

Sm 142 72 m K β^+ 1,03	Sm 143 3,09 K β^+ 2,3	Sm 144 340 d K 0,66 kein β^+ γ 0,06; ... e	Sm 145 5·10 ⁷ a α 2,55	Sm 146 5·10 ⁷ a α 2,55	Sm 147 14,97 1,2·10 ¹¹ a α 2,23 α 87	Sm 148 11,24	Sm 149 13,83 α 4000	Sm 150 7,44	Sm 151 ~ 93 a β^- 0,076 γ 0,02 α 12400	Sm 152 26,72 α 140	Sm 153 47 h β^- 0,70; 0,64; 0,80; γ 0,10; 0,07; ...	Sm 154 22,7 α 5,3
Pm 141 ~ 20 m β^+ ~ 2,6 γ ...	Pm 142 34 s β^+ 3,78; ... γ ...	Pm 143 265 d K γ 0,74	Pm 144 ~ 400 d K kein β^+ γ 0,62; 0,70; 0,48; ...	Pm 145 18 a K 0,14 γ 0,072; 0,067	Pm 146 710 d K β^- 0,78 γ 0,75; 0,45	Pm 147 2,65 a β^- 0,23; ... γ 2; 60	Pm 148 42 d β^- 0,73 γ 2,33; 0,77; ... 0,55 0,53; 0,73 0,55; 0,31	Pm 149 53 h β^- 1,05; 0,78; ... γ 0,29; ...	Pm 150 2,7 h β^- 2,3; 3,16; ... γ 0,33; ...	Pm 151 28,4 h β^- 1,1 γ 0,34; 0,17; ...	Pm 152 6 m β^- 2,2 γ 0,12; 0,24; ~ 1	Pm 153 ~ 1
Nd 140 3,3 d K γ 0,11-0,5	Nd 141 64 s K β^- 0,78 γ 0,04; 0,42; 1,14;	Nd 142 27,11 α 18	Nd 143 12,17 α 240	Nd 144 23,85 2,4·10 ¹⁵ a α 1,83 α 50	Nd 145 8,30 α 60	Nd 146 17,22 α 1,8	Nd 147 11,1 d β^- 0,81; 0,37; ... γ 0,09; 0,53; ... e	Nd 148 5,73 α 3,7	Nd 149 1,8 h β^- 1,1; 1,5; 0,95 γ 0,03-0,65	Nd 150 5,62 α 1,5	Nd 151 12 m β^- 2,06; 1,19; 1,82; 1,65 γ 0,09-2,17	Nd 152 ~ 1
Pr 139 4,5 h K β^+ 1,0 γ 1,3; 1,6; ...	Pr 140 3,4 m K β^+ 2,37; ... γ 1,60; 0,90; ...	Pr 141 100 α 10,8	Pr 142 19,1 h β^- 2,15; 0,58 γ 1,57 α 18	Pr 143 13,7 d β^- 0,93 kein γ α 89	Pr 144 17,3 m β^- 2,98; 2,29; ... γ 0,69; ...	Pr 145 5,9 h β^- 1,80; ... γ 0,07-1,15	Pr 146 25 m β^- 3,7; 2,3 γ 0,46; 1,49; 0,75	Pr 147 12 m β^- 0,32; 1,7	Pr 148 2 m β^- 0,30	Pr 149 ~ 1	Pr 150 ~ 1	Pr 151 ~ 1
Ce 138 9,2 ms Jy 0,30 0,80 1,04 α 0,007 0,6	Ce 139 60 s Jy 0,75 K 0,10 kein β^+ γ 0,17	Ce 140 88,48 α 0,31	Ce 141 32,5 d β^- 0,44; 0,58 γ 0,15	Ce 142 11,07 α 0,94	Ce 143 33,4 h β^- 1,09; 1,38; 0,50; γ 0,06; 0,29; 0,67; ... α 6,0	Ce 144 284 d β^- 0,32; 0,19; 0,24 γ 0,13; 0,08; ...	Ce 145 3,0 m β^- 2,0; ... γ ...	Ce 146 14 m β^- 0,70 γ 0,32; 0,22; 0,14; ...	Ce 147 1,2 m β^- ...	Ce 148 0,7 m β^- ...	Ce 149 ~ 1	Ce 150 ~ 1
La 137 6·10 ⁴ a K kein γ	La 138 0,099 1,1·10 ¹¹ a K kein β^+ γ 1,43; 0,81	La 139 99,911 α 8,2	La 140 40,2 h β^- 1,38; 1,10; 0,83; ... γ 1,60; 0,49; 0,37; 0,82; ...	La 141 3,9 h β^- 2,43; 0,91 γ 1,37	La 142 92 m β^- ~ 4,0; ... γ 0,63; 2,40; 0,90; 2,08; ...	La 143 14,0 m β^- 3,30; ... γ 0,80; 1,98; ...	La 144 kurz β^- ...	La 145 ~ 1	La 146 ~ 1	La 147 ~ 1	La 148 ~ 1	La 149 ~ 1
Ba 136 7,81 α 0,016 + γ	Ba 137 2,6 m Jy 0,66 α 5,1	Ba 138 71,66 α 0,5	Ba 139 85 m β^- 2,30; 2,14; 1,40; ... γ 0,17; 0,78; ... α 4	Ba 140 12,8 d β^- 1,01; 0,48; 0,6; 0,9 γ 0,54; 0,03; 0,44; 0,16; ...	Ba 141 18 m β^- 2,8; ... γ 0,19; 0,29; 0,46; ...	Ba 142 11 m β^- ~ 4 γ 0,26; 0,89; 1,20; ...	Ba 143 13 s β^- ...	Ba 144 kurz β^- ...	Ba 145 ~ 1	Ba 146 ~ 1	Ba 147 ~ 1	Ba 148 ~ 1
Cs 135 2,0·10 ⁶ a β^- 0,21 kein γ α 8,7	Cs 136 13 d β^- 0,34; 0,66 γ 0,83; 1,07; 0,34; ...	Cs 137 30 a β^- 0,51; 1,18 α ~ 2	Cs 138 32 m β^- 3,40; ... γ 1,43; 1,01; 0,46; 2,21; ...	Cs 139 9,5 m β^- 4,3; ... γ ...	Cs 140 66 s β^- ~ 0,59	Cs 141 kurz β^- ...	Cs 142 ~ 1 m β^- ...	Cs 143 kurz β^- ...	Cs 144 kurz β^- ...	Cs 145 ~ 1	Cs 146 ~ 1	Cs 147 ~ 1
Xe 134 10,44 α 1 + 0,2	Xe 135 15,7 m Jy 0,53 β^- 0,91; ... γ 0,25; ... α 2,7-105	Xe 136 8,87 α 0,15	Xe 137 3,9 m β^- 3,5 γ 0,27; 0,45	Xe 138 17 m β^- 2,4 γ 0,42; 0,51; 1,78; 2,0	Xe 139 41 s β^- ~ 0,90-0,52	Xe 140 16 s β^- ...	Xe 141 1,7 s β^- ...	Xe 142 ~ 1,5 s β^- ...	Xe 143 1 s β^- ...	Xe 144 ~ 1 s β^- ...	Xe 145 ~ 1	Xe 146 ~ 1
I 133 21 h β^- 1,23; 0,59 γ 0,53; 0,87; ...	I 134 53 m β^- 2,41; 1,25; 1,49; ... γ 0,85; 0,89; 0,61; 1,07; ...	I 135 6,7 h β^- 1,0; 0,47; 1,4 γ 1,14; 1,28; 1,72; ...	I 136 83 s β^- 4,2; 7,0; 5,6; 2,7 γ 1,32; 0,40; 0,27; ...	I 137 24 s β^- ...	I 138 6 s β^- ...	I 139 2,7 s β^- ...	I 140 ~ 1	I 141 ~ 1	I 142 ~ 1	I 143 ~ 1	I 144 ~ 1	I 145 ~ 1
Te 132 78 h β^- 0,22; γ 0,05; 0,23 e	Te 133 50 m β^- 1,32; 2,4 γ 0,75; ... 0,91; 0,43; ... Jy 0,33	Te 134 42 m β^- ~ 0,20; 0,26; 0,17; ...	Te 135 ~ 1	Te 136 ~ 1	Te 137 ~ 1	Te 138 ~ 1	Te 139 ~ 1	Te 140 ~ 1	Te 141 ~ 1	Te 142 ~ 1	Te 143 ~ 1	Te 144 ~ 1
Sb 131 23 m β^- ...	Sb 132 2,1 m β^- ...	Sb 133 4,1 m β^- ...	Sb 134 0,8 m β^- ...	Sb 135 ~ 1	Sb 136 ~ 1	Sb 137 ~ 1	Sb 138 ~ 1	Sb 139 ~ 1	Sb 140 ~ 1	Sb 141 ~ 1	Sb 142 ~ 1	Sb 143 ~ 1

07.65.02



Manual del Curso de Metodología y Aplicación de Radioisótopos

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

BUENOS AIRES — REPUBLICA ARGENTINA



LEYES DE DESINTEGRACION RADIATIVA

Josefina Rodriguez y Gregorio Baró

3.0.0 LEYES DE DESINTEGRACION RADIATIVA

3.1.0 ACTIVIDAD

La desintegración radiactiva obedece a las leyes de probabilidad, y es independiente de influencias exteriores como presión, gravedad, temperatura, campos eléctricos o magnéticos y tratamientos químicos de la sustancia activa. Hay una excepción, y es la que se refiere a la captura K que se ve ligeramente influenciada por la densidad electrónica cerca del núcleo. Efectivamente, cambios químicos que alteren esa densidad se traduce en pequeños cambios en el período de desintegración del nucleído. E. Segré y otros, han demostrado este efecto en la desintegración por captura K del berilio 7 (${}^7_4\text{Be}$) de 53,4 días de período. El período observado en el caso de fluoruro de berilio (F_2Be) resultó ser 0,08% mayor que cuando se encontra ba el berilio al estado metálico.

El número de átomos de una sustancia radiactiva que desintegran durante un pequeño intervalo de tiempo, es proporcional al número de átomos presentes en la sustancia y al intervalo de tiempo considerado.

$$-\Delta N = \lambda N \Delta t \quad (3.1)$$

siendo:

ΔN : número de átomos que desintegran

N : número de átomos activos presentes en la sustancia

Δt : intervalo de tiempo, muy pequeño

λ : constante de proporcionalidad, llamada CONSTANTE DE DESINTEGRACION RADIATIVA y mide la probabilidad de que un átomo particular desintegre en la unidad de tiempo, es característica de cada nucleído activo. Tiene como dimensión tiempo⁻¹ (segundo⁻¹, minuto⁻¹, hora⁻¹, año⁻¹).

Si en la 3.1 hacemos Δt suficientemente pequeño y se pasa al primer miembro, se tiene:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N = A \quad (3.2)$$

A este valor $-\frac{dN}{dt}$, que es la velocidad de desintegración de una fuente activa al tiempo t (el signo negativo indica que son átomos que desaparecen), generalmente se lo conoce con el nombre de ACTIVIDAD y se lo designará con la letra A . Por lo tanto, ACTIVIDAD es el número de átomos que desintegran por unidad de tiempo. A este valor se lo suele designar también ACTIVIDAD ABSOLUTA (así lo llamaremos en lo sucesivo) para diferenciarla de la ACTIVIDAD MEDIDA o RELATIVA, cuyo significado se aclarará más adelante, y que designaremos con A_m .

Integrando la expresión 3.2 y dándole forma exponencial se tiene

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \quad (3.3)$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (3.4)$$

siendo:

N : número de átomos activos presentes al tiempo t, en otras palabras, átomos que no han desintegrado al cabo de un tiempo t.

N₀ : número de átomos activos presentes al tiempo t = 0 (tiempo inicial)

e : 2,718..., base de los logaritmos naturales.

La expresión (3.4) nos permite calcular si se tiene un número significativo de átomos, cuantos de ellos quedarán después de transcurrido un tiempo t. En cambio es imposible conocer cuanto vivirá un átomo particular.

* a la 3.4 se llega integrando la expresión 3.2

$$-\int \frac{dN}{N} = \int \lambda dt \quad (3.5)$$

$$\ln N = -\lambda t + C \quad (3.6)$$

Reemplazando en la ecuación 3.6 los valores correspondientes a un tiempo t = 0, se obtiene el valor de la constante C.

$$\ln N_0 = C \quad (3.7)$$

Reemplazando el valor de C dado por la 3.7 en la 3.6 se tiene:

$$\ln N = -\lambda t + \ln N_0 \quad (3.8)$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t \quad (3.9)$$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

3.2.0 PERIODO DE SEMIDESINTEGRACION, VIDA MEDIA

El PERIODO DE SEMIDESINTEGRACION se ha definido ya en el capítulo 2.0.0 como el tiempo necesario para que un número estadísticamente significativo de átomos se reduzca a la mitad, se simbolizará con la letra T. Por otro lado matemáticamente se comprueba que:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} \quad (3.10)$$

*Si en la 3.9 de acuerdo con la definición, se hace

$$N = \frac{N_0}{2} \text{ y } t = T \text{ se tiene}$$

$$\ln \frac{N_0/2}{N_0} = -\lambda T \quad (3.11)$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda T \quad (3.12)$$

$$\ln 2 = \lambda T \quad (3.13)$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

La expresión 3.10 conecta el período con la constante de desintegración de un nucleído activo. De ahí que la ecuación 3.2 pueda ser escrita así:

$$-\frac{dN}{dt} = A = N \frac{0,693}{T} \quad (3.14)$$

Otro término importante es la VIDA MEDIA que indica el tiempo promedio que viven los átomos de una fuente. Se simbolizará con la letra griega τ .

Esta vida promedio puede hallarse sumando los tiempos de existencia de cada uno de los átomos y dividiendo esa suma por el número inicial de los mismos. Si el número de átomos es muy grande, se puede reemplazar la suma por una integral definida entre cero e infinito.

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{t=\infty} t \, dN \quad (3.15)$$

resolviendo matemáticamente esta expresión resulta:

$$\mathcal{T} = \frac{1}{\lambda} \quad (3.16)$$

$$\mathcal{T} = \frac{T}{0,693} = 1,44 T \quad (3.17)$$

Si en la 3.4 el tiempo se reemplaza por $\mathcal{T}$, y la vida media y la constante de desintegración se expresan en términos del período se tiene:

$$N = N_0 e^{-\frac{0,693}{T} \frac{T}{0,693}} \quad (3.18)$$

$$N = N_0 e^{-1} = \frac{N_0}{e} \quad (3.19)$$

La 3.19 nos permite definir la vida media como el tiempo que debe transcurrir para que un número determinado de átomos (N_0) se reduzca a la ésima parte de su valor ($\frac{N_0}{e}$).

Si se multiplican ambos miembros de 3.4 por λ se tiene

$$\lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (3.20)$$

y de ahí:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \quad (3.21)$$

$$A = A_0 e^{-0,693 t/T} \quad (3.22)$$

siendo:

A_0 : velocidad de desintegración o actividad de la fuente al tiempo inicial ($t = 0$)

A : velocidad de desintegración o actividad al tiempo t .

Las expresiones 3.21 y 3.22 nos indican que la actividad a un tiempo t , de una fuente activa constituida por N átomos, es proporcional a la actividad de la fuente a tiempo $t = 0$, instante en el cual había N_0 átomos, y nos permiten calcular la actividad de una fuente a un tiempo t conociendo la actividad inicial de la misma ($t = 0$)

Comparando las ecuaciones 3.4 y 3.21 se observa que ambas siguen la misma ley exponencial.

La actividad queda expresada en desintegraciones por unidad de tiempo (en general desintegraciones/minuto, desintegraciones/segundo).

3.3.0 UNIDADES DE RADIATIVIDAD

La unidad de actividad es el curio ó curie. Originalmente el curie se había definido como la cantidad de radón en equilibrio con un gramo de radio ($^{226}_{88}\text{Ra}$). Esta definición fue modificada en 1950 por la Joint Commission on Standards, Units, and Constants of Radioactivity, de manera que se aplica a todos los nucleídos activos desvinculándola, por otro lado, de la actividad de un gramo de radio. La definición es: "El curie es una unidad de radiactividad, definida como la cantidad de cualquier nucleído radiactivo en el cual el número de desintegraciones por segundo es $3,700 \times 10^{10}$ ".

Para expresar la cantidad de una muestra en curies, es necesario conocer su esquema de desintegración. En la práctica, "cantidad" de un nucleído es sinónimo de "actividad total" del nucleído.

Se utilizan submúltiplos y múltiplos del curie: el microcurie igual a la milésima parte del curie, el milicurie equivalente a la milésima parte del curie, el kilocurie equivalente a mil curies, y el megacurie igual a un millón de curies. Otras unidades pequeñas menos utilizadas son: el nanocurie igual a 10^{-9} curies y el picocurie igual a 10^{-12} curies.

Las abreviaturas, recomendadas por la Unión Internacional de Física Pura y Aplicada en setiembre de 1961, son las siguientes: para el curie: Ci, para el milicurie: mCi, para el microcurie: μCi , para el kilocurie: KCi, para el megacurie: MCi.

TABLA 3.1 EQUIVALENCIA DE LAS UNIDADES DE RADIATIVIDAD

Unidad	<u>Desintegraciones</u> segundo	<u>Desintegraciones</u> minuto
1 Ci	$3,7 \times 10^{10}$	$2,22 \times 10^{12}$
1 mCi	$3,7 \times 10^7$	$2,22 \times 10^9$
1 μCi	$3,7 \times 10^4$	$2,22 \times 10^6$
1 KCi	$3,7 \times 10^{13}$	$2,22 \times 10^{15}$
1 MCi	$3,7 \times 10^{16}$	$2,22 \times 10^{18}$

TABLA 3.2 EQUIVALENCIA ENTRE LAS UNIDADES DE TIEMPO

	segundos	minutos	horas	días	años
segundos	1	$1,6 \times 10^{-2}$	$2,7 \times 10^{-4}$	$1,15740 \times 10^{-5}$	$3,170979 \times 10^{-8}$
minutos	60	1	$1,6 \times 10^{-2}$	$6,94 \times 10^{-4}$	$1,902588 \times 10^{-6}$
horas	3600	60	1	$4,16 \times 10^{-2}$	$1,141553 \times 10^{-4}$
días	86400	1440	24	1	$2,739726 \times 10^{-3}$
años	$3,1536 \times 10^7$	$5,256 \times 10^5$	8760	365	1

3.4.0 CALCULO DE LA ACTIVIDAD Y LA MASA DE UNA FUENTE

3.4.1 Cálculo de la actividad

Las ecuaciones 3.2 y 3.14 nos permiten calcular la actividad de una fuente, conociendo el número de átomos presentes y el período ó la constante de desintegración del nucleído radiactivo.

Teniendo en cuenta que

$$N = \frac{\text{masa del nucleído activo} \cdot \text{número de Avogadro}}{\text{átomo gramo del nucleído}} \quad (3.23)$$

La expresión 3.14 toma la forma:

$$A = \frac{\text{masa del nucleído activo} \times 6,02 \times 10^{23} \times 0,693}{\text{átomo gramo del nucleído} \cdot T} \quad (3.24)$$

3.4.2 Cálculo de la masa

Conociendo la actividad y el período o la constante de desintegración de un nucleído, puede calcularse la masa del mismo.

De la 3.24 se tiene:

$$\text{masa del nucleído activo} = \frac{A \cdot \text{átomo gramo del nucleído} \cdot T}{6,93 \times 10^{-1} \times 6,02 \times 10^{23}} \quad (3.25)$$

Ejemplos:

1) Calcular la actividad expresada en kilocuries y en curies que presenta una fuente activa en la que hay un miligramo de cromo 51.

Período del $^{51}_{24}\text{Cr}$ = T = 27,8 días

Masa atómica precisa del $^{51}_{24}\text{Cr}$ = 50,9608 uma

Aplicando la expresión 3.24 e indicando el período en minutos según la tabla 3.2 se tiene:

$$A = \frac{1 \times 10^{-3} \times 6,02 \times 10^{23} \times 6,93 \times 10^{-1} \text{ g} \cdot \text{átomos}}{50,96 \times 27,8 \times 1,44 \times 10^3 \text{ g} \cdot \text{minuto}}$$

$$A = 2,04 \times 10^{14} \frac{\text{desintegraciones}}{\text{minuto}}$$

Para expresar la actividad en kilocuries y curies se utiliza la tabla 3.1

$$A = \frac{2,04 \times 10^{14} \frac{\text{desintegraciones}}{\text{minuto}} \text{ KCi}}{2,22 \times 10^{15} \frac{\text{desintegraciones}}{\text{minuto}}} = 9,2 \times 10^{-2} \text{ KCi}$$

$$A = \frac{2,04 \times 10^{14} \frac{\text{desintegraciones}}{\text{minuto}} \text{ Ci}}{2,22 \times 10^{12} \frac{\text{desintegraciones}}{\text{minuto}}} = 9,2 \times 10 \text{ Ci}$$

Respuesta: la actividad de la fuente es de $9,2 \times 10^{-2}$ KCi ó de $9,2 \times 10$ Ci

2) Se desea conocer la masa de sodio $^{22}_{11}\text{Na}$ que contiene una fuente cuya actividad es de 100 curies.

Período del $^{22}_{11}\text{Na}$ = T = 2,62 años

Masa atómica precisa del $^{22}_{11}\text{Na}$ = 22,00140 uma

De la 3.25 y de la tabla 3.1 se tiene:

$$\text{masa del } {}_{11}^{22}\text{Na} = \frac{2,22 \times 2,20014 \times 2,62 \times 5,256 \times 10^{20}}{6,93 \times 6,02 \times 10^{22}}$$

$$\frac{\text{Ci desintegraciones g minuto}}{\text{Ci minuto átomos}} = 15,8 \times 10^{-3} \text{ g} = 15,8 \text{ mg}$$

Respuesta: la masa del sodio 22 es de 15,8 mg

3) Se desea conocer la masa de sodio 24 (${}_{11}^{24}\text{Na}$) que contiene una fuente cuya actividad es de 100 curies.

Período del ${}_{11}^{24}\text{Na} = 15,05$ horas

Masa atómica precisa del ${}_{11}^{24}\text{Na} = 23,99856$ uma

Reemplazando valores en la 3.25 y utilizando las tablas 3.1 y 3.2

$$\text{masa del } {}_{11}^{24}\text{Na} = \frac{2,22 \times 2,399 \times 1,505 \times 6 \times 10^{17} \text{ Ci desintegraciones g minuto}}{6,93 \times 6,02 \times 10^{22} \text{ Ci minuto átomos}} =$$

$$= 1,18 \times 10^{-5} \text{ g} = 1,18 \times 10^{-2} \text{ mg}$$

Respuesta: la masa de la fuente de sodio 24 es de $1,18 \times 10^{-2}$ mg.

Vale la pena observar lo siguiente: las cantidades de nucleído que han dado origen a la misma actividad (100 Ci) en el caso del ${}_{11}^{22}\text{Na}$ y del ${}_{11}^{24}\text{Na}$ son diferentes, es mucho mayor en el primer caso. Esto tiene su explicación, pues si se aplica la ecuación 3.14 al caso de dos nucleídos diferentes de los que se tiene la misma actividad y que llamaremos nucleído 1 y nucleído 2 se tiene:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (3.26)$$

siendo:

N_1, T_1 : número de átomos a tiempo t y período del nucleído 1 respectivamente;

N_2, T_2 : número de átomos a tiempo t y período del nucleído 2 respectivamente.

De la 3.26 se puede concluir: si se tienen dos fuentes activas de la misma intensidad pero de nucleídos diferentes, la cantidad de átomos activos que contiene cada una de ellas es proporcional a los períodos de los nucleídos que las constituyen.

* La expresión 3.26 se obtiene reemplazando en 3.14 los datos de ambos nucleídos (1 y 2)

$$A_1 = N_1 \frac{0,693}{T_1}$$

$$A_2 = N_2 \frac{0,693}{T_2}$$

siendo:

A_1 : actividad del nucleído 1 a tiempo t

A_2 : actividad del nucleído 2 a tiempo t

$$\text{Si } A_1 = A_2$$

$$N_1 \frac{0,693}{T_1} = N_2 \frac{0,693}{T_2}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Volviendo al caso del $^{22}_{11}\text{Na}$ y el $^{24}_{11}\text{Na}$, se habían obtenido 15,8 mg de $^{22}_{11}\text{Na}$ y $1,18 \times 10^{-2}$ mg de $^{24}_{11}\text{Na}$.

Hallaremos la relación entre el número de átomos que contiene cada fuente de acuerdo a los resultados obtenidos en 2) y 3)

$$\frac{N_{^{22}_{11}\text{Na}}}{N_{^{24}_{11}\text{Na}}} = \frac{1,58 \times 10 \times 10^{-3} \times 6,02 \times 10^{23} \text{ g}}{2,2 \times 10 \text{ g}}$$

$$\frac{N_{^{24}_{11}\text{Na}}}{N_{^{22}_{11}\text{Na}}} = \frac{1,18 \times 10^{-2} \times 10^{-3} \times 6,02 \times 10^{23} \text{ g}}{2,399 \times 10 \text{ g}}$$

$$\frac{N_{^{22}_{11}\text{Na}}}{N_{^{24}_{11}\text{Na}}} = \frac{1,58 \times 2,399 \times 10^{-2}}{2,2 \times 1,18 \times 10^{-5}} = 1,46 \times 10^3$$

Trataremos de hallar la misma relación aplicando la expresión 3.26

$$\frac{N_{22}}{N_{24}} = \frac{11^{Na}}{11^{Na}} = \frac{2,62 \times 8,760 \times 10^3 \text{ horas}}{1,505 \times 10 \text{ horas}} = 1,46 \times 10^3$$

Resultado igual al anterior

3.4.1.1 Empleo de Tablas: La expresión 3.21 y 3.22 permite calcular la actividad de una fuente después de transcurrido un cierto tiempo t , conociendo la actividad que presenta a un tiempo $t = 0$.

A los fines de cálculo la 3.22 se puede escribir así:

$$\frac{A}{A_0} = e^{-0,693 \ t/T} \quad (3.27)$$

$$\frac{A}{A_0} = f \left(\frac{t}{T} \right) \quad (3.28)$$

expresión que nos permite calcular la fracción de actividad que queda en una fuente activa en función del número de períodos transcurridos (t/T).

Existen tablas que permiten calcular la fracción de actividad residual conociendo el valor t/T . Al final del capítulo se publica una de estas tablas (tabla 3.3) que consta de cuatro columnas. En la primera columna están tabulados los valores t/T y en la tercera columna $e^{-t \ln 2 / T} = e^{-\lambda t} = e^{-0,693 \ t/T} = A/A_0$

Obsérvese que después de transcurridos cinco períodos, sólo queda $3,12 \times 10^{-2}$ de actividad inicial.

Trataremos de indicar su manejo mediante ejemplos.

4) Qué porcentaje de actividad inicial tendrá una muestra de cromo 51 al cabo de 30 días?

$$T = 27,8 \text{ días}$$

$$\frac{t}{T} = \frac{30 \text{ días}}{27,8 \text{ días}} = 1,08$$

Se busca en la primera columna (t/T) de la tabla 3.3 el valor 1,08, y en la tercera columna $e^{-t \ln 2 / T}$ se obtiene la fracción de actividad inicial que queda, en este caso 0,4730. Por lo tanto quedará 47,30 %.

Respuesta: al cabo de treinta días queda un 47,30 % de la actividad inicial.

5) Calcular que actividad de cromo 51 tendrá una muestra al cabo de treinta días, si su actividad actual es de 9,2 Ci

De acuerdo al resultado anterior

$$\frac{A}{A_0} = 0,4730$$

$$A = 0,4730 \times A_0$$

$$A = 4,73 \times 9,2 \times 10^{-1} \text{ Ci} = 4,35 \text{ Ci}$$

Respuesta: la actividad de la fuente al cabo de treinta días será de 4,35 Ci

Otra variante que puede presentarse es la siguiente:

6) Se tiene una fuente de cromo 51 cuya actividad en el momento de su calibración fue de 30 μCi , en la actualidad tiene 5 μCi . Se desea saber cuánto tiempo ha transcurrido a partir del instante en que se dio el primer dato de actividad.

$$\frac{A}{A_0} = \frac{5 \mu\text{Ci}}{30 \mu\text{Ci}} = 1,666 \times 10^{-1}$$

Observando en la columna encabezada por $e^{-\lambda t}$ el valor 0,1673 (el más cercano a 0,1666) se obtiene en la columna t/T el valor 2,58.

$$\frac{t}{T} = 2,58$$

de donde

$$t = 2,58 T = 2,58 \times 27,8 \text{ días} = 66,5 \text{ días}$$

Respuesta: han transcurrido 66,5 días

3.4.1.2 Resolución gráfica: Estos mismos problemas se pueden resolver gráficamente llevando la expresión 3.22 a una representación semilogarítmica. En efecto si aplicamos logaritmos decimales a ambos miembros de la 3.22 se tiene:

$$\log A = - \frac{t}{T} \ln 2 \log e + \log A_0 \quad (3.29)$$

$$\log A = - \frac{t}{T} \log 2 + \log A_0 \quad (3.30)$$

Esta expresión es la ecuación de una recta de pendiente $-\frac{\log 2}{T}$ y ordenada al origen $\log A_0$.

En lugar de representar en papel decimal el logaritmo de la actividad en función del tiempo, por comodidad se representa en papel semilogarítmico la actividad en función del tiempo.

El papel semilogarítmico se caracteriza por tener una escala lineal y otra logarítmica en base 10. En la escala logarítmica están indicados segmentos proporcionales a los logaritmos de los números, pero al lado de los segmentos están indicados los números según se puede observar en la figura 3.1.

En la escala logarítmica se representan actividades y en la escala decimal tiempos.

Para trazar la recta indicada por 3.30 bastará hacerla pasar por dos puntos, uno de ellos la ordenada al origen, en el papel semilogarítmico estará indicado el número (en este caso A_0), el otro punto será el hemivalor $\frac{A_0}{2}$, el que estará distanciado de A_0 un tiempo $t = T$

Mediante esta recta podemos a cualquier tiempo determinar:

1) la relación $\frac{A}{A_0}$

2) A

Un gráfico útil, que sirve para cualquier nucleído, y que reemplaza la tabla 3.3 es el de la figura 3.2

En este gráfico se ha representado en papel semilogarítmico $\frac{A}{A_0} = f(t/T)$

Por otro lado, si experimentalmente se determina la actividad (absoluta o relativa) de una fuente constituida por un nucleído puro en función del tiempo, se podrá encontrar fácilmente el período del nucleído medido, que estará dado por el tiempo en que están distanciados dos valores de actividad en que uno es doble del otro. Esto se hallará fácilmente si los valores se representan en papel semilogarítmico en función del tiempo, ya que si bien están representados los logaritmos de las actividades, están indicadas en el papel las mismas, ver figura 3.3.

3.5.0 ACTIVIDAD MEDIDA O ACTIVIDAD RELATIVA, EFICIENCIA

Muy pocos instrumentos de medición son capaces de determinar actividades absolutas, en general lo que indican son actividades relativas tal que

$$A_m = C A \quad (3.31)$$

El factor C, y por lo tanto la actividad relativa medida, es función del nucleído medido, de las características del detector de actividad, y de las condiciones experimentales de trabajo.

Si se determina el factor C, para un nucleído determinado y para ciertas condiciones de trabajo, se pueden dar valores de la actividad absoluta de la fuente a pesar de haber sido determinado experimentalmente un valor relativo.

Este factor, llamado factor de eficiencia, es siempre menor que la unidad. También se suele expresar en porciento, y en ese caso se dice que con un determinado equipo y en condiciones particulares de trabajo, un nucleído se mide con una eficiencia de tanto por ciento.

$$100 C = \text{Eficiencia} \quad (3.32)$$

Así como las actividades absolutas se expresan en desintegraciones por unidad de tiempo, las actividades relativas se expresan en cuentas por unidad de tiempo, comunmente cuentas por minuto.

El coeficiente C está dado en $\frac{\text{cuentas}}{\text{desintegraciones}}$

Ejemplo:

7) Se tiene una fuente constituida por fósforo 32, la que en un equipo detector acusa una actividad relativa de 1000 cuentas/minuto. Se desea conocer la actividad absoluta de la fuente, teniendo en cuenta que para las condiciones de trabajo utilizadas, el detector mide ese nucleído con una eficiencia del 10%.

Despejando A de la 3.31 y teniendo en cuenta que si la eficiencia es del 10% el factor de eficiencia según la 3.32 es 10/100 se tiene:

$$A = \frac{A_m}{C} = \frac{1000 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}}}{\frac{10}{100} \frac{\text{cuentas}}{\text{desintegraciones}}} = 10.000 \frac{\text{desintegraciones}}{\text{minuto}}$$

Respuesta: la actividad absoluta de la fuente es de 10.000 desintegraciones por minuto.

Si el dato se desea informar en microcuries, utilizando la tabla 3.1 se tiene:

$$\frac{1 \times 10^4 \frac{\text{desintegraciones}}{\text{minuto}}}{2,22 \times 10^6 \frac{\text{desintegraciones}}{\text{minuto } \mu\text{Ci}}} = 4,5 \times 10^{-2} \mu\text{Ci}$$

Respuesta: la actividad absoluta de la fuente es de $4,5 \times 10^{-2} \mu\text{Ci}$

3.6.0 MEZCLA DE NUCLEIDOS ACTIVOS SIN RELACION GENETICA ENTRE SI

Cuando se tiene una fuente constituida por dos o más nucleídos independien-
tes entre sí, la actividad absoluta total de la fuente está dada por:

$$A_t = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n \quad (3.33)$$

$$A_t = N_1 \lambda_1 + N_2 \lambda_2 + N_3 \lambda_3 + \dots + N_n \lambda_n \quad (3.34)$$

$$A_t = N_1 \frac{0,693}{T_1} + N_2 \frac{0,693}{T_2} + N_3 \frac{0,693}{T_3} + \dots + N_n \frac{0,693}{T_n} \quad (3.35)$$

siendo:

A_t = actividad absoluta total de la fuente al tiempo t .

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ = actividades absolutas de los nucleídos 1, 2, 3, ... n respec-
tivamente al tiempo t .

$N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$ = número de átomos presentes del nucleído 1, 2, 3, ... n res-
pectivamente al tiempo t .

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ = constantes de desintegración de los nucleídos 1, 2, 3, ... n
respectivamente.

$T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ = períodos de desintegración de los nucleídos 1, 2, 3, ... n
respectivamente.

La representación en papel semilogarítmico de la actividad absoluta total en
función del tiempo, no es ya una recta sino una curva como se puede observar en
el gráfico de la figura 3.4.

Si uno de los nucleídos tiene un período mucho mayor que los restantes al
cabo de cierto tiempo sólo quedará este nucleído, y a partir de ese momento la re-
presentación de la actividad en función del tiempo será una recta, que extrapolada

a tiempo cero nos dará la actividad de esa sustancia activa a cualquier instante. Si esa actividad se resta a la total tendremos la actividad de los restantes componentes de la mezcla.

En el gráfico de la figura 3.4 se observa, que a partir de la tercer hora la curva de desintegración total se transforma en una recta que presenta el período del ^{212}Pb . La parte punteada de esta recta nos indica la extrapolación a tiempo 0. La recta punteada con el período del ^{128}I es la resultante de haberle restado a la curva total la recta de caída del plomo $^{212}_{82}\text{Pb}$.

Si esa fuente se mide, en general, obtendremos la actividad total medida o relativa y no la actividad absoluta total.

$$A_{t,m} = A_{1,m} + A_{2,m} + A_{3,m} + \dots + A_{n,m} \quad (3.36)$$

siendo:

$$A_{t,m} = \text{actividad total medida.}$$

$$A_{1,m}, A_{2,m}, A_{3,m}, \dots, A_{n,m} = \text{actividades relativas de los distintos nucleídos, constituyentes de la fuente.}$$

La representación gráfica de $A_{t,m} = f(t)$ será distinta a la de $A_t = f(t)$, pero en ambos casos a partir de un cierto momento sólo se observará el nucleído de período más largo, siempre que este período sea suficientemente mayor que el de los restantes, y siempre que el factor de eficiencia para ese nucleído sea mayor que cero (que el nucleído sea medible en las condiciones experimentales de trabajo).

Por otro lado:

$$A_t = \frac{A_{1,m}}{C_1} + \frac{A_{2,m}}{C_2} + \frac{A_{3,m}}{C_3} + \dots + \frac{A_{n,m}}{C_n} \quad (3.37)$$

siendo:

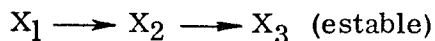
$$C_1, C_2, C_3, \dots, C_n = \text{factores de eficiencia para los nucleídos } 1, 2, 3, \dots, n.$$

Generalmente nunca los factores de eficiencia son iguales, puesto que si bien el detector y las condiciones experimentales son las mismas, son diferentes los nucleídos.

3.7.0 MEZCLA DE NUCLEIDOS ACTIVOS CON RELACION GENETICA ENTRE SI

3.7.1 Cálculo de actividades de madre e hija

Existen muchos casos, en los cuales una sustancia radiactiva da origen a otra que puede ser también activa. En estos casos se dice que la primera es madre de la segunda, a la que se denomina hija.



siendo:

X_1 = sustancia madre que desintegra con un período T_1

X_2 = sustancia hija que desintegra con un período T_2

X_3 = sustancia nieta, estable.

La velocidad de formación de átomos hija estará dada, por la diferencia entre la velocidad de desintegración de la madre y la velocidad de desintegración de la hija.

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \quad (3.38)$$

$$\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 - \lambda_1 N_1 = 0 \quad (3.39)$$

$$\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 - \lambda_1 N_{1,0} \cdot e^{-\lambda_1 t} = 0 \quad (3.40)$$

donde:

N_2 = número de átomos hija al tiempo t .

λ_1 = constante de desintegración del nucleído madre.

λ_2 = constante de desintegración del nucleído hija.

$N_{1,0}$ = número de átomos madre al tiempo $t = 0$.

La resolución de la ecuación lineal diferencial 3.40 nos da el número de átomos hija en presencia de su madre a cualquier tiempo t .

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{1,0} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_{2,0} e^{-\lambda_2 t} \quad (3.41)$$

siendo:

$N_{2,0}$ = número de átomos hija al tiempo $t = 0$.

Si al tiempo $t = 0$ no hubiera átomos hija, por haber sido eliminados por algún procedimiento químico por ejemplo, de la 3.41 se elimina el último término, que representa el aporte de la hija que originariamente se encontraba en la mezcla, y la ecuación queda

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{1,0} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (3.42)$$

podemos escribir la misma en términos de períodos de desintegración:

$$N_2 = \frac{T_2}{T_1 - T_2} N_{1,0} (e^{-0,693 t/T_1} - e^{-0,693 t/T_2}) \quad (3.43)$$

siendo:

T_1, T_2 = período de desintegración de la madre e hija respectivamente.

Por otro lado, el número de átomos de madre presentes en función del tiempo se obtendrá por aplicación de la 3.4.

$$N_1 = N_{1,0} e^{-\lambda_1 t}$$

Si multiplicamos ambos miembros de la 3.42 por λ_2 :

$$A_2 = N_2 \lambda_2 = \frac{\lambda_2 \lambda_1 N_{1,0}}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (3.44)$$

$$A_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_{1,0} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (3.45)$$

donde:

A_2 = actividad de la sustancia hija, a un tiempo t , formada a partir de la madre

$A_{1,0}$ = actividad inicial de la madre, actividad a tiempo $t = 0$.

Expresando la 3.45 en términos de los períodos de desintegración se tiene:

$$A_2 = \frac{T_1}{T_1 - T_2} A_{1,0} (e^{-0,693 t/T_1} - e^{-0,693 t/T_2}) \quad (3.46)$$

Las expresiones 3.45 y 3.46 nos dan la actividad de la hija creciendo en la madre en función del tiempo, es decir la actividad de hija formada a partir de su madre.

En el instante en que la hija se separa de su madre, comenzará a caer con su propio período de acuerdo a:

$$A_2 = A_{2,0} e^{-0,693 t/T_2} \quad (3.47)$$

donde $A_{2,0}$ es la actividad de la hija en el instante de separarla de su madre.

La aplicación de la 3.21 ó 3.22 da la actividad de la madre a cualquier tiempo

$$A_1 = A_{1,0} e^{-\lambda_1 t} = A_{1,0} e^{-0,693 t/T_1} \quad (3.48)$$

La actividad total de una fuente constituida por tres nucleídos con relación genética entre sí, de los cuales el tercer miembro es estable estaría dada por

$$A_t = A_1 + A_2 \quad (3.49)$$

Reemplazando A_1 por 3.48 y A_2 por 3.46 se tiene:

$$A_t = A_{1,0} e^{-0,693 t/T_1} + \frac{T_1}{T_1 - T_2} A_{1,0} (e^{-0,693 t/T_1} - e^{-0,693 t/T_2}) \quad (3.50)$$

En el caso de que la hija sea estable el número de átomos de hija acumulados a cualquier tiempo t estará dado también por la 3.42 ó 3.43 recordando que en este caso $\lambda_2 = 0$ y $T_2 = \infty$

Por lo tanto se tiene:

$$N_2 = -N_{1,0} (e^{-0,693 t/T_1} - 1) = N_{1,0} (1 - e^{-0,693 t/T_1}) = N_{1,0} - N_{1,0} e^{-0,693 t/T_1} =$$

$$= N_{1,0} - N_1 \quad (3.51)$$

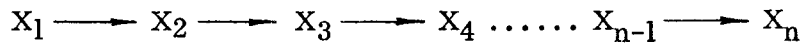
Siendo N_1 = número de átomos del nucleído madre al tiempo t

En este caso como es obvio, a la actividad total de la fuente sólo contribuirá la madre, resultado al que se llega reemplazando valores en la 3.49, que tomará la siguiente forma:

$$A_t = A_{1,0} e^{-0,693 t/T_1} \quad (3.52)$$

3.7.2 Cadenas radiactivas

Se da el caso algunas veces que no sólo la madre e hija son radiactivas sino que también los descendientes lo son, constituyendo el conjunto una cadena radiactiva.



Este caso fue resuelto matemáticamente por H. Bateman, para el caso que inicialmente sólo existan átomos de la madre o precursora.

*El número de átomos de un miembro de la cadena, el n por ejemplo, a cualquier tiempo, estará dado por

$$N_n = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + C_3 e^{-\lambda_3 t} + \dots C_n e^{-\lambda_n t} \quad (3.53)$$

donde:

N_n = número de átomos del constituyente n de la cadena.

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots \lambda_n$ = constante de desintegración del 1, 2, 3, n constituyente de la cadena.

$$C_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_{n-1}}{(\lambda_2 - \lambda_1) (\lambda_3 - \lambda_1) \dots (\lambda_n - \lambda_1)} N_{1,0} \quad (3.54)$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_2) (\lambda_3 - \lambda_2) \dots (\lambda_n - \lambda_2)} N_{1,0} \quad (3.55)$$

$$C_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_n) (\lambda_2 - \lambda_n) \dots (\lambda_{n-1} - \lambda_n)} N_{1,0} \quad (3.56)$$

Si se multiplican ambos miembros de la 3.53 por λ_n , se obtiene la actividad suministrada por el miembro n de la cadena, en función del tiempo.

$$A_n = \lambda_n N_n = C_1 \lambda_n e^{-\lambda_1 t} + C_2 \lambda_n e^{-\lambda_2 t} + \dots + C_n \lambda_n e^{-\lambda_n t} \quad (3.57)$$

donde

A_n = actividad del n término de la cadena.

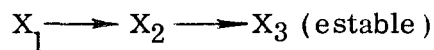
$$C_1 \lambda_n = \frac{\lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_n}{(\lambda_2 - \lambda_1) (\lambda_3 - \lambda_1) \dots (\lambda_n - \lambda_1)} A_{1,0} \quad (3.58)$$

$$C_2 \lambda_n = \frac{\lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_n}{(\lambda_1 - \lambda_2) (\lambda_3 - \lambda_2) \dots (\lambda_n - \lambda_2)} A_{1,0} \quad (3.59)$$

$$C_n \lambda_n = \frac{\lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_n}{(\lambda_1 - \lambda_n) (\lambda_2 - \lambda_n) \dots (\lambda_{n-1} - \lambda_n)} A_{1,0} \quad (3.60)$$

Para el caso que el miembro X_n sea estable (último componente de la cadena radiactiva) el número de átomos de X_n acumulados al cabo de un tiempo t también estará dado por la expresión 3.53 teniendo en cuenta que $\lambda_n = 0$. La actividad suministrada por X_n será nula puesto que el segundo miembro de la 3.57 se hace cero, conclusión de esperar desde que se trata de un miembro inactivo.

Se aplicará la resolución de Bateman al caso de una cadena constituida por tres miembros de los cuales el último es estable.



En este caso particular, pasado el momento inicial, la fuente estará constituida por átomos de los tres miembros.

Se calculará la expresión que da el número de átomos de la madre en función del tiempo.

Aplicando la 3.53 para el primer integrante de la cadena

$$N_1 = C_1 e^{-\lambda_1 t}; \quad (3.61)$$

$$\text{siendo en este caso } C_1 = N_{1,0} \quad (3.62)$$

reemplazando C_1 por su valor en la 3.61

$$N_1 = N_{1,0} e^{-\lambda_1 t} \quad (3.63)$$

$$N_1 = N_{1,0} e^{-0,693 t/T_1} \quad (3.64)$$

La expresión 3.64 es simplemente la 3.4

La expresión que da el número de átomos de hija en función del tiempo se obtiene, si se aplica la ecuación 3.53 al segundo término de la cadena

$$N_2 = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} \quad (3.65)$$

donde

$$C_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{1,0} \quad (3.66)$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_{1,0} \quad (3.67)$$

Reemplazando C_1 y C_2 por sus valores en la 3.65

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{1,0} e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_{1,0} e^{-\lambda_2 t} \quad (3.68)$$

$$N_2 = \frac{A_{1,0}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} - \frac{A_{1,0}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} \quad (3.69)$$

Escribiendo la 3.68 en términos de los períodos de desintegración, y sacando $N_{1,0}$ factor común:

$$N_2 = \frac{T_2}{T_1 - T_2} N_{1,0} (e^{-0,693 t/T_1} - e^{-0,693 t/T_2}) \quad (3.70)$$

La 3.70 es la misma que la 3.43

La expresión que nos da el número de átomos de nieta en función del tiempo se obtiene aplicando la fórmula 3.53 al tercer término de la cadena.

$$N_3 = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + C_3 e^{-\lambda_3 t} \quad (3.71)$$

siendo:

$$C_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} N_{1,0} \quad (3.72)$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} N_{1,0} \quad (3.73)$$

$$C_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} N_{1,0} \quad (3.74)$$

Sustituyendo en la 3.71 los valores de C_1 , C_2 y C_3 y teniendo en cuenta que $\lambda_3 = 0$ puesto que X_3 es estable se tiene:

$$N_3 = - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 (\lambda_2 - \lambda_1)} N_{1,0} e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 (\lambda_1 - \lambda_2)} N_{1,0} e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} N_{1,0} \quad (3.75)$$

y de ésta

$$N_3 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} N_{1,0} e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_{1,0} e^{-\lambda_2 t} + N_{1,0} \quad (3.76)$$

Si nos proponemos calcular la actividad de esa fuente en función del tiempo, se tendrá en cuenta que los únicos miembros que aportan actividad son X_1 (madre) y X_2 (hija), puesto que X_3 (nieta) es estable.

Para obtener la expresión que nos da la actividad de la madre en función del tiempo, aplicamos la 3.57 al primer miembro de la cadena.

$$A_1 = C_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} \quad (3.77)$$

como

$$C_1 \lambda_1 = A_{1,0}$$

se tiene

$$A_1 = A_{1,0} e^{-\lambda_1 t} \quad (3.78)$$

Expresión similar a la 3.21

Si se quiere calcular el aporte de actividad de la hija en función del tiempo, aplicamos la expresión 3.57 al segundo término de la cadena.

$$A_2 = C_1 \lambda_2 e^{-\lambda_1 t} + C_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} \quad (3.79)$$

siendo

$$C_1 \lambda_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_{1,0} \quad (3.80)$$

$$C_2 \lambda_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} A_{1,0} = - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_{1,0} \quad (3.81)$$

$$A_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_{1,0} e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_{1,0} e^{-\lambda_2 t} \quad (3.82)$$

Si la escribimos en términos de los períodos

$$A_2 = \frac{T_1}{T_1 - T_2} A_{1,0} (e^{-0,693 t/T_1} - e^{-0,693 t/T_2}) \quad (3.83)$$

La 3.83 es exactamente igual que la 3.46

3.7.2.1 Cálculo del tiempo al que se alcanza máxima actividad: Observando la ecuación 3.46 se deduce que para $t=0$, y $t=\infty$ (cuando tanto X_1 como X_2 han desintegrado totalmente) la actividad de X_2 es nula. De ahí que deba existir un tiempo intermedio (t_m) para el que la actividad de X_2 sea máxima.

Ese tiempo está dado por la siguiente expresión.

$$t_m = \frac{\ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (3.84)$$

si a $t = 0$ es $A_1 = A_{1,0}$ y $A_2 = 0$, en otras palabras, si inicialmente no hay átomos hija.

Se puede expresar también la 3.84 en función de los períodos.

$$t_m = \frac{2,3 T_1 T_2 \log \frac{T_1}{T_2}}{0,693 (T_1 - T_2)} \quad (3.85)$$

3.7.3 Equilibrio transitorio, relación de actividades madre-hija

Si se tiene un par madre-hija en el cual el período de la madre es mayor que el de la hija, e inicialmente la madre está libre de hija, se observa que la actividad

Recalcaremos que para calcular la actividad de la hija a cualquier tiempo anterior o posterior al equilibrio transitorio se utilizarán las ecuaciones 3.45 ó 3.46. Una vez alcanzado el equilibrio se puede aplicar la 3.87, si se conoce la actividad de la madre al tiempo que se desea conocer la actividad de la hija.

3.7.4 Equilibrio secular, relación de actividades madre - hija

Un caso límite de equilibrio se presenta cuando $T_1 \gg T_2$, en rigor cuando T_2 se puede despreciar frente a T_1 .

En este caso la ecuación 3.46 toma la forma

$$A_2 = A_{1,0} (e^{-0,693 t/T_1} - e^{-0,693 t/T_2}) \quad (3.90)$$

puesto que $\frac{T_1}{T_1 - T_2}$ es prácticamente igual a uno.

Si sacamos el término $e^{-0,693 t/T_1}$ fuera del paréntesis se tiene:

$$A_2 = A_{1,0} e^{-0,693 t/T_1} \left[1 - e^{-0,693 t \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)} \right] \quad (3.91)$$

Como $T_1 \gg T_2$, $\frac{1}{T_1}$ resulta insignificante frente a $\frac{1}{T_2}$, por lo tanto:

$$A_2 = A_{1,0} e^{-0,693 t/T_1} (1 - e^{-\frac{0,693 t}{T_2}}) \quad (3.92)$$

$$A_2 = A_1 (1 - e^{-0,693 \frac{t}{T_2}}) \quad (3.93)$$

Después de transcurridos no menos de cinco a siete períodos el término $e^{-0,693 t/T_2}$ se hace despreciable frente a 1 (cuando han transcurrido siete períodos $e^{-0,693 t/T_2} = 0,008$) de ahí que:

$$A_2 = A_{1,0} e^{-0,693 t/T_1} \quad (3.94)$$

$$A_2 = A_1 \quad (3.95)$$

Por otro lado teniendo en cuenta la 3.49 y la 3.95 se tiene:

$$A_t = A_1 + A_2 = 2 A_1 \quad (3.96)$$

Al tiempo que se cumple la 3.95 se dice que entre madre e hija se ha establecido equilibrio secular.

De las expresiones 3.14 y 3.95 se deduce:

$$N_2 \frac{0,693}{T_2} = N_1 \frac{0,693}{T_1} \quad (3.97)$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (3.98)$$

Al llegar un par madre - hija al equilibrio secular, lo que se logra transcurridos siete a quince períodos de la hija, de la 3.94, 3.95, 3.98 y 3.96 se tiene:

- a) la actividad de la hija cae con el período de la madre (3.94)
- b) la actividad de la hija es igual a la de la madre (3.95)
- c) la relación entre el número de átomos de madre e hija es directamente proporcional a los períodos respectivos (3.98)
- d) la actividad total de una fuente constituida por dos nucleídos en equilibrio secular, decae con el período de la madre y es igual al doble de la actividad de la madre. (3.96)

Dentro del equilibrio secular puede presentarse una situación especial, cuando el período de observación es tal que el término $e^{-0,693 t/T_1}$ se mantiene igual a 1, ó en otras palabras que la actividad de la madre no varíe, entonces la 3.92 toma la forma:

$$A_2 = A_{1,0} (1 - e^{-0,693 t/T_2}) \quad (3.99)$$

y una vez alcanzado el equilibrio secular

$$A_2 = A_{1,0} \quad (3.100)$$

y teniendo en cuenta la 3.49

$$A_t = A_1 + A_2 = 2 A_{1,0} \quad (3.101)$$

Para esta situación particular podemos concluir que: cuando $T_1 \gg T_2$ y además T_1 es tan grande que prácticamente la actividad de la madre no cambia en el tiempo de observación o tiempo considerado, se tiene que:

- a) si la madre inicialmente está libre de hija, ésta comienza a crecer hasta llegar a un valor máximo. En ese momento se establece el equilibrio secular, y la actividad de la hija a partir de ahí y durante el período de observación, en este caso considerado, permanece constante e igual a la actividad inicial de la madre (3.100)
- b) una vez alcanzado el equilibrio secular la actividad total de la fuente permanece prácticamente constante durante el período de observación, en este caso considerado, y es igual a dos veces la actividad inicial de la madre (3.101)

Es útil recalcar que las ecuaciones 3.90, 3.92 ó 3.93 nos permiten calcular la actividad de la hija a cualquier instante, y las expresiones 3.94 y 3.95 la actividad de la hija en el equilibrio y a cualquier tiempo posterior a él siempre que se conozca, en el caso de aplicar la 3.95, la actividad de la madre a ese mismo tiempo.

Estas ecuaciones son aplicables a cualquier caso de equilibrio secular mientras que la 3.99 y 3.100 se reservan para calcular la actividad de la hija antes y después de alcanzar el equilibrio respectivamente, siempre que se trate de un par en que la actividad inicial de la madre no haya cambiado al tiempo de realizar la observación.

Se tratará de aclarar con un ejemplo:

8) Se tiene una fuente de radio D (Ra D ó $^{210}_{82}\text{Pb}$) de 20 mCi, se desea saber que actividad de su hija, radio E (Ra E ó $^{210}_{83}\text{Bi}$) se podrá separar al cabo de:

- a) cinco días;
- b) cien días;
- c) veinte años.

Período del Ra D, $T_1 = 22$ años

Período del Ra E, $T_2 = 5$ días.

Resolución

Se ha indicado que se entrará en equilibrio secular a un tiempo no menor que cinco a siete períodos de la hija, en este caso veinticinco a treinta y cinco días, por lo que a la pregunta a) se puede contestar aplicando la expresión 3.99 ya que la actividad de la madre no cambia durante la observación (cinco días). También podría utilizarse la 3.90.

$$A_2 = A_{1,0} (1 - e^{-0,693 t/T_2})$$

$$A_2 = 20 \text{ mCi} (1 - e^{-0,693 \frac{5 \text{ días}}{5 \text{ días}}})$$

$$A_2 = 10 \text{ mCi}$$

La respuesta a b) se obtendrá aplicando la expresión 3.100 puesto que al cabo de cien días ya se habrá establecido equilibrio secular, y durante ese tiempo la actividad de Ra D no ha variado. También se podrían utilizar la 3.90 ó la 3.91.

$$A_2 = A_{1,0}$$

$$A_2 = 20 \text{ mCi}$$

Para contestar a c) hay que tener en cuenta que en el período de observación considerado (20 años) si bien el par permanece en equilibrio cumpliéndose por lo tanto la 3.95 no se cumple la 3.100 puesto que para un tiempo de observación $t = 20$ años el término $e^{-0,693 t/T_1}$ no permanece igual a 1, ó en otras palabras la actividad de la madre ha variado. De ahí que la respuesta a c) se obtiene sustituyendo los datos en la 3.94.

$$A_2 = 20 e^{-0,693 \frac{20 \text{ años}}{22 \text{ años}}} \text{ mCi}$$

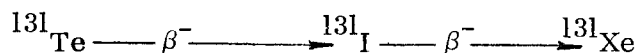
$$A_2 = 10,644 \text{ mCi}$$

3.7.5 Hija de período mayor que el de la madre

Si el período de la madre es menor que el de la hija, la relación de actividades A_2/A_1 crece continuamente con el tiempo.

Si la madre inicialmente está libre de hija, la actividad de ésta comienza a crecer pasando por un máximo y luego decae, en el caso extremo de $T_1 \ll T_2$, con su propio período.

Este caso estaría bien representado por la conocida cadena de fisión:



$$T_1 = 30 \text{ horas}$$

$$T_2 = 8,05 \text{ días estable}$$

3.7.6 Método gráfico aplicado a la resolución de problemas de crecimiento y decaimiento.

Si la ecuación 3.46 se escribe así:

$$A_2 = \frac{T_1}{T_1 - T_2} A_{1,0} e^{-0,693 t/T_1} - \frac{T_1}{T_1 - T_2} A_{1,0} e^{-0,693 t/T_2}$$

se ve que la actividad de la hija en función del tiempo estará dada por la suma algebraica gráfica de la curva:

$$\frac{T_1}{T_1 - T_2} A_{1,0} e^{-0,693 t/T_1}$$

y de la curva:

$$- \frac{T_1}{T_1 - T_2} A_{1,0} e^{-0,693 t/T_2}$$

Para realizar esa suma algebraica se representa en papel semilogarítmico la expresión

$$\frac{T_1}{T_1 - T_2} A_{1,0} e^{-0,693 t/T_1} \quad \text{que llamaremos curva I}$$

$$\text{y la expresión } \frac{T_1}{T_1 - T_2} A_{1,0} e^{-0,693 t/T_2}$$

que llamaremos curva II, en la forma indicada en las páginas 11 y 12 . Luego se resta a distintos tiempos, de la curva I la curva II. La curva diferencia resultante indica la actividad de la hija en función del tiempo. Si en realidad interesa conocer la actividad total (actividad de la madre más actividad de la hija), bastará sumar a la curva diferencia la recta de decaimiento de la madre

$$A_1 = A_{1,0} e^{-0,693 t/T_1}$$

Se tratará de aplicar la resolución gráfica a casos concretos.

9) Se tienen 20 Ci de torio B ($^{212}_{82}\text{Pb}$) libre de su hija torio C ($^{212}_{83}\text{Bi}$) y se desea conocer:

a) la curva de crecimiento de la hija en función del tiempo.

b) la curva de actividad de la madre más la actividad de la hija en función del tiempo (actividad total).

$$T_1 = 10,6 \text{ horas}$$

$$T_2 = 60,6 \text{ minutos.}$$

Resolución, ver figura 3.5.

Después de siete veces el período de la hija se alcanzará equilibrio transitorio.

Para lograr la curva de crecimiento de la hija a partir de la madre en función del tiempo, será suficiente trazar en papel semilogarítmico dos rectas I y II con la misma ordenada al origen:

$$\log \frac{A_{1,0} T_1}{T_1 - T_2} = \log \frac{20 \times 10,6 \times 60,6 \text{ min Ci}}{(10,6 \times 60 - 60,6) \text{ min}} = \log 22,08 \text{ Ci} = 1,344 \text{ Ci}$$

y cuyas pendientes serán las siguientes:

$$\text{Curva I: } - \frac{\log 2}{T_1} = - \frac{0,301}{636 \text{ minutos}} = -4,72 \times 10^{-4} \text{ minutos}^{-1}$$

$$\text{Curva II: } - \frac{\log 2}{T_2} = - \frac{0,301}{60,6 \text{ minutos}} = 4,7 \times 10^{-3} \text{ minutos}^{-1}$$

A continuación se resta, a distintos tiempos, la curva II de la I.

Prácticamente se procede así: en la escala decimal de un papel semilogarítmico se indican tiempos (por ejemplo 1 cm = 60 minutos) y en la escala logarítmica actividades. Para obtener la recta de pendiente $-4,72 \times 10^{-4} \text{ minuto}^{-1}$, se hace pasar la misma por los puntos ($x = t = 0$; $y =$ ordenada al origen = 22,08 Ci) y ($x = t = 636 \text{ minutos}$; $y = 22,08 \text{ Ci}/2 = 11,04 \text{ Ci}$). La recta II se logra haciendo pasar la misma por los puntos ($x = t = 0$; $y =$ ordenada al origen = 22,08 Ci) y ($x = t = 60,6 \text{ minutos}$; $y = 22,08 \text{ Ci}/2 = 11,04 \text{ Ci}$).

A continuación se resta esta última curva de la primera. La curva diferencia indica la actividad de la hija en función del tiempo (la actividad de la hija creciendo en la madre).

Para responder al punto b) del problema se representará en papel semilogarítmico la expresión

$$A_1 = A_{1,0} e^{-t \log 2 / T_1} = 20 e^{-0,301 t / 636} \quad \text{Ci}$$

Prácticamente se logra haciendo pasar una recta por los siguientes puntos ($x = t = 0$; $y = \text{ordenada al origen} = 20 \text{ Ci}$) y ($x = t = 636 \text{ minutos}$; $y = \text{hemivalor} = 20/2 = 10 \text{ Ci}$).

La curva resultante de sumar esta última y la de la actividad de la hija, expresa la actividad total de la fuente en función del tiempo.

10) A tiempo $t = 0$ se tienen 20 Ci de radio D ($\text{Ra D}, {}^{210}_{82}\text{Pb}$) libre de su hija radio E ($\text{Ra E}, {}^{210}_{83}\text{Bi}$), deseándose conocer:

a) la curva de crecimiento de la actividad de la hija en la madre.

b) la curva que indica la actividad total en función del tiempo.

$$T_1 = 21 \text{ años}$$

$$T_2 = 5 \text{ días}$$

Resolución: ver figura 3.6

Como se trata de una madre con período mucho mayor que el de la hija, después de transcurridos por la menos cinco a siete períodos de la hija se alcanza equilibrio secular.

Para responder al punto a) se trazarán en papel semilogarítmico dos rectas con la misma ordenada al origen

$$\log \frac{A_{1,0} T_1}{T_1 - T_2} = \log A_{1,0} = \log 20 \text{ Ci}$$

$$\text{y pendientes} \quad - \frac{\log 2}{T_1} = - \frac{0,301}{21 \times 365 \text{ días}} = - 3,75 \times 10^{-5} \text{ días}^{-1}, \quad \text{y}$$

$$- \frac{\log 2}{T_2} = - \frac{0,301}{5 \text{ días}} = - 6,02 \times 10^{-2} \text{ días}^{-1}$$

respectivamente. Restando luego de la primera recta la segunda, la curva diferen-

cia indica el crecimiento de la hija en la madre. Prácticamente se realiza en la siguiente forma: en la escala decimal de un papel semilogarítmico se indica el tiempo (por ejemplo 0,5 cm = 1 día) y en la escala logarítmica actividades. Para obtener la recta de pendiente $-3,75 \times 10^{-5} \text{ días}^{-1}$ se traza una recta paralela a la abscisa, cuyo origen estará en el punto ($x = t = 0$; $y = \text{ordenada al origen} = 20 \text{ Ci}$). La recta de pendiente $-6,02 \times 10^{-2} \text{ días}^{-1}$ se obtiene trazando la misma por los puntos ($x = t = 0$; $y = \text{ordenada al origen} = 20 \text{ Ci}$) y ($x = t = 5 \text{ días}$; $y = 20 \text{ Ci}/2 = 10 \text{ Ci}$). Luego se resta esta última de la primera, representando la curva diferencia la actividad de la hija en función del tiempo.

Para obtener la curva que indica la actividad total en función del tiempo, bastará sumar a la curva indicadora de la actividad de la hija, la recta con ordenada al origen 20 Ci y paralela a la abscisa.

3.7.7 Empleo de tablas.

Se había indicado (pag. 28) que en aquellos casos de equilibrio secular, en que la actividad inicial de la madre no ha variado a los tiempos de realizar la observación, la ecuación a aplicar para calcular la actividad de la hija, en cualquier instante anterior al equilibrio, era la 3.99.

Si la 3.99 se escribe así:

$$\frac{A_2}{A_{1,0}} = 1 - e^{-0,693 t/T_2} = 1 - e^{-\lambda t}$$

se observa que el segundo miembro de esta expresión está dado en la cuarta columna de la tabla 3.3, y representa la fracción del valor de equilibrio que ha alcanzado la hija de período T_2 (en la tabla T_2 se ha reemplazado por la letra T), después de transcurrido un tiempo t a partir del instante en que la madre se libró de hija.

Daremos un ejemplo de utilización práctica de esta tabla:

11) Se tiene una fuente constituida por Ra D y Ra E, el día de hoy se libra al Ra D de su hija, se desea saber:

a) ¿Qué por ciento del valor de equilibrio alcanzará el Ra E después de dos días?

b) ¿Al cabo de cuánto tiempo se tendrá de Ra E 50% del valor de la actividad que se alcanzará en el equilibrio?

Resolución de a)

$$\frac{t}{T_2} = \frac{t}{T} = \frac{2 \text{ días}}{5 \text{ días}} = 0,40$$

Se busca en la primera columna el valor 0,4 que corresponde en la cuarta columna al valor 0,2421.

$$\frac{A_2}{A_{1,0}} = 0,2421, \text{ por lo tanto } 100 \frac{A_2}{A_{1,0}} = 24,21$$

Respuesta al punto a)

Al cabo de dos días se obtendrá el 24,21% del valor de equilibrio.

Resolución de b)

$$100 \frac{A_2}{A_{1,0}} = 50, \text{ de ahí que } \frac{A_2}{A_{1,0}} = 0,50$$

En la columna $(1 - e^{-0,693 t/T})$ se busca el valor 0,50 y en la primera columna (t/T) se obtiene el valor 1,00 = t/T_2 .

Por lo tanto $t = T_2 = 5$ días

Respuesta al punto b)

Después de un período (en este caso 5 días) se obtendrá el 50% del valor correspondiente al equilibrio.

Una variante:

12) Se tiene una fuente constituida por Ra D y Ra E, el día de hoy se libra al Ra D de su hija, se desea saber:

a) ¿Qué actividad de Ra E se alcanzará al cabo de dos días si se tienen 5 μCi de Ra D?

b) ¿Al cabo de cuánto tiempo se tendrá 1 μCi de Ra E?

Resolución de a)

Se comienza por determinar que fracción del equilibrio se alcanza al cabo de dos días, lo que se había calculado en el punto a) del ejemplo anterior dando por resultado 0,2421 del equilibrio. Ahora bien, como se cumple la expresión 3.100 el valor de equilibrio será 5 μCi

$$0,2421 \times 5 \mu\text{Ci} = 1,2105 \mu\text{Ci}$$

Respuesta al punto a)

Al cabo de dos días se tendrán 1,2105 μCi de Ra E.

Resolución de b)

El valor de equilibrio, valor máximo que se puede alcanzar, es $A_{1,0}$ que es igual a $5 \mu\text{Ci}$, por lo tanto se calculará que fracción de ese valor representa $1 \mu\text{Ci}$

$$X = \frac{1 \mu\text{Ci}}{5 \mu\text{Ci}} = 0,20$$

$1 \mu\text{Ci}$ representa $2/10$ de la actividad que se alcanzará en el equilibrio, por lo tanto $(1 - e^{-0,693 t/T}) = 0,20$

Se busca en la cuarta columna el valor $0,20$ y se ve que ese valor no está indicado, entonces se toma el más próximo a ese valor que resulta ser $0,1989$.

Para $0,1989$ corresponde un valor en la primera columna de $t/T = t/T_2 = 0,32$.

$$\frac{t}{T_2} = \frac{t}{5 \text{ días}} = 0,32; \quad t = 5 \times 0,32 \text{ días} = 1,60 \text{ días}$$

Respuesta al punto b)

Al cabo de $1,6$ días se logrará una actividad de $1 \mu\text{Ci}$.

3.8.0 FAMILIAS RADIATIVAS NATURALES

Los productos radiactivos naturales con número atómico mayor que 83 (elemento bismuto) pertenecen a cadenas de desintegraciones sucesivas, y todos los nucleídos pertenecientes a una misma cadena constituyen una familia o serie radiactiva natural.

Las familias naturales actuales son tres. Una de ellas tiene como madre o iniciador el uranio I ó uranio 238 (U_I ó ${}_{92}^{238}\text{U}$) cuya masa atómica precisa es de $238,1252$ uma y su período de desintegración $4,51 \times 10^9$ años, que después de catorce transformaciones (ocho emisiones alfa y seis beta) alcanza un producto final estable el radio G o plomo con número de masa 206 (RaG ó ${}_{82}^{206}\text{Pb}$). Como esta serie incluye el radio 226 y sus productos de desintegración, se le suele llamar también serie del radio o serie $4n + 2$, fórmula que da en forma aproximada el número de masa de cualquier miembro de la serie, siendo n un número entero.

Otra de las familias radiactivas naturales es la serie $4n + 3$ del thorio 232 (${}_{90}^{232}\text{Th}$) cuya masa atómica precisa es de $232,1108$ uma y su período de desintegración de $1,39 \times 10^{10}$ años. Después de varias transformaciones alfa y beta concluye en el producto final estable thorio D o plomo 208 (ThD ó ${}_{82}^{208}\text{Pb}$).

Otra serie natural conocida es la serie $4n+3$ ó serie del actinio. Se inicia con el actinio uranio o uranio 235 (AcU ó $^{235}_{92}\text{U}$) con masa atómica precisa 235,1175 uma y período de desintegración $7,1 \times 10^8$ años, el producto final es el actinio D o plomo 207 (AcD ó $^{207}_{82}\text{Pb}$).

En la figura 3.7 se pueden observar las tres familias naturales y su ubicación respecto a la tabla periódica.

Debido a que los iniciadores de las tres familias tienen períodos muy grandes, se establece entre cada uno de ellos y sus descendientes equilibrio secular cuando se encuentran en el interior de los minerales. En la superficie de los mismos pueden no estarlo debido a la acción de agentes exteriores.

Por lo tanto se cumple la expresión 3.95 y todos los miembros activos de una cadena tienen la misma actividad que el iniciador de la serie.

$$N_1 \lambda_1 = N_2 \lambda_2 = N_3 \lambda_3 \dots\dots N_n \lambda_n \text{ (serie } 4n+2 \text{)}$$

$$N'_1 \lambda'_1 = N'_2 \lambda'_2 = N'_3 \lambda'_3 \dots\dots N'_n \lambda'_n \text{ (serie } 4n \text{)}$$

$$N''_1 \lambda''_1 = N''_2 \lambda''_2 = N''_3 \lambda''_3 \dots\dots N''_n \lambda''_n \text{ (serie } 4n+3 \text{)}$$

De modo que si la serie está en equilibrio secular, conociendo la masa o el número de átomos de uno de ellos (la madre de la serie por ejemplo) se puede conocer el número de átomos de los demás miembros integrantes.

3.9.0 REFERENCIAS

- (1) Evans, R.D., The Atomic Nucleus, Mc Graw - Hill Book Company, Inc, Estados Unidos de Norteamérica. (1955).
- (2) Friedlander, G., Kennedy, J.W., Nuclear and Radiochemistry, John Wiley and Sons, Inc. New York (1956).
- (3) Lederer, C.M., Hollander, J.M., Perlman, I., Table of Isotopes, John Wiley and Sons, Inc. New York, Sexta edición, (1967).
- (4) Seelmann Eggebert, W., Pfenning, G., Münzel, H., Tabla de Núclidos, Karlsruhe, Alemania, Tercera edición, (1968).
- (5) Sullivan, W.H., Trilinear Chart of Nuclides, Atomic Energy Commission, United States of America (1959).

TABLA 3.3 FUNCIONES EXPONENCIALES

t tiempo	T período de semi-desintegración	λ constante de desintegración	7.625-2 significa	7.625 . 10 ⁻²							
$\frac{t}{T}$	λt	$e^{-\lambda t}$	$1 - e^{-\lambda t}$	$\frac{t}{T}$	λt	$e^{-\lambda t}$	$1 - e^{-\lambda t}$	$\frac{t}{T}$	λt	$e^{-\lambda t}$	$1 - e^{-\lambda t}$
0.00	0.0000	1.000	0.0000	0.26	0.1802	0.8351	0.1649	0.71	0.4921	0.6113	0.3887
1.0-4	6.931-5	0.9999	6.930-5	0.27	0.1871	0.8293	0.1707	0.72	0.4991	0.6071	0.3929
2.0-4	1.386-4	0.9999	1.386-4	0.28	0.1941	0.8236	0.1764	0.73	0.5060	0.6029	0.3971
3.0-4	2.079-4	0.9998	2.080-4	0.29	0.2010	0.8179	0.1821	0.74	0.5129	0.5987	0.4013
4.0-4	2.773-4	0.9997	2.772-4	0.30	0.2079	0.8123	0.1877	0.75	0.5199	0.5946	0.4054
5.0-4	3.466-4	0.9997	3.465-4	0.31	0.2149	0.8066	0.1934	0.76	0.5268	0.5905	0.4095
6.0-4	4.159-4	0.9996	4.158-4	0.32	0.2218	0.8011	0.1989	0.77	0.5337	0.5864	0.4136
7.0-4	4.852-4	0.9995	4.851-4	0.33	0.2287	0.7955	0.2045	0.78	0.5407	0.5824	0.4176
8.0-4	5.545-4	0.9994	5.544-4	0.34	0.2357	0.7900	0.2100	0.79	0.5476	0.5783	0.4217
9.0-4	6.238-4	0.9994	6.236-4	0.35	0.2426	0.7846	0.2154	0.80	0.5545	0.5743	0.4257
1.0-3	6.931-4	0.9993	6.929-4	0.36	0.2495	0.7792	0.2208	0.81	0.5614	0.5704	0.4296
2.0-3	1.386-3	0.9986	1.385-3	0.37	0.2565	0.7738	0.2262	0.82	0.5684	0.5664	0.4336
3.0-3	2.079-3	0.9979	2.077-3	0.38	0.2634	0.7684	0.2316	0.83	0.5753	0.5625	0.4375
4.0-3	2.773-3	0.9972	2.769-3	0.39	0.2703	0.7631	0.2369	0.84	0.5822	0.5586	0.4414
5.0-3	3.466-3	0.9965	3.460-3	0.40	0.2773	0.7579	0.2421	0.85	0.5892	0.5548	0.4452
6.0-3	4.159-3	0.9958	4.150-3	0.41	0.2842	0.7526	0.2474	0.86	0.5961	0.5510	0.4490
7.0-3	4.852-3	0.9952	4.840-3	0.42	0.2911	0.7474	0.2526	0.87	0.6030	0.5471	0.4529
8.0-3	5.545-3	0.9945	5.530-3	0.43	0.2981	0.7423	0.2577	0.88	0.6100	0.5434	0.4566
9.0-3	6.238-3	0.9938	6.219-3	0.44	0.3050	0.7371	0.2629	0.89	0.6169	0.5396	0.4604
1.0-2	6.931-3	0.9931	6.908-3	0.45	0.3119	0.7320	0.2680	0.90	0.6238	0.5359	0.4641
1.5-2	1.040-2	0.9897	1.034-2	0.46	0.3188	0.7270	0.2730	0.91	0.6308	0.5322	0.4678
2.0-2	1.386-2	0.9862	1.377-2	0.47	0.3258	0.7220	0.2780	0.92	0.6377	0.5285	0.4715
3.0-2	2.079-2	0.9794	2.058-2	0.48	0.3327	0.7170	0.2830	0.93	0.6446	0.5249	0.4751
4.0-2	2.773-2	0.9727	2.735-2	0.49	0.3396	0.7120	0.2880	0.94	0.6516	0.5212	0.4788
5.0-2	3.466-2	0.9659	3.406-2	0.50	0.3466	0.7071	0.2929	0.95	0.6585	0.5176	0.4824
6.0-2	4.159-2	0.9593	4.074-2	0.51	0.3535	0.7022	0.2978	0.96	0.6654	0.5141	0.4859
7.0-2	4.852-2	0.9526	4.736-2	0.52	0.3604	0.6974	0.3026	0.97	0.6724	0.5105	0.4895
8.0-2	5.545-2	0.9461	5.394-2	0.53	0.3674	0.6926	0.3074	0.98	0.6793	0.5070	0.4930
9.0-2	6.238-2	0.9395	6.048-2	0.54	0.3743	0.6878	0.3122	0.99	0.6862	0.5035	0.4965
0.10	6.931-2	0.9330	6.697-2	0.55	0.3812	0.6830	0.3170	1.00	0.6931	0.5000	0.5000
0.11	7.625-2	0.9266	7.341-2	0.56	0.3882	0.6783	0.3217	1.02	0.7070	0.4931	0.5069
0.12	8.318-2	0.9202	7.981-2	0.57	0.3951	0.6736	0.3264	1.04	0.7209	0.4863	0.5137
0.13	9.011-2	0.9138	8.617-2	0.58	0.4020	0.6690	0.3310	1.06	0.7347	0.4796	0.5204
0.14	9.704-2	0.9075	9.248-2	0.59	0.4090	0.6643	0.3357	1.08	0.7486	0.4730	0.5270
0.15	0.1040	0.9013	9.875-2	0.60	0.4159	0.6598	0.3402	1.10	0.7625	0.4665	0.5335
0.16	0.1109	0.8950	0.1050	0.61	0.4228	0.6552	0.3448	1.12	0.7763	0.4601	0.5399
0.17	0.1178	0.8888	0.1112	0.62	0.4298	0.6507	0.3493	1.14	0.7902	0.4538	0.5462
0.18	0.1248	0.8827	0.1173	0.63	0.4367	0.6462	0.3538	1.16	0.8041	0.4475	0.5525
0.19	0.1317	0.8766	0.1234	0.64	0.4436	0.6417	0.3583	1.18	0.8179	0.4414	0.5586
0.20	0.1386	0.8706	0.1294	0.65	0.4505	0.6373	0.3627	1.20	0.8318	0.4353	0.5647
0.21	0.1456	0.8645	0.1355	0.66	0.4575	0.6329	0.3671	1.22	0.8456	0.4293	0.5707
0.22	0.1525	0.8586	0.1414	0.67	0.4644	0.6285	0.3715	1.24	0.8595	0.4234	0.5766
0.23	0.1594	0.8526	0.1474	0.68	0.4713	0.6242	0.3758	1.26	0.8734	0.4175	0.5825
0.24	0.1664	0.8467	0.1533	0.69	0.4783	0.6199	0.3801	1.28	0.8872	0.4118	0.5882
0.25	0.1733	0.8409	0.1591	0.70	0.4852	0.6156	0.3844	1.30	0.9011	0.4061	0.5939

$\frac{t}{T}$	λt	$e^{-\lambda t}$	$1 - e^{-\lambda t}$	$\frac{t}{T}$	λt	$e^{-\lambda t}$	$1 - e^{-\lambda t}$	$\frac{t}{T}$	λt	$e^{-\lambda t}$	$1 - e^{-\lambda t}$
1.32	0.9150	0.4005	0.5995	2.22	1.539	0.2146	0.7854	4.10	2.842	5.831-2	0.9417
1.34	0.9288	0.3950	0.6050	2.24	1.553	0.2117	0.7883	4.20	2.911	5.441-2	0.9456
1.36	0.9427	0.3896	0.6104	2.26	1.567	0.2088	0.7912	4.30	2.981	5.077-2	0.9492
1.38	0.9565	0.3842	0.6158	2.28	1.580	0.2059	0.7941	4.40	3.050	4.737-2	0.9526
1.40	0.9704	0.3789	0.6211	2.30	1.594	0.2031	0.7969	4.50	3.119	4.419-2	0.9558
1.42	0.9843	0.3737	0.6263	2.32	1.608	0.2003	0.7997	4.60	3.188	4.123-2	0.9588
1.44	0.9981	0.3686	0.6314	2.34	1.622	0.1975	0.8025	4.70	3.258	3.847-2	0.9615
1.46	1.012	0.3635	0.6365	2.36	1.636	0.1948	0.8052	4.80	3.327	3.590-2	0.9641
1.48	1.026	0.3585	0.6415	2.38	1.650	0.1921	0.8079	4.90	3.396	3.349-2	0.9665
1.50	1.040	0.3536	0.6464	2.40	1.664	0.1895	0.8105	5.00	3.466	3.125-2	0.9688
1.52	1.054	0.3487	0.6513	2.42	1.677	0.1869	0.8131	5.10	3.535	2.916-2	0.9708
1.54	1.067	0.3439	0.6561	2.44	1.691	0.1843	0.8157	5.20	3.604	2.720-2	0.9728
1.56	1.081	0.3392	0.6608	2.46	1.705	0.1817	0.8183	5.30	3.674	2.538-2	0.9746
1.58	1.095	0.3345	0.6655	2.48	1.719	0.1792	0.8208	5.40	3.743	2.368-2	0.9763
1.60	1.109	0.3299	0.6701	2.50	1.733	0.1768	0.8232	5.50	3.812	2.210-2	0.9779
1.62	1.123	0.3253	0.6747	2.55	1.768	0.1708	0.8292	5.60	3.882	2.062-2	0.9794
1.64	1.137	0.3209	0.6791	2.60	1.802	0.1649	0.8351	5.70	3.951	1.924-2	0.9808
1.66	1.151	0.3164	0.6836	2.65	1.837	0.1593	0.8407	5.80	4.020	1.795-2	0.9821
1.68	1.164	0.3121	0.6879	2.70	1.871	0.1539	0.8461	5.90	4.090	1.675-2	0.9833
1.70	1.178	0.3078	0.6922	2.75	1.906	0.1487	0.8513	6.00	4.159	1.563-2	0.9844
1.72	1.192	0.3035	0.6965	2.80	1.941	0.1436	0.8564	6.20	4.298	1.360-2	0.9864
1.74	1.206	0.2994	0.7006	2.85	1.975	0.1387	0.8613	6.40	4.436	1.184-2	0.9882
1.76	1.220	0.2952	0.7048	2.90	2.010	0.1340	0.8660	6.60	4.575	1.031-2	0.9897
1.78	1.234	0.2912	0.7088	2.95	2.045	0.1294	0.8706	6.80	4.713	8.974-3	0.9910
1.80	1.248	0.2872	0.7128	3.00	2.079	0.1250	0.8750	7.00	4.852	7.813-3	0.9922
1.82	1.262	0.2832	0.7168	3.05	2.114	0.1207	0.8793	7.20	4.991	6.801-3	0.9932
1.84	1.275	0.2793	0.7207	3.10	2.149	0.1166	0.8834	7.40	5.129	5.921-3	0.9941
1.86	1.289	0.2755	0.7245	3.15	2.183	0.1127	0.8873	7.60	5.268	5.154-3	0.9948
1.88	1.303	0.2717	0.7283	3.20	2.218	0.1088	0.8912	7.80	5.407	4.487-3	0.9955
1.90	1.317	0.2679	0.7321	3.25	2.253	0.1051	0.8949	8.00	5.545	3.906-3	0.9961
1.92	1.331	0.2643	0.7357	3.30	2.287	0.1015	0.8985	8.20	5.684	3.401-3	0.9966
1.94	1.345	0.2606	0.7394	3.35	2.322	9.807-2	0.9019	8.40	5.822	2.960-3	0.9970
1.96	1.359	0.2570	0.7430	3.40	2.357	9.473-2	0.9053	8.60	5.961	2.577-3	0.9974
1.98	1.372	0.2535	0.7465	3.45	2.391	9.151-2	0.9085	8.80	6.100	2.244-3	0.9978
2.00	1.386	0.2500	0.7500	3.50	2.426	8.839-2	0.9116	9.00	6.238	1.953-3	0.9980
2.02	1.400	0.2466	0.7534	3.55	2.461	8.538-2	0.9146	9.20	6.377	1.700-3	0.9983
2.04	1.414	0.2432	0.7568	3.60	2.495	8.247-2	0.9175	9.40	6.516	1.480-3	0.9985
2.06	1.428	0.2398	0.7602	3.65	2.530	7.966-2	0.9203	9.60	6.654	1.289-3	0.9987
2.08	1.442	0.2365	0.7635	3.70	2.565	7.695-2	0.9231	9.80	6.793	1.122-3	0.9989
2.10	1.456	0.2333	0.7667	3.75	2.599	7.433-2	0.9257	10.00	6.931	9.766-4	0.9990
2.12	1.469	0.2300	0.7700	3.80	2.634	7.179-2	0.9282	11.00	7.625	4.883-4	0.9995
2.14	1.483	0.2269	0.7731	3.85	2.669	6.935-2	0.9307	12.00	8.318	2.441-4	0.9998
2.16	1.497	0.2238	0.7762	3.90	2.703	6.699-2	0.9330	13.00	9.011	1.221-4	0.9999
2.18	1.511	0.2207	0.7793	3.95	2.738	6.470-2	0.9353	14.00	9.704	6.104-5	0.9999
2.20	1.525	0.2176	0.7824	4.00	2.773	6.250-2	0.9375	15.00	10.40	3.052-5	1.0000

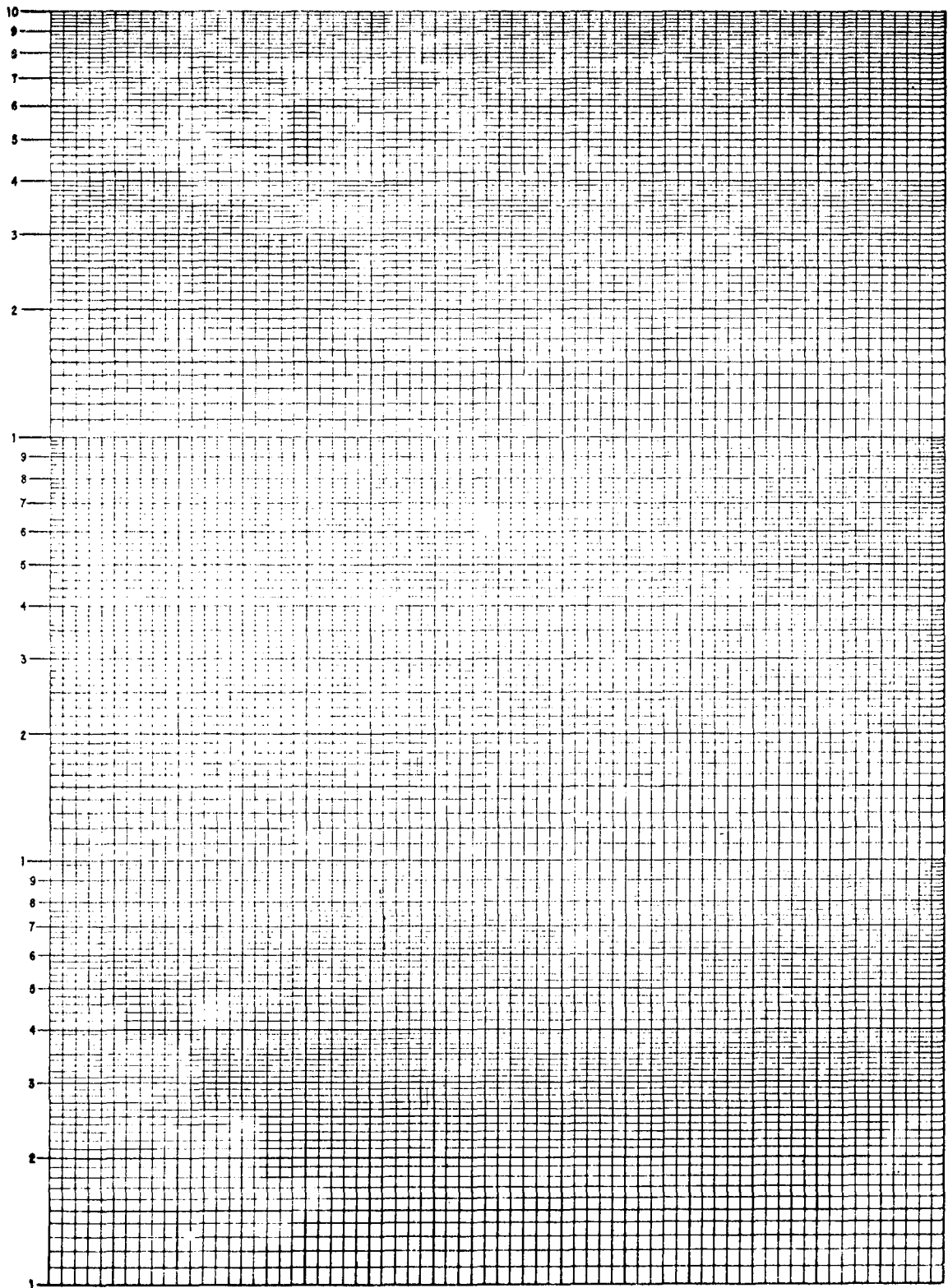


Fig. 3.1 Papel semilogarítmico de tres décadas.

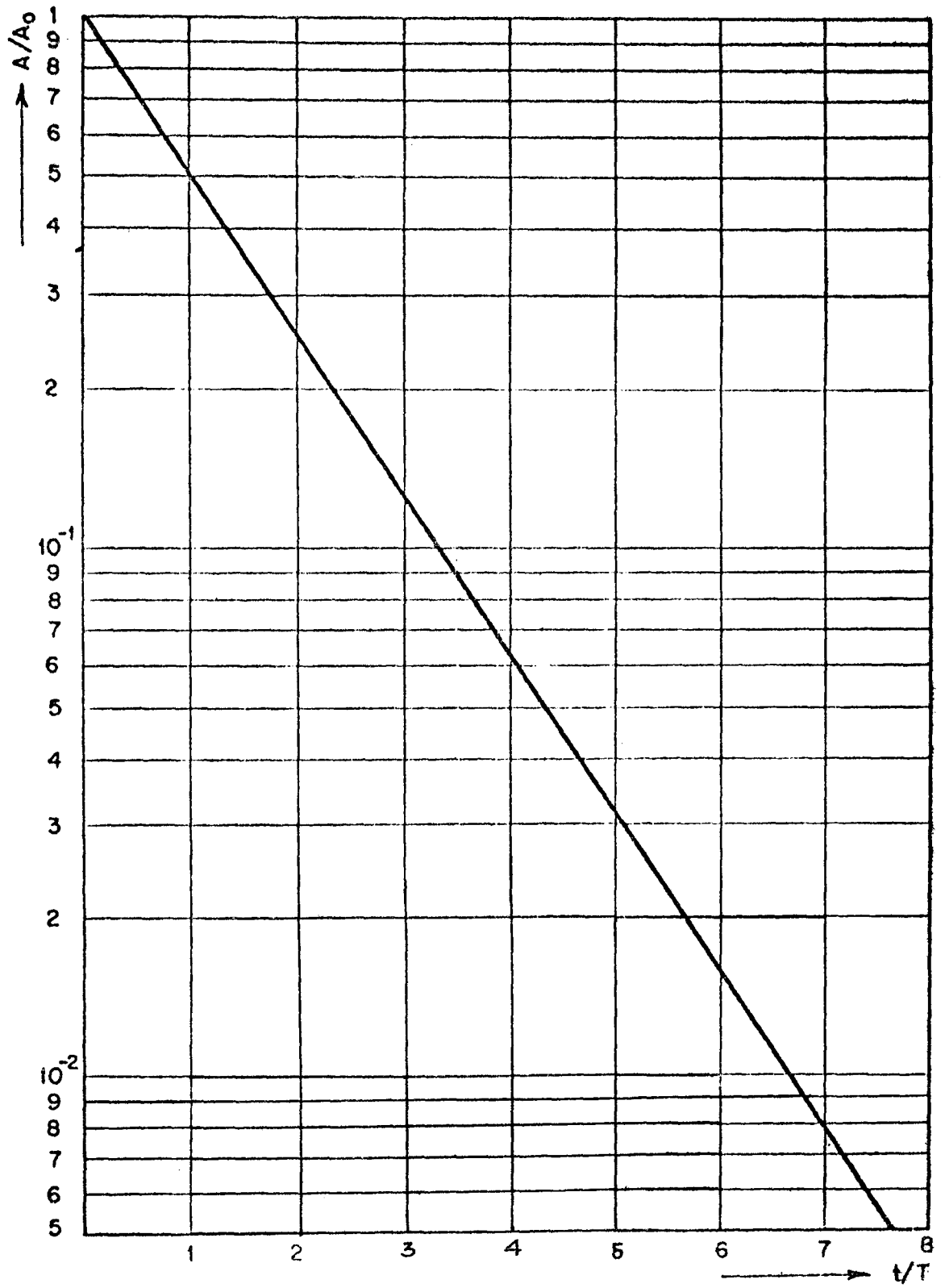


Fig 3.2 $\frac{A}{A_0} = f(t/T)$.

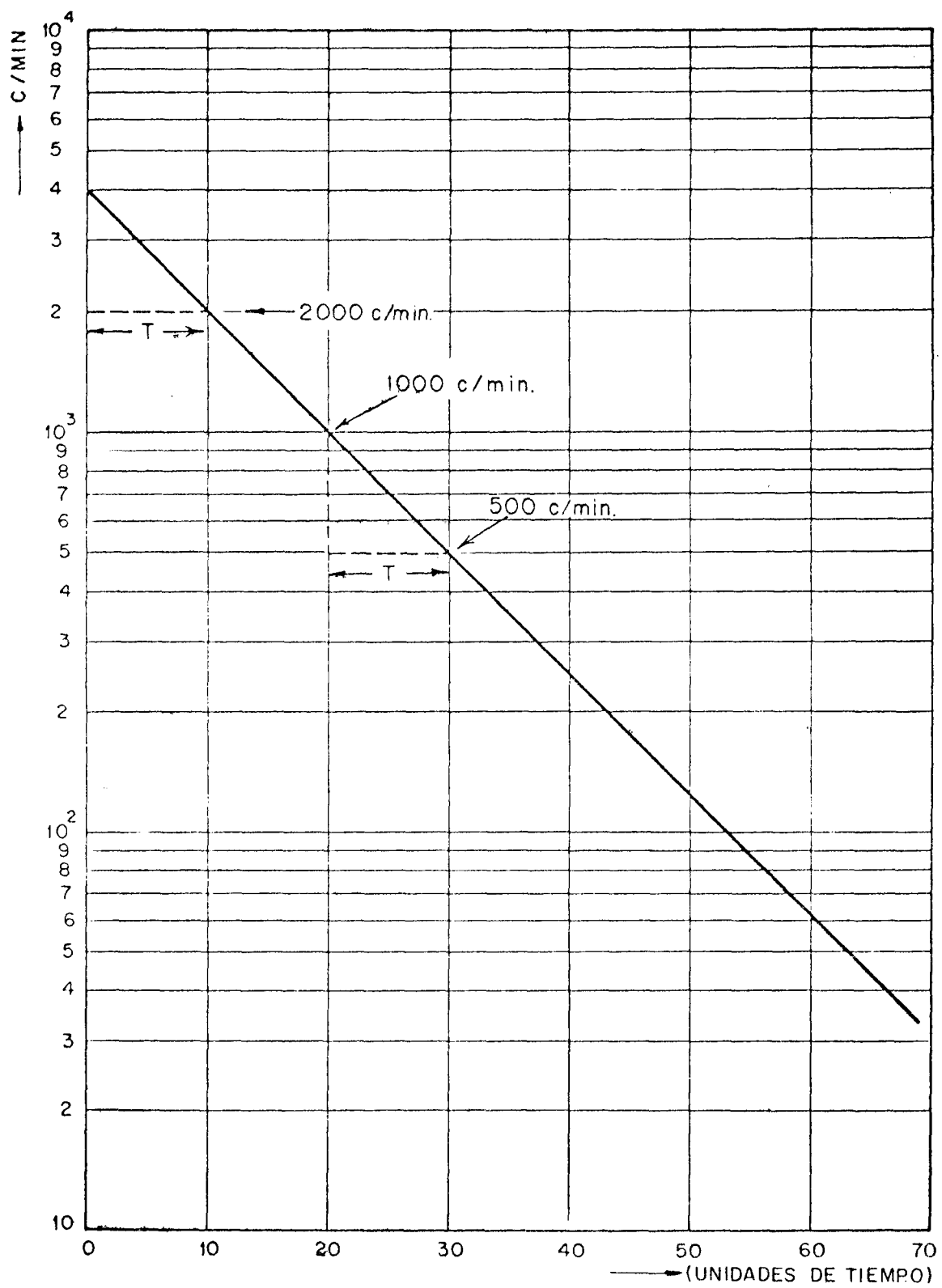


Fig. 3.3 Determinación gráfica del período.

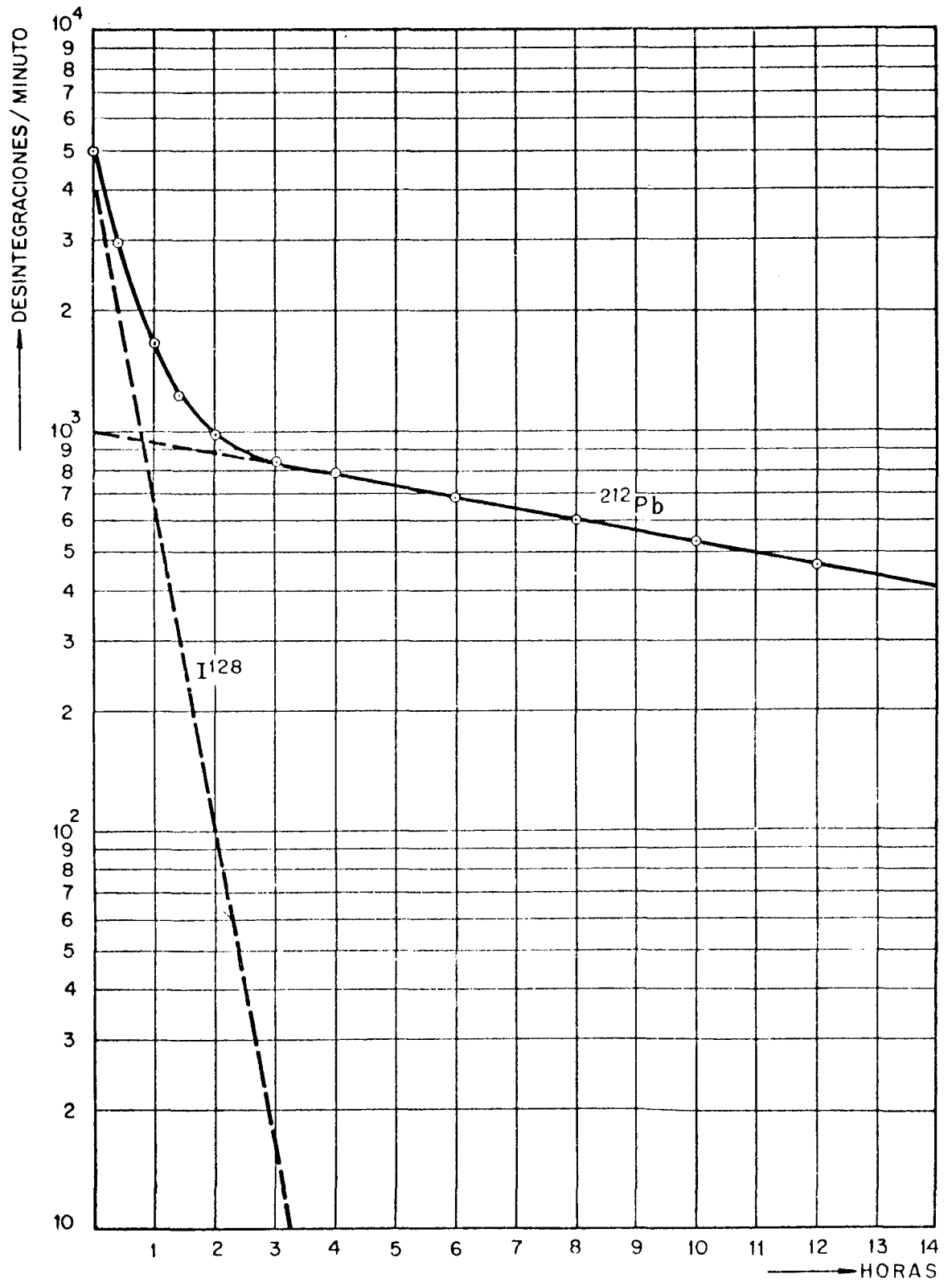


Fig. 3.4 Mezcla de nucleídos activos sin relación genética.

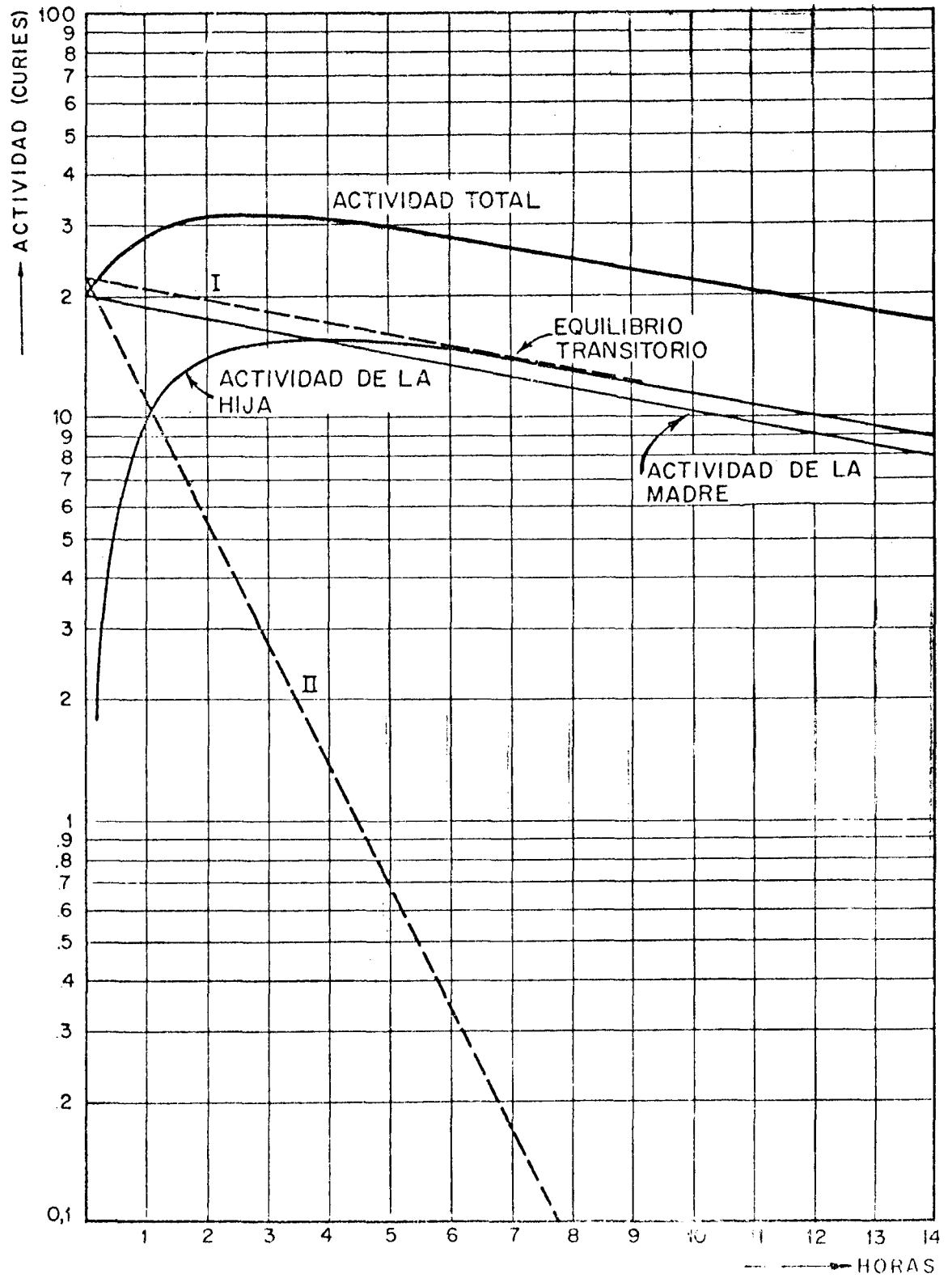


Fig. 3.5 Equilibrio transitorio - Sistema $^{212}_{82}\text{Pb} \longrightarrow ^{212}_{83}\text{Bi}$.
Resolución gráfica.

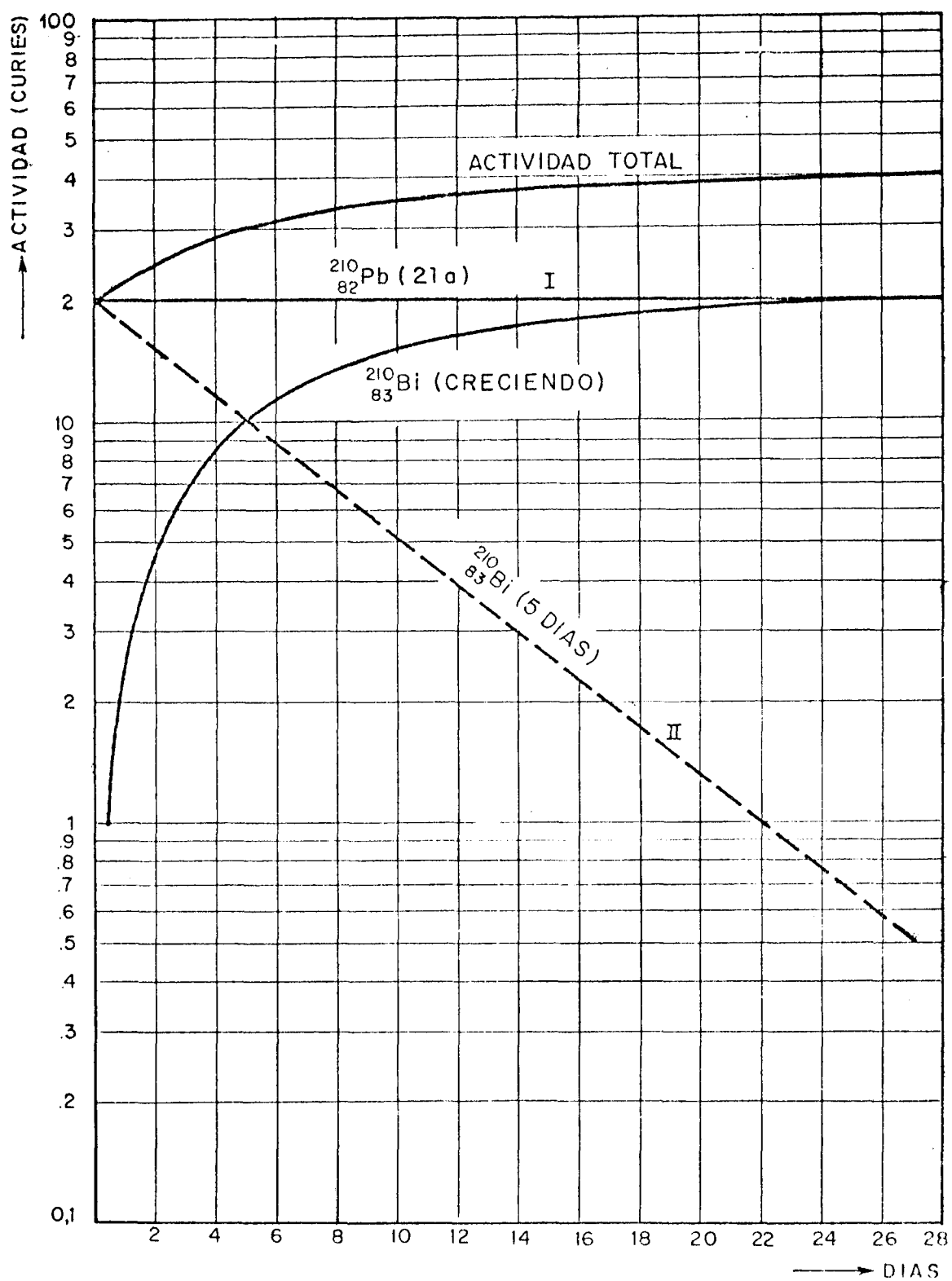


Fig. 3.6 Equilibrio secular - Sistema $^{210}_{82}\text{Pb} \longrightarrow ^{210}_{83}\text{Bi}$.
Resolución gráfica.

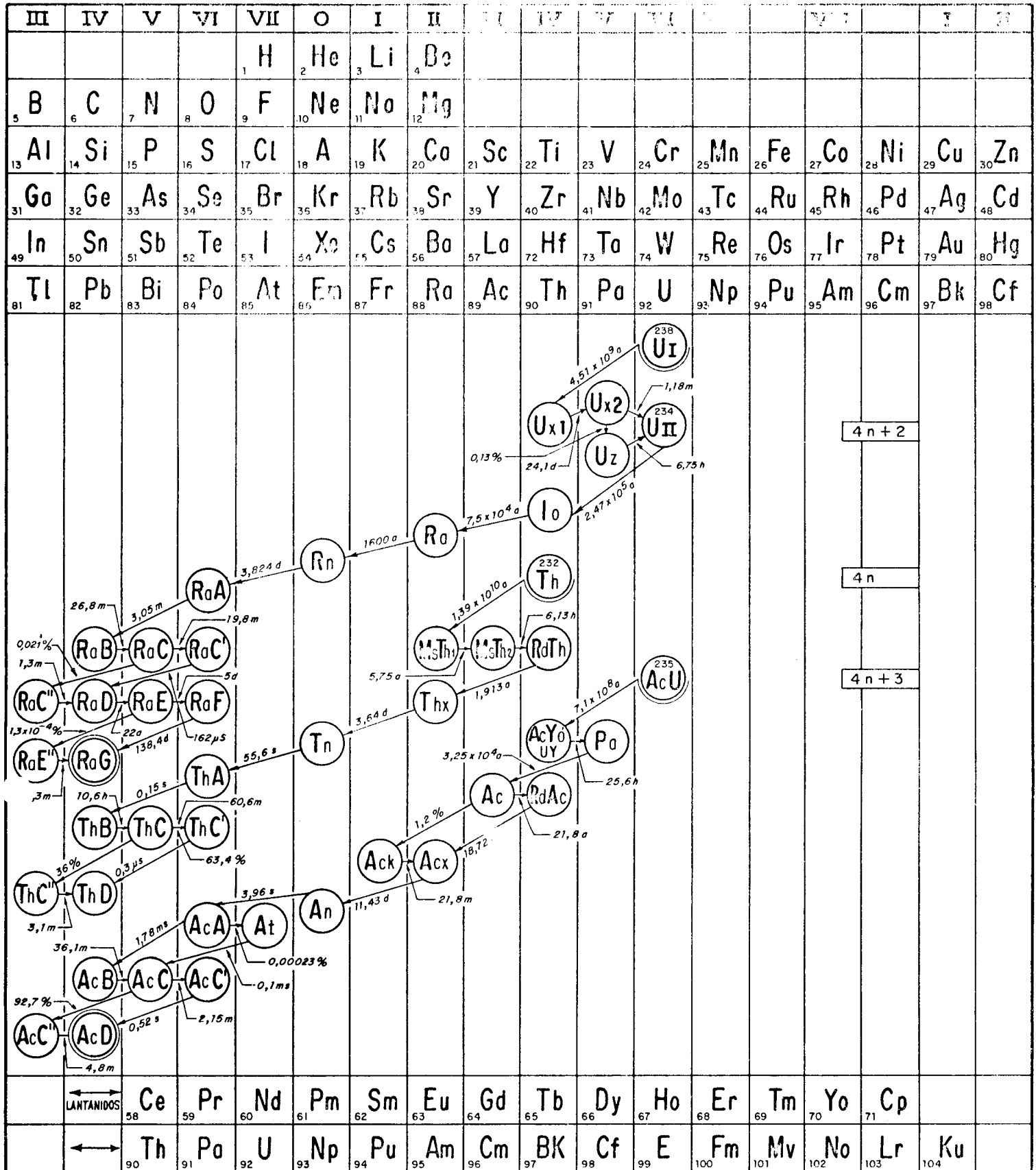


Fig. 3.7 Sistema periódico y familias radiactivas naturales.