

C. N. E. A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1979

Anal. Acad. Ci. Ex. Fis. Nat. Buenos Aires, Tomo 31, 1979

TRATAMIENTO CUANTICO DE UN SISTEMA DE FERMIONES EN ROTACION

por el Dr. Daniel R. Bes *

Las sociedades humanas muestran simultáneamente comportamientos de tipo partícula independiente y comportamientos de tipo colectivo. Hay algunas en las que predomina uno u otro comportamiento. Pero aún en las sociedades más individualistas existen instituciones colectivas (por ejemplo, el estado) que constituyen el marco de referencia dentro del cual los integrantes pueden moverse independientemente unos de otros, además de fenómenos colectivos más inútiles, como son las modas. Hasta en las sociedades más colectivistas existen aspectos no erradiables de comportamientos independientes (disidentes intelectuales, mercado negro).

Existen sociedades o sistemas mucho más sencillos en los que también aparecen ambos aspectos en interacción constante. Los más simples dentro de estos últimos son posiblemente los núcleos atómicos. Están constituidos por partículas, los neutrones y los protones, ambos pertenecientes al grupo de los fermiones. Su número varía entre 1 y 250.

Los núcleos presentan fenómenos que pueden ser descriptos suponiendo que las partículas se mueven independientemente unas de otras. Por ejemplo, existen núcleos "mágicos" con propiedades semejantes a las de los gases nobles. Estos fenómenos dan origen al modelo de capas. En este modelo es necesario introducir un término correctivo dado por una interacción residual entre las partículas. El modelo de capas creció paralelamente con la capacidad de las computadoras necesarias para diagonalizar las matrices originadas por la interacción residual. Simultáneamente y a medida que fue agrandando su espacio de Hilbert, este modelo fue agotando su contribución a la generación de nuevos conceptos.

Los núcleos presentan también fenómenos colectivos, uno de los cuales es, por ejemplo, la fisión nuclear. El modelo unificado² de Copenhague permite tomar en cuenta ambos tipos de comportamiento. Los estados del sistema están descriptos

* Departamento de Física, Comisión Nacional de la Energía Atómica. Miembro de la Carrera del Investigador del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Disertación pronunciada por el Dr. Daniel R. Bes en el acto de su incorporación como Académico Titular, el día 16 de septiembre de 1978.

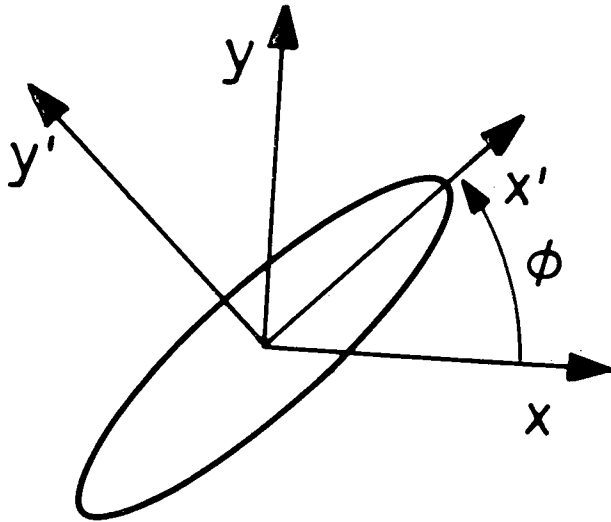
superponiendo dos movimientos, uno de los cuales depende de las coordenadas de las partículas y otro de las coordenadas colectivas. Los movimientos colectivos son de tipo vibracional (si pudiésemos obtener instantáneas del núcleo, se verían distintas formas repetidas periódicamente) o de tipo rotacional (aparecería la misma forma en distintas orientaciones en el espacio). La interacción entre los grados de libertad colectivos y de partículas se manifiesta: i) en la determinación de los parámetros correspondientes a cada uno de los dos movimientos (RPA, modelo de “cranking”, condiciones de autoconsistencia, etc.). Por ejemplo, las partículas se mueven sometidas a la acción de un potencial central cuya forma depende de las coordenadas colectivas. La distribución espacial resultante de este movimiento debe tener la misma forma que el potencial; ii) en la existencia de términos de acoplamiento en el Hamiltoniano que dependen de las variables correspondientes a uno y otro movimiento (por ejemplo, la interacción de Coriolis).

El modelo unificado permite sistematizar una enorme cantidad de resultados experimentales. Desde el punto de vista conceptual, sin embargo, la relativa independencia de los dos movimientos obstaculiza superar completamente la dialéctica profunda que existe entre el comportamiento partícula independiente y el colectivo, es decir, entre dos aspectos de la misma realidad. Por ejemplo, es obvio que las excitaciones colectivas están afectadas por la existencia del principio de Pauli entre los fermiones y que, al describir al sistema con coordenadas colectivas y de partícula, se toman en cuenta más grados de libertad que los que realmente existen. Hacer una historia de los métodos y aproximaciones propuestas para estudiar esta dialéctica es hacer la historia del aspecto conceptual más importante de la física nuclear, y no cabe en estas líneas.

Para el caso de movimientos colectivos vibracionales, la NFT³ proporciona una solución formal (exacta) del problema en términos de un desarrollo en potencias de Ω^{-1} , donde Ω es el número de grados de libertad de partícula activo en el movimiento colectivo. Los coeficientes se calculan mediante el método diagramático de Feynman.⁴

Todos los tratamientos del acoplamiento entre partículas y rotaciones existentes hasta hace poco incluyen aproximaciones semiclásicas. Nuestros intentos de hacer un tratamiento puramente cuántico no dieron resultados positivos durante varios años. La dificultad esencial consiste en que si se aplica una cupla para rotar al núcleo (Fig. 1), no se encuentra una fuerza de restitución en la dirección angular. Este comportamiento es distinto del que ocurre para las vibraciones, en donde el sistema vuelve a la posición de equilibrio después de ser deformado. En el caso rotacional, el movimiento en la dirección angular puede ser descrito como un movimiento vibratorio de amplitud infinita, dando origen a una de las llamadas catástrofes infrarrojas. Para eliminarla, es necesario: i) tratar el movimiento de las partículas en el sistema intrínseco designado con primas en la figura 1 y definido mediante la condición de “gauge” (por ejemplo, se fija en este sistema el ángulo colectivo de rotación) y ii) satisfacer la condición de que la variable conjugada, es decir el impulso angular, sea también una constante del movimiento. Surge, pues,

Fig. 1.— Rotación de un sistema deformado.



un problema de cuantificación con vínculos. Este problema trasciende el marco de la física nuclear y se relaciona con la formulación general de la mecánica cuántica. En este tema han aparecido contribuciones muy importantes, debidas principalmente a Dirac ⁵ y a Fadeev.⁶ Posteriormente Gervais y Sakita ⁷ aplicaron estos desarrollos al tratamiento de variables colectivas en teoría de campos, esencialmente a sistemas bosónicos. En colaboración con V. Alessandrini y V. Machet, de la Universidad de París-Sud (Orsay), extendimos el tratamiento al caso de fermiones.

Haciendo uso de integrales funcionales, se demuestra ⁸ la equivalencia entre un Hamiltoniano H , que depende sólo de las coordenadas e impulsos de las partículas, y un Hamiltoniano H' que incluye además de H , dos términos suplementarios:

$$H' = \lim_{\beta \rightarrow 0} [H + (\pi_{op} - \pi)^2/2\beta + \phi_{op}^2/2\alpha] \quad (1)$$

Es necesario aplicar H' cuando H está dividido en dos términos ($H = H_0 + H_{res}$), uno de los cuales, H_0 , define la base a usar y no tiene las simetrías que caracterizan a H . Por ejemplo, cuando H_0 describe partículas moviéndose independientemente unas de otras en un potencial no esférico como el de la figura 1, a pesar de que H tiene simetría esférica. En (1), π es el valor del impulso angular y π_{op} y ϕ_{op} son los operadores asociados con dicha magnitud y con su variable angular conjugada, respectivamente.

El término proporcional a ϕ_{op}^2 en H' representa una fuerza de restitución finita en la dirección angular, gracias a la cual la amplitud del movimiento vibratorio en esta dirección resulta finito. En el límite $\beta \rightarrow 0$ los resultados son independientes de α y estas vibraciones quedan desacopladas de los estados físicos del sistema, que corresponden a un valor definido de π . Como en (1) ϕ_{op} y π_{op} están expresados en términos de variables de partículas, H' solamente depende de estas últimas. Se ha logrado

así separar las variables colectivas (en este caso, el impulso angular y su variable conjugada), que intervienen en H' sólo a través de la presencia del autovalor π . El movimiento de las partículas se encuentra fuertemente afectado por la separación de los grados de libertad colectivos, debido a la aparición de dos interacciones efectivas entre las partículas [c. f. (1)]. Estas interacciones no son pequeñas. En particular, el término $(\pi_{op} - \pi)^2/\beta$ tiene magnitud infinita. Es razonable que así resulte, para que las singularidades inherentes a las catástrofes infrarrojas desaparezcan. A pesar de su magnitud, este término puede ser tratado perturbativamente, siempre que se haga un desarrollo en serie de potencias de algún otro parámetro. Una elección conveniente es el parámetro Ω^{-1} de la NFT.³ En general, habrá muchas contribuciones que divergen en el límite $\beta \rightarrow 0$ para el coeficiente de Ω^{-n} , pero la suma de ellas dará un número finito aún en ese límite.

Hemos logrado, en principio, un tratamiento completamente cuántico para un sistema de fermiones en rotación, aunque en la práctica sólo hemos llevado a cabo el tratamiento para grupos de simetría abelianos (por ejemplo para rotaciones en dos dimensiones). Actualmente estamos trabajando en el problema de las rotaciones en tres dimensiones.

La búsqueda de la solución a este problema nos proporciona la satisfacción adicional de hurgar en los desarrollos en otras ramas de la física que la excesiva especialización nos acostumbra a ignorar, y de haber verificado la vigencia de conceptos comunes que aparecen bajo diversos nombres en las distintas especialidades. En particular, los nombres de transición de fase, de rompimiento de simetría, de parámetro de orden, de deformación nuclear, etc., designan al mismo concepto, que es probablemente el más relevante de la física microscópica actual.

REFERENCIAS

- ¹ MAYER, M. G.: *Phys. Rev.*, 95 (1949), 1969; 78 (1950), 16. AXEL, O.; JENSEN, J. H. D., y SUESS, H. E.: *Phys. Rev.*, 75 (1949), 1766; *Z. Physik*, 128 (1950), 295. MAYER, M. G., y JENSEN, J. H. D.: *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, John Willey and Sons, Inc., New York (1955).
- ² BOHR, A.: *Kong. Danske Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd.*, 26 (1952), 14. BOHR, A., y MOTTELSON, B. R.: *Kong. Danske Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd.*, 29 (1955), 16. BOHR, A., y MOTTELSON, B. R.: *Nuclear Structure*, Vol. 2, W. A. Benjamin, Inc., New York (1975).
- ³ BES, D. R.; DUSSEL, G. G.; BROGLIA, R. A.; LIOTTA, R., y MOTTELSON, B. R.: *Phys. Letters*, 52B (1974), 253. BES, D. R.: *The Nuclear Field Theory*. Notas de Física, Instituto de Física, UNAM, México, 1 (1978), N° 1.
- ⁴ FEYNMAN: *Quantum Electrodynamics*, W. A. Benjamin Inc., New York (1962).
- ⁵ DIRAC, P. A. M.: *Lectures on Quantum Mechanics*, Belfer Graduate School of Science, Yeshiva University, New York (1964).
- ⁶ FADEEV, L. D.: *Theor. and Math. Phys.*, 1 (1970), 1.
- ⁷ GERVAIS, J. L., y SAKITA, B.: *Phys. Rev.*, D11 (1975), 2943. GERVAIS, J. L.; JEVICKI, A., y SAKITA, B.: *Phys. Reports*, 23c (1976), 281.
- ⁸ ALESSANDRINI, V.; BES, D. R., y MACHET, V.: *Phys. Letters B80* (1978), 9; *Nuclear Phys. B142* (1978), 489.