

REPUBLICA ARGENTINA  
COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA



CORRELACION EXPERIENCIA - TEORIA EN EL  
REACTOR RA - 3

por

E. Pasquini, N. Pieroni, H. Rapoport, G. Ricabarra y R. Solanilla



BUENOS AIRES  
1971

INIS CLASSIFICATION AND KEYWORDS

E 21

PROMPT NEUTRONS  
DECAY  
PULSED NEUTRONS TECHNIQUES  
RA -3  
DIFFUSION  
CROSS SECTIONS  
SUBCRITICAL  
REACTOR CORE  
REACTIVITY  
RESEARCH REACTORS  
COMPUTER CALCULATIONS  
MUFT CODE  
SELENGUT -GOERTZEL EQUATION  
MULTIPLICATION FACTORS  
NEUTRON DIFFUSION EQUATION

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA  
DEPENDIENTE DE LA PRESIDENCIA DE LA NACION

## CORRELACION EXPERIENCIA - TEORIA EN EL REACTOR RA - 3

E. Pasquini - N. Pieroni - H. Rapoport - G. Ricabarra - R. Solanilla

### ABSTRACT

The fundamental prompt neutron decay constant of a multiplicative system can be obtained by pulsed neutron methods. This physical observable is a parameter independent of any theoretical definition. Apart from that, it is a convenient experimental quantity to be compared with values obtained by calculation.

Experimental decay values for different configurations of the RA-3 reactor are compared with those obtained by a two group diffusion theory calculation using modified cross section data. The agreement is excellent, even for high subcritical states of the system.

This calculational method with the associated data can predict reactivities for the core of the RA-3 reactor with reasonable accuracy. The practical importance of the method is the possibility of applying it using a small computer for the calculations.

---

Un resumen del presente trabajo fue presentado en la Reunión Extraordinaria de la Asociación Física Argentina, La Plata, Julio 28 - Agosto 1º, 1969.

## RESUMEN

Mediante el método de neutrones pulsados se obtiene la constante de decaimiento de los neutrones instantáneos en un sistema nuclear multiplicativo. Este observable es independiente de cualquier definición teórica y constituye una base experimental segura para comparación con los resultados obtenidos mediante teoría. Los valores experimentales se comparan con los obtenidos mediante teoría de difusión simplificada a dos grupos de energía, empleando secciones eficaces modificadas, para varias configuraciones del reactor RA-3, partiendo del laplaciano geométrico experimental. El acuerdo razonable logrado en la confrontación experiencia-teoría, incluso para situaciones de alta subcríticidad, permite presentar un método de cálculo provisto de los parámetros adecuados para la predicción confiable de reactividades asociadas al núcleo del reactor RA-3.

El método ofrece la ventaja práctica de poder aplicarse mediante utilización de computadoras de pequeña capacidad.

## INTRODUCCION

Mediante experiencias críticas consistentes en la determinación de la multiplicación en función del laplaciano del sistema multiplicativos es posible obtener los valores de la masa y dimensiones críticas del mismo. En el pasado estos valores eran únicos que podían compararse con los cálculos teóricos.

La determinación de la reactividad en sistemas subcríticos, sean homogéneos o no, presentaba dificultades de interpretación para estados no cercanos al crítico. Aún el mismo concepto de reactividad sufre fuerte crítica, debido principalmente a que ésta no es un observable físico y su valor dependé de la definición que se utiliza (1, 2, 3).

En los últimos años se ha hecho uso del método de neutrones pulsados (4) para obtener, entre otras cosas  $\alpha_0^i$ , la constante de decaimiento del modo fundamental de los neutrones instantáneos. Este observable es independiente de cualquier definición teórica y constituye una base experimental segura para comparación con los resultados obtenidos mediante teoría.

Sin embargo el concepto de reactividad resulta de primordial importancia y no debe ser descartado en la interpretación de experiencias, como se discutirá más adelante.

Aunque se han desarrollado programas de computación poderosos, basados en teoría de difusión a numerosos grupos para el cálculo de masas críticas de reactores de investigación tipo piletta, ellos presentan el inconveniente práctico de necesitar un esfuerzo de computación considerable.

Un método de cálculo aplicado a reactores nucleares moderados con agua liviana utiliza el esquema de secciones eficaces promedios. Las características y errores del método, definidos por la habilidad en predecir el estado crítico a partir del laplaciano geométrico experimental, se han presentado en informes anteriores (5, 6, 7).

La determinación del laplaciano geométrico se complica cuando los núcleos son pequeños, con alto enriquecimiento del combustible, como ocurre en el reactor RA-3. En estos casos es difícil definir una región espacial asintótica cuya curvatura, independiente de la energía, es igual al autovalor de la ecuación de onda.

Dificultades adicionales constituyen la anisotropía en la distribución angular del flujo, que exigiría abandonar el modelo de difusión, y el alto escape de neutrones durante el proceso de moderación.

Teniendo en cuenta estos inconvenientes se ha desarrollado un procedimiento basado en el esquema de secciones eficaces promedios con ligeras modificaciones y teoría de difusión simplificada a dos grupos de energía. Este procedimiento se aplicó al estudio de varias configuraciones geométricas del núcleo del reactor RA-3, incluyendo una provista de elemento de control. Los resultados obtenidos mediante este método se compararon con las determinaciones experimentales de la constante de decaimiento  $\approx \frac{1}{5}$ .

El acuerdo razonable logrado en la confrontación teoría-experiencia, aún en situaciones altamente subcríticas, permite presentar un método de cálculo previsto de los parámetros adecuados para la predicción confiable de reactividades asociadas al núcleo del reactor RA-3.

La confiabilidad de este sistema de cálculo permite la extrapolación a nuevas situaciones mediante el uso de una computadora de pequeña capacidad, previo ajuste con los datos experimentales.

1) INTERPRETACION DE LAS EXPERIENCIAS EN RELACION CON LA DETERMINACION DE LA REACTIVIDAD.

Una expresión general que describe al sistema multiplicativo y permite su interpretación en términos de observables físicos provistos por neutrones pulsados, viene dado por el elegante tratamiento operacional de Preskitt et. al. (2).

$$[\hat{D} + (1 - \beta_N) \hat{\chi}_i \hat{P}] \bar{\phi} + \hat{\chi}_r \hat{\lambda} \bar{c} + \bar{F} = \frac{1}{v} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\hat{\beta} \hat{P} \bar{\phi} - \hat{\lambda} \bar{c} = \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} \quad (1.2)$$

Aquí los símbolos  $\Phi$  (flujo neutrónico),  $\bar{C}$  (concentración de precursores de neutrones retardados) y  $\bar{F}$  (fuente externa) se refieren a vectores definidos en un espacio cuyas coordenadas en general representan posición, dirección y energía. El escalar  $\beta_N$  ( $\beta$  "nuclear") es el número total de precursores de neutrones retardados que se forman por fisión. Los restantes símbolos se refieren a operadores independientes del tiempo que transforman vectores en el espacio definido anteriormente. Así, por ejemplo,  $\hat{D}$  es un operador de "destrucción" neta, que provoca absorción y transferencia de neutrones entre distintos puntos del espacio de las fases;  $\hat{P}$  es el operador de "producción" o "multiplicación" (fisiones);  $\hat{\chi}_i$  y  $\hat{\chi}_r$  son operadores espectrales para la distribución energética de neutrones instantáneos y retardados respectivamente, mientras que  $\hat{\lambda}$  y  $\hat{\beta}$  caracterizan el decaimiento y fracción de neutrones retardados respectivamente.

Las operaciones implicadas en (1.1) y (1.2) pueden clarificarse si se consideran a los operadores como matrices y se interpretan los términos en el sentido de productos matriciales. Como la forma de los operadores no se especifica en (1.1) y (1.2), estas ecuaciones pueden considerarse exactas. Las aproximaciones aparecen cuando se hace la aplicación al cálculo (por ejemplo, en nuestro caso se utilizará la aproximación de difusión). Como solución de (1.1) y (1.2) se propone una de tipo modal:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\phi} &= \bar{\phi}_n e^{\alpha_n t} \\ \bar{c} &= \bar{c}_n e^{\alpha_n t} \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

Reemplazando (1.3) en (1.1) y (1.2), con  $F = 0$ , se obtiene:

$$[(\hat{D} - \frac{\alpha_n}{\lambda}) + \hat{\chi}_n \hat{P}] \bar{\phi}_n = 0 \quad (1.4)$$

donde  $\hat{\chi}_n$  es el "espectro cinético" definido por:

$$\hat{\chi}_n = \hat{\chi}_e - \alpha_n \hat{\chi}_r (\alpha_n \hat{I} + \lambda)^{-1} \hat{\beta} \quad (1.5)$$

$\hat{\chi}_e$  es el "espectro estático" definido por:

$$\hat{\chi}_e = (1 - \beta_N) \hat{\chi}_i + \hat{\chi}_r \hat{\beta} \quad (1.6)$$

$\hat{I}$  es un operador unitario (matriz diagonal).

La ecuación (1.4) es la expresión general para todas las soluciones que varían exponencialmente con el tiempo, y relaciona los observables físicos  $\alpha_n$  y  $\bar{\phi}_n$ . La expresión accesible al cálculo que se emplea comunmente en los códigos estáticos presenta esta forma:

$$[D + (1 - \rho_e) \chi_e P] \bar{\phi}_e = 0 \quad (1.7)$$

Donde  $\rho_e$ , la "reactividad estática" del sistema, por definición es el mayor autovalor de la ecuación (1.7).

El problema es relacionar la ecuación teórica simplificada (1.7) con la que toma en cuenta los observables experimentales, (1.4). Observamos que si en (1.7) al operador  $\hat{D}$  se le sustrae una cantidad  $\frac{a}{\lambda}$ , donde  $a$  es una constante, se obtiene un nuevo operador  $\hat{D}^*$ , con autovalor  $\rho_e^*$  y autofunción  $\bar{\phi}_e^*$ , tales que:

$$\overbrace{[(\hat{D} - \frac{a}{\lambda}) + (1 - \rho_e^*) \hat{\chi}_e \hat{P}]}^{\hat{D}^*} \bar{\phi}_e^* = 0 \quad (1.8)$$

Comparando con (1.4) se ve que si:

$$(1 - \rho_e^*) \hat{\chi}_e \rightarrow \hat{\chi}_n \implies a \rightarrow \alpha_n ; \bar{\phi}_e^* \rightarrow \bar{\phi}_n \quad (1.9)$$

y de esta manera mediante un cálculo "estático" basado en la ecuación (1.7) se puede llegar a la ecuación que relaciona los observables  $\alpha_n$  y  $\bar{\Phi}_n$ . En particular, para el primer modo o modo fundamental de los neutrones instantáneos teniendo en cuenta (1.5) y (1.6), se cumple:

$$\alpha_o^i \gg \lambda_j \Rightarrow (1 - \rho_e^*) \hat{\chi}_e \rightarrow (1 - \beta_N) \hat{\chi}_i \quad (1.10)$$

En este caso el procedimiento es el comunmente conocido como "envenenamiento  $\frac{\rho}{\beta}$ " del sistema. Operando un poco más con la ecuación (1.7), tomando su adjunto y eliminando  $\hat{D}$  en (1.4) mediante la definición de operadores adjuntos:

$$\langle \bar{\psi}, \hat{A} \bar{\phi} \rangle = \langle \hat{A}^+ \bar{\psi}, \bar{\phi} \rangle \quad (1.11)$$

se obtienen dos resultados:

$$\rho_e = \alpha_n \left[ \Delta_n + \sum_{j=1}^m \frac{\beta_{n,j}}{\alpha_n + \lambda_j} \right] \quad (1.12)$$

$m = n^\circ$  total de precursores, que es la expresión generalizada de la fórmula de Nordheim (Chap. X en ref. (8)), y:

$$\Delta_n = \frac{\langle \bar{\phi}_e^+, v^{-1} \bar{\phi}_n \rangle}{\langle \bar{\phi}_e^+, \hat{\chi}_e \hat{P} \bar{\phi}_n \rangle} \quad (1.13)$$

definido como "tiempo de feneración" del sistema

$$\beta_{n,j} = \frac{\langle \hat{\phi}_e^+, \hat{\chi}_{rj} \hat{\beta} \hat{P} \bar{\phi}_n \rangle}{\langle \hat{\phi}_e^+, \hat{\chi}_e \hat{P} \bar{\phi}_n \rangle} \quad (1.14)$$

$$\beta_n = \sum_{j=1}^m \beta_{n,j} \quad (1.15)$$

$\hat{\chi}_{rj}$  es una partición del operador  $\hat{\chi}_r$  que posee solo una columna distinta de cero.

Nuevamente teniendo en cuenta que para los neutrones instantáneos  $\alpha_o^i \gg \lambda_j$ , la (1.12) resulta:

$$\rho_e = \alpha_o^i \Delta_o + \beta_o \quad (1.16)$$

de donde:

$$\Delta_o = \frac{\rho_o - \beta_o}{\alpha_o^i} \quad (1.17)$$

que matemáticamente equivale a evaluar (1.13) para el modo fundamental.

Si en cambio consideramos a los neutrones retardados, se cumple que  $\alpha_o^r = \lambda_j$ , y la (1.12) resulta:

$$\rho_o = \alpha_o^r \left[ \Delta_o + \sum_{j=1}^m \frac{\beta_{oj}}{\alpha_o^r + \lambda_j} \right] \quad (1.18)$$

La expresión (1.16) es la que se utiliza en la determinación experimental de la reactividad mediante método de neutrones pulsados, mientras que la (1.18) provee el valor experimental mediante el método del período asintótico.

El valor teórico de la reactividad es el provisto por la ecuación (1.7). Pero en general este valor coincidirá con los experimentales sólo para estados del sistema cercanos al crítico. Fuera de esa situación no es posible comparación entre experiencia y teoría.

En cambio la ecuación (1.8) en conjunción con la condición (1.9) permite la obtención de  $\alpha_o^i$ , que es un observable experimental cuando se aplica la técnica de neutrones pulsados. Esto posibilita la comparación experiencia-teoría hasta estados muy alejados de criticidad.

Sin embargo el solo conocimiento de  $\alpha_o^i$  para un dado sistema no tiene mucha importancia práctica. Interesa saber cuanto "veneno" hay que retirar del sistema subcrítico, o bien cuanto debe ser incrementada su masa, para alcanzar el estado crítico. Este conocimiento lo provee la reactividad, cuya importancia radica en constituir el nexo conceptual que relaciona observables desde altos valores de subcriticidad hasta crítico é hipercrítico.

## II) OBTENCION DE LAS CONSTANTES NEUTRONICAS.

### II.1 - Breve descripción del núcleo RA-3 y representación geométrica adoptada.

Un elemento combustible individual consiste en un conjunto de placas del tipo MTR conteniendo una aleación de aluminio-uranio altamente enriquecido. Cada placa, levemente curvada, de 0.132 cm x 7.12 cm x 65.5 cm, envaina al combustible cuyas dimensiones son 0.052 cm x 5.95 cm x 61.5 cm.

Un elemento o caja normal de combustible contiene 19 de estas placas, separadas entre sí por una lámina de moderador ( $H_2O$ ) de 0.289 cm de espesor. Las cajas especiales con elementos de control llevan 15 placas, conteniendo además 2 placas absorbentes (de Cd), similares a las de combustibles, y sus guías correspondientes. Los elementos de control ocupan el espacio correspondientes en la caja normal a las placas combustibles números 3, 4, 16 y 17. Las dimensiones externas de las cajas son: 7.62 cm x 8.0 cm x 65.5 cm, el espesor de las paredes laterales (guías de las placas) es 0.48 cm y la separación entre cajas se supone igual a 0,04 cm. Las cajas se agrupan o ensamblan entre sí de varias formas, dando origen a distintas configuraciones geométricas, reflejadas con  $H_2O$ , ó  $H_2O$  y grafito. Según las necesidades se dispone al núcleo en la configuración más convenientes.

El combustible es una mezcla homogénea de Al y U enriquecido al 90 % en  $U^{235}$ ; cada placa contiene 7.52 gr. de  $U^{235}$ . La relación volumétrica entre el moderador ( $H_2O$ ) y el combustible (aleación Al-U) es 7.2 y la del H al Al es 1.33; estas cifras son elocuentes de la gran relación volumétrica de  $H_2O$  en el núcleo, necesaria para disipar los flujos calóricos característicos de estos reactores. También se aprecia el gran porcentaje del "tercer elemento" o elemento de estructura (Al) en la mezcla. Sin embargo, el alto enriquecimiento del combustible (captura parasitaria del  $U^{238}$  despreciable) compensa con creces la absorción del Al (sección eficaz microscópica de absorción térmica aproximadamente 13 veces menor que la correspondiente del  $U^{238}$ ), permite alta multiplicación infinita (pequeña masa crítica). altos valores de escape (que dependen sensiblemente del porcentaje de Al) y por consiguiente gran compactibilidad, (que podría ser aumentada incrementando la densidad de  $U^{235}$  por caja y/o introduciendo reflectores eficientes, p. ej. Be-caso SILOE (9)-). La compactibilidad del núcleo es una característica relevante de los reactores de investigación.

Para los cálculos neutrónicos se definen dos tipos de celda: microcelda y macrocelda. La primera formada por la placa (combustible y vaina) con un semiespesor de moderador ( $H_2O$ ) a cada lado. Esta microcelda permite representar la estructura hiperfina del flujo térmico dentro de la caja correctamente en la medida en que el ancho de la placa sea mucho mayor que el espesor de la misma, como ocurre en nuestro caso.

La macrocelda está definida a partir del volumen interno de la caja y del marco más el moderador adicional, respectivamente por proceso de equivalencia entre geometría bidimensional XY y unidimensional (conservación de las relaciones de áreas transversales y perímetros efectivos de pasajes).

Estas representaciones son muy útiles para estudiar las variaciones del flujo térmico (estructura fina e hiperfina). En la parte epitérmica y rápida, donde el libre camino medio del neutrón es grande frente a las dimensiones características del sistema, las variaciones del flujo son pequeñas, permitiendo adoptar el criterio de homogeneización sin riesgos.

## *II.2 - Adaptación del método de cálculo a núcleos pequeños.*

En los apéndices A y B se presentan brevemente las fórmulas y describen las características generales del esquema de cálculo basado en las secciones eficaces "efectivas" o "ajustadas" provistas por los códigos MUFT-IV y SOFOCATE (13,24). Este esquema de cálculo será tan exacto como lo sean los códigos en cada caso. Esto fue demostrado por Hicks y Ombrellaro (10, 7, 11) para sistemas con reticulados de uranio natural o levemente enriquecido y moderador agua pesada o natural. El error en este caso se define como el alejamiento de la multiplicación efectiva respecto a la unidad cuando el cálculo se efectúa para un sistema crítico a partir de su laplaciano geométrico experimental.

A pesar de que las características de estos reticulados no son similares a las correspondientes de los núcleos de reactores de investigación (núcleos compactos), se ha adaptado el esquema mencionado a nuestro caso de manera que puedan efectuarse los cálculos requeridos en una computadora de pequeña capacidad como la Mercury-Ferranti. La adaptación para el cálculo del núcleo del reactor RA-3 requiere una crítica en la generación de la biblioteca de secciones eficaces rápidas y del procedimiento para definir la multiplicación efectiva; ambas son el objetivo de esta sección.

### *II.2.1 - Modificación de la biblioteca de secciones eficaces rápidas.*

La razón de alterar esta biblioteca es la diferencia entre las hipótesis que sirvieron de base para generar las secciones eficaces efectivas (aproximación P1 y Selengut-Goertzcel, laplaciano muy pequeño, mezclas binarias) y las que corresponden al análisis del núcleo RA-3 (aproximación B1, laplaciano del orden de  $100 \text{ m}^{-2}$ , mezclas terciarias con gran concentración de A1).

El análisis muestra sin embargo pocas modificaciones. En efecto, la alteración de las secciones eficaces con la laplaciano es significativa en la medida que los escapes de las mezclas homogéneas lo sean. Por otro lado, las secciones eficaces efectivas de los elementos han de diferir si el espectro en energía cambia sustancialmente. Pero se observa que la introducción del A1 conserva la forma del espectro en los grupos rápidos, alterándolo levemente en el correspondiente a las fisiones rápidas del  $\text{U}^{235}$ .

Siguiendo las ideas de Ombrellaro (11), utilizando el código MUFT-IV (13) y la biblioteca de secciones eficaces de Henry (14) para 54 grupos, Hicks (10, 12) definió secciones eficaces efectivas para cada grupo y cada isótopo de la mezcla binaria H<sub>2</sub>O - isótopo. Para ello utilizó un procedimiento de ajuste a partir de las constantes suministradas por MUFT-IV y de las definiciones siguientes:

$$\left. \begin{aligned} \text{DIF (I)} &= \frac{1}{3 [N_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \sigma_{\text{trH}_2\text{O}}^{(I)} \cdot r + N_j \cdot \sigma_{\text{trj}}^{(I)} \cdot (1-r)]} \\ \text{ABS (I)} &= N_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \sigma_{\text{aH}_2\text{O}}^{(I)} \cdot r + N_j \cdot \sigma_{\text{aj}}^{(I)} \cdot (1-r) \\ \text{TRANS (I)} &= N_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \sigma_{\text{tH}_2\text{O}}^{(I)} \cdot r + N_j \cdot \sigma_{\text{tj}}^{(I)} \cdot (1-r) \end{aligned} \right\} \quad (11.1)$$

I = 1, 2, 3, ... caracteriza al grupo de energía

r = relación volumétrica.

N<sub>H<sub>2</sub>O</sub> = número de átomos de H<sub>2</sub>O por cm<sup>3</sup>

N<sub>j</sub> = " " " " isótopo j por cm<sup>3</sup>.

σ<sub>tr</sub>, σ<sub>a</sub>, σ<sub>t</sub> = secciones eficaces microscópicas de transporte, absorción y transferencia respectivamente.

Si X (I) es la constante del grupo "I" provista por MUFT-IV é Y (I) la correspondiente provista por (11.1), el procedimiento consiste en hacer:

$$[X (I) - Y (I)]^2 = \text{mínimo} \quad (11.2)$$

para varios valores de i.

$$\begin{aligned} X = D &\rightarrow Y = \text{DIF} \\ X = \Sigma_{\text{a}} &\rightarrow Y = \text{ABS} \\ X = \Sigma_{\text{t}} &\rightarrow Y = \text{TRANS} \end{aligned}$$

Σ<sub>a</sub>, Σ<sub>t</sub> = secciones eficaces macroscópicas de absorción y transporte, respectivamente.

D = coeficiente de difusión.

De la condición (11.2) surge el conjunto de secciones eficaces "efectivas" del isótopo en función de las conocidas para el H<sub>2</sub>O, las que a su vez se determinan directamente del MUFT-IV. En Tabla I se indican las secciones eficaces "efectivas" para los isótopos considerados en este trabajo correspondiente a tres grupos rápidos: fisiones rápidas del U<sup>238</sup> (grupo 1), región intermedia (grupo 2) y resonante (grupo 3).

TABLA I

Secciones eficaces efectivas rápidas ajustadas por Hicks (10,12) para los elementos de interés en nuestros cálculos

Sección eficaz microscópica [barn]	GRUPO	H	O	U 235	U <sup>238</sup>	Al
$\sigma_{tr}$	1	1.5584	1.7070	6.1340	5.1635	2.0475
	2	2.5803	4.2327	10.0396	8.8986	3.8727
	3	6.3428	4.0272	6.6438	7.8876	1.6738
$\sigma_a$	1	0.	0.0220	1.2484	0.4282	0.0092
	2	0.0002	0.	2.0913	0.2694	0.0028
	3	0.0142	0.	40	30	0.0167
$\sigma_t$	1	1.4492	0.3198	1.6905	1.9116	0.3871
	2	2.2138	0.0344	0.	0.	0.0483
	3	2.2454	0.0478	0.	0.	0.
$\nu\sigma_f$	1	0.	0.	3.1687	1.1349	0.
	2	0.	0.	4.0601	1.0371	0.
	3	0.	0.	64	0.	0.

Las fórmulas (11.1) reproducen las constantes del MUFT-IV dentro de errores pequeños (10) para varias relaciones volumétricas y laplacianas inferiores a 60 m<sup>-2</sup>, a excepción de la transferencia para el grupo 3. La influencia de la captura resonante sobre la forma del flujo en dicho grupo aconseja disminuir la sección eficaz de transferencia definida más arriba (que denominaremos  $\Sigma_t^{(3)}$ ) por una función ajustada por Hicks para combustible UO<sub>2</sub>, de forma:

$$f(p_3) = \alpha_0 + \alpha_1 p_3 + \alpha_2 p_3^2 \quad (11.3)$$

donde

$$p_3 = \frac{\Sigma_t^{(3)}}{\Sigma_a^{(3)} + \Sigma_t^{(3)}} \quad (11.4)$$

es un parámetro indicativo de la captura resonante de la mezcla, obtenido (por proceso iterativo) con:

$$\Sigma_t^{(3)} = f(p_3) \Sigma_t^{(3)} \quad (11.5)$$

Las secciones eficaces "ajustadas" de Tabla I fueron empleadas para un cálculo con el código MUFT-IV, con aproximación B-1, B<sup>2</sup> = 0.009 cm<sup>-2</sup>, relación volumen A1 a volumen H<sub>2</sub>O = 0.379, volumen H<sub>2</sub>O a volumen combustible = 6.0, enriquecimiento U<sup>235</sup> = 90%. Las constantes promediadas dadas por MUFT-IV se emplean luego en las ecuaciones (11.1) para obtener las secciones eficaces modificadas del A1. Los resultados se muestran en Tabla II donde también se incluyen los resultados de las ecuaciones (11.1) utilizando los datos de Tabla I.

Con las secciones eficaces modificadas del A1 (Tabla II), las secciones eficaces efectivas sin modificar de los otros elementos (Tabla I) se obtiene un ajuste perfecto - mediante ecuaciones (11.1) - de las constantes provistas por el MUFT-IV (Tabla II), a excepción de la transferencia en el grupo 2. En este caso el pequeño valor de  $\sigma_t^{(2)}$  del A1 y la tendencia a sobrestimar  $\sigma_t^{(2)}$  del H<sub>2</sub>O proveían un valor negativo a la sección eficaz "efectiva" modificada del A1 (!). Es por ello que en Tabla II se adopta  $\sigma_t^{(2)}$  del A1 igual al valor de Tabla I.

TABLA II

Constantes neutrónicas de una celda y secciones eficaces modificadas del A1 obtenidas por ajuste

Sección eficaz macroscópica [cm <sup>-1</sup> ]	GRUPO	Origen de los valores		Sección eficaz efectiva microscópica modificada para A1 (barn)
		MUFT-IV	Ajustadas según fórmulas (1,1)	
$\Sigma_{tr}$	1	0.13028	0.14513	$\sigma_{tr}$ 1.4976
	2	0.29023	0.27862	4.3019
	3	0.36125	0.35503	1.9091
$\Sigma_a$	1	0.000985	0.000820	$\sigma_a$ 0.0167
	2	0.000290	0.000293	0.0028
	3	0.004995	0.005201	0.0076
$\Sigma_t$	1	0.071483	0.070080	$\sigma_t$ 0.4429
	2	0.081407	0.08380	0.0483
	3	0.078739		0.0
$\nu\Sigma_f$	1	0.000317	0.000320	$\nu\sigma_f$ 0.0
	2	0.000396	0.000399	0.0
	3	0.006046	0.00629	0.0

Observando las secciones eficaces del A1 en Tablas I y II se comprueba que las desviaciones más grandes corresponden al grupo 1, el cual es el que más alteraciones sufre con la concentración creciente del A1 y de B<sup>2</sup> grande en particular el transporte en dicho grupo, que a su vez define su término de escape DB<sup>2</sup>.

La influencia de las distintas combinaciones posibles entre secciones eficaces modificadas y sin modificar del A1 en parámetros sensibles con ellas se muestran en Tabla III.

TABLA III

Parámetros sensibles con la sección eficaz efectiva del A1  
Edad [cm<sup>2</sup>]

	Juego A	Juego B	Juego C	Juego D	MUFT-IV
Grupo 1	32.381	36.073	35.970	36.073	35.305
Grupo 2	14.195	13.629	13.582	14.195	14.024
Grupo 3	10.537	10.532	10.380	10.537	11.019
Total	49.075	51.100	51.004	51.850	51.577
Ke	1.0166	1.0048	1.0028	0.9988	1.0000

- A: secciones eficaces efectivas de Tabla I.
- B: modificación de las secciones eficaces efectivas de transporte del A1 (Tabla II).
- C: modificación de las secciones eficaces efectivas de transporte y absorción del A1 (Tabla II).
- D: modificación de la sección eficaz efectiva de transporte del A1 correspondiente al grupo 1 (Tabla II).

Uno de los parámetros elegidos es la "edad" definida entre las energías de 10 Mev (comienzo del grupo -1-) hasta 0.625 ev (fin del grupo 3) a partir de las edades parciales  $\tau_i$ , correspondientes a los tres grupos rápidos (ver apéndice A):

$$\tau = \chi_1 \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \quad (11.6)$$

$$\tau_i = \frac{D_i}{\Sigma_{a_i} + \Sigma_{t_i}} \quad i = 1, 2, 3 \quad (11.7)$$

$$\chi_i = \int_{u_{i-1}}^{u_i} \chi(u') du' \quad (11.8)$$

$$\chi_1 + \chi_2 = 1 \quad (11.9)$$

Cambiando en la biblioteca solamente la sección eficaz de transporte del A1 en el grupo I (juego D) se obtienen los resultados más próximos a los del MUFT-IV. Otra confirmación de lo acertado de esta modificación se tiene en Fig.1, donde se comparan las edades obtenidas con los juegos A (secciones eficaces de Tabla I) y D, y las obtenidas por Paschall (15), de quien se muestran los resultados teóricos y experimentales, para mezclas H<sub>2</sub>O-A1 con fuente de fisión. La edad en este caso coincide con la medida a partir del segundo momento de la distribución espacial.

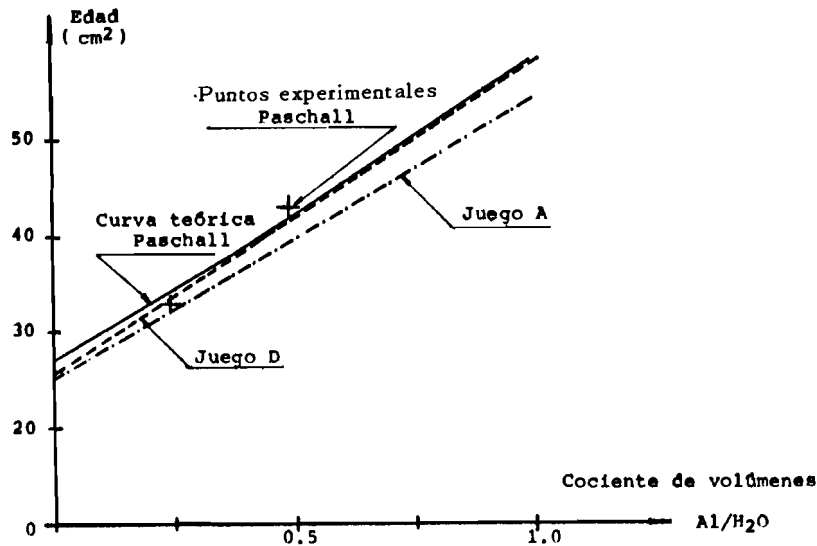


FIGURA 1

Variación de la edad en función de la relación A1 - H<sub>2</sub>O

El otro parámetro utilizado para comparar la influencia de los distintos juegos o combinaciones es la multiplicación efectiva referida al valor de MUFT-IV según el modelo del reactor desnudo en función de B<sup>2</sup> dada por (las constantes térmicas son las dadas en apéndice B y B<sup>2</sup> = 0.009 cm<sup>-2</sup>):

$$K_e = \frac{\sum_{i=1}^4 (\nu \Sigma_f)_i \Gamma_i(B^2)}{[\sum_{i=1}^4 (\nu \Sigma_f)_i \Gamma_i(B^2)]_{\text{MUFT-IV}}} \quad (11.10)$$

donde  $(\nu \Sigma_f)_i$  es el número de neutrones de fisión en el grupo "i" por unidad del flujo y volumen de la celda macroscópica, y  $\Gamma_i(B^2)$  la componente macroscópica del flujo en el grupo "i" definida por:

$$\Gamma_i = \frac{\Gamma_{i-1} \Sigma_{t_{i-1}} + \chi_i}{B^2 D(i) + \Sigma_{a_i} + \Sigma_{t_i}} \quad (11.11)$$

$$\left. \begin{aligned} i &= 1, \dots, 4 \\ \chi_1 &= 0.752; \chi_2 = 0.248 \\ \Sigma_{t_0} &\equiv \Sigma_{t_4} \equiv 0 \end{aligned} \right\} \quad (11.12)$$

### 11.2.2 - Búsqueda de la multiplicación efectiva.

La determinación práctica del laplaciano geométrico  $B^2$  en un reactor reflejado, altamente enriquecido - como en nuestro caso del RA-3 - es en extremo dificultosa. Más aún cuando el núcleo incluye elementos absorbentes y/o su geometría es complicada.

Estas consideraciones han llevado a resolver el problema de la búsqueda del autovalor  $1/k_e$  de las ecuaciones de difusión a dos grupos, incluyendo absorción y fisión en el rango rápido:

$$D_i \nabla^2 \phi_i(r) + (\Sigma_{a_i} + \Sigma_{t_i}) \phi_i(r) = \sum_{i=1}^4 \frac{\chi_i}{\kappa_i} (\nu \Sigma_f)_i \phi_i(r) + \Sigma_{t_{i-1}} \phi_{i-1}(r) \quad (11.13)$$

medio multiplicativo:  $(\nu \Sigma_f)_i \neq 0$

medio reflector:  $(\nu \Sigma_f)_i = 0$

Hay dos problemas suplementarios a resolver. El primero se refiere al código que resuelve las ecuaciones (11.13): éste debe incluir la posibilidad de considerar geometría tridimensional o bidimensional y discontinuidades en el núcleo. Dado que el libre camino medio es en este caso pequeño, el código debe permitir calcular el flujo en muchos puntos, a fin de evaluar las bruscas variaciones del mismo, las que a su vez influyen en la multiplicación. El segundo problema concierne a las constantes a ser asignadas al reflector.

Para el presente trabajo se empleó un código de resolución numérica de las ecuaciones de difusión, formulación multigrupo y geometría bidimensional, con la tercera dimensión introducida mediante el laplaciano geométrico axial. El código fue desarrollado por Hassitt (16) para computadora Mercury - Ferranti (dos tambores de memoria magnética) empleando técnicas de aceleración de la convergencia en la iteración interna (resolución espacial) y externa (búsqueda de la fuente). Permite resolver las ecuaciones para cuatro grupos, pero el número de puntos en la malla es escaso y el tiempo de cálculo considerable. Por razones económicas y necesidad de disponer de más puntos se ha empleado generalmente con la formulación a dos grupos.

En Tabla IV se muestran las constantes neutrónicas para el medio multiplicativo deducidas según las consideraciones anteriores. Fueron obtenidas finalmente mediante el código PROCON (6) con la modificación de la sección eficaz del A1 correspondiente al grupo 1 y empleando el criterio de Benoist (17) de ponderación espacial para los coeficientes de difusión en los grupos 1, 2 y 3.

con probabilidades deducidas a partir de la fórmula de Bell (6). También se indican constantes neutrónicas correspondientes al reflector, cuya deducción se explicará más adelante. Los límites para el modelo a cuatro grupos son los siguientes:

Grupo 1:	10 Mev	-	821 Kev
Grupo 2:	821 Kev	-	5.5 Kev
Grupo 3:	5.5 Kev	-	0.625 ev
Grupo 4:	0.625 ev	-	0 ev

Para el modelo a dos grupos son los siguientes:

Grupo Rápido:	10 Mev	-	0.625 ev
Grupo Térmico:	0.625 ev	-	0 ev

Para el cálculo del "envenenamiento  $\frac{\alpha}{v}$ " del sistema a dos grupos se emplea para el medio multiplicativo:

$$\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle_R = 6.3 \times 10^{-8} \text{ seg/cm}$$

$$\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle_T = 3.457 \times 10^{-6} \text{ seg/cm}$$

y para el medio reflector H<sub>2</sub>O:

$$\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle_R = 6.3 \times 10^{-8} \text{ seg/cm}$$

$$\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle_T = 4.030 \times 10^{-6} \text{ seg/cm}$$

El cálculo del laplaciano axial que se ha de introducir en el código, teóricamente presenta incertidumbres que pueden acotarse. La economía por reflector H<sub>2</sub>O para el caso de reactores grandes es del orden de 7.0 cm. A medida que las dimensiones aumentan, esta economía en general aumenta. Si se suponen dos economías: 7.0 y 8.5 cm, los laplacianos axiales son 19 m<sup>-2</sup> y 17 m<sup>-2</sup> respectivamente. Esta variación en B<sup>2</sup>, que puede incluir otras indeterminaciones (altura efectiva real del combustible, efecto de materiales de estructura, etc.) se traduce en variaciones del autovalor 1/ke dentro de un intervalo del orden de 700 pcm para una configuración cuadrada de 4 cajas de elementos combustibles por lado, como se aprecia en Tabla V.

TABLA IV  
Constantes neutrónicas del medio multiplicativo y reflector para 4 y 2 grupos

G R U P O	Medio multiplicativo										Medio reflector					
	Medio multiplicativo										Medio reflector					
	Medio multiplicativo										Medio reflector					
	$D$ [cm]	$\Sigma_a + \Sigma_t$ [cm <sup>-1</sup> ]	$\Sigma_t$ [cm <sup>-1</sup> ]	$\rho \Sigma_f$ [cm <sup>-1</sup> ]	$D$ [cm]	$\Sigma_a$ [cm <sup>-1</sup> ]	$\Sigma_t$ [cm <sup>-1</sup> ]	$D$ [cm]	$\Sigma_a$ [cm <sup>-1</sup> ]	$\Sigma_t$ [cm <sup>-1</sup> ]	$D$ [cm]	$\Sigma_a$ [cm <sup>-1</sup> ]	$\Sigma_t$ [cm <sup>-1</sup> ]			
4 Grupos	1	2.510	0.07464	0.07385	0.0003516	2.063	0.000736	0.1077	0.1871	0.0001	0.3277					
	2	1.183	0.09057	0.09028	0.0004009	1.061	0.000013	0.1493	0.0878	0.0	0.1200					
	3	0.914	0.09418	0.08913	0.006158	0.5961	0.000949	0.1519	0.0715	0.0	0.0814					
	4	0.2213	0.06333	0.0	0.1012	0.1335	0.019220	0.0	0.8457	0.000285	0.0					
2 Grupos	R	1.5502	0.029362	0.027436	0.002123	1.400000	0.000874	0.043769	1.1400	0.000013	0.003940					
	T	0.221337	0.063330	0.0	0.101183	0.133509	0.019220	0.0	0.8457	0.000285	0.0					

TABLA V  
Variación del autovalor  $1/k_e$  en función del  $B_1^2$

$B_1^2$ [ $\text{cm}^{-2}$ ]	$1/k_e$
0,0017	1,016
0,0018	1,018
0,0019	1,023

Para el cálculo se supuso  $B^2 = 18 \text{ m}^{-2}$ , lo que asegura inexactitudes comprendidas entre  $\pm 350$  pcm.

La elección del paso de la malla es un compromiso entre precisión requerida, capacidad de la computadora y economía en tiempo de cálculo. En tabla VI y Fig. 2 se muestran la influencia del paso sobre el autovalor para una configuración  $4 \times 4$  (similar a la mencionada precedentemente) rodeada de reflector  $\text{H}_2\text{O}$  con 20 cm de espesor.

Se observa en la Fig. 2 que el autovalor  $1/k_e$  toma un valor aproximadamente constante para pasos inferiores a 1.5 cm en el núcleo y 2.0 cm en el reflector. Sin embargo, para núcleos no sométricos la capacidad reducida de la computadora impone tomar pasos mayores a los señalados. Se verá en la sección IV que a pesar de este inconveniente los resultados aproximan bastante bien los valores experimentales.

En la elección de las constantes para el reflector se razonó así: en una formulación a cuatro grupos estas constantes son menos dependientes del laplaciano que en la formulación a dos grupos. Además, el laplaciano, en el sentido en que está definido, no tiene mucha significación en el reflector, al menos en los volúmenes cercanos a la interfase. Por otro lado en la formulación a dos grupos, para la búsqueda del autovalor, a igualdad de los otros parámetros del núcleo, influyen marcadamente las constantes del reflector, en particular el coeficiente de difusión, cuando se aplica a sistemas como los que estamos analizando. Luego, si se supone al autovalor calculado mediante formulación a cuatro grupos como "exacto" (o al menos como valor de referencia) la búsqueda de la (s) del reflector en una formulación a dos grupos consistirá simplemente en hallar la (s) constante (s) que provea (n) el mismo autovalor que el obtenido con cuatro grupos. Este procedimiento empírico en realidad traslada las deficiencias del reactor desnudo utilizado en los distintos niveles del cálculo a la evaluación de las constantes del reflector.

En tabla VII se muestran los valores obtenidos del autovalor con formulación a cuatro y dos grupos, para el caso de un núcleo  $4 \times 4$  reflejado con  $\text{H}_2\text{O}$ , utilizando distintos valores del coeficiente de difusión rápido (para el caso de dos grupos) del reflector  $\text{H}_2\text{O}$ .

TABLA VI

Influencia de la malla en  $1/K_e$

Malla		$1/K_e$	Paso en el núcleo		Paso en el reflector	
Puntos dirección X	Puntos dirección Y		$H_X^N$ (cm)	$H_Y^N$ (cm)	$H_X^R$ (cm)	$H_Y^R$ (cm)
11	10	1.0345	3.07	3.19	4.0	4.0
28	14	1.0415	1.119	2.195	1.429	2.857
21	30	1.0441	1.535	1.063	2.0	1.333
28	27	1.0445	1.279	1.329	1.333	1.333
29	50	1.0455	1.096	0.638	1.429	0.80

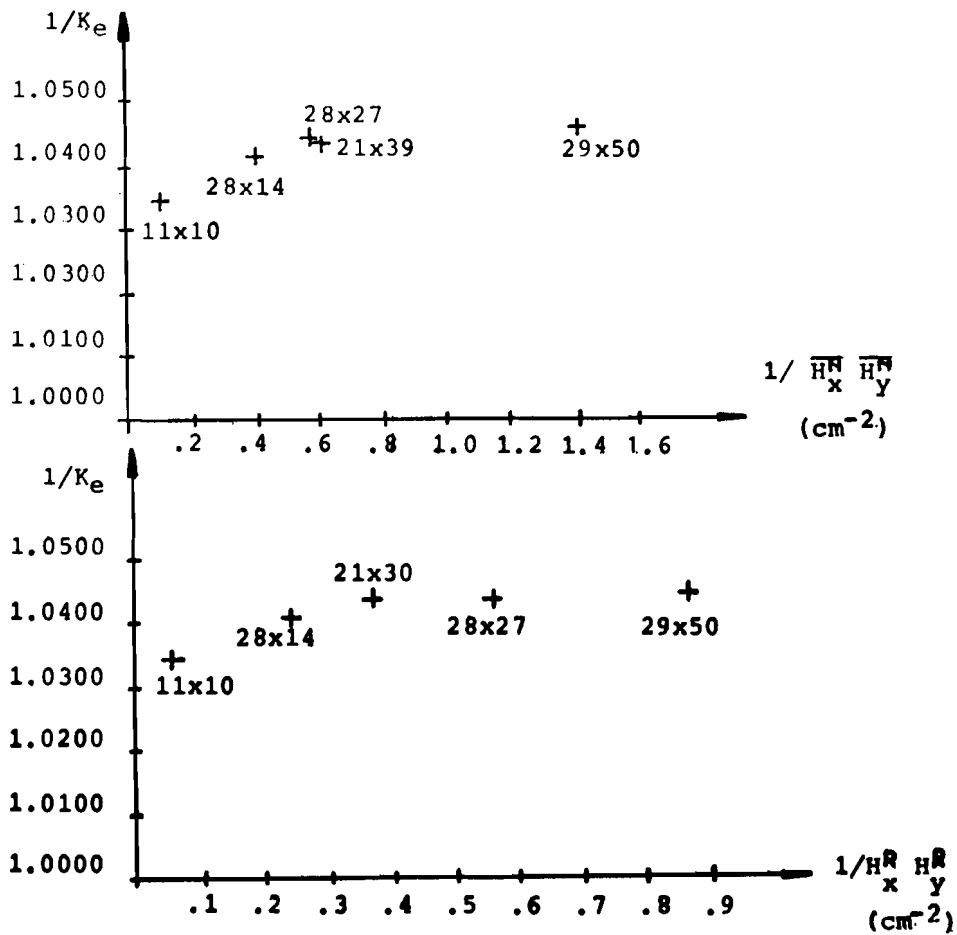


Figura 2

TABLA VII

Influencia del coeficiente de difusión rápido en el autovalor con teoría a 2 grupos

Dos grupos		Cuatro grupos
$D_R$ [cm]	$1/k_e$	$1/k_e$
1.2	1.026	1.044
1.3	1.036	
1.4	1.044	

El primer valor de  $D_R$  (1.2 cm) es el obtenido mediante procedimiento de condensación con teoría del reactor desnudo. El exámen de los valores indicados en Tabla VII muestra que una alteración del 20% en  $D_R$  (1.4 cm) permite ajustar el autovalor con el obtenido con cuatro grupos.

Este procedimiento se podría extender al caso de reflector grafito. Pero se observa que las constantes para tres grupos rápidos con secciones eficaces "efectivas" presentarían una deficiencia básica atribuible a la diferencia entre los espectros con grafito como moderador (tipo Fermi) y la correspondiente al  $H_2O$ . Debido a esta dificultad se optó por definir valores provisorios con dos grupos para el grafito, obtenidos mediante simple condensación, que son los consignados en Tabla IV.

### II.3 Constantes de difusión correspondientes al elemento de control

Henry (18) demuestra que la lámina absorbente puede ser reemplazada por un medio descripto mediante la ecuación de difusión. Las constantes de ese medio ficticio se obtienen imponiendo la conservación de neutrones, es decir, que se obtenga el mismo resultado que con las condiciones de contorno promediadas  $\langle \alpha \rangle$  y  $\langle \beta \rangle$  que relacionan flujo y corriente de neutrones en la interfase medio multiplicativo - lámina (ver Apéndice C).

En el caso en que la ecuación de difusión se resuelva por método numérico las constantes de difusión asociadas a la lámina dependerán de la malla. En particular, cuando en la dirección perpendicular a las caras el paso  $h$  es constante dentro de la lámina ( $nh = 2t$ ), las constantes en cada grupo son:

$$D = \frac{\langle \alpha \rangle + \langle \beta \rangle}{2 \operatorname{sen}(Kh)} h \tanh(2Kt) \quad (11.14)$$

$$\Sigma_a = \frac{2D}{h^2} [\cosh(Kh) - 1] \quad (11.15)$$

$$K = \frac{1}{2t} \cosh^{-1} \left( \frac{\langle \beta \rangle + \langle \alpha \rangle}{\langle \beta \rangle - \langle \alpha \rangle} \right) \quad (11.16)$$

$\langle \alpha \rangle_T = \langle \beta \rangle_T$  implica  $D = 0$  y  $\Sigma_a = 1/h$

Pueden surgir problemas en la resolución numérica si  $D = 0$ ; Henry en este caso recomienda tomar un valor grande, arbitrario, de  $K$  (usualmente es suficiente con  $2Kt = 10$ ) y utilizar los valores numéricos de  $\Sigma_a$  y  $D$  que resultan del cálculo.

Los valores obtenidos para las constantes térmicas y rápidas, con distintos valores del paso  $h$ , para un espesor de 0.10 cm de Cd, se muestran en Tabla VIII.

TABLA VIII  
Constantes para una lámina de Cd de 0.10 cm de espesor.

TERMICAS			RAPIDAS	
Paso en la lámina $h$ [cm]	$D_T$ [cm]	$\Sigma_{aT}$ [cm <sup>-1</sup> ]	$D_R$ [cm]	$\Sigma_{aR}$ [cm <sup>-1</sup> ]
.01	.004254	46	3.25	.0079
.02	.002757	38		
.03	.001497	30		
.04	.000733	24.1		
.05	.000338	19.8		
.07	.000064	14.4		
.10	.000004	9.94		

Se observa que  $D \rightarrow 0$  y  $\Sigma_a \rightarrow 1/h$  a medida que  $h$  aumenta. En el grupo rápido es  $\langle \beta \rangle$  mayor que  $\langle \alpha \rangle$  y  $2Kt$  resulta muy pequeño, de modo que las constantes de difusión obtenidas de las ecuaciones (11.14), (11.15) y (11.16) son independientes del paso.

**III. PROCEDIMIENTO PARA OBTENER LOS VALORES TEORICOS Y EXPERIMENTALES.**

**III. 1 Método de cálculo**

Para efectuar los cálculos se empleó el código Hassitt (16) que, como se mencionó anteriormente, utiliza la aproximación de difusión para los operadores de la ecuación (1.7). Para cuatro grupos,  $\chi_i$  es el espectro Watt - Chap. IV en referencia (8), mientras que  $\chi_r$  se supone concentrado en el grupo  $2_r$ , es decir:

Grupo	$\hat{\chi}_i$	$\hat{\chi}_r$
1	.752	0
2	.248	1
3	0	0
4	0	0

En nuestro caso, para dos grupos, se tomó:

$$\hat{\chi}_i = \hat{\chi}_r = 1 \tag{III.1}$$

con lo que la condición (1.10) queda:

$$(1 - \rho_e^*) = (1 - \beta_N) \tag{III.2}$$

Si el modelo utilizado describiese exactamente el sistema, para el estado crítico se cumpliría:

$$(1 - \rho_e)_c = 1 \tag{III.3}$$

En general  $(1 - \rho_e) \neq 1$  y es necesario corregir la condición (III.2) del siguiente modo:

$$(1 - \rho_e^*) = (1 - \rho_e)_c (1 - \beta_N) \tag{III.4}$$

El procedimiento consiste entonces en observar la variación de  $(1 - \rho_e^*)$  en función de  $a$  según lo determina la ecuación (1.8); cuando se cumple (III.4) se ha obtenido teóricamente el valor  $\alpha_0^i$  que se compara con el obtenido de la experiencia. Con  $\rho_e$  calculado en el caso  $a = 0$ ,  $\beta_0$  que en este caso - un solo grupo rápido - es igual a  $\beta_N$ , y  $\alpha_0^i$  obtenido teóricamente como recién se mencionó, de (1.17) se puede obtener también el valor teórico de  $\Delta_0$ .

Los cálculos con el código Hassitt se efectuaron en la computadora Mercury - Ferranti del Instituto de Cálculo.

### III.2 Método experimental

La constante de decaimiento del modo fundamental de los neutrones instantáneos, observable elegido para la confrontación con el resultado teórico, se obtuvo analizando la respuesta temporal del sistema multiplicativo en estudio a la excitación producida por la introducción de un corto pulso de neutrones rápidos. Este procedimiento es parte de la técnica de investigación con neutrones pulsados, que simultáneamente con los presentes estudios teóricos se ha ido desarrollando en el Departamento de Reactores. Los esfuerzos, en principio se han dirigido a la obtención de valores precisos de reactividades aplicando las distintas teorías existentes y tratando de mejorarlas. En el caso presente la aplicación se particularizó a la obtención del parámetro de comparación  $\alpha_0^i$ .

Las mediciones se efectuaron en el conjunto crítico RA - 2, donde se dispusieron los distintos núcleos que se reproducían en el cálculo. Los neutrones pulsados fueron provistos por el generador BS 2, marca SAMES, que provee  $\sim 10^8$  n/seg en funcionamiento pulsado mediante la reacción  $T(d,n)He^4$ .

La detección de los neutrones se realizó con un contador proporcional BF<sub>3</sub>, 20<sup>th</sup> Century Electronics, 12EB70, cuyas dimensiones no perturban los sistemas en estudio (19). La lectura de este detector se registró en un Analizador Multicanal TMC modelo 220C, provisto de la unidad lógica modelo 212 para neutrones pulsados.

Después de un corto tiempo de introducido el pulso de neutrones en el sistema multiplicativo, durante el cual se hallan presentes modos amónicos superiores, la población neutrónica decae obedeciendo una ley exponencial pura, que corresponde al modo fundamental de interés, y cuya constante de decaimiento es directamente  $\alpha_0^i$ . El valor de esta constante se obtuvo ajustando los datos experimentales mediante el método de cuadrados mínimos.

Para este ajuste se utilizó el código ANA-IV, versión ligeramente modificada de ANA-III (19), redactado en lenguaje Fortran-IV. Los cálculos se efectuaron en la computadora BULL-GE 625, de Yacimientos Petrolíferos Fiscales.

#### IV RESULTADOS Y CONCLUSIONES

##### IV.1 Obtención de los valores teóricos y comparación con los experimentales

Como se indicó en sección III.1, los cálculos efectuaron con el código Hassitt (16) aplicando teoría a dos grupos. Las constantes utilizadas como datos son las consignadas en Tabla IV.

Para determinar la imprecisión del método de cálculo en predecir el estado crítico se midió la reactividad de un sistema levemente subcrítico aplicando métodos de neutrones pulsados, haciendo uso de técnicas puestas a punto en el laboratorio (20). El sistema elegido, de geometría simple y simétrica, desprovisto de elementos de control, se reprodujo fácilmente en el cálculo. Con el valor obtenido mediante técnicas de neutrones pulsados, haciendo la suposición:

$$\beta_{ef} = \beta_N = 0.0065 \quad (IV.1)$$

y con el valor  $(1 - \rho_e)$  obtenido teóricamente, se calcula  $(1 - \rho_e)_c$  extrapolando linealmente:

<i>Experiencia</i> <i>(Neutrones Pulsados)</i>		<i>Teoría</i> <i>(Hassitt)</i>
$\beta = \frac{\rho_e}{\beta_{ef}}$	$1 - \rho_e$	$1 - \rho_e$
.10	1.00065	.99780
.00	1.00000	$(1 - \rho_e)_c$

Resulta así:

$$(1 - \rho_e)_c = .99715 \quad (IV.2)$$

$$(1 - \rho_e)_c (1 - \beta_N) = .99067 \quad (IV.3)$$

El valor (IV.3) es el que se utiliza en la ecuación (III.4) para la obtención de los valores teóricos  $\alpha_0^i$  correspondientes a las distintas configuraciones multiplicativas.

Dado que se observa un comportamiento lineal de  $(1 - \rho_e^*)$  en función de  $a$  (ecuación (1.8)), se hacen en general dos cálculos para cada caso de interés, con  $a=0$  y  $a=1000$  (pueden ser cualesquiera otros valores). Con el par de autovalores así obtenidos el de  $\alpha_0^i$  se logra construyendo un gráfico como el que se muestra en Fig. 3.

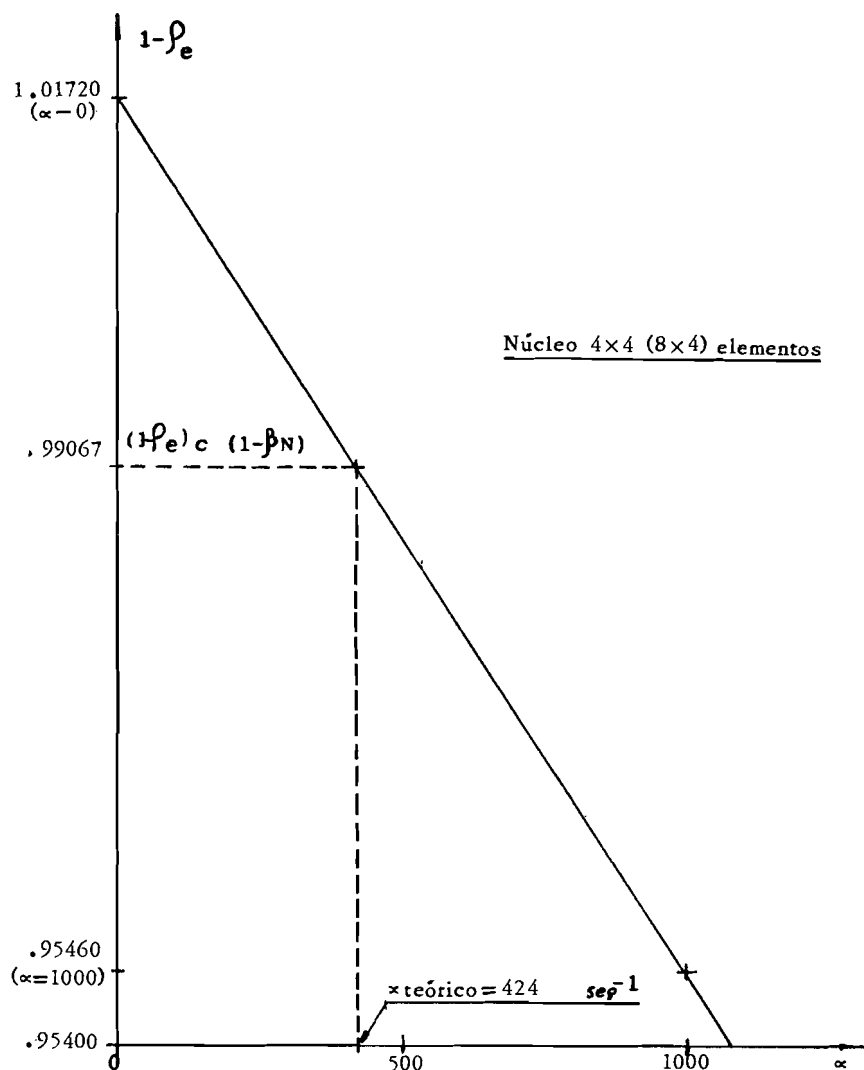


FIGURA 3  
Gráfico para determinar  $\alpha_0^i$

Una primera serie de experiencias se realizó variando el tamaño del núcleo en una sola dirección mediante el agregado de elementos combustibles. El sistema multiplicativo se reflejó totalmente con H<sub>2</sub>O. Los distintos valores del laplaciano geométrico que iban tomando los sucesivos núcleos se calcularon mediante la fórmula:

$$B_g^2 = \left(\frac{\pi}{a+2\delta}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b+2\delta}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{h+2\delta}\right)^2 \quad (\text{IV.4})$$

a (b) = extensión del núcleo en la dirección X (Y)

h = altura del núcleo.

$\delta$  = economía del reflector.

En nuestro caso, para reflector H<sub>2</sub>O, se tomó  $\delta = 7.0$  cm . Para el cálculo de estos sistemas de geometría simétrica se emplearon pasos en las mallas con valores comprendidos en la zona óptima que se mencionó en (II.2.2), es decir pasos en el núcleo del orden de 1.5 cm y en el reflector  $\leq 2.0$  cm . Los resultados se muestran en Tabla IX y Fig. 4, donde se aprecian los excelentes acuerdos logrados con los valores experimentales.

TABLA IX

Variación de  $\alpha_0^i$  en función de  $B_g^2$

Núcleo 4x4 + F filas		$B_g^2$ [cm <sup>2</sup> ]	$-P_e$ (corregido)	$\alpha_0^i$ Teórico [seg <sup>-1</sup> ]	$\alpha_0^i$ Experimental [seg <sup>-1</sup> ]	$\Delta\alpha = \frac{\alpha_T^i - \alpha^i E}{\alpha^i E}$ [%]	$\Delta = \frac{\rho - \beta}{\alpha_0^i T}$ [10 <sup>-6</sup> seg]
N <sup>o</sup>	F						
I	16	.009967	.00260	150	159.7 ± 2.0	-(6 ± 1)	60.7
II	15	.010021	.00460	182	191.3 ± 4.0	-(5 ± 2)	61.0
III	12	.010192	.01085	282	277.2 ± 2.7	+(2 ± 1)	61.5
IV	8	.010441	.0201	424	426.2 ± 4.9	0	62.7
V	5	.010644	.02756	538	543.0 ± 5.1	-1	63.3
VI	2	.010863	.03657	659	658.0 ± 5.8	0	65.4

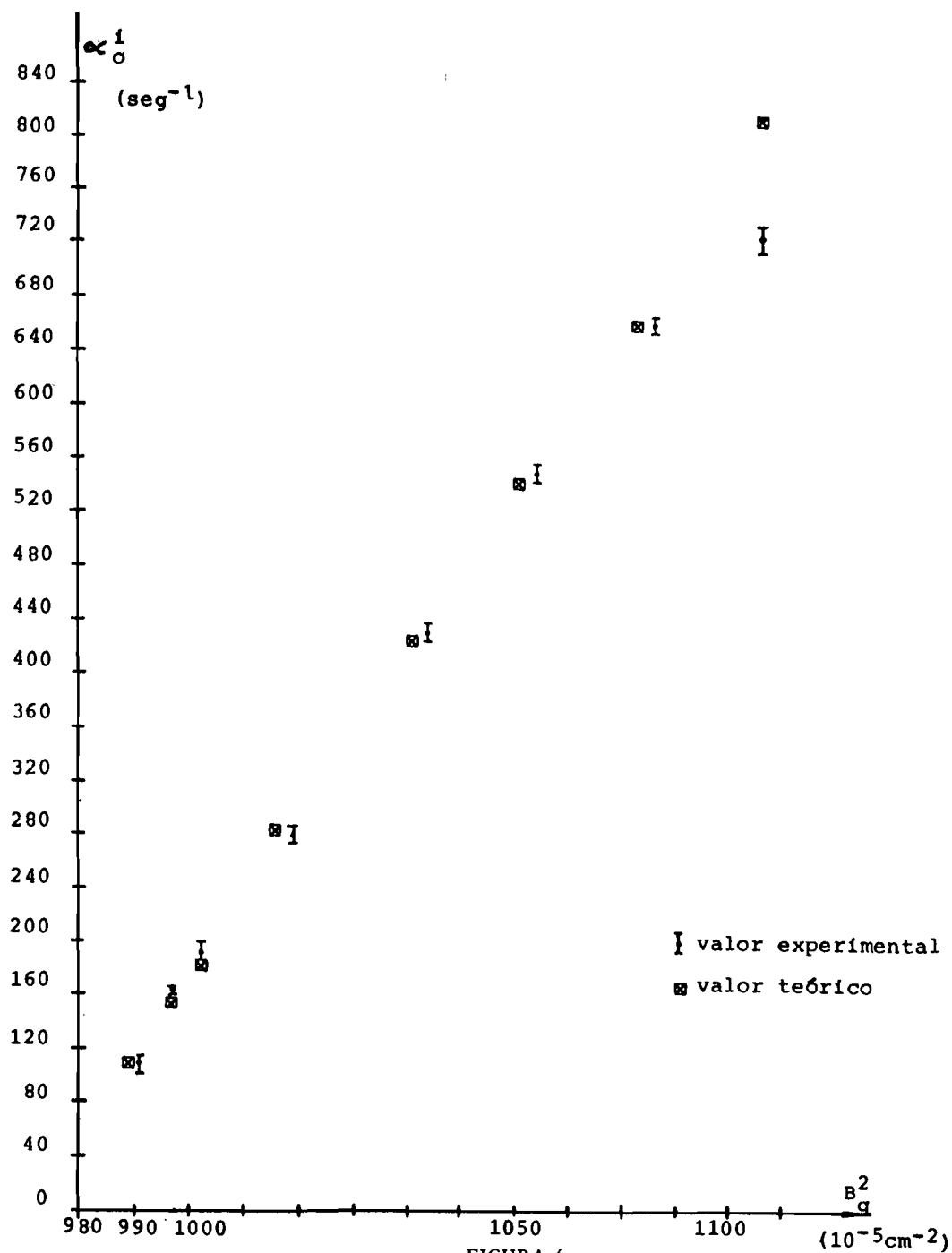







FIGURA 4  
Comparación de valores teóricos y experimentales de  $\alpha_0^i$  para distintas laplacianas geométricas

A continuación se estudiaron núcleos perturbados con la inclusión y/o retiro de una caja completa de elementos combustibles. La no simetría de algunos de estos sistemas obligó al uso de mallas cuyos pasos no correspondían a los óptimos. Esta imposición la determina el número relativamente pequeño de puntos en que puede dividirse la malla. Los pasos máximos utilizados fueron 2.8 cm en el núcleo y 2.6 cm en el reflector. A pesar de este inconveniente, los resultados que se muestran en Tabla X presentan un acuerdo muy bueno, a excepción, paradójicamente, del núcleo VII, el único simétrico de esta serie, donde la desviación no ha podido ser explicada.

TABLA X

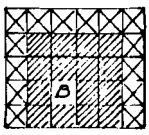
Estudio de distintas configuraciones

Núcleo		$-p_e$ (Correg)	$\alpha_0^i$ Teórico (Seg <sup>-1</sup> )	$\alpha_0^i$ Experiment. (Seg <sup>-1</sup> )	$\Delta k = \frac{\alpha_0^i - \alpha_{0E}^i}{\alpha_{0E}^i}$ (%)	$\Delta$ (10 <sup>-6</sup> seg)
Nº	Configur.					
VII		.04734	810	722.1 ± 10.3	-(12±2)	66.5
VIII		.0602	980	919.8 ± 4.8	+(6.5±5)	68.1
IX		.0718	1113	1096.9 ± 9.8	+(1.5±1)	70.4
X		.07245	1183	1144.1 ± 25.2	+(3±2)	66.7
XI		.0899	1268	1325.2 ± 12.6	-(4±1)	76.0

El valor de  $\alpha_0^i$  correspondiente a un elemento de control, tal como el descrito en la sección II.1, se calculó para una configuración parcialmente reflejada con grafito y el resto con H<sub>2</sub>O. Las constantes para el grafito, consignadas en Tabla IV, adolecen de incertidumbres, como se indicó en sección II.2.2. Sin embargo, como el cálculo considera la diferencia entre dos estados del sistema, puede suponerse que el efecto de estas incertidumbres se cancela. El estado de partida corresponde al sistema desprovisto del elemento (el espacio correspondiente al mismo está ocupado por H<sub>2</sub>O). El código Hassitt provee el autovalor  $(1 - \rho_e)$  de este sistema, parámetro que se utiliza en lugar de  $(1 - \rho_e)_c$  en (III.4). Luego se determina en la forma habitual el  $\alpha_0^i$  correspondiente al sistema provisto del elemento de control (Hassitt con  $a = 0, 1000$ ).

Esta configuración altamente heterogénea presenta nuevamente el problema del paso para el cálculo. En este caso los valores máximos fueron de 4.0 cm en núcleo y reflector. Nuevamente, a pesar de ello, el resultado obtenido es muy satisfactorio, como se muestra en Tabla XI, lo que podría explicarse por el efecto de cancelación mencionado precedentemente. El paso  $h$  dentro de la lámina se tomó igual a 0.10 cm.

TABLA XI  
Valor obtenido para el elemento de control.

Configuración	$\alpha_0$ Teor. (Seq <sup>-1</sup> )	$\alpha_0^i$ Experiment. (Seq <sup>-1</sup> )	$\frac{\Delta\alpha_0^i}{\alpha_0^i} = \frac{\alpha_0^i - \alpha_0}{\alpha_0^i}$ (%)
<input checked="" type="checkbox"/> Grafito <input checked="" type="checkbox"/> Combust. <input checked="" type="checkbox"/> Elemento de control 	740	722.2 ± 19.4	-(4 ± 1)

En principio, el acuerdo satisfactorio logrado se esperaba dada la fuerte dependencia del sistema con la absorción térmica de la barra de control. En efecto, alteraciones de  $\langle \alpha \rangle_R$  del 10 % provocan variaciones en la constante de decaimiento del orden de .01 %. Los errores asociados a la determinación de  $\langle \alpha \rangle_T$  son despreciables por hallarse éste en el rango asintótico ( $\langle \alpha \rangle_T = \frac{1}{2}$ ).

Es interesante observar el comportamiento de  $\Delta_0$  en figura 5: para configuraciones de igual forma geométrica (núcleos de 4 cajas de elementos combustibles por lado más un cierto número de elementos agregados en una dirección) se nota un aumento aproximadamente lineal de  $\Delta_0$  con la reactividad del sistema (proporcional a  $\alpha_0^i$ ); esta tendencia se conserva aún cuando la configuración se perturba eliminando una caja de elementos combustibles de la periferia (núcleos VIII y IX); pero desaparece o se complica cuando la caja es interior al sistema (núcleos X y XI).

Este comportamiento subraya la fuerte dependencia que los términos de fuga pueden presentar en función de la geometría cuando los núcleos son pequeños.

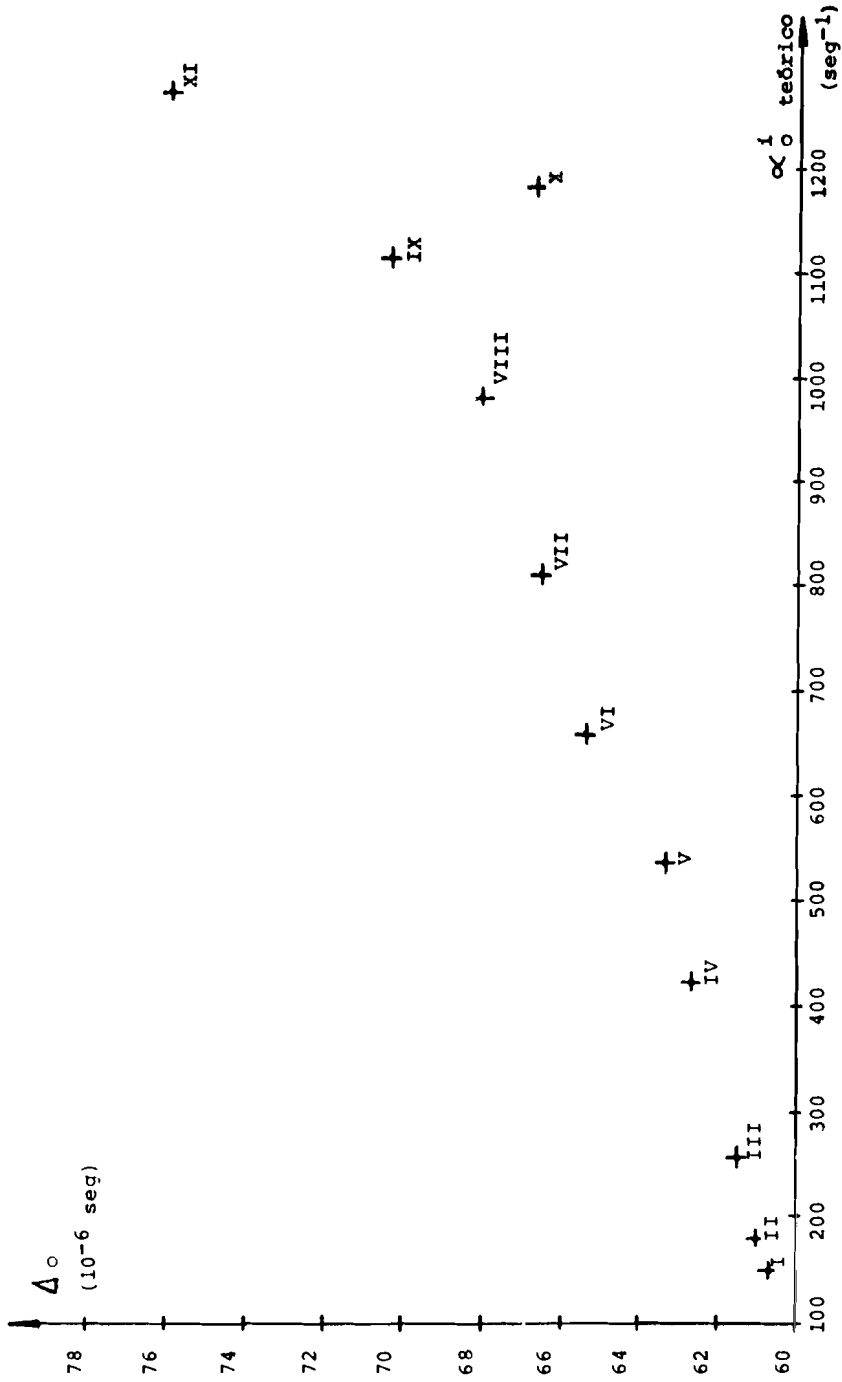


FIGURA 5  
variación del tiempo entre generaciones en función de la geometría del sistema multiplicativo.

#### *IV.2 Conclusiones*

Como características remarcables del método desarrollado se señalan su simplicidad y la posibilidad de aplicarlo haciendo uso de un sistema de computación de pequeña capacidad como es la Mercury - Ferranty.

El esquema de cálculo, originalmente estructurado para estudio de reactores grandes, ha sido adaptado al caso de reactores pequeños de investigación como el RA - 3, requiriendo solo pequeñas modificaciones en las constantes neutrónicas. El buen acuerdo obtenido entre resultados teóricos y experimentales es índice del acierto logrado.

El esquema interpretativo, basado en métodos de neutrones pulsados, demostró eficacia en la aplicación a diversos sistemas subcríticos, confirmando su importancia fundamental al proveer las observables necesarias para determinar la confiabilidad del método teórico.

Finalmente el conjunto de constantes neutrónicas obtenido resulta útil e imprescindible para la aplicación del método descripto.

#### *RECONOCIMIENTO*

E. Elder y G. Martínez aportaron sugerencias valiosas y allanaron dificultades en las experiencias efectuadas en el conjunto crítico RA - 2. Colaboraron haciendo posible este trabajo: C. Corderí, A. Di Bella, J. Gaudio, A. Krasnoff, R. Mazzola, L. Petrucci, R. Pulichino y R. Schwedler.

APENDICE A

CONSTANTES NEUTRONICAS RAPIDAS ASOCIADAS A LA CELDA

A.1 Espectro de moderación

Para la búsqueda del flujo de neutrones por unidad de energía en el rango comprendido entre 10Mev y 0.625 ev, donde prevalecen fundamentalmente procesos de colisiones elásticas con perdidas finitas de energía por colisión, se omiten efectos de heterogeneidad en las fisiones rápidas (debidas al  $U^{238}$ ) y captura resonante en la zona epitermal ( por la baja concentración del  $U^{238}$  y espesor pequeño de la placa). Se considera una mezcla homogénea con densidades de isótopos determinadas a partir de los volúmenes y concentraciones de los mismos en la macrocelda (por unidad de longitud axial). Se adopta la aproximación P1 consistente.

A.2 Ecuaciones base del código MUFT-IV

Sea  $f(x, u, \vec{\Omega})$  la distribución de neutrones en la coordenada espacial  $X$  letargo  $u$  y ángulo sólido  $\vec{\Omega}$ ; suponiendo simetría plana, siendo

$\mu$  = coseno del ángulo formado respecto al eje de simetría.

$(\Sigma(u))$  = sección eficaz macroscópica total.

$\Sigma_s(u)$  = " " " " de dispersión total.

$K(u', u, \vec{\Omega}', \vec{\Omega})$  = núcleo de transferencia del estado  $(u', \vec{\Omega}') \rightarrow (u, \vec{\Omega})$ .

$S(x, u, \mu) = \frac{S(x, u, \vec{\Omega})}{2\pi}$  = fuente debida a fisiones y dispersiones inelásticas.

la ecuación de transporte resulta:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial f(x, u, \mu)}{\partial x} + \Sigma(u) f(x, u, \mu) &= S(x, u, \mu) + \iint_{4\pi}^u K(u', u, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) = \\ &= \Sigma_s(u') f(x, u', \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' du' \end{aligned} \quad (A.1)$$

La aproximación consistente en que las condiciones de contorno del reactor finito sean independientes de la energía da origen al esquema MUFT (21), códigos de uso frecuente para la predicción de las condiciones críticas en reactores con combustible levemente enriquecido en  $U^{238}$  y moderados con  $H_2O$ . Esta aproximación se expresa matemáticamente:

$$f(x, u, \mu) = F(u, \mu) e^{-iBx} \quad (A.2)$$

siendo:

$F(u, \mu)$  = distribución neutrónica independiente de la variable espacial.

$B^2$  = laplaciana geométrica del sistema en función de sus dimensiones con una longitud de extrapolación única para todas las energías.

Sea:

$\mu_0 = \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}$  = coseno del ángulo entre las direcciones inicial y final en un choque elástico.

Desarrollando en polinomios de Legendre  $P_\lambda(\mu)$ , operando con (A.1), considerando los momentos correspondientes a  $\lambda = 0, 1$ , se obtiene la aproximación B1 ó P1 consistente.

Para el caso de mezclas hidrogenadas ( $\Sigma_{sH}$  = sección eficaz macroscópica de dispersión,  $\eta$  = densidad de moderación) con sustancias pesadas ( $\Sigma_{in}(u', u)$  = sección eficaz macroscópica de dispersión inelástica;  $q$  = densidad de moderación;  $\chi(u)$  espectro de fisión,  $\chi(u) \int_0^\infty \nu \Sigma_f(u') \phi(u') du' =$  =fuente de fisiones totales) con la aproximación de B1 la (A.1) queda:

$$\begin{aligned}
 & B J(u) + [\Sigma_{sH}(u) + \Sigma_a(u) + \Sigma_{in}(u', u)] \phi(u) = \\
 & = \nu \chi(u) \int_0^\infty \Sigma_f(u') \phi(u') du' + \int_0^\infty \Sigma_{sH}(u') e^{-(u-u')} \phi(u') du' \\
 & \quad \frac{dq(u)}{du} + \int_0^\infty \Sigma_{in}(u', u) \phi(u') du' \\
 & [\gamma(u, B) \Sigma(u) - S_j \mu_j \Sigma_{s_j}(u)] J(u) = \frac{B}{3} \phi(u) + \\
 & + \int_0^\infty \Sigma_{sH}(u') e^{-\frac{2}{3}(u-u')} J(u') du' - \mu_H \Sigma_{sH}(u) J(u)
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

Cumpliendo además:

$$\lambda \frac{dq(u)}{du} = -q(u) + S_j \xi_j \Sigma_{s_j}(u) \phi(u) \tag{A.4}$$

donde:

$\lambda$  = parámetro de Greuling - Goertzel (chap. VI en ref. (8)).

$\xi_j$  = decrecimiento logarítmico medio por colisión para el isótopo j-

$$\mu_j = \frac{2}{3 A_j} \quad (\text{A.5})$$

$A_j$  = número de masa del isótopo  $j$

$$\gamma(u, B) = \frac{\beta \delta^2}{3(1-\beta)} \quad (\text{A.6})$$

$$\beta = \frac{\text{arc tg } \delta}{\delta} \quad (\text{A.7})$$

$$\delta = \frac{B}{\Sigma(u)} \quad (\text{A.8})$$

$\phi(u)$  = flujo por unidad de letargía  $u$

$J(u)$  = corriente neutrónica

Las (A.3) son las ecuaciones de base del código MUFT-IV, desarrollado por Hellens (21,13), el cual a partir de los datos nucleares, representación en multigrupos, laplaciano  $B^2$ , factor de autodepresión en la captura resonante del  $U^{238}$  (tomado igual a 1 en nuestro caso), calcula los espectros  $\phi(u)$  y  $J(u)$ .

*A.3 Definición de constantes neutrónicas a partir de secciones eficaces efectivas en una formulación a pocos grupos.*

Definiendo un coeficiente de difusión:

$$D(u, B) = - \frac{J(u)}{\frac{d}{dx} \phi(u)} = \frac{1}{3 \Sigma_{tr}(u, B)} \quad (\text{A.9})$$

las ecuaciones (A.3) pueden condensarse, e integrando en una banda de letargía  $u_{n-1} \leq u \leq u_n$  correspondiente al macrogrupo "n", se encuentra la ecuación típica de difusión a pocos grupos (N grupos rápidos);

$$[D_n B^2 + \Sigma_{a_n} + \Sigma_{t_n}] \phi_n = \chi_n \left[ \sum_{i=1}^N (\nu \Sigma_f)_i \phi_i + Q \right] + \Sigma_{t_{n-1}} \phi_{n-1} \quad (A.10)$$

donde

Q = fuente de neutrones producidos por fisiones térmicas

$$\phi_n = \int_{u_{n-1}}^{u_n} \phi(u') du' \quad (A.11)$$

$$J_n = \int_{u_{n-1}}^{u_n} J(u') du' \quad (A.12)$$

$(\nu \Sigma_f)_n$ ,  $\Sigma_{a_n}$  y  $\Sigma_n$  = constantes obtenidas promediando con el espectro en cada intervalo de letargo.

$$D_n = \frac{J_n}{B \phi_n} \quad (A.13)$$

$\Sigma_{t_n}$  = sección eficaz de transferencia del grupo "n" al "n+1", dada como cociente entre la densidad de moderación total de la mezcla en el intervalo "n" y el espectro medio del grupo "n".

A partir del espectro en los microgrupos, obtenido como solución de las ecuaciones (A.3), y adoptando la regla de los trapecios como método de cuadratura, MUFT-IV calcula también las anteriores constantes promediadas para unos pocos grupos rápidos, en particular para tres comprendiendo: fisiones rápidas del  $U^{238}$  (grupo 1), región intermedia (grupo 2) y resonante (grupo 3).

## APENDICE B

### CONSTANTES NEUTRONICAS TERMICAS ASOCIADAS A LA CELDA

La búsqueda de estas constantes está asociada a la determinación del espectro de neutrones térmicos correspondiente y del medio homogéneo equivalente.

En este caso el cálculo de distribución de flujo se hizo mediante teoría de difusión monoenergética. Las secciones eficaces macroscópicas en la región 1 (placas combustibles + láminas de moderador ubicadas alternadamente) fueron calculadas por procedimientos de homogeneización a partir de secciones eficaces microscópicas promediadas con el espectro térmico, factores de desventaja de la distribución "hiperfina" correspondiente a la microcelda y volúmenes intervinientes. Las correspondientes a la región 2 (estructura de la caja de elementos combustibles + láminas de H<sub>2</sub>O entre cajas) se obtuvieron homogeneizando con los volúmenes los dos elementos: marco de la caja y moderador (H<sub>2</sub>O); el espectro en esta región se supone igual al de 1. La estructura fina tiene poca influencia en el factor de utilización térmica por el pequeño volumen de la región 2.

El segundo problema se refiere a la determinación de los factores de flujo "fino" e "hiperfino", correspondientes a la macrocelda y microcelda respectivamente, a partir de secciones eficaces macroscópicas pesadas con el espectro térmico. Debido a las pequeñas dimensiones de la placa combustible y su baja densidad en U<sup>235</sup>, la depresión del flujo es allí insignificante: se obtiene un factor de desventaja del flujo en el moderador de la microcelda igual a 1.057, calculado con la teoría Amouyal-Benoist adaptada a geometría plana (método de Theys (22)).

La utilización de la tabla de Amster (23) permite obviar la solución de la ecuación diferencial de Wigner-Wilkins, que es lo que hace el código SOFOCATE (24) Los valores compilados por Amster fueron llevados a la forma:

$$\sigma_{xj} = \frac{\sigma_{x0j} \rho_j(v)}{v}$$

X = absorción, fisión, transporte del H.

v = velocidad media referida a 2200 m/seg.

$\sigma_{x0j}$  = sección eficaz para 2200 m/seg. correspondiente al isótopo "j".

$\rho_j(v)$  = función de ajuste que expresa el alejamiento de la ley  $1/v$  en el rango térmico (0 - .625 ev) del isótopo "j"

La velocidad media se calculó a partir de la absorción promedio de la macrocelda ( $\bar{\Sigma}_a^*$ ), del segundo momento de la sección eficaz de transferencia (M2) - que es sensible al modelo de termalización - y de un factor de ajuste.

Esta representación de la velocidad media admite una mejora por el modelo de termalización usado en el esquema de ajuste, pues en vez de M2 correspondiente al H<sub>2</sub>O según el modelo de Wigner - Wilkins se puede utilizar el más exacto de Nelkin, el cual incluye ligazones químicas y trata a la molécula de H<sub>2</sub>O en bloque, dando espectros más endurecidos.

La solución final del tratamiento del grupo térmico requiere un proceso iterativo: se comienza con un espectro conocido (maxwelliano), se evalúan secciones eficaces, luego factores de flujo, y así se llega a estimar otra velocidad media. El cálculo termina cuando un parámetro integral, tal como las absorciones totales o el factor de utilización térmica, difiera poco entre iteraciones. Este proceso se realizó con el código PROCON (6).

El esquema indicado adolece de fallas, siendo las más importantes: el modelo de termalización, los efectos de heterogeneidad del espectro y la esquematización en la geometría.

El inconveniente del modelo de termalización no es importante en los cálculos que no se orienten a determinaciones precisas de distribuciones de flujo cerca de láminas de H<sub>2</sub>O, donde es necesario contar con estimaciones correctas de la longitud de difusión o del libre camino medio de transporte. Sin embargo un tratamiento empírico que permite correlaciones aceptables en muchos casos es el Mixed Number Density (25) (método MND). Consiste esencialmente en introducir en los cálculos espaciales de flujo térmico un coeficiente de difusión calculado suponiendo espectro maxwelliano.

El efecto de heterogeneidad puede omitirse sin riesgos en nuestros cálculos, ya que el endurecimiento en el combustible no excede del 1%.

Finalmente respecto a la esquematización en la geometría (definición de macrocelda y microcelda) no es significativa por la similitud que presenta el sistema real con el homogéneo.

A pesar de que no podemos ofrecer una comparación del cálculo térmico descrito con métodos más elaborados, en atención a los argumentos anteriores es razonable atribuirle errores globales pequeños.

Indicamos valores de algunos parámetros de interés:  $v$  (velocidad media del espectro en la mezcla, referido a 2200 m/seg) = 1.298.

$\xi_m$  = (flujo medio moderador respecto placa en microcelda) = 1.0539.

$f$  (factor de utilización térmica) = .78456 .

$\eta$  (factor de multiplicación combustible) = 2.04113 .

$p$  (probabilidad de escape a la resonancia) = .9344 .

$D$  (coeficiente difusión macrocelda) = .25640 cm .

$D_M$  (coeficiente difusión maxwelliano) = .24889 cm .

$D_{MND}$  (coeficiente difusión método MND) = .21621 cm .

$\bar{\Sigma}_a^*$  (absorción promedio macrocelda) = .062236 cm<sup>-1</sup> .

$L^2$  (área difusión macrocelda) = 4.11980 cm<sup>2</sup> .

## APENDICE C

### CONDICIONES DE CONTORNO ASOCIADAS AL ELEMENTO DE CONTROL

#### C.1 Descripción y discusión del método utilizado.

El método descrito sucintamente a continuación es el desarrollado por Henry (18). Se basa en que una lámina infinita no dispersante ( $\Sigma_s = 0$ ) sumergida en un medio multiplicativo, puede ser reemplazada, bajo ciertas aproximaciones, por condiciones de contorno en sus bordes. Se resuelve la ecuación de difusión fuera de la lámina, en la interfase aparecen condiciones de contorno efectivas que dependen únicamente de la lámina absorbente - método A-B-H (26) - las que a su vez se determinan resolviendo la ecuación de transporte dentro de la lámina.

Si se disponen los ejes coordenados de modo que las caras de la lámina queden fijadas por los planos  $x = t$  y  $x = -t$ , las relaciones entre flujo y corriente de neutrones en la interfase medio multiplicativo - lámina vienen dadas por:

$$\alpha(u) = \frac{J(u,t) + J(u,-t)}{\psi(u,t) + \psi(u,-t)} = \frac{1 - 2 E_3(Z)}{2[1 + 3 E_4(Z)]} \quad (C.1)$$

$$\beta(u) = \frac{J(u,t) - J(u,-t)}{\psi(u,t) - \psi(u,-t)} = \frac{1 + 2 E_3(Z)}{2 [1 - 3 E_4(Z)]} \quad (C.2)$$

donde J indica corriente neta entrante a la lámina,  $\psi$  el flujo escalar sobre la superficie de la misma,  $\Sigma(u)$  sección eficaz macroscópica de la lámina,  $E_3(Z)$  y  $E_4(Z)$  funciones de Placzek (27)

$$Z = 2 \Sigma_a(u) t = 2 \Sigma(u) t \quad (C.3)$$

Para un grupo comprendido entre  $U_1$  y  $U_2$ , las condiciones de contorno promediadas son:

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\langle J(u,t) + J(u,-t) \rangle}{\langle \psi(u,t) + \psi(u,-t) \rangle} = \frac{\int_{u_1}^{u_2} \alpha(u) [\psi(u,t) + \psi(u,-t)] du}{\int_{u_1}^{u_2} [\psi(u,t) + \psi(u,-t)] du} \quad (C.4)$$

$$\langle \beta \rangle = \frac{\langle J(u,t) - J(u,-t) \rangle}{\langle \psi(u,t) - \psi(u,-t) \rangle} = \frac{\int_{u_1}^{u_2} \beta(u) [\psi(u,t) - \psi(u,-t)] du}{\int_{u_1}^{u_2} [\psi(u,t) - \psi(u,-t)] du} \quad (C.5)$$

El cálculo de  $\langle \alpha \rangle$  para varios grupos de energía es complicado. Estudios elaborados (18) muestran que para los casos usuales en barras de control pueden tomarse:

$$\langle \alpha \rangle \langle \beta \rangle = \frac{1}{4} \quad (C.6)$$

Una simplificación aparece al considerar el caso en que en el medio exterior a la barra la relación entre absorción y dispersión sea pequeña, mientras que en la barra las resonancias sean angostas y espaciadas entre sí en comparación con la pérdida media de energía por colisión. En este caso particular puede demostrarse que aproximadamente:

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\int_{u_1}^{u_2} \frac{\alpha(u)}{1 + \sqrt{3} \alpha(u)} du}{\int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{1 + \sqrt{3} \alpha(u)}} \quad (C.7)$$

El análisis de las funciones de Placzek (27) muestra que  $\alpha(u)$  aumenta al aumentar  $\Sigma(u)$ . El factor  $[1 + \sqrt{3} \alpha(u)]^{-1}$  que aparece en ecuación (C.7) puede interpretarse como depresión del flujo en la lámina. Las suposiciones hechas para obtener la ecuación (C.7) no son válidas en el caso particular que hemos tratado (barra de control de Cd en el núcleo del RA-3). En la zona epitérmica la absorción resonante del uranio pone en duda la suposición  $\Sigma_a / \Sigma_s \ll 1$ , en tanto que en la zona térmica la resonancia del Cd es demasiado ancha frente a la pérdida media de energía por colisión. De todos modos puede esperarse que las ecuaciones (C.6) y (C.7) provean un valor correcto. En la zona térmica la absorción es muy grande y puede tomarse el máximo valor:

$$\langle \alpha \rangle_T = 0.5$$

sin error apreciable.

### C.2 Cálculo de $\langle \alpha \rangle$ rápido

Los cálculos realizados con inclusión de barras de control se refirieron a dos grupos de energía. En el rango no resonante (.625 ev á 17 ev; 1Kev á 10 Mev).

$$\langle \alpha \rangle_{nr} = \frac{\sum_i \frac{\alpha_i \Delta u_i}{1 + \sqrt{3} \alpha_i}}{\sum_i \frac{\Delta u_i}{1 + \sqrt{3} \alpha_i}} \quad (C.8)$$

mientras que en la zona resonante:

$$\langle \alpha \rangle_r = \frac{\sum_k \delta_k}{\sum_k \frac{\Delta u_k}{1 + \sqrt{3} \alpha_k}} \quad (C.9)$$

donde  $\delta_k$ , la integral alrededor de la resonancia  $E_k$ , se aproxima mediante la fórmula de Stein (28):

$$\delta_k = \int_{Res. K} \frac{\alpha(E)}{1 + \sqrt{3} \alpha(E)} \frac{dE}{E} = .9 \frac{\Gamma}{E_k} \sqrt{\sigma_o(E_k) 2N} \left[ \frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \frac{1}{2} \frac{t_g^{-3} (\sqrt{3}/2)^{1/2}}{(\sqrt{3}/2)^2} \right] \quad (C.10)$$

donde  $\Gamma$  es el ancho de la resonancia,  $\sigma_0(E_k)$  la sección eficaz microscópica en el pico de la resonancia y  $N$  la densidad atómica del isótopo resonante.

En la evaluación de  $\langle \alpha \rangle_{nr}$  se consideró como sección eficaz de dispersión elástica no resonante a la sección eficaz potencial extraída de las curvas de referencias (29), que resulta  $\sigma_s = 5$  barn, obteniéndose:

$$\langle \alpha \rangle_{nr} = .00264$$

En la obtención de este valor se empleó la ecuación (C.1), que se dedujo suponiendo ausencia de dispersión. En nuestro caso, en que existe dispersión, se siguió tomando como válida la (C.1), pero sustituyendo el valor de  $Z$  de la ecuación (C.3) por:

$$Z = 2 [\Sigma(u) - \Sigma_s] t = 2 \Sigma_a(u) t \quad (C.11)$$

Para el cálculo de la parte resonante, con los datos de referencia (24) se obtiene:

$$\langle \alpha \rangle_r = .00334$$

Existe una sobrestimación del valor real puesto que los parámetros de tablas corresponden a 0°K. Corrigiendo por aumento de temperatura se obtiene:

$$\langle \alpha \rangle_r = .0013$$

Los valores de  $\langle \beta \rangle$  se obtienen de ecuación (C.6) y finalmente tenemos

$$\langle \alpha \rangle_T = .5$$

$$\langle \beta \rangle_T = .5$$

$$\langle \alpha \rangle_R = .0039$$

$$\langle \beta \rangle_R = 64$$

BIBLIOGRAFIA

1. HENRY, A.F.: "Definitions and General Considerations Concerning Large Changes in Reactivity", Trans. Am. Nucl. Soc. 9, 1, (1966), 235.
2. PRESKITT, C.A., BROWN, J.R., NEPHEW, E.A. and VAN HOWE, K.R.: "Interpretation of Pulsed Source Experiments in the Peach Bottom HTGR", Nucl. Sci. Eng. 29, (1967), 283.
3. GOZANI, T.: "Subcritical Reactor Kinetics and Reactivity Measurements", EIR - Bericht Nr. 28. September 1962.
4. PASQUINI, E. y PIERONI, N.: "Introducción a Métodos de Neutrones Pulsados", Inf. Int. Reactores, CNEA, Junio 1966.
5. SOLANILLA, R.: "Método de cálculo de reactores moderados a agua liviana", Inf. reactores, CNEA, 1962.
6. SOLANILLA, R.: "Descripción PROCON", Inf. Int. Reactores, CNEA, 1964.
7. SOLANILLA, R.: "Análisis de experiencias de reticulados con moderador líquido empleando una teoría a dos grupos modificada", CNEA Nº 183, 1965.
8. GLASSTONE, S. and EDLUND, N.C.: "The elements of nuclear reactor theory", D. Van Nostrand Co., 1954.
9. MEUNIR, C.: "Utilisation de la maquette de la pile SILOETTE" CEA - R 2534, 1964.
10. HICKS, D.: "Nuclear Calculation Methods for light water moderated Reactors", AEEW R.64 (1961).
11. OMBRELLARO, P.A.: "Effective fast cross section in few group diffusion theory", KAPL - M - Pagi, 1961.
12. HICKS, D.: "Light water lattices", Technical Reports Series Nº 12 (1962) 99.
13. BOHL, E. and GELBART, E.: "MUFT-IV fast spectrum code for IBM 704" WAPD - TM - 72 (1957).
14. HENRY, A.F.: "54 group library for P1 programmes", WAPD - TM - 224, 1960.

15. PASCHALL, R.K.: "The age of fission neutrons to indium resonance energy in aluminium-water mixtures" Trans. Am Nucl. Soc. 8, (1965) 467.
16. HASSITT, A.: "A programme for solving the multigroup neutron diffusion equations in two space dimensions on the Mercury - Ferrante computer", AERE T/R 2487 (1958) y 2859 (1959).
17. BENOIST, P.: "Theorie du coefficient de diffusion dans un reseau comportant de cavites", CEA 2278, 1964.
18. HENRY, A.F.: "A Theoretical Method for Determining the worth of Control Rods", WAPD-218 (August, 1959).
19. PIERONI, N., RAPOPORT, H., y RICABARRA, G.: "Neutrones Pulsados", Inf. N° 3, Dep Reactores, CNEA, (Abril 1967).
20. PIERONI, N., RAPOPORT, H. y RICABARRA, G.: "Neutrones Pulsados", Inf. N° 2, Dep. Reactores, CNEA, (Noviembre, 1966).
21. "Neutron slowing down in group diffusion theory", WAPD 114, May 1966.
22. THEYS, M.H.: "Integral transport theory of thermal utilization factor in slab geometry", Nucl. Sci. Eng. 7, 1 (1960) 58-63.
23. AMSTER, H.: "The SOFOCATE second deck", WAPD-TM-67 (1957).
24. AMSTER, H. and SUAREZ, R.: "The calculation of thermal constants averaged over a Wigner-Wilkins flux spectrum: description of the SOFOCATE code", WAPD-TM-39 (1957).
25. BREEN R.J., Nucl. Sci. Eng. 9, 91 (1961).
26. AMOUYAL, A., BENOIST, P. et HOROWITZ, J.: "Nouvelle méthode de détermination du facteur d'utilisation thermique d'une cellule", Jour. of Nucl. En. 6, 1 (1967) 79.
27. CASE, K.M., de HOFFMAN, F. and PLACZEK, G.: "Introduction to the theory of neutron diffusion", Los Alamos Scientific Laboratory, (1953).
28. STEIN, S.: Brookhaven Conference, 1956.
29. BNL, Neutron Cross Sections, 1958.

