{J_{12} J_{12}}(r_{bA}) \right]_{V_{1b} + V_{2b}}^{(2)} = \frac{\hat{J}_{12}}{4\pi} \sum_{a_1 a_2} (1 + (a_1 a_2))^{\frac{1}{2}} (1 + (a_1 a_2))^{-\frac{1}{2}} \\
 & \times B^{(A)}(a_1 a_2, I_A J_{12}, I_B) B^{(b)}(a'_1 a'_2, I_b J'_{12}, I_a) \hat{j}_1 \hat{j}'_2 \hat{L}_1 \hat{L}_2 \langle L_1 0 I_1 0 | L_0 \rangle \\
 & \times \left[\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J_{12} \\ L_1 & L_2 & L_{12} \end{array} \right\} \left[g_{L_1}^{(A,b)}(a_1 a'_1; r_{bA}) f_{L_2}^{(A,b)}(a_2 a'_2; r_{bA}) \right. \right. \\
 & + \left. \left. g_{L_2}^{(A,b)}(a_2 a'_2; r_{bA}) f_{L_1}^{(A,b)}(a_1 a'_1; r_{bA}) \right] - (-1)^{j_1 + j'_2 - J'_{12}} \left\{ \begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J_{12} \\ L_2 & L_1 & L_{12} \end{array} \right\} \right. \\
 & \times \left[g_{L_1}^{(A,b)}(a_2 a'_1; r_{bA}) f_{L_2}^{(A,b)}(a_1 a'_2; r_{bA}) \right. \\
 & \left. \left. + g_{L_2}^{(A,b)}(a_1 a'_2; r_{bA}) f_{L_1}^{(A,b)}(a_2 a'_1; r_{bA}) \right] \right] \quad (V.8)
 \end{aligned}$$

donde se hizo uso tanto de (IV.13) como de (IV.14).

Nótese que en esta formulación del problema, el factor de forma de dos partículas está directamente ligado, a través de las amplitudes espectroscópicas y de los coeficientes de reacoplamiento, a los factores de forma de una partícula (f y g). Una consecuencia de esto es que el programa TWOTWO⁽¹¹⁾ desarrollado para calcular (V.8) usa exactamente las mismas técnicas de cómputo que el programa HEVION⁽⁹⁾ discutido en la sección IV. Típicos tiempos CPU, en la máquina UNIVAC 1108, para el cálculo de factores de forma con funciones de onda de cinco componentes en el proyectil y 16 en el blanco (por ejemplo, para la reacción $^{94}\text{Mo}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{96}\text{Mo}(2^+)$) fueron de 60 segundos.

En el presente caso, el potencial V_{1b} (o V_{2b}) a ser usado para calcular el factor de forma para transferencia de dos partículas está bien establecido, ya que es el potencial del modelo de capas o la parte real del potencial nucleón-núcleo del modelo óptico. En reacciones con proyectiles livianos generalmente se utiliza para transferencia de dos partículas, un potencial efectivo que actúa sobre el centro de masa de las dos partículas. Esta circunstancia ha hecho que en la mayoría de los análisis realizados en reacciones de transferencia (t,p), ($^3\text{He},p$), etc, sólo ha sido posible establecer la relación entre las distintas reacciones eficaces y no la sección eficaz absoluta correspondiente a cada proceso.

Esto se debe a que no se conoce el valor del potencial efectivo, al que generalmente se lo calcula ajustando la sección eficaz de transferencia entre los estados fundamentales del núcleo blanco y residual.

Por otro lado, un problema crucial que se presenta al estudiar el factor de forma para transferencia de dos partículas con proyectiles livianos, es determinar el correcto comportamiento asintótico de la "cola" del factor de forma. La solución de este problema es resolver el conjunto de ecuaciones acopladas para las dos partículas incluyendo los estados del continuo, proceso actualmente prohibitivo por las facilidades de cómputo necesarias.

En lugar de resolver exactamente el problema, generalmente se ajusta la energía de separación de las dos partículas (a través de la función de onda de las partículas independientes o del potencial de Saxon-Woods), es decir se da una prescripción adecuada para el comportamiento asintótico de la función de onda de las dos partículas, comportamiento

asintótico que rige la sección eficaz en estudio.

Este mismo problema se presenta en reacciones con proyectiles pesados, donde la prescripción generalmente usada es ajustar la profundidad del pozo de potencial V_0 de manera que cada partícula esté ligada con una energía igual a la mitad de la energía de separación de las dos partículas.

Toda la información referida a la estructura nuclear en el proceso de transferencia de dos nucleones, está contenida en la ecuación (V.8). El álgebra de esta ecuación, como puede verse, es relativamente engorrosa, lo que hace que no sea fácil poner en evidencia el rol que jugarían los posibles modelos de estructura nuclear al calcular los coeficientes B en el factor de forma.

Si las correlaciones nucleares son fuertes en los canales de entrada o de salida o en ambos, es razonable considerar el movimiento de las dos partículas a ser transferidas en términos del movimiento del centro de masa y del movimiento relativo, dado que en este caso los dos grados de libertad (el de movimiento relativo y el de movimiento del centro de masa) estarían netamente separados.

Esta descripción es especialmente simple si las funciones de onda de partícula independiente en (V.5) pueden ser aproximadas por funciones de onda del oscilador armónico. Para corregir el incorrecto comportamiento asintótico de estas funciones, se deben usar las funciones de Hankel (neutrones) o "Whittaker" (protones) en las regiones de la "cola" de la función de onda, ajustando apropiadamente.

Esta segunda descripción es similar a la que se usa en la mayoría de los casos para transferencia de dos partículas

entre iones livianos⁽¹²⁾.

Para calcular el factor de forma en este segundo método (o método del potencial efectivo) se supone, por tanto, que las funciones de onda de partícula independiente son autofunciones del oscilador armónico, es decir

$$\phi_{j_1 m_1}^{(A)}(a_1; \vec{r}_{1A} \sigma_1) = [\phi_{n_1 l_1}(\nu_A \vec{r}_{1A}) \chi(\sigma_1)]_{j_1 m_1} \quad (V.9)$$

donde

$$\nu_A = \left(\frac{m_1 \omega_A}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (V.10)$$

es la inversa del parámetro de tamaño del oscilador armónico.

Transformando la ecuación (V.5) al sistema de coordenadas relativo a centro de masa, se encuentra⁽¹³⁾:

$$\phi_{JM}^{(A)}(a_1 a_2; \vec{r}_{1A} \sigma_1, \vec{r}_{2A} \sigma_2) = 2 / [2(1 + (a_1 a_2))]^{\frac{1}{2}} \sum_{LM_L SM_S} \langle LM_L SM_S | JM \rangle$$

$$\chi_{SM_S}(\sigma_1 \sigma_2) \langle LS; J | j_1 j_2; J \rangle \sum_{n_1 N \Lambda} \langle n_1, N \Lambda; L | n_1 l_1 n_2 l_2; L \rangle \frac{1 + (-1)^{L+S}}{2}$$

$$\sum_{m_1 M_\Lambda} \langle l m_1 M_\Lambda | LM_L \rangle \phi_{n_1 l_1 m_1} \left(\frac{\nu_A}{2} r_{12} \right) \phi_{N \Lambda M_\Lambda}^{(A)}(\sqrt{2} \nu_A \vec{r}_{dA}) \quad (V.11)$$

El coeficiente $\langle LS; J | j_1 j_2; J \rangle$ es el de reacoplamiento j - j a L - S mientras que $\langle n_1, N \Lambda; L | n_1 l_1, n_2 l_2; L \rangle$ es el paréntesis de Moshinsky. Se ha indicado por (n, l) los números cuánticos principal y de momento angular orbital, asociados con el movimiento relativo de las partículas; los números (N, Λ) son los correspondientes para el movimiento del centro de masas. La función χ_{SM_S} es la función total de spin. El superíndice (A) en la función de onda que describe el movimiento del centro de

masas, indica que la función de onda del oscilador armónico debe ser ajustada, asintóticamente, a las funciones de Hankel (neutrones) o de Whittaker (protones), a fin de corregir el comportamiento asintótico incorrecto de las autofunciones del oscilador armónico. Este comportamiento, como se ha mencionado más arriba, está fijado o determinado por la energía de separación de los dos nucleones del núcleo $B = A + d$.

Sustituyendo (V.11) y una expresión similar para $\phi^{(b)}$ en (IV.3) se obtiene,

$$f_{\lambda\mu}^{JJ'}(\vec{r}_{db}, \vec{r}_{bA}) = \sum_{\substack{L, L', \lambda \\ n, n'}} \frac{1}{N\Lambda} 2(2\lambda+1) (\hat{J}'/\hat{L}) (-1)^{S+L+J'+\lambda} \begin{Bmatrix} L & L' & \lambda \\ J' & J & S \end{Bmatrix}$$

$$G_{N\Lambda}^{n1}(I_A I_B; LSJ) G_{N\Lambda}^{n1'}(I_b I_a; LSJ) \sum_{m_s} \langle \lambda\mu LM_L | LM_L' \rangle \langle lm_1 \Lambda M_\Lambda | LM_L \rangle \langle l'm_1' \Lambda M_\Lambda' | LM_L' \rangle$$

$$\times \int d^3 r_{12} \phi_{nlm_1}^* \left(\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{2}} \vec{r}_{12} \right) (V_{1b}(r_{1b}) + V_{2b}(r_{2b}) - \langle V_{db} \rangle) \phi_{n'l'm_1'} \left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{2}} \vec{r}_{12} \right)$$

$$\times \phi_{N\Lambda M_\Lambda}^{(A)}(\sqrt{2} \sqrt{A} \vec{r}_{dA}) \phi_{N\Lambda M_\Lambda}^{(b)}(\sqrt{2} \sqrt{b} \vec{r}_{db}) \quad (V.12)$$

El coeficiente de estructura G es igual a

$$G_N^{n1}(I_A I_B; LSJ) = \sum_{a_1 a_2} \frac{[1+(-1)^{l+s}]}{2\sqrt{1+\delta(a_1 a_2)}} B(a_1 a_2; I_A J; I_B) \langle LS; J | j_1 j_2; J \rangle$$

$$\times \langle n1, N\Lambda; L | n_1 l_1, n_2 l_2; L \rangle \quad (V.13)$$

El factor de forma (V.12) tiene la estructura de un factor de forma para transferencia de una partícula, con el potencial de transferencia dado por la integral en (V.12) sobre \vec{r}_{12} . Este potencial efectivo depende de los estados de movimiento relativo, como se aprecia en (V.12), y contiene ele

mentos de matriz no diagonales entre dichos estados. Sin embargo, para transferencia de pares correlacionados la contribución principal proviene de los estados de movimiento relativo (os).

Para la transferencia de pares de partículas correlacionadas, la magnitud del potencial efectivo puede ser estimado teniendo en cuenta que

$$V_{1b}(r_{1b}) + V_{2b}(r_{2b}) = V\left(\left|\vec{r}_{db} + \frac{\vec{r}_{12}}{2}\right|\right) + V\left(\left|\vec{r}_{db} - \frac{\vec{r}_{12}}{2}\right|\right) \approx 2V(r_{db}) + \frac{1}{4}(\vec{r}_{12} \cdot \vec{\nabla})^2 V(r_{db}) \quad (V.14)$$

Incluyendo sólo el primer término de (V.14) en (V.12) se obtiene

$$f_{\lambda}^{JJ'}(\vec{r}_{db}, \vec{r}_{ba}) = \sum_{\substack{L L' \lambda \\ l l' s}} \frac{2^{\hat{\lambda}} \hat{L} \hat{L}' \hat{J}}{\hat{L} \hat{L}' \hat{J}} (-1)^{S+\Lambda+J'+\Lambda} \begin{Bmatrix} L & L' & \lambda \\ J' & J & S \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & L' & \lambda \\ \Lambda & \Lambda & 1 \end{Bmatrix}$$

$$G_{N\Lambda}^{nl*}(I_A I_B; LSJ) G_{N\Lambda}^{nl'}(I_b I_a; LS'J') \Omega_{nn'; 1}$$

$$R_{N\Lambda}^{(A)*}(\sqrt{2} \nu_A r_{dA}) (v_{db}(r_{db}) - \langle v_{db} \rangle) R_{N\Lambda}^{(b)}(\sqrt{2} \nu_b r_{db})$$

$$\sum_{\substack{M_\Lambda M'_\Lambda \\ \Lambda \Lambda}} \langle AM_\Lambda \Lambda' M'_\Lambda | \lambda \rangle Y_{\Lambda M_\Lambda}(\hat{r}_{dA}) Y_{\Lambda M'_\Lambda}(\hat{r}_{db}) \quad (V.15)$$

donde $v_{db}(r_{db})$ está dado por el primer término de (V.14) y $R_{N\Lambda}$ son las autofunciones del oscilador armónico apropiadamente ajustadas para que sus colas se comporten asintóticamente de manera adecuada. La cantidad

$$\Omega_{nn'; 1} = \int d^3 r_{12} \phi_{nlm_1}^* \left(\frac{\nu_A}{\sqrt{2}} \vec{r}_{12} \right) \phi_{nlm_1} \left(\frac{\nu_b}{\sqrt{2}} \vec{r}_{12} \right) \quad (V.16)$$

es la superposición de las funciones de onda que describen el movimiento relativo de las dos partículas transferidas en

los núcleos proyectil y residual. Si los núcleos que chocan son de dimensiones parecidas (ésto es $\sqrt[3]{V_A} \approx \sqrt[3]{V_B}$), se obtiene $\Omega_{nn',1} \approx \delta(nn')$.

De las ecuaciones (V.15) y (IV.19) se obtiene

$$\left[f_{\lambda}^{JJ'}(r_{bA}) \right]_{V_{\text{eff}}}^2 = \sum_{\substack{N_A N_B \\ n_L n_S}} G_{N_A}^{n_L n_S} (I_A I_B; LSJ) G_{N_B}^{n_L n_S} (I_B I_A; L'S'J') \\ \times 2 \sqrt{4\pi \hat{\lambda} \hat{\lambda}' \hat{L} \hat{L}' \hat{J} \hat{J}'} (-1)^{S+\lambda+\lambda'+J} i^{\lambda+\lambda'-\lambda} \begin{Bmatrix} L & L' & \lambda \\ J' & J & S \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & L' & \lambda \\ \lambda' & \lambda & 1 \end{Bmatrix} \\ \times \langle \lambda 0 \lambda' 0 | \lambda 0 \rangle \Omega_{nn',1} \int k^2 dk R_{N_A}^{(A)}(k) \tilde{S}_{N_A}(k) j_{\lambda}(kr_{bA}) \quad (V.17)$$

donde la función $\tilde{S}_{N_A}(k)$ es la transformada de Hankel de la función $(V_{db} - \langle V_{db} \rangle) R_{N_A}(\sqrt{2} \sqrt[3]{V_B} r_{db})$.

La función de onda correlacionada que describe el movimiento de las dos partículas, ecuación (V.3), satisface la ecuación de Schrodinger

$$(H + S_{I_a}^{(a)}) \psi_{I_a M_a}^{(a)} = 0 \quad (V.18)$$

donde $S_{I_a}^{(a)}$ es la energía de separación de las dos partículas del núcleo $a = b + 2$.

El hamiltoniano

$$H = T_1 + T_2 + V_{1b} + V_{2b} + V_{12} = T_d + V_{1b} + V_{2b} + H_{12} \quad (V.19)$$

contiene la interacción que induce la correlación en el sistema de las dos partículas (potencial H_{12}). Utilizando las ecuaciones (V.18) y (V.19) y realizando el mismo proceso que permitió obtener la ecuación (V.17), se obtiene esta misma

ecuación, pero en lugar del factor $\Omega_{nn',1} \int k^2 dk \tilde{R}_{N\Lambda}^{(A)}(k) \tilde{S}_{N'\Lambda'}(k) j_\lambda(kr_{bA})$ se tiene ahora el término

$$-\Omega_{nn',1} \int k^2 dk \tilde{R}_{N\Lambda}^{(A)}(k) \left(\frac{\hbar^2}{2m_{db}} k^2 + S_{I_a}^{(a)} + \langle V_{db} \rangle \right) \tilde{R}_{N'\Lambda'}^{(b)}(k) \times j_\lambda(kr_{bA}) - V_{nn',1} \int k^2 dk \tilde{R}_{N\Lambda}^{(A)}(k) \tilde{R}_{N'\Lambda'}^{(b)}(k) j_\lambda(kr_{bA}) \quad (V.20)$$

donde

$$V_{nn',1} = \int d^3r_{12} \phi_{nlm_1}^* \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{r}_{12} \right) H_{12} \phi_{n'l'm_1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{r}_{12} \right) \quad (V.21)$$

son los elementos de matriz del hamiltoniano de interacción.

Los factores de forma calculados a través de las fórmulas (V.8) y (V.17) deberían ser iguales si las aproximaciones realizadas en ambos casos son coherentes. Para verificar este punto, en las figuras 9a. y 9b. se graficaron los factores de forma asociados a la reacción $^{48}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{14}\text{C})^{50}\text{Ti}$ que lleva al estado fundamental y al primer estado 2^+ del ^{50}Ti , calculados con los dos métodos (V_1+V_2 y V_{eff}). Las funciones de onda se obtuvieron diagonalizando las fuerzas de apareamiento monopolar (para el estado 0^+) y cuadripolar (para el estado 2^+)⁽¹⁴⁾. Las constantes de acoplamiento correspondientes fueron obtenidas ajustando la energía de unión de los diferentes estados. Se permitió a los dos protones moverse en los orbitales $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $2p_{1/2}$ y $1g_{9/2}$. Los valores de las secciones eficaces picos calculadas aplicando los dos métodos aquí descritos para los estados $J = 0^+$, 2^+ , 4^+ , 6^+ del ^{50}Ti y para una energía incidente de 20 Mev se muestran en la tabla 1. Estas secciones eficaces fueron calculadas con el pro

grama TWOVEF⁽¹¹⁾, que utiliza para el cómputo del factor de forma la ecuación (V.17), y con el programa TWOTWO⁽¹¹⁾ para el caso equivalente de la ecuación (V.8).

Los parámetros ópticos usados en el cálculo fueron tomados de referencia 15.

Se observa que los dos métodos dan resultados parecidos, aunque de dos órdenes de magnitud menores que los experimentales. Esta diferencia puede ser disminuida considerablemente si se eligen parámetros ópticos más apropiados, dado que no necesariamente los parámetros ópticos que ajustan las secciones eficaces para choque elástico son los adecuados para transferencia de una o más partículas. En realidad, a medida que el número de partículas transferidas aumenta, se va indagando más a fondo la naturaleza de la superficie nuclear, es decir se va explorando regiones más profundas del núcleo⁽¹⁶⁾.

La ecuación (V.17) no es sólo válida para reacciones entre iones pesados, sino que también puede ser usada para reacciones entre iones livianos.

En particular, para el caso de reacciones (t,p), donde el dineutrón está en un estado relativo (os) y donde el protón, respecto al centro de masa del dineutrón, también está en un estado (os), la transformada de Fourier del factor de forma (V.12) puede ser escrita como

$$\tilde{f}_{\lambda\mu}^{\lambda 0}(\vec{k}, \vec{r}_{bA}) = 2(-1)^{\lambda-\mu} \sum_{Nn} G_{N\lambda}^{no} (I_A I_b \lambda 0 \lambda) \int d^3 r_{db} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_{db}}$$

$$\times \phi_{N\lambda-\mu}^{(A)*}(\sqrt{2} \vec{r}_{dA}) (\Omega_n v_{eff}(r_{dp}) - v_n) \phi_{00}^{(p)}(\sqrt{2} \vec{r}_{dp}) \quad (V.22)$$

donde, de acuerdo a (V.18) y (V.19)

$$V_{\text{eff}}(r_{db}) = - S(\text{triton}) - Tdp \quad (\text{V.23})$$

y

$$V_n = \int d^3 r_{12} \phi_{n00}^* \left(\frac{v_A}{\sqrt{2}} \vec{r}_{12} \right) H_{12} \phi_{000} \left(\frac{v_b}{\sqrt{2}} \vec{r}_{12} \right) \quad (\text{V.24})$$

Efectuando la aproximación de rango cero, esto es

$$V_{\text{eff}}(r_{db}) \phi_{000}^{(p)} \left(\frac{v_b}{\sqrt{2}} \vec{r}_{db} \right) = D_0 \delta(\vec{r}_{db}) \quad (\text{V.25})$$

se obtiene

$$\tilde{f}_{\lambda}^{\lambda 0}(0, \vec{r}_{bA}) = 2(-1)^{\lambda} \sum_{ONn} G_N^{\text{no}}(I_A I_B \lambda 0 \lambda) (\Omega_n - v_n) \phi_{N\lambda}^{(A)*} \left(\frac{v_A}{\sqrt{2}} \vec{r}_{bA} \right) \quad (\text{V.26})$$

por otro lado se puede escribir

$$\tilde{f}_{\lambda}^{\lambda J J'}(0, \vec{r}_{bA}) = f_{\lambda}^{\lambda J J'}(r_{bA}) Y_{\lambda}(\hat{r}_{bA}) \quad (\text{V.27})$$

De (V.27) y (V.26), despreciando V_n , se encuentra

$$f_{\lambda}^{\lambda 0}(r_{bA}) = 2(-1)^{\lambda} \sum_{ONn} G_N^{\text{no}}(I_A I_B \lambda 0 \lambda) \Omega_n R_N^{(A)} \left(\frac{v_A}{\sqrt{2}} r_{bA} \right) \quad (\text{V.28})$$

Este factor de forma, derivado en referencia 12, es el usado generalmente para analizar reacciones de transferencia de dos partículas entre iones livianos.

Discutiremos ahora los aspectos que se presentan a causa de la correlación de las fuerzas nucleares en reacciones de transferencia de dos nucleones, en términos de la ecuación

(V.17). Para simplificar la discusión se supondrá que $I_A = I_b = I_a = I_B = \lambda = 0$. En este caso la ecuación (V.17) se transforma en

$$\begin{aligned} [f_{00}^{00}(r_{bA})]_{V_{\text{eff}}}^{(2)} &= \sum_{S=0,1} \sum_{NN',\Lambda,1} \left(\sum_{a_1} \frac{\hat{j}_1}{\sqrt{2j_1}} B(a_1 a_1; 000) \right) \\ &\times \langle n1, N\Lambda; S | n_1 l_1, n_2 l_2; S \rangle \left(\sum_{a'_1} \frac{\hat{j}'_1}{\sqrt{2j'_1}} B(a'_1 a'_1; 000) \right) \\ &\times \langle n1', N'\Lambda; S | n_1 l_1, n_2 l_2; S \rangle \Omega_{nn',1} \int k^2 dk \tilde{R}_{N\Lambda}^{(A)}(k) \tilde{S}_{N\Lambda}(k) \end{aligned} \quad (\text{V.29})$$

Comparando (V.29) con (V.28), notando que, en el caso particular que estamos discutiendo

$$G_{NO}^{\text{no}} = \sum_{a_1} \frac{\hat{j}_1}{\sqrt{2j_1}} B(a_1 a_1; 000) \langle n0, NO; 0 | n_1 l_1, n_1 l_1; 0 \rangle \quad (\text{V.30})$$

se vé que el proceso de transferencia de dos nucleones entre iones pesados, corresponde a procesos simultáneos y coherentes de procesos (t,p) y (p,t).

Sin embargo, se observan varias diferencias con los casos de proyectiles livianos. Mientras que todos los términos de las sumas sobre a_1 y a'_1 en (V.29) son coherentemente constructivos en el canal $S = 0$ para los estados finales fuertemente correlacionados, estos mismo términos pueden, en algunos casos, ser coherentemente destructivos en el canal $S = 1$. Por tanto, la contribución para $S = 1$ será significativamente menor que la correspondiente para $S = 0$.

La superposición Ω_n que aparece en (V.28) es tal que $\Omega_0 \gg \Omega_{n \neq 0}$. Esto se debe a que las dos funciones en Ω_n describen el movimiento relativo de los nucleones en dos potenciales

armónicos diferentes, uno correspondiente al tritón y el otro correspondiente al núcleo blanco. Estos potenciales tienen fuerzas de recuperación muy diferentes. Por otro lado, debido a que las dimensiones de los núcleos pesados son similares, se puede suponer $\Omega_{nn,1} \approx \delta(n,n')$. De este modo, la coherencia que aparece de la suma sobre N es más importante en (V.29) que en (V.28).

De la discusión que precede, se puede decir que la sección eficaz para transferencia de dos partículas entre iones pesados será más selectiva, que la correspondiente reacción entre iones livianos.

Este comportamiento puede ser ilustrado para el caso de transferencia de dos partículas entre los estados fundamentales de sistemas superfluidos pesados. En este caso

$$B(a_1 a_1; 000) = U(a_1) V(a_1) \quad (V.31)$$

donde U y V son los parámetros de ocupación de la teoría BCS, asociados con los niveles de partícula independiente a_1 .

Promediando sobre los distintos valores de los paréntesis de Moshinsky y para un valor de r_{bA} mayor que el correspondiente al último máximo del factor de forma, en aproximadamente 1 fm, se puede mostrar que⁽¹³⁾,

$$[f_o^{00}(R)]_{(t,p)}^{(2)} \approx \sum_{a_1} U(a_1) V(a_1) = \frac{2\Delta_A}{G_A} \quad (V.32)$$

y

$$[f_o^{00}(R)]_{V_{\text{eff}}}^{(2)} \approx \left(\sum_{a_1} U(a_1) V(a_1) \right) \left(\sum_{a_1'} U(a_1') V(a_1') \right) = \left(\frac{2\Delta_A}{G_A} \right) \left(\frac{2\Delta_b}{G_b} \right) \approx \left(\frac{2\Delta_A}{G_A} \right)^2 \quad (V.33)$$

Las cantidades Δ_A y Δ_b son los parámetros de "gap" BCS de los núcleos A y b, mientras que G_A y G_b son las correspondientes constantes de acoplamiento. En (V.33) se supuso que los núcleos A y b son similares.

Para transferencia de configuraciones puras, las cantidades que corresponden a (V.32) y (V.33) son $(j_1 + \frac{1}{2})$ y $(j_1 + \frac{1}{2})(j_2 + \frac{1}{2}) \approx (j_1 + \frac{1}{2})^2$, respectivamente, donde j_1 es el momento angular de mayor degeneración en la capa de valencia del sistema A.

Dado que las secciones eficaces son proporcionales al cuadrado del factor de forma, la relación entre las secciones eficaces entre los dos casos será:

$$\varepsilon^{(2)}(t,p) \propto \left(\frac{2\Delta_A}{G_A}\right)^2 / (j_1 + \frac{1}{2})^2 \quad (\text{V.32a})$$

y

$$\varepsilon_{HI}^{(2)} \propto \left(\frac{2\Delta_A}{G_A}\right)^4 / (j_1 + \frac{1}{2})^4 \quad (\text{V.33a})$$

Para núcleos superfluidos típicos $\Delta = 1$ Mev, $G = 0.1$ Mev y $j_1 = 7/2$. Por tanto es de esperar que el aumento de la sección eficaz sea un orden 10^3 mayor que la correspondiente sección eficaz de una configuración pura debido a esta correlación, mientras que la que corresponde a la observada entre iones livianos es del orden de 30.

VI. Aplicaciones: Transferencia de un nucleón

En esta sección presentaremos varios ejemplos que mostrarán la utilidad del método aquí desarrollado y que clarificarán la aplicación del mismo en el cálculo de los factores de forma para transferencia de una partícula.

Para el cálculo de la matriz de choque se aplicará la teoría DWBA. Al aplicar esta teoría en los procesos de transferencia de una partícula, se está implícitamente aceptando que la reacción ocurre a través de una vía directa: es decir que procesos intermedios como excitar el blanco y desde este estado transferir a un estado excitado del núcleo residual, son excluidos de este estudio. Para estudiar estos procesos habría que aplicar teorías como la aproximación de Born con canales acoplados (CCBA), con los factores de forma correspondientes a iones pesados. Este programa, con los factores de forma calculados con las mismas aproximaciones utilizadas en este trabajo, se llevó a cabo en otro lugar⁽¹⁷⁾.

A continuación estudiaremos casos típicos de transferencia de un neutrón o de un protón con características tales que muestran las tendencias generales de este tipo de reacción.

- a) Reacciones de Transferencia ($^{16}\text{O}, ^{15}\text{N}$) sobre los isotonos del Ca.
- a₁) Presentación e Interpretación de los datos experimentales

Los isótopos del núcleo Ca tienen la propiedad de llenar las capas (sd) de protones mientras los neutrones van ocupando el nivel $of7/2$. Es interesante, por tanto, tratar de entender de qué manera los neutrones van afectando el "congelamiento" de los protones de las capas (sd).

En los casos $\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})\text{Sc}(gs)$, el protón en el blanco ocupa un estado de agujero del ^{16}O en la capa $op1$, mientras que en el núcleo residual, está ligado al carozo Ca en la capa $of7/2$. Por tanto, teniendo en cuenta la ecuación (IV.24), sólo los estados de paridad permitida estarán en el cálculo de (IV.23), es decir aquellos en que el momento angular transferido (que llamaremos L), sea par. Como además se debe cumplir la conservación de momento angular, surge que en estas reacciones sólo son permitidas aquellas transiciones con $L = 4$.

Para las reacciones $\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})\text{Sc}(1p3/2)$, un análisis similar al anterior nos suministra un valor del momento angular transferido $L = 2$.

En la figura 10. se muestra los espectros experimentales, tomados de referencia 15, para estas reacciones. En todos los casos $E(^{16}\text{O}) = 48 \text{ Mev}$. En este experimento sólo se observaron los estados fundamental ($7/2^-$) y primero excitado ($3/2^-$), que son, precisamente, los mismos que son fuertemente excitados en las reacciones ($^3\text{He}, d$). En la figura 11. se muestra las

distribuciones angulares respectivas.

La forma en campana de estas distribuciones angulares muestra cierta insensibilidad al momento angular transferido.

Se puede dar una explicación sencilla, aunque demasiado simplista, a esta forma en campana, suponiendo que para ángulos pequeños la probabilidad de abrir el canal correspondiente a transferencia de un protón es pequeño, y para ángulos grandes la reacción es de choque frontal, de modo que existirá un número tan grande de canales abiertos que la probabilidad de que el que se está analizando se observe es, de nuevo, muy pequeña. Para ángulos intermedios la sección eficaz crece y en el ángulo para el que los núcleos se "rozan" se tendría el pico de la sección eficaz.

Sin embargo, experimentos posteriores más precisos, mostraron que para ángulos muy pequeños hay un incremento brusco de la sección eficaz en reacciones como $^{26}\text{Mg}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})^{27}\text{Al}(^{18}\text{O})$. Este incremento se debe a aquellas órbitas que se aproximan a la superficie nuclear, las que sienten fuertemente las variaciones de la parte absorbente del potencial óptico. Este efecto, además, muestra que los procesos de transferencia son más sensibles a regiones profundas del núcleo que los de simple choque⁽¹⁶⁾.

Otro modo tal vez más claro de entender la forma en campana de la sección eficaz para transferencia de una partícula, es observando que el factor de forma para este tipo de procesos no decae fuertemente y, por tanto, un alto número de ondas parciales contribuye al proceso, haciendo que la suma de todas ellas produzca una curva sin altibajos. En cambio, el factor de forma para transferencia de dos partículas de

cae mucho más rápidamente y, por tanto, el número de ondas parciales que contribuye a la reacción es menor y la suma de los correspondientes polinomios de Legendre determina que la sección eficaz tenga un comportamiento más oscilatorio^{(18), (19)}.

Otro efecto que se observa en la figura 11. es que la sección eficaz disminuye a medida que el valor absoluto de Q aumenta.

Una explicación semiclassical a este fenómeno podría darse en términos de las distancias de máximo acercamiento de los dos núcleos que chocan en los canales de entrada y salida, las que difieren más a medida que aumenta el Q de la reacción. Esto produce un desajuste (mismatch) que hace que la reacción sea más improbable a medida que Q aumenta.

La explicación cuántica a este fenómeno es que en el cálculo de la matriz T , ecuación (III.4), las ondas distorsionadas tienen un comportamiento distinto para los distintos valores de Q de la reacción. Esto, como en la interpretación semiclassical, puede ponerse en términos de las distancias de máximo acercamiento.

Refiriéndonos al integrando en (III.4), para distancias \vec{r}_{bA} pequeñas las ondas distorsionadas contribuyen con valores pequeños debido a la absorción del potencial óptico. A medida que \vec{r}_{bA} se aproxima a la distancia de máximo acercamiento, estas ondas van creciendo muy rápidamente, hasta permanecer estacionarias en sus componentes oscilatorios correspondientes a distancias asintóticas. Este comportamiento contrasta con el del factor de forma, el que decae exponencialmente, como muestra la figura 12. para la reacción $^{40}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})^{41}\text{Sc}(\text{gs})$ tanto en la representación prior como en la post. Por tanto el integrando en (III.4) va a tener una contribución considerable

sólo alrededor de la distancia de máximo acercamiento, como era de esperar, dado que la probabilidad mayor de que la transferencia tenga lugar será, justamente, alrededor de dicha distancia.

Si $Q = 0$ (es decir la distancia de máximo acercamiento son iguales en los canales de entrada y de salida), los dos máximos correspondientes a x_i y a x_f dan una contribución resonante. A medida que Q crece, esos máximos van separándose y el integrando va oscilando. En figura 13. se ha graficado el integrando como función de r_{bA} . Las cantidades b_i y b_f son las distancias de acercamiento máximo en los canales inicial y final⁽⁶⁾.

a₂) Cálculo de las secciones eficaces utilizando la aproximación de Born en ondas distorsionadas (DWBA)

A fin de calcular las distribuciones angulares correspondientes a los datos experimentales presentados en figura 10, emplearemos la aproximación DWBA con el factor de forma calculado de acuerdo a lo desarrollado en el presente trabajo. Es decir, se tendrá en cuenta el rango finito de las fuerzas y se considerará la componente paralela de retroceso dentro de los límites discutidos en la sección (III).

A fin de realizar este cálculo, se usará el programa DWUCK⁽²⁰⁾ para computar las ondas distorsionadas. El potencial óptico entre los núcleos que chocan en los canales de entrada y de salida tiene la forma

$$U(r) = V(r) + iW(r) \quad (\text{VI.1})$$

donde la parte real $V(r)$ y la parte imaginaria $W(r)$ tienen la forma de un potencial de Saxon-Woods sin interacción spin-órbita. Es decir:

$$V(r) = -V_0 \left(1 + \exp\left(\frac{r-R_v}{a_v}\right) \right)^{-1} \quad (\text{VI.2})$$

$$W(r) = -W_0 \left(1 + \exp\left(\frac{r-R_w}{a_w}\right) \right)^{-1} \quad (\text{VI.3})$$

los parámetros R_v y R_w corresponden, en una interpretación clásica, a las distancias de roce entre los dos núcleos.

Es decir:

$$R_v = r_{ov} \left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right) \quad (\text{VI.4})$$

$$R_w = r_{ow} \left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right) \quad (\text{VI.5})$$

Los números de masa A_1 y A_2 corresponden al proyectil y al blanco, respectivamente, en el canal entrante, y al núcleo saliente y al núcleo residual en el canal saliente. El resto de las constantes tiene la interpretación usual. Es decir, r_{ov} y r_{ow} son los parámetros de radio, V_0 y W_0 son las profundidades del pozo del potencial y a_v y a_w son las difusiones correspondientes.

En este trabajo los parámetros que fijan el potencial óptico (VI.1) fueron tomados de manera de ajustar las experiencias de choque elástico. O sea que la matriz T tiene ya en cuenta el relativamente enorme valor de la sección eficaz de choque en primer orden. Esta manera de fijar los parámetros, a pesar de ser la prescripta por la aproximación DWBA, no es muy determinante, dado que sólo la parte asintótica

del potencial $U(r)$ es sentida en el choque elástico⁽¹⁶⁾. Por esta razón, es posible encontrar varios conjuntos de parámetros que explican igualmente bien el choque elástico entre los nucleones.

Por otro lado, generalmente no se tienen datos experimentales sobre experiencias de choque en los dos canales, sino sólo para el canal de entrada. Debido a esto en referencia 15 se eligió para el canal de entrada un conjunto de parámetros que ajusta el choque elástico $^{48}\text{Ca} + ^{16}\text{O}$, mientras que para el canal de salida, en cambio, se eligió valores de la difusión a que difieren de los anteriores, pero que ajustan mejor los datos experimentales correspondientes a transferencia de una partícula.

En este trabajo se eligieron para el canal de entrada los parámetros que ajustan el choque elástico $^{48}\text{Ca} + ^{16}\text{O}$ dados en referencia 15 y en el canal de salida los dados, para la misma reacción, en referencia 21. Estos valores se muestran en tabla 2.

Los parámetros que fijan las funciones de onda que describen al protón ligado a los núcleos Ca y ^{15}N fueron tomados como se describe en sección (IV). Es decir, se utiliza un potencial de Woods-Saxon

$$V(r) = -V_0 \left(1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)\right)^{-1} \quad (\text{VI.16})$$

con geometría fijada por los valores

$$R = r_0 A^{1/3} \quad (\text{VI.7})$$

$$r_0 = 1.25 \text{ fm} \quad a = 0.65 \text{ fm} \quad (\text{VI.8})$$

El valor de la profundidad del pozo V_0 se determinó de modo de ajustar la energía de unión del protón. Los valores de estas energías de unión están dadas en tabla 3.

Para realizar el cálculo se tomó hasta 75 ondas parciales, observándose que los resultados no varían para un número mayor de 50 ondas parciales. La integración radial se llevó hasta 20 fm, aunque, de nuevo, se comprobó que no se obtienen resultados diferentes si se integra sólo hasta 16 fm. Por otro lado, el radio mínimo de integración se tomó igual a 0 fm, aunque, debido al alto valor de la absorción en los parámetros ópticos elegidos, no se observa ninguna diferencia si se comienza a integrar a partir de los 6 fm. El efecto de los diversos "cortes" (cut-off) en el radio mínimo de integración se aprecia, para la reacción $^{48}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})^{49}\text{Sc}(\text{gs})$, en la figura 14. Para este caso la distancia de máximo acercamiento promedio vale 9.5 fm.

Las secciones eficaces calculadas para $L = 3$ y $L = 1$ correspondientes al estado fundamental y al primer estado excitado de los núcleos Sc se grafican en figura 11. Este cálculo fue hecho en representación post sin ninguna corrección debida al efecto longitudinal de retroceso, es decir para $\beta = 0$.

Como se puede apreciar en la figura 11. el ajuste es extremadamente bueno, para los ángulos en los que existan datos experimentales con los cuales comparar, no solamente en las formas de las curvas sino también en la normalización absoluta. La constante de normalización N está definida en la forma usual

$$\sigma_{\text{exp}} = N S_1 S_2 \text{ DWBA} \tag{VI.9}$$

es decir de modo tal de medir la bondad del cálculo realizado. Los factores espectroscópicos S_1 y S_2 corresponden al protón ligado a los núcleos blanco y residual. En nuestro caso, suponiendo que al agujero en el núcleo ^{16}O le corresponde un factor espectroscópico igual a uno, se obtiene para el producto $N S_2$, donde S_2 es el correspondiente factor espectroscópico para el protón moviéndose alrededor del Ca , un valor que va de 1.0 a 1.5. Por tanto, este cálculo podría darnos una idea de hasta qué punto la capa $f_{7/2}$ de protones se ve influenciada por los neutrones.

Sin embargo, en este caso no se puede dar un valor razonable a S_2 debido a que el valor de N en sí mismo puede variar de 1.0 a 1.5, o aún más, debido, por un lado, a que en este cálculo se despreció el efecto de retroceso y por otro a que es posible encontrar otros conjuntos de parámetros ópticos que suministre diferentes valores absolutos de la sección eficaz de transferencia, permaneciendo invariable la forma de esta sección eficaz y la sección eficaz de choque.

Al tener en cuenta el efecto longitudinal de retroceso se desmejoran los ajustes obtenidos previamente. Por ejemplo, en la figura 15. se observan las curvas calculadas en representación post, en representación prior y las corregidas con los valores de β dados por las prescripciones (III.20) y (III.21) para la reacción $\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})\text{Sc}(\text{gs})$. Se observa que para los valores grandes de Q , como ^{40}Ca y ^{42}Ca , esta corrección aleja los valores de la representación prior de los de la representación post sin corregir. Esto no es irrazonable, dado que en estos casos la componente transversal de retroceso debería te

ner una importancia notable.

b) Reacciones de transferencia ($^{13}\text{C}, ^{12}\text{C}$) en la capa $of7/2$

Las reacciones de transferencia de un neutrón del tipo ($^{13}\text{C}, ^{12}\text{C}$) sobre los blancos ^{40}Ca , $^{50,52}\text{Cr}$ y ^{54}Fe , fueron tomadas de referencia 22 para energías del proyectil entre 40 y 48 Mev.

Los datos experimentales para la reacción $^{40}\text{Ca}(^{13}\text{C}, ^{12}\text{C})$ se obtuvieron para las energías de 40 y 48 Mev mientras que para el núcleo ^{54}Fe el experimento fue hecho a una energía del proyectil de 45 Mev.

En tabla 4 se presenta un sumario de estos datos experimentales.

Como en el caso de transferencia de un protón, analizado previamente, se observa aquí la forma en campana de la sección eficaz.

Para este caso se realizó un análisis similar al presentado en el punto a) de esta sección, pero aquí sólo mostraremos los resultados para la reacción $^{54}\text{Fe}(^{13}\text{C}, ^{12}\text{C})^{55}\text{Fe}(0.51 \text{ Mev } \frac{1}{2}^-)$.

Los parámetros del pozo de potencial Woods-Saxon que describe al neutrón ligado tanto al proyectil como al blanco, fueron elegidos de la forma $r_0 = 1.20 \text{ fm}$ y $a = 0.60 \text{ fm}$, no se tuvo en cuenta el efecto de spin-órbita, mientras que V_0 se fijó ajustando la energía de unión del neutrón.

En tabla 5 se muestran los parámetros ópticos utilizados en esta reacción, los que ajustan los correspondientes datos de choque elástico. La diferencia con el punto anterior es que ahora se utilizaron los mismos parámetros para el canal

de entrada que para el de salida.

Para esta reacción, en particular, se realizó el promedio de las representaciones prior y post dado por la ecuación (III.23). Los resultados obtenidos se muestran en la figura 16. junto a los correspondientes datos experimentales. En la figura 17. se muestran los resultados obtenidos para las representaciones prior y post sin ninguna corrección, mientras que en la figura 18. se muestran las secciones eficaces corregidas por el efecto de retroceso longitudinal correspondiente al valor de β dado por las ecuaciones (III.20) y (III.21).

Se ha elegido este caso como demostrativo, debido a que es aquél en el que la diferencia entre las representaciones prior y post es un factor del orden de 10, el mayor entre todos los casos analizados, mientras que la tendencia general es similar en todos los casos.

Sin embargo, al incluir la corrección longitudinal de retroceso, la representación prior, que es la que da los resultados menores, se incrementa por un factor de 6, mientras que la representación post decae por un factor 2, llevando los dos resultados a coincidir razonablemente bien, como muestra la figura 18.

El hecho de que la sección eficaz corregida por el efecto de retroceso longitudinal haga coincidir las dos representaciones, hace suponer que en este caso el efecto transversal de retroceso no sería muy importante con los parámetros ópticos utilizados. Por esta razón, se intentó calcular los factores espectroscópicos dados por la ecuación (VI.9) suponiendo que la constante de normalización vale uno.

En la tabla 4 se usó para el neutrón ligado al núcleo ^{12}C un valor $S(^{13}\text{C}) = 0.77$, el que fue tomado de los experimentos (d,p) de referencia 23. Los valores del factor espectroscópico para el neutrón ligado al núcleo blanco fueron calculados de acuerdo a la expresión (que surge de (VI.9) con $N = 1$).

$$S = \frac{\exp}{0.77 \times \sigma_{\text{DWBA}}} \quad (\text{VI.10})$$

En la tabla 4 se muestran los diversos valores obtenidos junto a los correspondientes a la reacción (d,p) cuando tales valores existen. Como se puede observar, la tendencia general es que la representación post sin corrección de retroceso da resultados que concuerdan mejor con los datos de las reacciones (d,p) y son más insensibles a la corrección de retroceso que los correspondientes a la representación prior.

Es interesante observar que el momento angular transferido es diferente en las reacciones (d,p) y ($^{12}\text{C}, ^{13}\text{C}$). Sin embargo, se observa que hay un razonable acuerdo entre los dos procesos, lo que da cierta confianza en la descripción aquí utilizada para explicar los procesos de transferencia entre iones pesados.

c) La reacción $^{96}\text{Zr}(^{16}\text{O}, ^{17}\text{O})^{95}\text{Zr}$

En los dos ejemplos anteriores, el momento angular transferido tenía un único valor posible debido a que en ambos casos la partícula estaba ligada al proyectil en el estado $0p^{\frac{1}{2}}$.

En el caso que vamos a analizar ahora, en cambio, la partícula está ligada al núcleo ^{16}O en la capa $0d_{5/2}$, mientras que en el núcleo ^{96}Zr ocupa el orbital $1d_{5/2}$, y el momento an

gular transferido puede tener los valores 0, 2 y 4, de acuerdo con las reglas de selección que introduce la aproximación de no retroceso que realizamos en este trabajo.

En la figura 19. se presentan los datos experimentales tomados de referencia 24 para una energía del proyectil de 60 Mev.

Se realizó el cálculo para los tres momentos angulares transferidos utilizando los parámetros ópticos que figuran en la tabla 6. Para los estados ligados se usó el mismo potencial que en el caso a) de esta sección.

El cálculo correspondiente a $L = 4$ en representación post sin corrección de retroceso también se muestra en la figura 19. Se obtuvo para el cociente $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{DWBA}} = NS_1S_2$ el valor 2.5.

No se graficaron, en cambio, los valores para $L = 2$ debido a que su contribución a la sección eficaz es un orden de magnitud menor que el caso $L = 4$. El caso $L = 0$ da resultados dos órdenes de magnitud menores que el caso $L = 4$.

Este efecto puede entenderse clásicamente si se supone que la partícula transferida cambia de orbital, al pasar de un núcleo al otro, cambiando el sentido de rotación, como se muestra en la figura 20. Una vez transferida, la partícula tendrá un valor de \vec{l}_f de igual dirección y sentido opuesto a \vec{l}_i , y el momento angular transferido \vec{L} (que es perpendicular al plano de movimiento) tendrá el máximo valor posible⁽⁶⁾.

Esta imagen es aplicable al despreciar el efecto de retroceso transversal, es decir al no considerar los momentos angulares transferidos de paridad no permitida. Sin embargo, en

referencia 25 se realizó el cálculo exacto (es decir teniendo en cuenta exactamente el efecto de retroceso) para la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N}, ^{13}\text{C})^{13}\text{N}$. En este caso $L = 0,1$ y su dirección no es perpendicular al plano de movimiento, siendo las dos contribuciones del mismo orden de magnitud.

Por último, es conveniente mencionar que los cálculos aquí presentados fueron realizados con la ayuda del programa HEVION⁽⁹⁾. Este programa, que utiliza el programa DWUCK⁽²⁰⁾ para el cálculo de las ondas distorsionadas, consume un tiempo CPU de aproximadamente 40 segundos en la máquina UNIVAC 1108, para el cálculo de la sección eficaz diferencial en 37 ángulos diferentes y con 75 ondas parciales.

Referencias

- 1) N.Austern, "Direct Nuclear Reaction Theories", (Wiley, New York 1970)
- 2) R.A.Broglia y A.Winther, Phys.Reports 40(1972) 153
- 3) P.J.A.Buttler y L.J.B.Goldfarb, Nucl.Phys. 78(1966) 409
- 4) A.Roberts, Nucl.Phys. A196(1973) 23
- 5) R.A.Broglia, U.Goetz, M.Ichimura, T.Kammuri y A.Winther, Phys.Lett. 45B(1973) 23
- 6) P.J.A.Buttler y L.J.B.Goldfarb, Nucl.Phys. A176(1971) 299
- 7) R.A.Broglia y A.Winther, Nucl.Phys. A182(1972) 112
- 8) R.A.Broglia, R.J.Liotta, B.Nilsson y A.Winther, en preparacion.
- 9) R.J.Liotta, no publicado.
- 10) T.Sawaguri y W.Tobocman, J.Math.Phys. 8(1967) 2223
- 11) B.Nilsson, no publicado.
- 12) N.K.Glendenning, Phys.Rev. 137(1965) B102
- 13) R.A.Broglia, O.Hansen y C.Riedel, Advances in Nuclear Physics Vol. 6, p287, Plenum Press, New York, Editors M.Baranger y E.Vogt.
- 14) D.R.Bes y R.A.Broglia, Phys.Rev. C3(1971) 2349
- 15) G.Morrison, Journal de Physique, 33(1972) C5-111
- 16) B.Nilsson, R.A.Broglia, S.Landowne, R.J.Liotta y A.Winther, Phys.Lett. 47B(1973) 189
- 17) S.Landowne, R.A.Broglia y R.J.Liotta. Phys.Lett. 43B(1973) 160
- 18) P.R.Christensen, O.Hansen, J.Larsen, D.Sinclair y F.Videbaek, Phys.Lett. 45B(1973) 107
- 19) J.Ball, P.Christensen, O.Hansen, J.Larsen, D.Sinclair, F.Videbaek, R.A.Broglia, R.J.Liotta y B.Nilsson, Symposium on Heavy-Ion Transfer Reactions, Argonne National Laboratory, 1973. Vol. II -Contributed Papers (p.429)
- 20) P.D.Kunz, no publicado.
- 21) M.Bertin, S.Tabor, B.Watson, Y.Eisen y G.Goldring, Nucl.Phys. A167(1971) 216
- 22) O.Hansen, M.LeVine, A.Schwarzschild, A.Baltz, H.Fortune y R.J.Liotta, Symposium on Heavy-Ion Transfer Reactions, Argonne National Laboratory, 1973. Vol. II - Contributed Papers (p.533)

- 23) J.Schiffer, G.Morrison, R.Siemssen y B.Zeidman, Phys.Rev. 164(1967) 1274
- 24) V.I.Manko, datos tomados en 1972 en Riso, Dinamarca.
Comunicación Privada.
- 25) R.DeVries y K.Kubo, Phys.Rev.Lett. 30(1973) 325
- 26) K.Seth, J.Picard y G.R.Satchler, Nucl.Phys. A140(1970) 577
- 27) R.Auble y J.Rapaport, Nucl.Data B3-3.4(1970) 12

TABLAS

Tabla 1

J	a(b/Sr)	b(b/Sr)	Exp(b/Sr)
0 ⁺	1.65 (1.00)	1.05 (1.00)	200 (1.00)
2 ⁺	3.18 (1.92)	2.72 (2.60)	290 (1.45)
4 ⁺	1.15 (0.70)	1.01 (0.96)	190 (0.95)
6 ⁺	0.36 (0.22)	0.20 (0.19)	85 (0.43)

Sección eficaz pico para la reacción $^{48}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{14}\text{C})^{50}\text{Ti}$ a 48 Mev de energía de bombardeo.

Las secciones eficaces de la columna a fueron calculadas con el factor de forma (V.8), mientras que las de la columna b con el factor de forma (V.17). En la columna exp figuran las secciones eficaces experimentales ⁽¹⁵⁾. Los números entre paréntesis son las secciones eficaces relativas al estado fundamental.

Tabla 2

	V ₀ (Mev)	W ₀ (Mev)	r _{ov} =r _{ow} (fm)	a _v =a _w (fm)
¹⁶ O	100	40	1.22	0.49
¹⁵ N	100	10	1.11	0.52

Parámetros ópticos usados para las reacciones Ca(¹⁶O, ¹⁵N)Sc.

Tabla 3

	^{40}Ca	^{42}Ca	^{44}Ca	^{46}Ca	^{48}Ca	^{15}N
E(Mev)	1.087	4.924	6.890	8.478	9.623	12.126

Energías de unión de un protón a los "carozos" de los núcleos $^{40,42,44,46,48}\text{Ca}$ y al núcleo ^{15}N .

Tabla 4

Estado Final (Mev, J)	E_{in} (MeV)	Q (Mev)	l	L	Factores Espectroscópicos				Ref.
					No Retroceso a	Retroceso b	No Retroceso a	Retroceso b	
$^{41}\text{Ca}(0, 7/2^-)$	40	3.40	3	4	0.7	0.9	0.9	0.4	
	48	3.40	3	4	0.7	0.9	1.0	0.4	0.76 26
$^{41}\text{Ca}(1.94, 3/2^-)$	40	1.46	1	2	0.6	1.0	0.65	0.5	
	48	1.46	1	2	0.65	0.9	0.7	0.4	0.67 26
$^{55}\text{Fe}(0, 3/2^-)$	45	4.35	1	2	0.65	1.8	0.9	0.35	0.65 27
$^{55}\text{Fe}(0.41, 1/2^-)$	45	3.94	1	0	0.4	4.4	0.65	0.6	0.50 27

Factores espectroscópicos para las reacciones ($^{13}\text{C}, ^{12}\text{C}$).

Tabla 5

V_o (Mev)	W_o (Mev)	$r_{ov}=r_{ow}$ (fm)	$a_v=a_w$ (fm)
23	11	1.285	0.55

Parámetros ópticos usados en las reacciones ($^{13}\text{C}, ^{12}\text{C}$).

Tabla 6

V_0 (Mev)	W_0 (Mev)	$r_{ov}=r_{ow}$ (fm)	$a_v=a_w$ (fm)
50	20	1.25	0.65

Parámetros ópticos usados para la reacción $^{96}\text{Zr}(^{16}\text{O}, ^{17}\text{O})^{95}\text{Zr}$.

FIGURAS

Figura 1.

Sistema de coordenadas utilizado en el presente trabajo para transferencia de una partícula.

Figura 2a.

Factor de forma no local (ecuación III.5a) para la reacción $^{40}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})^{41}\text{Sc}$ en representación prior. Entre paréntesis se ha indicado el signo de la función $f(r, r_{bA})$. Los números en las curvas son los diversos valores de r_{bA} mientras que la coordenada r es el módulo del vector que une al protón transferido con el núcleo ^{40}Ca en la dirección de r_{bA} .

Figura 2b.

Id. en representación post (ecuación III.5b). La coordenada r es aquí el módulo del vector que une al protón transferido con el núcleo ^{15}N en la dirección de r_{bA} .

Figura 3.

Sección eficaz para la reacción $^{208}\text{Pb}(^{16}\text{O}, ^{17}\text{O})^{207}\text{Pb}$. Se ha graficado la representación post, la representación prior y la corrección de retroceso longitudinal. La energía del proyectil es de 69.1 Mev (sub-coulombiana).

Figura 4.

Sección eficaz pico (que se produce a 90 grados) en la reacción $^{40}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})^{41}\text{Sc}$ para $E_L = 22$ Mev, como función de Q . Los diferentes valores de Q se produjeron variando la energía de unión del protón al núcleo ^{40}Ca . Las líneas llenas no incluyen corrección alguna, mientras que las punteadas incluyen la corrección debido al efecto longitudinal de retroceso.

Figura 5.

Comparación de la energía coulombiana $Z_b e^2/r$ (línea llena) con el valor medio de la interacción entre el protón transferido y el núcleo b ($\langle V_{1b} \rangle$, línea punteada) para la reacción $^{40}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})^{41}\text{Sc}$.

Figura 6.

Factor de forma calculado con el método de la transformada de Fourier-Bessel (ecuación IV.21) (línea llena) para la reacción $^{208}\text{Pb}(^{16}\text{O}, ^{17}\text{O})^{207}\text{Pb}$, y el correspondiente cálculo en la aproximación de Buttle y Goldfarb (línea punteada). Entre paréntesis, los signos de la función (IV.21).

Figura 7a.

Función de onda radial $R_{nl}(r)$ para un agujero de neutrones $B = 7.375$ Mev, $n = 2$, $l = 1$ en ^{208}Pb (línea llena) y la correspondiente transformada de Fourier-Bessel $R_{nl}(k)$ (línea punteada). Entre paréntesis, los signos de las funciones.

Figura 7b.

Id. para una partícula de neutrones en ^{16}O en la capa $B = 4.143$ Mev, $n = 0$, $l = 2$.

Figura 8.

Sistema de coordenadas utilizado en el presente trabajo para transferencia de dos partículas.

Figura 9a.

Factores de forma para la reacción $^{48}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{14}\text{C})^{50}\text{Ti}$ para el estado fundamental del ^{50}Ti (línea llena) y para el primer estado 2^+ (línea punteada), calculados a través de la ecuación (V.8).

Figura 9b.

Id. utilizando la ecuación (V.17).

Figura 10.

Espectros de energías para las reacciones $\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})\text{Sc}$ a una energía del proyectil de 48 Mev.

Figura 11a.

Distribución angular experimental (círculos) y el correspondiente cálculo en representación post (línea llena), para las reacciones $\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})\text{Sc}$, $E(^{16}\text{O}) = 48$ Mev.

Figura 11b.

Id. para las reacciones $\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})\text{Sc}^*(1p3/2)$.

Figura 12.

Factores de forma en representación post y en representación prior para la reacción $^{40}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})^{41}\text{Sc}$.

Figura 13.

Parte radial de las ondas distorsionadas y el correspondiente integrando (excepto $f(r_{db}, r_{bA})$) de la ecuación (III.4). Las dos curvas superiores son para $Q \approx 0$, y por tanto la distancia de máximo acercamiento en el canal de entrada, b_i , es similar a la del canal de salida b_f . Las dos curvas inferiores son para un valor de Q grande, y por tanto b_i es muy diferente a b_f .

Figura 14.

Efecto de los "cortes" (cut-off) en el radio mínimo de integración (coordenada r_{bA}) en la reacción $^{48}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})^{49}\text{Sc}$. La línea llena es la distribución angular para $r_{bA} \geq 0$ fm, 3 fm y 6 fm. La línea punteada para $r_{bA} \geq 9$ fm. Se observa que para los tres primeros casos no hay diferencia apreciable.

Figura 15a.

Distribuciones angulares en representación post, prior y las corregidas por el efecto de retroceso longitudinal, para las reacciones $^{40}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})^{41,43,45}\text{Sc}$. Las líneas llenas corresponden a las curvas con corrección de retroceso, tanto en representación post (indicadas en la figura como PoC) como en representación prior (PrC).

Figura 15b.

Id. para $^{40}\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})^{47,49}\text{Sc}$.

Figura 16.

Distribución angular experimental y la calculada de acuerdo a la fórmula (III.23) que no incluye corrección de retroceso para la reacción $^{54}\text{Fe}(^{13}\text{C}, ^{12}\text{C})^{55}\text{Fe}^*$ (0.411 Mev, $\frac{1}{2}$).

Figura 17.

Id. sin corrección de retroceso en representación prior (línea punteada) y en representación post (línea llena).

Figura 18.

Id. con corrección de retroceso longitudinal.

Figura 19.

Distribución angular experimental y la calculada en representación post sin corrección de retroceso, para la reacción $^{96}\text{Zr}(^{16}\text{O}, ^{17}\text{O})^{96}\text{Zr}$.

Figura 20.

Trayectoria clásica de la partícula transferida, mostrando como el momento angular transferido es el máximo posible ($L = l_i + l_f$).

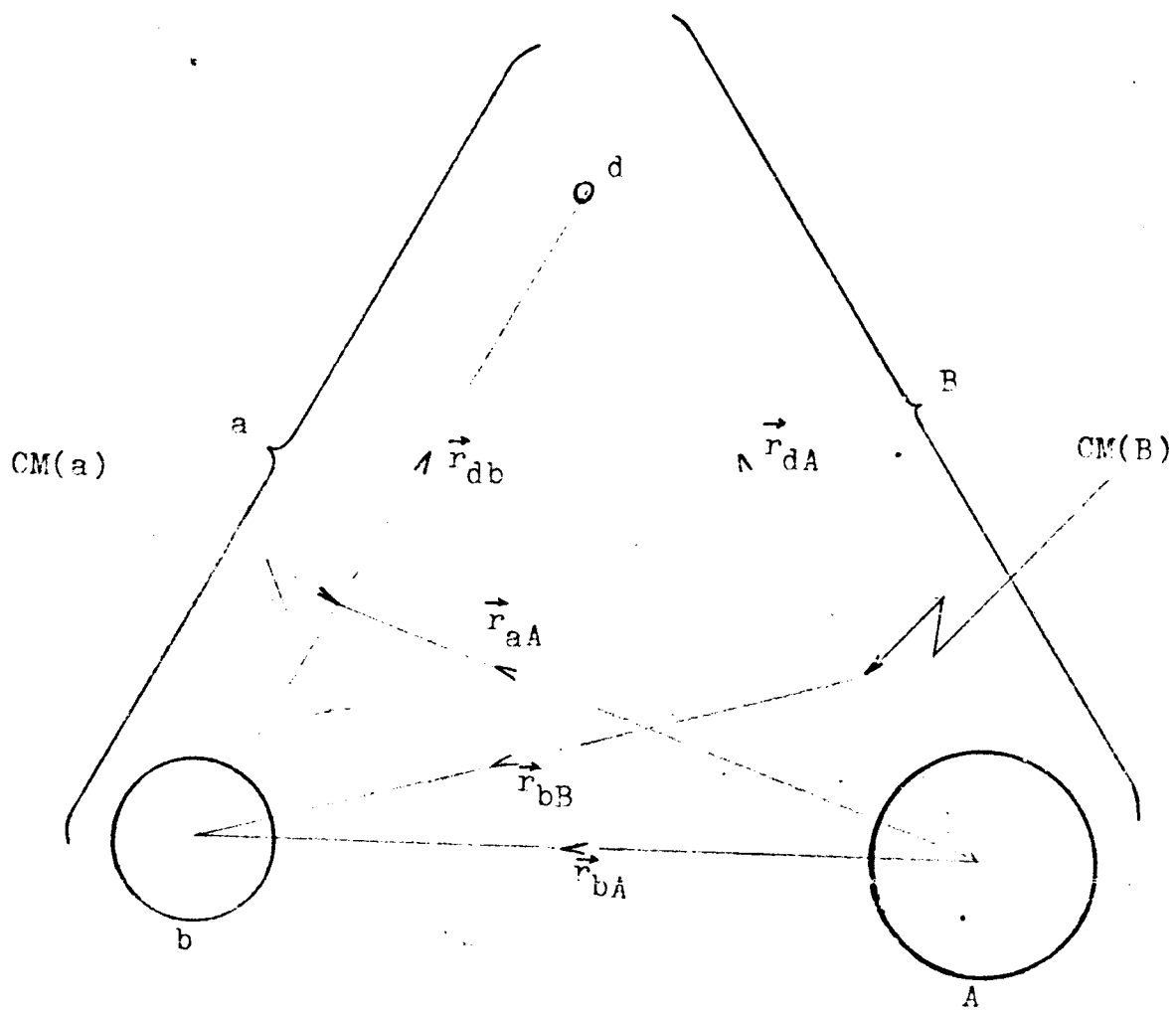


Figura 1

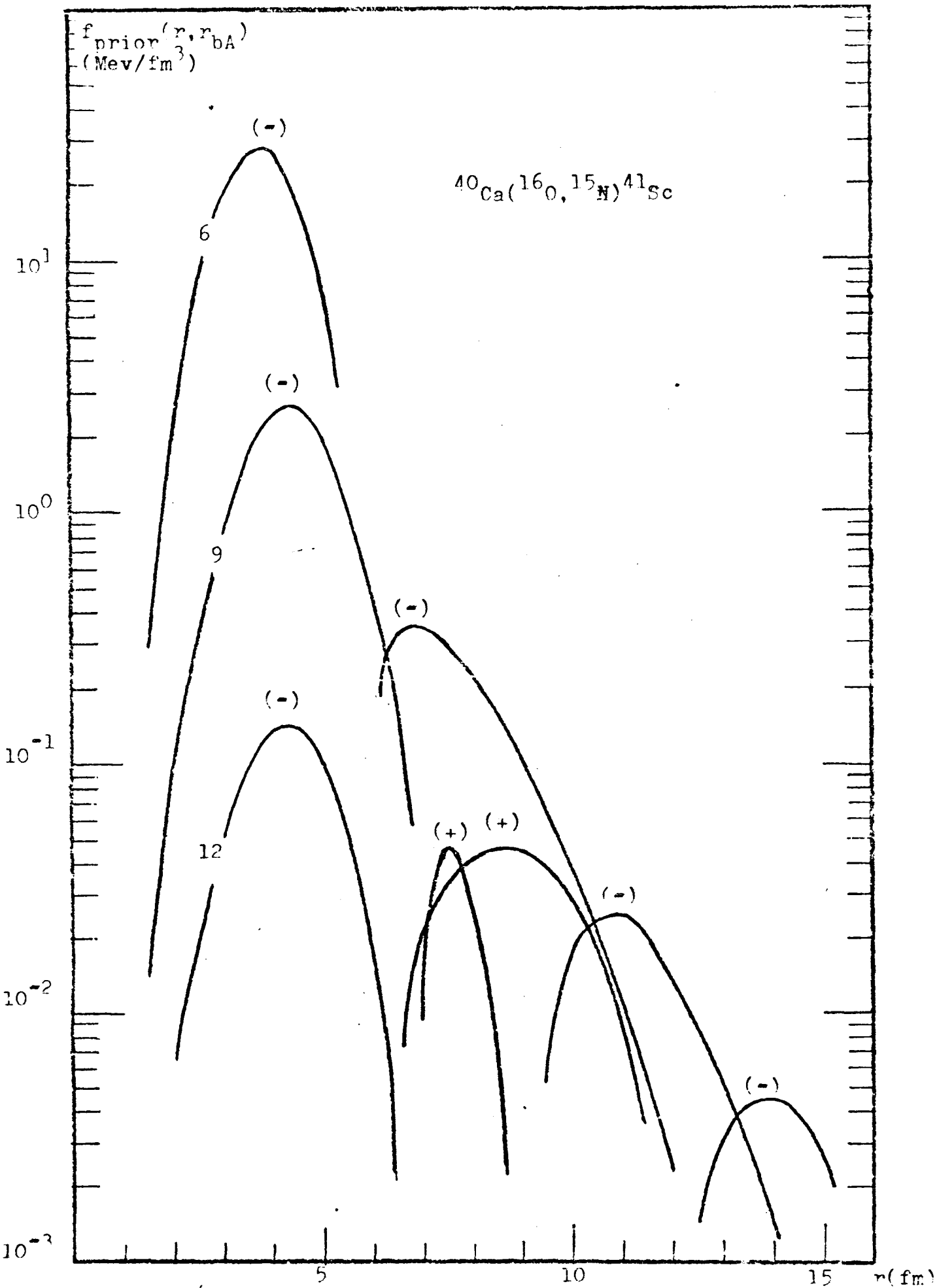


Figura 2a

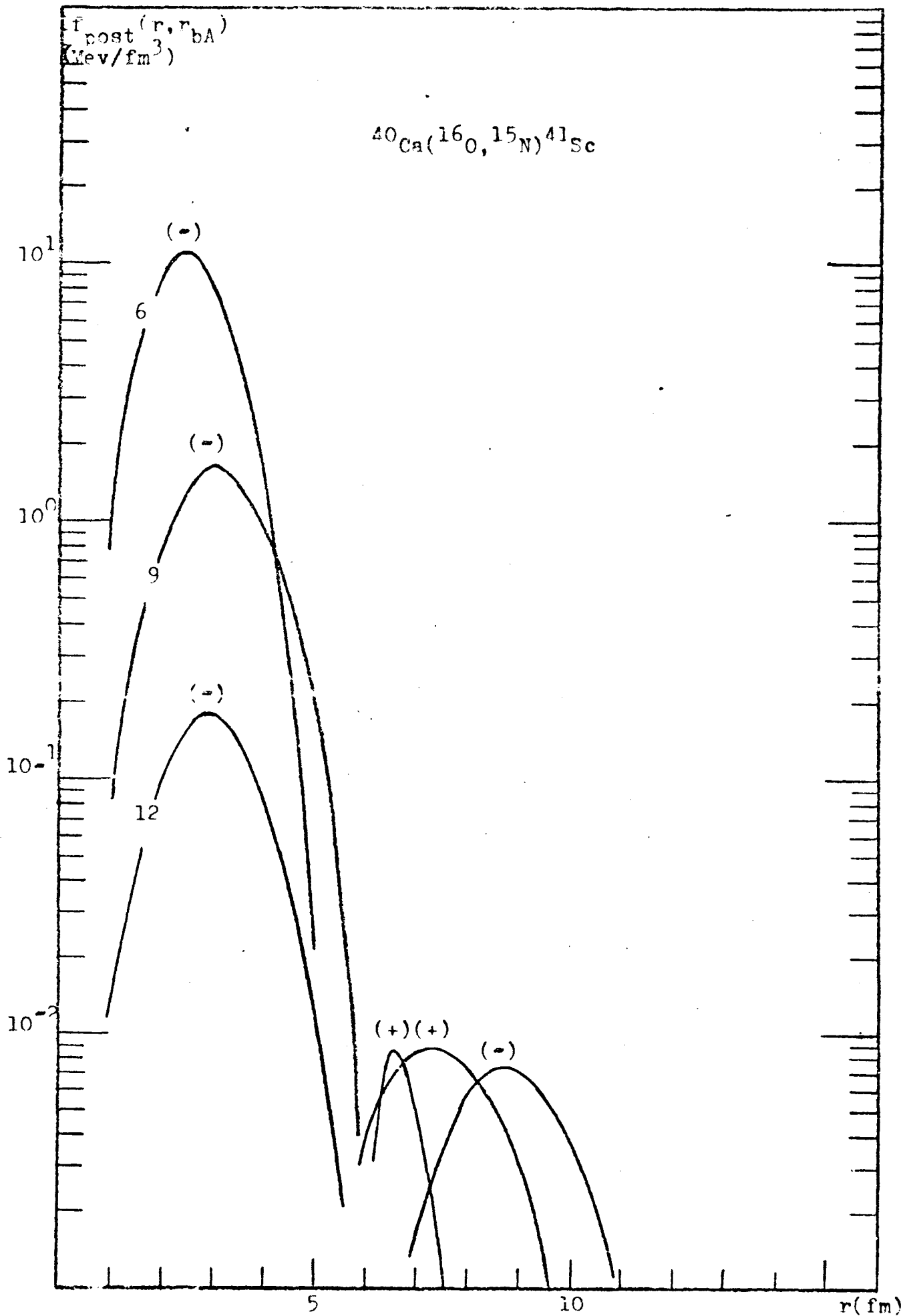


Figura 2b

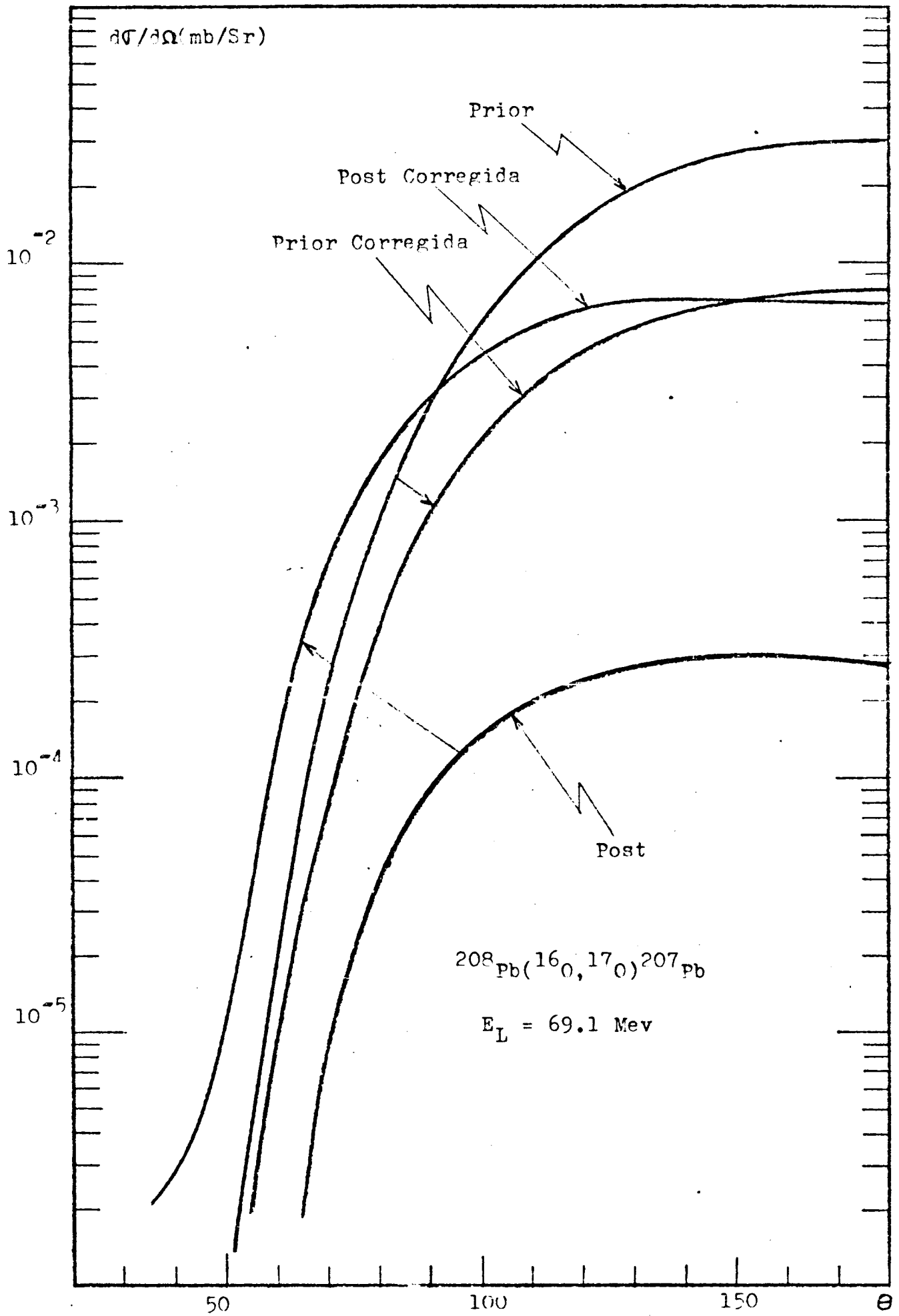


Figura 3

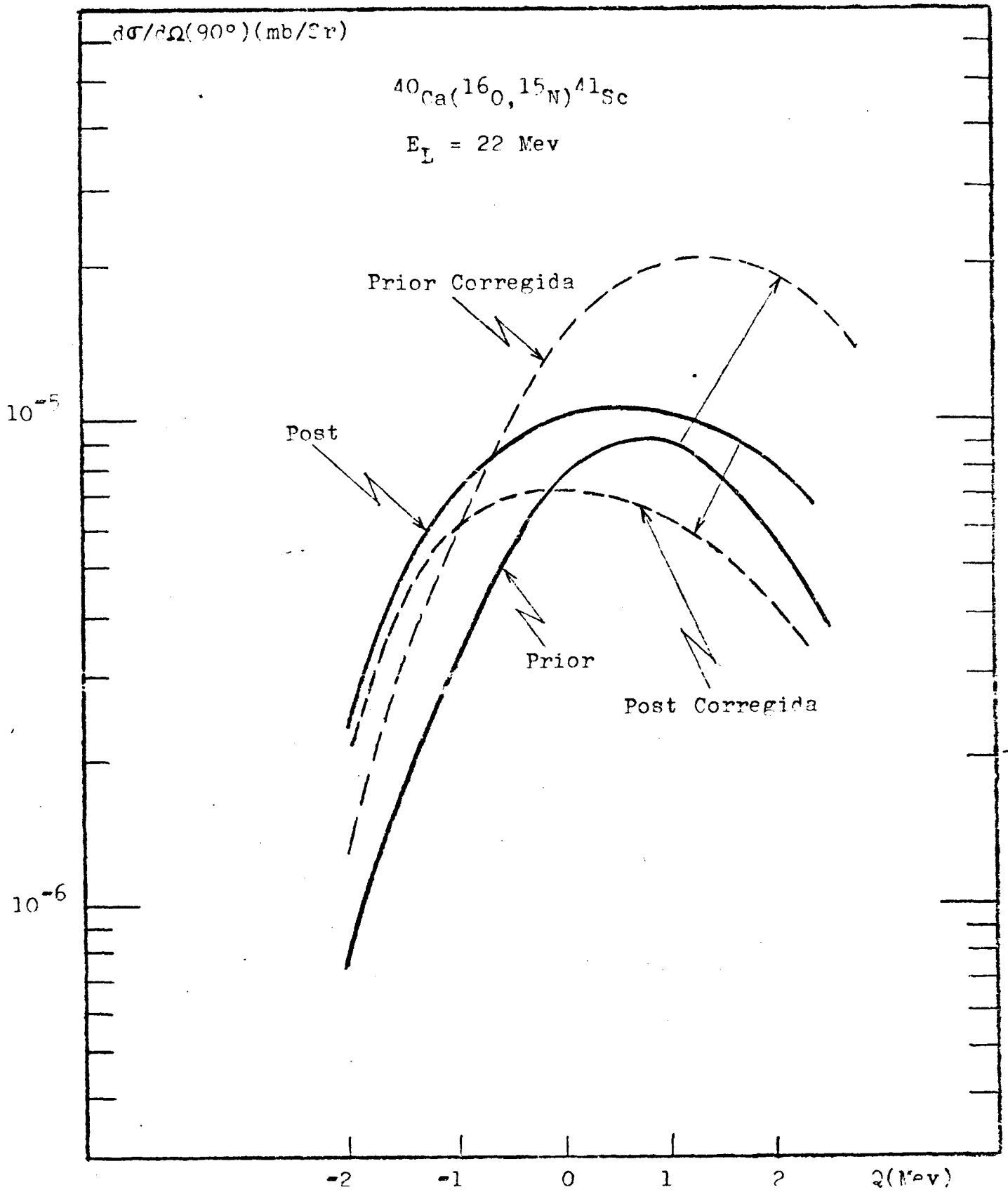


Figura 4

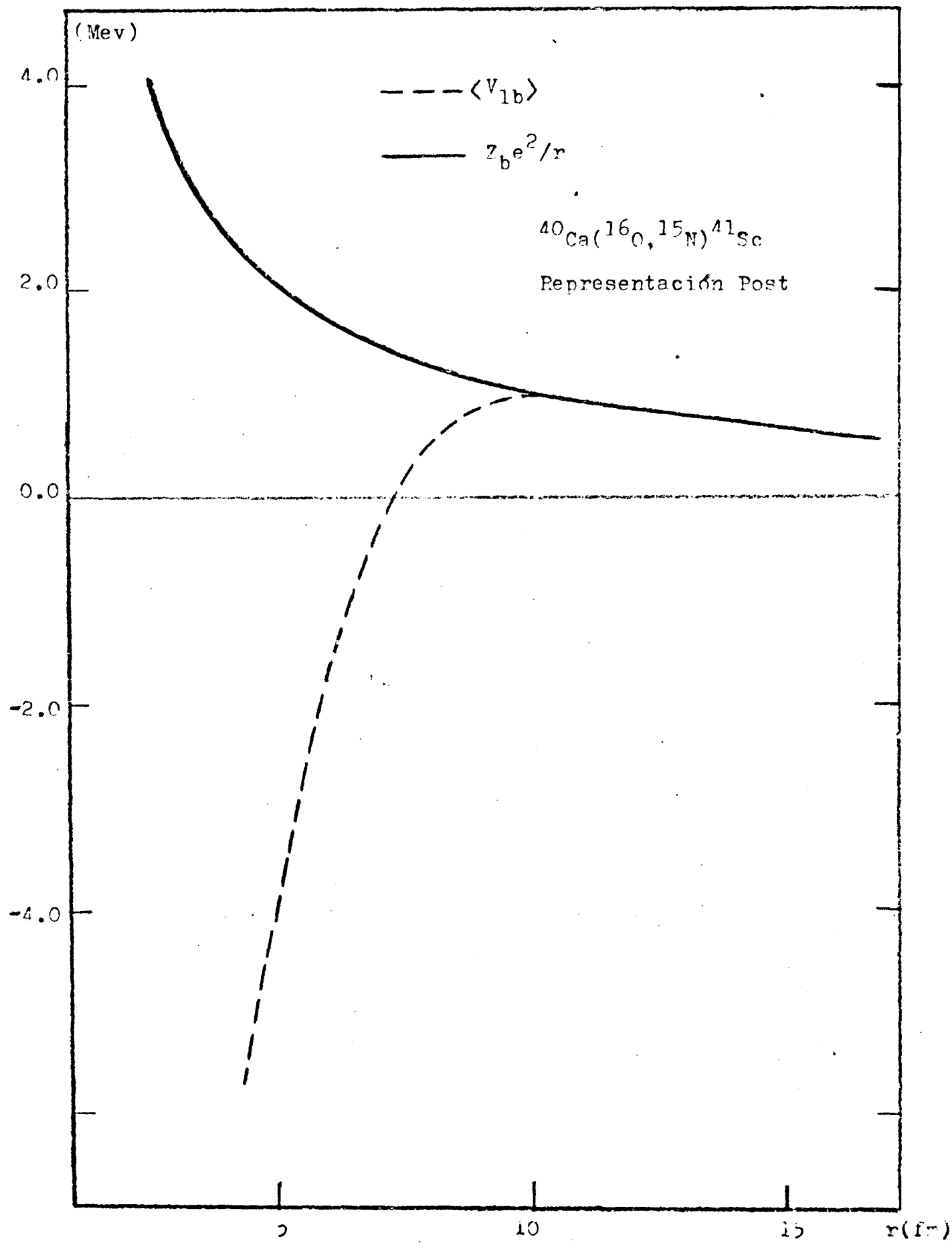


Figura 5

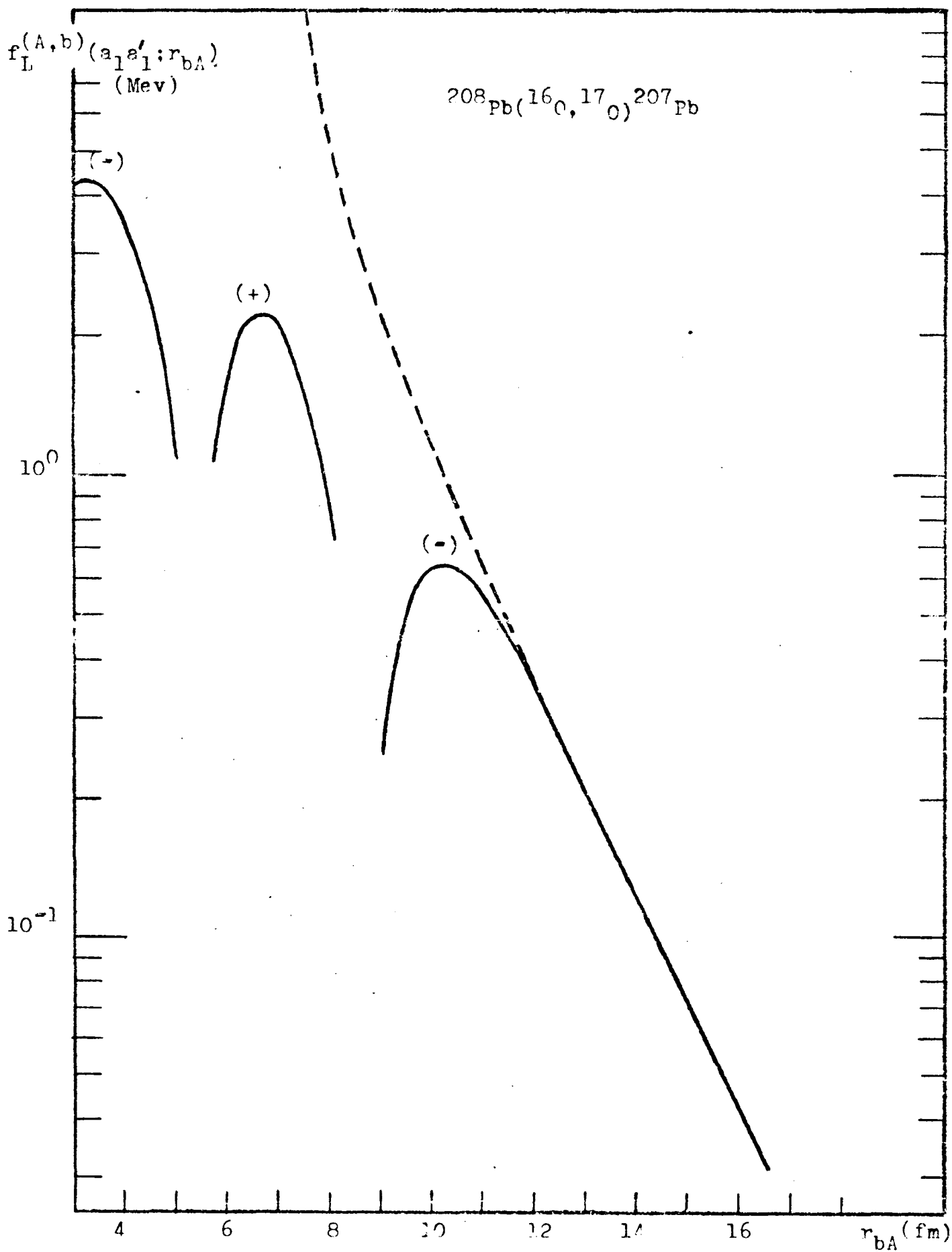


Figura 6

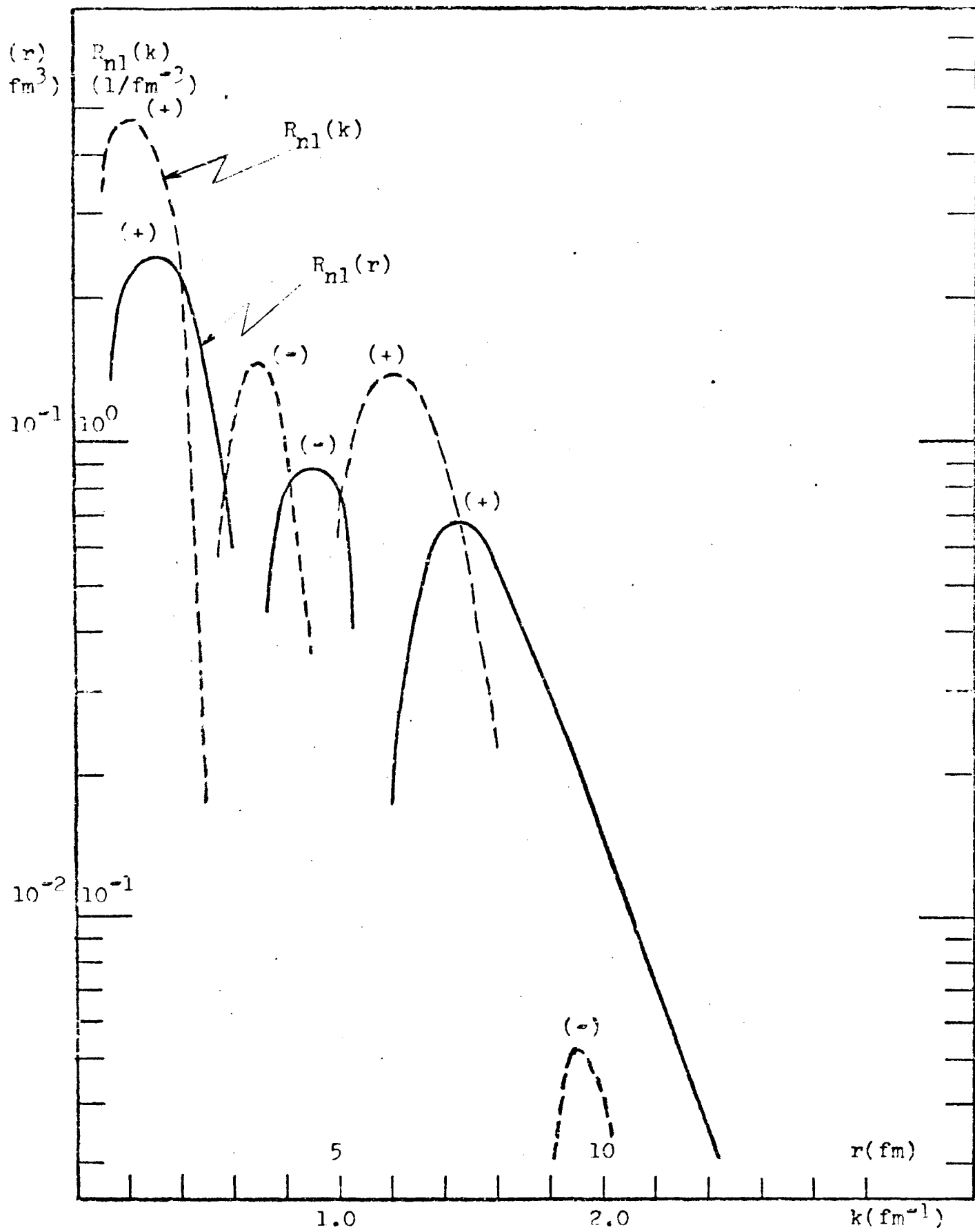


Figura 7a

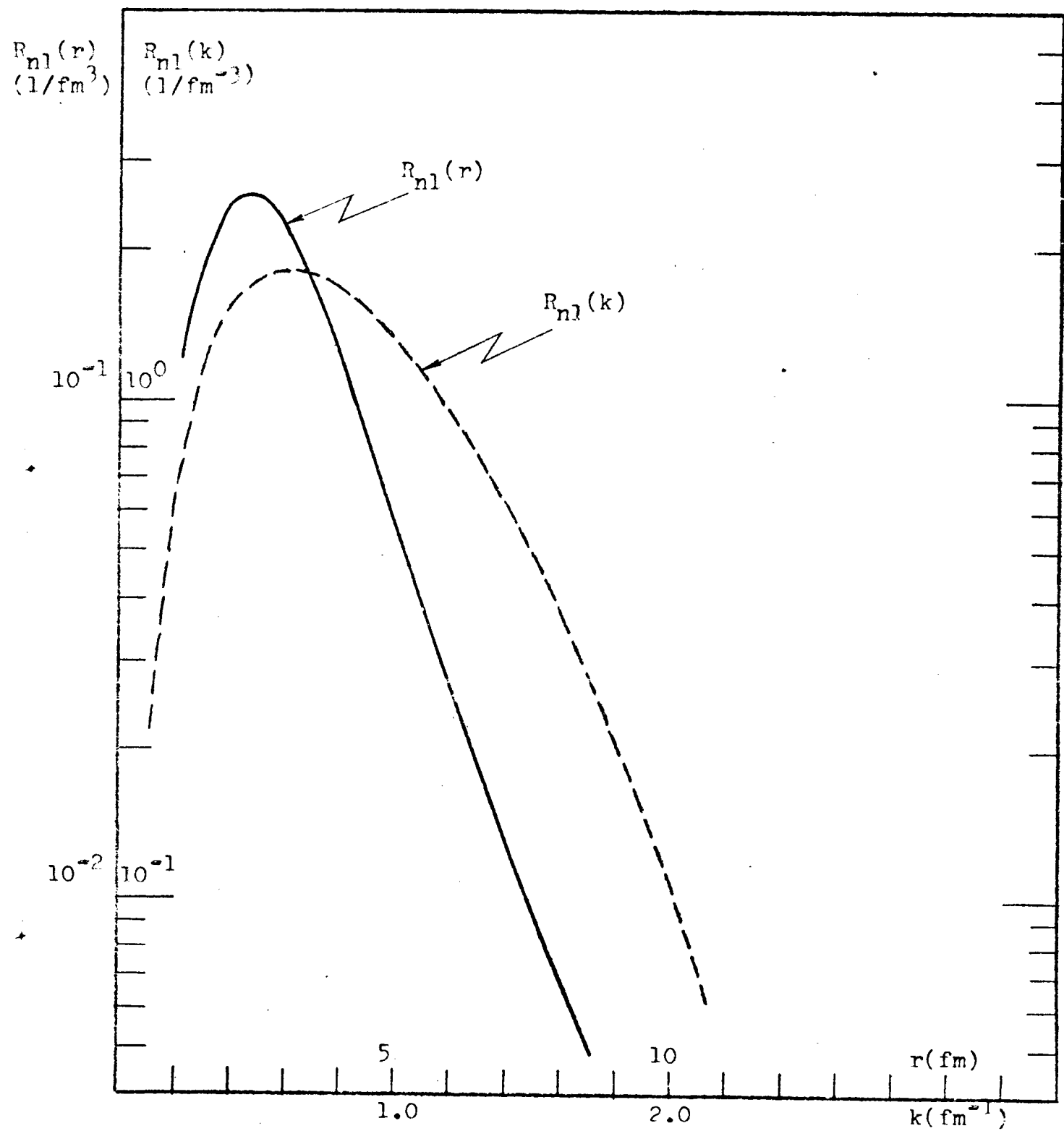


Figura 7b

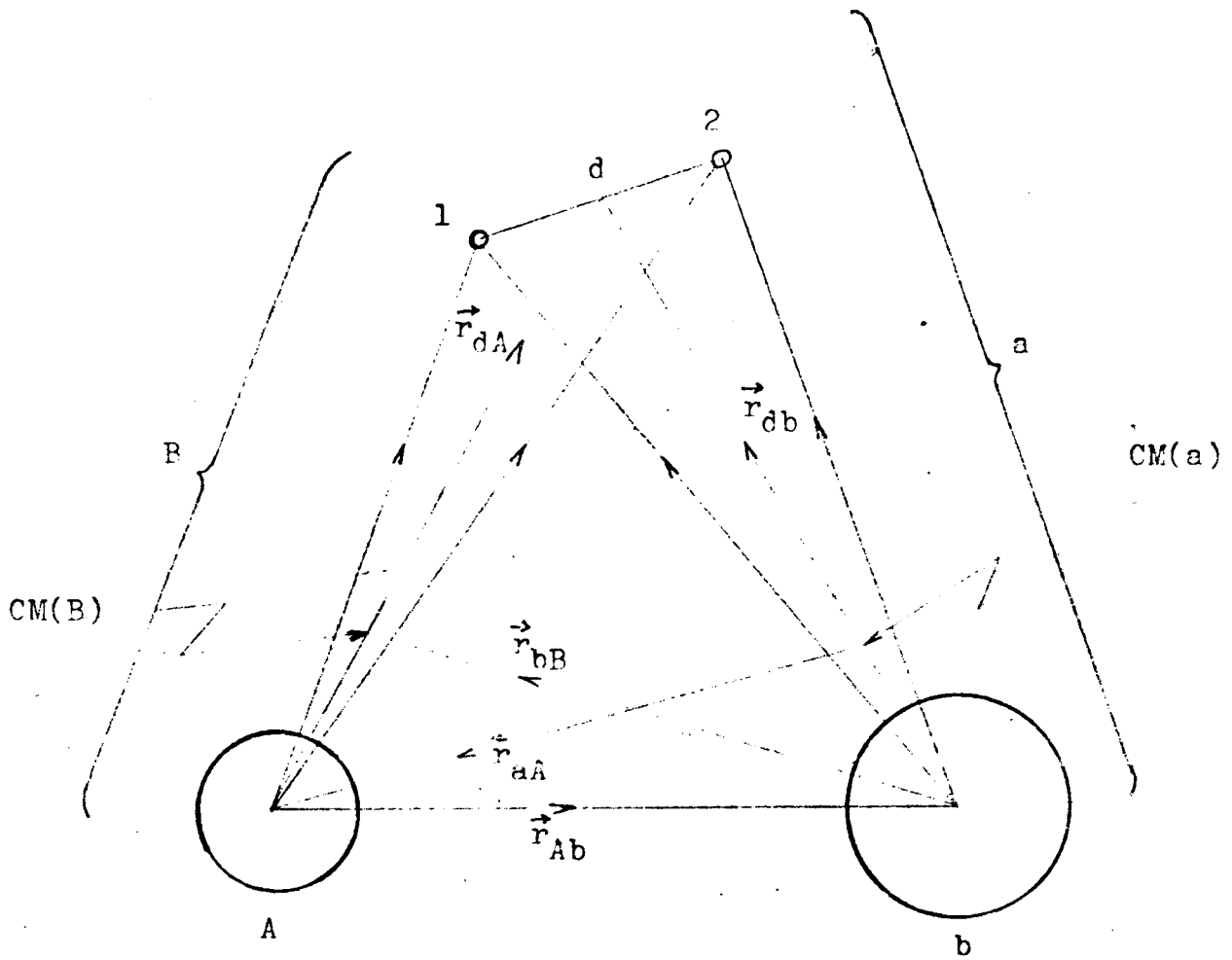


Figura 8

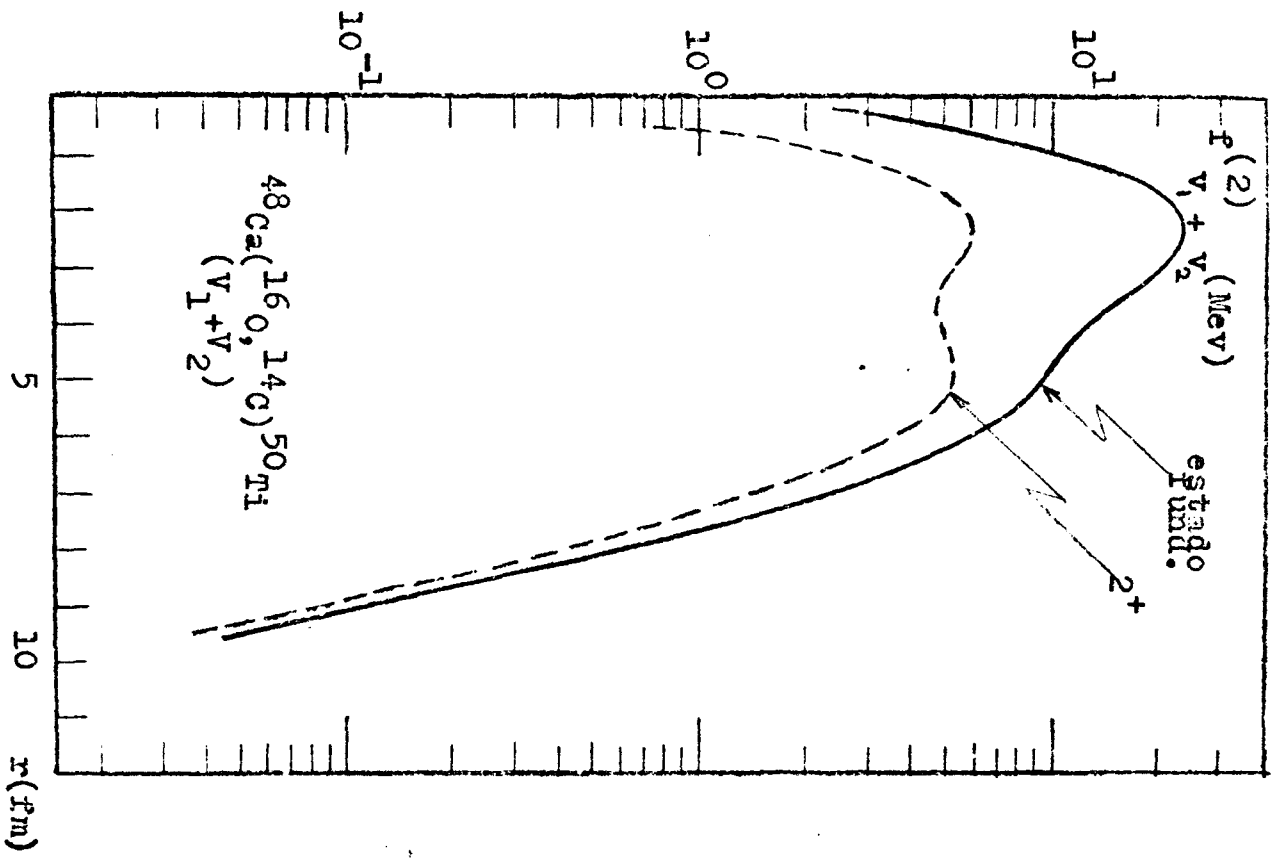


Figura 9a

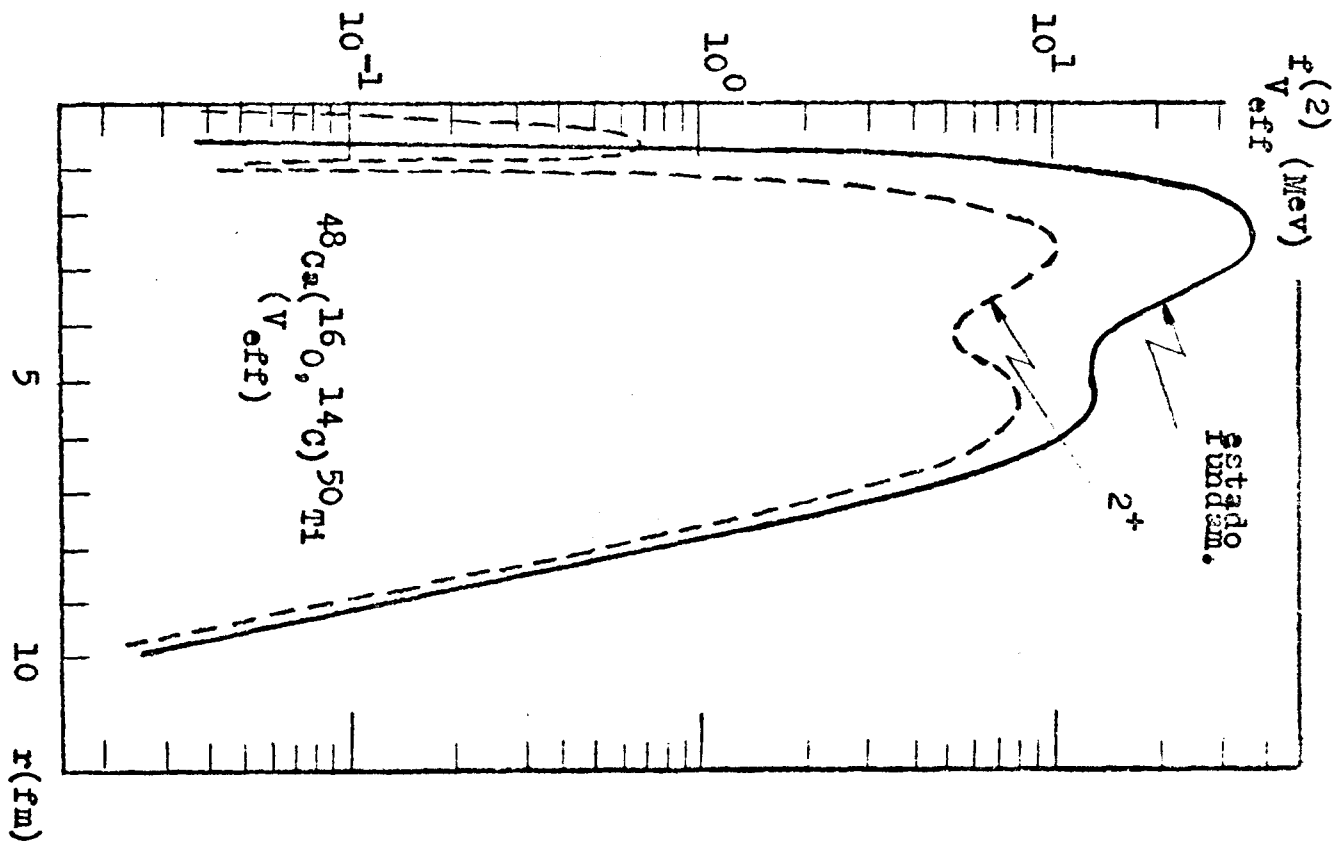


Figura 9b

Sección eficaz
por canal ($\mu\text{b}/\text{Sr}$)

$\text{Ca}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{N})\text{Sc}$
 $E(^{16}\text{O}) = 48 \text{ Mev}$
 $\theta_L = 33^\circ$

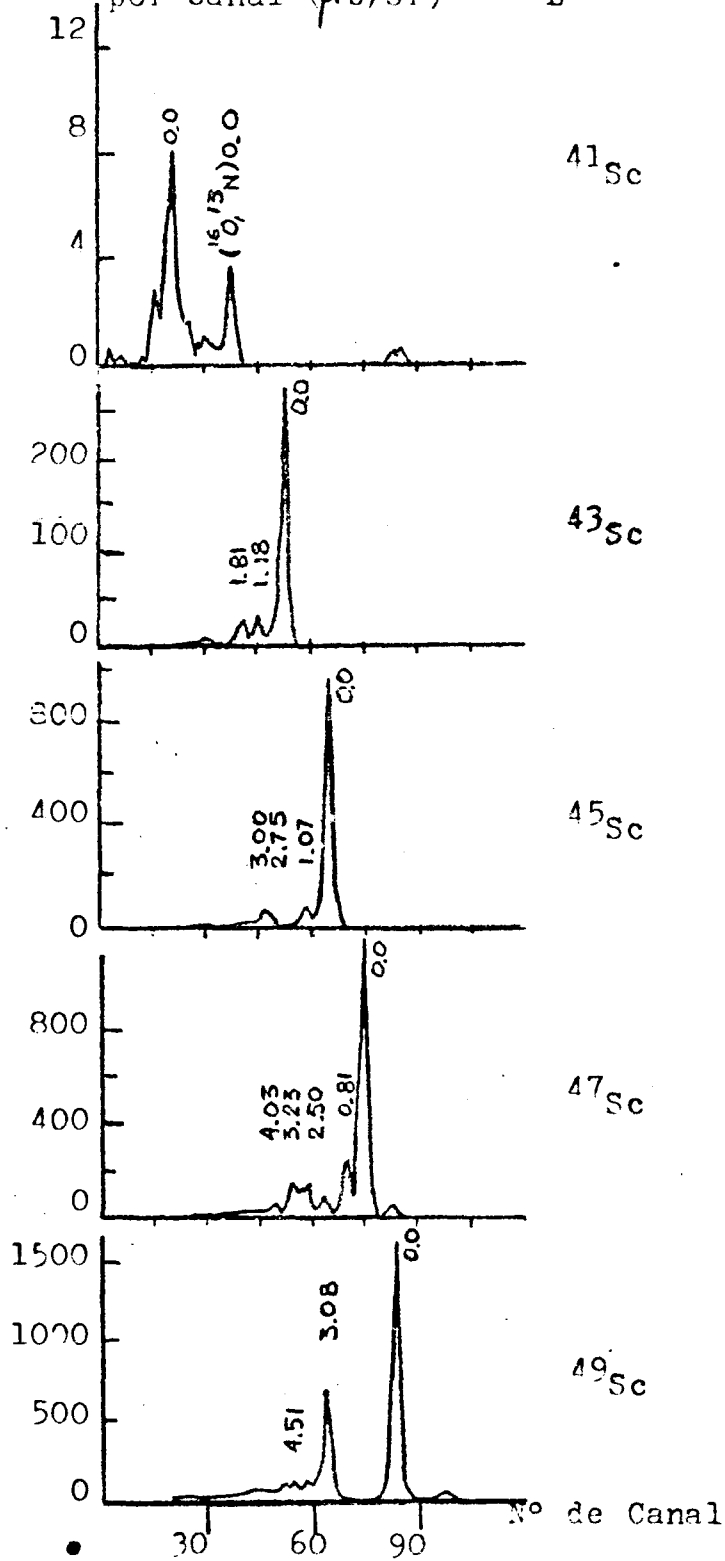


Figura 10

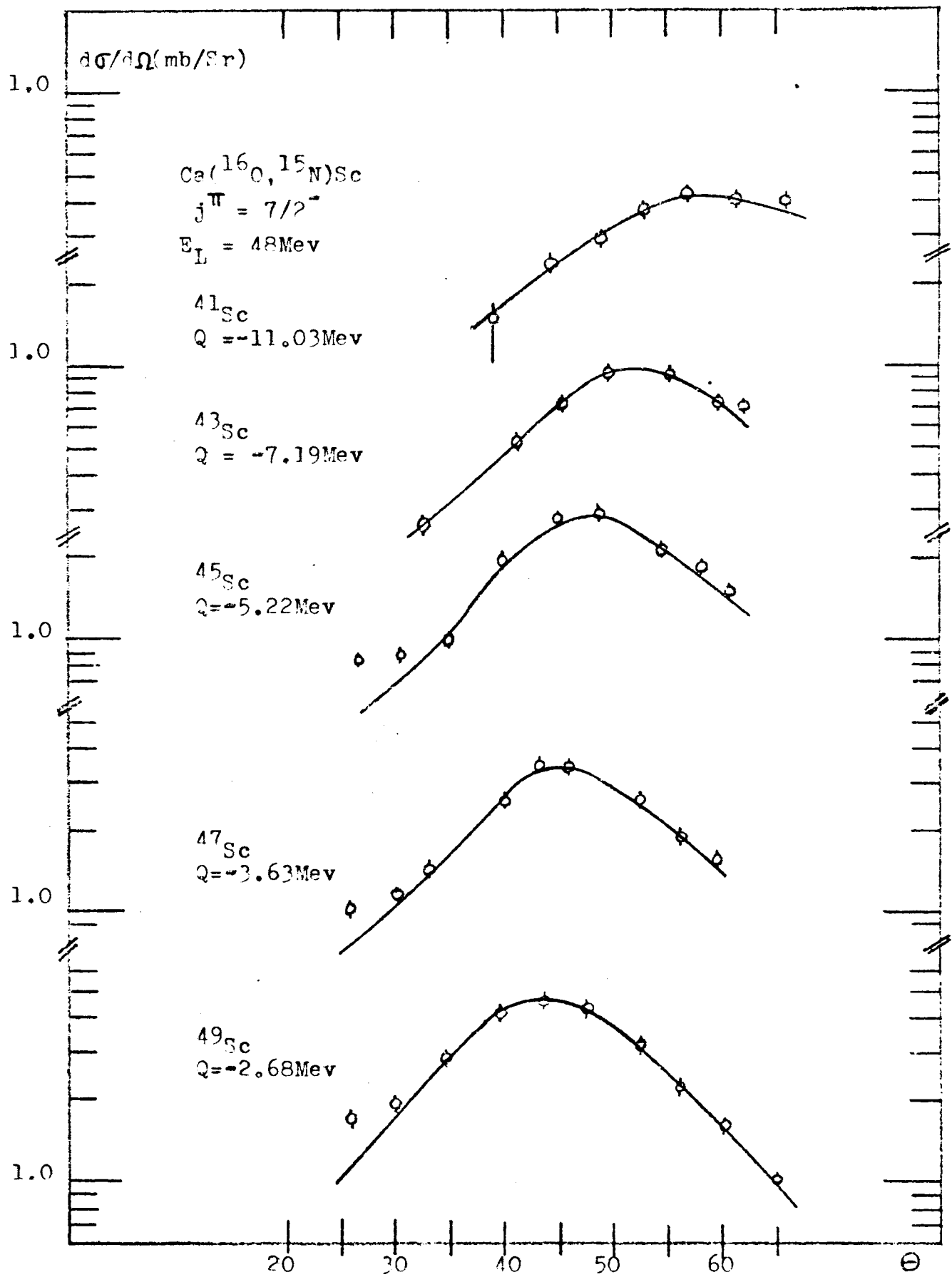


Figura 11a

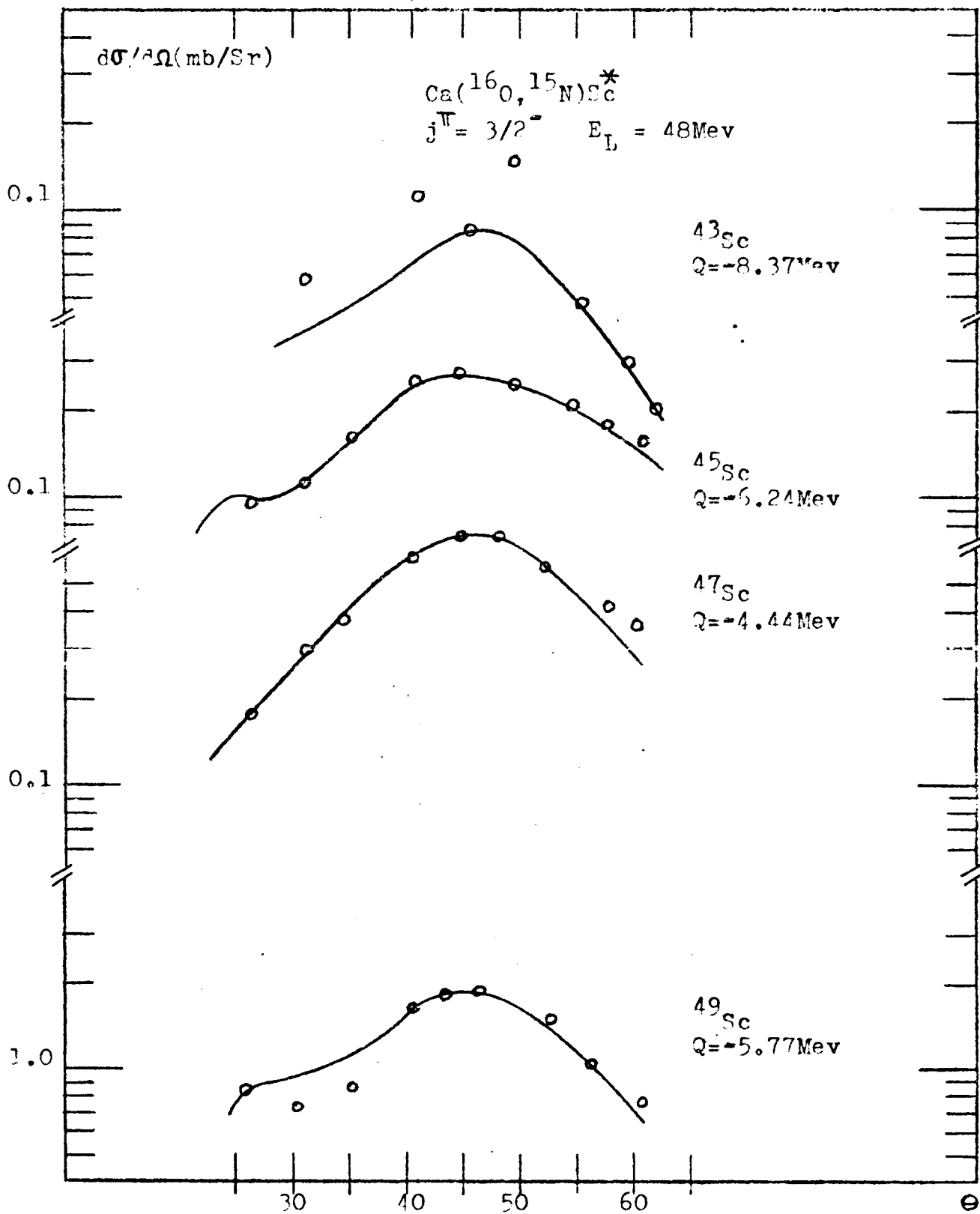


Figura 11b

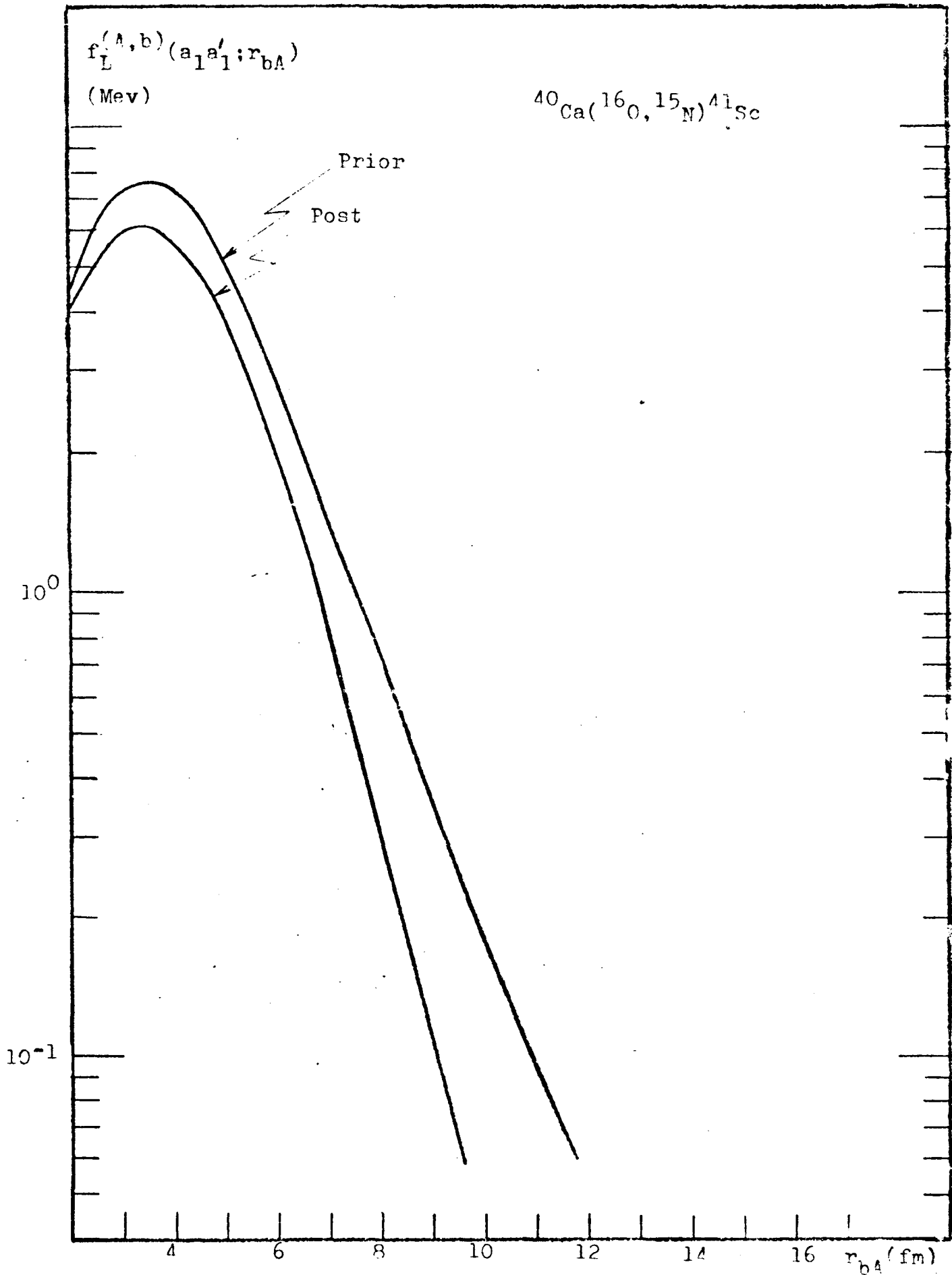


Figura 12

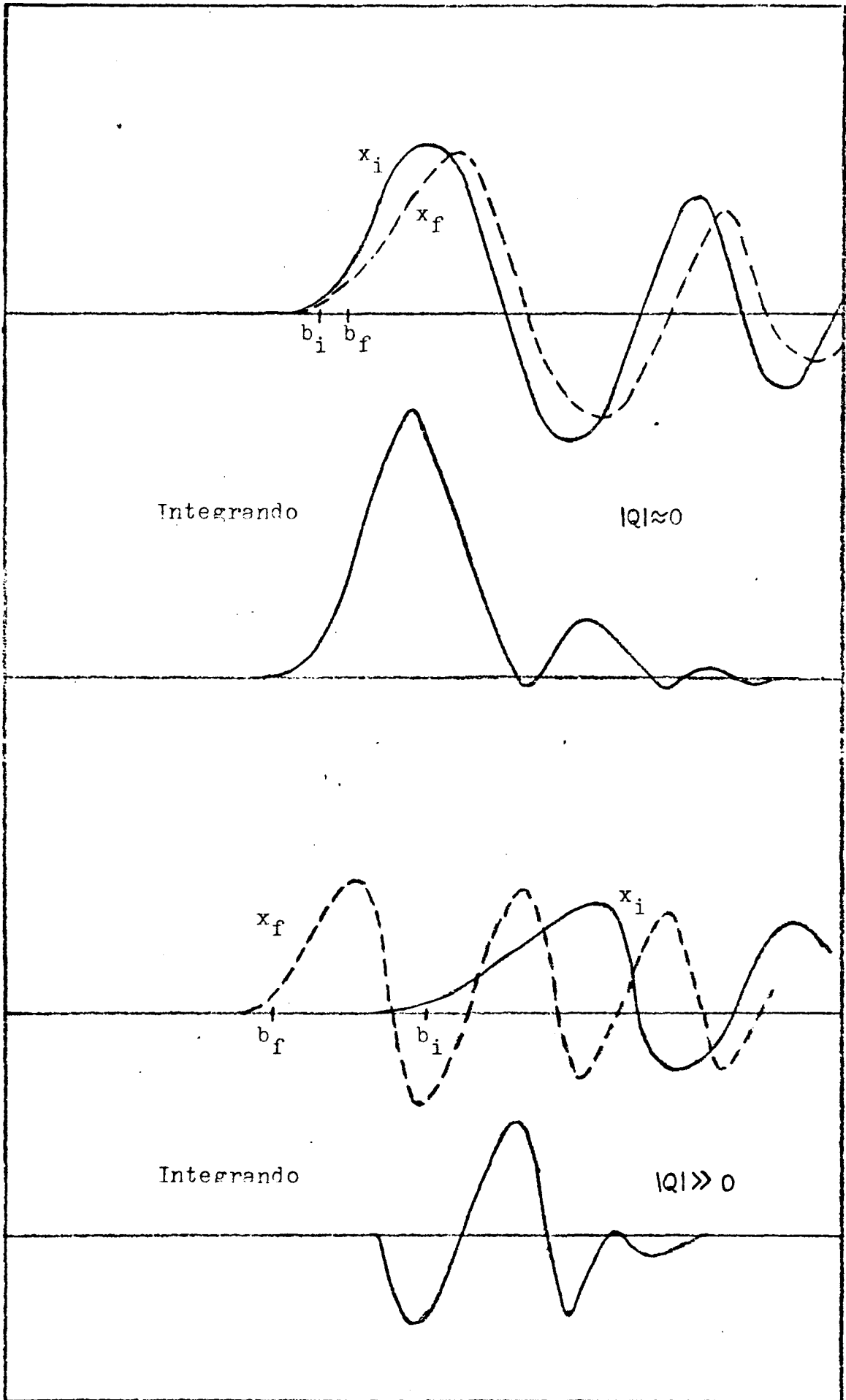


Figura 13

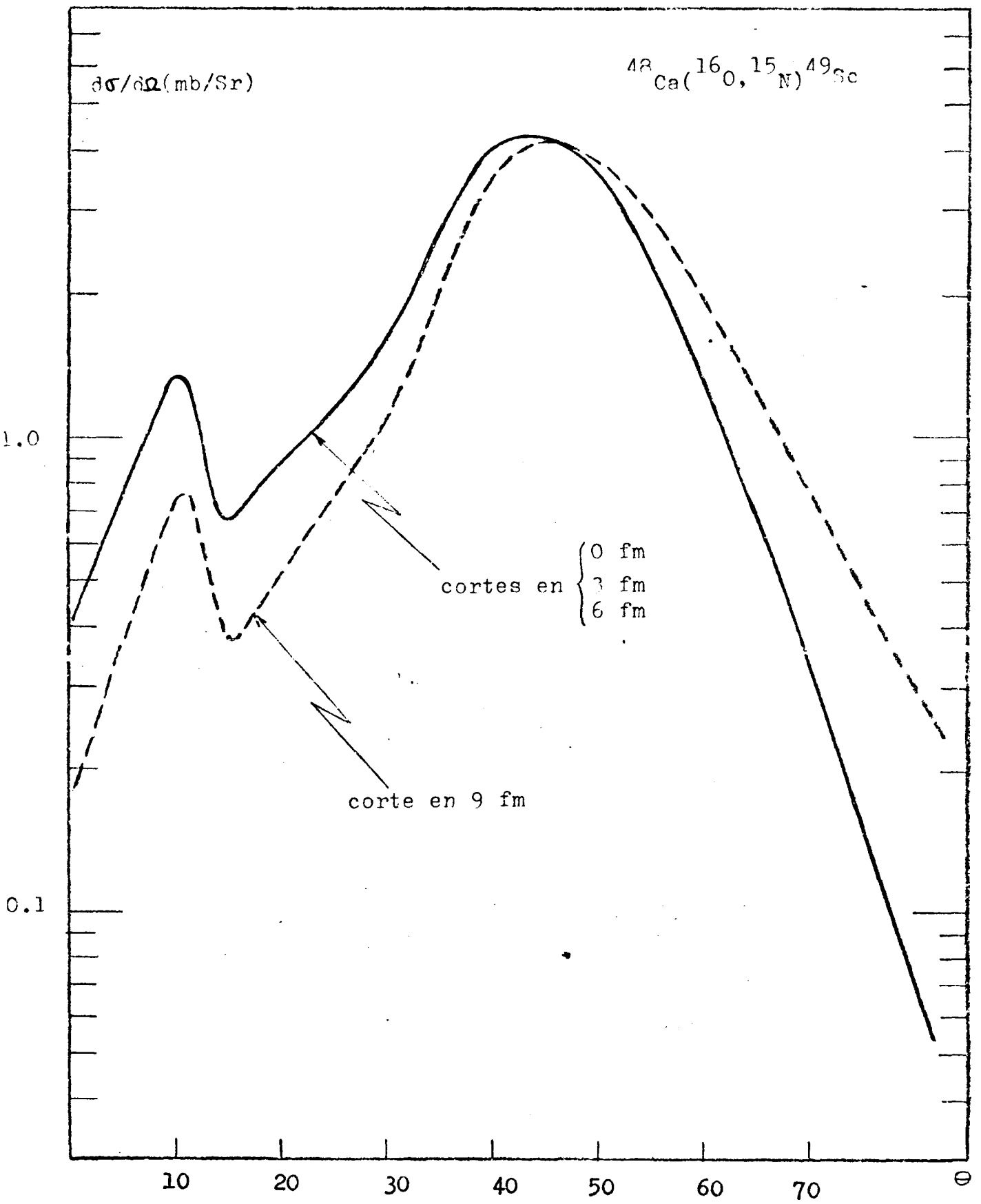


Figura 14

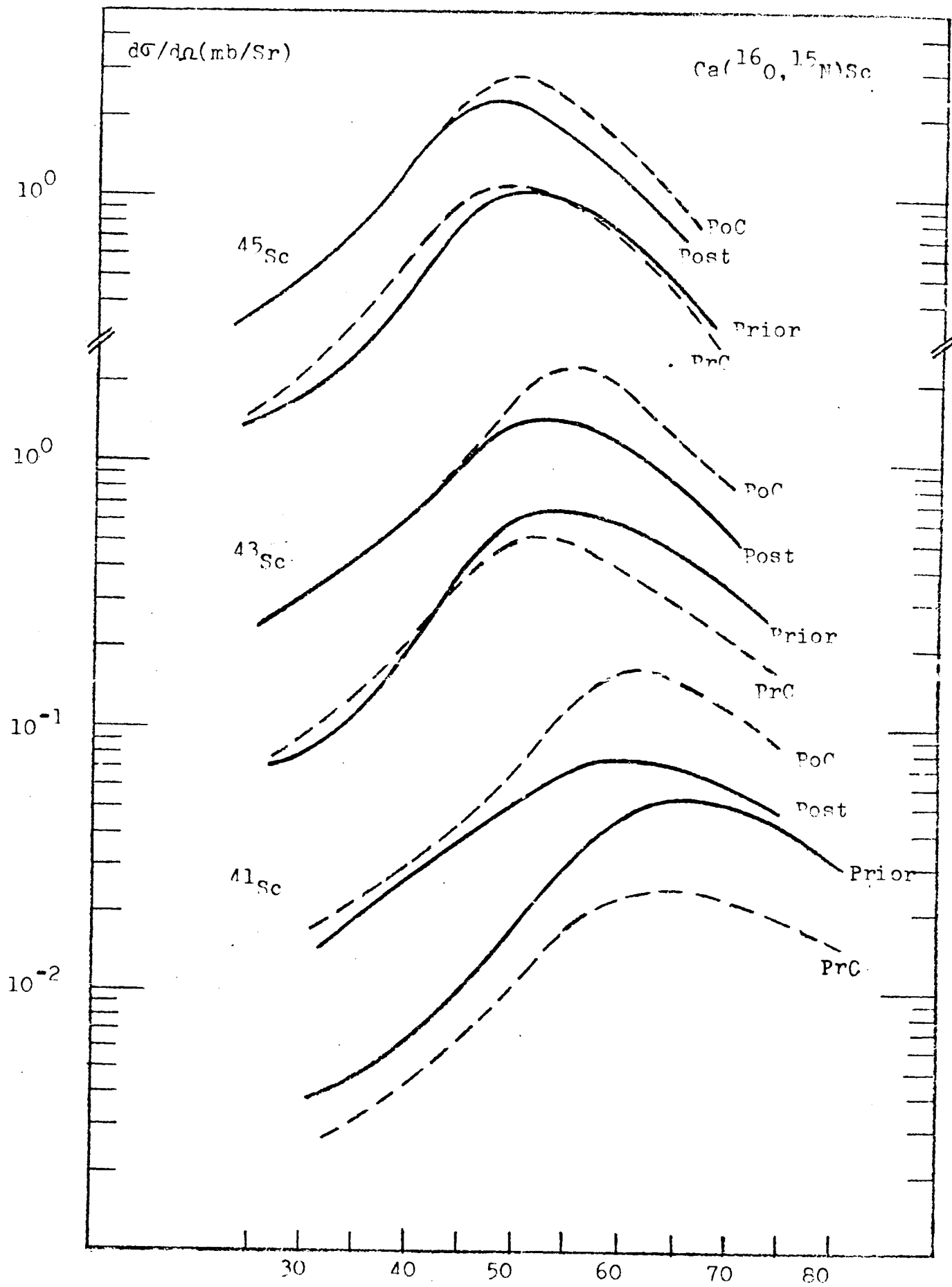


Figura 15a

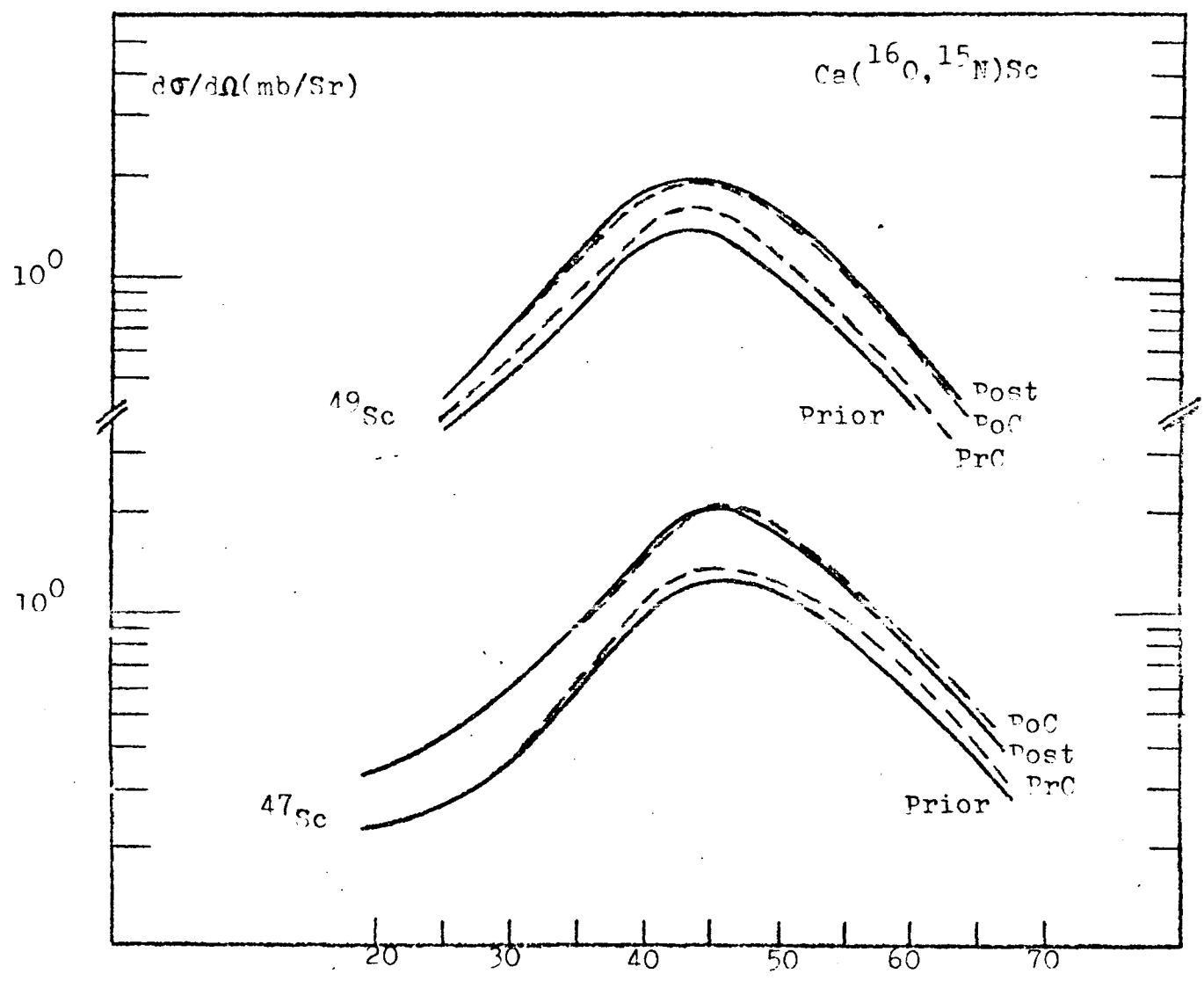


Figura 15b

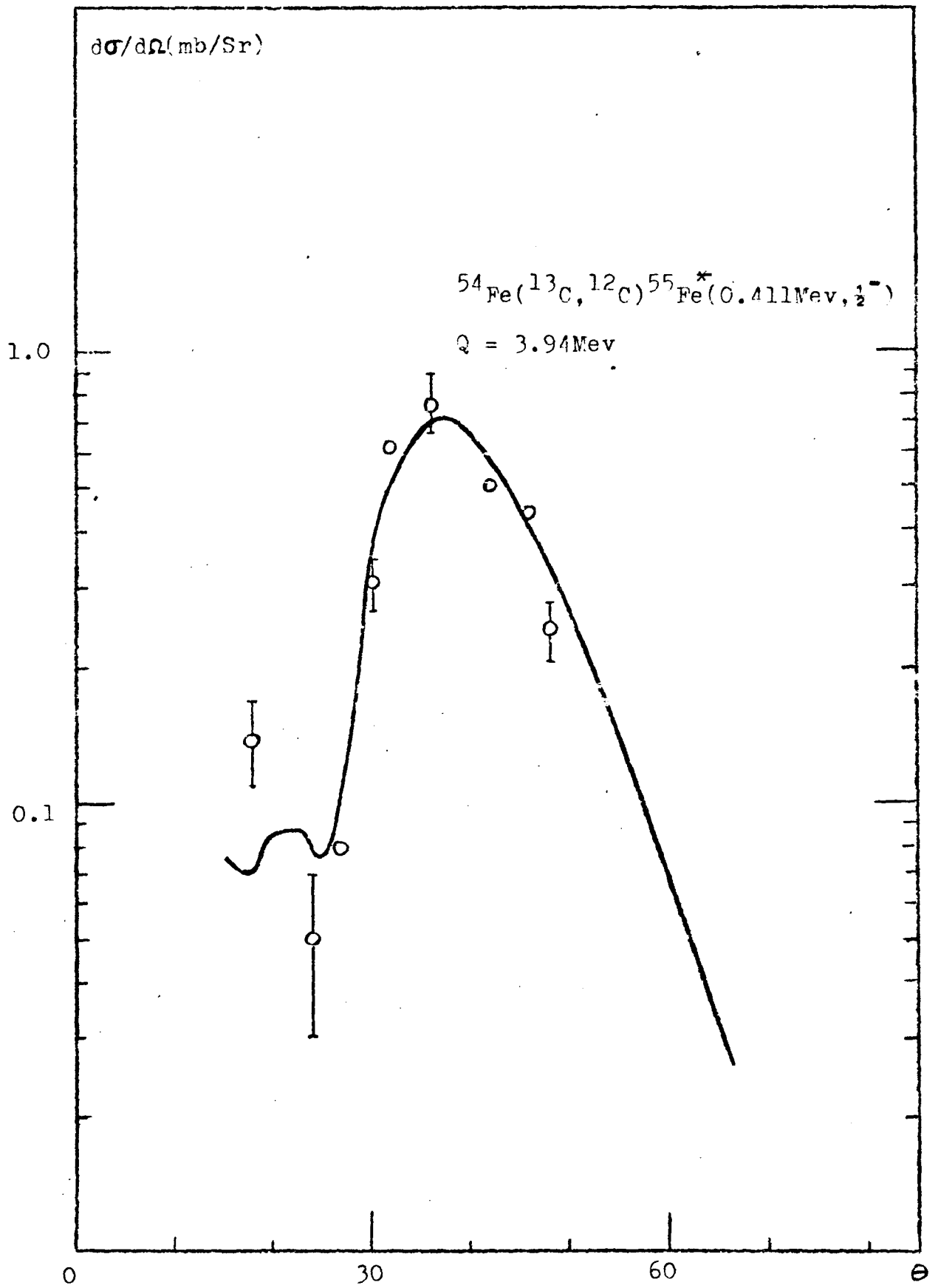


Figura 16

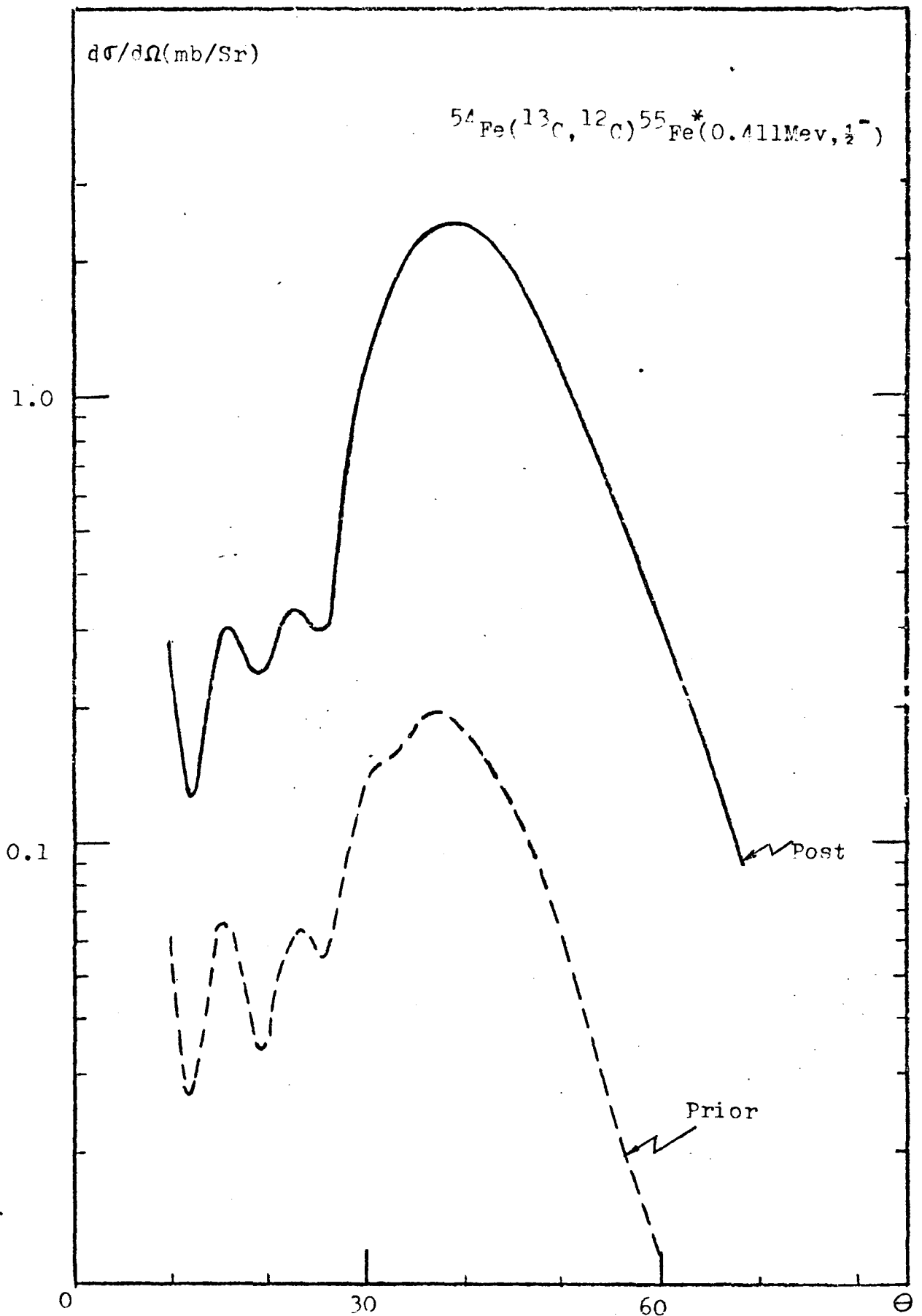


Figura 17

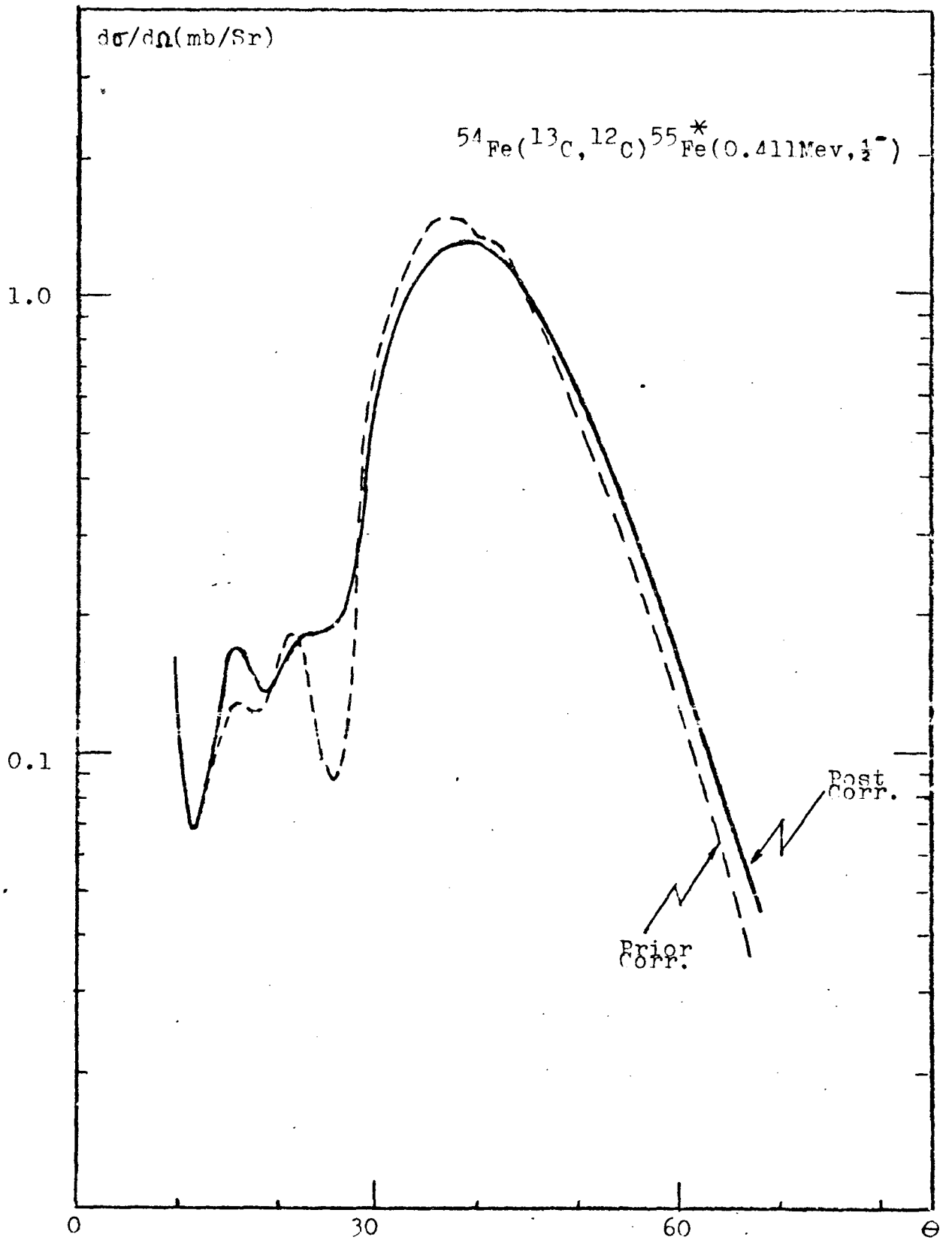


Figura 18

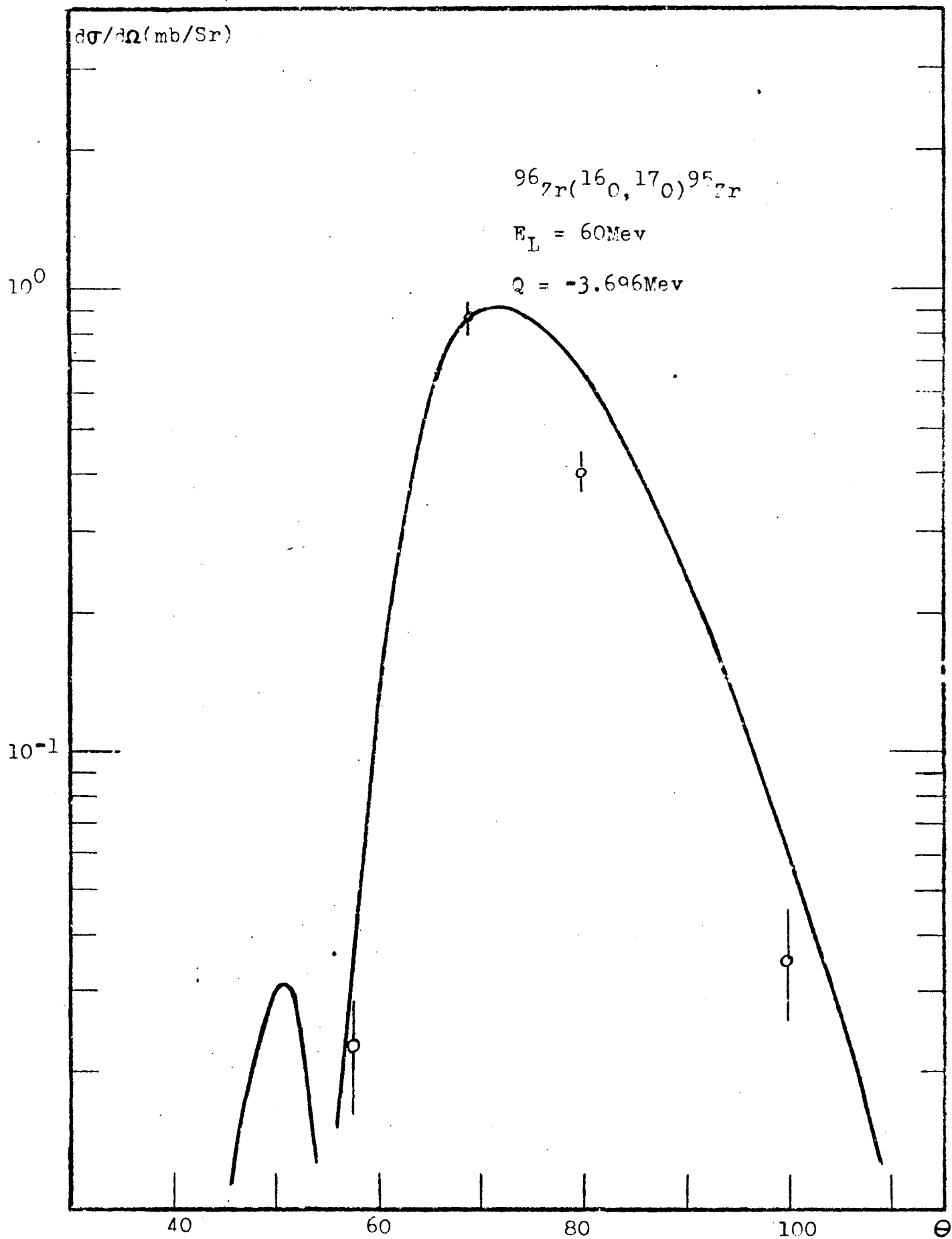


Figura 19

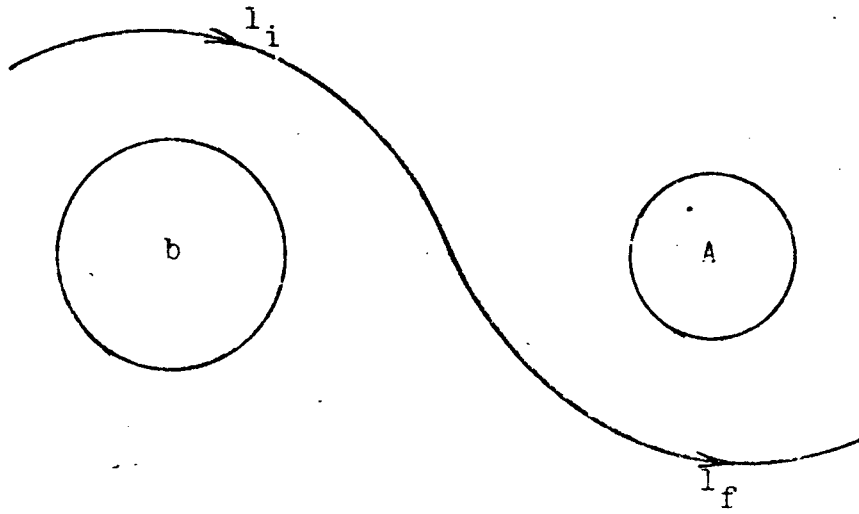


Figura 20