

|                       |             |
|-----------------------|-------------|
| C.N.E.A. Biblioteca   |             |
| ARCHIVO PUBLICACIONES |             |
| Nº<br>1               | AÑO<br>1988 |

02.88.01

CNEA NT - 3/88

# X Reunión de Trabajo en Física Nuclear

TANDAR, Buenos Aires  
23 al 26 de Junio de 1987

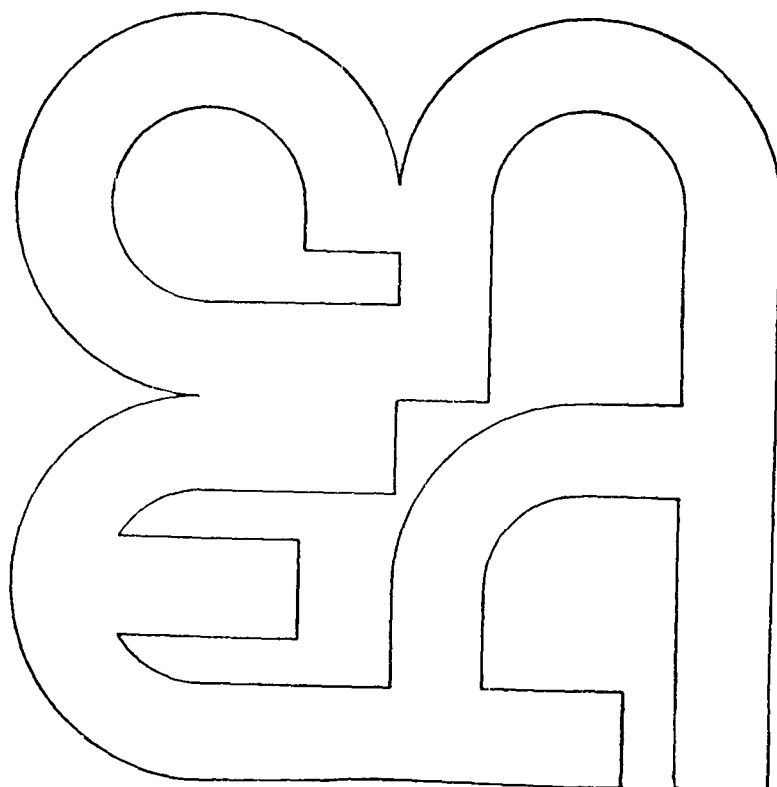
Departamento de Física

Comisión Nacional  
de Energía Atómica

Dirección de  
Investigación y Desarrollo

Gerencia de  
Investigaciones

Buenos Aires - Argentina  
1988



# X Reunión de Trabajo en Física Nuclear

TANDAR, Buenos Aires  
23 al 26 de Junio de 1987

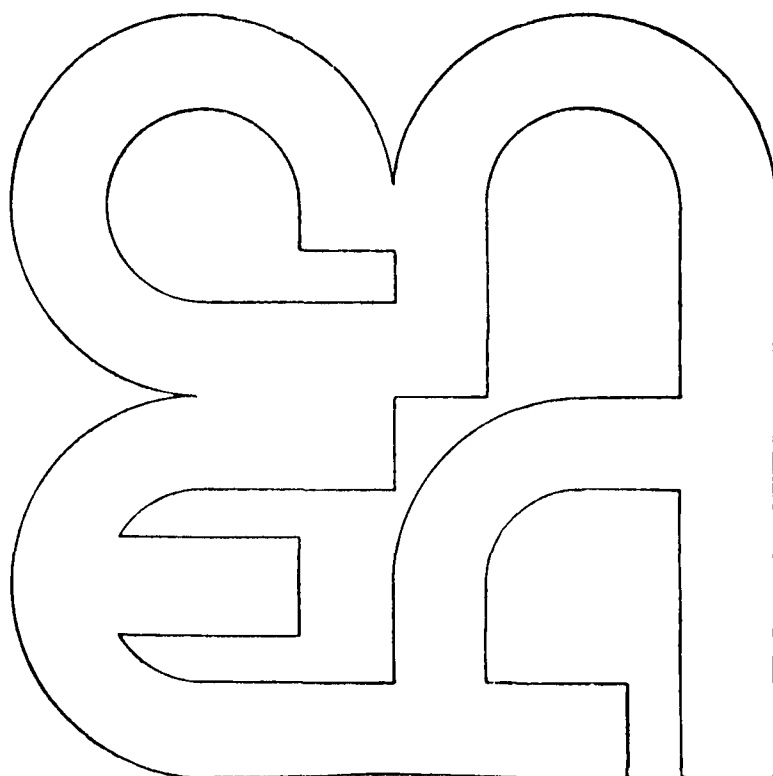
Departamento de Física

Comisión Nacional  
de Energía Atómica

Dirección de  
Investigación y Desarrollo

Gerencia de  
Investigaciones

Buenos Aires - Argentina  
1988



## INTRODUCCION

En momentos de escribir estas líneas, sentimos la gran satisfacción de ver concluidas, creemos que con aceptable éxito, las múltiples tareas asociadas a la X Reunión de Trabajo en Física Nuclear. Satisfacción que, descartamos, será compartida por todos quienes participaron en ella, y por quienes desde distintos puestos contribuyeron a su concreción. A todos ellos, vaya nuestro fervoroso agradecimiento.

El esfuerzo y el tiempo invertidos en distintos aspectos en nuestro carácter de organizadores hace que seguramente no seamos nosotros los observadores más imparciales para poder evaluar el significado de esta X Reunión. Sin embargo, en un intento de poder formular siquiera algunas reflexiones basadas en hechos objetivos, decidimos echar una mirada hacia atrás para ver de qué manera se inscribe ella en la línea de anteriores reuniones. Fue así que descubrimos que, a diferencia de las primeras reuniones, incubadas al calor del entusiasmo generado por el incipiente Proyecto TANDAR, no se formularon en esta ocasión (al menos, no en forma tan masiva), proyectos de nuevas líneas de trabajo, relacionadas como entonces con el surgimiento de un nuevo laboratorio. Tampoco ha estado esta reunión entre las primeras realizadas en las nuevas instalaciones que albergan al acelerador, ni los resultados experimentales presentados han sido los primeros obtenidos con él. Mucho menos podemos reclamar para esta reunión la novedad de las visitas de colegas latinoamericanos, a las que ya estamos felizmente tan acostumbrados. Y así podríamos seguir.

En resumen, si se nos fuerza a caracterizar a la X Reunión de Trabajo en Física Nuclear en pocas palabras, estaríamos tentados de decir que fue ésta la primera reunión en la que nada (o casi nada) ocurrió por primera vez. Pensamos que es de esta característica precisamente de donde se deriva su significación. Percibimos esto como una manifestación de que las Reuniones de Trabajo en Física Nuclear forman parte de las actividades inerciales y rutinarias (en el sentido más saludable de estos términos) del Departamento de Física. Ya se las considera definitivamente incorporadas como una indispensable pausa anual de análisis, reflexión, discusión e intercambio entre los miembros de una comunidad dedicada a la investigación en Física Nuclear.

Podríamos detenernos aquí y dejar la sensación de que todo ha funcionado maravillosamente y de que el camino hacia adelante se encuentra definitivamente despejado. Estamos convencidos sin embargo de que ocultar los problemas es el primer paso para no resolverlos, y callar los

errores casi nos asegura la reincidencia en ellos. Debemos destacar como principal obstáculo para futuras reuniones (tanto como lo fue para esta), la excesiva pasividad, por no decir indiferencia, demostrada antes y después por parte de algunos participantes quienes al mismo tiempo han intervenido activamente y han contribuido en forma valiosa durante el desarrollo de la reunión propiamente dicha. Con anterioridad a la reunión, dicha actitud se manifiesta, por ejemplo, en la no entrega de resúmenes solicitados, la inobservancia de plazos y fechas límite, o simplemente en la renuencia hasta último momento a presentar contribuciones y seminarios que han resultado en definitiva de sumo interés. Todo ello conspira contra la organización y la buena marcha de las sesiones. Con posterioridad, similares actitudes tienen consecuencias aún más lamentables, tal como podrá comprobarlo el lector en no pocos huecos dejados por lo que debió haber sido el texto de algunas de esas mismas contribuciones y seminarios invitados.

Al señalar falencias, quede claro que no eludimos nuestra responsabilidad como organizadores, sino que por el contrario la asumimos en su totalidad, ya sea porque no supimos o porque no pudimos corregirlas exitosamente.

En síntesis, llegada la hora del balance creemos que el saldo ha sido ampliamente positivo. Ello nos obliga a reiterar nuestro agradecimiento a todos quienes aportaron su cuota de trabajo, grande o pequeña, en sus más diversas formas. En cuanto a los desaciertos en que hayamos incurrido, apelamos a la benevolencia de nuestros colegas y confiamos en que serán capitalizados como experiencia valiosa para quienes deban ocuparse de las futuras reuniones de Trabajo en Física Nuclear, y por lo tanto, de garantizar la continuidad de esta feliz tradición de nuestro Departamento de Física.

María Cristina Cambiaggio

Alberto Jorge Pacheco

# I N D I C E

|                              |    |
|------------------------------|----|
| Lista de participantes ..... | IX |
| Programa .....               | XI |

## SEMINARIOS

|                                                                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Interacciones mesón-mesón en un modelo de quarks .....                                                                  | 3  |
| A.Gattone                                                                                                               |    |
| El Proyecto GALA .....                                                                                                  | 27 |
| G.García Bermúdez                                                                                                       |    |
| Influencia de los defectos inducidos por irradiación<br>en la transición "lock-in" del $\text{Rb}_2\text{ZnBr}_4$ ..... | 39 |
| L.Schmirgeld                                                                                                            |    |
| Estudios recientes de núcleos alejados del valle<br>de estabilidad .....                                                | 41 |
| H.Huck                                                                                                                  |    |

## CONTRIBUCIONES

|                                                                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| C-1                                                                                                                      |    |
| Estados intrusos en los isótopos livianos del Hg ....                                                                    | 51 |
| E.Kirchuk, P.Federman                                                                                                    |    |
| Descripción de estados intrusos en la aproximación<br>monopolar y su aplicación a la región<br>transicional del Zr ..... | 57 |
| G.E.Arenas Peris, P.Federman                                                                                             |    |
| Estructuras rotacionales en Renios doblemente<br>impares .....                                                           | 67 |
| D.Santos, J.Davidson, M.Davidson, M.Debray,<br>G.Falcone, D.Hojman, A.Kreiner                                            |    |
| Estructuras rotacionales en $^{172}\text{Ta}$ .....                                                                      | 75 |
| D.Hojman, A.J.Kreiner, J.Davidson, M.Davidson,<br>M.Debray, G.Falcone, D.Santos, C.Beausang,<br>D.B.Fossan, E.Paul       |    |

## C-2

|                                                                                                     |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Contenido de Plomo en aerosoles atmosféricos<br>por el método PIXE .....                            | 87  |
| A.Caridi, M.Davidson, J.Davidson, M.Debray,<br>G.Falcone, D.Hojman, A.Kreiner, D.Santos             |     |
| Determinación de la concentración de hidrógeno<br>superficial utilizando reacciones nucleares ..... | 97  |
| M.Alurralde, E.García, G.García Bermúdez,<br>M.A.Cardona, A.Filevich                                |     |
| Los primeros 18 meses de operación del TANDAR .....                                                 | 100 |
| N.Fazzini, H.González, S.Tau, A.Tersigni                                                            |     |

## C-3

|                                                                                              |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Estructura octupolar del $^{218}\text{Ac}$ .....                                             | 107 |
| M.Debray, M.A.Cardona, J.Davidson, M.Davidson,<br>G.Falcone, D.Hojman, A.J.Kreiner, D.Santos |     |
| Sombras cuánticas de objetos invariantes clásicos ...                                        | 118 |
| P.Leboeuf, M.Saraceno                                                                        |     |
| Cuantificación con vínculos en modelos<br>esquemáticos .....                                 | 125 |
| D.R.Bes, S.Cruz Barrios, J.Kurchan                                                           |     |

## C-4

|                                                                                                          |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Un modelo de dos capas bosónico .....                                                                    | 135 |
| P.Curutchet, J.Dukelsky, G.Dussel, A.Fendrik                                                             |     |
| Aproximación de campo medio y la transformación<br>colectiva para hamiltonianos bosónicos de Dyson ..... | 142 |
| M.C.Cambiaggio, J.Dukelsky                                                                               |     |
| Descripción de las resonancias gigantes en el<br>formalismo de RPA con buen isospín .....                | 152 |
| E.Bauer, F.Krmpotic                                                                                      |     |
| Efectos de estructura nuclear en los procesos<br>de decaimiento beta doble .....                         | 156 |
| M.Faig, J.Hirsch, F.Krmpotic                                                                             |     |

## C-5

|                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----|
| Direct vs. statistical decay of nuclear giant<br>multipole resonances ..... | 169 |
| H.Dias                                                                      |     |

|                                                                                                            |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Comparison between TDA and Shell model calculation<br>for odd mass Ni isotopes and N=82 odd isotones ..... | 176 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

H.Dias

|                                                                                                 |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Potenciales dependientes de la energía en el<br>sistema $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$ ..... | 181 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

D.Abriola, D.E.Di Gregorio, A.Etchegoyen,  
M.C.Etchegoyen, J.Fernández Niello, A.M.Ferrero,  
S.Gil, J.Kittl, A.O.Macchiavelli, A.J.Pacheco,  
J.E.Testoni

|                                           |     |
|-------------------------------------------|-----|
| Aproximación PME en fisión caliente ..... | 188 |
|-------------------------------------------|-----|

D.Napolí, D.Otero, A.Plástico, A.N.Proto

## C-6

|                                                                |     |
|----------------------------------------------------------------|-----|
| Aproximación de campo medio en<br>sistemas bosón-fermión ..... | 209 |
|----------------------------------------------------------------|-----|

M.Chiapparini, J.Dukelsky

|                                                                                               |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Mecanismos de fotoexcitación y fotofisión de<br>núcleos preactínidos en la región delta ..... | 227 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

J.Arruda Neto

|                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------|-----|
| Calibración y primeras medidas utilizando<br>el "Plunger" ..... | 243 |
|-----------------------------------------------------------------|-----|

M.A.Cardona, A.Filevich, G.García Bermúdez

## C-7

|                                                                                     |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| El billar elíptico rotante: Un problema de<br>interés para la física nuclear? ..... | 253 |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|

M.Bernath, A.Fendrik, P.Leboeuf,  
R.Perazzo, M.Saraceno

|                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------|-----|
| Cinética de superfluidos nucleares a<br>bajas temperaturas ..... | 262 |
|------------------------------------------------------------------|-----|

L.O.Juri, E.S.Hernández

|                                                                                                                                     |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Simulación de Montecarlo para la interacción<br>entre nucleones de masa finita mediante un<br>campo bosónico escalar y neutro ..... | 269 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

L.Szybisz

## GRUPOS DE TRABAJO

|                                              |     |
|----------------------------------------------|-----|
| Fases de Berry .....                         | 273 |
| Coordinador: Daniel Bes                      |     |
| Deflector electrostático .....               | 274 |
| Coordinador: Jorge Testoni                   |     |
| Estructura Nuclear .....                     | 275 |
| Coordinador: Pedro Federman                  |     |
| Reacciones nucleares con iones pesados ..... | 276 |
| Coordinador: Olga Dragún                     |     |

Lista de participantes

|                          |                |
|--------------------------|----------------|
| ABRIOLA, Daniel Hugo     | CNEA - DF      |
| AGHTERBERG, Erhard       | CNEA - DF      |
| AGUIAR, J.               | UFRJ           |
| ALASIA, Federico         | UNLP           |
| ALURRALDE, Martín        | CNEA-CAC       |
| ARENAS PERIS, G.F.       | UBA            |
| ARRUDA NETO, J.          | USP            |
| BATKO, Gustavo           | UNLP           |
| BAUER, Eduardo           | UNLP           |
| BERISSO, María C.        | CNEA - DF      |
| BERNATH, Martín          | CONICET - CNEA |
| BES, Daniel              | CNEA - DF      |
| BORGES, Alexandre        | UFF            |
| CAMBIAGGIO, María C.     | CONICET - CNEA |
| CARDONA, María A.        | CNEA - DF      |
| CARIDI, Aurora           | CNEA - DF      |
| CRUZ BARRIOS, Sara       | FAPESP - CNEA  |
| CHIAPPARINI, Marcelo     | CNEA - DF      |
| DAVIDSON, Jorge          | UBA            |
| DAVIDSON, Miguel         | UBA            |
| DEBRAY, Mario            | CNEA - DF      |
| DIAS, Helio              | USP            |
| DI GREGORIO, Daniel      | CNEA - DF      |
| DI TADA, Mariana         | CNEA - DF      |
| DRAGUN, Olga M.          | CNEA - DF      |
| DUEK, Eduardo            | BNL            |
| DUKELSKY, Jorge          | CNEA - DF      |
| DUMRAUF, Ana             | UNLP           |
| DUSSEL, Guillermo G.     | CNEA - DF      |
| ELGUE, Mauricio          | CNEA - DF      |
| ETCHEGOYEN, Alberto      | CNEA - DF      |
| FAIG, Margarita          | UNLP           |
| FALCONE, Graciela        | CNEA - DF      |
| FAZZINI, Norberto        | CNEA - DF      |
| FEDERMAN, Pedro          | UBA            |
| FENDRIK, Alejandro       | UBA            |
| FERRERO, Armando M.      | CNEA - DF      |
| FERRI, Gustavo           | UNLPam         |
| FILEVICH, Alberto        | CNEA - DF      |
| GARCIA BERMUDEZ, Gerardo | CNEA - DF      |
| GATTONE, Anibal          | CNEA - DF      |
| GONZALEZ, Hipólito       | CNEA - DF      |
| HERNANDEZ, Susana        | UBA            |
| HIRSCH, Jorge            | UNLP           |
| HOJMAN, Daniel           | CONICET - CNEA |
| HUCK, Hugo               | CNEA - DF      |
| JECH, Alberto            | CNEA - DF      |
| JURI, L.O.               | UBA            |
| KIEVSKY, Alejandro       | UBA            |
| KIRCHUK, E.              | UBA            |
| KREINER, Andrés          | CNEA - DF      |

|                             |                |
|-----------------------------|----------------|
| KRMPOTIC, Francisco         | UNLP           |
| KURCHAN, Jorge              | CNEA - DF      |
| LEBOEUF, Patricio           | CNEA - DF      |
| LENZI, Silvia               | CONICET - CNEA |
| LICCIARDO, M.C.             | UNLP           |
| MAQUEDA, Ernesto            | CNEA - DF      |
| MARTI, Guillermo            | CNEA - DF      |
| MASSMANN, Herbert           | UCH            |
| MASSOLO, Patricia           | UNLP           |
| NAPOLI, Daniel              | CNEA - DF      |
| NEMIROVSKY, Ignacio         | CNEA - DF      |
| PACHECO, Alberto            | CNEA - DF      |
| PENA, Thadeu                | UFF            |
| PEREZ, Martha               | CNEA - DF      |
| POMAR, Gayetano             | CNEA - DF      |
| PREGIASCIO, Rodolfo         | CNEA - DF      |
| REBOIRO, Marta              | UNLP           |
| REICH, Silvia               | CNEA - DF      |
| RENTERIA, Mario             | UNLP           |
| REMEZ, Luis                 | CNEA - DF      |
| ROSSI, Julio                | CNEA - DF      |
| ROSSO, Osvaldo              | UNLP           |
| SALEM, Lázaro               | CNEA - CAB     |
| SANTOS, Daniel              | CNEA - DF      |
| SARACENO, Marcos            | CNEA - DF      |
| SCHMIRGELD, Lelia           | CNEA - DF      |
| SOFIA, Hugo                 | CNEA - DF      |
| SZANTO DE TOLEDO, Alejandro | USP            |
| SZYBISZ, Leszek             | CONICET - CNEA |
| TAU, Sergio                 | CNEA - DF      |
| TERSICNI, Antonio           | CNEA - DF      |
| TESTONI, Jorge E.           | CNEA - DF      |
| ZUKER, Andrés               | CRN            |

CNEA: Comisión Nacional de Energía Atómica  
 DF: Departamento de Física  
 CAC: Centro Atómico Constituyentes  
 CAB: Centro Atómico Bariloche

UFRJ: Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil  
 UNLP: Universidad Nacional de La Plata  
 UBA: Universidad de Buenos Aires  
 USP: Universidade de Sao Paulo, Brasil  
 CONICET: Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas  
 FAPESP: Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de Sao Paulo, Brasil  
 BNL: Brookhaven National Laboratory, USA  
 UNLPam: Universidad Nacional de La Pampa  
 UCH: Universidad de Chile  
 UFF: Universidade Federal Fluminense, Brasil  
 CRN: Centre de Recherches Nucleaires, Francia

X REUNION DE TRABAJO EN FISICA NUCLEAR

|       | MARTES<br>23    | MIERCOLES<br>24                 | JUEVES<br>25 | VIERNES<br>26                                   |
|-------|-----------------|---------------------------------|--------------|-------------------------------------------------|
| 09:15 | APERTURA        |                                 |              |                                                 |
| 09:30 | S-1             | S-3                             | S-5          | S-7                                             |
| 10:30 | CAFE            | CAFE                            | CAFE         | CAFE                                            |
| 10:45 | S-2             | S-4                             | S-6          | C-6                                             |
| 11:45 |                 |                                 |              |                                                 |
| 12:15 | A L M U E R Z O |                                 |              |                                                 |
| 14:00 | C-1             | C-4                             | C-5          | C-7                                             |
| 14:30 |                 |                                 |              | CAFE                                            |
| 15:00 | CAFE            | CAFE                            |              | CIERRE                                          |
| 15:15 | C-2             | GRUPOS<br><br>DE<br><br>TRABAJO | CAFE         | GRUPOS<br><br>DE<br><br>TRABAJO<br><br>(CIERRE) |
| 15:30 |                 |                                 |              |                                                 |
| 15:45 |                 |                                 |              |                                                 |
| 16:00 |                 |                                 |              |                                                 |
| 16:15 |                 |                                 |              |                                                 |
| 17:15 | CAFE            |                                 |              |                                                 |
| 17:30 | C-3             |                                 |              |                                                 |
| 18:45 |                 |                                 | COMIDA       |                                                 |
| 19:00 |                 |                                 |              |                                                 |

# **SEMINARIOS**

- S-1 Interacciones mesón-mesón en un modelo de quarks  
A. Gattone
- S-2 El Proyecto GALA  
G. Garcia Bermúdez
- S-3 Influencia de los defectos inducidos por irradiación en la transición "lock-in" del  $Rb_2ZnBr_4$   
L. Schmirgeld
- S-4 Sistemática de las líneas alfa y desencadenamiento del movimiento rotacional  
A. Zuker
- S-5 Efectos de gota líquida en la fusión por debajo de la barrera  
J. Aguiar
- S-6 Estudios recientes de núcleos alejados del valle de estabilidad  
H. Huck
- S-7 Límites del proceso de fusión entre iones pesados  
E. Duek



Interacción Mesón-Mesón en un Modelo de Quarks

Aníbal Gattone

Departamento de Física. Laboratorio TANDAR. CNEA

Av. del Libertador 8250. 1429 Buenos Aires. Argentina.

I. Introducción

Uno de los desarrollos más importantes en física nuclear a energías intermedias durante la pasada década ha sido el intento de explicar la interacción hadrón-hadrón en términos de los grados de libertad considerados actualmente como fundamentales, esto es quarks y gluones. Estos son los ladrillos básicos a partir de los cuales se construye la espectroscopía de los hadrones (mesones y bariones) de baja energía. Cromodinámica cuántica (QCD) es la teoría-candidato que determina como quarks y gluones interactúan entre sí. QCD es sin embargo una teoría no trivial cuya solución reclamará, quizás, métodos altamente originales. Mientras tanto los modelos ya existentes deben ser mejorados hasta el punto en que todas las simetrías de QCD sean respetadas y sus resultados puedan compararse efectivamente con la experiencia en espectroscopía, propiedades estáticas y finalmente ofrezcan una razonable descripción de las interacciones hadrónicas. La descripción de la interacción nucleón-nucleón (NN), por ejemplo, usando la dinámica basada en QCD ha sido emprendida por varios autores<sup>1</sup> con relativo éxito. El objeto de este trabajo es estudiar la interacción mesón-mesón en términos de estos constituyentes básicos.

El problema es atacado de la siguiente forma. Se postula un estado intermedio de 2 quarks y dos antiquarks ( $q\bar{q}^2$ ) para describir la

interacción de dos mesones. Este estado contiene todas las nuevas propiedades que se esperan de la física con quarks, explícitamente, efectos de intercambio de quarks, bloqueo de Pauli entre quarks y estados de color oculto. De este estado intermedio emergen entonces dos agregados, cada uno singulete de color, que tendrán los números cuánticos del estado intermedio  $Q^2\bar{Q}^2$  y que se comportarán asintóticamente como dos mesones libres. De esta forma, y haciendo uso del método del grupo resonante (RGM) en la aproximación adiabática, determinamos un potencial que describe la interacción de los mesones en la región de solapamiento.

El estudio de la espectroscopía de los estados  $Q^2\bar{Q}^2$  ha sido llevado a cabo usando modelos potenciales y modelos de bolsa<sup>2</sup>. Una de las características más salientes que resultan de estos estudios es el hecho de que estos estados obedecen en gran medida la regla de Okubo-Zweig-Iizuka (OZI rule). Si interpretamos esta regla como el límite donde el acoplamiento quark-gluón se hace cero entonces un estado  $Q\bar{Q}$  (mesón) resulta tener ancho nulo (no tiene canales a donde decaer) y el sistema que nos ocupa,  $Q^2\bar{Q}^2$ , decaería con un ancho finito. Sin embargo sabemos que en nuestro universo físico los mesones decaen y por lo tanto, anticiparíamos que cualquier resonancia en el sistema  $Q^2\bar{Q}^2$  sería demasiado ancha como para ser observada. Sin embargo, si el estado  $Q^2\bar{Q}^2$  tiene una masa no muy alejada de la masa de los productos de decaimiento y sus números cuánticos se acoplan sólo a unos pocos canales abiertos, entonces sería posible que estos estados fuesen lo suficientemente estrechos como para ser observados. Este es el principal objetivo de este trabajo. El conjunto de números cuánticos que determina el estado  $Q^2\bar{Q}^2$  se elige de forma tal que la disociación en dos mesones sea la menos probable. Para este conjunto particular se calcula un potencial. El método empleado es, sin embargo, general en el sentido de que no depende del canal específico que se planea estudiar. Ha sido aplicado ya al caso de la interacción NN por Hwang<sup>3</sup>.

Difiere de los cálculos previos en que aquí los quarks son tratados como partículas de Dirac y los mesones vienen dados por funciones de onda  $SU(6)$  de spin-sabor.

## II. El Modelo

Mencionamos en la introducción que una solución exacta de QCD no es todavía posible. El físico procede entonces a hacer modelos que contengan las propiedades que se observan en los fenómenos físicos y otras que la teoría requiera aunque no sean estas obvias en la naturaleza (confinamiento, libertad asintótica, cuasi-simetría quiral entre las primeras, invariancia de gauge entre las segundas). La descripción de la interacción hadrón-hadrón es, decididamente, dependiente del modelo. Sobre todo en lo que respecta a la imagen que se tenga de un hadrón aislado. Por ejemplo, al presente, podemos describir los hadrones dentro de:

- A) Modelos potenciales<sup>4</sup>: 3 partículas masivas no-relativistas, interactuando vía potenciales de dos cuerpos
- B) Modelos de quarks en bolsas<sup>5</sup>: 3 partículas libres de Dirac (sin masa o con masas pequeñas).
- C) Modelo de Skyrme<sup>6</sup>: una nube de mesones portando número bariónico diferente de cero (en modelos de Skyrme híbridos, contienen además, un pequeño carozo de quarks).

En los primeros dos la introducción de confinamiento y dinámica quiral da lugar a sub-modelos con predicciones bastante diferentes en lo que a propiedades estáticas (incluyendo el acoplamiento  $\pi NN$ ) se refiere. En el tercero los cálculos numéricos no alcanzan todavía la precisión de los anteriores<sup>7</sup>.

De todo esto surge que cualquier resultado obtenido con cualquier modelo debe ubicarse en el contexto de toda la física que éste pueda originar, y no interpretarse más allá que dentro de las aproximaciones que el modelo invoca. El que aquí se utiliza tiene las siguientes características:

- i) Los hadrones son bolsas de energía dentro de las cuales los quarks se mueven libres.
- ii) Contiene la interacción debida al intercambio de un gluón. Este mecanismo de interacción es ampliamente aceptado como el más relevante a cortas distancias<sup>8</sup>.
- iii) Existe un campo piónico fundamental que transporta la corriente quiral que se acopla a los quarks u (up) y d (down)
- iv) Los quarks son partículas de Dirac, y
- v) los hadrones vienen dados por funciones de onda SU(6) de spin-sabor.

La descripción de la dinámica hadrónica se obtiene a partir de grados de libertad de quarks más un campo confinante. En la práctica se plantean los 10 generadores del grupo de Poincaré para un sistema de partículas de Dirac no interactuantes y se agrega un campo escalar, isoscalar cuyo valor es, infinito más allá de un radio a determinar minimizando la energía, y cero en el interior. Este campo modifica el Hamiltoniano (H) y para mantener el álgebra del grupo, afecta también al generador de transformaciones de Lorentz ( $\vec{K}$ ). Esta modificación es puesta a provecho para obtener

- . un operador que genere transformaciones de un sistema a otro (en la dispersión de dos partículas de masas semejantes los efectos de retroceso son importantes)
- . una separación del movimiento del "centro de masa" del hadrón.

Esta presentación de la imagen hadrónica ofrece dos ventajas:

- i) es consistente con una larga serie de estudios en propiedades hadrónicas, y
- ii) permite que una gran cantidad de integrales n-dimensionales ( $n \geq 4$ ) puedan llevarse a cabo en forma directa, utilizando un desarrollo reciente<sup>9</sup> en técnica de Montecarlo).

### III. Interacción mesón-mesón desde la perspectiva de un modelo de quarks

El sistema  $Q^2\bar{Q}^2$  es naturalmente el paso siguiente al estudio de los sistemas  $Q\bar{Q}$  (mesones) y  $QQQ$  (bariones) dado que tiene un estado totalmente antisimétrico en el espacio de color y podría por lo tanto ser observado. Por otro lado, sirve también como campo de prueba para desarrollar un modelo de la interacción NN (punto de partida de la física nuclear) en términos de los grados de libertad considerados fundamentales.

Desde el punto de vista experimental la existencia de mesones exóticos (i.e. no clasificables dentro de un singulete u octete de sabor) dió pie a la especulación que éstos puedan interpretarse como estados  $Q^2\bar{Q}^2$ . Además, experimentos recientes llevados a cabo en CERN-LEAR (Low Energy Antiproton Ring) han mostrado resonancias debajo del umbral en el sistema NN que podrían interpretarse como estados  $Q^2\bar{Q}^2$  (Fig.1). Existen aún más indicios que indican que "baryonium" (como así se denominó a estos estados) podría ser responsable de otros fenómenos. Por ejemplo el aumento de la sección eficaz de dispersión de fotones a mesones  $\phi$  neutros, comparado con la misma sección eficaz a mesones cargados (Fig.2). El branching ratio del mesón  $J/\psi$  a canales  $\phi$  neutros también aparece favorecido respecto del que conduce a canales  $\phi$  cargados (Fig.3). Recientemente, se ha visto<sup>10</sup> que en la aniquilación de antiprotones en reposo en deuterio líquido, la sección eficaz muestra un pico claro en el espectro diferencia de piones ( $\pi^- - \pi^+$ ) a una energía de 1480 MeV y con un ancho aproximado de 120 MeV (al estado se

lo bautizó  $\zeta$ ) (ver Fig.4). En todos estos casos otras interpretaciones alternativas son posibles. Esta lista sólo sugiere que es necesario llevar a cabo más cálculos en diferentes modelos para tratar de entender mejor la física involucrada.

#### IV. Aplicaciones

Los cálculos se han limitado en principio sólo a aquellos mesones cuyas masas están por debajo del GeV y que aparecen listados en la Tabla I. El estado que se muestra en los ejemplos numéricos tiene los números cuánticos

$$J^P(I^G) = 2^-(2^-).$$

Por qué esta asignación?. Recordamos que asintóticamente el sistema  $Q^2\bar{Q}^2$  debe comportarse como dos mesones libres

$$|Q^2\bar{Q}^2; \lambda\rangle \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \{|M_1; \lambda_1\rangle \otimes |M_2; \lambda_2\rangle\}^\lambda$$

de manera que la asignación de números cuánticos corresponde al conteo de los posibles canales de dos mesones (que aparezcan en la Tabla I) que aparezcan menor número de veces. Así por ejemplo, para determinar el isospín del sistema tenemos

|       |     |            |
|-------|-----|------------|
| Total | I=0 | 10 canales |
| "     | I=1 | 11 "       |
| "     | I=2 | 7 "        |

Para el movimiento angular relativo, la onda s permite solapamiento grande de las funciones de onda y consecuentemente un indeseado ensanchamiento. La onda p es aceptable. Ondas d y mayores también son aceptables pero en principio no las utilizaremos porque para comparar con

reacciones de aniquilación  $p\bar{p}$  <sup>-9-</sup> estos números cuánticos no son los indicados ( $p\bar{p}$  tiene lugar mayormente en los canales  $^1S_0$  y  $^3S_1$ ). La paridad del sistema queda fija entonces usando

$$\pi(Q^2\bar{Q}^2) = \pi_{M_1} \pi_{M_2} (-)^{\ell_{rel}} = (-1)(-1)(-)^{\ell_{rel}} = -1$$

Para el momento angular total, fijado ya el orbital, resta considerar sólo el spin de los mesones. Si simbolizamos con una P los mesones pseudoescalares ( $\pi$  y  $\eta$  de la Tabla I) y con una  $\vec{V}$  los vectoriales ( $\rho$  y  $\omega$ ) tenemos,

|       |     |                              |                                                                                  |
|-------|-----|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| Total | J=0 | <u><math>P\vec{V}</math></u> | <u><math>\vec{V} \cdot \vec{V}</math></u> (S=1)                                  |
| "     | J=1 | <u>PP</u>                    | <u><math>P\vec{V}</math></u> <u><math>\vec{V} \cdot \vec{V}</math></u> (S=0,1,2) |
| "     | J=2 | <u><math>P\vec{V}</math></u> | <u><math>\vec{V} \cdot \vec{V}</math></u> (S=1,2)                                |

La paridad G (una simetría de las interacciones fuertes) es usada para decidir en este caso. Los canales con raya simple tienen paridad G positiva. Aquellos con doble subrayado paridad G negativa. Es fácil contar 7 canales con paridad G positiva y sólo 3 con paridad G negativa. Esto limita el número de estados pero todavía no decide el valor del momento angular total. Si tenemos en cuenta que el momento angular relativo vale  $\ell_{rel}=1$  y que el spin total es S=1, el canal J=2 es ventajoso ya que se tratará de un estado "estirado" y como tal facilitará los cálculos.

De todo lo visto más arriba, el estado con números cuánticos

$$J^{\pi}(1G) = 2^-(2^-)$$

será el menor poblado. En términos de los dos mesones dispersados esto es una onda en los canales  $^5P_5 - ^5F_5$ .

Macroscópicamente el cálculo procede de la siguiente manera.

Planteamos una función de onda total para describir el movimiento de dos agregados: el A conteniendo los quarks 1 y 1 y el B conteniendo 2 y 2 (Fig.5),

$$\Psi(\vec{r}_{11}, \vec{r}_{22}, \vec{r}; \lambda) = \mathcal{A} \{ \phi_A(\vec{r}_{11}) \phi_B(\vec{r}_{22}) \chi(\vec{r}) \} \quad (1)$$

donde  $\lambda$  representa el conjunto de números cuánticos.  $\mathcal{A}$  es el operador de antisimetrización

$$\mathcal{A} = \mathcal{N} \left[ 1 - \sum_{\substack{i \in A \\ l \in B}} \hat{P}_{il} + \sum_{\substack{i \neq j \in A \\ l \neq m \in B}} \hat{P}_{il} \hat{P}_{jm} \right] \quad (2)$$

$\hat{P}_{11}$  es el operador de intercambio entre los quarks 1 y 1 que en este caso es de la forma

$$\hat{P}_{il} = \hat{P}_{il}^{\sigma} \hat{P}_{il}^{\tau} \hat{P}_{il}^{\alpha} \hat{P}_{il}^{\beta}$$

con

$$\mathcal{N} = (n^{\circ} \text{ de permutaciones entre agregados})^{-1/2}.$$

y  $\chi(\vec{r})$  es la función de onda que describe el movimiento relativo de los dos mesones. El operador hamiltoniano (no-relativista) viene dado por

$$\hat{H} = \sum_i \frac{\hat{p}_i^2}{2m_i} + \sum_{i \neq j} \hat{V}_{ij} \quad (3)$$

donde  $\hat{V}_{ij}$  son las interacciones de dos cuerpos (quarks) mediados por un gluón o un pión.

$$\hat{V}_{ij} = \hat{V}_{ij}^{\pi} + \hat{V}_{ij}^g \quad (4)$$

y que se resumen en la Fig.6. Minimizando el valor esperado del Hamiltoniano con respecto a la función de onda relativa

$$\frac{\partial}{\partial \chi} \langle \Psi | \{ \hat{H} - E \} | \Psi \rangle = 0 \quad (5)$$

se llega a la ecuación de onda para el movimiento relativo

$$\left\{ \frac{\hat{P}_r^2}{2\mu} + \hat{V}_{rel}(\vec{r}) - E_{rel} \right\} \chi(\vec{r}) - \int d^3r' \left[ \hat{K}_{ex}(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{V}_{ex}(\vec{r}, \vec{r}') - E N_{ex}(\vec{r}, \vec{r}') \right] \chi(\vec{r}') = 0 \quad (6)$$

donde el significado de cada uno de los términos viene dado en el apéndice A. En los cálculos prácticos la parte no local (bajo el signo de integración en la Eq.(6) es llevada naturalmente a forma local (como se muestra en el apéndice B) usando el modelo de bolsa que definimos anteriormente para el caso de un hadrón aislado. Los potenciales relativos ( $\hat{V}_{rel}$ ) y de intercambio ( $\hat{V}_{ex}$ ) vienen dados por los elementos de matriz

$$\hat{V}_{rel} - \hat{V}_{ex} = \langle \phi_A \phi_B; \lambda' | \hat{V}_{12}^{\pi+g} + 2 \hat{V}_{1\bar{2}}^{\pi+g} + \hat{V}_{\bar{1}2}^{\pi+g} \rangle (1 - \hat{\Omega}) | \phi_A \phi_B; \lambda \rangle \quad (7)$$

donde  $\hat{\Omega} = \hat{P}_{12}$  y  $\lambda, \lambda'$  denotan en conjunto de números cuánticos<sup>7</sup> de los estados inicial y final respectivamente. Los vectores de estado contienen toda la información acerca de ellos en la forma

$$| \phi_A \phi_B; \lambda \rangle = | I I_3; S S_3; G \rangle \left\{ C_{1\pi 1} | \{ [\bar{1}\bar{1}]_1 [22]_1 \}_1 \rangle + C_{8\pi 8} | \{ [1\bar{1}]_8 [\bar{2}2]_8 \}_1 \rangle \right\} \quad (8)$$

Los coeficientes  $C_{1\pi 1}$  y  $C_{8\pi 8}$  dan cuenta de la fracción de la función de onda en el espacio de color que llevan dos singuletes y dos octetes. Esta base de color no es la única para el sistema  $Q^2 \bar{Q}^2$ . Existen otras dos posibles bases dadas por,

$$B = \left\{ | \{ [12]_1 [2\bar{1}]_1 \}_1 \rangle ; | \{ [1\bar{2}]_8 [2\bar{1}]_8 \}_1 \rangle \right\}$$

$$C = \left\{ | \{ [12]_3 [\bar{1}\bar{2}]_3 \}_1 \rangle ; | \{ [12]_6 [\bar{1}\bar{2}]_6 \}_1 \rangle \right\}$$

Si llamamos A al conjunto de los estados de color dados en la Ec. (8) entonces es posible pasar de una base a la otra usando los coeficientes de la Tabla II.

Una vez calculado el potencial en forma microscópica éste puede expresarse en términos de operadores macroscópicos que describan la dispersión de un mesón vectorial respecto de uno pseudoescalar, en la forma

$$\begin{aligned}\hat{V}(r, E) = & V_C(r, E) \\ & + V_{LS}(r, E) \vec{L} \cdot \vec{S} \\ & + V_{TL}(r, E) [(\vec{L} \cdot \vec{S})^2 + \frac{1}{2} (\vec{L} \cdot \vec{S}) - \frac{2}{3} (L)^2] \\ & + V_{TR}(r, E) [(\vec{S} \cdot \vec{P})^2 - \frac{2}{3} S^2] \\ & + \frac{1}{2} [V_{TP}(r, E) \hat{T}_P + \hat{T}_P V_{TP}(r, E)]\end{aligned}\quad (9)$$

$$\text{con } \hat{T}_P \equiv (\vec{S} \cdot \vec{P})^2 - \frac{2}{3} (P)^2$$

Cada factor de forma  $V(r, E)$  en la ecuación anterior viene dado por

$$\begin{aligned}V_C(r, E) = & 1/3 [2 \langle \rightarrow, \uparrow | \hat{V} | \rightarrow, \uparrow \rangle + \langle \rightarrow, \rightarrow | \hat{V} | \rightarrow, \rightarrow \rangle], \\ V_{LS}(r, E) = & -1\sqrt{2} [r\mu v_z \sin\theta]^{-1} \langle \rightarrow, \rightarrow | \hat{V} | \rightarrow, \uparrow \rangle \\ & + \frac{1}{2} [r\mu v_z \sin\theta]^{-2} \langle \rightarrow, \downarrow | \hat{V} | \rightarrow, \uparrow \rangle \\ V_{TL}(r, E) = & -2 [r\mu v_z \sin\theta]^{-2} \langle \rightarrow, \downarrow | \hat{V} | \rightarrow, \uparrow \rangle \\ V_{TP}(r, E) = & [\mu v_z]^{-2} \{ \langle \rightarrow, \uparrow | \hat{V} | \rightarrow, \uparrow \rangle - \langle \rightarrow, \rightarrow | \hat{V} | \rightarrow, \rightarrow \rangle \\ & - \langle \rightarrow, \downarrow | \hat{V} | \rightarrow, \uparrow \rangle \}\end{aligned}$$

Donde  $\mu$  es la masa reducida de ambos clusters,  $v_z$  la velocidad relativa entre los centros de dichos agregados y  $\theta$  el ángulo que en el centro de masa subtienden los mesones dispersados. Las flechas indican con su sentido, arriba centro y abajo, el valor de proyección de spin, +1, 0 y -1 respectivamente de cada mesón.

## V. Resultados

Las curvas de la Fig.7 muestran la magnitud de la interacción en función de la distancia entre los centros de los dos mesones. Cada fila corresponde a la misma configuración en el espacio de color en los estados inicial y final y cada columna a la misma configuración de spin. El rótulo J agregado a cada gráfico denota las cuatro posibles transiciones para una dada proyección del spin de acuerdo a la relación

|     |                     |
|-----|---------------------|
| J=1 | $+1 \rightarrow +1$ |
| J=2 | $+1 \rightarrow 0$  |
| J=3 | $+1 \rightarrow -1$ |
| J=4 | $0 \rightarrow -1$  |

Finalmente en la Fig.8 se ha graficado la parte central de la interacción en función de la distancia relativa de los mesones para cada una de las configuraciones de color.

## VI. Resumen y conclusiones

Se ha presentado un modelo para describir la interacción mesón-mesón en términos de los grados de libertad considerados fundamentales; esto es, quarks. Usando el método del grupo resonante se han determinado, en la aproximación adiabática, un conjunto de potenciales tabulados en función de la distancia radial y la energía, que pueden utilizarse para describir el movimiento relativo de dos mesones. El motivo básico de este trabajo ha sido describir la interacción mesón-mesón en términos de los actualmente considerados constituyentes básicos de la materia, tratando de identificar claramente los lugares donde nuevos efectos pueden aparecer. Los resultados aquí mostrados han sido obtenidos para un sólo valor de la energía y en un

sólo canal. Se está trabajando para conseguir una interacción válida en un rango amplio de energía y aplicable a diferentes procesos. En el futuro inmediato resta resolver las ecuaciones acopladas en el espacio de color y orbital para obtener las energías de resonancia y comparar con experimento. A más largo plazo se busca abordar otros sistemas ( $\pi\pi$ ,  $\pi K, KK$ ), obtener los corrimientos de fase y nuevamente comparar con la experiencia.

## Referencias

1. Para una revisión ver capítulos 5-9 en "Progress in Particle and Nuclear Physics", 8 (1982) (Editor D. H. Wilkinson); ver también Cap. 5, Sec. 2 de C. W. Wong, Physics Reports 136 (1986)1, y todas las referencias contenidas en ambos.
2. Ver R. L. Jaffe, Phys. Rev. D17 (1978) 1444.
3. W-Y. P. Hwang, Ann. of Phys. 174 (1987) 247.
4. N. Isgur and G. Karl, Phys. Rev. D19 (1979) 2653; D20 (1979) 1191.
5. A. Chodos et al., Phys. Rv. D9 (1974) 3471; D10 (1974) 2599.
6. T. H. R. Skyrme, Nucl. Phys. 31 (1962) 556; Proc. Roy. Soc. A262 (1962) 237. R. Friedberg and T. D. Lee, Phys. Rev. D18 (1978) 2623.
7. G. S. Adkins, C. R. Nappi and E. Witten, Nucl. Phys. B228 (1984) 552.
8. A. de Rújula, H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. D12 (1975) 147.
9. M. Sugihara and K. Murota, Math. of Comp. 39 (1982) 549.
10. D. Bridges et al., Phys. Rev. Lett. 56 (1986) 211.

## Apéndice A

En este apéndice se describen los diferentes términos que aparecen en la Ec. (6) del texto. Como paso previo introducimos las coordenadas

$$\begin{aligned}\vec{r}_{i\bar{i}} &= \vec{x}_i - \vec{x}_{\bar{i}} \\ \vec{r}_{2\bar{2}} &= \vec{x}_2 - \vec{x}_{\bar{2}} \\ \vec{r} &= \frac{1}{2} [ (\vec{x}_i + \vec{x}_{\bar{i}}) - (\vec{x}_2 + \vec{x}_{\bar{2}}) ] \\ \vec{R} &= \frac{1}{4} [ \vec{x}_i + \vec{x}_{\bar{i}} + \vec{x}_2 + \vec{x}_{\bar{2}} ]\end{aligned}\tag{A1}$$

En función de éstas tenemos entonces, para los términos directos

$$E_{rel} \equiv E - (K_{int} + V_{int})\tag{A2}$$

$$\hat{V}_{int} = \sum_{i,j} \hat{V}_{ij} = V_{i\bar{i}}(\vec{r}_{i\bar{i}}) + V_{2\bar{2}}(\vec{r}_{2\bar{2}}) + \sum_{\substack{i \in A \\ j \in B}} V_{ij}(\vec{r}_{i\bar{i}}, \vec{r}_{2\bar{2}}; \vec{r})\tag{A3}$$

$$\hat{K} = \sum_{i=1}^4 p_i^2 (2m_Q)^{-1} = \frac{\hat{p}_{i\bar{i}}^2}{m_Q} + \frac{\hat{p}_{2\bar{2}}^2}{m_Q} + \frac{\hat{p}_r^2}{2\mu} + \frac{\hat{p}_R^2}{8m_Q}\tag{A4}$$

$$\mu = (2m_Q)/2 = m_Q$$

$$K_{int} \equiv \int d^3r_{i\bar{i}} \phi_A^\dagger(\vec{r}_{i\bar{i}}) p_{i\bar{i}}^2/m_Q \phi_A(\vec{r}_{i\bar{i}}) + \int d^3r_{2\bar{2}} \phi_B^\dagger(\vec{r}_{2\bar{2}}) p_{2\bar{2}}^2/m_Q \phi_B(\vec{r}_{2\bar{2}})\tag{A5}$$

$$V_{int} \equiv \int d^3r_{i\bar{i}} \phi_A^\dagger(\vec{r}_{i\bar{i}}) V_{i\bar{i}}(\vec{r}_{i\bar{i}}) \phi_A(\vec{r}_{i\bar{i}}) + \int d^3r_{2\bar{2}} \phi_B^\dagger(\vec{r}_{2\bar{2}}) V_{2\bar{2}}(\vec{r}_{2\bar{2}}) \phi_B(\vec{r}_{2\bar{2}})\tag{A6}$$

$$V_{rel} \equiv \int d^3r_{i\bar{i}} d^3r_{2\bar{2}} \phi_A^\dagger(\vec{r}_{i\bar{i}}) \phi_B^\dagger(\vec{r}_{2\bar{2}}) \sum_{\substack{i \in A \\ j \in B}} \hat{V}_{ij}(\vec{r}_{i\bar{i}}, \vec{r}_{2\bar{2}}; \vec{r}) \phi_A(\vec{r}_{i\bar{i}}) \phi_B(\vec{r}_{2\bar{2}})\tag{A7}$$

Los términos de intercambio

$$\begin{aligned}K_{ex}(\vec{r}, \vec{r}') &= \int d^3r_{i\bar{i}} d^3r_{2\bar{2}} \phi_A^\dagger(\vec{r}_{i\bar{i}}) \phi_B^\dagger(\vec{r}_{2\bar{2}}) [ \hat{p}_{i\bar{i}}^2/m_Q + \hat{p}_{2\bar{2}}^2/m_Q + \hat{p}_r^2/2\mu ] \\ &\quad \times \hat{\Omega} \phi_A(\vec{r}_{i\bar{i}}) \phi_B(\vec{r}_{2\bar{2}}) \delta^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}')\end{aligned}\tag{A8}$$

$$V_{ex}(\vec{r}, \vec{r}') = \int d^3r_{1\bar{1}} d^3r_{2\bar{2}} \phi_A^\dagger(\vec{r}_{1\bar{1}}) \phi_B^\dagger(\vec{r}_{2\bar{2}}) \left[ \sum_{\substack{i \in A \\ j \in B}} \hat{V}_{ij}(\vec{r}_{1\bar{1}}, \vec{r}_{2\bar{2}}; \vec{r}) \right] \quad (A9)$$

$$\times \hat{\Omega} \phi_A(\vec{r}_{1\bar{1}}) \phi_B(\vec{r}_{2\bar{2}}) \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}')$$

$$N_{ex}(\vec{r}, \vec{r}') = \int d^3r_{1\bar{1}} d^3r_{2\bar{2}} \phi_A^\dagger(\vec{r}_{1\bar{1}}) \phi_B^\dagger(\vec{r}_{2\bar{2}}) \hat{\Omega} \phi_A(\vec{r}_{1\bar{1}}) \phi_B(\vec{r}_{2\bar{2}}) \quad (A10)$$

## Apéndice B

En este apéndice se muestra como en la aproximación de modelo de bolsa la parte no-local del potencial es llevada a la forma local. Usando la Ec. (A9) del apéndice A,

$$\int d^3r' V_{ex}(\vec{r}, \vec{r}') \chi(\vec{r}') = \int d^3r_{1\bar{1}} d^3r_{2\bar{2}} \phi_A^\dagger(\vec{r}_{1\bar{1}}) \phi_B^\dagger(\vec{r}_{2\bar{2}}) \sum_{\substack{i \in A \\ j \in B}} \hat{V}_{ij}(\vec{r}_{1\bar{1}}, \vec{r}_{2\bar{2}}; \vec{r}) \quad (B1)$$

$$\times \hat{\Omega} \phi_A(\vec{r}_{1\bar{1}}) \phi_B(\vec{r}_{2\bar{2}}) \chi(\vec{r})$$

Dado que  $\hat{Q} \cdot \hat{P}_{12} = \hat{P}_{12}^x \hat{P}_{12}^y \hat{P}_{12}^z \hat{P}_{12}^x \hat{P}_{12}^y \hat{P}_{12}^z$ , el único término de la sumatoria que sobrevive es,

$$= \int d^3r_{1\bar{1}} d^3r_{2\bar{2}} \phi_A^\dagger(\vec{r}_{1\bar{1}}) \phi_B^\dagger(\vec{r}_{2\bar{2}}) V_{12}(\vec{r}_{1\bar{1}}, \vec{r}_{2\bar{2}}; \vec{r}) \phi_A\left(\frac{\vec{r}_{1\bar{1}}}{2} + \frac{\vec{r}_{2\bar{2}}}{2} - \vec{r}\right) \quad (B2)$$

$$\times \phi_B\left(\frac{\vec{r}_{1\bar{1}}}{2} + \frac{\vec{r}_{2\bar{2}}}{2} + \vec{r}\right) \chi\left(\frac{\vec{r}_{2\bar{2}}}{2} - \frac{\vec{r}_{1\bar{1}}}{2}\right)$$

Haciendo un cambio de variables

$$\vec{\chi} = \vec{r}_{1\bar{1}} + \vec{r}_{2\bar{2}} \quad (B3)$$

$$\vec{r}' = \frac{1}{2} (\vec{r}_{2\bar{2}} - \vec{r}_{1\bar{1}})$$

Ec. (B2) queda

$$= \int d^3r' d^3x \phi_A^\dagger(\vec{x}_2 - \vec{r}') \phi_B(\vec{x}_2 + \vec{r}') V_{12}(\vec{r} + \vec{r}') \\ \times \phi_A(\vec{x}_2 - \vec{r}) \phi_B(\vec{x}_2 + \vec{r}) \chi(\vec{r}') \quad (B4)$$

de manera que el potencial de intercambio puede reescribirse

$$V_{ex}(\vec{r}, \vec{r}') = \int d^3x \phi_A^\dagger(\vec{x}_2 - \vec{r}') \phi_B^\dagger(\vec{x}_2 + \vec{r}') V_{12}(\vec{r} + \vec{r}') \\ \times \phi_A(\vec{x}_2 - \vec{r}) \phi_B(\vec{x}_2 + \vec{r}). \quad (B5)$$

En el modelo de bolsa la función de onda de un mesón se escribe

$$\phi_A(\vec{r}_1 \bar{r}) = \varphi_A(\vec{x}_1) \varphi_A(\vec{x}_1^-) \\ \phi_B(\vec{r}_2 \bar{r}) = \varphi_B(\vec{x}_2) \varphi_B(\vec{x}_2^-) \quad (B6)$$

que sustituido en la Ec. (B5) da una versión local del potencial de intercambio de la forma,

$$V_{ex}(\vec{r}) = \int d^3x_1 d^3x_2 \varphi_A^\dagger(x_1) \varphi_A^\dagger(\vec{r} - \vec{x}_1) \varphi_B^\dagger(x_2) \varphi_B^\dagger(-\vec{r} - \vec{x}_2) \\ \times V(\vec{x}_1 - \vec{x}_2) \varphi_A(\vec{x}_2) \varphi_A(\vec{r} - \vec{x}_2) \varphi_B(\vec{x}_1) \varphi_B(-\vec{r} - \vec{x}_1). \quad (B7)$$

Los intercambios de un pión y un gluón vienen dados por los operadores

$$\hat{V}_{ij}^g = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \exp \{i\vec{q} \cdot (\vec{x}_i - \vec{x}_j)\} \{ \gamma_4 \gamma_\mu F_a \}^{(i)} \\ \times g_{qg}^2 i D_{\mu\nu}^{ab}(\vec{q}) \{ \gamma_4 \gamma_\nu F_b \}^{(j)} \quad (B8)$$

$$D_{\mu\nu}^{ab} = \frac{1}{i} \frac{\delta^{ab} \delta_{\mu\nu}}{q^2 - i\epsilon} \quad (\text{B9})$$

$$V_{ij}^{\pi} = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \exp \{ i \vec{q} \cdot (\vec{x}_i - \vec{x}_j) \} \{ \gamma_4 \gamma_5 \tau_k \}^{(i)} \quad (\text{B10})$$

$$\times g_{\pi\eta}^2 i D_{kj}^{\pi} \{ \gamma_4 \gamma_5 \tau_j \}^{(j)}$$

$$D_{kj}^{\pi}(\vec{q}) = \frac{1}{i} \frac{\delta_{kj}}{\vec{q}^2 + m_{\pi}^2 - i\epsilon} \quad (\text{B11})$$

TABLA I : Números cuánticos, masas de los mesones considerados. J=Momento angular; P=Paridad; T=Isospin; G=Paridad-G.

|          | J <sup>PC</sup> (T <sup>G</sup> ) | M (MeV) |
|----------|-----------------------------------|---------|
| $\pi$    | $0^{-} (1^{-})$                   | 140.    |
| $\eta$   | $0^{-} (0^{+})$                   | 548.8   |
| $\rho$   | $1^{-} (1^{+})$                   | 769.    |
| $\omega$ | $1^{-} (0^{-})$                   | 782.    |

TABLA II: Coeficientes de la transformación entre las distintas bases de color descritas en el texto.

|                | A <sub>1</sub>      | A <sub>2</sub>       | B <sub>1</sub>      | B <sub>2</sub>      | C <sub>1</sub>       | C <sub>2</sub>      |
|----------------|---------------------|----------------------|---------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
| A <sub>1</sub> | 1                   | 0                    | 1/3                 | $2\sqrt{2}/3$       | $1/\sqrt{3}$         | $\sqrt{2}/\sqrt{3}$ |
| A <sub>2</sub> | 0                   | 1                    | $2\sqrt{2}/3$       | -1/3                | $-\sqrt{2}/\sqrt{3}$ | $1/\sqrt{3}$        |
| B <sub>1</sub> | 1/3                 | $2\sqrt{2}/3$        | 1                   | 0                   | $-1/\sqrt{3}$        | $\sqrt{2}/\sqrt{3}$ |
| B <sub>2</sub> | $2\sqrt{2}/3$       | -1/3                 | 0                   | 1                   | $\sqrt{2}/\sqrt{3}$  | $1/\sqrt{3}$        |
| C <sub>1</sub> | $1/\sqrt{3}$        | $-\sqrt{2}/\sqrt{3}$ | $-1/\sqrt{3}$       | $\sqrt{2}/\sqrt{3}$ | 1                    | 0                   |
| C <sub>2</sub> | $\sqrt{2}/\sqrt{3}$ | $1/\sqrt{3}$         | $\sqrt{2}/\sqrt{3}$ | $1/\sqrt{3}$        | 0                    | 1                   |

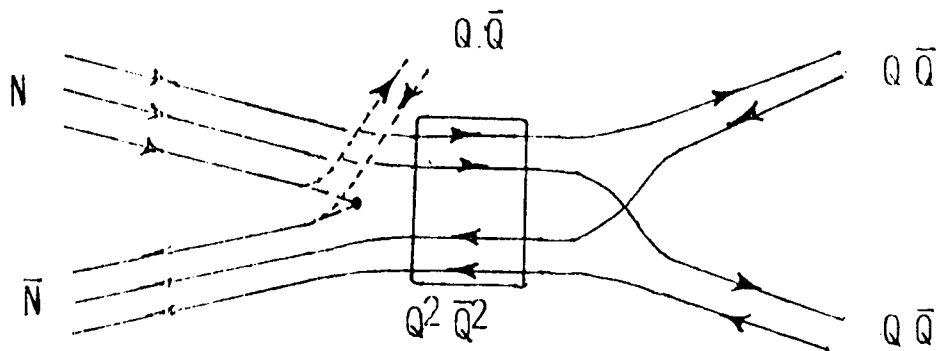


FIG. 1

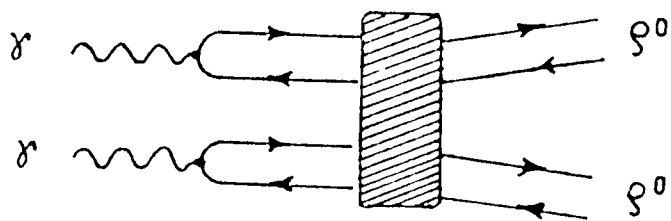


FIG. 2

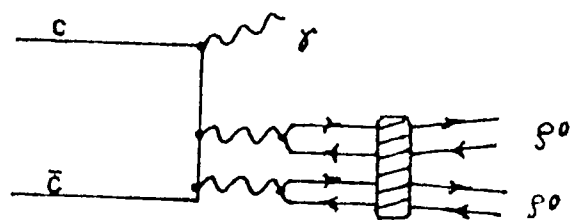


FIG. 3

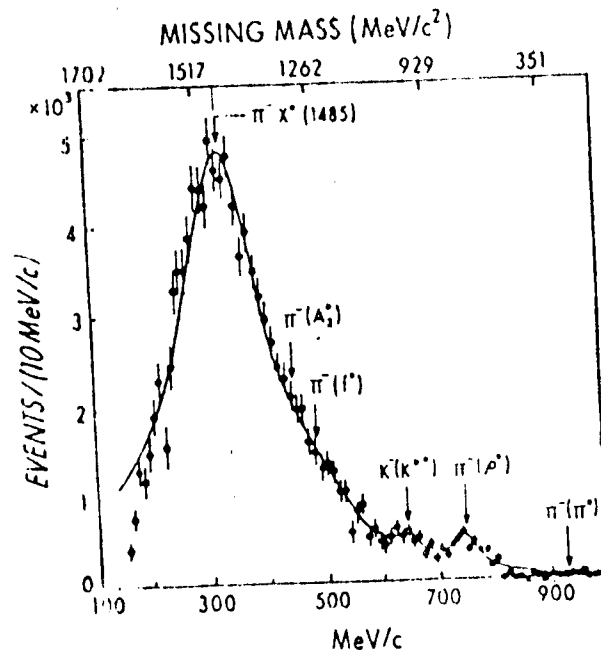


FIG. 4

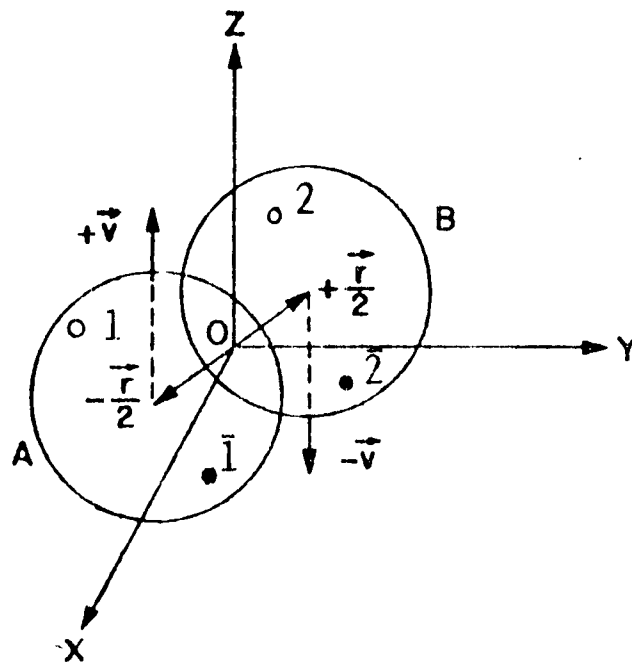


FIG. 5

FIG. 6

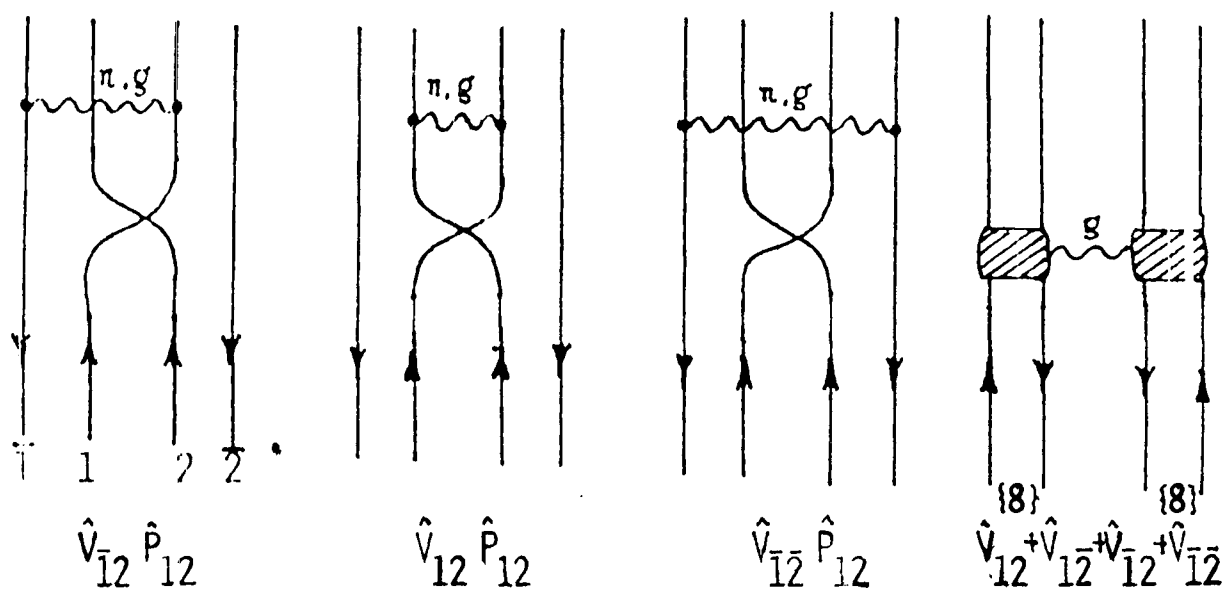
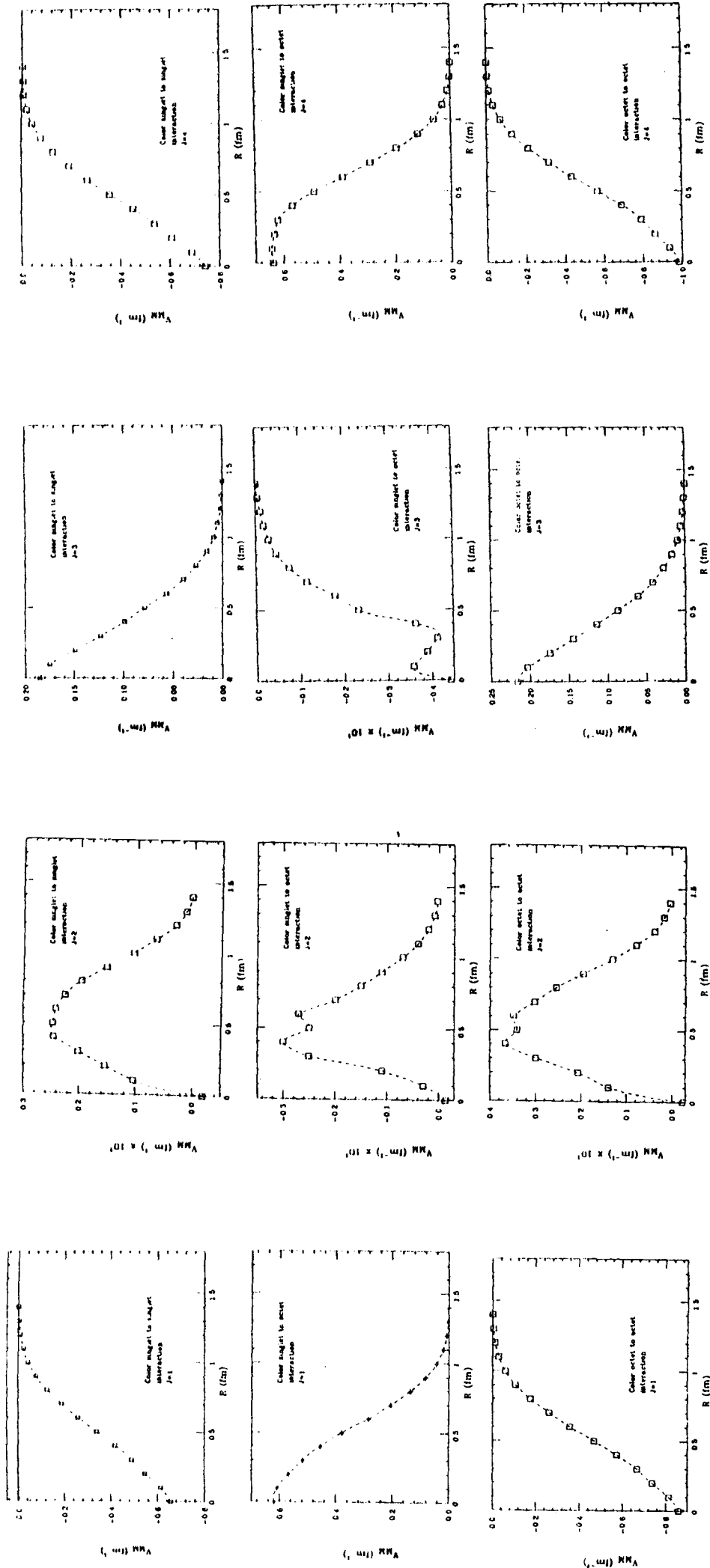


FIG. 7



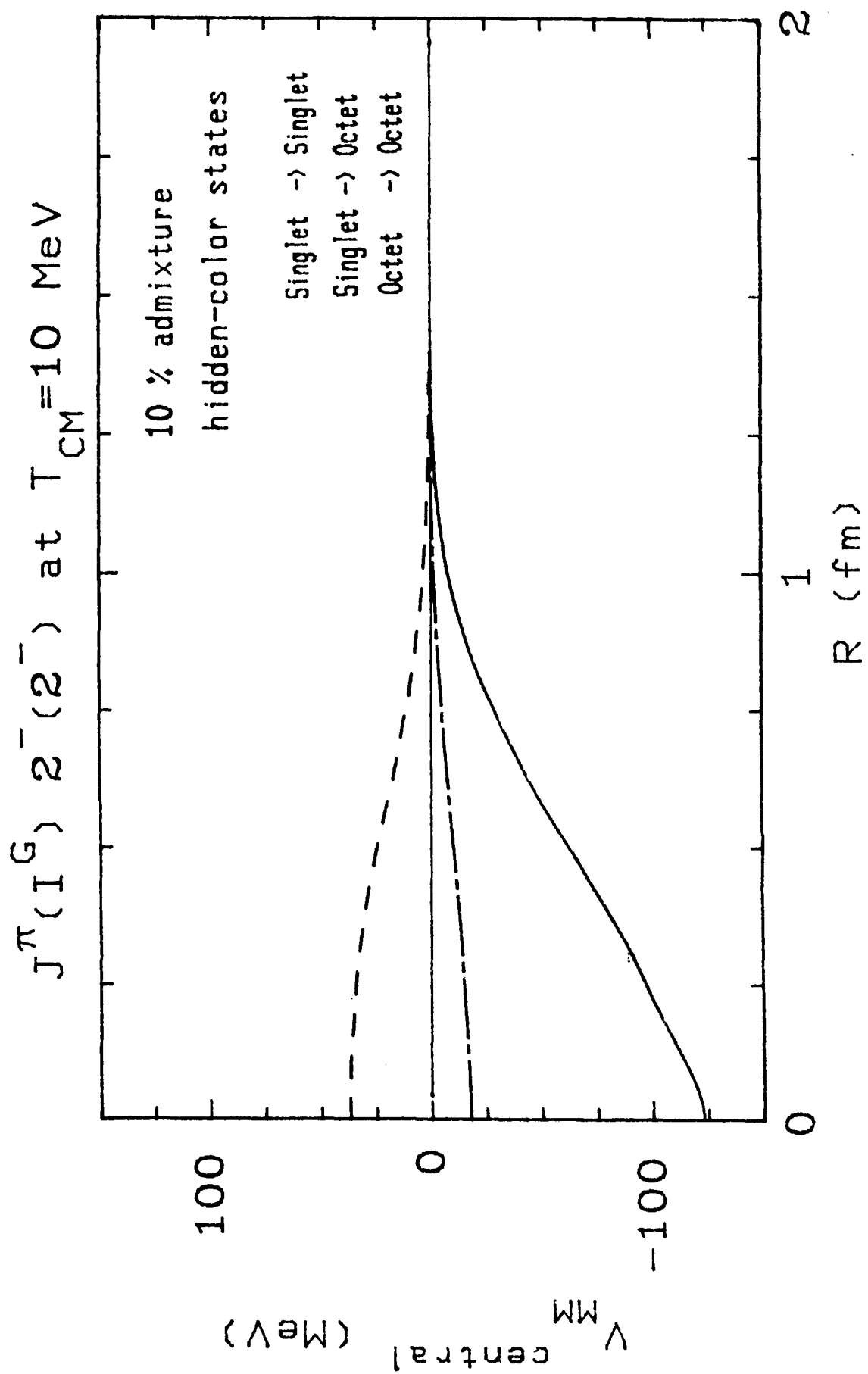


FIG. 8



## El Proyecto GALA

G.García Bermúdez, E. Achterberg, M.Debray, A.Filevich,  
A.J.Kreiner y A.O.Macchiavelli

### 1. Introducción

La medición de las propiedades de la radiación gama emitida por un núcleo excitado constituye uno de los métodos experimentales de mayor relevancia. Por este método se logra determinar innumerables propiedades de la estructura nuclear, tales como energía, momento angular, paridad, momentos cuadrupolares, vidas medias, etc.

Durante los últimos años se desarrolló un nuevo cristal (BGO) que posee una gran eficiencia para la detección de la radiación gama y cuya utilización ha generado un gran cambio en la instrumentación dedicada a la espectroscopia gama. Este nuevo avance tecnológico, sumado al gran interés que existe en los diferentes grupos de investigación en todo el mundo ha fructificado en la realización de instrumentos de alta complejidad. Actualmente existen varios en funcionamiento y se han presentado numerosas propuestas de sistemas dedicados a la medición de la radiación gama con alta resolución y eficiencia.

Un instrumento de este nivel producirá un impacto muy positivo en la tarea que desarrollan en el país los grupos de investigadores cuyo interés es la espectroscopia de altos momentos angulares, los mecanismos de reacción y la fusión sub-coulombiana.

El instrumento propuesto (como equipamiento mínimo) consiste en un conjunto de ocho detectores de germanio hiperpuro rodeado de un cristal anti-Compton, un detector de energía suma y multiplicidad y un sistema de detección de partículas cargadas y neutrones. Este sistema permitirá realizar mediciones de coincidencias de partículas y rayos gama emitidos en los procesos de fusión. En las secciones siguientes se describe en mayor detalle el criterio seguido en la selección de este sistema, sus costos y detalles técnicos.

### 1.1. Justificación Científica

Dentro de la física nuclear, la investigación de problemas de estructura, particularmente de estados de alto momento angular, sigue generando gran interés y un nivel de actividad muy importante. Entre las cuestiones que son exploradas podemos mencionar a título de ejemplos:

- a) La evolución de la forma nuclear como función del momento angular y la temperatura desde el estado fundamental hasta los regímenes en que el núcleo se torna inestable frente a la fisión y la emisión de partículas.
- b) El seguimiento o identificación de sucesivos alineamientos de cuasipartículas y la interacción entre grados de libertad colectivos y de partícula independiente.
- c) La desaparición de las correlaciones de apareamiento (superconductividad nuclear) entre protones y neutrones como función del spin nuclear.
- d) Estudio de los mecanismos de reacción, fusión sub-coulombiana observando la distribución de impulso angular por medio de la multiplicidad gama.
- e) Reacciones de transferencia con iones pesados.

## 2. Características

Para realizar los objetivos científicos resumidos anteriormente el instrumento tendrá como características principales:

- 1) Posibilidad de medir en forma eficiente la energía gama total liberada en una reacción.
- 2) Alta resolución y muy buena eficiencia en la colección de coincidencias gama dobles.

- 3) Medición con precisión mediana del número de rayos gama (multiplicidad) emitidos por la reacción.
- 4) Alta eficiencia en la detección de partículas cargadas y neutrones emitidos en la reacción.
- 5) Sistema de adquisición y análisis posterior de la información, diseñado para procesar un alto número de eventos y dedicado exclusivamente a este instrumento.
- 6) Montaje mecánico suficientemente flexible para facilitar la realización de diferentes experimentos.

### 3. Diseño del instrumento

#### 3.1 Cristal

Una parte importante del instrumento: el blindaje Compton y el detector suma y multiplicidad está constituida por cristales centelleadores de alta eficiencia y baja resolución. En los últimos años se han desarrollado dos nuevos materiales que se diferencian del NaI(Tl) fundamentalmente por su mayor eficiencia. Estos dos nuevos cristales son el Fluoruro de Bario (BaF) y el Germanato de Bismuto (BGO). El resumen de sus propiedades se muestra en la Tabla siguiente.

TABLA 1. Propiedades físicas de los centelleadores.

| Propiedad                           | BaF               | BGO                 | NaI(Ta)           |
|-------------------------------------|-------------------|---------------------|-------------------|
| Densidad(g/cm <sup>3</sup> )        | 4.9               | 7.1                 | 3.7               |
| Promedio de la Longitud de onda(nm) | 225               | 480                 | 410               |
| Decaimiento (ns)                    | 0.6 + 620         | 300                 | 250               |
| Intensidad de luz (fotones/MeV)     | 2 10 <sup>3</sup> | 2.8 10 <sup>3</sup> | 4 10 <sup>4</sup> |
| Higroscópico                        | NO                | NO                  | SI                |

El cristal de BGO es el que presenta la mayor densidad y por lo tanto una mayor eficiencia y no es higroscópico como el NaI(Ta). Estas características permiten realizar detectores con diseños muy compactos y empaquetaduras menos costosas. El BaF tiene una densidad intermedia pero una respuesta muy rápida y es el utilizado en el sistema desarrollado en Francia llamado "The Crystal Castle". (Refs. 1,2). El cristal seleccionado en esta propuesta es el BGO, fundamentalmente por su alta eficiencia. Aunque su precio es algo elevado en la actualidad es de esperar que disminuya en un futuro cercano ya que se planea construir grandes calorímetros basados en cristales de BGO para realizar experimentos relacionados con partículas elementales (Ref. 3) y este material formará parte del Tomógrafo de Positrones que se fabricará en el país.

### 3.2. Blindaje anti-Compton

Actualmente los detectores de alta resolución en energía son de germanio hiperpuro. Debido a sus características físicas sólo aproximadamente el 15% de los eventos registrados en uno de estos detectores es un evento útil que contiene información sobre la energía original de la radiación incidente (contribución al fotopico o absorción total).

El resto (85%) son procesos de dispersión Compton o absorción incompleta, que contribuyen a aumentar el fondo de los espectros y disminuyen la sensibilidad del equipo. Esta circunstancia se torna particularmente intolerable cuando se realizan experimentos gama-gama que involucran dos o más de estos detectores. Para coincidencias dobles el porcentaje de información útil que se registra es sólo el 2%; el restante 98% ocupa espacio en los medios de acumulación como por ejemplo en cintas magnéticas, haciendo que el volumen de información se torne inmanejable y obscureciendo los eventos interesantes. Es decir que en estas condiciones la información acumulada en 100 cintas contiene una porción útil que podría ser almacenada en

sólo dos cintas del mismo tipo si esa información fuese previamente despojada de la parte superflua. La solución de este problema es conocida, consiste en rodear los detectores de Ge con blindajes anti-Compton capaces de rechazar electrónicamente los eventos indeseables.

Considerando las dimensiones de los filtros anti-Compton, el efecto suma y el ensanchamiento Doppler que limitan fuertemente la distancia detector-banco y además la necesidad de conservar un espacio razonable para completar el instrumento con otros sistemas se hace necesario instalar los detectores de germanio a una distancia no menor que 15 cm. 3.3. Número de detectores de Ge.

El número de coincidencias dobles que se pueden observar en la unidad de tiempo depende de la distancia, intensidad de la radiación y número de detectores, como así también de la calidad del blindaje anti-Compton. Esta cantidad  $P_{NP}$  que proviene de detectar  $P$  rayos gama en un conjunto de  $N$  detectores con eficiencia  $\Omega$  y usando un dispositivo anti-Compton con factor de rechazo  $r$  está dada por:

$$P_{NP}^M = \binom{N}{P} \binom{M}{P} P! (\Omega_r)^P (1 - (N-P/2)(\Omega_r))^{M-P}$$

En la Fig. 1 se representa el comportamiento de esta cantidad correspondiente a una tasa de conteo de 15 k /s en cada detector y en función del número de detectores y para coincidencias dobles y triples. Como se observa de la figura el conteo disminuye considerablemente si aumenta el factor  $r$ , en otras palabras si se mejora el blindaje anti-Compton.

La eficiencia del instrumento crece con el número de detectores y su costo también (por supuesto su número se debe optimizar para lograr el propósito original que es coleccionar con gran eficiencia las coincidencias dobles). El incremento de las coincidencias dobles es rápido hasta 5-6 detectores, para luego crecer con una velocidad menor. Si tomamos como criterio de

optimización seleccionar el número de detectores que resulta de la intersección de ambos comportamientos, obtendremos un mínimo de ocho detectores, aproximadamente. En ese caso, y utilizando un blindaje de calidad razonable ( $r=5$ ), resultan 2000 eventos de coincidencias/s que tienen que ser procesados y almacenados por el sistema de adquisición de datos. En comparación con un sistema convencional de dos detectores en coincidencia este instrumento produciría un incremento en eficiencia de  $\left(\frac{8}{2}\right) = 28$  veces. Con un conteo por detector de 2k/s se colecta en un día entre 2 y 3 gigabytes ( $2-3 \times 10^9$ ) de información.

Almacenando esta masa de datos en cintas magnéticas de alta densidad se requerirían alrededor de 30 cintas por día lo, que muestra que el almacenamiento y el análisis de esta información constituyen un problema delicado.

#### 3.4. Detector suma y de partículas cargadas

El conjunto de cristales de BGO que rodean al blanco constituye un elemento fundamental en la selección de eventos generados por estados de altos momentos angulares, así como la determinación de la multiplicidad que está fuertemente correlacionada con el impulso angular.

Se propone, como dotación inicial, entre 8 y 10 detectores de BGO con dimensiones apropiadas para absorber radiación gama de 1 MeV de energía. Este conjunto de detectores proveerá una señal de energía suma y la información respecto del número de detectores que se disparan en cada evento, lo que proporciona una medida de la multiplicidad. Para detectar eficientemente las partículas evaporadas del núcleo compuesto se propone rodear el blanco con telescopios  $\Delta E - E$  de plástico o de silicio y medir energía, multiplicidad y tipo (p,d,alfas,etc) de las partículas emitidas. La detección de neutrones y de su multiplicidad se determinaría utilizando un conjunto de detectores líquidos de centelleo (con centelleador NE213 o similar), dispuestos en los alrededores de  $0^\circ$  donde la

emisión de neutrones es más favorable. De la medición de las partículas emitidas se logra identificar isotópicamente de qué núcleo provienen las coincidencias. Con este procedimiento se logra una limpieza enorme en los espectros y además, si el núcleo residual sólo se forma emitiendo partículas cargadas, es posible medir la energía total liberada por la reacción. Esta cantidad está correlacionada con el impulso angular y constituye un método alternativo e independiente de la medición de la energía total gama.

### 3.5. Diseño mecánico y lugar de instalación

Como existen diferentes detectores que pueden utilizarse o no en un dado experimento el montaje debe asegurar una gran flexibilidad y seguridad de operación. Debido a la complejidad y al alto factor de utilización esperada de este instrumento es recomendable que el mismo se encuentre alojado en una sub-sala del TANDAR. Se entiende como sub-sala un sector de una sala del laboratorio, la cual puede estar conformada por una distribución conveniente de bloques de cemento, que permita en todo momento el acceso libre al instrumental, salvo, por supuesto, en el momento de la irradiación.

Un montaje tipo se muestra en la Fig. 2.

| 3.6. Costos y tiempo estimados |                                 | Unidad   | Total     |
|--------------------------------|---------------------------------|----------|-----------|
| 8                              | Detectores de Ge (20%)          | 20 kU\$S | 160 kU\$S |
| 8                              | Blindaje                        | 40 "     | 320 "     |
|                                | Electrónica para Ge             |          | 120 "     |
|                                | N2 líquido (sist. aut.)         |          | 50 "      |
|                                | Detector suma + electrónica     |          | 150 "     |
|                                | Detectores de partículas        |          | 40 "      |
|                                | Detectores de neutrones         |          | 40 "      |
|                                | Montaje mecánico                |          | 20 "      |
|                                | Sistema adquisición de datos    |          | 150 "     |
|                                | Programación y construcción SAD |          | 40 "      |
| TOTAL                          |                                 |          | 1020 "    |

El instrumento es de alta complejidad pero modular en su naturaleza en el sentido que, a medida que se obtengan los detectores, éstos pueden comenarse a usar inmediatamente. Esto presenta la ventaja de que la finalización del proyecto no es crítica pero sí lo es la coordinación de ciertos elementos para que el sistema pueda utilizarse durante su periodo de desarrollo. Es de hacer notar que el sistema es fácilmente ampliable de acuerdo a los requerimientos. El proyecto podrá pensarse en tres secciones:

- a) Detectores de Ge
- b) Suma + partícula
- c) Adquisición de datos.

Se estima que se requerirán aproximadamente dos años para lograr el desarrollo del sistema y tener en fabricación los blindajes anti-Compton y los detectores y la electrónica adquirida en el exterior y en el país. Simultáneamente se podrá diseñar y comenzar la construcción del sistema de adquisición. En un tercer año se completarían los demás detectores suma y partícula.

#### 4. Conclusiones

El propósito de este proyecto es dotar al acelerador TANDAR de un instrumental de alta complejidad para medir radiación gama dirigido a los grupos de investigadores principalmente dedicados a la espectroscopia, como así también a los que estudian mecanismos de reacción. Un panorama general de este equipamiento en otros países se presenta en la Tabla 2

El primer instrumento fue desarrollado en Inglaterra (TESSA) y ha producido una gran cantidad de trabajos muy importantes. La segunda generación de instrumental (Daresbury (POLYTESSA) y los demás laboratorios indicados) se caracteriza por el gran número de detectores gama (15-20) incluidos con el objeto de acumular solamente coincidencias triples. En estos sistemas una de los tres rayos gama se utiliza para identificar el núcleo residual y otros dos para realizar la determinación de su esquema de decaimiento.

Tabla 2

| Lugar            | Nro. Ge | Nro. BGO           | Fecha | Nombre         |
|------------------|---------|--------------------|-------|----------------|
| Daresbury        | 6       | 62                 | 83    | TESSA          |
| (Inglaterra)     | 15      | 62                 | 85    | POLYTESSA      |
| Berkeley         | 21      | 40                 | 85    | HERA           |
| Jülich (Ale)     | 15      | 40                 | 85    | OSIRIS         |
| Niels Bohr (Din) | 20      | 40                 | 87    | NORD BALL      |
| Canadá           | 20      | 72                 | 87    | 8 SPECTROMETER |
| Francia          | 12      | (BF <sub>2</sub> ) | 86    | CRYSTAL CASTLE |
| Oak Ridge        | 17      | -                  | 86-87 |                |

De esta manera se está logrando extender la espectroscopia discreta hasta altos momentos angulares, (50-60 h), próximos al máximo que puede soportar un núcleo sin fisiónar.

El sistema propuesto tiene como objetivo lograr una colección muy eficiente de coincidencias dobles con alta resolución y con una discreta selección de la energía total y de la multiplicidad. Con los sistemas completos de detección de partículas e identificación eficiente de los residuos se trata de emular un gran número de detectores gama sin realizar un gasto tan enorme. Por la naturaleza modular de los diversos detectores que lo componen, este proyecto tiene la característica de que en poco tiempo, un año o un año y medio, se pueden realizar experimentos utilizando parte de los equipos y además a mediano plazo y a medida que se los requiera se podrán incorporar nuevos detectores. El impacto tecnológico que generaría el desarrollo de este proyecto en el país podrá sintetizarse en la forma siguiente:

- a) La gran cantidad de cristal de BGO que se necesita, cristal similar al utilizado en el Tomógrafo por emisión de positrones (PET) permitirá analizar la posibilidad de encarar el desarrollo de este cristal en el país.
- b) El desarrollo de un sistema de adquisición y análisis de datos, ultrarrápido y para un gran volumen de información será beneficioso para otras áreas tecnológicas del país.
- c) Es de hacer notar que la investigación de la radiación gama ha evolucionado en los últimos años, adquiriendo una importancia tal que produjo un instrumental sofisticado, comparable en costo a los grandes espectrómetros magnéticos.
- d) Este equipamiento colocaría al laboratorio TANDAR en posición de hacer aportes interesantes y originales en el campo de la física nuclear a altos momentos angulares.

## Referencias

- 1) Properties of large Ba F<sub>2</sub> crystal  
F.A.Beck  
Instrumentation for heavy ion nuclear research.  
Proceedings of the Int.Conf. on Instrumentation for heavy  
ion nuclear research.  
Editor D.Shapira. Nuclear Science Research Conf. Series,  
VoI.7. Harwood Academic Publshers.
- 2) Large barium fluoride detectors  
K.Wisahak and F.Kappler  
Nucl.Instr. and Meth. 227(1984)91.
- 3) New approaches to particle detector  
G.Charpak  
Nucl.Phys. A446(1985).
- 4) Bismuth germanate's role in the new revolution in gamma-  
ray spectroscopy  
N.R.Johnson, C.Baktash and I.Y.Lee  
IEEE Vol NS-31 1(1984)243.
- 5) The performance of a bismuth germanate escape suppressed  
spectrometer  
P.J.Nolan, D.W.Gifford and P.J.Twin  
Progress Report Daresbury Lab. (1985)

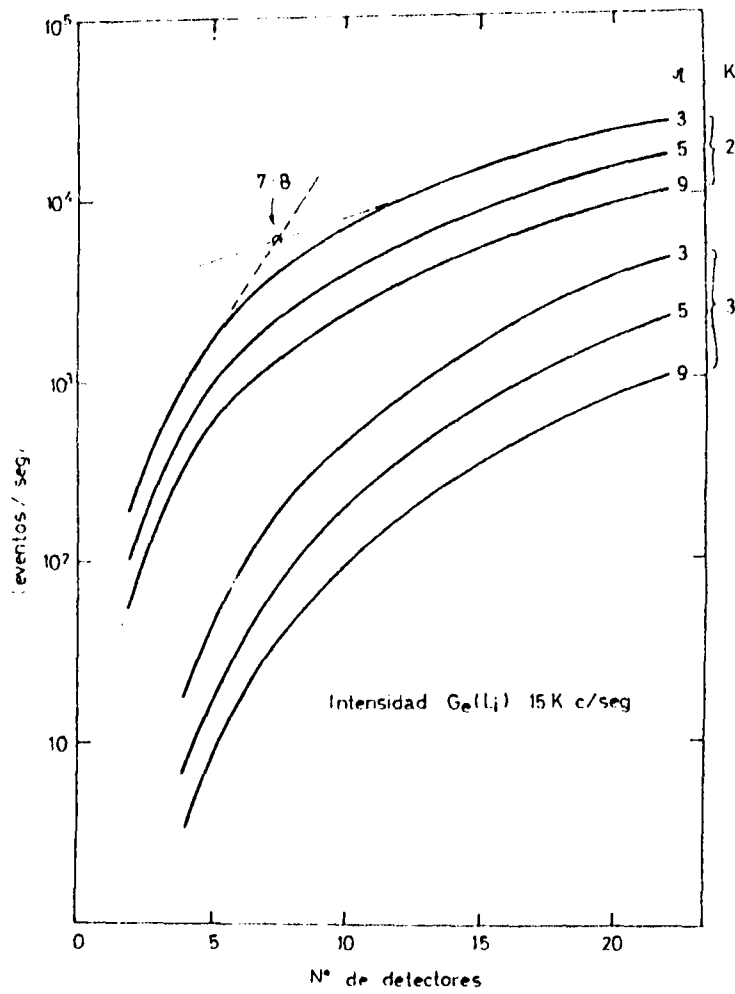


Figura 1. Tasa de conteo en función del número de detectores utilizados en el sistema para diferentes valores del "factor de rechazo Compton",  $r$  y de la multiplicidad  $k$ .

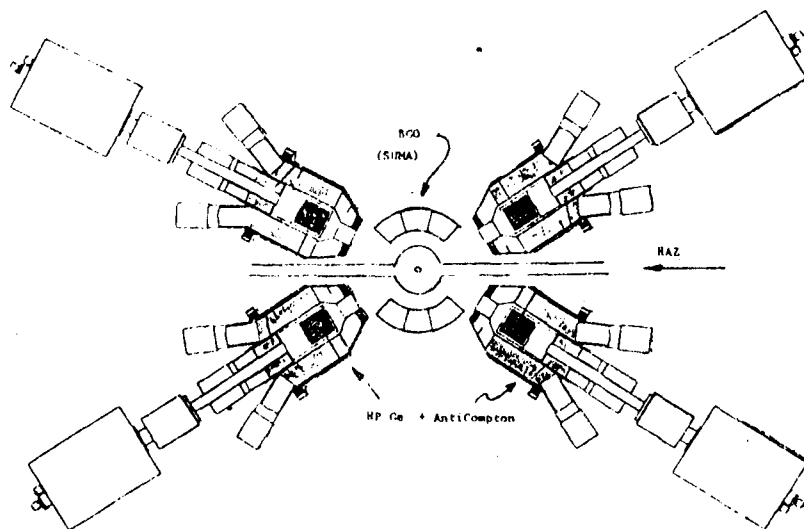


Figura 2. Disposición esquemática del instrumento.

EFFECTOS DE DEFECTOS INTRODUCIDOS POR IRRADIACION EN LA TRANSICIÓN DE FASE  
LOCK-IN DE  $\text{Rb}_2\text{ZnBr}_4$ .

M.A.R. DE BENYACAR, E. CATTANEO, H.CEVA. H. LANZA, L.SCHMIRGELD.

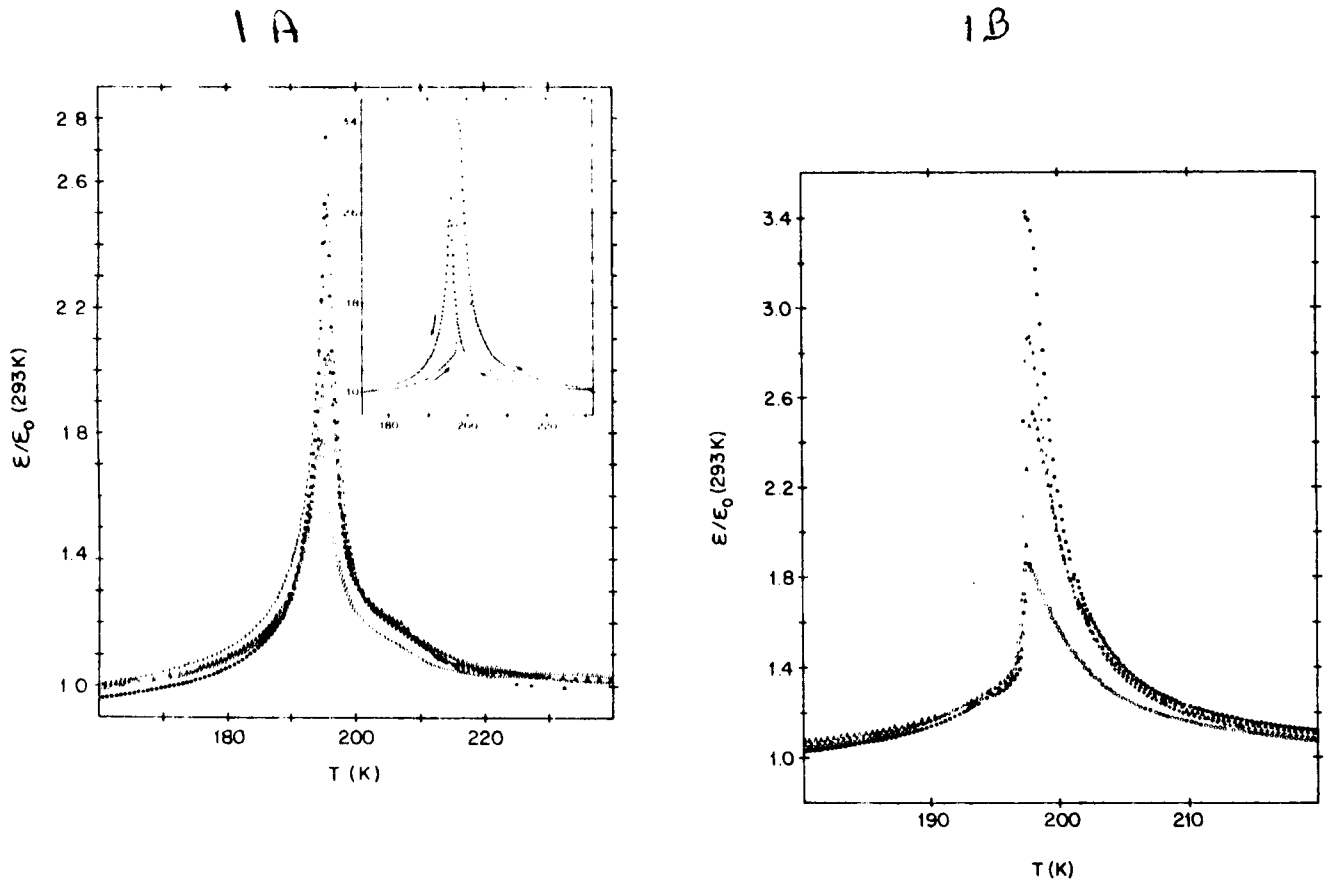
Se estudiaron los cambios en la constante dieléctrica como función de la temperatura en monocristales de  $\text{Rb}_2\text{ZnBr}_4$  después de irradiarlos con iones  $^2\text{H}^+$  de 22 MeV y  $^{32}\text{S}^{9+}$  de 108 MeV en el acelerador TANDAR (las irradiaciones se realizaron a  $T = 40\text{K}$ ). En general se obtuvieron resultados similares con ambos tipos de iones. Es de hacer notar que se verificó experimentalmente que los iones azufre no son frenados apreciablemente dentro de la muestra.

Suponiendo que los defectos permanentes introducidos por irradiación son vacancias e intersticiales cargados, se interpretaron consistentemente los resultados obtenidos sobre cambios en la altura del pico de la constante dieléctrica y sobre ausencia de cambios en la histéresis térmica (Fig.1 a y b). Las experiencias demostraron que los defectos introducidos por irradiación con iones energéticos tienen un efecto mucho más notable que las impurezas sustitucionales, de acuerdo con modelos teóricos que describen ambas situaciones mediante campos al azar y uniones al azar, respectivamente.

También se observó una anomalía en la constante dieléctrica, tanto en las muestras vírgenes como en las irradiadas, a la temperatura en la que el vector de onda de la modulación deja de ser constante, que no había sido previamente reportada.

Fig. 1a: Constante dieléctrica  $\epsilon$  vs. T para  $\text{Rb}_2\text{ZnBr}_4$  irradiado con un haz de  $^2\text{H}^+$  de 22MeV. a) enfriando, b) calentando.

( $\bullet$ ) muestra no irradiada, ( $+$ ) dosis de irradiación  $4 \times 10^{12}$  partículas, ( $\Delta$ ) dosis de irradiación  $8 \times 10^{12}$  partículas, ( $\circ$ ) dosis de irradiación  $3 \times 10^{13}$  partículas. El recuadro en la Fig. 1a muestra la histéresis térmica en la muestra no irradiada.



RECIENTES ESTUDIOS DE NÚCLEOS ALEJADOS DEL VALLE DE ESTABILIDAD

H. Huck

1. Introducción

El mecanismo más apropiado para la producción y estudio de núcleos con exceso neutrónico muy alejados del valle de estabilidad, es la fisión de un núcleo pesado con neutrones térmicos o rápidos, o con partículas cargadas. Por esa razón en el año 1966 se inició el proyecto IALE<sup>(1)</sup>; que a través de la reacción  $^{235}\text{U}(n_t, \text{fisión})$  y de un separador de masas, fue capaz de producir y estudiar en el pico pesado de la fisión asimétrica, la estructura nuclear de isótopos de Sn, Sb, Te, I, Xe, Cs analizando la radiación emitida en los procesos de desintegración  $\beta^-$ . Y en el pico liviano, núcleos de Br, Kr y Rb.

Ante estos resultados, se decidió que una de las facilidades experimentales asociadas al acelerador del Proyecto TANDAR fuera la NAVE (Núcleos Alejados del Valle de Estabilidad) con el propósito de continuar la labor desarrollada en el IALE. Pero, con la diferencia sustancial de que el mecanismo de producción de núcleos ricos en neutrones es la fisión de uranio natural con neutrones rápidos. La motivación de este cambio fue la necesidad de acceder a zonas de muy bajo rendimiento en la fisión asimétrica (entre masa 105 y 127), y que deberían, con la fisión rápida, verse favorecidas.

La generación de neutrones rápidos se logra bombardeando un blanco grueso de berilio (4 mm de espesor) con deuterones; esta reacción origina un haz de neutrones en dirección delantera, en un cono de  $\sim 30^\circ$ , dentro del cual se encuentra la fuente de iones con el material fisionable. Allí se genera el haz secundario con los productos de la fisión, que analiza posteriormente el separador de masas. Un esquema en planta de la línea experimental se muestra en la fig. 1.

## 2) Primeras Experiencias

La primera prueba del sistema consistió en irradiar con muy baja corriente de deuterones ( $\sim 10 \text{ } \mu\text{A}$ ) para medir la actividad radiactiva inducida en los distintos puntos de la sala experimental y zonas aledañas. Esta medición era esencial para determinar: las medidas de radioprotección desde el punto de vista sanitario y proveer a los detectores de un blindaje adecuado para las irradiaciones normales ( $\mu\text{A}$ )

Posteriormente, se midió la producción de núcleos radiactivos entre  $A=110$  y  $A=140$ , acumulando espectros  $\gamma$  simples con un detector de Ge. Para los diferentes radioisótopos se observó la actividad de su rayo más intenso y se determinó el número de núcleos producidos, corrigiéndola por la alimentación gamma, la alimentación beta, vida media y la eficiencia del detector.

La actividad total para todas las masas mencionadas se muestra en la fig.2 y se compara con el rendimiento de fisión obtenido experimentalmente para la fisión de  $^{238}\text{U}$  con neutrones de  $14 \text{ MeV}^{(2)}$ . Es interesante observar que hay un comportamiento similar entre ambas curvas, y que se obtiene un rendimiento aceptable en el valle de la fisión térmica de  $^{235}\text{U}$ . La curva muestra un corte abrupto para masas menores que 112, que corresponden a decaimientos de isótopos Pd, Rh, Ru, debido probablemente a razones químicas que dificultan la difusión de estos elementos del blanco. Pero, en cambio, hay una notable facilidad para producir Ag, Cd e In que permiten hacer estudios espectroscópicos en núcleos con vidas medias tan cortas con 0,1s.

## 3) Línea actual de trabajo

Los isótopos del Cd e In se caracterizan por tener agujeros de protones en la capa cerrada de  $Z=50$  y hay una tendencia a creer que los estados isoméricos de baja energía de excitación son deformados, y que los niveles energéticos podrían ser explicados incluyendo grados de

libertad vibracionales y rotacionales. Explicaciones de esta naturaleza, aparentemente serían correctas para núcleos que son estables, que han sido estudiados a través de reacciones nucleares. Sería interesante verificar si estas extrapolaciones son válidas cuando el número de neutrones se acerca a  $N=82$ . Para ello se deben establecer esquemas de niveles, determinar momentos angulares e identificar la posible existencia de una secuencia rotacional.

Trabajos en este sentido se han llevado a cabo en el decaimiento del  $^{121}\text{Cd}$  el  $^{121}\text{In}$  (3) y parcialmente en las masas 123 y 125 (4). Nuestro interés es rehacer y completar la información existente en estos últimos isótopos, ya que los resultados de nuestras mediciones tienen discrepancias con las existentes; además se pretende extender la sistemática a núcleos más pesados y a los decaimientos de la Ag al Cd, mediciones que se han llevado a cabo y que están en proceso de análisis.

Estos estudios nos llevan, además, a núcleos cercanos al  $^{132}\text{Sn}$ , de relevante interés, porque aportan datos de estados de partícula independiente esenciales para los cálculos mencionados anteriormente. Entre ellos, particularmente interesante es el  $^{130}\text{Cd}$ , porque las propiedades de su decaimiento  $\beta^-$  es de interés desde el punto de vista nuclear y astrofísico; desde este último porque la abundancia isotópica en el sistema solar, de núcleos producidos en los procesos de captura neutrónica rápida muestran dos máximos en  $A=130$  y  $A=196$  (fig.3). Estos máximos son causados por los números mágicos en neutrones,  $N=82$  y  $N=126$ ; y conocer la vida media de estos núcleos es esencial para saber la escala de tiempo que gobiernan estos procesos. Un trabajo preliminar en este sentido ha sido realizado en el CERN observando la actividad  $\beta^-$  en la masa 130 (5), que debería ser repetido tratando de asignar algún rayo gama a este decaimiento y medir su vida media, para asegurarle un valor más confiable.

Estas motivaciones entre otras que nos llevan a alejarnos más y más

del valle de estabilidad mantienen vigente al sistema NAVE y exigen un esfuerzo técnico-experimental de desarrollo constante, tarea a la que le dedicamos una cantidad considerable de nuestro tiempo de investigación, para mantener esta línea experimental productiva. Desde este punto de vista los futuros trabajos estarán dedicados a mejorar la eficiencia de la fuente de iones del separador, fundamentalmente desde el punto de vista del blanco, para que permita la difusión de los elementos entre  $Z=40$  y  $Z=46$ , zona en que la información nuclear es muy escasa, debido precisamente a que los diferentes sistemas existentes en el mundo no han solucionado este problema.

#### REFERENCIAS

- (1) El Proyecto JALE, E.O.Achterberg et al., CNFA 353 (1973)
- (2) E.A.Crouch, At Nucl.Data Tables 19 (1977) 419
- (3) The decays of  $^{121g,m}\text{Cd}$  to  $^{121}\text{In}$ . B.Fogelberg and P.Hoff, Nuclear Physics A376 (1982) 389-400
- (4) The decays of  $^{123}\text{Cd}$ ,  $^{125}\text{Cd}$  and  $^{127}\text{Cd}$ . P.Hoff et al., Nuclear Physics A459 (1986) 35-51
- (5) The beta decay half-life of  $^{130}\text{Cd}$  and its importance for astrophysical  $r$ -process Scenarios. K.L.Krats et. al., Zeitschrift für Physik A325 (1986) 489-490

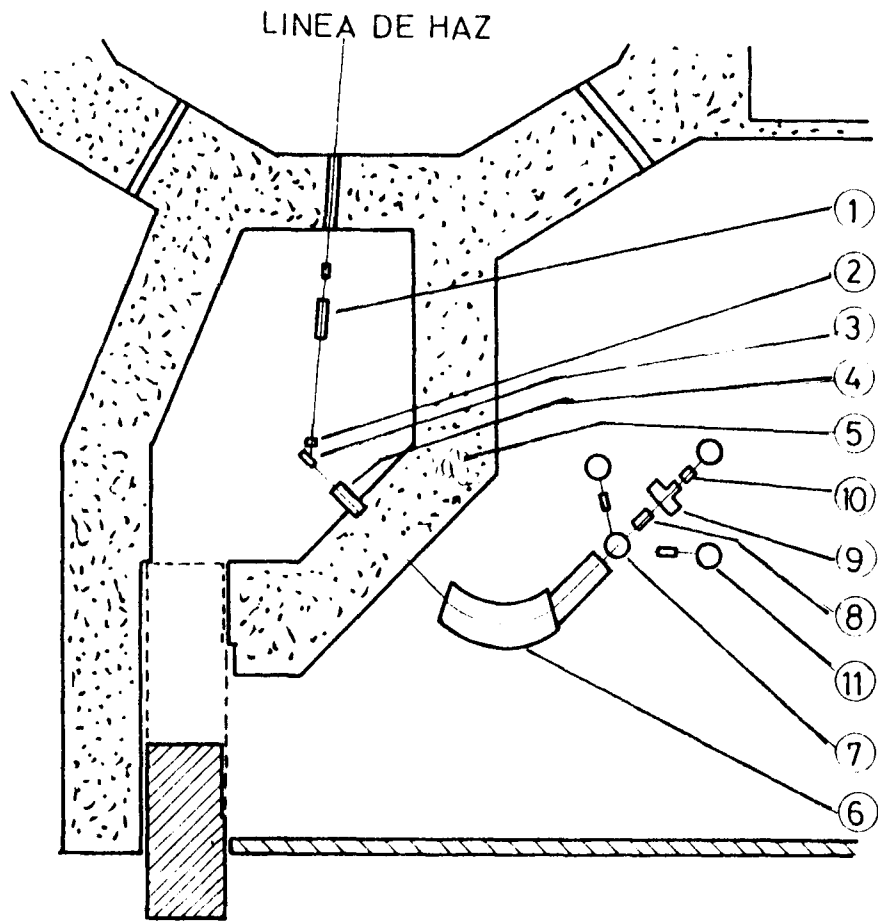


Fig. 1: Esquema en planta de la facilidad NAVE.

- (1) cuadrupolo magnético, (2) blanco de Be, (3) fuente de iones,  
(4) lentes electrostáticas, (5) blindaje de hormigón, (6) imán analizador,  
(7) plano focal, (8) cuadrupolo de enfoque, (9) colector móvil,  
(10) detector de Ge, (11) otras estaciones de medición.

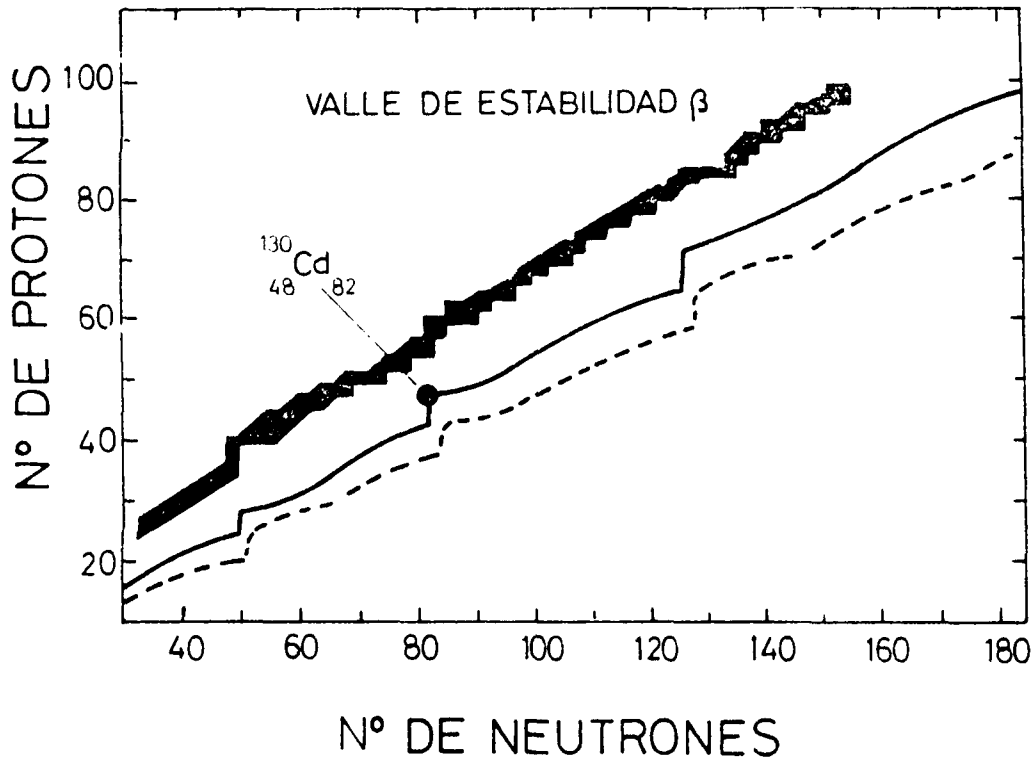


Fig. 3: La línea llena corresponde a los procesos de captura neutrónica rápida; la línea cortada, al límite de estabilidad frente a la emisión de partículas.

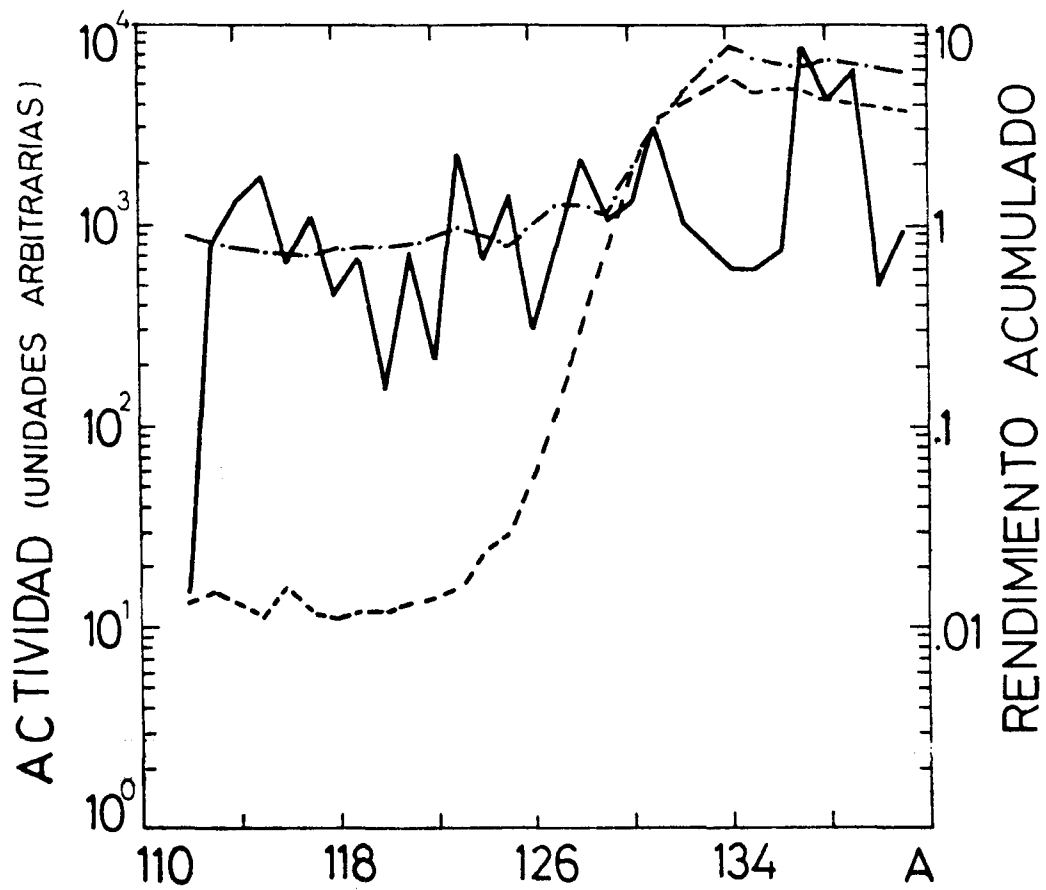


Fig. 2: Actividad acumulada por masa.

La línea llena corresponde a la actividad total para cada masa normalizada al flujo de neutrones. Para comparación se muestra fisión térmica de  $^{235}\text{U}$  (---), y  $^{238}\text{U}$  con neutrones de 14 MeV (-.-.-.)

# **CONTRIBUCIONES**

## C-1

Martes 23 - 14:00 hs.

Moderador: A. Filevich

1. Estados intrusos en los isótopos livianos del  $Hg$ .  
E. Kirchuk, P. Federman
2. Descripción de estados intrusos en la aproximación monopolar y su aplicación a la región transicional del  $Zr$ .  
G. E. Arenas Peris, P. Federman
3. Estructuras rotacionales en Renios doblemente impares.  
D. Santos, J. Davidson, M. Davidson, M. Debray, G. Falcone, D. Hojman, A. Kreiner
4. Estructuras rotacionales en  $^{172}Ta$ .  
D. Hojman, A. J. Kreiner, J. Davidson, M. Davidson, M. Debray, G. Falcone, D. Santos, C. Beansang, D. B. Fossan, E. Paul



ESTADOS INTRUSOS EN LOS ISOTOPOS LIVIANOS DEL Hg

E. D. Kirchuk<sup>+</sup> y P. Federman<sup>++</sup>

Depto. de Fisica, FCEN, UBA.

RESUMEN

En los espectros de baja energía de los isótopos livianos del Hg coexisten estados provenientes de los nucleones de valencia y estados intrusos que han sido asignados a excitaciones de protones del carozo a través de la capa  $Z = 82$ .

En este trabajo se obtiene una descripción microscópica dentro del modelo de capas para todos los estados a baja energía en un espacio de configuración restringido usando interacciones residuales efectivas.

Se estudia el rol que juega la excitación de protones a las órbitas  $1h9/2$  y  $3s1/2$ , y la importancia de la órbita  $1i13/2$  para los neutrones.

---

<sup>+</sup>  
Becario UBA.

<sup>++</sup>  
Miembro de la Carrera del Investigador CONICET.

Un ejemplo notable de la coexistencia de dos bandas de diferentes estructuras en la misma región de energía se observa en los isótopos livianos del Hg (Fig. 1). Ellos muestran la presencia de la banda del fundamental debida a los grados de libertad de los nucleones de valencia, y otra banda montada sobre el  $0^+$  excitado, a la que se designa como banda intrusa <sup>1)</sup>.

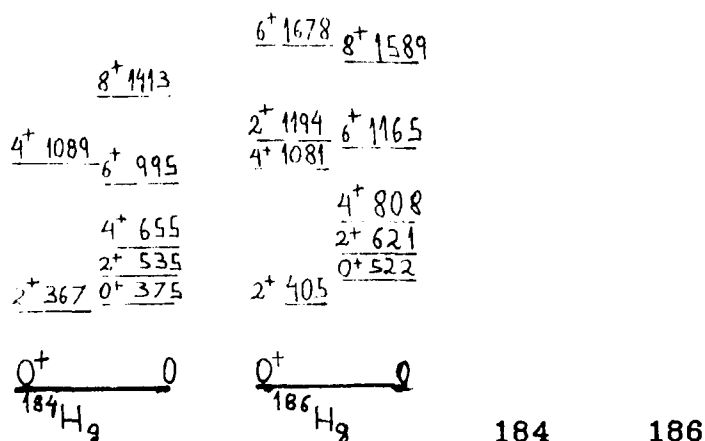


Fig. 1. Espectros de baja energía del  $^{184}\text{Hg}$  y  $^{186}\text{Hg}$ .

Las descripciones teóricas realizadas para tratar estos nucleos pueden resumirse como sigue:

- a) Variables colectivas: Se toma la banda intrusa como rotacional con las energías dadas por  $E_I = E_0 + A I(I+1) + B I^2(I+1)^2$  obteniéndose los parametros A y B por ajuste. En esta aproximación, la energía potencial superficial se calcula por métodos de Hartree-Fock con interacción de Skyrme <sup>2)</sup>, o usando el modelo de Nilsson con el método de Strutinsky <sup>3)</sup>.
- b) Bosones interactuantes (IBA-2): la deformación nuclear se considera a través de una interacción cuadrupolar protón-neutrón <sup>4)</sup>.

En nuestro trabajo trataremos de describir microscópicamente los estados arriba mencionados, en términos del modelo de capas con interacciones efectivas en espacios reducidos. Nuestra esperanza es la de individualizar e incluir los 'grados de libertad' (i.e. órbitas) mas importantes para describir los espectros observados.

La evidencia experimental en esta región indica que el orden de los niveles de partícula independiente es el que se muestra en la Fig. 2. Podemos inferir el ordenamiento de los niveles para los neutrones a partir del <sup>147</sup>Gd y <sup>207</sup>Pb, mientras que para los protones podemos extraer la información de los Tl y Bi.

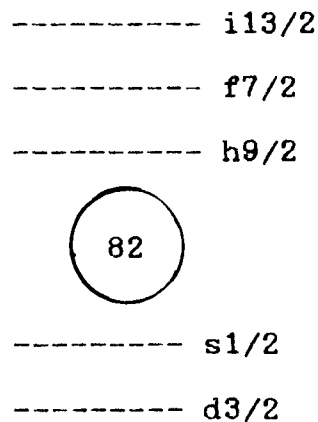


Fig. 2. Niveles de partícula independiente <sup>1)</sup>.

A partir de consideraciones sobre los estados intrusos en los isótopos del Tl y Au, recientemente se propuso la configuración  $(h9/2)^2$  como la que juega un rol preponderante en la estructura de los estados intrusos en los Hg livianos <sup>5)</sup>. De este modo se realizaron los cálculos en el IBA-2 mediante la

promoción de un par de protones a través de la capa  $Z = 82$ .

Sin embargo, la diferencia de energía entre las órbitas  $d_{3/2}$  y  $s_{1/2}$  justifican considerar la excitación de protones a esta última órbita. Para los neutrones, cálculos de BCS indican que podemos considerar completas las órbitas  $f_{7/2}$  y  $h_{9/2}$  y que las órbitas  $p_{3/2}$ ,  $f_{5/2}$  y  $p_{1/2}$  están poco pobladas<sup>6)</sup>. De esta manera, tomaremos a los neutrones de valencia en la órbita  $i_{13/2}$ .

Por las razones expuestas, nuestro espacio estará generado por las siguientes configuraciones:

$$\begin{aligned} &\pi(d_{3/2}^4) \nu(i_{13/2}^n) \\ &\pi(d_{3/2}^2 s_{1/2}^2) \nu(i_{13/2}^n) \\ &\pi(d_{3/2}^2 h_{9/2}^2) \nu(i_{13/2}^n), \quad \text{con } n=4,6. \end{aligned}$$

Los cálculos fueron realizados usando la interacción efectiva de True y Schiffer, que incluye dos Yukawas de rangos 1.4 y 2.0 fm respectivamente<sup>7)</sup>.

El espacio fue truncado tomando la senioridad total (suma de senioridades de cada órbita) hasta 4.

Las energías de partícula independiente utilizadas merecen discutirse en mas detalle. Para la diferencia entre las órbitas  $d_{3/2}$  y  $s_{1/2}$  ( $\Delta\epsilon_s$ ) tomamos un valor de 0.35 MeV, que resulta de la sistemática de los isótopos impares del Tl. Estimaciones monopulares del efecto de los protones extra pueden hacer cambiar este valor hasta 0.7 MeV. El valor de la diferencia entre las energías de partícula independiente de las órbitas  $h_{9/2}$  y  $d_{3/2}$  ( $\Delta\epsilon_h$ ) es menos conocido. Un valor extremo de 4.58 MeV se obtiene considerando el  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{209}\text{Bi}$  y  $^{207}\text{Tl}$ . La corrección debida a los nucleones extra en la aproximación monopolar indica

→5←

que son posibles reducciones drásticas de este valor, del orden de 2 o 3 MeV.

En las Tablas I y II presentamos los resultados para <sup>184</sup>Hg y <sup>186</sup>Hg respectivamente, calculados con  $\Delta\epsilon_s = 0.35$  MeV y  $\Delta\epsilon_h = 4.58$  MeV.

Aunque aún no se ha realizado una búsqueda del 'mejor'  $\Delta\epsilon_h$ , resultados preliminares indican que los efectos de la órbita  $s_{1/2}$  no pueden ignorarse como se hace en la Ref. 5).

Tabla I. Espectro y funciones de onda calculados para el <sup>184</sup>Hg.

| E(keV) | $J^\pi$ | $d_{\frac{3}{2}}^4 i_{\frac{13}{2}}^4 (\%)$ | $d_{\frac{3}{2}}^2 s_{\frac{1}{2}}^2 i_{\frac{13}{2}}^4 (\%)$ | $d_{\frac{3}{2}}^2 h_{\frac{9}{2}}^2 i_{\frac{13}{2}}^4 (\%)$ |
|--------|---------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| g.s.   | $0^+$   | 68.0                                        | 31.7                                                          | 0.3                                                           |
| 307    | $0^+$   | 31.6                                        | 68.3                                                          | 0.1                                                           |
| 662    | $2^+$   | 46.9                                        | 52.9                                                          | 0.2                                                           |
| 850    | $2^+$   | 49.0                                        | 50.9                                                          | 0.1                                                           |
| 880    | $4^+$   | 86.0                                        | 13.7                                                          | 0.3                                                           |
| 977    | $6^+$   | 87.5                                        | 12.3                                                          | 0.2                                                           |

Tabla II. Espectro y funciones de onda calculados para el <sup>186</sup>Hg.

| E(keV) | J <sup>π</sup> | $d_{\frac{3}{2}}^4 i_{\frac{13}{2}}^6(\%)$ | $d_{\frac{3}{2}}^2 s_{\frac{1}{2}}^2 i_{\frac{13}{2}}^6(\%)$ | $d_{\frac{3}{2}}^2 h_{\frac{1}{2}}^2 i_{\frac{13}{2}}^6(\%)$ |
|--------|----------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| g.s.   | 0 <sup>+</sup> | 82.8                                       | 16.8                                                         | 0.4                                                          |
| 379    | 0 <sup>+</sup> | 83.2                                       | 16.7                                                         | 0.1                                                          |
| 714    | 2 <sup>+</sup> | 79.9                                       | 19.8                                                         | 0.3                                                          |
| 855    | 4 <sup>+</sup> | 93.9                                       | 5.8                                                          | 0.3                                                          |
| 951    | 2 <sup>+</sup> | 17.4                                       | 82.5                                                         | 0.1                                                          |
| 965    | 6 <sup>+</sup> | 94.0                                       | 5.7                                                          | 0.3                                                          |

#### REFERENCIAS

1. K. Heyde, P. Van Isacker, M. Waroquier, J. L. Wood, R. A. Meyer, Physics Reports 102 (1983) 281.
2. C. R. Praharaj y S. V. Khadkikar, J. Phys. G6 (1980) 241.
3. G. Nilsson et al., Nucl. Phys. A22 (1974) 221.
4. P. D. Duval y B. R. Barret, Nucl. Phys. A376 (1982) 213.
5. E. F. Zganjar, J. D. Cole, J. L. Wood y M. A. Grimm, en: Proc. 4th Conf. on Nuclei far from Stability, Helsingor, Denmark, June 1981 CERN 81-09, p. 630.  
J. L. Wood, ibid., p. 612.
6. G. E. Arenas Peris, comunicacion privada.
7. J. P. Schiffer y W. W. True, Rev. Mod. Phys. 48 (1976) 191.  
E. Vergini y A. Etchegoyen, comunicacion privada.

DESCRIPCION DE ESTADOS INTRUSOS EN LA APROXIMACION MONOPOLAR  
Y SU APLICACION A LA REGION TRANSICIONAL DEL Zr

G. E. Arenas Peris<sup>+</sup> y P. Pederman<sup>++</sup>

Depto. de Física - FCEyN - UBA

RESUMEN

La energía de los estados intrusos puede calcularse con la ayuda de un modelo simple basado en la aproximación monopolar<sup>1,2)</sup>. En algunos casos, los monopolos de la interacción neutrón-protón intervinientes en el cálculo pueden extraerse del experimento<sup>2)</sup>. Para los restantes casos, un método consistente con el modelo permite calcularlos a partir de energías de ligadura experimentales. De este modo se han descrito las regiones con  $25 \leq Z \leq 31$ ,  $47 \leq Z \leq 53$ ,  $79 \leq Z \leq 85$  y  $79 \leq N \leq 85$ . Como ejemplo de extensión del modelo presentamos los resultados para los niveles  $0^+$  de los isótopos pares del Zr en la región de transición de forma.

El problema que nos ocupa es la descripción de ciertos estados de carozo excitado en núcleos donde Z o N es próximo a un número mágico, es decir, por ejemplo, excitaciones de protones en la región próxima a  $Z=50$ , excitaciones de neutrones en la vecindad de  $N=82$ , etc. (Fig. 1). Si consideramos, para fijar ideas, la región próxima a  $Z=82$ , nos restringiremos a núcleos con N par y a excitaciones de una partícula a través del gap entre capas para núcleos con Z

---

<sup>+</sup> Becario del CONICET

<sup>++</sup> Miembro de la Carrera de Investigador del CONICET

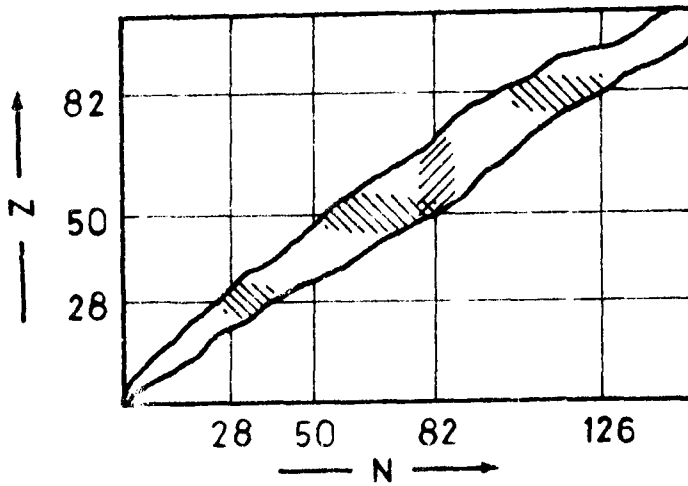


Fig. 1. Representación esquemática de la Tabla de Nucleidos indicando las regiones (sombreadas) en que se describen estados intrusos.

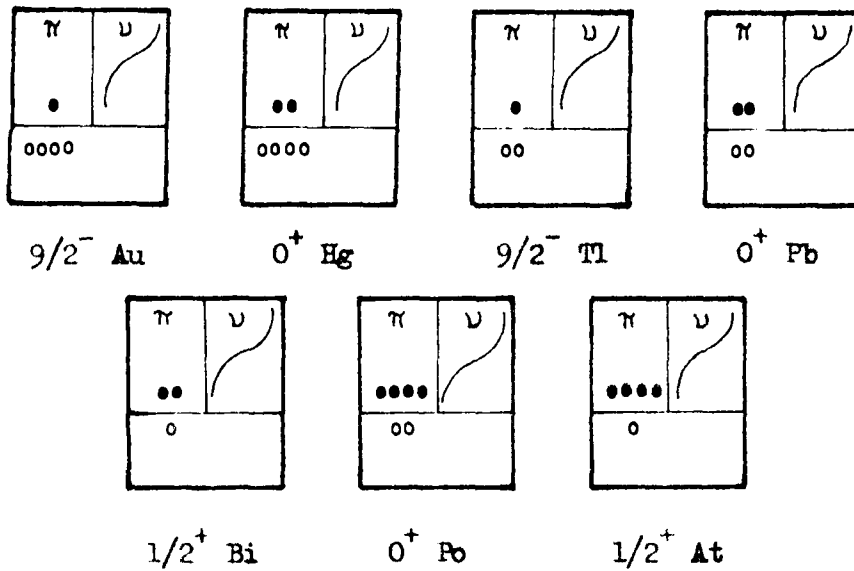


Fig. 2. Excitaciones de protones consideradas en la región próxima a  $Z=82$ . Los círculos negros indican partículas y los blancos indican agujeros. Para cada núcleo se indica el valor de  $J^\pi$  del estado correspondiente.

impar como el Au, Tl, Bi y At, y de dos protones para núcleos con Z par como el Hg, Pb y Po (Fig. 2).

A primera vista se trata de un problema extremadamente complejo. Efec-

tivamente, si  $N$  es próximo a la mitad de capa, los grados de libertad de los neutrones de valencia hacen el problema difícilmente manejable desde el punto de vista del Modelo de Capas. Descripciones alternativas en términos de "pairing vibrations" dan buenos resultados solamente cerca de núcleos doblemente mágicos<sup>3,4)</sup> y, en general, la aplicación de otros modelos a estos estados ha dado resultados pobres si se tiene en cuenta la complejidad de los cálculos y el número de parámetros libres intervinientes<sup>5)</sup>.

El enorme esfuerzo dedicado a comprender la estructura de estos estados posee dos motivaciones. En primer lugar la observación de que, si bien la energía de excitación es proporcional al gap entre capas en las cercanías de núcleos doblemente mágicos, los estados de carozo excitado aparecen a energías sorprendentemente bajas cuando los nucleones no excitados (neutrones en la Fig. 2) están llenando la mitad de capa<sup>5)</sup> (Fig. 3). Debido a esto, suele denominarse "intrusos" a estos estados. En segundo lugar, las  $B(E2)$  conocidas dentro de las bandas intrusas dan información acerca de la gran colectividad de estas transiciones, si bien la evidencia experimental acerca del carácter deformado de los estados intrusos no es concluyente<sup>5)</sup>. De este modo, los

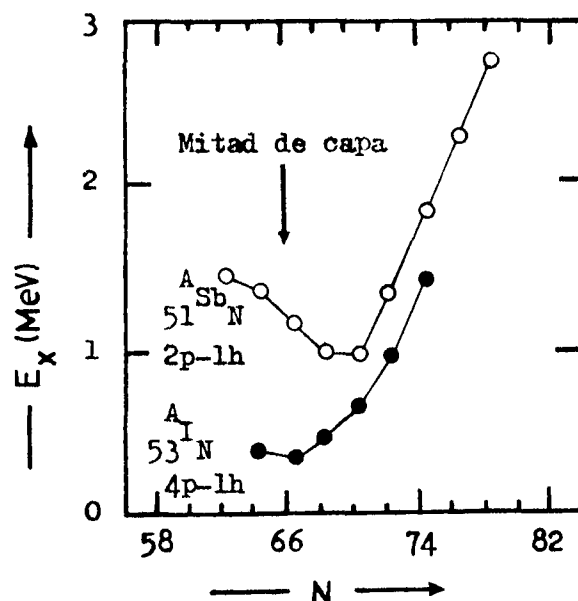


Fig. 3. Variación de la energía de excitación de los estados intrusos  $9/2^+$  con el número de neutrones en los isótopos impares del Sb (círculos blancos) y del I (círculos negros). (Ref. 5).

estados intrusos nos plantean un rompecabezas interesante y difícil de resolver.

Las descripciones mencionadas anteriormente se basan en el siguiente esquema: 1) tomar un modelo general, 2) plantear un Hamiltoniano y una base de estados, y 3) realizar aproximaciones que, respetando la intuición física, permitan hacer los cálculos correspondientes. Es decir, se va simplificando el complejo modelo inicial. El enfoque de nuestro trabajo es complementario del anterior: partir de lo más simple y complejizarlo gradualmente.

Comenzamos estudiando los estados  $0^+$  intrusos en los isótopos pares del Sn. La pregunta era: qué tan "parecido" es este estado a un estado de 2p-2h de protones? La energía de este estado resulta ser<sup>1)</sup>

$$E_x({}^A_{50}\text{Sn}; 2p-2h) = BE({}^A_{50}\text{Sn}) - BE({}^{A+2}_{52}\text{Te}) + BE({}^{100}_{50}\text{Sn}) - BE({}^{98}_{48}\text{Cd}) + \Delta E, \quad (1)$$

donde

$$\Delta E \equiv E({}^{100}_{50}\text{Sn}) - E({}^{98}_{48}\text{Cd}) \quad (2)$$

es la diferencia entre la energía de partícula independiente de los dos protones y A-100 neutrones de valencia en el carozo de  ${}^{100}_{50}\text{Sn}$  y la correspondiente en el carozo de  ${}^{98}_{48}\text{Cd}$ . En la aproximación monopolar<sup>1)</sup>,

$$\Delta E \simeq 2 \left( \sum_{j_\pi} N_\pi V_\pi + \sum_{j_\nu} N_\nu V_\nu \right), \quad (3)$$

donde  $N_\pi$  ( $N_\nu$ ) es el número de ocupación de la órbita  $j_\pi$  ( $j_\nu$ ) de protones (neutrones) de valencia, y  $V_\pi$  ( $V_\nu$ ) es la interacción monopolar promedio entre cada una de estas partículas y un protón en la órbita que cierra el carozo  $Z=50$ <sup>2)</sup>. Por simplicidad supusimos

$$V_{\pi(\nu)} \simeq \text{independiente de } j_{\pi(\nu)} \simeq \bar{V}_{\pi(\nu)}(1g9/2; 2d5/2), \quad (4)$$

que se conoce experimentalmente<sup>6)</sup>. De este modo se pueden calcular las ener-

gías de excitación sin parámetros libres.

La condición de que Z sea mágico no impone ninguna restricción. El razonamiento se puede generalizar rápidamente a excitaciones que dejen un número par (dos o cuatro) de agujeros en el carozo. Por otra parte,  $\Delta E$  carece de sentido para excitaciones de 2p-1h o 4p-1h (Bi y At en la Fig. 2) pues el carozo residual resulta ser impar. La solución de este problema, no obstante, es simple: en lugar de trabajar en un esquema de partículas solamente, trabajar siempre con carozo de referencia doblemente mágico en un esquema de partículas y agujeros. La expresión general para la energía de excitación resulta así <sup>2)</sup>:

$$E_x(Z, N) = BE(Z, N) - BE(Z+Z_M-Z_R, N) + BE(Z_M, N_M) - BE(Z_R, N_M) \\ + (Z_M-Z_R) \left[ (Z-Z_R)\bar{V}_{\pi\pi} + (N-N_M)\bar{V}_{\nu\pi} \right], \quad (5)$$

válida para excitaciones de protones en núcleos con N par y A par o impar, incluso para  $N < N_M$ . Aquí  $(Z_M, N_M)$  corresponde al carozo doblemente mágico mientras que  $Z_R$  es el número de protones que quedan debajo del gap en el estado intruso (el carozo residual).

Los resultados obtenidos de este modo (con interacciones monopolares promedio  $\bar{V}_{\pi\pi}$  y  $\bar{V}_{\nu\pi}$  constantes) para las regiones  $Z=50$  y  $N=82$  reproducen la conocida disminución de la energía cerca de la mitad de capa. Incluso el acuerdo cuantitativo es excelente, teniendo en cuenta la simplicidad del modelo y la ausencia de parámetros libres <sup>1)</sup> (Fig. 4). Por otra parte, las descripciones semi-empíricas utilizadas previamente por Blomqvist <sup>3)</sup>, Flynn y Kunz <sup>4)</sup>, y Heyde et al <sup>7)</sup> resultan ser casos particulares o aproximaciones de esta descripción <sup>2)</sup>.

La expresión para la interacción monopolar promedio neutrón-protón en términos de las interacciones de los agujeros del carozo con cada órbita de valencia es <sup>2)</sup>

$$\bar{V}_{\nu\pi} = \sum_{j_\nu} \frac{N_\nu}{n} V_\nu, \quad (6)$$

con  $n = |N-N_M|$ . En general, las  $V_\nu$  no son conocidas, aunque en ciertos casos

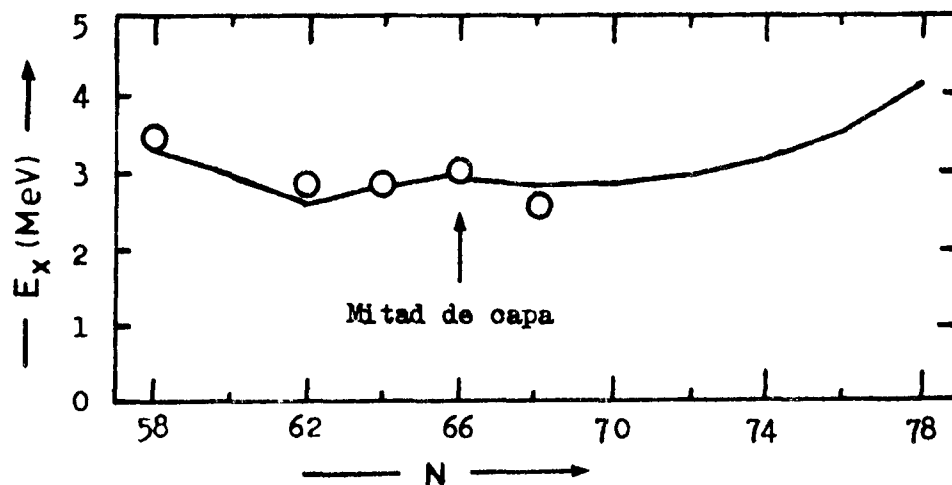


Fig. 4. Centroides de los estados  $0^+$  intrusos en los isótopos pares del Sn, experimentales (círculos blancos) (Ref. 4) y calculados (línea continua) (Ref. 1).

pueden realizarse estimaciones semi-empíricas<sup>2)</sup>. Los  $N_j$  pueden estimarse por los números de ocupación de BCS, que constituyen una buena aproximación para los núcleos considerados<sup>5)</sup>. Con esto calculamos  $\bar{V}_{\pi\pi}$  y  $\bar{V}_{\pi\pi}$ , obteniendo valores prácticamente constantes para las regiones  $Z=50$  y  $N=82$ , como habíamos supuesto en primera aproximación (cf. Ec. (4)), aunque no así en otras regiones. A partir de las estimaciones semi-empíricas de  $V_j$  hicimos cálculos para las regiones  $Z=28$  y  $Z=82$ . La dependencia de  $E_x$  con  $A$  se reproduce correctamente, aunque el acuerdo cuantitativo no es, en ciertos casos, tan bueno<sup>2)</sup>.

Teniendo en cuenta que  $\bar{V}_{\pi\pi}$  es relativamente estable ante pequeñas variaciones de  $N_j$ , nos propusimos hallar las  $V_j$  por un camino alternativo al semi-empírico, ya que éste supone configuraciones puras donde esta aproximación no es buena. Cómo hallamos las interacciones monopolares? Teniendo en cuenta que, si la aproximación monopolar para los estados intrusos es buena, así debe serlo para los estados fundamentales. Entonces expresamos las energías de ligadura en términos de las  $V_j$  para ciertos núcleos en la región y a partir de esto hallamos las  $V_j$  en forma consistente con el modelo. Poniendo  $Z=Z_R$  y  $E_x(Z,N)=0$  en (5), obtenemos con (6)

$$(Z_M - Z_R) \sum_{j_v} N_j V_j = BE(Z_M, N) - BE(Z_R, N) + BE(Z_R, N_M) - BE(Z_M, N_M). \quad (7)$$

Para cada valor de  $Z_R$  se determinan los  $V_0$  de modo que ajusten estas ecuaciones para los distintos valores (pares) de  $N$  en la región. En la Fig. 5 se muestran las interacciones monopolares obtenidas por el método descrito, comparadas con las estimaciones semi-empíricas mencionadas anteriormente. Se incluyen, por

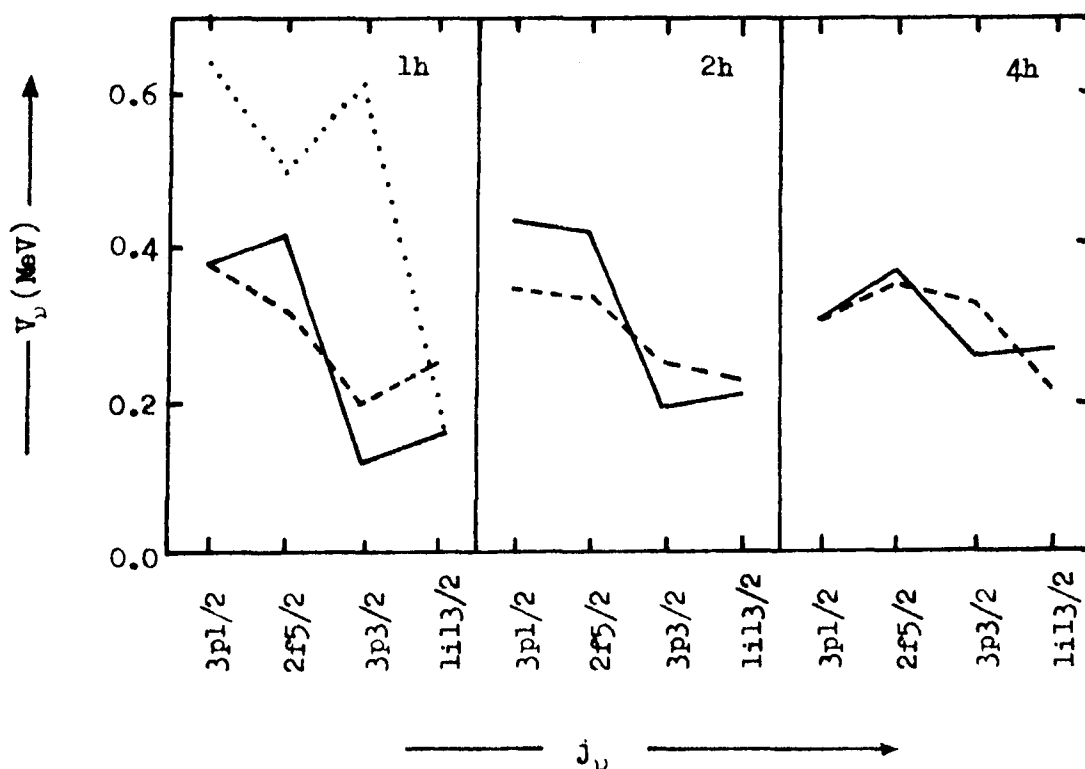


Fig. 5. Interacciones monopolares promedio obtenidas en el presente trabajo (líneas continuas) comparadas con estimaciones semi-empíricas (líneas de trazos) (Ref. 2) y con la interacción de True y Schiffer (línea de puntos) (Ref. 8 y 6).

completitud, los valores calculados con una "buena" interacción fenomenológica como la de True y Schiffer<sup>6)</sup> en el caso  $Z_M - Z_R = 1$ , correspondientes al orbital 3s<sub>1/2</sub> de protones<sup>8)</sup>.

A modo de ilustración, presentamos los datos experimentales para los estados intrusos 9/2<sup>-</sup> en los isótopos impares del  $^{79}\text{Au}$  comparados con los calculados según la prescripción presentada (Ec. (7)) y con cálculos previos utilizando estimaciones semi-empíricas para los  $V_0$ <sup>2)</sup> (Fig. 6). El acuerdo es excelente y mejora notablemente los resultados anteriores, que en ciertos casos discrepaban en

$\sim 1$  MeV con el experimento, utilizando monopolos que difieren en  $\sim 0.1$  MeV respecto de los semi-empíricos (Fig. 5).

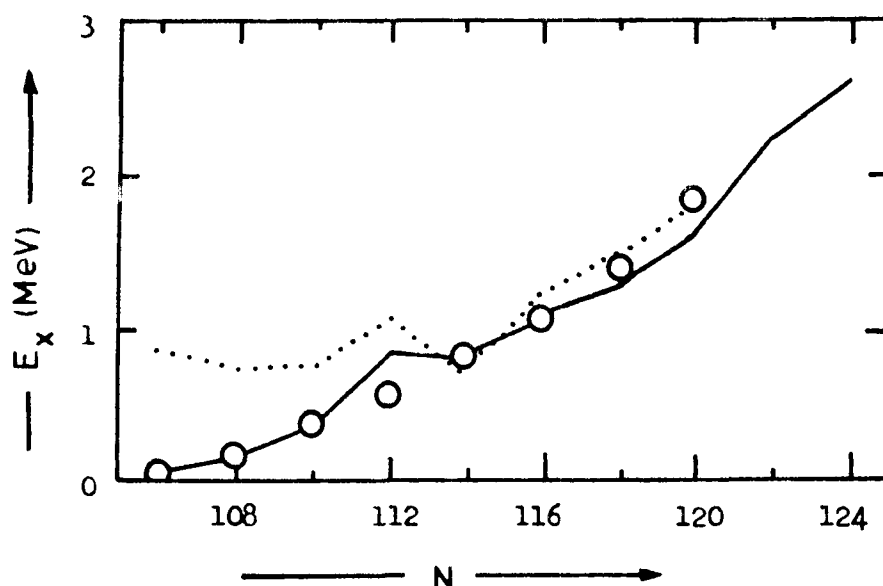


Fig. 6. Energías de excitación de los estados  $9/2^-$  intrusos en los isótopos impares del Au: valores experimentales (círculos blancos), calculadas con los parámetros obtenidos según la prescripción (7) (línea continua) y con las estimaciones semi-empíricas (Ref. 2) (línea punteada).

Podría pensarse que los  $V_p$  son parámetros libres. Sin embargo, las interacciones monopulares utilizadas para calcular, por ejemplo, las energías de excitación de los isótopos del Au y el Hg se obtienen ajustando los estados fundamentales de los isótopos del Pt!

Actualmente estamos estudiando extensiones del modelo para la descripción de otros aspectos de los estados intrusos: a) Análisis de las bandas montadas sobre los mismos y b) de las probabilidades de transición intra-banda y mezcla de configuraciones con otros estados. La limitación que impone a los cálculos el desconocimiento de ciertas energías de ligadura nos motiva a investigar la aplicación de estas ideas al análisis sistemático de dichas energías y la eventual predicción de efectos de magicidad debidos a cerramientos de subcapas. Por último, estudiamos la aplicación del modelo a otras excitaciones.

A modo de ejemplo, comentaremos brevemente el problema de los isótopos pa-

res del Zr ( $Z=40$ ). Estos núcleos presentan estados  $0_2^+$  a una energía de  $\sim 1.5$  MeV para  $90 \leq A \leq 96$  (Fig. 7) que pueden describirse satisfactoriamente como estados esféricos del Modelo de Capas donde los neutrones ocupan la órbita  $2d_{5/2}$  y los protones están principalmente en la órbita  $1g_{9/2}$ . En contraste con esto, el  $^{102}\text{Zr}$  es un núcleo claramente deformado. Esta transición de forma ha sido descrita <sup>9)</sup> en términos del aprovechamiento de la interacción neutrón-protón al ocupar estos nucleones órbitas asociadas de spin-órbita (Fig. 8).

Si consideramos a estos estados como excitaciones  $2p-2h$  de protones a través de la sub-capa  $Z=40$ , nuestro modelo resulta pertinente y en este espíritu calculamos las energías de excitación de los niveles  $0^+$ , obteniendo los resul-

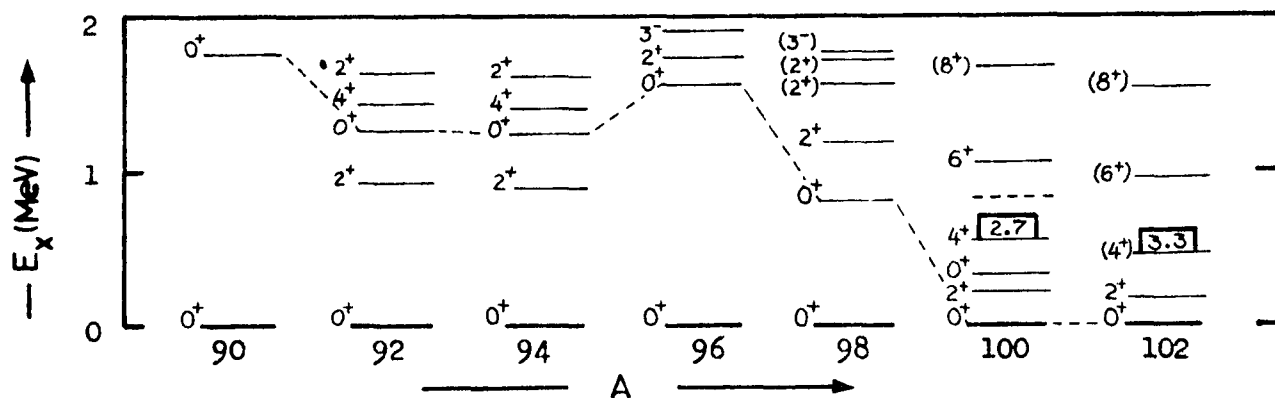


Fig. 7. Situación experimental en los isótopos pares del Zr (Ref. 9). Para  $A=100, 102$  los números recuadrados corresponden a  $E_x(4^+)/E_x(2^+)$ .

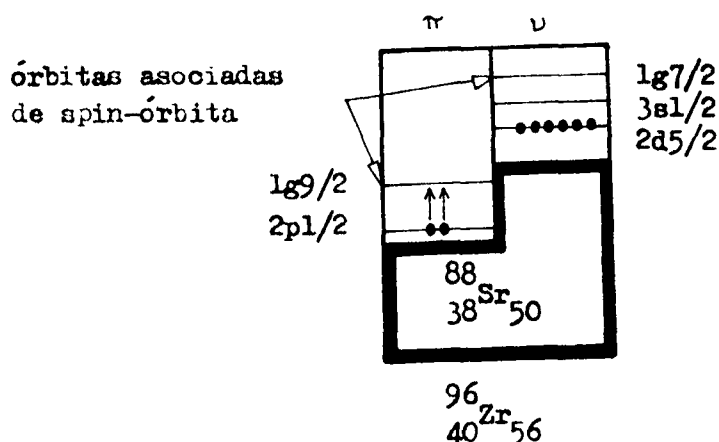


Fig. 8. Representación esquemática de la estructura del  $^{96}\text{Zr}$  en los estados  $0_1^+$  y  $0_2^+$ .

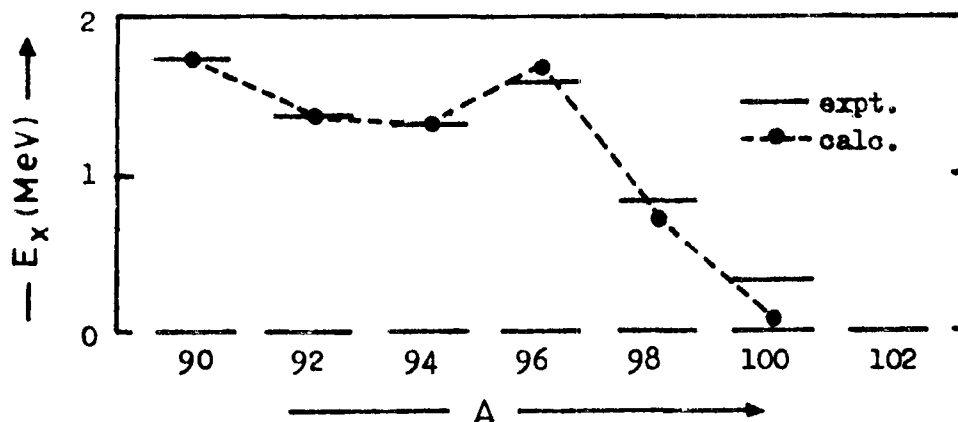


Fig. 9. Comparación entre energías de excitación experimentales (Ref. 9) y calculadas (presente trabajo) de los estados  $0^+$  en los isótopos del Zr.

tados que se indican en la Fig. 9. Nuevamente vemos que el acuerdo con el experimento es excelente.

En síntesis, podemos concluir que la aproximación monopolar constituye un buen punto de partida para el análisis de la estructura de los estados intrusos en toda la Tabla de Nuclídeos, así como de excitaciones a través de sub-capas. Se trata de una herramienta de gran utilidad para comprender aspectos esenciales de problemas muy complejos en forma simple, precisa, y de claro contenido físico.

#### REFERENCIAS

1. G. E. Arenas Peris y P. Federman, Phys. Lett. **B173**(1986)359.
2. G. E. Arenas Peris y P. Federman, en: Proc. IX Workshop in Nuclear Physics, eds. A. O. Macchiavelli et al. (World Scientific, Singapore, 1987)p. 428.
3. J. Blomqvist, Phys. Lett. **B33**(1970)541.
4. E. R. Flynn y P. D. Kunz, Phys. Lett. **B68**(1977)40.
5. K. Heyde, P. Van Isacker, M. Waroquier, J. L. Wood y R. A. Meyer, Phys. Reports **102**(1983)291.
6. J. P. Schiffer y W. W. True, Rev. Mod. Phys. **48**(1976)191.
7. K. Heyde, P. Van Isacker, R. F. Casten y J. L. Wood, Phys. Lett. **B155**(1985)303.
8. E. Vergini y A. Etchegoyen, private communication.
9. P. Federman y S. Pittel, Phys. Rev. **C20**(1979)820.

# Estructuras en Renios doblemente impares

D.Santos, J.Davidson, M.Davidson, M.Debray, G.Falcone, D.Hojman, y A.J.Kreiner

El estudio que se ha realizado, a partir de los datos obtenidos en las mediciones llevadas a cabo en el Tandar, sobre la estructura de los núcleos  $^{176-178}\text{Re}$  permite diferenciar diversas bandas rotacionales cuya clasificación es el objeto de este trabajo.

Es a partir de las siguientes reacciones de fusión evaporación  $^{160}\text{Tm}(^{12}\text{C}(84\text{MeV}), 5n\gamma)^{176}\text{Re}$ ,  $^{160}\text{Tm}(^{12}\text{C}(70\text{MeV}), 4n\gamma)^{178}\text{Re}$ , y mediante coincidencias  $\gamma\text{-}\gamma$ ,  $\gamma\text{-}x$  y  $e^-$  de conversión que se obtienen los esquemas de niveles de ambos núcleos que se muestran en la fig.1 y 2.

Para aproximarnos a la descripción de las distintas bandas, confeccionamos un esquema de orden cero, a partir de la información que nos brindan los núcleos impares vecinos, sobre cuáles son los orbitales de protón y neutrón que pueden participar para formar los distintos estados intrínsecos, cabezas de las respectivas bandas, no considerando efectos residuales de la interacción p-n.

En el  $^{176}\text{Re}$ , se encontró una banda rotacional cuadrupolar, que ya fue descripta y analizada en una publicación anterior (1), como una estructura doblemente desacoplada ( $Ral(p)+Ral(n)$ ),  $\pi h_{9/2} \otimes \nu_{5/2}^- [521]$ , análoga a la que se identificó por primera vez en el  $^{180}\text{Ir}$ , ver ref (2). Se asigna al estado antialineado  $3^+$  la cabeza de banda, ver discusión en la ref (1).

La banda dipolar que se muestra, es descripta por el acoplamiento del neutrón  $5/2^- [512]$ , que se encuentra a 89 keV del estado fundamental en el  $^{178}\text{W}$ , al protón en la capa  $h_{9/2}$ , ver ref (4).

Se utilizó un código de  $2qp + \text{rotor}$  para comparar nuestras hipótesis de estructura con los datos experimentales (ver detalles del código adelante).

Para una deformación cuadrupolar axialmente simétrica caracterizada por un parámetro  $\beta = 0.25$ , y sin tomar en cuenta la interacción p-n, la estructura  $\pi h_{9/2} \otimes \nu_{5/2}^- [512]$  se compara satisfactoriamente con la encontrada experimentalmente, ver fig 3.

En el  $^{178}\text{Re}$ , se ha comentado previamente (1), la estructura cuádrupolar de la banda favorecida  $\pi h_{9/2} \otimes \nu_{1/2}^- [521]$ , doblemente desacoplada. Se presenta también, una banda de tipo cuádrupolar que preliminarmente se identifica con la banda doblemente desacoplada desfavorecida (menos alineada al eje de rotación del movimiento colectivo). Lamentablemente no se ha podido identificar ninguna conexión entre ambas bandas cuádrupolares, que podría permitir clasificar la deformación del núcleo en el grado de libertad  $\gamma$ , a partir de presentarse o no una inversión de signatura, ver ref (3).

Las otras dos bandas que muestra el esquema de niveles, se comparan con cálculos realizados tomando como base la aproximación que nos da el esquema de orden cero. La banda [1] se describe a partir del acoplamiento  $\pi s_{1/2}^+ [402] \otimes \nu_{1/2}^- [521]$ , que se compara con el cálculo teórico provisto por el código en la fig 4.

La banda [2] presenta una estructura similar a la encontrada en el  $^{180}\text{Ir}$  respondiendo al acoplamiento  $\pi h_{9/2} \otimes \nu_{13/2}$ , con el nivel de fermi de protón en el orbital  $1/2^- [541]$  y el de neutrón en el  $7/2^+ [633]$ , lo que resulta en una banda semidesacoplada, con el protón desacoplado y el neutrón fuertemente vinculado al campo de deformación. Se comparan las transiciones experimentales con las que resultan del cálculo teórico en la fig 5.

El código utilizado de 2qp + rotor fue desarrollado en colaboración por M.A.Cardona y uno de los autores (D.S), y permite generalizar la deformación a formas asimétricas triaxiales. Consiste básicamente en acoplar las cuasipartículas de protón y neutrón al rotor, caracterizado por una deformación  $(\beta, \gamma)$ , resultando el hamiltoniano siguiente:

$$H = H_{\text{rot}} + \sum_{l=p,n} (H_{\text{esf}}^l + H_{\text{def}}^l + H_{\text{par}}^l)$$

Diagonalizando en la base fuertemente acoplada, es decir, en la base descrita por el momento angular de cada una de las partículas, el momento angular total, y la proyección del momento angular total sobre el eje intrínseco, que en el caso axialmente simétrico que supusimos en este trabajo, es el de simetría.

El estudio de la influencia sobre las estructuras de la

deformación triaxial, y de la interacción residual p-n, será el próximo paso y podrá ser abordado en el marco del modelo antes mencionado, introduciendo la aproximación de una delta superficial para la interacción p-n.

- (1) J.Davidson, M.Davidson, M.Debray, G.Falcone, D.Hojman, A.J.Kreiner, I.Mayans, C.Pomar y D.Santos, Z.Physik A324,363 (1986).
- (2) A.J.Kreiner et. al., Nucl. Phys. A432, 451 (1985).
- (3) I.Hamamoto, B.Mottelson, Physics Letters 127B, 281 (1983).
- (4) Walker et al.,J.Phys.G. Vol 2,Nº12, L197 (1976).

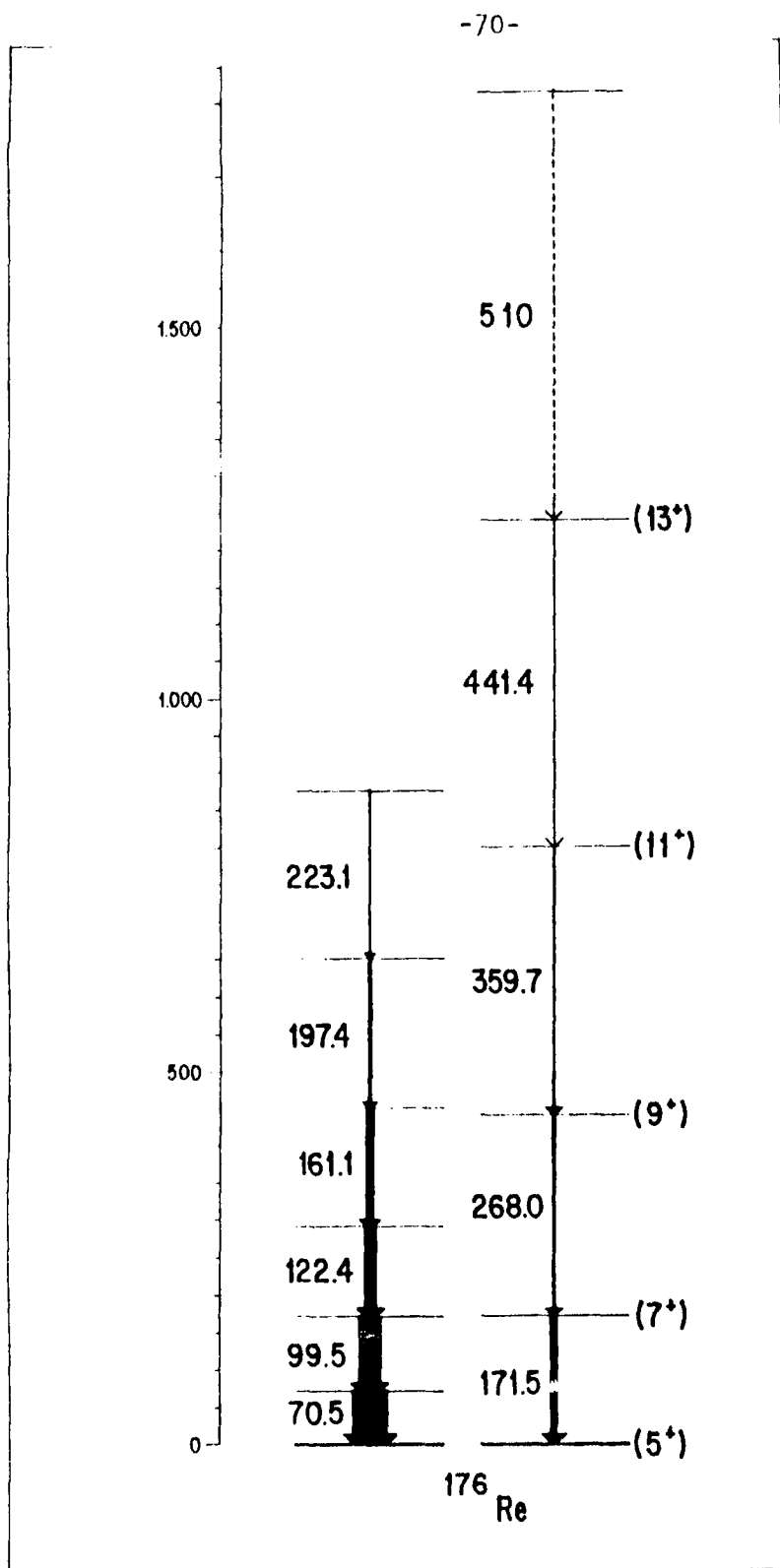
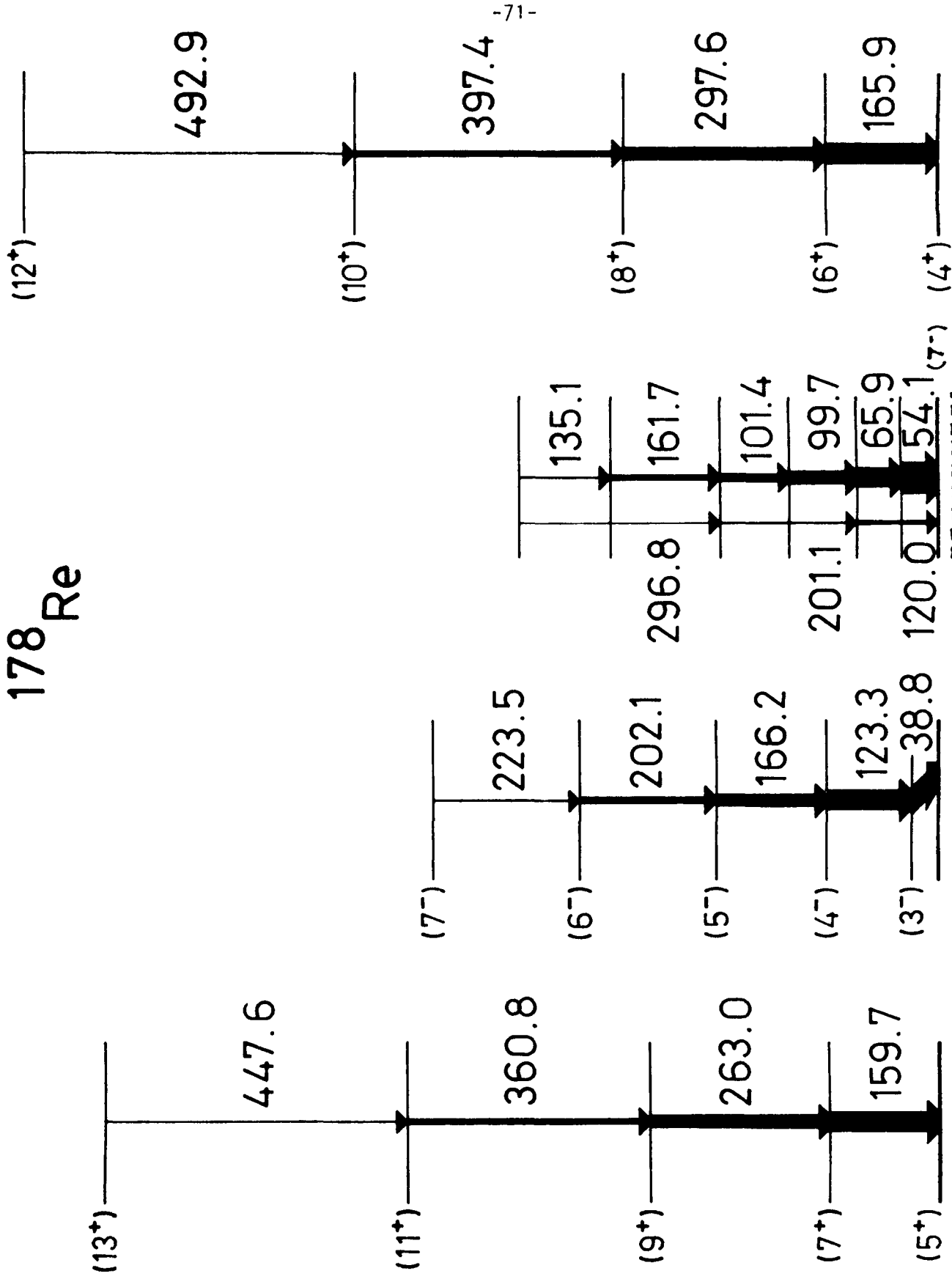


fig 1.

# $^{178}\text{Re}$



$\pi h^{9/2} \otimes \nu^{1/2} [521]$      $\pi h^{5/2} [402] \otimes \nu^{1/2} [521]$      $\pi h^{9/2} \otimes \nu^{13/2}$      $\pi h^{9/2} \otimes \nu^{1/2} [521]$

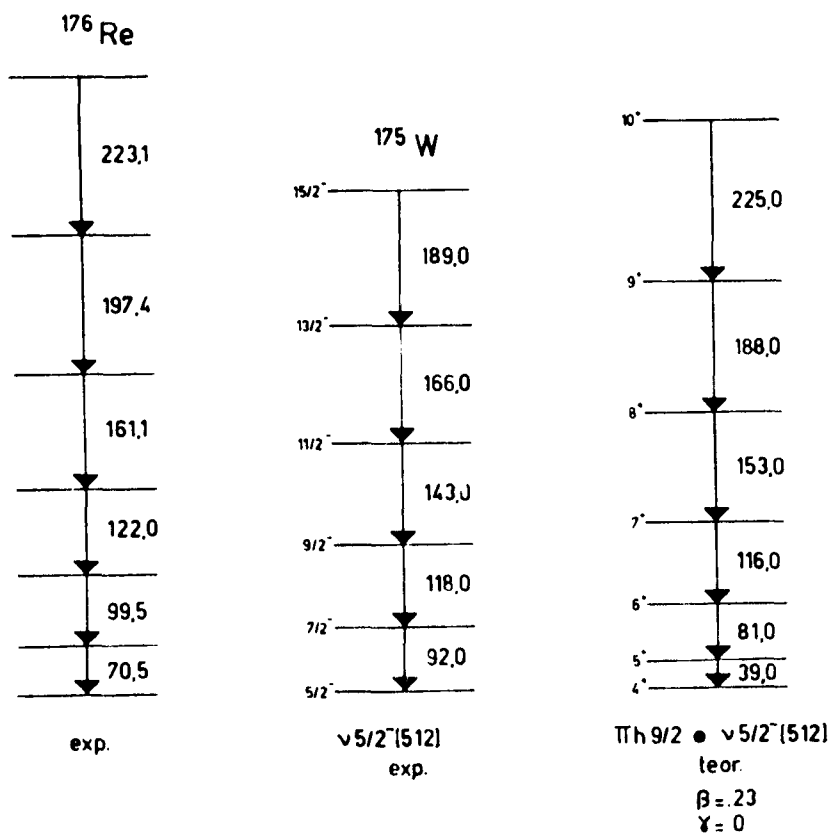


Fig. 3

$^{178}\text{Re}$

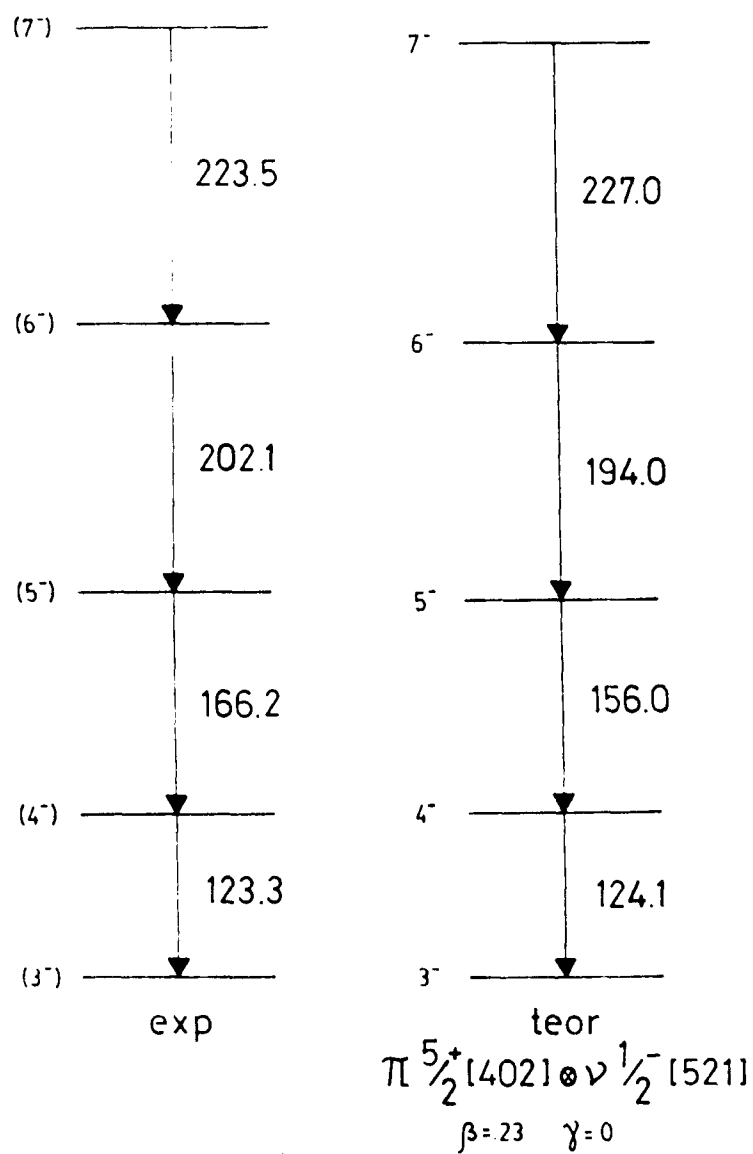


fig. 4

$^{178}\text{Re}$

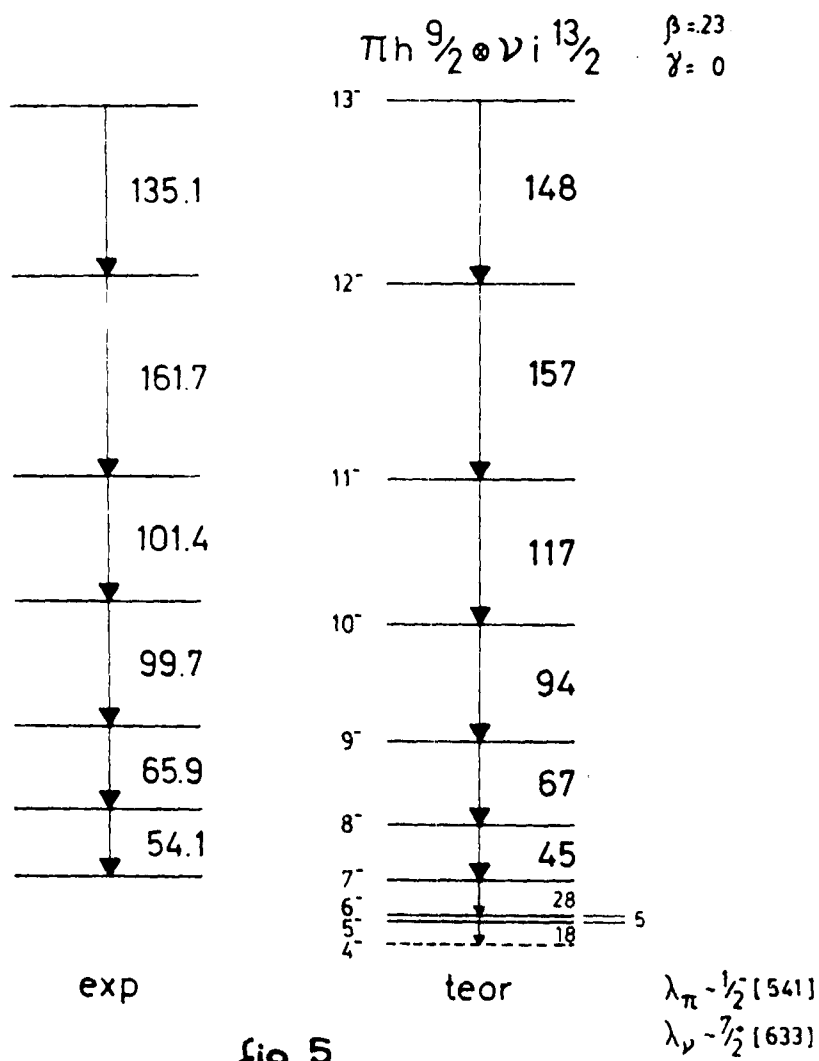


fig. 5

## ESTRUCTURAS ROTACIONALES EN $^{172}\text{Ta}$

D.Hojman, A.J.Kreiner, J.Davidson  
M.Davidson, M.Debray, G.Falcone y D.Santos

Depto. de Física, C.N.E.A.

C.Beausang, D.B.Fossan y E.Paul  
Lab. Estructura Nuclear, Univ. Nueva York, Stony Brook

El núcleo  $^{172}\text{Ta}$  fue estudiado a través de una colaboración entre el Laboratorio de Estructura Nuclear de la Universidad de Nueva York en Stony Brook y el Laboratorio TANDAR de la CNEA. Se ensayó primero la reacción  $^{150}\text{Tb}(^{18}\text{O},5n)$  en el rango de energías  $E(^{18}\text{O})=80-96$  MeV, encontrándose que su sección eficaz se hacía máxima a 89 MeV. A esta energía se midieron coincidencias  $\gamma$ - $\gamma$  con un conjunto de cuatro detectores de Ge hiperpuro de alta resolución, cada uno rodeado por un blindaje anticompton de BGO, y un filtro de multiplicidad de BGO. Esta medición permitió establecer un esquema de niveles de alto momento angular sumamente completo y totalmente nuevo. Para la determinación de espines y paridades se realizó una medición de electrones de conversión interna usando un espectrómetro del tipo mini-naranja, mediante la reacción  $^{162}\text{Dy}(^{14}\text{N},4n)$  a una energía  $E=71.5$  MeV. Esta medición incluyó la realización de coincidencias  $e^{-}\gamma$  de cinco parámetros [ $E(\gamma_1)$ ,  $E(\gamma_2)$ ,  $E(e^{-})$ ,  $t(\gamma_1-e^{-})$ ,  $t(\gamma_2-e^{-})$ ].

Las bandas doblemente desacopladas en núcleos doblemente impares están vinculadas al hecho de que los nucleones de valencia se encuentran ocupando predominantemente orbitales con  $\Omega=1/2$  con parámetros de desacoplamiento iguales o mayores que uno. Dichos orbitales corresponden, en la zona de las tierras raras, al  $1/2^- [541]$  para el protón impar y el  $1/2^- [521]$  para el neutrón impar. Por otra parte, las cabezas de banda correspondientes son los estados fundamentales, o están muy próximos a ellos, en los núcleos impares vecinos. En la figura 1 graficamos las energías de las cabezas de banda para el orbital  $1/2^- [541]$  en función del número de neutrones para distintos elementos con Z impar, observando que para el Ta uno de los mejores candidatos para este tipo de fenómeno es el  $^{172}\text{Ta}$ .

El arreglo experimental usado en conjunción con la reacción  $^{150}\text{Tb}(^{18}\text{O},5n)$  se indica en la figura 2.a. Los cuatro detectores fueron ajustados a igual ganancia, constituyendo, a los fines prácticos, 6 pares de detectores, con los que se llevaron a cabo coincidencias  $\gamma$ - $\gamma$ . Como resultado de esta experiencia se identificaron tres cascadas dipolares y una cuadrupolar, (se pueden apreciar dos de ellas, la cuadrupolar y una dipolar, en las figuras 3 y 4 respectivamente), dando lugar a un esquema de niveles totalmente nuevo, el cual puede ser observado en la figura 5. La asignación de espines y paridades de las cabezas de banda se ha realizado por comparación con distintas cascadas en el  $^{174}\text{Ta}$  [1] y en el  $^{171}\text{Hf}$  [2], dado que los orbitales  $\tilde{\pi} 1/2^- [541]$  y  $\tilde{\nu} 1/2^- [521]$ , al ser acoplados con otros correspondientes a los núcleos impares vecinos, actúan como "espectadores", dando lugar a cascadas muy similares a las de los orbitales con los que se acoplan. Para el estudio de las multipolaridades de las transiciones se realizó, en el Laboratorio TANDAR de la CNEA, otra experiencia a través de la reacción  $^{162}\text{Dy}(^{14}\text{N},4n)$ , en la que se efectuaron coincidencias  $e^-$ - $\gamma$  y simultáneamente espectros simples de electrones de conversión interna utilizando un espectrómetro del tipo mini-naranja [3]. Este es un instrumento que consiste en

pequeños imanes permanentes y que produce un corte a bajas energías evitando así que los rayos  $\delta$  saturen al detector, impidiendo la medición. El arreglo experimental puede observarse en la figura 2.b.. La figura 6 muestra un espectro simple de  $e^-$  de alta estadística que da cuenta de la información obtenida.

La banda doblemente desacoplada (figura 3) puede ser analizada en el marco de modelo Cranking [4]. Para ello calculamos las frecuencias de rotación experimentales a partir de las energías de transición

$$\hbar \omega_n = [E(\alpha+1) - E(\alpha-1)] / [I_x(\alpha+1) - I_x(\alpha-1)] \quad (1)$$

y expresamos el momento angular total según el eje de rotación  $I_x$  como la suma de dos contribuciones, una de partícula ( $i$  = alineamiento) y otra colectiva

$$I_x(\omega) = i(\omega) + [\mathcal{J}_0(\omega) + \mathcal{J}_1(\omega) * \omega^2] * \omega \quad (2)$$

A continuación resolvemos para grupos de tres transiciones, obteniendo los alineamientos promedio y los momentos de inercia totales  $(\mathcal{J}_0(\omega) + \mathcal{J}_1(\omega) * \omega^2)$  en función de  $\omega$ . Hacemos lo propio con los núcleos impares vecinos ( $^{171}\text{Ta}$  y  $^{171}\text{Hf}$ ) y con el par-par correspondiente ( $^{170}\text{Hf}$ ), dando lugar a los gráficos de las figuras 7 y 8 en las que se puede visualizar la gran aditividad que presentan las contribuciones de los nucleones impares con relación a la de los dos nucleones en el impar-impar.

#### Referencias:

- [1] J.C.Bacelar et al., Nucl. Phys. A442 (1985) 547.
- [2] I.Rezanca et. al., Nucl. Phys. A197 (1972) 430.
- [3] W.Neumann et al., Nucl. Instr. and Meth. 164 (1979) 539.
- [4] R.Bengtsson et al., Nucl. Phys. A327 (1979) 139.

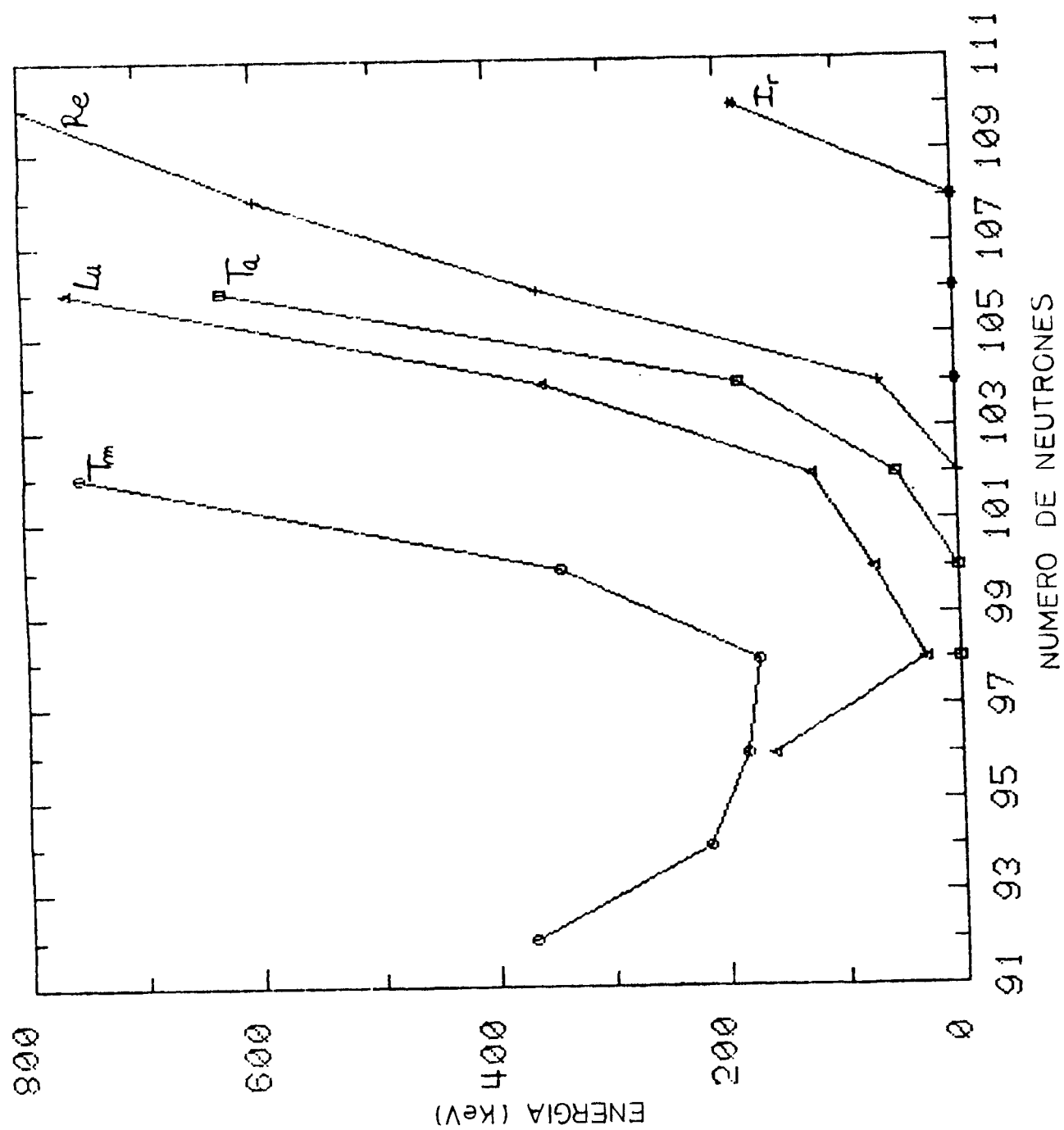


FIG. 1

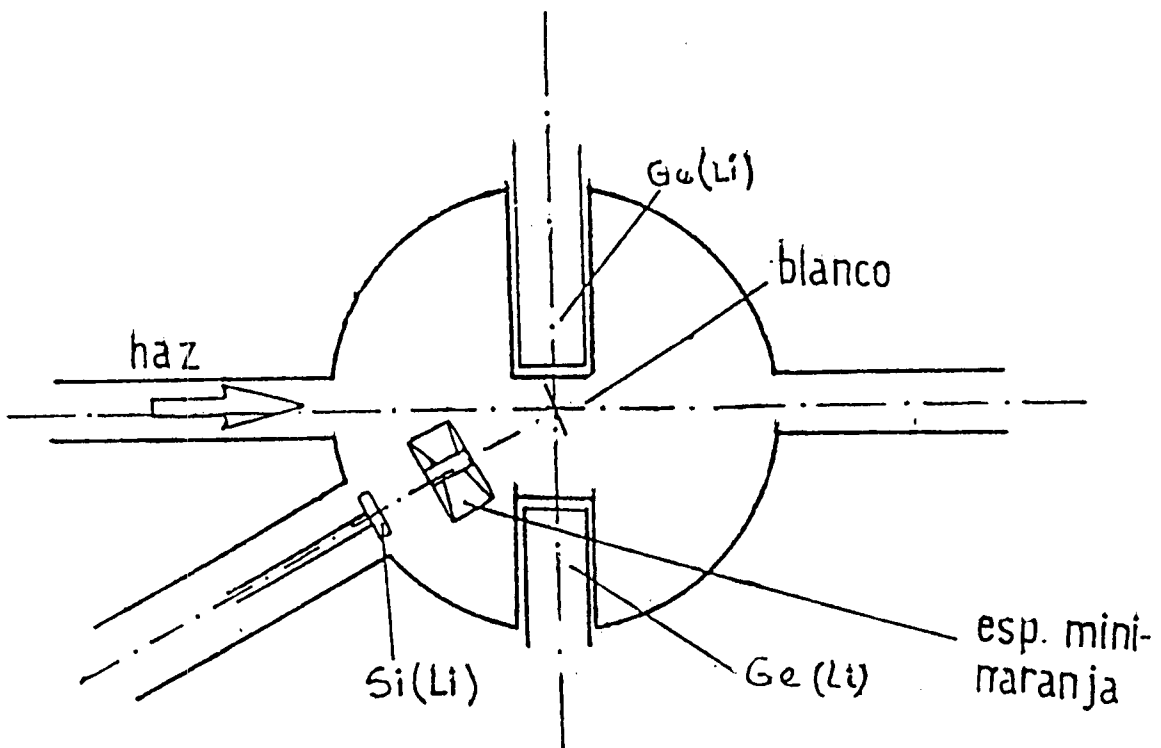
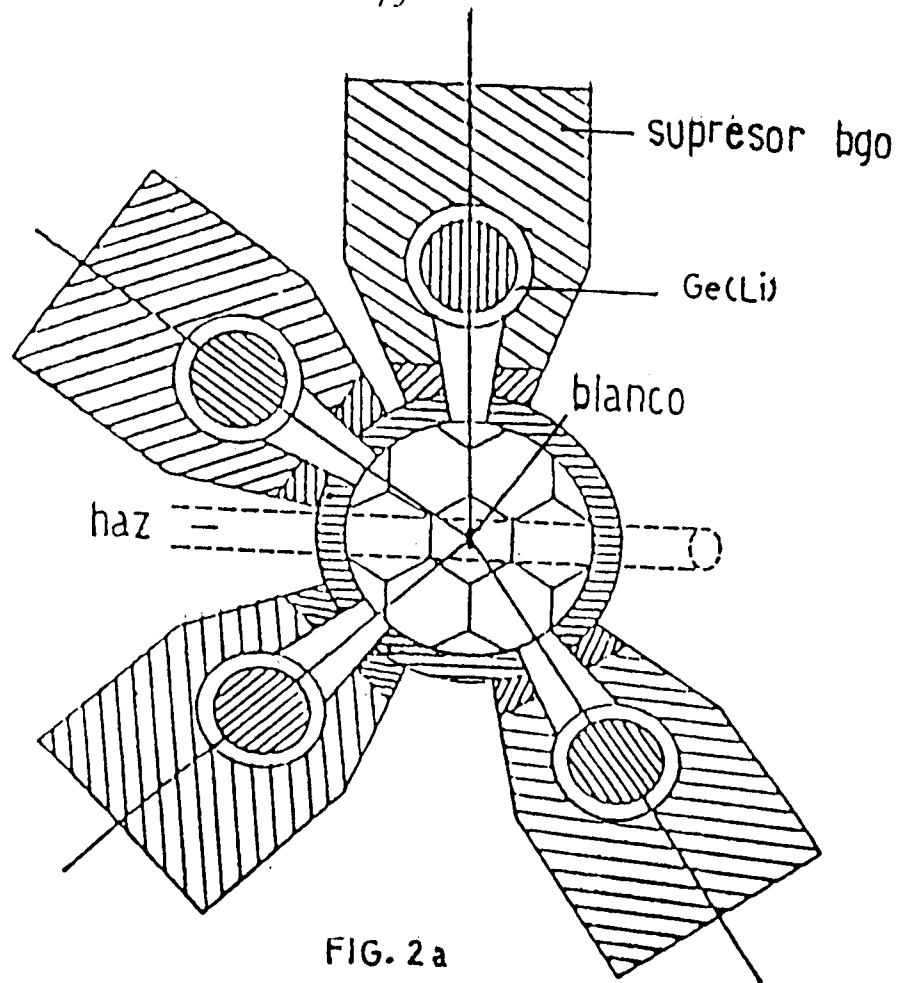


FIG. 2b

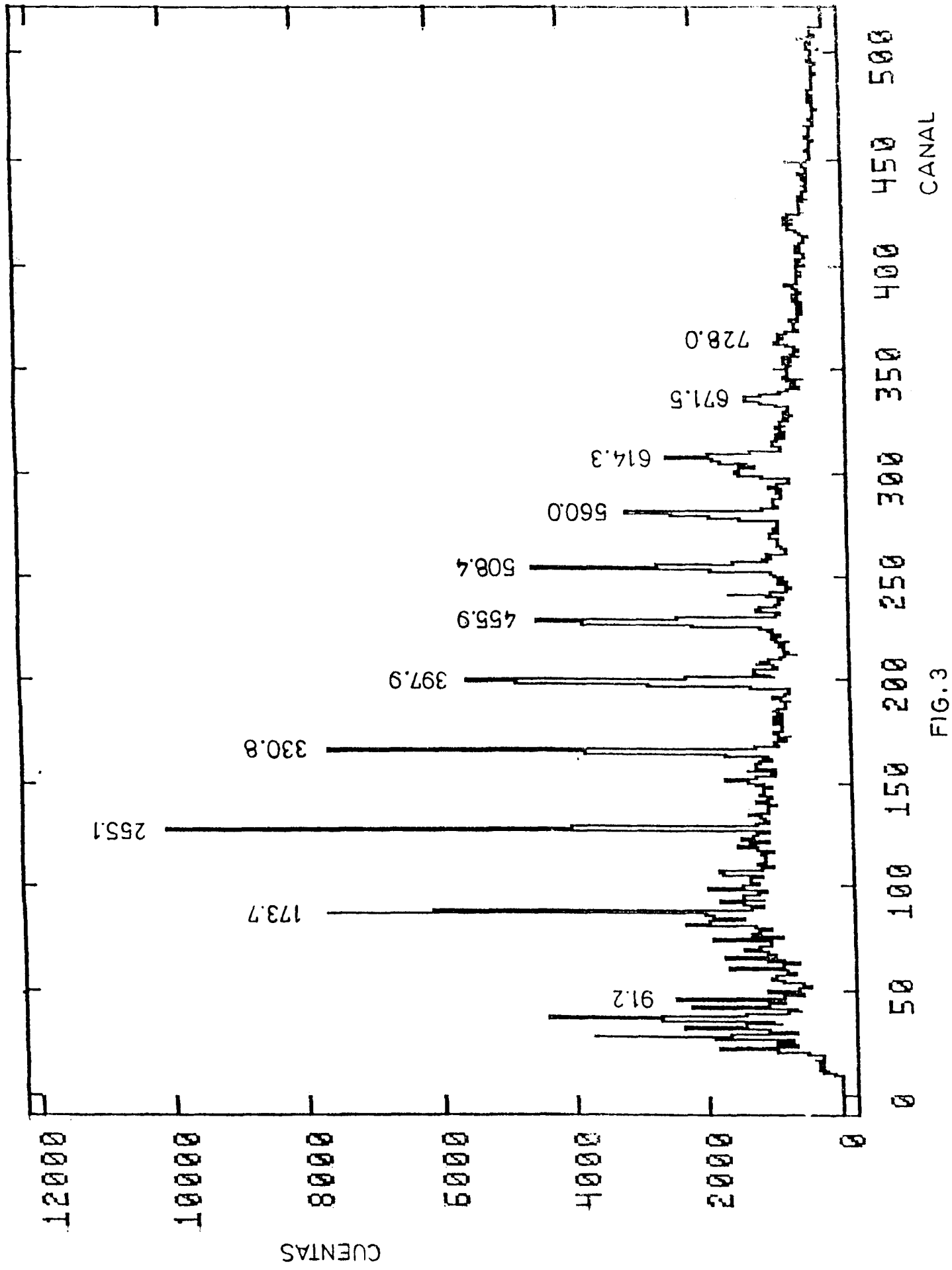
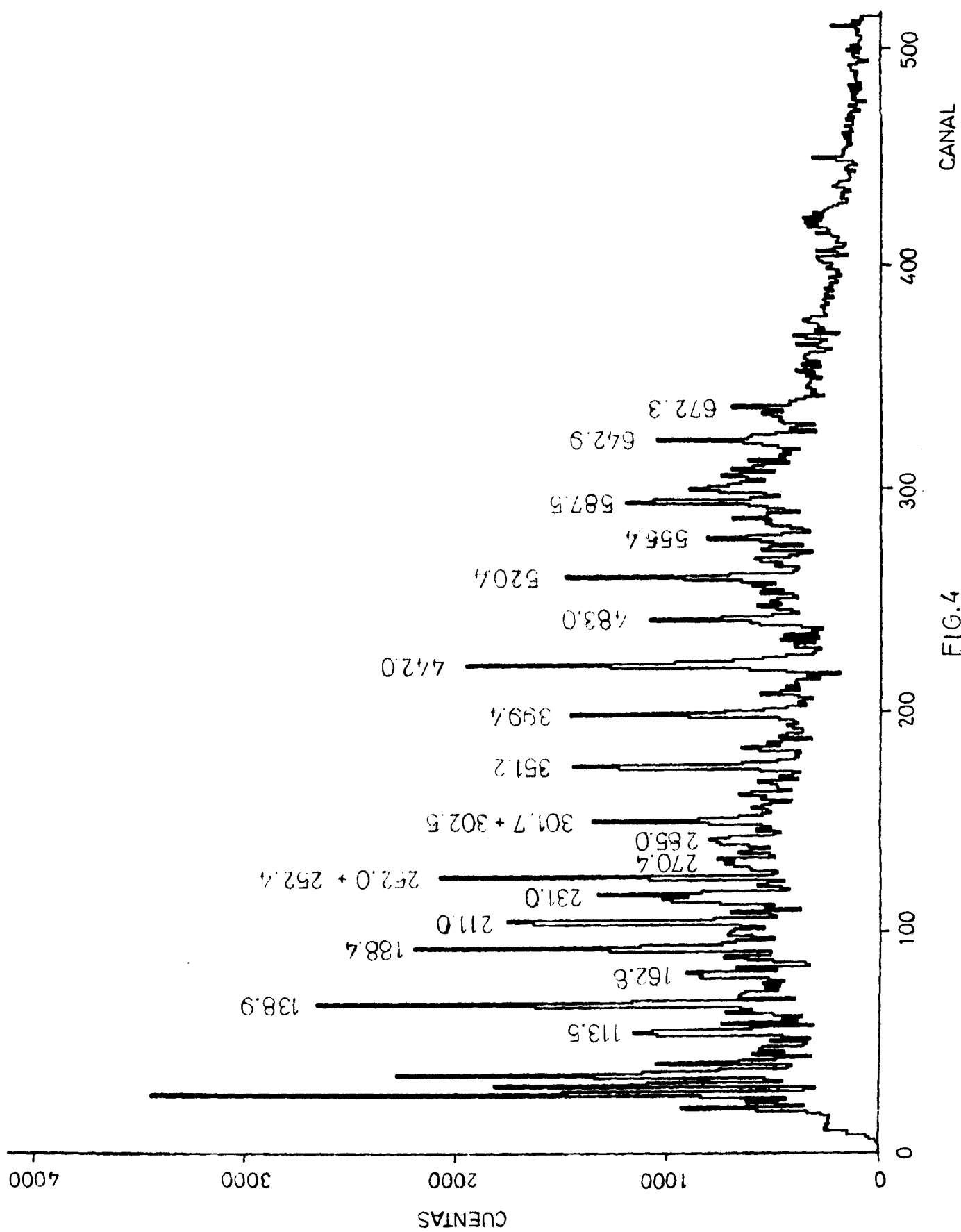


FIG. 3



172 T<sub>0</sub>

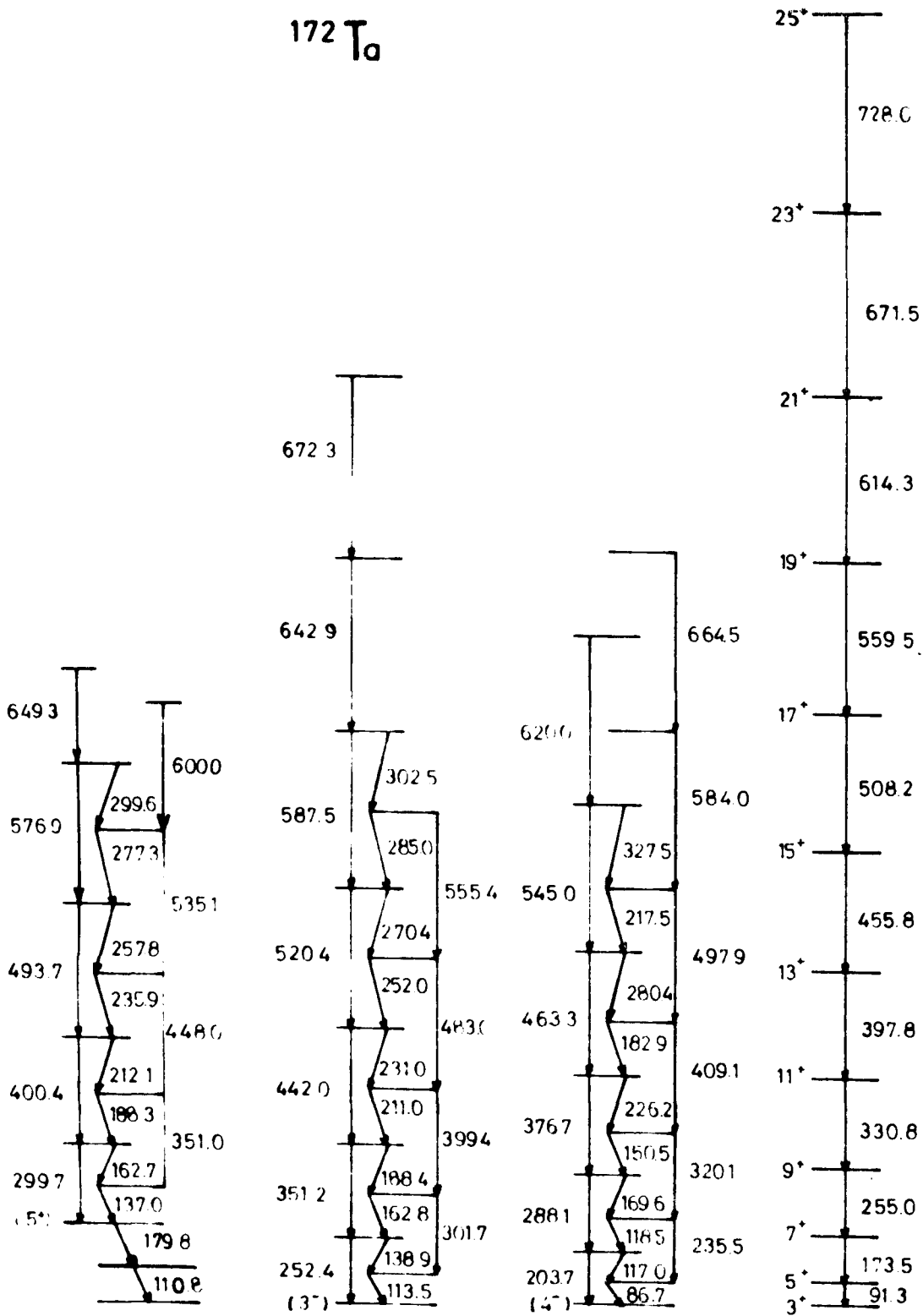
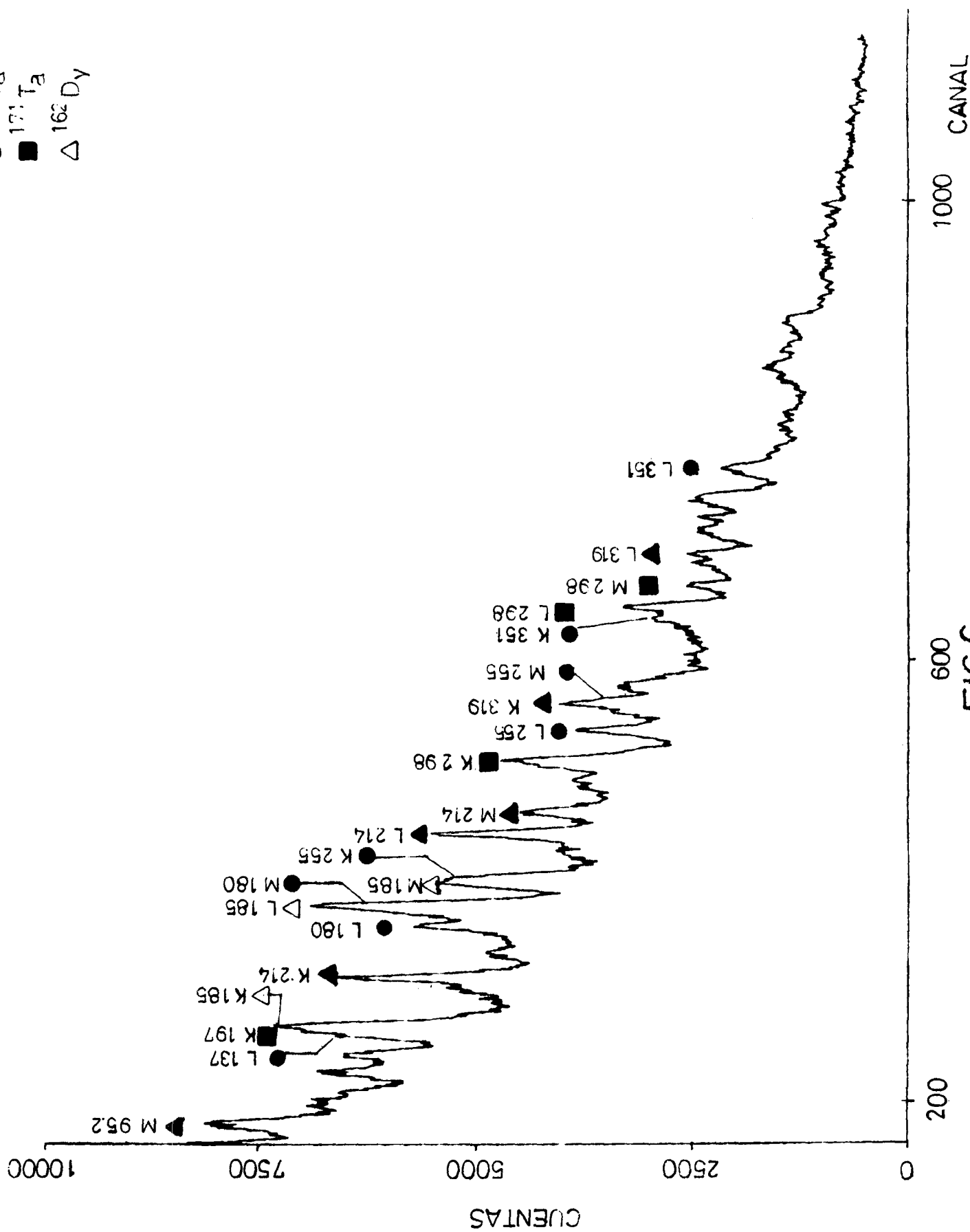


FIG. 5

$\blacktriangle$   $^{172}\text{Hf}$   
 $\bullet$   $^{172}\text{Ta}$   
 $\blacksquare$   $^{171}\text{Ta}$   
 $\triangle$   $^{162}\text{Dy}$



# ALINEAMIENTOS (RES. 3X3)

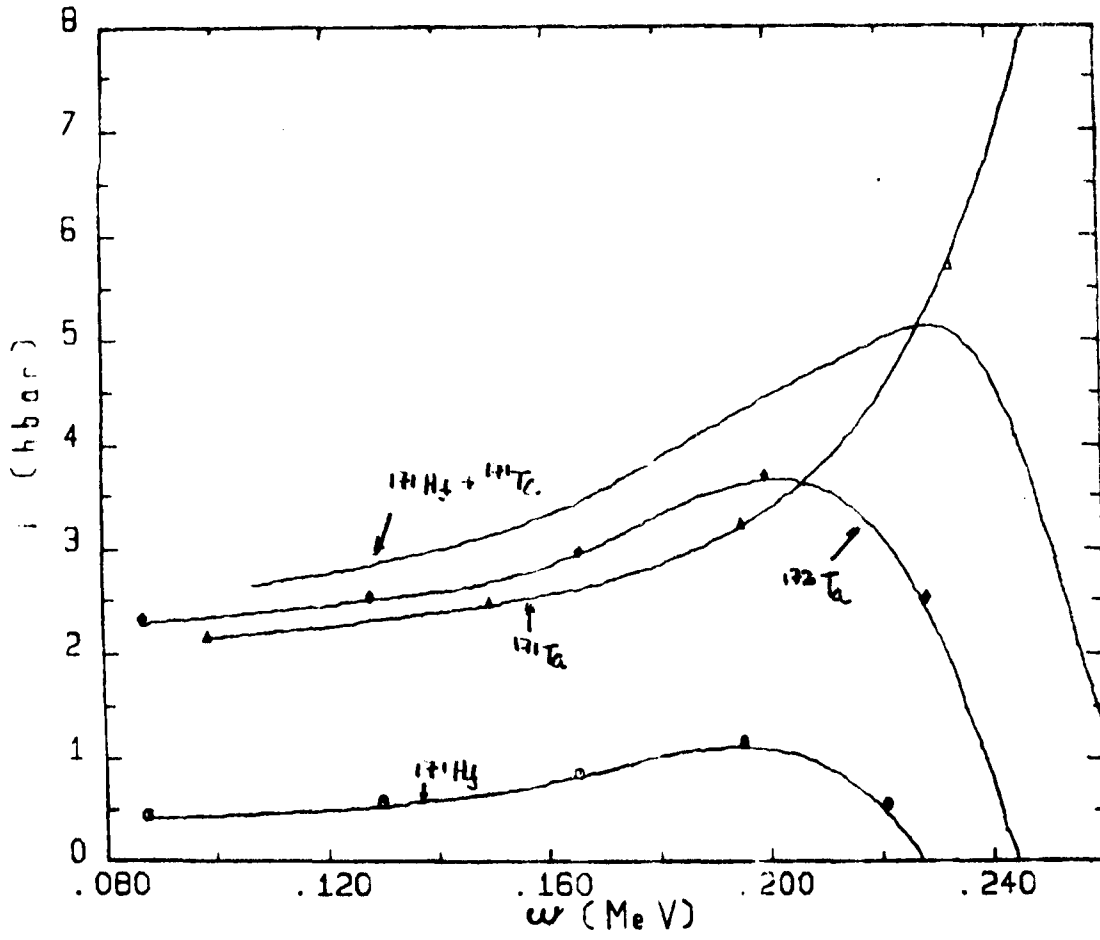


FIG. 7

# MOM. INER. TOTAL (RES. 3X3)

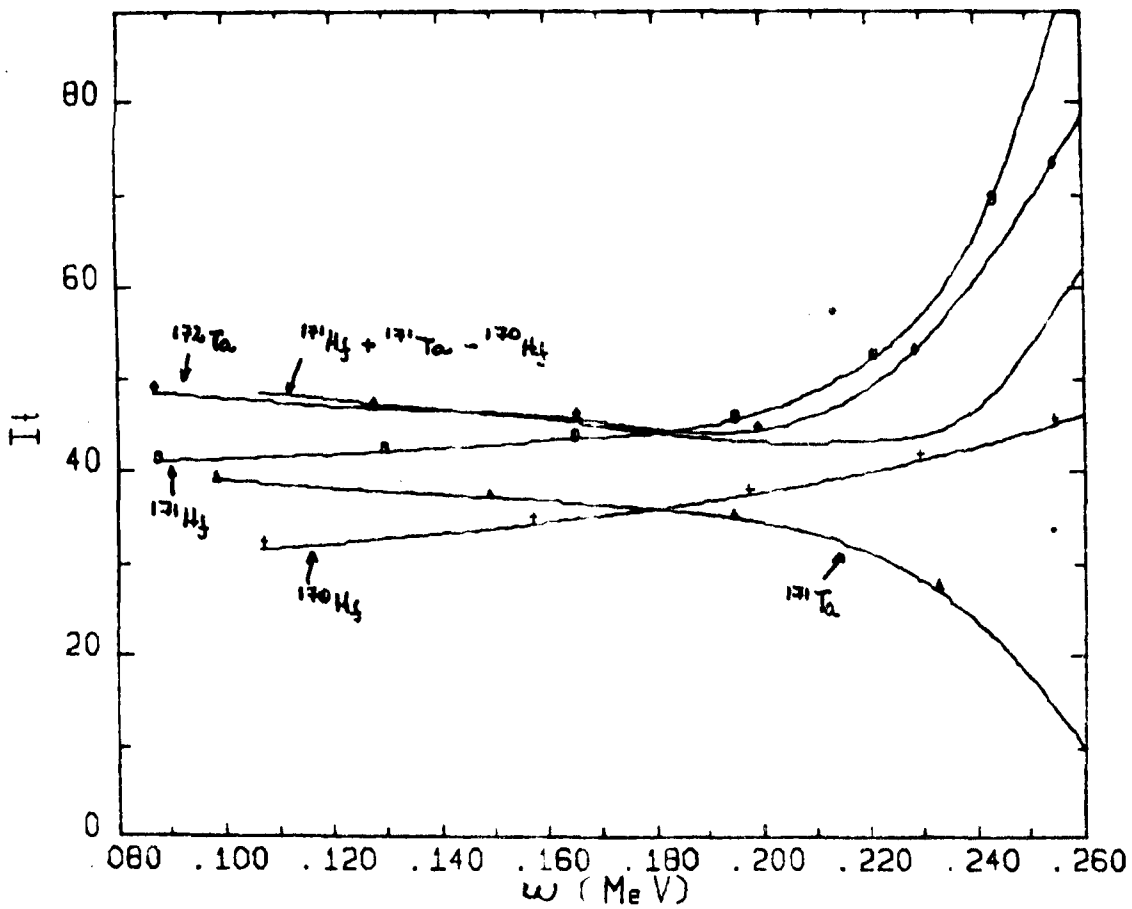


FIG. 8

## C-2

Martes 23 - 15:45 hs.

Moderador: A. Ferrero

1. Contenido de Plomo en aerosoles atmosféricos por el método PIXE.  
A. Caridi, M. Davidson, J. Davidson, M. Debray, G. Falcone, D. Hojman, A. Kreiner, D. Santos
2. Determinación de la concentración de hidrógeno superficial utilizando reacciones nucleares.  
M. Alurralde, E. Garcia, G. Garcia Bermúdez, M. A. Cardona, A. Filevich
3. Procesos de captura electrónica con emisión de radiación en colisiones ion- átomo.  
R. G. Pregliasco
4. Los primeros 18 meses de operación del TANDAR.  
N. Fazzini, H. Gonzalez, S. Tau, A. Tersigni



CONTENIDO DE PLOMO EN AEROSOLES ATMOSFERICOS  
POR EL METODO PIXE.

A. CARIDI, M. DAVIDSON, J. DAVIDSON, M. DEBRAY,  
G. FALCONE, D. HOJMAN, A. J. KREINER, D. SANTOS.

PIXE (Particle Induced X-Ray Emission) es actualmente la técnica analítica más poderosa para medir concentraciones multielementales de muestras pequeñas en niveles de ppm o menores. Su característica más sobresaliente es la de permitir el análisis de prácticamente todos los elementos de la tabla periódica con la misma sensibilidad. Es posible el análisis de más de 20 elementos simultáneamente en cada muestra con una irradiación de pocos minutos a una intensidad de corriente que no supera los 10nA.

En la mayoría de los laboratorios de Física Nuclear se ha trabajado en PIXE con haz de protones de energía menor a los 7MeV debido fundamentalmente a la disponibilidad de aceleradores que proveen ese tipo de proyectil.

El acelerador Tandem de CNEA permite trabajar con iones pesados de alta energía lo que abre un nuevo campo de trabajo en PIXE ya que existen muy pocas mediciones con este tipo de iones.(8-11)

El trabajo que hemos comenzado en PIXE tiene como finalidades:

1. Puesta a punto de la técnica para aplicaciones en:

a) Contaminación ambiental(aire, agua, alimentos)

b) Análisis de trazas(Biología, Ciencias de Materiales, etc.)

c) Arqueología

Actualmente las aplicaciones están dirigidas al área de la contaminación ambiental como se describe más adelante en forma detallada.

2. Estudio del proceso de producción de rayos-X vía iones pesados (HEHIXE).

En PIXE la sección eficaz de producción de rayos-X está dada por la expresión:

$$\sigma_p = Z_1^2 f(E_1/A_1) \quad [11]$$

siendo  $Z_1$ ,  $E_1$ ,  $A_1$ , la carga, energía y n° de masa del proyectil (11). Esto indicaría en principio un valor mayor para  $\sigma_p$  cuando se trabaja con iones pesados respecto a protones. Sin embargo la relación no es tan sencilla por cuanto en HEHIXE es necesario considerar las vacancias múltiples producidas que pueden modificar el rendimiento de fluorescencia.

El fondo del espectro obtenido se ve influenciado por 3 factores:

- 1) Bremsstrahlung de electrones secundarios.
- 2) Bremsstrahlung del proyectil.
- 3) Contribuciones de dispersión Compton de radiación  $\gamma$  proveniente de estados nucleares excitados.

El Bremsstrahlung de electrones secundarios produce un continuo de radiación electromagnética muy pronunciado a bajas energías pero que disminuye a partir del valor

$$E_x = (4 m E_1) / (M_1 A_1) \quad [12]$$

que es la energía máxima transferible por un proyectil de masa

$A_1$ ,  $M_1$  y energía  $E_1$  a un electrón libre de masa  $m$  (11). El valor de  $E_x$  marca el límite a partir del cual es posible medir la radiación  $X$  característica de los elementos cuya concentración se desea determinar.

El Bremsstrahlung producido por el proyectil ( $Z_1$ ,  $A_1$ ,  $E_1$ ) al colisionar con los átomos de la matriz ( $Z$ ,  $A$ ) tiene una expresión para la sección eficaz dada por (12)

$$d\sigma/dE_r = K A_1 Z_1^2 Z^2 (Z_1/A_1 - Z/A)^2 / (E_1 E_r) \quad [3]$$

Cuando la matriz del blanco tiene como componente mayoritario al C como en el caso de las membranas millipore o nuclepore resulta  $Z/A \approx 1/2$ . Utilizando como proyectil  $^{12}_6\text{C}$ ,  $^{16}_8\text{O}$  o  $^4_2\text{He}$  la relación  $Z_1/A_1$  es  $\approx 1/2$ , vale decir que el término entre paréntesis resulta cercano a cero, con lo cual se elimina esta componente en el fondo, lo que representa una ventaja respecto al uso de protones.

La dispersión Compton de rayos  $\gamma$  depende fundamentalmente de la barrera coulombiana, por lo que este efecto puede reducirse modificando las condiciones de irradiación.

### DESARROLLO EXPERIMENTAL

En la Figura 1 puede observarse un esquema del montaje para PIXE. El detector se encuentra en un ángulo de  $90^\circ$  respecto de la dirección de incidencia del haz, mientras que la folia que soporta la muestra forma un ángulo de  $45^\circ$  con la misma dirección.

El procesamiento por computadora de los datos se hace a

posteriori del experimento.

La cámara de irradiación es de acero inoxidable con blindaje de aluminio para evitar la fluorescencia inducida en los elementos componentes del acero.

Las muestras analizadas de aerosoles atmosféricos se obtuvieron filtrando aire de distintas zonas de la ciudad de Ba. As., sobre membranas nuclepore.

El equipo muestreador está compuesto por una bomba de diafragma y un portafiltro de plástico adentro del cual se coloca la membrana filtrante nuclepore de 47 mm de diámetro y 0.47  $\mu$ m de tamaño de poro.

El aire se filtró para cada muestra durante 24 horas a una velocidad de flujo de 4 l/minuto.

Las membranas con el material particulado se montaron sobre un marco de Al (pureza 99.999%) de 21 mm x 195 mm con un área central circular de 10mm de diámetro.

Con el fin de comprobar la homogeneidad del material recogido se dividieron las membranas en parte central y periférica. El análisis de ambas partes dio resultados concordantes en cuanto al contenido de Pb dentro del error experimental.

El interés del trabajo se centró en el análisis de la concentración de Pb por considerarlo un peligroso contaminante proveniente de las naftas a través del Tetraetil Plomo utilizado como mejorador del octanaje.

El transporte de pasajeros, en cambio, no influye en el contenido de Pb en aire puesto que el gas-oil está adicionado con cetanos que no contienen dicho elemento.

El muestreo se hizo en zonas de bajo, medio y elevado flujo de

automóviles.

Desde el punto de vista cuantitativo la expresión que relaciona la concentración elemental con los parámetros físicos del sistema está dada por:

$$N_m = \frac{\epsilon \times \Omega \times \Delta t_{med} \times 3.76 \times \rho t \times \sigma_p \times 10^6 \times i \Delta t_{real}}{4\pi \times \Delta t_{real} \times PM \times Q} \quad [4]$$

donde:

$N_m$  = área del pico

$\rho t$  = concentración ( $\text{mg}/\text{cm}^2$ )

$i \Delta t_{real}$  = carga total integrada

$Q$  = estado de carga del proyectil

$\sigma_p$  = sección eficaz de producción de rayos X

$PM$  = peso molecular

$\epsilon$  = eficiencia del detector

$\Omega$  = ángulo sólido del detector

En la expresión [4] se observa que todos los parámetros pueden ser medidos con lo cual el método se convierte en un método analítico absoluto.

Los cálculos para  $\epsilon$  y  $\Omega$  se hicieron a partir de una fuente calibrada de  $^{241}\text{Am}$ .

La  $\sigma_p$  para  $\text{Pb}_{L\beta}$  se midió con un standard Micro-matter de Pb.

El valor de la carga total integrada se obtuvo mediante una copa de Faraday con tensión de supresión montada al final de la línea de irradiación.

La Tabla 1 muestra las condiciones de trabajo y los resultados obtenidos. Los valores cercanos o superiores al límite máximo permitido corresponden a zonas de alto flujo automovilístico. El



SECCION EFICAZ DE PRODUCCION DE RAYOS X PARA  $Pb_{L\beta_1}$

VALOR MEDIDO:

$\sigma_p Pb_{L\beta_1}$  15% barn

CONDICIONES EXPERIMENTALES DE IRRADIACION

HAZ:

$^{12}C$

ENERGIA:

54 Mev

ESTADO DE CARGA:

+ 4

TIEMPO DE IRRADIACION:

$\sim 10$  minutos

INTENSIDAD DE CORRIENTE:

$\sim 2$  nA

CONTENIDO DE Pb EN AEROSOLAS ATMOSFERICOS

NORMA PARA LA CAPTACION DE Pb A NIVEL NACIONAL:  $1 \mu g/m^3$

VALORES OBTENIDOS EXPERIMENTALMENTE:  $[\mu g/m^3]$

| PALOMAR             | TANDAR              | V. BALLESTER        | DEVOTO             | SEDE              |
|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|-------------------|
| $0.27^{+}_{-} 0.17$ | $0.96^{+}_{-} 0.40$ | $1.15^{+}_{-} 0.18$ | $1.46^{+}_{-} 0.6$ | $3.5^{+}_{-} 0.8$ |

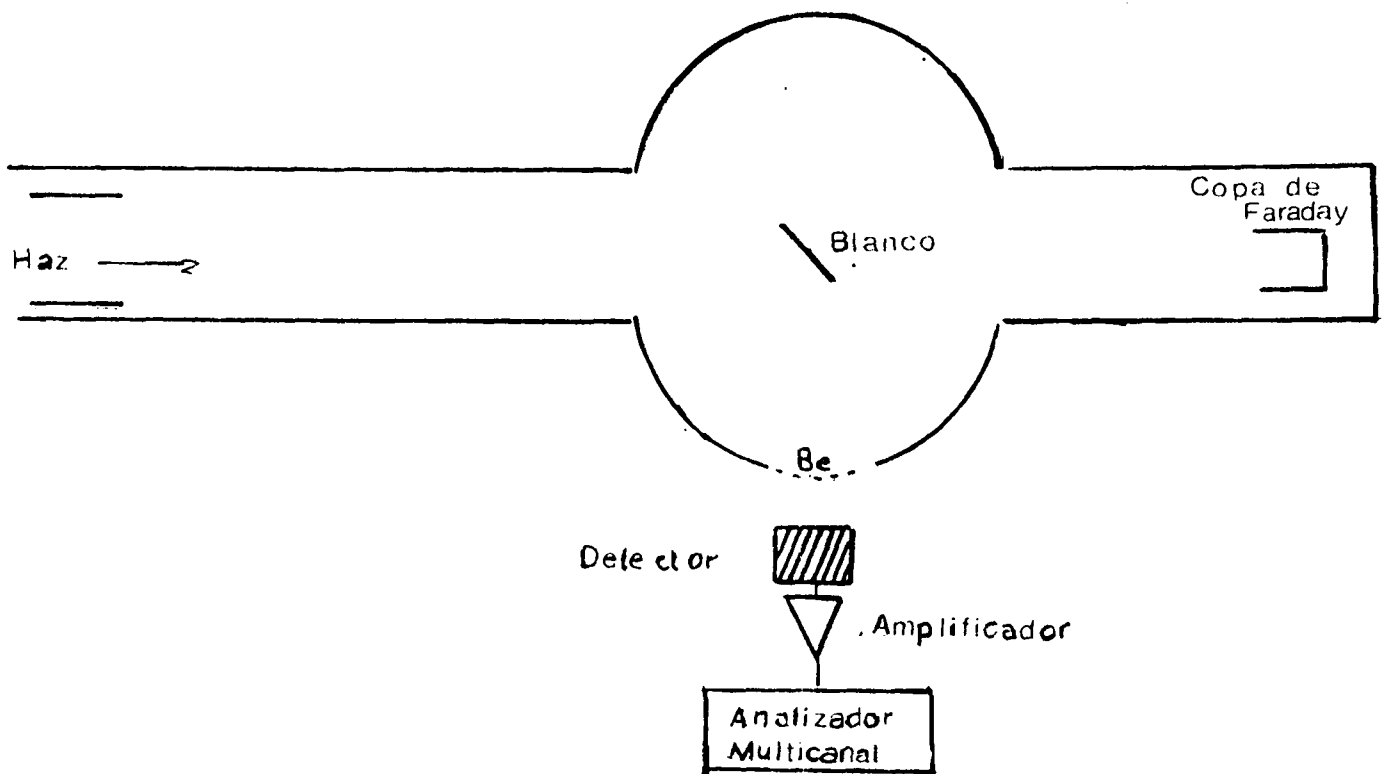
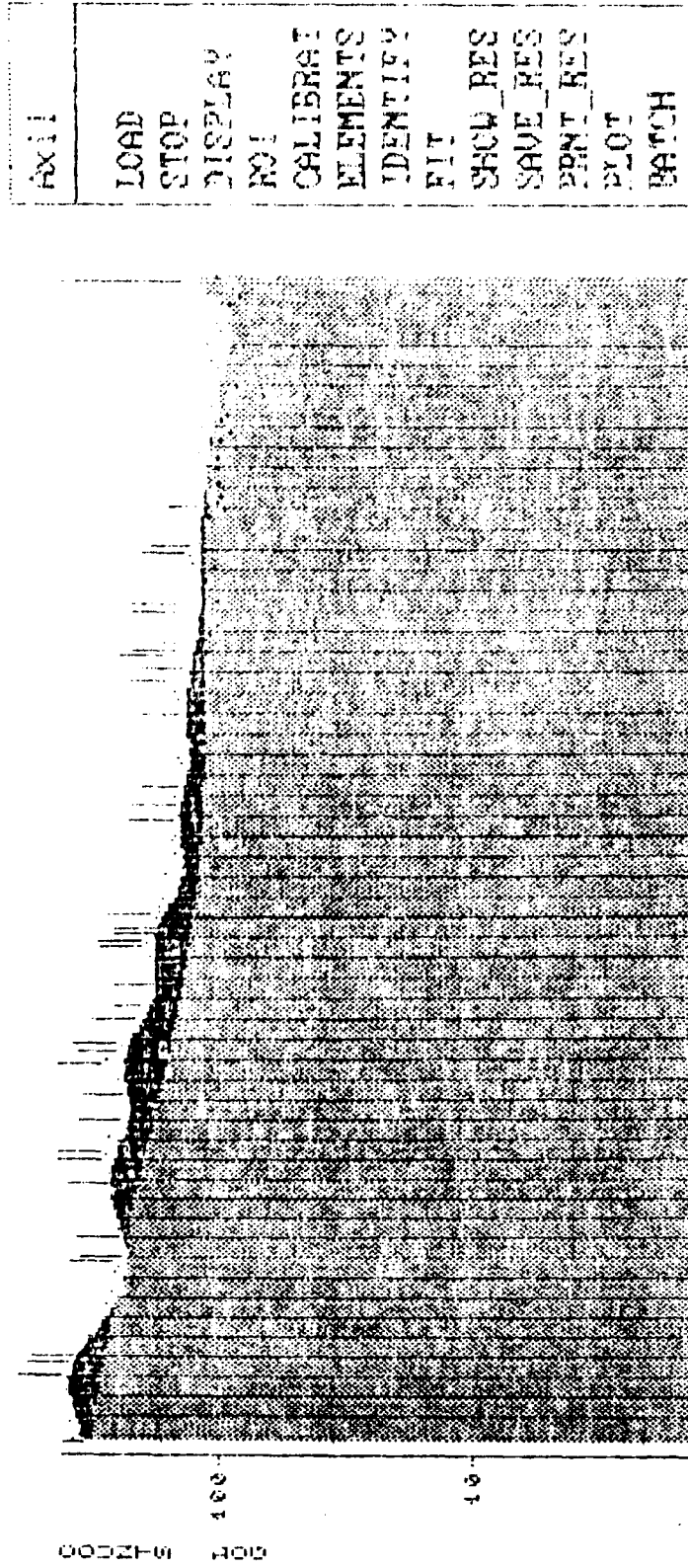


Figura 1.

Spectrum AIREANDP.SPE Iteration 8 Chi-square= 1.499 %Dif= 2.61

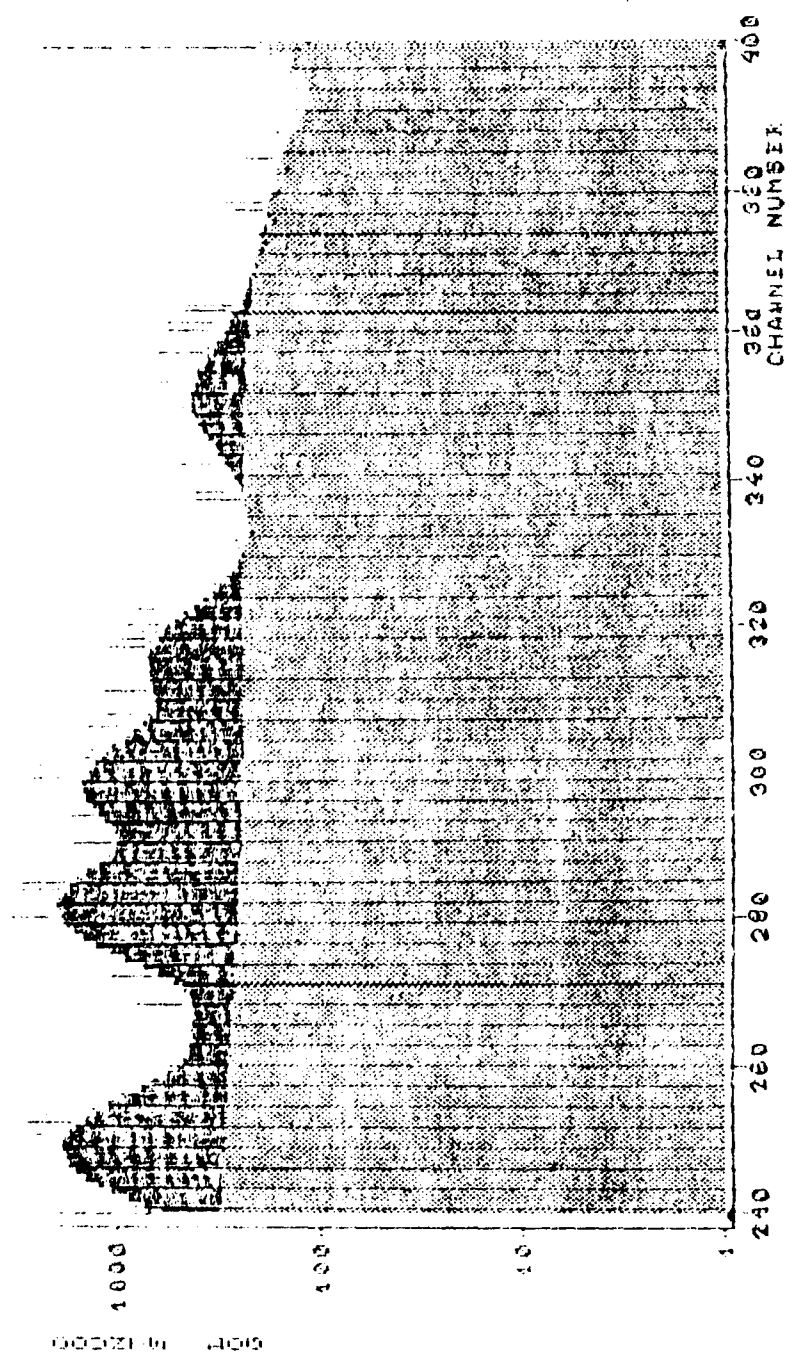


>>PLOT

FIGURA 2

Spectrum AIRESPE.SPE    Iteration 12    Chi-square= 2.291    %Diff= 1.8

|           |
|-----------|
| Exit      |
| Load      |
| Stop      |
| Display   |
| ROI       |
| Calibrat  |
| Elements  |
| Identify  |
| Fit       |
| Show_Res  |
| Save_Res  |
| Print_Res |
| Plot      |
| Batch     |



>>PLOT

FIGURA 3

DETERMINACION DE LA CONCENTRACION DE HIDROGENO SUPERFICIAL  
UTILIZANDO REACCIONES NUCLEARES

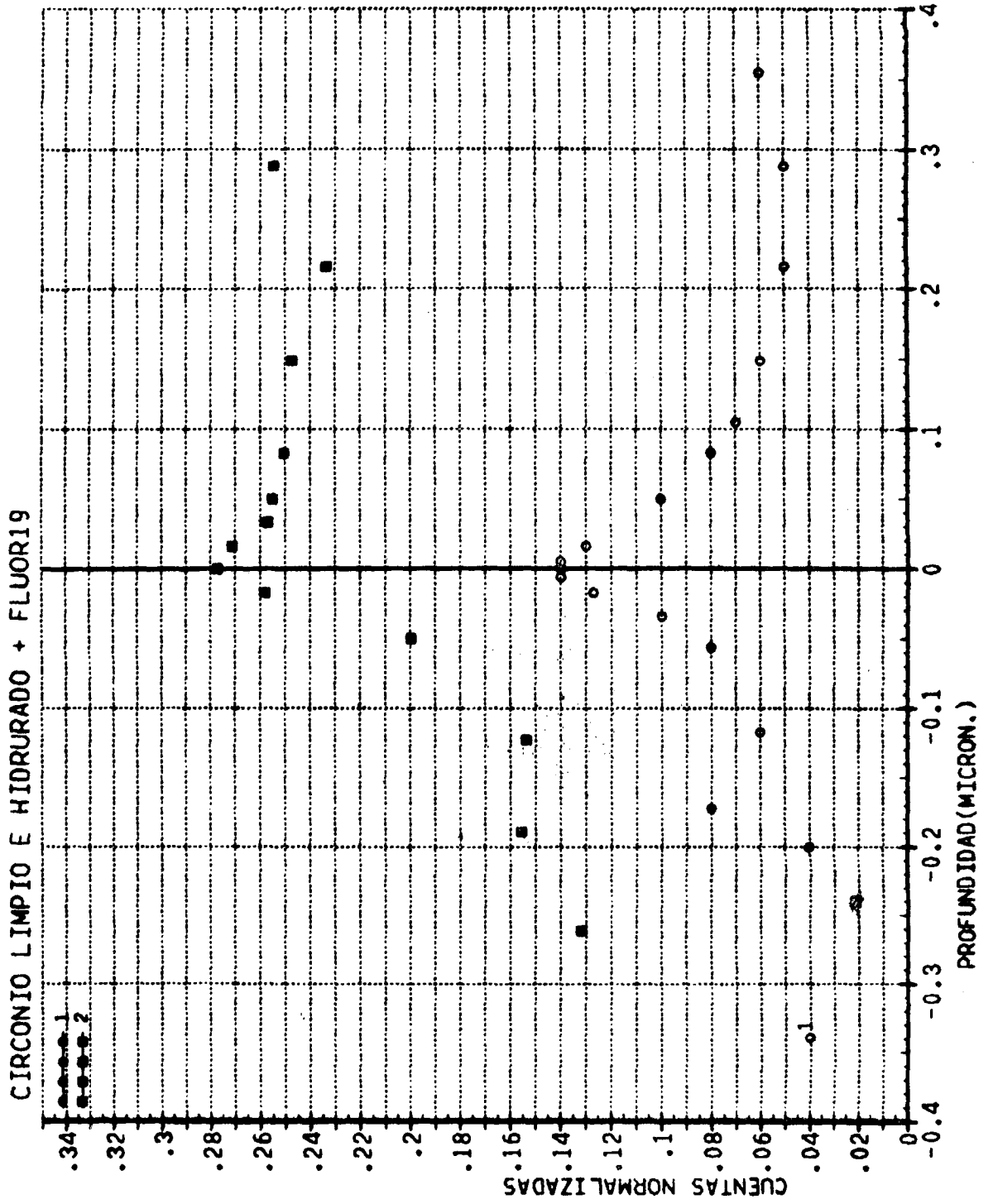
M.Alurralde, E.García, G.García Bermúdez, M.A.Cardona, A.Filevich

La medición de la concentración de hidrógeno en zonas cercanas a la superficie tiene gran importancia debido a que es responsable por ejemplo de la fragilización del acero, mediador en ciertos procesos de corrosión, cambia las propiedades semiconductoras del silicio amorfo utilizado en celdas solares, para citar sólo algunos de los efectos. Al ser el elemento más abundante se encuentra presente en casi todos los materiales y por lo tanto su efecto es de gran importancia. Detectar su presencia presenta una dificultad muy grande ya que es prácticamente invisible para la mayoría de los métodos tradicionales como espectroscopía Auger, rayos X, activación neutrónica o Rutherford backscattering (RBS). Hace aproximadamente una década y con el propósito de analizar las primeras rocas lunares comenzaron a desarrollarse los métodos nucleares que permiten obtener el perfil de concentración de hidrógeno. Se utilizan las así llamadas reacciones resonantes de haces de  $^{19}\text{F}$  incidiendo en núcleos de hidrógeno. La característica fundamental de esta reacción es que se produce a una energía muy bien definida  $\pm 200$  KeV emitiendo un rayo gama de alta energía (6.3 MeV) que es detectado fácilmente sin que haya problemas de interferencia con el fondo ni con absorción en los diferentes materiales que rodean la muestra. El material a analizar se irradia a una energía ligeramente mayor que la de resonancia para dar posibilidad al haz de penetrar el material. El haz penetra y progresivamente va perdiendo su energía hasta llegar a una profundidad determinada en la cual llega a la energía de resonancia, se produce la reacción a esa profundidad y el número de rayos gama detectados será proporcional al número de átomos de hidrógeno en esa posición.

La propiedad que hace irremplazable el método es la posibilidad de medir el perfil en forma cuantitativa sin interferencia de la constitución química de la muestra. La profundidad accesible por esta técnica está restringida a las diferentes resonancias que presenta esta reacción. En el caso particular del  $^{19}\text{F}$  y de la resonancia de 25 MeV existe un intervalo de 6 MeV hasta ser perturbada la medición por otra resonancia de menor energía. Como el haz en Zr pierde del orden de 1.7 MeV/ $\mu\text{m}$ , permite analizar alrededor de 2 a 3  $\mu\text{m}$  de profundidad.

La Fig.1 muestra los resultados obtenidos analizando muestras de zirconio limpio e hidruado. En ambos casos se observa una alta concentración en la superficie debido a no tener un vacío muy alto. Es de hacer notar que el acelerador TANDAR para proveer haces de fluor a tan bajas energías tuvo que operar a voltajes de terminal en el orden de 4-5 MV el menor logrado hasta el momento con las dificultades de inestabilidad y bajas corrientes resultantes.

1. W.A.Ianford, p.363 1985. Treatise on heavy-ion science. Edited by D.Bromley.



## LOS PRIMEROS 18 MESES DE OPERACION DEL TANDAR

N.Fazzini, H.González, S.Tau y A.Tersigni

Comisión Nacional de Energía Atómica - Dto. de Física  
Av. del Libertador 8250, (1429) Buenos Aires, Argentina

Presentado por N.A.Fazzini

### RESUMEN

El acelerador de iones pesados TANDAR ha estado en operación de rutina desde Septiembre de 1985, después de un acuerdo hecho con NEC para posponer las pruebas de aceptación.

Una apreciable cantidad de iones livianos y pesados estuvo disponible para experimentos en física nuclear.

Se comentará la experiencia adquirida durante este período y el estado actual de la instalación.

### TANDAR. SUS PRIMEROS 18 MESES DE OPERACION

El acelerador de iones pesados TANDAR comenzó su operación rutinaria, para experiencias en física nuclear, el 12 de septiembre de 1985, después de un acuerdo hecho con NEC para reprogramar los tests de aceptación.

Su operación continuó durante doce meses, es decir hasta el 21 de agosto de 1986, para satisfacer la demanda de los usuarios.

A comienzos de ese periodo el acelerador era operado solamente durante el día, pero luego se operó durante las 24 hs, desde el lunes hasta el sábado a mediodía.

Durante ese periodo se obtuvieron 2661.5 hs de haz en el blanco.

La distribución del tiempo total disponible del acelerador se muestra en la Fig. 1 y la Fig. 2 la cantidad de horas de haz en el blanco para cada ión.

Durante este periodo de operación de doce meses tuvimos cinco aperturas de tanque, algunas fueron cortas, para hacer reparaciones menores y otras no tan cortas pues las reparaciones a realizar fueron más importantes.

El 22 de agosto de 1986 se paró la operación del acelerador para realizar mantenimiento programado, por un periodo de tres meses. Durante este periodo se realizaron los siguientes trabajos:

- 1) Realinear la línea de haz entre el inyector y el acelerador. El resultado de este trabajo fue una significativa mejora en la transmisión del haz en esa zona (100 %).
- 2) Eliminación de tres pérdidas de SF<sub>6</sub> en los tubos de aceleración.
- 3) Completamiento de la instalación del sistema de haz pulsado.

Durante el acondicionamiento del acelerador, previo a la iniciación del segundo periodo de irradiación, se produjo una pérdida de SF<sub>6</sub> hacia los tubos de aceleración, lo que obligó a limpiar todas las bombas iónicas de adentro del acelerador.

Finalmente, el 9 de diciembre de 1986, el acelerador comenzó a operar en forma rutinaria hasta el presente.

La Fig. 3 muestra los potenciales del terminal del acelerador, utilizados durante estos dos periodos de operación rutinaria (12 de septiembre de 1985 - junio de 1987).

DIAGRAMA DE UTILIZACION DEL ACELERADOR

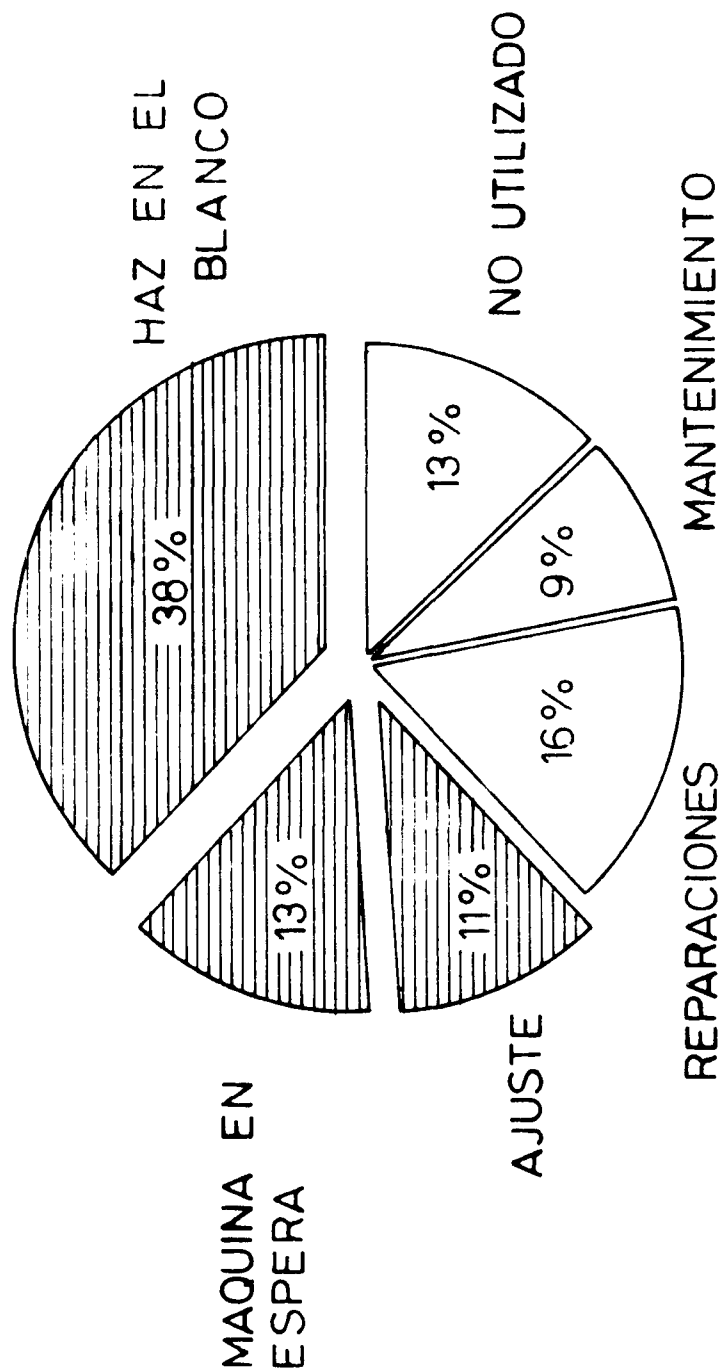


Fig. 1

# HACES DE IONES ACELERADOS

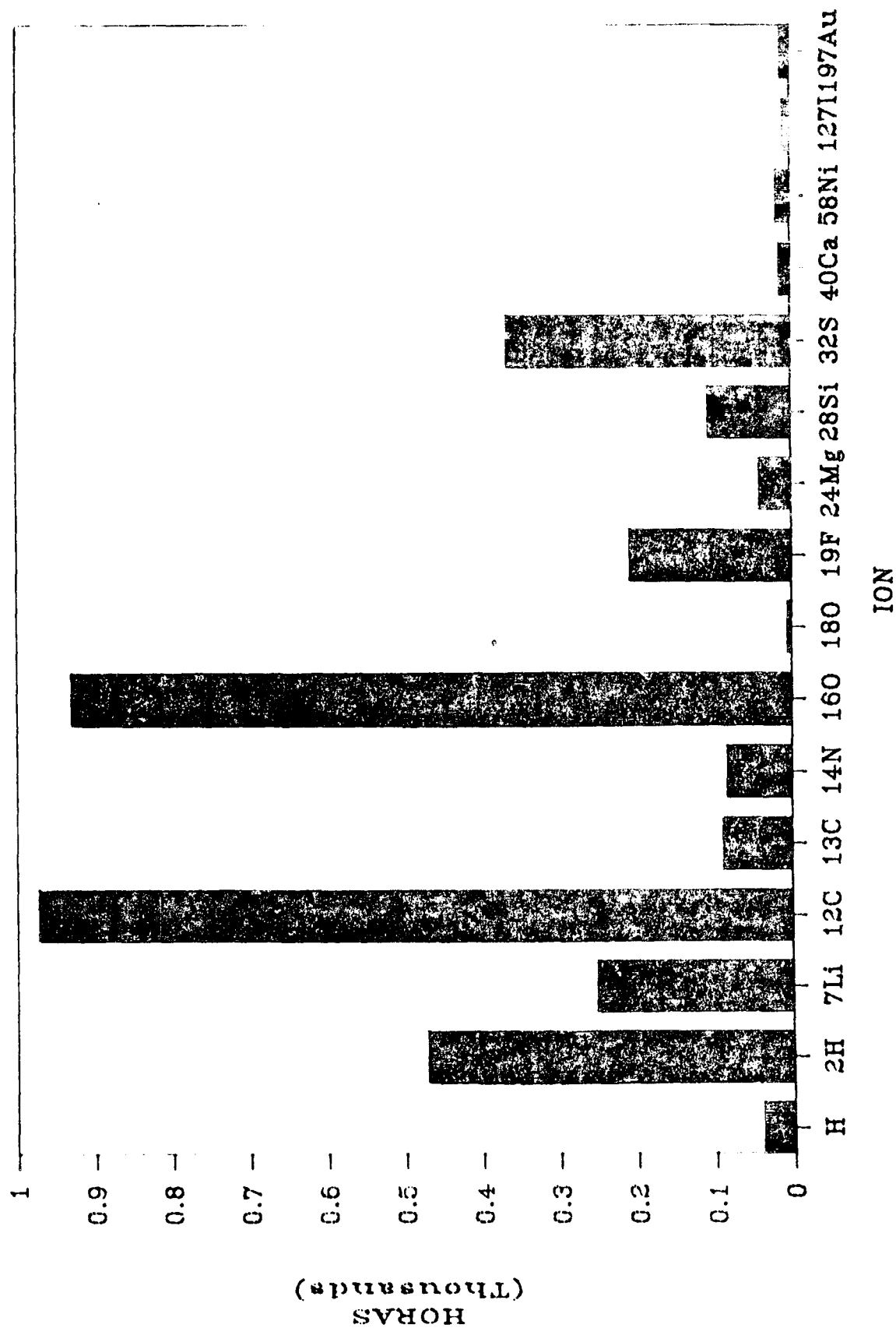
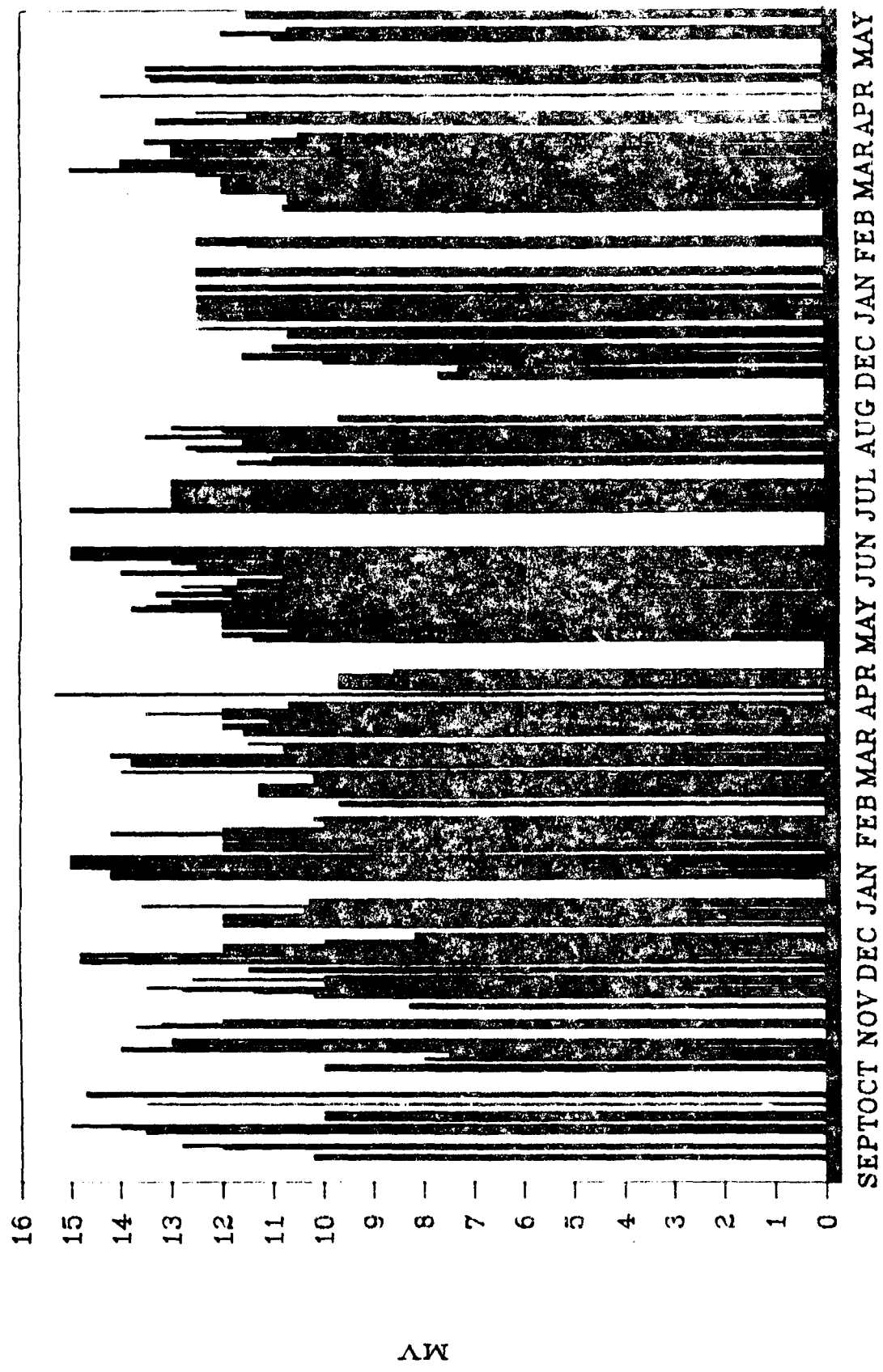


Fig. 2

TENSION DEL TERMINAL



1985 - 1987

Fig. 3

## C-3

Martes 23 - 17:30 hs.

Moderador: M. Saraceno

1. Estructura octupolar del  $^{218}\text{Ac}$ .  
M. Debray, M. A. Cardona, J. Davidson, M. Davidson, G. Falcone,  
D. Hojman, A. J. Kreiner, D. Santos
2. Sombras cuánticas de objetos invariantes clásicos.  
F. Leboeuf, M. Saraceno
3. Cuantificación con vínculos en modelos esquemáticos  
D. R. Bes, S. Cruz Barrios, J. Kurchan



## ESTADOS EXCITADOS DEL $^{218}\text{Ac}$

M. E. Debray, A. J. Kreiner<sup>+</sup>, M. Davidson<sup>+</sup>, J. Davidson,

D. Hojman<sup>\*</sup>, D. Santos, G. Falcone y M. A. Cardona

Depto. de Física, C.N.E.A.

<sup>+</sup> Investigador CONICET

<sup>\*</sup> Becario CONICET

En los últimos años estudios tanto experimentales como teóricos<sup>(1-5)</sup> han dado fuertes indicios de la aparición de grados de libertad octupolares en los actinidos livianos. Dado el interés de estas estructuras hemos comenzado un programa de estudio de los mismos ( $A \sim 220$ ) siguiendo en general la línea de los núcleos doblemente impares.

Se eligió el  $^{218}\text{Ac}$  debido a su carácter transicional entre actinios más livianos que presentan para los primeros estados excitados una estructura del tipo de partícula independiente y los más pesados con grados de libertad colectivos y con la aparición de bandas octupolares.

Los experimentos fueron llevados a cabo en el acelerador de iones pesados TANDAR de la CNEA. Blancos autoportantes de  $^{209}\text{Bi}$  fueron bombardeados con haces de  $^{12}\text{C}$  y  $^{13}\text{C}$  con energías entre 64 MeV y 82 MeV. Las diferentes técnicas experimentales

empleadas están condensadas en la siguiente tabla :

| Blanco             | Espesor<br>[mg/cm <sup>2</sup> ] | Proyectil       | Elab.<br>[MeV]     | Técnica<br>Experim. | Parámetros<br>Medidos                                     |
|--------------------|----------------------------------|-----------------|--------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------|
| <sup>209</sup> Bi  | 2.                               | <sup>13</sup> C | 70,82 <sup>*</sup> | Func. Exc.          | E <sub>γ</sub>                                            |
| <sup>209</sup> Bi  | 2.                               | <sup>12</sup> C | 64,82 <sup>*</sup> | Func. Exc.          | E <sub>γ</sub>                                            |
| <sup>2209</sup> Bi | 1.                               | <sup>12</sup> C | 69,70.5,72         | Func. Exc.          | E <sub>α</sub>                                            |
| <sup>209</sup> Bi  | 2.6                              | <sup>12</sup> C | 72.                | Coinc. γ-γ          | E <sub>γ<sub>1</sub></sub> , E <sub>γ<sub>2</sub></sub>   |
| <sup>209</sup> Bi  | 2.6                              | <sup>12</sup> C | 71.                | Coinc. γ-γ          | E <sub>γ<sub>12</sub></sub> , t <sub>γ<sub>12</sub></sub> |
| <sup>209</sup> Bi  | 1.                               | <sup>12</sup> C | 69.                | Coinc. α-γ          | E <sub>γ,α</sub> , t <sub>γ,α</sub>                       |
|                    |                                  |                 |                    | Coinc. α-e          | E <sub>e<sup>-</sup></sub> , t <sub>α,e</sub>             |
|                    |                                  |                 |                    | Vidas Medias        | t <sub>α,γ</sub>                                          |

Espectroscopía mediante coincidencias α retardadas.

Debido a la vida media relativamente corta del estado fundamental del <sup>218</sup>Ac se pueden observar transiciones entre estados excitados en coincidencias retardadas con el decaimiento α. El dispositivo experimental empleado se muestra en la fig. I. Detrás de un blanco de <sup>209</sup>Bi de ~ 500μg/cm<sup>2</sup> de espesor se colocó una folia de ~ 6mg/cm<sup>2</sup> y con un agujero en el centro de 1. cm de diámetro. Los residuos de evaporación

fueron colectados en esta folia y las partículas  $\alpha$  emitidas por estos detectadas por 4 detectores de barrera superficial de aprox.  $10\text{ cm}^2$  de area cada uno y dispuestos simetricamente al orificio de la folia de Al. y de espaldas al haz.

La fig. II muestra el espectro temporal de la medición de coincidencias  $\alpha$ - $\gamma$  para la reacción  $^{209}\text{Bi}(^{12}\text{C}(69\text{MeV}),\text{xn})^{221-\text{x}}\text{Ac}$

La vida media más larga medida corresponde a aproximadamente 290 ns. Esta región de tiempos del espectro temporal está en coincidencia con líneas discretas provenientes del detector de Ge asignadas al  $^{218}\text{Ac}$  y con la línea  $\alpha$  de 9.21 MeV. Esta medición concuerda con el resultado de J. Borggreen y colab.<sup>(6)</sup> que obtuvieron para esta vida media aprox. 270 ns. El trabajo de N. Schulz<sup>(7)</sup> muestra un marcado desacuerdo con nuestra medición ya que asigna  $1.12\text{ }\mu\text{s}$  a la vida media del estado que se desexcita con esta transición  $\alpha$  de 9.21 MeV.

Medición de coincidencias  $\gamma$ - $\gamma$  y de  $e^-$  de conversión interna.

Con la reacción  $^{209}\text{Bi}(^{12}\text{C}(72\text{MeV}),3\text{n})^{218}\text{Ac}$  se realizaron coincidencias  $\gamma$ - $\gamma$ . Se emplearon detectores de Ge hiperpuro de 30% y 40% de eficiencia colocados a  $90^\circ$  con respecto a la dirección del haz. La fig. III muestra alguno de los gates

típicos de esta coincidencia. Estas mediciones permitieron armar hasta el presente el esquema de niveles mostrado en la fig. IV. El caracter de las transiciones fue determinado mediante la medición de  $e^-$  de conversión interna. Para ello se empleó un detector de Si(Li) refrigerado a temperatura de NLz. Los  $e^-$  fueron medidos a través de un espectrómetro magnético de imanes permanentes del tipo mininaranja. Se midieron espectros de  $e^-$  simples y de coincidencias  $e^-$ - $\alpha$ .

#### Discusión.

En la fig IV se muestra el esquema de niveles parcial del  $^{218}\text{Ac}$  determinado hasta el presente. La asignación de espín y paridad  $9^-$  al estado más bajo de la cascada supone el acoplamiento paralelo de un protón en el orbital  $\pi h_{9/2}$  al  $^{217}\text{Ra}$  ( $\nu g_{9/2}$ ). Se tomó el acoplamiento paralelo debido a que la forma en que poblamos los estados (mediante las reacciones con iones pesados) tiende a favorecer los espines más altos. En la fig V presentamos el esquema del  $^{218}\text{Ac}$  comparado con sus vecinos inmediatos. Los núcleos  $^{215}\text{Ac}^{(8)}$  y  $^{217}\text{Ac}^{(9)}$  presentan esquemas de niveles que pueden ser explicados dentro del contexto del modelo de capas esférico. El  $^{223}\text{Ac}^{(10)}$  ya presenta una estructura de rotación colectiva tal como sucede

en los actinios mas pesados. El esquema del  $^{219}\text{Ac}^{(11,12)}$  no se corresponde con ninguno de estos dos modelos y el espaciamiento de sus niveles es más parecido a uno del tipo vibracional. El  $^{218}\text{Ac}$  interpola muy bien entre sus dos isótopos vecinos mostrando claramente su caracter transicional de una estructura de p.i. a otra colectiva. Esto puede verse a través de los gráficos (de los cocientes) de Malman<sup>(13)</sup>. El  $^{218}\text{Ac}$  presenta ya una estructura adicional con respecto a los actinios más livianos, con la aparición de estados de paridad alternada conectados por fuertes transiciones E1. La comparación de los cocientes  $B(E1)/B(E2)$  correspondientes a  $^{218}\text{Ra}^{(8)}$ ,  $^{220}\text{Th}$ ,  $^{219}\text{Ac}$  y los obtenidos en este caso indica ya un cambio hacia una estructura similar a la de estos núcleos. La tabla siguiente contiene los cocientes experimentales  $B(E1)/B(E2)$  para el  $^{218}\text{Ac}$  derivados de:

$$B(E1)/B(E2) = .7704938 E(E2; J \rightarrow J-2)^3 / E(E1; J \rightarrow J-1)^3 \cdot I_{\gamma}(E1)/I_{\gamma}(E2) \quad [10^{-6} \text{ fm}^{-2}]$$

| J                  | B(E1)/B(E2) |
|--------------------|-------------|
| (16 <sup>+</sup> ) | 2.83        |
| (15 <sup>-</sup> ) | 1.35        |
| (14 <sup>+</sup> ) | 2.36        |
| (13 <sup>-</sup> ) | 1.89        |

- 1) F. Iachello, , Phys. Rev. Lett. 108B, 151(1982).
- 2) W. Nazarewicz, , Nuc. Phys. A429, 269(1984).
- 3) Fernandez-Niello, , Nuc. Phys. A391, 221(1982).
- 4) P. D. Cottle, , Phys. Rev. C30, 1768(1984).
- 5) G. A. Leander, , Nuc. Phys. A388, 452(1982).
- 6) J. Borggreen, , Phys. Rev. C2, 1841(1970).
- 7) N. Schulz, , Phys. Rev. C28, 435(1983)
- 8) D. J. Decman, , Z. Phys. A310, 55(1983).
- 9) D. J. Decman, , Nuc. Phys. A436, 331(1985).
- 10) Tabla de Isótopos, , C. M. Lederer, V. S. Shirley.
- 11) S. Khazrouni, Z. Phys. A320, 535(1985).
- 12) M. W. Drigert, , Phys. Rev. C33, 1344(1986).
- 13) A. J. Kreiner y C. Pomar, , Phys. Rev. C35, N6(1987).

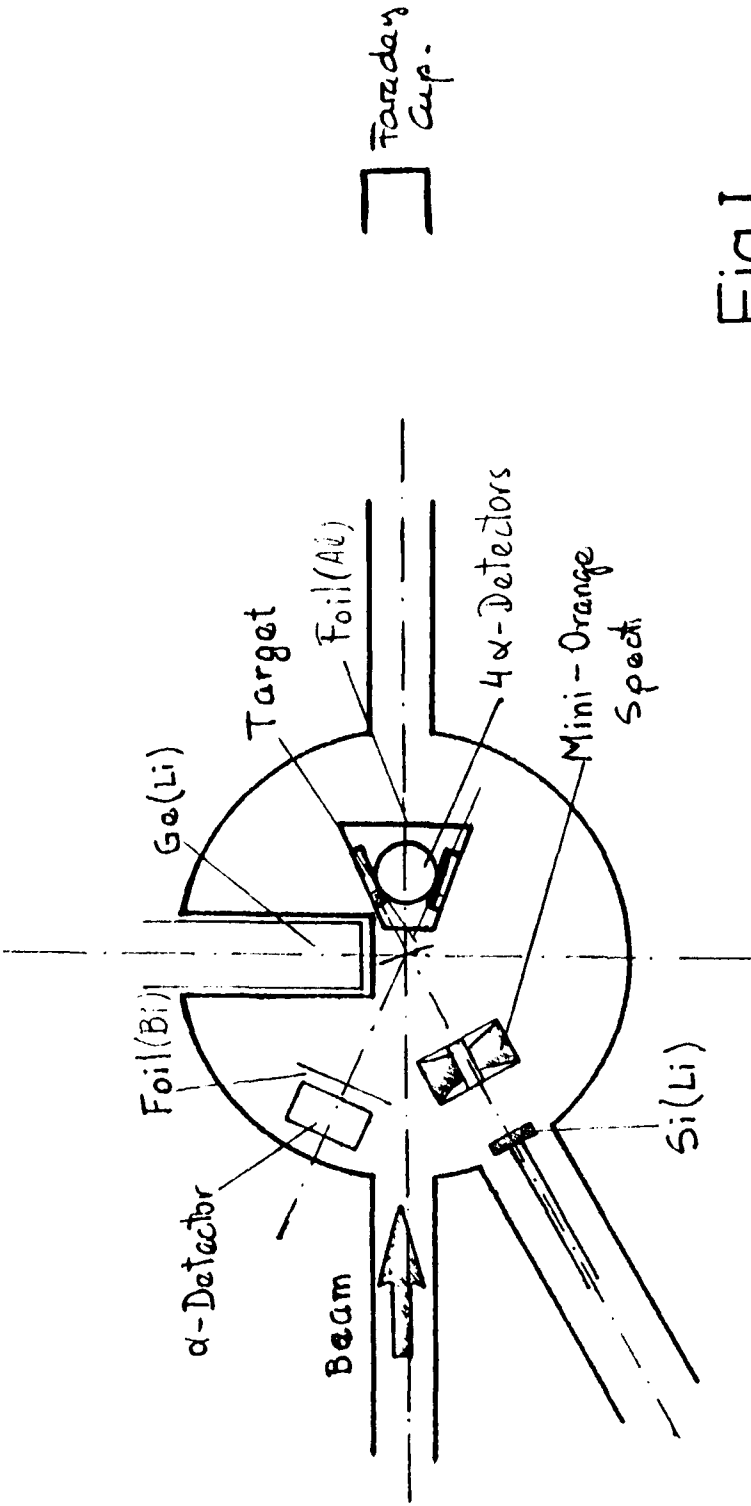


Fig.I

TAC

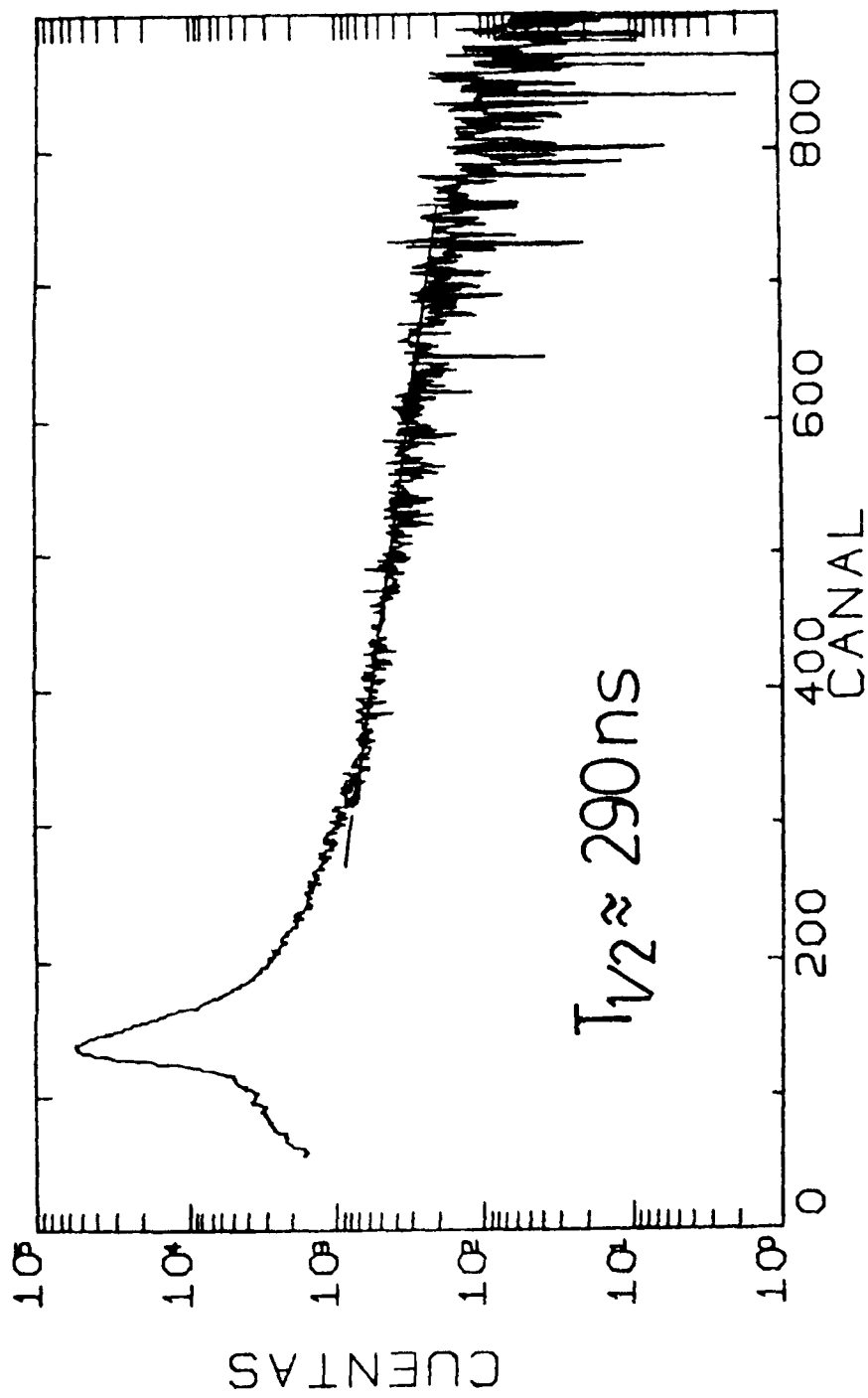


Fig.II

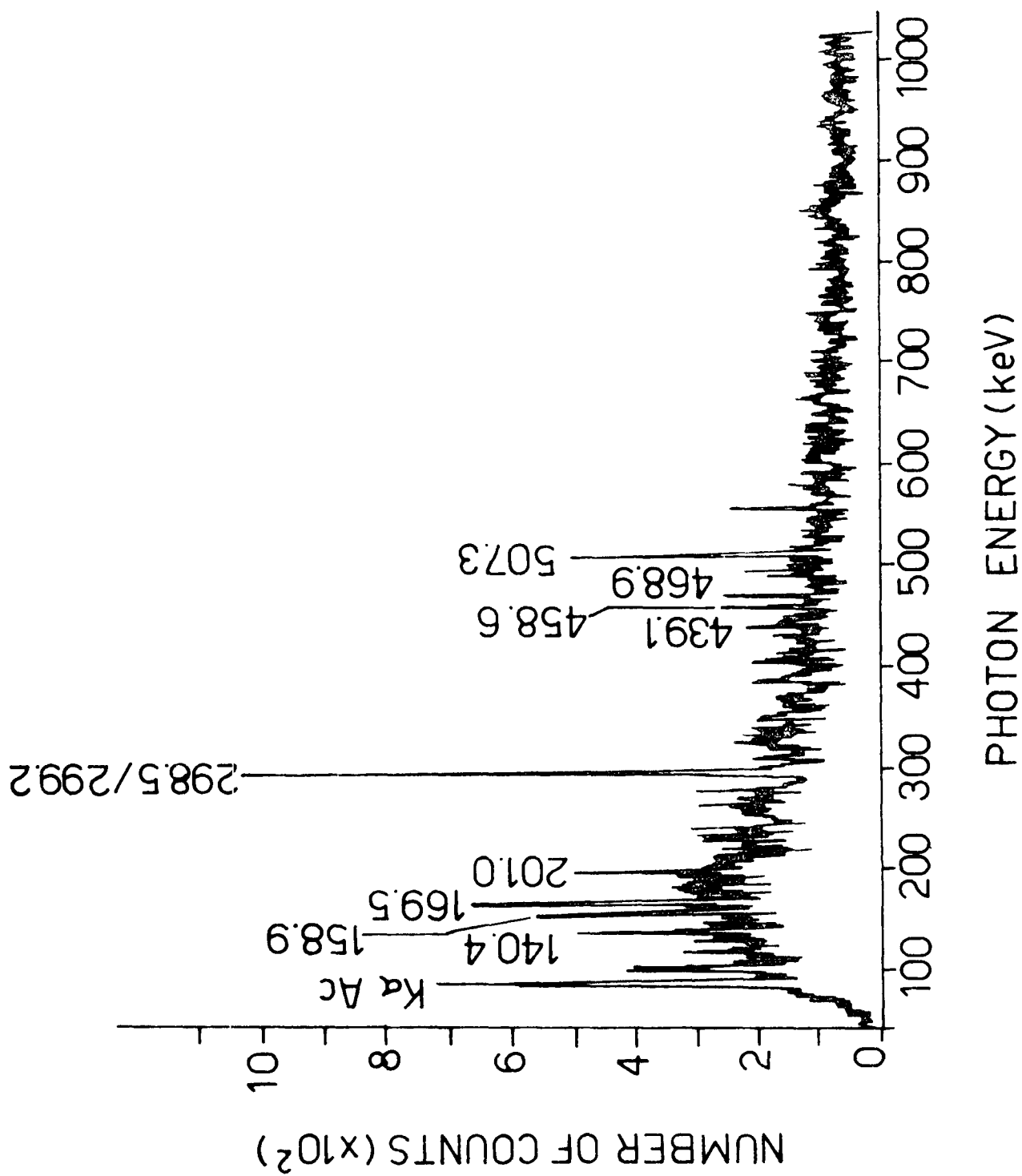


Fig. III

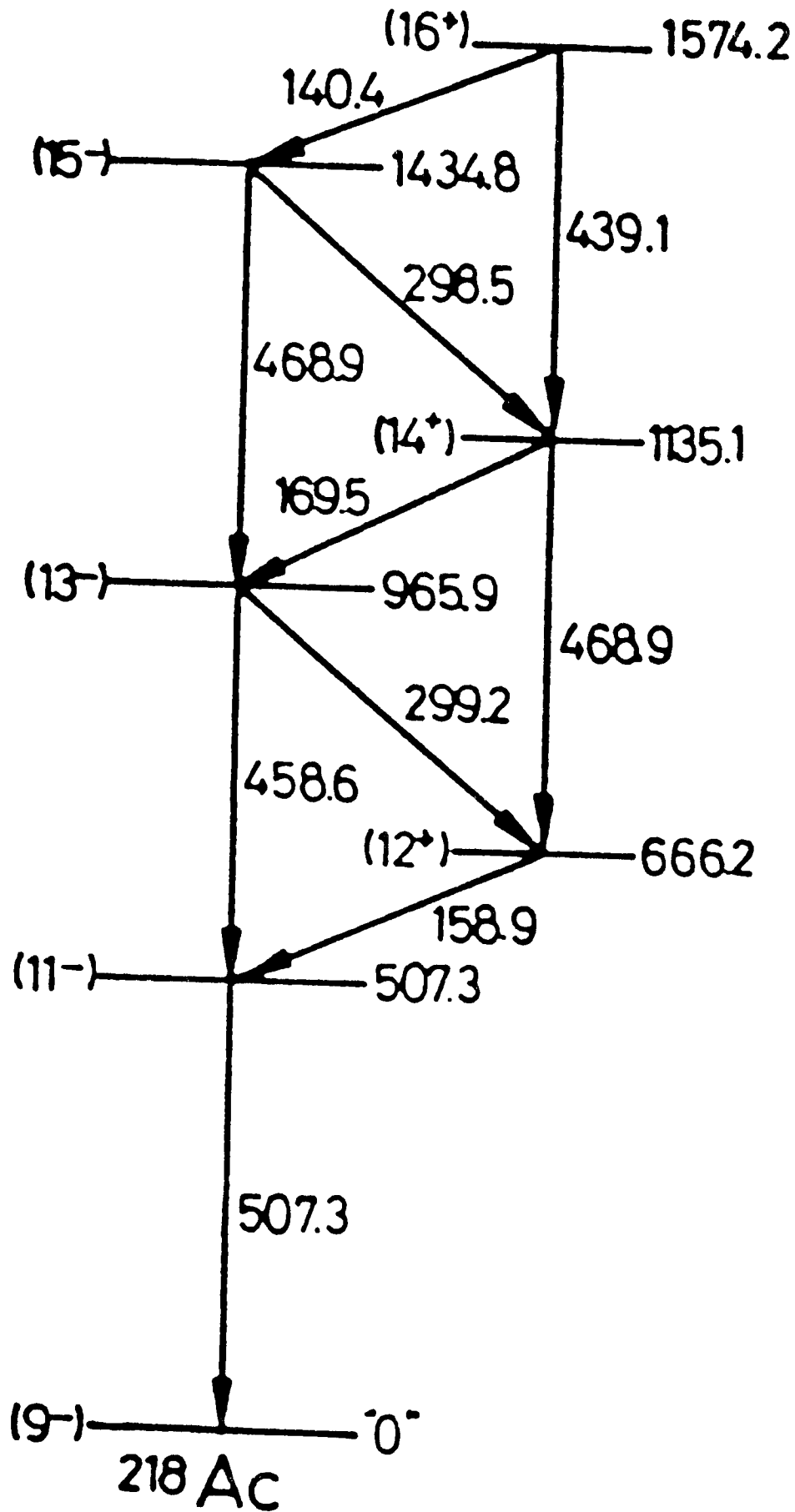


Fig. IV

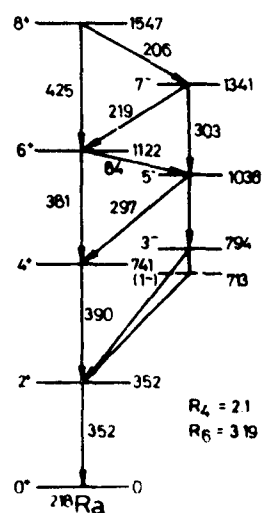
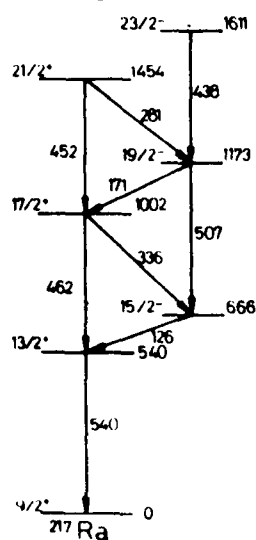
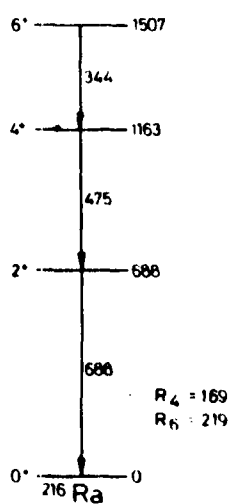
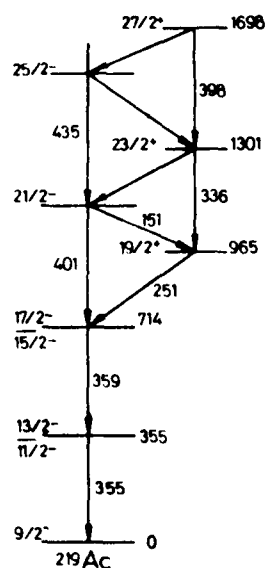
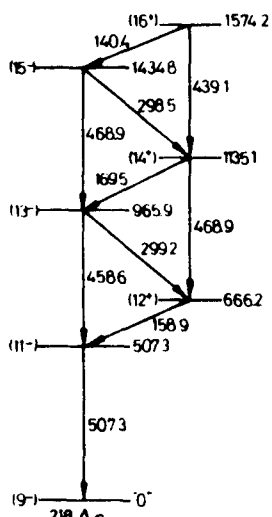
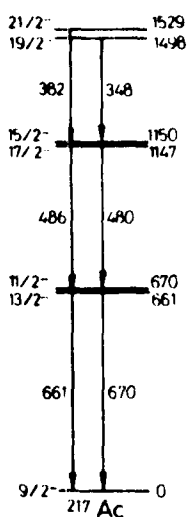
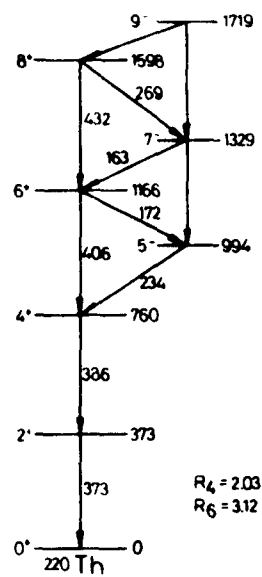
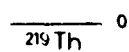
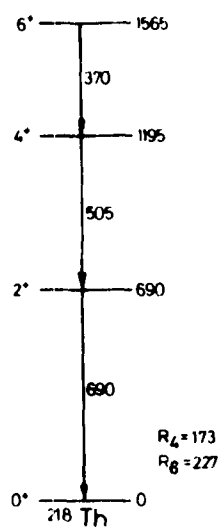


Fig. V

Sombras cuánticas de objetos invariantes clásicos

P. Leboeuf, A. Pagés, M. Saraceno

Departamento de Física - C.N.E.A.

En las últimas décadas se han efectuado grandes avances en la comprensión de las soluciones de la mecánica clásica, en especial en lo que concierne a la estructura del espacio de fases en sistemas integrables perturbados y a la manera en que se entremezclan las trayectorias regulares y caóticas.<sup>1)</sup>

Paralelamente se investiga actualmente la manera cómo la mecánica cuántica no relativista se relaciona en el límite semiclásico con la mecánica clásica y qué papel desempeñan en este límite las soluciones clásicas<sup>2)</sup>. El objeto de esta contribución es mostrar que la representación de estados coherentes de la mecánica cuántica, y en particular la distribución de Husimi definida a partir de ésta, son herramientas apropiadas para el estudio de este problema.

1. Sistemas clásicos y el límite semiclásico de la mecánica cuántica.

Estudiaremos sistemas con  $N=2$  grados de libertad, pues ésta es la menor dimensión posible para tener caos en sistemas conservativos. Para estos sistemas, el espacio de fases tiene dimensión cuatro y la superficie de energía constante dimensión tres. Para sistemas integrables (es decir, que poseen  $N$  constantes de movimiento independientes e in-involution<sup>3)</sup>), las trayectorias en el espacio de fases se sitúan sobre toros de dimensión dos. Si a uno de estos sistemas (con variables de ángulo acción  $\bar{\theta} \in \bar{I}$ ) se lo somete a una perturbación no integrable

$$H(\bar{I}, \bar{\theta}) = H_0(\bar{I}) + \lambda H_1(\bar{I}, \bar{\theta}) \quad (4)$$

el espacio de fases queda ocupado por toros (deformados con relación a

los de  $H_0$ ), trayectorias periódicas aisladas y regiones caóticas. Ambos tipos de regiones, regulares y caóticas, están entremezcladas de la misma manera que los números racionales e irracionales.

El método numérico para estudiar la estructura del espacio de fases es la sección de Poincaré, que consiste en fijar un plano en dicho espacio 4-dimensional y marcar en éste un punto cada vez que la trayectoria lo intersecta. Así, la sección de Poincaré de una trayectoria caótica será 2-dimensional (mancha) y la de un toro será 1-dimensional (curva). Una trayectoria periódica se vera como un número finito de puntos fijos.

El límite semiclásico de la mecánica cuántica para sistemas integrables es un tema bien conocido. En este límite los niveles de energía vienen dados por la regla EBK<sup>10)</sup> de cuantificación de los toros

$$E_n = E[\bar{I} = (\bar{n} + \bar{\alpha}/4) \hbar] \quad (2)$$

donde  $\bar{n}$  es un juego de enteros y  $\bar{\alpha}$  es el índice de Maslov. La función de onda en esta aproximación es la WKB. Para sistemas no integrables, esta conexión entre los elementos cuánticos de interés (espectro y función de onda) y las soluciones clásicas no se conoce, y para su estudio es conveniente introducir una representación de la mecánica cuántica en el espacio de fases.

## 2. Representación de estados coherentes y distribuciones en espacio de fases.

Esta representación es un caso particular de las representaciones continuas de Klauder<sup>4)</sup>. Tenemos un conjunto de estados  $|\underline{z}\rangle = \hat{U}(\underline{z})|0\rangle$  donde  $\underline{z}$  representa un conjunto de índices continuos, en general complejos,  $\hat{U}(\underline{z})$  son operadores unitarios que forman la representación irreducible de algún grupo y  $|0\rangle$  es el estado de mínimo peso de esta representación. En general son no ortogonales, es decir:  $\langle \underline{z} | \underline{z}' \rangle = f(\underline{z}, \underline{z}') + \delta(\underline{z} - \underline{z}')$

Si estos estados cumplen

$$\int |\underline{z}\rangle \langle \underline{z}| d\mu(\underline{z}) = \mathbb{1}$$

entonces forman una representación compuesta por funciones continuas definidas en el espacio M de los parámetros  $\underline{z}$ :

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &\longrightarrow \psi(\underline{z}) = \langle \underline{z} | \psi \rangle \\ \hat{A} &\longrightarrow A(\underline{z}, \bar{\underline{z}}) = \langle \underline{z} | \hat{A} | \bar{\underline{z}} \rangle \end{aligned}$$

En el caso en que la representación dependa de dos parámetros complejos, el espacio M será 4-dimensional. En general, pasar conviene de los  $z_i$  a otro juego de parámetros  $q_i - p_i$  reales que formen pares canónicamente conjugados.  $|\underline{z}\rangle \rightarrow |\bar{p} \bar{q}\rangle$

Definimos en M la distribución de Husimi<sup>5)</sup> como el módulo al cuadrado de la función de onda en esta representación:

$$W_{\psi}(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{\langle \bar{p} \bar{q} | \psi \rangle \langle \psi | \bar{p} \bar{q} \rangle}{\langle \bar{p} \bar{q} | \bar{p} \bar{q} \rangle} \quad (3)$$

Por definición, se cumple  $0 \leq W_{\psi} \leq 1$ . La (3) define una función de cuatro variables en M, que representa la probabilidad de encontrar al sistema en las cercanías del punto  $(\bar{q}, \bar{p})$ .

Para visualizar esta distribución, podemos definir los objetos análogos en mecánica cuántica a las secciones de Poincaré clásicas, introduciendo en M un plano e integrando en la variable ignorada:

$$S_{q_2=p_2}(p_1, q_1) = \int dp_2 W_{\psi}(p_1, q_1, p_2, q_2) \quad (4)$$

Esto nos define una densidad de probabilidad en el plano  $q_1-p_1$  que puede ser directamente comparada con las secciones clásicas. La sección S constituye entonces una manera de estudiar la estructura de la función de onda en los mismo términos que el análisis que uno efectúa en el sistema clásico. Podemos tratar de identificar en estas secciones cuánticas las

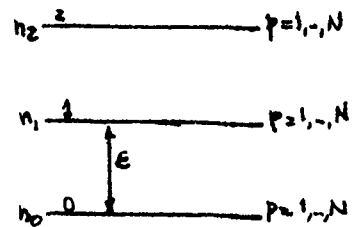
trazas de trayectorias y, en particular, de los objetos invariantes. Ha sido demostrado que en el límite semiclásico esta distribución se concentra en el toro cuantificado, si el sistema correspondiente es integrable<sup>6)</sup>. A continuación, presentamos el estudio de estas distribuciones en un modelo de Lipkin de tres niveles, cuyo límite clásico es no integrable.

### 3. El modelo de Lipkin de tres niveles.<sup>7)</sup>

Este modelo consiste en N partículas en tres niveles con una fuerza de interacción:

$$\hat{H} = \sum_{i=0}^2 \epsilon_i G_{ii} + \frac{1}{2} V \sum_{k+l=0}^2 G_{ke}^2$$

donde  $G_{ij} = G_{ji}^+ = \sum_{p=1}^N a_{ip}^+ a_{jp}$



Los operadores  $G_{ij}$  forman un álgebra SU(3). Para este modelo, utilizamos los estados coherentes de este grupo<sup>8)</sup>  $|z_1 z_2\rangle = \exp(\vec{z}_1 \cdot \vec{G}_0 + \vec{z}_2 \cdot \vec{G}_2) |0\rangle$  que, mediante el cambio a variables canónicas conjugadas

$$z_i = \sqrt{\frac{I_i}{1-I_1-I_2}} e^{i\phi_i}$$

queda parametrizado como  $|\vec{I}, \vec{\phi}\rangle$ . Los  $I_i, \phi_i$  resultan ser las variables de ángulo acción para el modelo SU(3) sin interacción ( $V=0$ ).

Para  $N \rightarrow \infty$ , con  $\chi = \frac{(N-1)V}{2}$  obtenemos en esta representación un Hamiltoniano (clásico) con  $N=2$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\vec{I}, \vec{\phi}) = \langle \vec{I}, \vec{\phi} | \hat{H} | \vec{I}, \vec{\phi} \rangle = & -1 + I_1 + 2 I_2 + \\ & + \chi(1-I_1-I_2)(I_1 \cos 2\phi_1 + I_2 \cos 2\phi_2) + \chi I_1 I_2 \cos 2(\phi_2 - \phi_1) \end{aligned} \quad (5)$$

Este Hamiltoniano corresponde a la aproximación TDHF de este modelo<sup>9)</sup>, y resulta ser no integrable. Posee tres familias simples de trayectorias periódicas,

$$I_1 = 0 \quad ; \quad I_2 = 0 \quad \text{y} \quad I_1 + I_2 = 0$$

El estudio de la estructura del espacio de fases permite verificar la existencia de zonas caóticas y zonas regulares entremezcladas, cuyo volumen y distribución en este espacio varía con el parámetro  $\lambda$ .

Podemos calcular fácilmente la distribución de Husimi  $W_\psi$  para cada autoestado  $\{ \langle n_1, n_2 | \psi \rangle \}_{\substack{n_1, n_2 = 0, 1, \dots \\ n_1 + n_2 \leq N}}$  obtenido de la diagonalización,

$$W_\psi(\bar{I}, \bar{\phi}) = \frac{|\langle \bar{I} \bar{\phi} | \psi \rangle|^2}{\langle \bar{I} \bar{\phi} | \bar{I} \bar{\phi} \rangle} \quad (6)$$

$$= \left| \sum_{\substack{n_1, n_2 = 0 \\ n_1 + n_2 \leq N}}^N \frac{\langle \bar{I} \bar{\phi} | n_1, n_2 \rangle}{\langle \bar{I} \bar{\phi} | \bar{I} \bar{\phi} \rangle^2} \langle n_1, n_2 | \psi \rangle \right|^2$$

$$\text{donde } \frac{\langle \bar{I} \bar{\phi} | n_1, n_2 \rangle}{\langle \bar{I} \bar{\phi} | \bar{I} \bar{\phi} \rangle^2} = \left[ \frac{N!}{n_1! n_2! (N - n_1 - n_2)!} I_1^{n_1} I_2^{n_2} (1 - I_1 - I_2)^{N - n_1 - n_2} \right]^{1/2} e^{i(n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2)}$$

Con el objeto de asociar a cada función de onda una trayectoria clásica, proponemos el siguiente método. Se busca el máximo de la distribución  $W_\psi(p, q)$ , obteniéndose un juego de coordenadas  $(\bar{q}; \bar{p})$  que individualiza un punto del espacio de fases. Este punto puede ser utilizado como coordenadas iniciales de una trayectoria clásica, que resultará periódica, cuasiperiódica o caótica. Si realizamos la sección de Poincaré de esta trayectoria en el mismo plano que el corte cuántico, y ambos resultan similares (siendo este último una especie de borroneado del clásico), decimos que esa función de onda está montada sobre una trayectoria periódica, sobre un toro o que ocupa un volumen en el espacio de fases, según la trayectoria asociada. En realidad, una misma función de onda puede eventualmente presentar trazas de varias trayectorias clásicas perfectamente identificables, pero no entraremos aquí en el estudio de estos casos.

En las figuras 1 a 3 mostramos las secciones de Poincaré cuánticas para tres autoestados del sistema para  $N=80$ . En las tres figuras se muestra en el triángulo la función de onda  $\langle n_1, n_2 | \psi \rangle$ .

En la fig.1 hemos seleccionado una autofunción que corresponde al primer caso, es decir, las que están montadas sobre trayectorias periódicas. En la sección correspondiente se visualiza la trayectoria, en lugar de una serie de puntos, ya que ésta está contenida en el plano de la sección. Hemos superpuesto en el dibujo una trayectoria periódica de energía similar a la del autoestado, que es una de la familia  $l_2=0$ .

Análogamente, en las figs.2 y 3 mostramos una función de onda sobre un toro y una caótica, respectivamente. En las partes c) y d) de cada una de ellas se encuentra la trayectoria (en proyección) y su respectiva sección de Poincaré obtenida para estos autoestados mediante el método descrito más arriba.

#### Referencias:

- 1) A.J.Lichtenberg and M.A.Lieberman, Regular and Stochastic Motion, Springer, New York, 1984
- 2) Ver, por ejemplo, M.V.Berry, Phil.Trans.Roy.Soc.(London) A287 (1977) 237, y referencias allí contenidas.
- 3) V.I.Arnol'd, Mathematical Methods of Classical Mechanics, Springer, New York, 1978
- 4) J.R.Klauder, Ann.Phys. 11 (1960) 123; J.Math.Phys. 4 (1963) 1055; 5 (1964) 177; 8 (1967) 2392; J.McKenna, J.R.Klauder, J.Math.Phys. 5 (1964) 878
- 5) K.Husimi, Proc.Phys.Math.Soc.Jpn. 22 (1940) 264
- 6) K.Takahashi, J.Phys.Soc.Jpn., 55 (1980) 762
- 7) S.Y.Li, A.Klein and R.M.Dreizler, J.Math.Phys. 11 (1970) 975
- 8) A.Perelomov, Generalized Coherent States and their Applications, Springer, New York, 1986
- 9) R.D.Williams, S.E.Koonin, Nucl.Phys. A391 (1982) 72
- 10) J.B.Keller, Ann. of Phys. 4 (1958) 1980; A.Einstein, Verhand.Deut.Phys. Ges. 19 (1917) 82; M.L.Brillouin, J.de Phys., ser.6, 7 (1926) 353; V.Maslov, Théorie des Perturbations (Dunod, Paris, 1972)

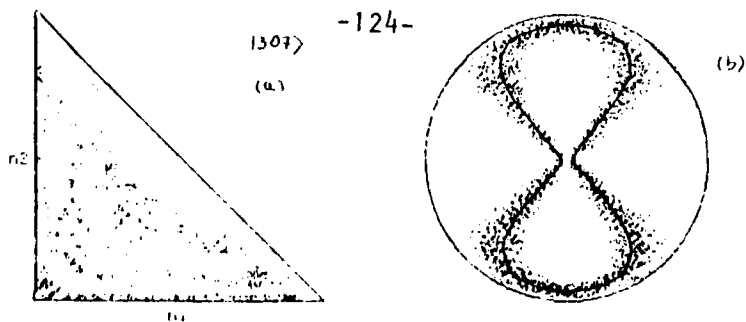


fig. 1: función de onda asociada a una trayectoria periódica.

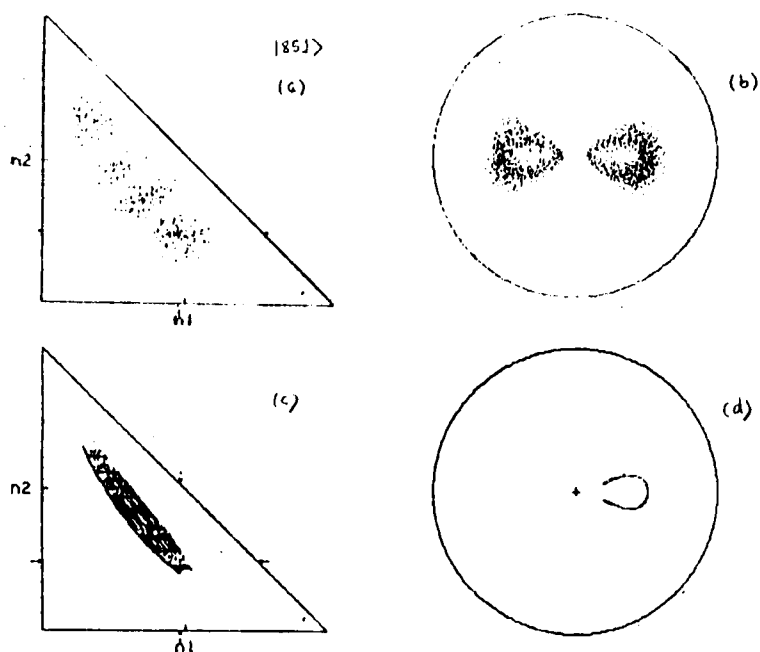


fig. 2: función de onda regular asociada a un toro invariante

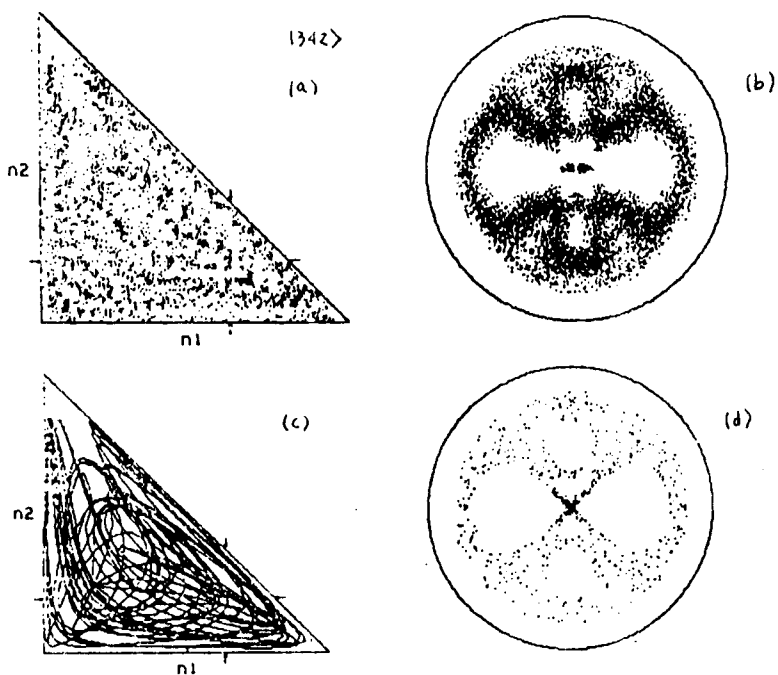


fig. 3: función de onda caótica.

## CUANTIFICACION CON VINCULOS EN MODELOS ESQUEMATICOS

D.R.Bes, S.Cruz Barrios<sup>\*</sup>, J.Kurchan

En física nuclear es frecuente el uso de bases deformadas para el estudio de algunos sistemas. Una base es deformada cuando no posee alguna simetría que tiene el sistema. Dos ejemplos típicos son, la utilización de bases tipo Nilsson (que rompen la simetría de rotación) y bases BCS (que no tienen buen número de partículas).

Es claro que si uno aplica el operador de simetría a un estado en estas bases, obtiene un estado distinto pero con igual energía. En particular, el vacío resulta degenerado, llevándonos a un problema imposible de tratar con teoría de perturbaciones.

Cada uno de estos vacíos está determinado por ciertos ángulos que definen su orientación. Nos interesa estudiar cómo evolucionan estos ángulos; es decir, las rotaciones como un todo. Sin embargo, agregar estos ángulos como variables dinámicas nos lleva a un problema sobredimensionado; ya que hemos agregado variables que no estaban en el sistema original. Cuánticamente esto se traduce en la aparición de una base sobrecompleta.

Puede verse que este es un problema de tratamiento de un sistema con invariancia de medida (gauge)

En este trabajo se muestra con un ejemplo sencillo esta analogía y cómo se trata clásica y cuánticamente un sistema con coordenadas colectivas.

### Tratamiento clásico

Supongamos que tenemos una partícula en un potencial bidimensional con simetría de rotación. El lagrangiano es

$$L = \frac{1}{2} (\dot{\varphi}_1'^2 + \dot{\varphi}_2'^2) - V(|\varphi'|) \quad (1)$$

donde  $\varphi'_i$  son las coordenadas de la partícula en el laboratorio.

Escribamos este lagrangiano en coordenadas rotadas con un ángulo  $\phi$ .

$$L = \frac{1}{2} (\dot{\varphi}_1 - \phi \dot{\varphi}_2)^2 + \frac{1}{2} (\dot{\varphi}_2 + \phi \dot{\varphi}_1)^2 - V(\varphi_1, \varphi_2) \quad (2)$$

donde  $\varphi_i$  son las coordenadas en el sistema rotante.

Ahora estudiamos el sistema definido por (2) considerando a  $\varphi_i, \phi$  como variables dinámicas en un pie de igualdad. Como primer paso en la resolución del problema clásico calculemos los momentos

$$\pi_1 \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_1} = \dot{\varphi}_1 - \phi \dot{\varphi}_2 \quad (3a)$$

$$\pi_2 \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_2} = \dot{\varphi}_2 + \phi \dot{\varphi}_1 \quad (3b)$$

$$I \equiv \frac{\partial L}{\partial \phi} = \varphi_1 (\dot{\varphi}_2 + \phi \dot{\varphi}_1) - \varphi_2 (\dot{\varphi}_1 - \phi \dot{\varphi}_2) \quad (3c)$$

o sea:

$$\begin{pmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\varphi_2 \\ 0 & 1 & \varphi_1 \\ -\varphi_2 & \varphi_1 & \varphi_1^2 + \varphi_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \phi \end{pmatrix} \equiv M(\varphi_1, \varphi_2) \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \phi \end{pmatrix} \quad (4)$$

Inmediatamente observamos que  $\det M=0$  o sea que no seremos capaces de invertir (4) para hallar el Hamiltoniano de manera única. Un lagrangiano con esta propiedad se llama singular.

Además de este hecho surge que existe una relación entre los momentos que llamaremos vínculos

$$I = \varphi_1 \pi_2 - \varphi_2 \pi_1 \equiv J(\pi_i, \varphi_i) \quad (5)$$

Por otra parte si quisiéramos hallar las ecuaciones de Lagrange veríamos que no son las tres independientes; para poder resolverlas deberíamos imponer una condición arbitraria (función de fijado de medida (gauge))

$$G(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \phi(t)) = 0 \quad (6)$$

Si queremos escribir un Hamiltoniano podemos hacerlo ahora, pero sólo tendrá validez sobre la hipersuperficie limitada por el vínculo (5) en el espacio de fases.

$$H = \frac{1}{2} \pi_1^2 + \frac{1}{2} \pi_2^2 + V(\varphi_1, \varphi_2) \quad (7)$$

H no es único, por ejemplo  $H' = H + I\delta(I-J)$  es equivalente a H sobre la hipersuperficie limitada por (5).

Para ver por qué ocurren estas cosas, observemos que el lagrangiano tiene una invariancia local (i.e. dependiente del tiempo) asociada con la transformación:

$$\begin{aligned} \delta \varphi_1 &= -\alpha(t) \varphi_2 \\ \delta \varphi_2 &= \alpha(t) \varphi_1 \\ \delta \phi &= -\alpha(t) \end{aligned} \quad (8)$$

En el espacio de fases esta invariancia es la generada por el vínculo (5)

$$L = \pi_1 \dot{\varphi}_1 + \pi_2 \dot{\varphi}_2 + I \dot{\phi} - H(\pi_i, I, \varphi_i, \phi) \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 \delta \varphi_i &= \alpha(t) \{ \varphi_i, J-I \} = \alpha(t) \{ \varphi_i, J \} \\
 \delta \pi_i &= \alpha(t) \{ \pi_i, J-I \} = \alpha(t) \{ \pi_i, J \} \\
 \delta \phi &= \alpha(t) \{ \phi, J-I \} = \alpha(t) \{ \phi, -I \} \\
 \delta I &= \alpha(t) \{ I, J-I \} = 0
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

de donde:

$$\delta L = \dot{\alpha}(t) (J-I)
 \tag{11}$$

que restringido a la hipersuperficie vinculada por (5) es nulo.

Las invariancias locales (en este caso en el tiempo) se llaman invariancias de medida (gauge); se puede probar que siempre conducen a lagrangianos singulares y a Hamiltonianos con vínculos<sup>2</sup>.

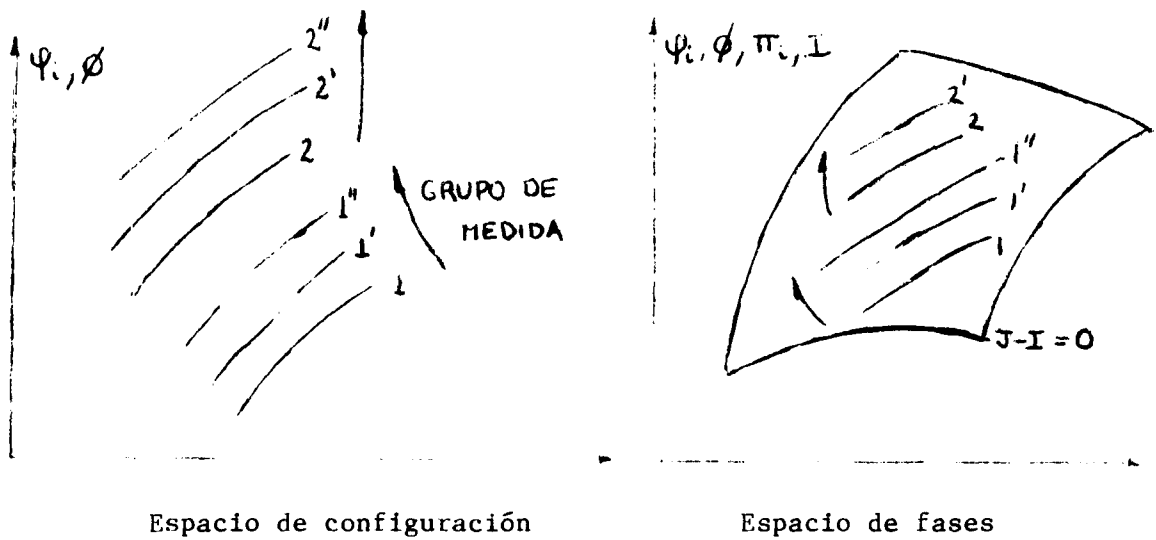
Asimismo el grupo de transformaciones dependientes del tiempo generadas por (10) se llama grupo de medida.

En nuestro caso su sentido es claro: si hacemos una transformación como la (10) describimos las mismas trayectorias tal como son vistas desde otro sistema rotante (I cambia el ángulo  $\phi(t)$  con que rota el sistema y J cambia las coordenadas  $\varphi_i$  de manera como se verían en el nuevo sistema).

Este problema es análogo al del electromagnetismo, donde podemos describir al mismo campo en distintas medidas; por lo que ésta deba ser fijada con una función como la (6) para obtener una descripción única.

Veamos ahora como se ve ésto en el espacio de configuración y el de

fases



Las transformaciones de medida mandan la trayectoria 1 a la 1', 1'', etc. que son la misma trayectoria expresada en otra medida (otro sistema rotante). Algo análogo ocurre en el espacio de fases, donde las trayectorias físicas están, además, todas contenidas en la superficie vinculada.

### Tratamiento cuántico

Para cuantificar este sistema elegimos hacerlo con el formalismo de la integral funcional.

Para esto sabemos que la amplitud de transición es la suma sobre todos los caminos de la exponencial de la acción sobre cada camino. El problema es que en el espacio de fases sólo debemos considerar caminos que se encuentren sobre la superficie vinculada. Además por cada camino hay una clase infinita de "copias" de éste que corresponden a la misma trayectoria; debemos seleccionar uno de cada clase (de manera arbitraria) Este problema fue resuelto por Fadeev y Popov<sup>3</sup> quienes obtuvieron

$$Z = \int D(\psi, \pi, \phi, I) e^{i \int L dt} \delta(J-I) \delta(G) \{G, J-I\} \quad (12)$$

donde  $\delta(J-I)$  restringe a caminos sobre la superficie vinculada y  $\delta(G)$  selecciona un miembro de cada clase (fija la medida: elige el sistema rotante). A partir de esta fórmula disponemos de varias estrategias<sup>4</sup> para lograr que estos tres términos aparezcan en el exponente; obteniendo así un Hamiltoniano efectivo que luego se trata con teoría de perturbaciones.

Dicho Hamiltoniano actúa sobre funciones de onda  $|\varphi\rangle = e^{ik\phi} \psi(\varphi_1, \varphi_2)$  cuya sobrecompletitud es tratada correctamente por los términos agregados al Hamiltoniano. (Nótese que para la variable colectiva usamos una base de autofunciones de  $\hat{I}$ , que es la adecuada).

### Cálculo perturbativo

En nuestro ejemplo usamos

$$V = -\mu^2 (\varphi_1^2 + \varphi_2^2) + \lambda (\varphi_1^2 + \varphi_2^2)^2 \quad (13)$$

de tal manera que la solución clásica de menor energía rompe la simetría.

Incorporamos el vínculo a la acción de la siguiente manera:

$$\delta(J-I) = \lim_{D \rightarrow 0} e^{i \int \frac{(J-I)^2}{2D} dt} \quad (14a)$$

y la función de fijado de medida:

$$\delta(G) = e^{i \int \frac{G^2}{2A} dt} \quad (14b)$$

donde puede probarse que A no tiene por qué tender a cero (esto constituye el llamado truco de t'Hooft)<sup>5</sup>.

Además, el factor  $\{J-I, G\}$  se puede exponenciar de la siguiente manera:

$$\{J-I, G\} = e^{i \delta(0) \int \ln \{J-I, G\} dt} \quad (14c)$$

donde  $\delta(0)$  es un número al que hay que asignar un valor dado<sup>6</sup>. El Hamiltoniano efectivo que resulta es:

$$H_{eff} = \lim_{D \rightarrow 0} \left[ H + \frac{(J-I)^2}{2D} + \frac{G^2}{2A} + \delta(0) \ln \{G, J-I\} \right] \quad (15)$$

El resultado físico es independiente de A y finito en el límite  $D \rightarrow 0$ .

### Extensiones

Este método puede extenderse para rotaciones en más dimensiones. Además, como se dijo antes, se pueden adoptar otras estrategias para exponenciar los vínculos. La extensión a casos fermiónicos es también sencilla. Se ha aplicado a varios modelos fermiónicos esquemáticos<sup>7</sup> y para el cálculo de las correcciones al momento de inercia del  $^{24}\text{Mg}$ .<sup>8</sup>

Referencias

- (1) J.L.Gervais, A.Jevichi y B.Sackita, Phys.Report 23C (1976) 281
- (2) A.E.G.Sudarshan and N.Mukunda: Classical Dynamics: A modern perspective. J.Wiley (1974)
- (3) L.D.Fadeev and V.N.Popov, Phys.Lett. 25B (1967) 29
- (4) V.Alessandrini, D.R.Bes and B.Machet, Nucl.Phys. B142 (1978) 395;  
V.Alessandrini, D.R.Bes, O.Civitarese and M.T.Mehr, Phys.Lett. 148B,  
(1984) 395
- (5) G.t'Hooft, Nucl.Phys. B33, (1971) 173
- (6) Ver la primera de las Ref.(4).
- (7) V.Alessandrini, D.R.Bes and B.Machet, Phys.Lett. 80B (1978) 9;  
D.R.Bes, G.G.Dussel and R.P.J.Perazzo, Nucl.Phys. A340 (1980) 157;  
D.R.Bes, O.Civitarese and H.M.Sofia, Nucl.Phys. A370 (1981) 99
- (8) D.R.Bes, M.T.Mehr and R.J.Liotta, Nucl.Phys. A449 (1986) 459

## C-4

Miercoles 24 - 14:00 hs

Moderador: S.Reich

1. Un modelo de dos capas bosónico.  
P. Curutchet, J. Dukelsky, G. Dussel, A. Fendrik
2. Aproximación de campo medio y la transformación colectiva para hamiltonianos bosónicos de Dyson.  
M. C. Cambiaggio, J. Dukelsky
3. Descripción de las resonancias gigantes en el formalismo de *RPA* con buen isospin.  
E. Bauer, F. Krmpotic
4. Efectos de estructura nuclear en los procesos de decaimiento beta doble.  
M. Faig, J. Hirsch, F. Krmpotic



# UN MODELO BOSONICO DE DOS NIVELES

P. Curutchet, J. Dukelsky, G. Dussel y A. Fendrik.

## 1) Introducción

El espectro de bajas energías de los sistemas nucleares medios y pesados puede ser descripto en términos de modos elementales de excitación que involucran aglomerados de nucleones<sup>1)</sup>. Por ejemplo para describir la superfluidez nuclear<sup>2)</sup> y las vibraciones de apareamiento<sup>3)</sup> se utilizan pares de nucleones acoplados a  $J=0$  y  $T=1$ . Hace algunos años, el modelo de cuartetos<sup>4)</sup> introdujo excitaciones elementales de mayor número de partículas. Esta descripción considera al núcleo formado por partículas  $\alpha$ . La razón de esta elección fue sugerida por la gran estabilidad de las partículas  $\alpha$ . Este tipo de modelos se remontan a los primeros tiempos de la física nuclear<sup>5)</sup>. Para los núcleos livianos en los cuales  $N \approx Z$ , el modelo de aglomerados  $\alpha$  resulta satisfactorio<sup>6)</sup>. Por otra parte el estudio sistemático de las masas nucleares<sup>7,8,9,10)</sup>, a lo largo de la tabla periódica, muestra resultados consistentes con la existencia de los aglomerados  $\alpha$  como excitaciones elementales.

Recientemente se mostró<sup>11)</sup> que en los núcleos pesados podría existir una competencia entre la estructura de condensado de pares de partículas del mismo tipo (esto es, la descripción superconductora del núcleo) y un estado formado por un condensado de cuartetos similares a partículas (que puede asociarse con estados deformados). También se mostró<sup>12)</sup> que para describir el cuarteto del condensado es necesario tener en cuenta no solamente los pares de nucleones  $T=1$  sino también los  $T=0$ . Para ello se deben incluir  $R$  excitaciones colectivas de dos partículas, donde  $R$  es un número del mismo orden de magnitud que el número de partículas activas. De este modo las excitaciones de cuatro cuerpos resultan una combinación coherente de pares de estas excitaciones de dos cuerpos. Es importante remarcar que en la descripción a orden cero en  $1/\Omega$ , donde  $\Omega$  es el número de estados efectivos partícula-partícula, los pares colectivos pueden ser tratados como bosones debido a que las correcciones que introduce el principio de Pauli resultan de orden  $1/\Omega$ <sup>13)</sup>.

El presente trabajo consiste en el estudio de un modelo bosónico simple que presenta características similares a las mencionadas. Este sistema tiene la ventaja de mostrar de una manera clara, la competencia

entre la condensación de Bose y la formación de pares coherentes de bosones.

Para poner de manifiesto la relevancia de estas estructuras en la descripción del sistema se lo resuelve exactamente y a través de distintas aproximaciones (Hartree-Bose, BCS de bosones y Holstein-Primakoff).

## 2) Formulación del modelo y su resolución exacta.

El modelo a estudiar consiste en un sistema con  $2M$  bosones distribuidos en dos niveles separados por una energía  $D$  con una interacción residual de apareamiento. Uno de los niveles (nivel 1) admite  $2R$  tipos de bosones distintos mientras que el otro (nivel 0) 2. El Hamiltoniano es

$$H = D/2 \left[ \sum_{m>0} (\gamma_m^+ \gamma_m + \gamma_m^- \gamma_m^-) - (\gamma_0^+ \gamma_0 + \gamma_0^- \gamma_0^-) \right] - G \left( \sum_{m>0} \gamma_m^+ \gamma_m^- \gamma_0^- \gamma_0^+ + \text{H.C.} \right) \quad (1)$$

Donde  $\gamma_m^+$  ( $\gamma_0^+$ ) crea un bosón en el nivel 1(0).

En la referencia<sup>[1]</sup> se muestra que este modelo presenta algún tipo de similitud con el Hamiltoniano efectivo para el núcleo  $^{212}\text{Po}$  si interpretamos que  $\gamma_0^+$  ( $\gamma_0^-$ ) crea un fonón de apareamiento de protones (neutrones) y que la suma coherente de pares conjugados de operadores bosónicos resulta una excitación de tipo .

Para resolver exactamente este problema, se diagonaliza (1) en la base ortonormal

$$|M, m\rangle = \frac{1}{(M-m)!} \sqrt{\frac{(R-1)!}{n! (R+m-1)!}} (\gamma_0^+ \gamma_0^-)^{(M-m)} \left( \sum_{m=1}^R \gamma_m^+ \gamma_m^- \right)^m |0\rangle$$

Los parámetros relevantes que permiten describir el problema adecuadamente adimensionalizado son

$$\xi = D / G(MR)^{1/2}, \quad M/R$$

El estudio del límite  $M/R \gg 1$  puede encontrarse en la ref. 14, nosotros estamos interesados en el caso  $M/R < 1$ .

## 3) Soluciones aproximadas.

### a) Hartree-Bose.

Se supone un estado fundamental dado por

$$|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{(2M)!}} (\Delta_0^+)^{2M} |0\rangle \quad (2)$$

con

$$\Lambda_0^+ = \frac{1}{\sqrt{2(1+\beta^2 R)}} (\gamma_0^+ + \gamma_0^+ + \beta \sum_{m>0} (\gamma_m^+ + \gamma_{-m}^+))$$

que corresponde a un condensado de bosones.

Para los estados excitados se supone

$$|\tilde{1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{(2M-1)!}} \Lambda_1^+ \Lambda_0^+{}^{2M-1} |0\rangle$$

$$\Lambda_1^+ = \frac{1}{\sqrt{2R(1+\beta^2 R)}} (\beta R (\gamma_0^+ + \gamma_0^+) - \sum_{m>0} (\gamma_m^+ + \gamma_{-m}^+))$$

Minimizando el valor medio del Hamiltoniano para el estado (2) se obtiene, para el estado fundamental

$$E_{g.s.}^* = \frac{E}{GM^{\frac{1}{2}} R^{\frac{1}{2}}} = \begin{cases} -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{M}{R}} \frac{1}{(1-\frac{1}{2M})} \left[ \left(1 - \frac{1}{2M}\right)^2 + \xi^2 \frac{R}{M} \right] & \text{si } |\xi| > 1 \\ -|\xi| & \xi \leq 1 \end{cases}$$

donde  $\xi = G(M-1/2)/D$

y para los estados excitados

$$E_{ac}^* = \begin{cases} \frac{3}{2} \sqrt{\frac{M}{R}} \left(1 - \frac{1}{2M}\right) - \xi^2 \sqrt{\frac{R}{M}} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2M}} & |\xi| > 1 \\ |\xi| & \xi \leq 1 \end{cases}$$

b) BCS

Se supone al estado fundamental como

$$|\phi\rangle = e^{\sum \pi_0^+} |0\rangle$$

donde

$$\pi_0^+ = \sum_{\alpha=0}^R \chi_{\alpha} \gamma_{\alpha}^+ \gamma_{\alpha}^+$$

Se definen operadores de "cuasipartículas" bosónicas que obedecen a

$$[\alpha_p, \alpha_p^+] = 1$$

como

$$\alpha_p^+ = U_p \gamma_p^+ - V_p \gamma_{\bar{p}}$$

Se introduce la inversa de la transformación en (1) y se obtienen las ecuaciones

$$\frac{(\frac{D}{2} + \lambda)}{\sqrt{(\frac{D}{2} + \lambda)^2 - \Delta_0^2}} + \frac{R (\frac{D}{2} - \lambda)}{\sqrt{(\frac{D}{2} - \lambda)^2 - \Delta_p^2}} = (2M + R + 1)$$

$$\Delta_0 = \frac{GR\Delta_p}{2E_p} \quad ; \quad E_p = \sqrt{(\frac{D}{2} - \lambda)^2 - \Delta_p^2}$$

$$\Delta_p = \frac{G\Delta_0}{2E_0} \quad ; \quad E_0 = \sqrt{(\frac{D}{2} + \lambda)^2 - \Delta_0^2}$$

que se resuelven numéricamente.

#### c) Holstein-Primakoff

Se realiza un mapeamiento bosónico de la forma bilineal

$$P^+ = \frac{1}{\sqrt{R}} \sum_m \gamma_m^+ \gamma_m^+$$

Como

$$[P, P^+] = 1 + \sum_m \frac{\gamma_m^+ \gamma_m}{R}$$

se tendrá

$$P^+|_{HP} = \phi^+ \sqrt{1 + \frac{M\phi}{R}}$$

con  $\phi^+$  bosónico, entonces se satisface que

$$[P]_{HP}, [P^+]_{HP} = 1 + \frac{2M\phi}{R}$$

y el Hamiltoniano resulta

$$H|_{HP} = D(2M\phi - n_0 - n_0) - G\sqrt{R}(\gamma_0^+ \gamma_0^+ \sqrt{1 + \frac{M\phi}{R}} \phi + H.C.)$$

Utilizamos el estado variacional

$$|\alpha, M\rangle = (\gamma_0^+ \gamma_0^+ + \alpha \phi^+)^M |0\rangle$$

que conduce a la energía

$$E = \frac{1}{MG\sqrt{MR}} \frac{\langle \alpha M | H | \alpha M \rangle}{\langle \alpha M | \alpha M \rangle} = \frac{\sum_r \left\{ \left( \frac{2r}{M} - 1 \right) \alpha \right\} - \frac{2r}{\sqrt{M}} \left( 1 - \frac{r-1}{M} \right) \sqrt{1 + \frac{r-1}{R}} \right\} \frac{\alpha^{2r-1}}{r!}}{\sum_r \frac{\alpha^{2r}}{r!}}$$

Para determinar se utiliza que

$$\frac{\partial \langle \alpha M | H | \alpha M \rangle}{\partial \alpha} - E \frac{\partial \langle \alpha M | \alpha M \rangle}{\partial \alpha} = 0$$

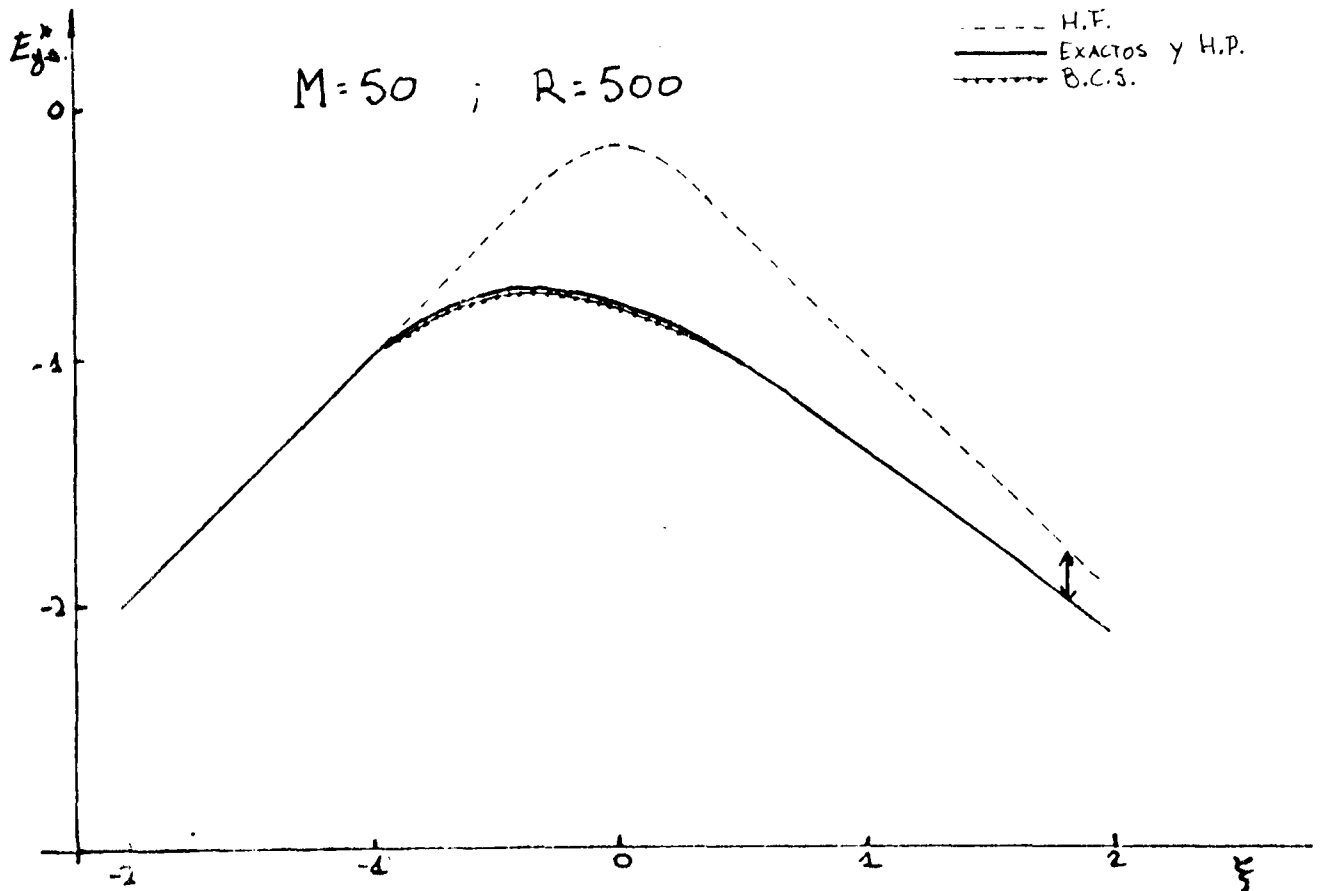
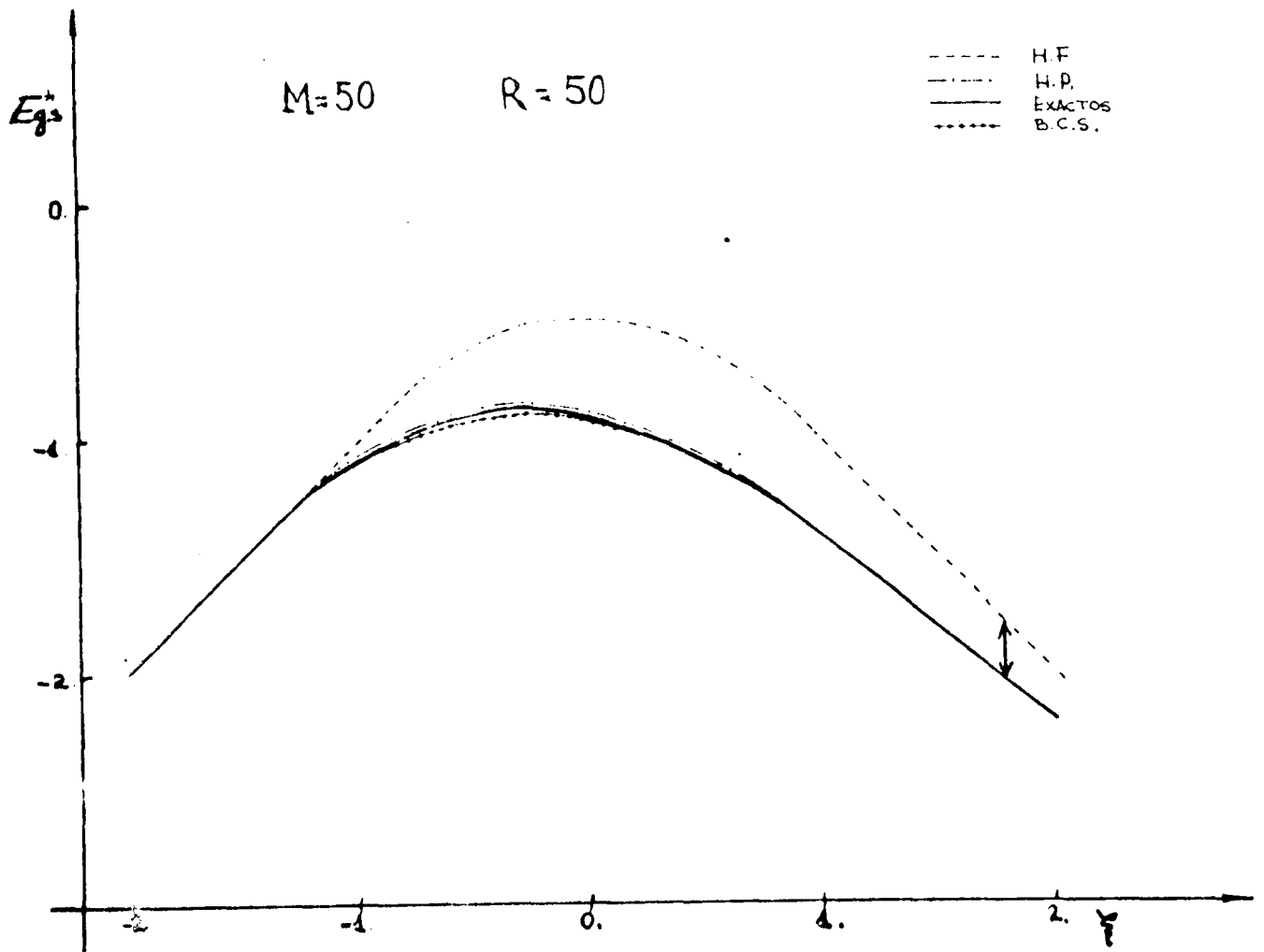
#### 4) Resultados y conclusiones

En las figuras 1 y 2 se muestran las energías del estado fundamental correspondientes al cálculo exacto y a el realizado con las distintas aproximaciones mencionadas anteriormente para  $M=50$  y  $R=50$  y  $500$  como función del parámetro  $\gamma$ . En la región de los  $\gamma < -1$ , que corresponde a la región de pequeña interacción residual con el nivel 1 debajo del nivel 0, la descripción del tipo de condensado de bosones (HB) resulta satisfactoria (igual que las otras dos) sin embargo en la región donde la interacción es importante ( $-1 < \gamma < 1$ ), la descripción de estado coherente de pares de bosones (BCS) y la HP aproximan la energía exacta satisfactoriamente mientras que la descripción de condensado de bosones

falla. En la región de pequeña interacción para  $\xi > 1$ , la energía de esta última descripción difiere apreciablemente de la correspondiente al cálculo exacto mientras que las energías BCS y HP se aproximan mucho a dicho valor. Esto indica que aún para sistemas en los cuales la interacción residual es pequeña, existe una parte apreciable de la función de onda del estado fundamental que no corresponde a un condensado usual de bosones y está relacionada con la condensación de pares coherentes de bosones.

## Referencias

- 1) B.R.Mottelson, Proc.IXIX Course of the Int. School of Physics "Enrico Fermi", (North Holland, Amsterdam, 1977).
- 2) S.Belyaev, Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk. 31 11 (1959).  
A.Bohr, B.R.Mottelson and D.Pines, Phys.Rev. 110 936 (1958).
- 3) D.R.Bes and R.A.Brogliu, Nucl.Phys. 80 289 (1966).
- 4) A.Arima and V.Gillet, Ann.of Phys. 66 117 (1971).  
A.Arima, V.Gillet and J.Ginocchio, Phys.Rev.Lett. 25 1043 (1970).
- 5) J.M.Blatt and V.F.Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics, Wiley, NY, 1952. Cap.7.4 y referencias allí contenidas.
- 6) A.Arima, H.Horiuchi, K.Kubodera and N.Takigawa, Adv.in Nucl.Phys. 5 345 (1972).
- 7) M.Danos and V.Gillet, Z.Phys. 24B 294 (1972).
- 8) P.Franzini and L.A.Radicati, Phys.Lett. 6 322 (1963).
- 9) M.Cauvin, V.Gillet, F.Soulmagnon and M.Danon, Nucl.Phys. A361 192 (1981).
- 10) G.G.Dussel, R.J.Liotta and R.P.J.Perazzo, Nucl.Phys. A388 606 (1982).
- 11) G.G.Dussel, A.J.Fendrik and C.Pomar, Phys.Rev. C34 1969 (1986).
- 12) G.G.Dussel and A.J.Fendrik, Phys.Rev. C34 1097 (1986).
- 13) J.Dukelsky, G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo, S.L.Reich and H.M.Sofia, Nucl.Phys. A425 93 (1984).
- 14) Nozieres and D.Saint James J.Phys. (Paris) 43 1133 (1982).



APROXIMACION DE CAMPO MEDIO Y LA TRANSFORMACION COLECTIVA PARA  
HAMILTONIANOS BOSONICOS DE DYSON

M.C.Cambiaggio y J.Dukelsky

Departamento de Física, Comisión Nacional de Energía Atómica

Ultimamente ha habido gran interés en el uso de los desarrollos bosónicos<sup>1-5)</sup> como un medio conveniente para describir las propiedades colectivas nucleares. Se han usado mapeamientos unitarios y no unitarios. El último, conocido como teoría bosónica de Dyson, tiene dos ventajas. Es exacto y provee un desarrollo bosónico finito, mientras que las teorías hermíticas están caracterizadas por desarrollos bosónicos infinitos. Sin embargo, también aparecen problemas. Debido al carácter no unitario del mapeamiento de Dyson la condición de normalización no es suficiente para normalizar el bra y el ket por separado<sup>5-7)</sup>.

Además, hay otro problema que surge siempre que se trabaja con desarrollos bosónicos. El espacio de Hilbert bosónico es siempre más grande que el espacio de Hilbert fermiónico original. En principio, puede determinarse un subespacio bosónico físico directamente relacionado con el espacio fermiónico. El resto del espacio ideal no tiene en cuenta los efectos de Pauli. En consecuencia, pueden aparecer estados espúreos cuando se usa el hamiltoniano mapeado<sup>5,8,9)</sup>.

Por otro lado, no siempre es posible hacer una diagonalización completa del hamiltoniano bosónico en cálculos realistas. Por lo tanto deben realizarse aproximaciones adecuadas y la base debe ser truncada en una forma conveniente y significativa. Actualmente no está claro cómo hacer esto, particularmente en el caso del mapeamiento bosónico de Dyson. En este trabajo nosotros proponemos usar una aproximación de campo medio y mostramos que un tratamiento de Hartree-Bose que tenga en cuenta el carácter no hermítico del hamiltoniano mapeado da buenos resultados para

el estado fundamental cuando se lo aplica a un modelo de capas simplificado definido por un hamiltoniano de apareamiento monopolar. Una posterior aproximación de Tamm-Dancoff (TDA) provee buenos resultados para el primer estado excitado en el mismo caso. Además, y particularmente importante, se obtiene una forma clara de truncar a un conjunto particular de bosones colectivos que puede ser mejorado sistemáticamente.

El desarrollo bosónico de Dyson mapea operadores bifermiónicos en términos de operadores bosónicos ideales de creación y de destrucción  $B_{ij}^+$  y  $B_{ij}$

$$\begin{aligned} (a_i^+ a_j^+)_D &\rightarrow B_{ij}^+ - \sum_{kl} B_{ik}^+ B_{jl}^+ B_{kl} \\ (a_j a_i)_D &\rightarrow B_{ij} \\ (a_i^+ a_j)_D &\rightarrow \sum_k B_{ik}^+ B_{jk} \end{aligned} \quad (1)$$

donde el índice  $i$  especifica completamente un estado fermiónico simple.

Los operadores bosónicos ideales satisfacen el álgebra de bosones

$$\begin{aligned} [B_{ij}^+, B_{kl}^+] &= [B_{ij}, B_{kl}] = 0 \\ [B_{ij}, B_{kl}^+] &= \delta_{ik} \delta_{jl} - \delta_{jk} \delta_{il} \end{aligned} \quad (2)$$

y también  $B_{ij}^+ = -B_{ji}^+$ ,  $B_{ij} = -B_{ji}$ .

Se ve inmediatamente que la transformación (1) es no unitaria y finita.

A continuación se introducen operadores bosónicos colectivos  $\Gamma_n^+$

$$\Gamma_n^+ = \frac{1}{2} \sum_{ij} x_{ij}^n B_{ij}^+ \quad (3)$$

Teniendo en cuenta el carácter no unitario del mapeamiento (1) nosotros proponemos usar la ec.(3) para definir sólo los operadores bosónicos colectivos de creación e introducir otra definición para los

operadores bosónicos colectivos de destrucción  $\gamma_n$

$$\gamma_m = \frac{1}{2} \sum_{ij} Y_{ij}^m B_{ij} \quad . \quad (4)$$

Para asegurar que la transformación dada por (3) y (4) sea canónica es necesario que se cumplan las siguientes relaciones entre las amplitudes  $X_{ij}^m$  e  $Y_{ij}^m$

$$\sum_{ij} X_{ij}^m Y_{ij}^m = 2 \delta_{mm} \quad (5)$$

$$\sum_m X_{ij}^m Y_{kl}^m = \delta_{ik} \delta_{jl} - \delta_{il} \delta_{jk}$$

Usando (5) se obtiene la transformación inversa

$$B_{ij}^+ = \sum_m Y_{ij}^m \Gamma_m^+ \quad (6)$$

$$B_{ij} = \sum_m X_{ij}^m \gamma_m \quad .$$

En la aproximación de Hartree se supone que la función de onda del estado fundamental es la de un condensado de una sola clase de bosones ( $n=0$ ) y se minimiza el valor de expectación del hamiltoniano con respecto a los coeficientes de la transformación<sup>10)</sup>. Con un hamiltoniano no hermítico como el obtenido con el mapeamiento bosónico de Dyson (1) se debe considerar un bra de prueba  $\langle \phi |$  que no sea igual al hermítico conjugado del ket de prueba  $|\psi\rangle$ ,

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}} (\Gamma_0^+)^N |0\rangle$$

$$\langle \phi | = \frac{1}{\sqrt{N!}} \langle 0 | (\gamma_0)^N \quad (7)$$

donde  $|0\rangle$  es el vacío de bosones y N el número de bosones.

Ahora probamos esta aproximación de campo medio en un modelo de capas simplificado definido por un hamiltoniano de apareamiento monopolar

$$\hat{H}_F = \sum_i \varepsilon_i a_i^\dagger a_i - \frac{G}{4} \hat{P}^+ \hat{P} \quad (8)$$

con

$$P^+ = \sum_i a_i^\dagger a_{\bar{i}}^\dagger \quad ; \quad \hat{P} = (\hat{P}^+)^+ \quad (9)$$

$\varepsilon_i$  es la energía de partícula independiente de la órbita  $i$  con momento angular  $j_i$  y degeneración de pares  $\Omega_i = j_i + \frac{1}{2}$ ,  $i$  representa el conjunto de números cuánticos  $j_i, m_i, \bar{i}$  identifica el estado reverso temporal y  $G$  es la intensidad de la interacción de apareamiento. La solución exacta puede obtenerse diagonalizando el hamiltoniano (8) en la base provista por el número de pares monopoles en cada órbita,  $|n_1, n_2, \dots, n_k\rangle$  siendo  $k$  el número de órbitas y  $0 \leq n_i \leq \Omega_i$ ;  $\sum_i n_i = N$ . En particular hemos usado un conjunto de parámetros apropiados para los isótopos del estaño  $k=5$ ;  $\varepsilon_i = 0, 0.22, 1.90, 2.20, 2.80$  MeV;  $G = 0.187$  MeV;  $\Omega_i = 3, 4, 1, 2, 6$ .

Aplicamos el mapeamiento bosónico (1) al hamiltoniano (8) y además truncamos el desarrollo considerando sólo bosones de momento angular cero  $B_{ii}^+$ . Usando después la transformación colectiva inversa (6) finalmente obtenemos el hamiltoniano mapeado

$$\begin{aligned} \hat{H}_B = & \sum_{i,m} \varepsilon_i Y_i^m X_i^m \Gamma_m^+ Y_m - \\ & - \frac{G}{4} \left[ \sum_{i,m} Y_i^m \Gamma_m^+ - \sum_{i,m,p} Y_i^m Y_i^m X_i^p \Gamma_m^+ \Gamma_m^+ Y_p \right] \sum_{j,q} X_j^q Y_q \end{aligned} \quad (10)$$

donde hemos tomado  $X_{i\bar{i}}^m = X_i^m$  e  $Y_{i\bar{i}}^m = Y_i^m$  por simplicidad. El valor de expectación de  $\hat{H}_B$  con respecto al bra y al ket de prueba

definidos en (7) da

$$E = \langle \Phi | \hat{H}_B | \Psi \rangle = N \sum_i \varepsilon_i x_i^0 y_i^0 - \frac{G}{4} N \sum_i [y_i^0 - (N-1)(y_i^0)^2 x_i^0] \sum_j x_j^0 \quad (11)$$

y las ecuaciones de Hartree resultan ser

$$\begin{aligned} (\varepsilon_i - \lambda) y_i^0 - \frac{G}{4} \sum_j y_j^0 + \frac{G}{4} (N-1) [(y_i^0)^2 \sum_j x_j^0 + \sum_j (y_j^0)^2 x_j^0] &= 0 \\ (\varepsilon_i - \lambda) x_i^0 - \frac{G}{4} \sum_j x_j^0 + \frac{G}{2} (N-1) y_i^0 x_i^0 \sum_j x_j^0 &= 0 \\ \sum_i x_i^0 y_i^0 &= 2 \end{aligned} \quad (12)$$

donde  $\lambda$  es el multiplicador de Lagrange relacionado con el vínculo dado en la última ecuación.

En la tabla 1 mostramos las energías de Hartree para el estado fundamental de los isótopos del estaño. Se incluyen los resultados exactos para comparar. Las energías aproximadas concuerdan muy bien con las exactas excepto en la mitad de la capa ( $N=8$ ). La parte inferior de la tabla ( $N=8-14$ ) se obtuvo considerando agujeros en lugar de partículas, es decir, reemplazando  $a_i^+$  y  $a_i^+$  por los operadores de agujero correspondientes  $b_i^-$  y  $b_i^+$  en el hamiltoniano (8) antes de mapearlo.

El próximo paso es conseguir una aproximación para los estados excitados y con este fin consideramos la TDA. Primero escribimos el tratamiento de Hartree en forma matricial,

$$\begin{aligned} \sum_j h_{ij} x_j &= \lambda x_i \\ \sum_i y_i h_{ij} &= \lambda y_j \end{aligned} \quad (13)$$

con

$$h_{ij} = \varepsilon_i \delta_{ij} - \frac{G}{4} + \frac{G(N-1)}{4} [y_i^0 x_i^0 + \delta_{ij} y_i^0 \sum_k x_k^0] \quad (14)$$

donde  $X_i^0$  e  $Y_i^0$  son las amplitudes obtenidas previamente.

Diagonalizando la matriz no hermítica de Hartree  $h_{ij}$  se obtiene el mismo conjunto  $X_i^0, Y_i^0$  para el autoestado más bajo (comparar las ecs. (13) y (12)). Las otras soluciones  $X_i^p, Y_i^p$ , ( $p \neq 0$ ), proveen una base adecuada, ortogonal al estado fundamental, para calcular la matriz TDA. Nótese que con el hamiltoniano (8) considerado aquí se puede trabajar en una base acoplada, independiente de  $m$  con  $i$  indicando sólo el número cuántico  $j_i$ . En este caso la matriz de Hartree es de orden  $K$  y la de TDA de orden  $(K-1)$ .

Los nuevos estados de la base son

$$|\psi_p\rangle = \frac{1}{\sqrt{(N-1)!}} \Gamma_p^+ (\Gamma_0^+)^{N-1} |0\rangle \quad (15)$$

$$\langle \phi_p | = \frac{1}{\sqrt{(N-1)!}} \langle 0 | (\gamma_0)^{N-1} \gamma_p$$

Diagonalizando el hamiltoniano mapeado (10) en esta base se obtienen los resultados de TDA. El autovalor más bajo es la energía de excitación del primer estado excitado y se muestra en la tabla 2 para los diferentes isótopos del estaño. Se incluyen los resultados exactos para comparar. Como en el caso del estado fundamental, las energías aproximadas concuerdan muy bien con las exactas salvo en la mitad de la capa. La parte inferior de la tabla 2 se obtuvo considerando agujeros en lugar de partículas.

El método descrito hasta ahora provee no sólo una buena aproximación para el estado fundamental y el primer excitado sino también una base de bosones colectivos adecuada generada con el bosón de Hartree y los de TDA. Estos están ordenados en energía y así se obtiene una forma clara de truncar a un conjunto particular de bosones colectivos que puede ser sistemáticamente mejorado.

Los resultados obtenidos de la diagonalización del hamiltoniano (10) truncado a sólo dos bosones colectivos se muestran en las terceras columnas de las tablas 1 y 2. En general, estos resultados son mejores que los de campo medio.

En resumen, hemos mostrado cómo aplicar una aproximación de campo medio al hamiltoniano bosónico no hermitico de Dyson. Los resultados obtenidos en el caso particular de un hamiltoniano de apareamiento monopolar son muy buenos. Para el estado fundamental estos resultados son tan buenos como los obtenidos previamente con otras aproximaciones bosónicas<sup>9,11)</sup>. El hecho de que la aproximación sea peor en la mitad de la capa se debe probablemente a la presencia de componentes espúreos. La situación es la siguiente: cuando uno realiza una diagonalización completa en el espacio bosónico el subespacio físico no se mezcla con el no físico pero esto siempre pasa cuando se usa una aproximación. En consecuencia aparecen componentes espúreos en los estados aproximados que son más importantes cuando los efectos de Pauli son más fuertes, es decir en la mitad de la capa. Como eliminar estas componentes espúreas, al menos parcialmente, es un punto interesante para estudios futuros.

La aproximación de Hartree más TDA provee un método para seleccionar un subespacio colectivo dentro del cual se puede truncar el hamiltoniano en una forma adecuada. La diagonalización del hamiltoniano en este subespacio colectivo tiene en cuenta efectos anarmónicos despreciados en TDA y mejora los resultados.

Referencias

- 1) E.R.Marshalek, Nucl.Phys. A347 (1980) 253
- 2) A.Klein y M.Vallieres, Phys.Lett. 98B (1981) 5
- 3) J.Dobaczewski, Nucl.Phys. A369 (1981) 237
- 4) T.Tamura, Phys.Rev. C28 (1983) 2840
- 5) Y.K.Gambhir, J.A.Sheikh, P.Ring y P.Schuck, Phys.Rev. C31 (1985) 1519
- 6) C.T.Li, Nucl.Phys. A417 (1984) 37
- 7) K.Takada, Phys.Rev. C34 (1986) 750
- 8) H.B.Geyer, C.A.Engelbrecht y F.J.W.Hahne, Phys.Rev. C33 (1986) 1041
- 9) C.T.Li, Phys.Rev. C29 (1984) 2309
- 10) J.Dukelsky, G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo, S.L.Reich y H.M.Sofia, Nucl.Phys. A425 (1984) 93
- 11) A.Klein, C.T.Li, T.D.Cohen y M.Vallieres, Progress in Particle and Nuclear Physics, Ed.D.Wilkinson, Pergamon Press, Oxford (1983) Vol.9, p.183.

Tabla 1

Energías del estado fundamental de los isótopos del estaño.

| N  | exacta | Hartree | 2b-diag. |
|----|--------|---------|----------|
| 2  | -2.624 | -2.626  | -2.625   |
| 3  | -3.258 | -3.265  | -3.261   |
| 4  | -3.419 | -3.435  | -3.427   |
| 5  | -3.084 | -3.113  | -3.100   |
| 6  | -2.209 | -2.261  | -2.239   |
| 7  | -0.701 | -0.807  | -0.685   |
| 8  | 2.161  | 1.421   | 5.037    |
| 8  | 2.161  | 1.973   | 2.155    |
| 9  | 5.702  | 5.590   | 5.691    |
| 10 | 9.829  | 9.767   | 9.817    |
| 11 | 14.497 | 14.465  | 14.488   |
| 12 | 19.668 | 19.654  | 19.664   |
| 13 | 25.318 | 25.312  | 25.316   |
| 14 | 31.427 | 31.425  | 31.427   |

Tabla 2

Energía de excitación del primer estado excitado  $0^+$  de los isótopos de estaño

| N  | exacta | TDA   | 2b-diag. |
|----|--------|-------|----------|
| 2  | 1.755  | 1.763 | 1.754    |
| 3  | 1.796  | 1.796 | 1.793    |
| 4  | 1.880  | 1.849 | 1.874    |
| 5  | 2.008  | 1.930 | 1.997    |
| 6  | 2.200  | 2.053 | 2.182    |
| 7  | 2.104  | 2.086 | 1.942    |
| 8  | 1.672  | 1.129 | 3.707    |
| 8  | 1.672  | 1.946 | 1.747    |
| 9  | 1.939  | 2.023 | 2.125    |
| 10 | 1.981  | 2.092 | 1.963    |
| 11 | 2.088  | 2.194 | 2.077    |
| 12 | 2.245  | 2.319 | 2.239    |
| 13 | 2.410  | 2.454 | 2.408    |
| 14 | 2.574  | 2.593 | 2.573    |

# SOBRE LA DESCRIPCION DE RESONANCIAS GIGANTES EN UN FORMALISMO DE RPA CON BUEN ISOSPIN.

E. Bauer <sup>a</sup>, F. Krmpotić <sup>a</sup>, y K. Nakayama <sup>b</sup>

En los últimos años se ha realizado un progreso considerable en el establecimiento de las propiedades de las Resonancias Gigantes con y sin intercambio de carga. Es ahora posible evaluar la posición de la energía, la intensidad y el ancho de los estados colectivos usando interacciones residuales realísticas y espacios de configuración de una partícula-un agujero, como así también de dos partículas-dos agujeros.

Sin embargo, estos cálculos sofisticados no usan una base con buen isospin, y por lo tanto no conservan esta simetría en núcleos con  $N > Z$ , para los cuales el isospin del estado fundamental  $T_0$ , viene dado por  $T_0 = (N - Z) / 2 > 0$ .

Sabemos, sin embargo, que como consecuencia de la conservación de la simetría de isospin el espectro nuclear tiende a separarse en estados con diferente número cuántico de isospin total  $T$ . Una manifestación clara de éste fenómeno es la fragmentación en isospin de las resonancias gigantes. De esta manera, hemos desarrollado un formalismo de RPA en el que el isospin es tratado como un buen número cuántico. Aquí, los estados partícula-agujero con un isospin definido son descompuestos en componentes de una partícula-un agujero, dos partículas-dos agujeros y tres partículas- tres agujeros. La relación exacta entre estos elementos de matriz se puede realizar con más facilidad usando un método de la ecuación tensorial de movimiento desarrollada en Ref. 1. Para mayores detalles ver Ref. 2.

Como ejemplo de aplicación del formalismo, desarrollamos un cálculo de las resonancias gigantes de Gamow-Teller. Los datos experimentales para la separación en energía entre las componentes de la resonancia Gamow-Teller entre componentes con  $T = T_0$  y  $T = T_0 - 1$  están dados en Ref. 3. En este trabajo, discutimos los núcleos doblemente mágicos  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  y  $^{208}\text{Pb}$ . El espectro de partícula independiente fue generado usando un potencial de Wood-Saxon, con los parámetros estándar  $r_0 = 1.27$  fm y  $a = 0.67$  fm, y el parámetro de spin-orbita  $\lambda = 28$  para  $^{48}\text{Ca}$  y  $\lambda = 32$  para el  $^{90}\text{Zr}$  y  $^{208}\text{Pb}$ . El pozo de potencial  $V_0$  fue elegido para reproducir la energía

de ligadura de los estados de partícula independiente de neutrones. De esta manera se pudo reproducir el comportamiento experimental conocido.

Las funciones de onda de partícula independiente son las mismas para protones y para neutrones en el mismo estado  $i$ . De esta manera, la energía de partícula independiente de protón  $\epsilon_p$  está relacionada con la de neutrón por medio de:

$$\epsilon_p(i) = \epsilon_n(i) - U_o(i) + \Delta_c$$

donde  $U_o(i)$  es la energía de simetría y  $\Delta_c$  es el desplazamiento Coulombiano de energía (incluyendo la diferencia de masa entre protón y neutrón).

Como interacción residual se tomó un Hamiltoniano de la forma:

$$H_{res} = -2\pi( v_s P_s + v_t P_t ) \delta(r_1 - r_2)$$

donde  $P_s$  y  $P_t$  son los operadores de proyección singlete y triplete respectivamente. La condición de autoconsistencia entre el campo de Hartree-Fock y el modo colectivo, viene dada por:

$$U_o(i) = -\sum_j \langle p_i n_j | H_{res} | p_i n_j \rangle$$

donde  $\langle p_i n_j | H_{rs} | p_i n_j \rangle$  es el elemento de matriz antisimétrico de protón-neutrón y la suma corre sobre la región de exceso de neutrones.

En la Tabla I, se muestran los valores calculados de las energías de excitación y probabilidades de transición para estados con  $T=T_o$  y  $T=T_o-1$ . A modo de comparación se incluyen también los resultados del RPA usual. Como podemos ver, el efecto de la simetría de isospin es bajar la energía de excitación. También reduce la probabilidad de transición, transfiriendo una parte a estados con  $T=T_o$ . Para el  $^{48}\text{Ca}$  la energía de excitación disminuye en  $\sim 1$  MeV para el estado colectivo, mientras que la probabilidad de transición se reduce en un 7%. Para el  $^{90}\text{Zr}$  la disminución en la energía de excitación es de 0.6 MeV mientras que la probabilidad de transición disminuye en un 4%. Finalmente, para el  $^{208}\text{Pb}$  la energía baja en 0.1 MeV y la probabilidad de transición en un 1%.

TABLA I

Energías de excitación (en MeV) e intensidades de transición para las transiciones Gamow-Teller. Las intensidades se muestran entre paréntesis y sus unidades son tales que la regla de suma independiente del modelo es  $4T_0$ . Solo se reproducen los estados dominantes. Los resultados calculados con y sin buen isospin se indican como teoría a) y b) respectivamente.

| Núcleo            | Teoría a)  |            | Teoría b)  | Experimento          |
|-------------------|------------|------------|------------|----------------------|
|                   | $T=T_0-1$  | $T=T_0$    |            |                      |
| $^{48}\text{Ca}$  | 1.1 (3.5)  |            | 1.2(3.8)   | 2.2(1.2 $\pm$ 0.2)   |
|                   | 9.2 (11.1) |            | 10.1(11.9) | 10.7(6.0 $\pm$ 0.8)  |
|                   |            | 16.4(1.0)  |            | 16.5(0.43 $\pm$ 0.0) |
| $^{90}\text{Zr}$  | 6.7(3.3)   |            | 6.6(4.0)   | 8.4 $\pm$ 0.2(1.2)   |
|                   | 14.7(15.3) |            | 15.3(16.0) | 14.8 $\pm$ 0.3(5.5)  |
|                   |            | 21.0(0.93) |            | 19.5 $\pm$ 0.4(0.7)  |
| $^{208}\text{Pb}$ | 17.5(63.8) |            | 17.6(64.3) | 18.5(32)             |
|                   |            | 24.1(0.15) |            | 25.8(0.8)            |
|                   |            | 26.0(0.41) |            | 27.5(0.7)            |

Nuestros resultados para los estados con  $T=T_0$  están siempre entre 6 y 8 MeV por encima de los estados que corresponden al caso de  $T = T_0 - 1$ , y tienen una probabilidad de transición pequeña comparada con éstos. En la última columna de la Tabla incluimos los datos experimentales. Teniendo en cuenta que en el cálculo no hay ningún parámetro libre, el acuerdo entre las energías calculadas teóricamente y los datos experimentales resulta satisfactorio. Por otro lado, ya que no hemos incluido ningún efecto de apantallamiento como la polarización de dos partículas-dos agujeros o las excitaciones  $\Delta$ -isobárica-agujero, los valores calculados para la probabilidad de transición son siempre significativamente mayores que los valores experimentales.

En resumen, hemos desarrollado un formalismo de RPA con buen isospin, resultando que las correcciones por buen isospin son del orden de  $1/T_0$ , por lo cual su aplicación para el caso de núcleos con  $T_0$  chico resulta interesante.

- a. Universidad Nacional de La Plata, Argentina.
- b. Michigan State University, USA.

#### Referencias:

1. D. J. Rowe y Ngo-Trong, Rev. Mod. Phys. 47(1975)471.
2. F. Krmpotić, C. P. Malta, K. Nakayama y V. Klemp, Phys. Lett. 149B(1984)1.  
E. Bauer, F. Krmpotić y K. Nakayama, a ser publicado.
3. B. D. Anderson, et. al., Phys. Rev. Lett. 45(1980)699.  
D. E. Brainum, et. al., Phys. Rev. Lett 44(1980) 1759.  
D. J. Horen, et. al., Phys. Lett. 95B (1980) 27.

# EFFECTOS DE ESTRUCTURA NUCLEAR EN EL DOBLE DECAIMIENTO BETA

M.Faig, J.Hirsch, F.Krmpotić

En este proceso, que puede ocurrir en núcleos en los que el decaimiento beta simple está energéticamente inhibido, un núcleo con  $Z$  protones y  $N$  neutrones, ambos pares decae a otro con  $Z+2$  y  $N-2$  respectivamente, con emisión de dos electrones y dos antineutrinos (modo  $2\nu$ ) o sin emisión de neutrinos (modo  $0\nu$ ). La ocurrencia de este último proceso implica la no conservación del número leptónico y que necesariamente el neutrino es una partícula masiva de Majorana.

De conocerse fidedignamente los elementos de matriz nucleares, esto podría arrojar interesantes resultados sobre la masividad o no del neutrino, calculada a partir de la vida media del modo  $0\nu$ . Como este conocimiento no está satisfactoriamente desarrollado, deberemos estudiar el otro modo.

El modo  $2\nu$  es el dominante en el decaimiento. Los cálculos actuales de estructura nuclear subestiman las vidas medias asociadas a él en uno o dos órdenes de magnitud (el proceso  $^{130}\text{T}_{\text{e}} \rightarrow ^{130}\text{T}_{\text{e}}$  es el más estudiado experimentalmente y el peor predicho por la teoría).

Para el modo  $2\nu$  la vida media se calcula como:

$$\left[ T_{2\nu}^{-1/2} \right]^{-1} = G_{\text{gt}} \left| \sum_m \frac{\langle f | G_Z | m \rangle \langle m | G_Z | i \rangle}{E_m - (M_i + M_f)/2} \right|$$

$$\approx G_{\text{gt}} M_{\text{gt}}$$

donde  $G_{\text{GT}}$  es la integral de fases en el espacio leptónico,  $|i\rangle$  y  $|f\rangle$  son los estados iniciales y finales  $0^+$ , con masas  $M_i$  y  $M_f$  respectivamente,  $|m\rangle$  representa los estados intermedios  $1^+$  con energía  $E_m$  en el núcleo

$(Z+1, N-1)$  y  $\sigma\tau$  es el operador de intercambio de spin e isospin.

Para calcular los estados iniciales y finales, dado que la mayoría de los núcleos a estudiar son de capas abiertas, usamos la descripción en términos de cuasipartículas. Los estados intermedios  $1^+$  los describimos como estados de dos cuasipartículas (una de neutrón y una de protón), incorporando la interacción residual a través de la aproximación de fases al azar (QRPA).

El Hamiltoniano usado es

$$H = \sum_{\alpha} e_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} + \sum_a e_a a_a^{\dagger} a_a - G_p \sum_{\alpha, \beta > 0} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} a_{\beta} - \\ - G_n \sum_{a, b > 0} a_a^{\dagger} a_a^{\dagger} a_b a_b + \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ a, b}} \langle \alpha a | V_{np} | \beta b \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_a^{\dagger} a_b a_{\beta}$$

en el que  $a_{\alpha}^{\dagger}$ ,  $a_{\alpha}$  son los operadores de creación y aniquilación de partículas, las letras griegas como subíndices representan los estados de partícula independiente de protón, las latinas los de neutrón,  $e_{\alpha}$ ,  $e_a$  son las respectivas energías de partícula independiente y  $G_p$ ,  $G_n$  son las constantes de apareamiento de protón y neutrón.

En términos de los operadores de cuasipartícula  $\alpha_{\alpha}^{\dagger}$ ,  $\alpha_{\alpha}$  el Hamiltoniano resulta

$$H = U_0 + \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} \alpha_{\alpha}^{\dagger} \alpha_{\alpha} + \sum_a \epsilon_a \alpha_a^{\dagger} \alpha_a + \\ + \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ a, b}} \langle \alpha a | V_{np} | \beta b \rangle : \alpha_{\alpha}^{\dagger} \alpha_a^{\dagger} \alpha_b \alpha_{\beta} :$$

donde aquí el producto normal es tomado respecto al vacío de cuasipartículas y  $\epsilon_{\alpha}$ ,  $\epsilon_a$  son las energías de cuasipartícula.

El estado inicial (vacío) queda descrito por

$$|0^+\rangle = |BCS \text{ (protones)}\rangle |BCS \text{ (neutrones)}\rangle ,$$

y los estados excitados  $1^+$  los generamos con

$$O_{\lambda JH}^+ = \sum_{\alpha a} (X_{\alpha a J}^\lambda A_{\alpha a JH}^+ - Y_{\alpha a J}^\lambda A_{\alpha a JH}),$$

donde

$$A_{\alpha a JH}^+ = \sum_{m_a, m_a'} (j_a m_a j_a m_a' | JH) \alpha_a^+ \alpha_a'^+ , \quad A_{\alpha a JH} = (-1)^{J+H} A_{\alpha a JH}^+$$

y las  $X_J^\lambda, Y_J^\lambda$  satisfacen las relaciones usuales de RPA

$$\begin{pmatrix} A^J & B^J \\ -B^J & -A^J \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_J^\lambda \\ Y_J^\lambda \end{bmatrix} = \omega_\lambda \begin{bmatrix} X_J^\lambda \\ Y_J^\lambda \end{bmatrix}$$

con

$$A_{\alpha\beta}^J = A_{\alpha a, \beta b}^J = \delta_{\alpha\beta} \delta_{ab} (\epsilon_\alpha + \epsilon_a) + \\ + (u_\alpha u_a u_\beta u_b + v_\alpha v_a v_\beta v_b) G(\alpha a \beta b, J) + \\ + (u_\alpha v_a u_\beta v_b + v_\alpha u_a v_\beta u_b) F(\alpha a \beta b, J)$$

$$B_{\alpha\beta}^J = B_{\alpha a \beta b}^J = - (u_\alpha u_a v_\beta v_b + v_\alpha v_a u_\beta u_b) G(\alpha a \beta b, J) + \\ + (u_\alpha v_a v_\beta u_b + v_\alpha u_a u_\beta v_b) F(\alpha a \beta b, J)$$

$$G(\alpha a \beta b, J) = \langle (\alpha a) J | V_{np} | (\beta b) J \rangle$$

$$F(\alpha a \beta b, J) = \langle (\alpha a') J | V_{np} | (\beta b') J \rangle$$

Las amplitudes de transición resultan

$$\langle I_m^+ | \sigma \tau^- | 0^+ \rangle = \sum_{\alpha\alpha'} \left( \chi_{\alpha\alpha'}^{*m} u_{\alpha} \tau_{\alpha} + \gamma_{\alpha\alpha'}^{*m} \tau_{\alpha} u_{\alpha} \right) \langle I || \sigma || I_a \rangle$$

En este cálculo se usó una interacción central antisimetrizada de alcance nulo

$$V_{np} = -2 (V_s P_s + V_t P_t) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

en la que  $P_s, P_t$  son los operadores de proyección de singlete y triplete de spin respectivamente. Esta interacción sencilla tiene sólo dos parámetros libres, que son fijados en el canal partícula-hueco (p-h) usando la sistemática de los estados Gamow-Teller (3), que indica que  $V_{tph} - V_{sph} = 74 \text{ MeV fm}^3$  y la energía del estado isobárico análogo (IAS) en el  $^{208}\text{Bi}$  calculados sobre  $^{208}\text{Pb}$ , que requiere  $V_{sph} + V_{tph} = 295 \text{ MeV fm}^3$ . Estos valores llevan a resultados no físicos (autovalores complejos) al ser usados en el canal partícula-partícula (p-p) y por ello se decidió usar parametrizaciones distintas en cada canal. Esta situación estaría relacionada con los efectos diferentes que tiene el truncamiento del espacio de estados de partícula independiente sobre las interacciones efectivas de p-p y p-h (1).

Fijando la energía del primer estado  $1^+$  del  $^{42}\text{Sc}$  calculado sobre  $^{40}\text{Ca}$  se establece  $V_{tpp} = 40 \text{ MeV fm}^3$ . Con estos parámetros se consigue un buen ajuste de las excitaciones Gamow-Teller para los 14 núcleos con número másico entre 76 y 130 estudiados.

Como es sabido, las excitaciones de dos cuasipartículas distintas sobre el núcleo padre (N,Z) llevan simultáneamente a 4 núcleos hijos:

$$\begin{aligned} (N+1, Z+1) & , & (N-1, Z+1) \\ (N+1, Z-1) & , & (N-1, Z-1) \end{aligned}$$

Para las excitaciones  $\sigma \tau^-$  corregimos los autovalores  $\omega_\lambda$  por la energía necesaria para quitar un neutrón y agregar un protón

$$E_{\lambda} = \omega_{\lambda} + (\lambda_p - \lambda_n) \omega_n$$

con

$$\lambda_p(A, Z) = \frac{1}{2} [S_p(A, Z) + S_p(A+1, Z+1)]$$

$$\lambda_n(A, Z) = \frac{1}{2} [S_n(A, Z) + S_n(A+1, Z)]$$

siendo  $S_p, S_n$  las energías de separación de protón y de neutrón. Para las excitaciones  $\sigma\bar{\sigma}^+$  la corrección correspondiente es

$$E_{\lambda} = \omega_{\lambda} + (\lambda_n - \lambda_p) \omega_n.$$

Hasta ahora hemos hablado de los estados iniciales e intermedios. En el cálculo de las vidas medias se requiere de las amplitudes  $\langle 1_m^+ | \sigma\bar{\sigma}^- | 0_i^+ \rangle$  y  $\langle 0_f^+ | \sigma\bar{\sigma}^- | 1_m^+ \rangle = \langle 1_m^+ | \sigma\bar{\sigma}^+ | 0_f^+ \rangle^*$ . En este estudio hacemos la aproximación.

$$\langle 1_m^+ | \sigma\bar{\sigma}^+ | 0_f^+ \rangle \approx \langle 1_m^+ | \sigma\bar{\sigma}^- | 0_i^+ \rangle$$

que nos permite calcular  $\bar{\sigma}_{1/2}^{20}$  con sólo haber obtenido los estados intermedios  $1^+$  sobre el núcleo inicial. Simétricamente, también hacemos otro cálculo partiendo del núcleo final y asumiendo

$$\langle 1_m^+ | \sigma\bar{\sigma}^- | 0_i^+ \rangle \approx \langle 1_m^+ | \sigma\bar{\sigma}^+ | 0_f^+ \rangle$$

De este modo obtenemos dos resultados para las vidas medias y dos espectros de los estados intermedios, unos provenientes de partir del núcleo inicial y otros del final. Mientras este estudio estaba en desarrollo apareció publicado un trabajo de Vogel y Zirnbauer(1) en el que se usa la misma aproximación, basándose sobre ésta fuertes resultados. Nosotros consideramos necesario hacer un cuidadoso análisis de estos aspectos, en particular de la consistencia de los resultados provenientes de las dos aproximaciones.

En la tabla I se muestran las vidas medias calculadas para 14 núcleos agrupados por pares (núcleos padre e hijo del decaimiento beta doble). Se comparan los resultados obtenidos en este trabajo con los

expuestos por Vogel et al. (1) y por Grotz et al.(2). También se exhiben las vidas medias experimentales conocidas. En las últimas dos columnas aparecen las energías de las resonancias gigantes Gamow-Teller calculadas y sus valores experimentales (marcados con \*) o su extrapolación tomada de Nakayama et al.(3).

El análisis de la Tabla 1 muestra que el modelo utilizado predice correctamente las resonancias Gamow-Teller y muestra una manifiesta reducción de las vidas medias respecto de cálculos anteriores como el de Grotz, en coincidencia con lo encontrado por Vogel. Esta reducción se debe a la notoria disminución de las amplitudes  $\sigma \zeta^+$  por efecto de la interacción en el canal p-p dentro del formalismo RPA, donde los dos términos que expresan estas amplitudes tienen a cancelarse, a diferencia del formalismo Tamm-Dancoff donde ésto no ocurre por estar presente sólo el término correspondiente a la amplitud "forward".

En la gráfica 1 se muestra la dependencia del elemento de matriz nuclear  $M_{GT}$  asociado al decaimiento beta doble de la intensidad  $V_{tpp}$  de la interacción en el canal p-p para el proceso  $^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$ . En ella se ve cómo  $M_{GT}$  va disminuyendo su valor hasta anularse para luego cambiar de signo. Es claro de aquí que un ajuste preciso de  $V_{tpp}$  es crucial para la predicción de  $\zeta_{\frac{1}{2}}^{2v}$ . En este trabajo esto se realizó con el cálculo simultáneo de las resonancias Gamow-Teller, lo que le otorga fiabilidad, aunque es preciso señalar que las energías de estos estados dependen en una forma notoriamente más suave del canal p-p en comparación con las vidas medias.

La gráfica 2 muestra los estados fundamentales del  $^{100}_{42}\text{Mo}$ ,  $^{100}_{43}\text{Tc}$ ,  $^{100}_{44}\text{Ru}$ , y los estados intermedios  $1^+$  del Tc calculados sobre el Mo (caso a) y sobre el Ru (caso b). Las líneas horizontales llenas indican el valor absoluto de la amplitud de la transición  $\sigma \zeta^-$  entre ese estado y el inicial, mientras que las punteadas se refieren a la transición  $\sigma \zeta^-$  entre el estado intermedio y el final. Como se discutió anteriormente se han

realizado dos cálculos distintos, que se corresponden con los casos a) y b). En el caso a) se calcularon las transiciones  $\zeta\zeta^-$  y  $\zeta\zeta^+$  sobre el  $^{100}_{42}\text{Mo}$ , correspondiendo las líneas llenas al proceso  $^{100}_{42}\text{Mo} \rightarrow ^{100}_{43}\text{Tc}$  mientras que las punteadas corresponden al proceso  $^{100}_{42}\text{Mo} \rightarrow ^{100}_{41}\text{Nb}$ , siendo justamente la aproximación su sustitución en lugar de las transiciones  $^{100}_{43}\text{Tc} \rightarrow ^{100}_{44}\text{Ru}$  que en este caso no fueron calculadas. En el caso b) se calcularon las transiciones sobre el  $^{100}_{44}\text{Ru}$ , se usó correctamente la representada por líneas punteadas ( $^{100}_{44}\text{Tc} \rightarrow ^{100}_{43}\text{Mo}$ ) y se hizo la aproximación al usar para las líneas llenas las amplitudes del proceso ( $^{100}_{44}\text{Ru} \rightarrow ^{100}_{45}\text{Rh}$ ) en lugar de las  $^{100}_{42}\text{Mo} \rightarrow ^{100}_{43}\text{Tc}$  que no fueron calculadas.

Es claro de la gráfica que los espectros coinciden muy pobremente. El análisis detallado de las funciones de onda muestra que estados con una importante superposición en una y otra descripción tienen energías que difieren hasta en 2 Mev. Este es el punto más débil de este estudio y nuestra principal crítica al trabajo de Vogel. Es muy difícil justificar la aproximación usada cuando las diferentes descripciones de los mismos estados físicos intermedios no coinciden.

Actualmente estamos desarrollando dos propuestas para superar estas dificultades. La primera es desarrollar el formalismo QRPA para estados proyectados en número de partículas, los que resolvería el problema de cuál es el núcleo en el que se calculan los estados intermedios, evitando hacer el ajuste de los autovalores y, probablemente, llevando a una descripción más consistente. La segunda propuesta es calcular el estado intermedio en la aproximación Tamm-Dancoff proyectada y construir el estado final sobre éste como el estado de cuatro cuasipartículas acopladas a momento angular cero de menor energía, obteniendo de este modo una descripción única para todo el decaimiento.

Por último, también se piensa implementar la inclusión del isóbaro delta (a través de las excitaciones delta-agujero), efecto que sin

guardar relación con los problemas anteriores ha sido encontrado como importante al investigar las discrepancias entre las intensidades totales medidas y predichas por la teoría en las excitaciones Gamow-Teller.

#### Referencias

- 1) P.Vogel, M.R.Zirnbauer. Phys.Rev.Lett. 57 (1986) 3148.
- 2) K.Grotz, H.V.Klapdor. Nucl.Phys. A460 (1986) 395.
- 3) K.Nakayama, A.Pio Galeao, F.Krmpotić. Phys.Lett. 114B (1982) 217.

| núcleo          | $M_{gt}$ | $T^{1/2}_{teorico}$  |                      |                      | $T^{1/2}_{exp.}$     | $E_{gt}$  |            |
|-----------------|----------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------|------------|
|                 |          | este trabajo         | Voguel               | Grotz                |                      | calculada | experimen. |
| $^{72}_{32}Ge$  | 0.04     | $1.9 \times 10^{22}$ | $1.8 \times 10^{21}$ | $1.1 \times 10^{20}$ | $> 8 \times 10^{19}$ | 14.25     | 13.5       |
| $^{76}_{34}Se$  | 0.12     | $2.1 \times 10^{21}$ |                      |                      |                      | 15.00     | 15.00      |
| $^{82}_{34}Se$  | 0.05     | $3.6 \times 10^{20}$ | $2.5 \times 10^{20}$ | $4.5 \times 10^{18}$ | $> 1 \times 10^{20}$ | 14.63     | 13.50      |
| $^{82}_{36}Kr$  | 0.14     | $4.6 \times 10^{10}$ |                      |                      |                      | 16.58     | 15.00      |
| $^{96}_{40}Zr$  | 0.12     | $1.8 \times 10^{19}$ | $3.2 \times 10^{17}$ | $5.2 \times 10^{17}$ |                      | 14.39     | 14.5*      |
| $^{96}_{42}Mo$  | 0.18     | $7.8 \times 10^{18}$ |                      |                      |                      | 16.19     | 16.0*      |
| $^{100}_{42}Mo$ | 0.13     | $2.7 \times 10^{19}$ | $2.8 \times 10^{18}$ | $1.8 \times 10^{18}$ |                      | 15.85     | 15.0*      |
| $^{100}_{44}Ru$ | 0.13     | $2.7 \times 10^{19}$ |                      |                      |                      | 17.24     | 16.5       |
| $^{116}_{48}Cd$ | 0.06     | $1.5 \times 10^{20}$ | $3.4 \times 10^{20}$ | $8.3 \times 10^{18}$ |                      | 15.13     | 15.5       |
| $^{116}_{50}Sn$ |          |                      |                      |                      |                      | 14.43     | 17.0*      |
| $^{128}_{52}Te$ | 0.05     | $2.1 \times 10^{24}$ | $2.7 \times 10^{23}$ | $1.2 \times 10^{23}$ | $> 7 \times 10^{24}$ | 14.83     | 16.0       |
| $^{128}_{54}Xe$ | 0.07     | $1.1 \times 10^{24}$ |                      |                      |                      | 15.78     | 17.0       |
| $^{130}_{52}Te$ | 0.05     | $3.8 \times 10^{20}$ | $1.0 \times 10^{20}$ | $1.8 \times 10^{19}$ | $2.6 \times 10^{21}$ | 14.63     | 15.5       |
| $^{130}_{52}Xe$ | 0.08     | $1.5 \times 10^{20}$ |                      |                      |                      | 16.23     | 16.5       |

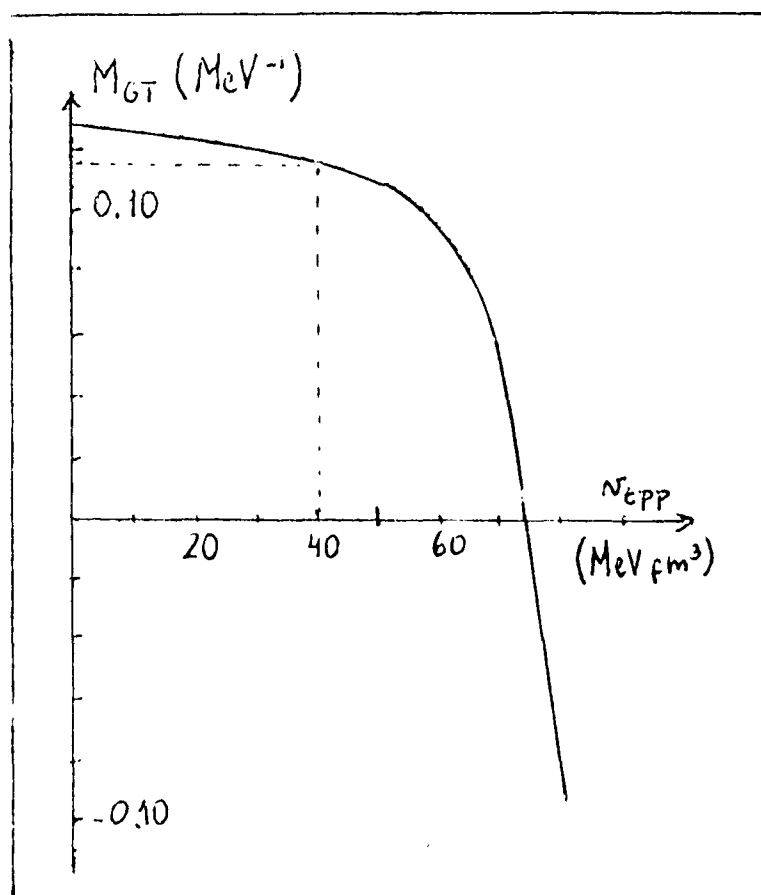
1

1

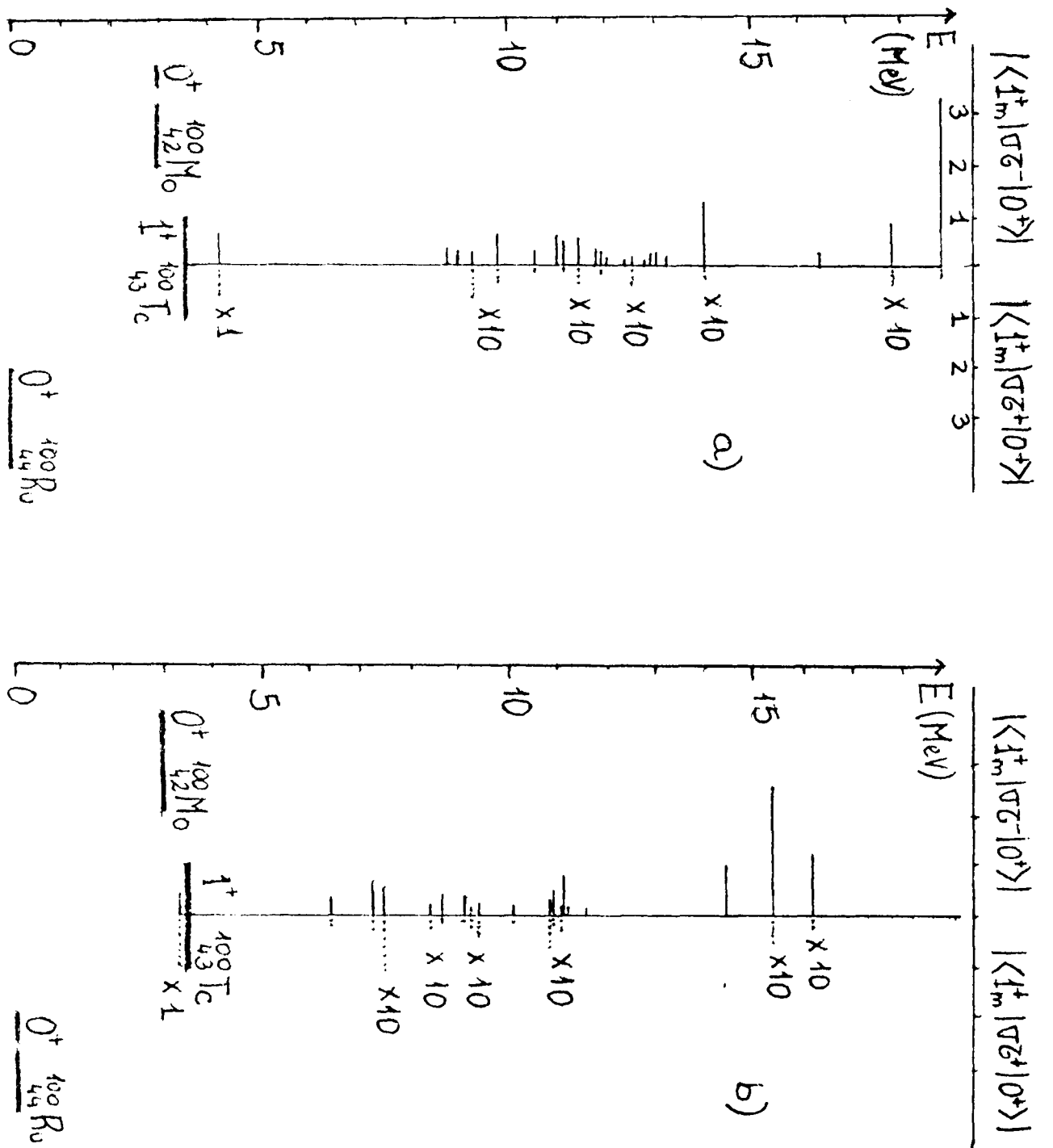
Tabla I Vidas medias para el decaimiento beta doble calculadas en este trabajo comparadas con las de Voguel y Grotz y la informacion experimental. Se muestran tambien las energias de las resonancias Gamow-Teller y los valores conocidos de estas. (referencia 3).

# Gráfica 1

Dependencia del elemento de matriz nuclear  $M_{GT}$  de la intensidad  $v_{tpp}$  de la interacción en el canal partícula-partícula ( $^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$ ).



Con trazo punteado se muestra el valor usado de  $v_{tpp}$  y el correspondiente a  $M_{GT}$ .



Gráfica 2 . Espectro de los estados intermedios  $1^+$ , con sus amplitudes

$\sigma^-$  (línea llena: —) y  $\sigma^+$  (línea punteada):.....)

Caso a) Cálculo sobre  $^{100}\text{Mo}$ ;

caso b) cálculo sobre  $^{100}\text{Ru}$

## C-5

Jueves 25 - 14:30 hs.

Moderador: J. Testoni

1. Direct vs statistical decay of nuclear giant multipole resonances.  
H. Dias
2. Comparison between TDA and Shell model calculation for odd mass  $Ni$  isotopes and  $N = 82$  odd isotones.  
H. Dias
3. Potenciales dependientes de la energía en el sistema  $^{16}O + ^{144}Sm$ .  
D. Abriola, D. E. Di Gregorio, A. Etchegoyen, M. C. Etchegoyen,  
J. Fernandez Niello, A. M. Ferrero, S. Gil, J. Kittl, A. O. Macchiavelli,  
A. J. Pacheco, J. E. Testoni
4. Aproximación  $PME$  en fisión caliente.  
D. Napoli, D. Otero, A. Plastino, A. N. Proto
5. Identificación del decaimiento secuencial del proyectil y proceso de transferencia y reemisión a  $4.5 MeV/A$ .  
A. Szanto de Toledo



DIRECT vs STATISTICAL DECAY OF NUCLEAR GIANT MULTIPOLE  
RESONANCES

H. Dias

Instituto de Física da Universidade de São Paulo, SP, Brasil

The study of the decay properties of giant multipole resonances (GR) is of paramount importance for the unraveling of their dynamical microscopic structure. Since giant resonances are located at high excitation energies, they mainly decay by particle emission. Treated as isolated resonances, the GR are characterized by a total average width composed of two pieces: the "escape width",  $\Gamma^\uparrow$ , which represents the coupling of the GR to the continuum, and the spreading width,  $\Gamma^\downarrow$ , that measures the degree of fragmentation of the strength due to coupling to complex intrinsic nuclear configurations (e.g.  $2p-2h$ )<sup>1-2</sup>. Of course, whereas the first stage of the reaction, namely the giant resonance population, is a very coherent process, in which 1-particle 1-hole configurations act in phase, the other, more complicated stages, are complex enough to call for a statistical treatment.

It has so far been a common practice to analyze the particle spectra originating from the decay of GR with one of two extreme models, which ignore completely the intermediate, pre-equilibrium stages<sup>3-5</sup>. These models either assume the dominance of  $T^{\uparrow}$ , namely the GR decays predominantly "directly", or the predominance of  $T^{\downarrow}$  H.F., which implies necessarily that the fragmentation of the resonance into the complex background is complete. In this last case the Hauser-Feshbach theory is utilized in the analysis<sup>4,5</sup>.

Recently a combination of both decay mechanisms has been suggested by Beene et al.<sup>6</sup> in their analysis of the gamma decay of the giant quadrupole resonance of  $^{208}\text{Pb}$ . These authors write for the gamma branching ratio  $P$ , the following

$$P = P_d + P_c = \frac{T_{GR}^{\uparrow}}{T^{\downarrow}} + \left\langle \frac{T_c^{\uparrow}}{T_c} \right\rangle \quad (1)$$

The notation in Eq. (1) is obvious. After making the reasonable approximation  $\langle T_c^{\uparrow}/T_c \rangle \approx \langle T_c^{\uparrow} \rangle / \langle T_c \rangle$ , Beene et al. then proceed with the calculation of this term utilizing experimentally deduced neutron strength functions from resonance studies in the system  $n+^{208}\text{Pb}$ . Their aim was the

estimation of the compound nucleus average width  $\langle T_c \rangle$  since  $\langle T_c^{\sigma} \rangle$  is basically known.

A more convenient approach was adopted by Dias et al.<sup>7)</sup> through the identification

$$2\pi \langle T_c \rangle \rho_c = \sum_{\alpha} T_{\alpha} \quad (2)$$

where  $T_{\alpha}$  is the neutron transmission coefficients, and  $\rho_c$  is the compound nucleus density of states. The neutron channel is certainly the dominant one at the excitation energy considered, namely  $E^* = 11$  MeV. The result of the calculation of Ref. 7) is that  $T_c(E^* = 11 \text{ MeV}, 2^+) \approx 8.5 \text{ keV}$ . This is about an order of magnitude larger than the value obtained by Beene et al.<sup>6)</sup>

Irrespective to the different starting points of Beene et al.<sup>6)</sup> and Dias et al.<sup>7)</sup>, their final conclusion comes out basically the same, namely that the compound nucleus contribution to  $P$ , namely  $P_c \equiv \langle T_c^{\sigma} \rangle / \langle T_c \rangle$  is quite appreciable and corresponds roughly to about 40%. The above example is but one of several showing the necessity of considering both direct and compound decay mechanisms of the GR. In fact another case studied recently<sup>8)</sup>, namely the fission decay probabilities of the giant quadrupole and

monopole resonances in  $^{234}\text{U}$  through the  $(\gamma, f)$  reaction, also exhibit this feature at  $E_\gamma$  above the fission threshold.

The above findings motivated us to develop a detailed theory of the decay of nuclear giant resonances. Such a theory<sup>9</sup> goes beyond the one underlying Eq. (1) in the sense that we take  $P_a$  and  $P_c$  as not completely independent due to the presence of a mixing parameter which measures the degrees of fragmentation of the GR into the complex compound nucleus background. Unitarity as well as some basic ideas borrowed from pre-equilibrium studies<sup>10</sup> have been used to obtain the major result of our theory namely following expression for the energy averaged partial cross section.

$$\sigma_{ab} = \bar{\sigma}_{ab}^G + \mu \tau_a^G \frac{\tau_b^G + \mu \tau_b^G}{\sum_c (\tau_c^G + \mu \tau_c^G)} \quad (3)$$

where the first term corresponds to the short-time-delay component of the process, usually called the "direct" contribution, and the second being the long-time-delay component, invariably called the "compound" contribution. This compound contribution is clearly different from the usual Hauser-Feshbach form, owing to the presence of the mixing parameter  $\mu$  and two kinds of transmission

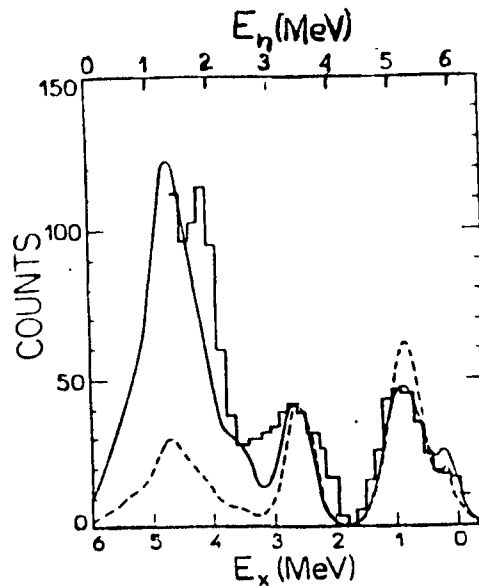
coefficients; the GR one,  $\tau^g$ , and the genuine compound one,  $\tau^c$ . Dividing by  $\tau^g$ , we obtain the equivalent to Eq. (1)

$$P = P_d + \mu \frac{\tau_b^c + \mu \tau_b^g}{\sum_c (\tau_c^c + \mu \tau_c^g)} \quad (4)$$

Clearly the expression for  $P_c$  is more involved than the simple one used earlier for the analysis of the  $\gamma$ -decay of the in  $^{208}\text{Pb}$ .

A careful analysis employing Eq. (4), could furnish important information about the mixing parameter  $\mu$ . As an example we show in Fig. 1 an analysis performed on the neutron decay spectrum from the EO giant resonance in  $^{208}\text{Pb}$ .

FIGURE 1. The histogram is the measured neutron decay spectrum from the EO giant resonance in  $^{208}\text{Pb}$  (Ref. 4). The two curves shown by the full line ( $\mu=1$ ) and dashed line ( $\mu=0.5$ ) are the predicted spectrum using equation 6 taking into account the resolution of the experiment (500 keV). Each of the 141 neutron groups is represented by a gaussian with FWHM=500 KeV (see Ref. 4 for more details). Both spectra ( $\mu=1$  and  $\mu=0.5$ ) are normalized to the number of neutrons in the interval between 3-4 MeV.



Two values of  $\mu$  were considered,  $\mu=1$  and  $\mu=0.5$ . The direct piece of the decay was estimated using the result of Kuchnir et al.<sup>11)</sup> and de Haro et al.<sup>12)</sup>, whereas the statistical piece was calculated in accordance with Eq. (4) using for  $\tau_b^c$  the Hauser-Feshbach model. Clearly for  $\mu=1$  a renormalization of the calculation of Ref. 4) has to be made in order to account for the "indirect" CN decay exemplified by  $(\mu=1)\tau_c^a$ , whose value was taken to be  $2\pi T_b^c \rho_a$  with  $\rho_a \approx \text{MeV}^{-1}$ . It is obvious from the figure that the GMR in  $^{208}\text{Pb}$  does not accomodate appreciable direct decay piece since the more likely case is  $\mu=1$ , in complete agreement with the conclusions of Ref. 4). Analyses of cases which clearly contain both compound and direct contributions are being carried out using eq. (3).

#### REFERENCES

1. A. Van der Woude - Progress in particle and Nuclear Physics, 1986, in press.
2. G.F. Bertsch, P.F. Bortignon and R.A. Broglia - Rev. Mod. Phys. 55 (1983) 287.
3. L.S. Cardman - Nucl. Phys. A954 (1981) 173C.
4. H. Dias and E. Wolyneć - Phys. Rev. C30 (1984) 1164.

5. H. Dias, N. Teruya and E. Wolyneec - Phys. Rev. C39 (1986) 1955.
6. J.R. Beene, G.F. Bertsch, P.F. Bortignon and R.A. Broglia - Phys. Lett. 164B (1985) 19.
7. H. Dias, M.S. Hussein, B.V. Carlson and A.C. Merchant - Phys. Lett. 173B (1986) 355.
8. H. Dias, J.D.T. Arruda-Neto, B.V. Carlson and M.S. Hussein - IFUSP/P-581 (1985), to be published.
9. H. Dias, M.S. Hussein and S. Adhikari - IFUSP/P-553 (1986); Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 1998.
10. M.S. Hussein and K.W. McVoy - Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1645.
11. F.T. Kuchnir et al. - Phys. Rev. 161 (1967) 1236.
12. R. de Haro, S. Krewald and J. Speth - Nucl. Phys. A388 (1982) 265.

COMPARISON BETWEEN TDA AND SHELL MODEL CALCULATION FOR ODD  
MASS Ni ISOTOPES AND N=82 ODD ISOTONES

H. Dias

Departamento de Física Experimental  
Instituto de Física, Universidade de São Paulo

Because of the dimensions of the problem, the only versions of the shell model applicable for medium and heavy nuclei with open shells are those based on the quasiparticle BCS approximations. One of such approaches, widely used in the description of single-close nuclei, is the Tamm-Dancoff approximation (TDA). The spurious effects due to the non-conservation of the number of particles in the quasiparticle method can be removed, although only partially, following the procedure of Kuo et al<sup>1,2</sup>. A complete elimination of the spurious states can be achieved only by performing the number projection<sup>3-5</sup>. However, in this improved formalism, called projected BCS approximation (PBCS), we are losing a great deal of the physical transparency, which is one of the most prominent advantages of the simple-minded BCS method.

Furthermore, the PBCS approach do not take into account the fact that pairing correlations may be different

for different nuclear states. Namely, in the PBCS formalism the diffuseness of the Fermi energy surface for all the states is determined in the BCS ground state. We know, nevertheless, that the Fermi surface becomes more and more sharp as the number of quasiparticles increases and that pairing correlations vanish totally in highly excited states. To improve on the BCS and PBCS methods one should perform a new energy-minimization procedure for each state, with respect to its total energy. The importance of this effect, usually called blocking effect, in relation with odd mass nuclei, has already been pointed out and discussed qualitatively a long time ago by Nilsson<sup>29</sup>. The BCS formalism with blocking included (BBCS) retains most of the simplicity of the BCS method, although it clearly still contains the spurious effects related with the particle-number non-conservation.

Several comparative studies between the BCS and PBCS methods in relation with the properties of odd mass nuclei have been done<sup>3-4</sup>. However, no such study was performed, so far, for the blocking effect within the BCS formalism even though the BBCS method is much more transparent than the PBCS' formalism. The relative importances of the blocking effect and the number projection, i.e., a comparison between the BBCS and PBCS

methods, is also an opened question. Such comparison was done only recently<sup>6)</sup> for the three valence particle nuclei ( $^{135}\text{I}_{82}$ ). In that work we compared different BCS approximations within the model space of one and three quasiparticles (1QP + 3QP) and the exact calculations. From that comparison it was suggested that the blocking effect and number projection may play an important role in the description of low-lying states in odd mass nuclei. For nuclei with more than three valence particle such comparison has never been done.

The main aim of the present work is to study the shell model correlation induced into the BCS approximation by the number projection method and by the blocking effect. We will limit our attention to low-lying states of odd mass nuclei which will be described within 1QP + 3QP subspace. In order to establish the frame of reference for the foregoing correlations we will also describe the same nuclei within the exact shell model. As a matter of fact, the results for two different shell model calculations will be presented. In the first case, only configuration states with seniority ( $\nu$ ) smaller than three are considered. This approach which will be called low seniority shell model (LSSM), is the exact limit for all BCS approximations within the subspace of 1QP + 3QP. In the second case, the complete shell model

(CSM) calculation is performed and from comparison with the LSSM results we will be able to infer to which extent the configurations with  $\nu = 5$  participate in building up the structure of low lying state.

We restrict ourselves to single closed-shell nuclei where only an odd number of nucleons in the open subshells are considered. For our study two examples are considered: the Ni ( $Z = 28$ ) isotopes and  $N = 82$  isotones. In the Ni ( $Z = 28$ ) isotopes we investigated the nuclei with 9, 5, 7 and 9 neutrons occupying the subshells  $2p_{3/2}$ ,  $1f_{5/2}$  and  $2p_{1/2}$ , therefore, only negative parity states will be considered. In the  $N = 82$  isotones we focus our attention to the nuclei with 3, 5, 7, 9 and 11 protons occupying the subshells  $2d_{5/2}$ ,  $1g_{7/2}$ ,  $3s_{1/2}$  and  $2d_{3/2}$ . The orbital  $1h_{11/2}$  was not included therefore only positive parity states will be considered.

For these two cases we calculated, for the low lying states, level schemes, eigenvectors, electromagnetic moments and transition rates using different approaches: CSM, LSSM, BCS, BBCS and PBCS.

# REFERENCES

- 1) T.T.S. Kuo, E.U. Baranger and M. Baranger, Nucl. Phys. 79 (1966) 513.
- 2) K. Dietrich, H.J. Mang and J.H. Pradal, Phys. Rev. 135 (1964) 322.
- 3) P.L. Ottaviani and M. Savoia, Phys. Rev. 187 (1969) 1306; Nuovo Cim. 67A (1970) 630; Phys. Rev. 178 (1969) 1594.
- 4) K. Allaart and E. Boeker, Nucl. Phys. A168 (1971) 630; Nucl. Phys. A198 (1972) 33.
- 5) K. Allaart and W.F. Van Gunsteren, Nucl. Phys. A234 (1974) 53.
- 6) I.N.L. Akkermans, K. Allaart and Z. Boeker, Nucl. Phys. A282 (1977) 291.
- 7) S.G. Nilsson, Nucl. Phys. 55 (1964) 97.
- 8) H. Dias and F. Krmpotic, Phys. Lett. 112B (1982) 103.

Potenciales dependientes de la energía en el sistema  $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$ .

D.Abriola, D.E.Di Gregorio, A.Etchegoyen, M.C.Etchegoyen,  
J.Fernandez Niello, A.M.Ferrero, S.Gil, A.O.Macchiavelli,  
A.J.Pacheco, J.E.Testoni, J.Kittl.

Departamento de Física, Tandem, Comisión Nacional de

Energía Atómica. Avda del Libertador 8250

1429 Buenos Aires Argentina.

Resumen: Se han medido distribuciones angulares de la dispersión (scattering) elástica e inelástica de  $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$  a  $E_{\text{lab}}=69.2\text{MeV}$  y  $E_{\text{lab}}=72.3\text{ MeV}$ . Se han medido funciones de excitación entre  $E_{\text{lab}}=61$  y  $76\text{ MeV}$ , a ángulos traseros. Los datos de dispersión elásticos mas datos previos de fusión fueron ajustados con un potencial de modelo óptico dependiente de la energía. Esta dependencia parece consistente con las relaciones de dispersión (dispersion relations) que correlacionan su parte real e imaginaria.

El favorecimiento de la sección eficaz de fusión debajo de la Barrera Coulombiana ha sido objeto de gran interés teórico e experimental [1,2]; ha sido atribuido a una disminución de la barrera debido a acoplamiento con grados de libertad inelásticos y de transferencia [3] o debido a deformación estática de los núcleos participantes [4,5].

El sistema  $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$  es particularmente interesante dado que involucra dos núcleos esféricos: el  $^{16}\text{O}$ , doblemente mágico y el  $^{144}\text{Sm}$ , mágico en neutrones. Esto minimiza la influencia de efectos de deformación, ya sea estáticos o vibracionales.

Haces de  $^{16}\text{O}$  con energías desde 61 hasta 76 MeV, provistos por el acelerador Tandem en Buenos Aires, fueron utilizados para bombardear un blanco de  $^{144}\text{Sm}$  de  $94\text{ }\mu\text{g}/\text{cm}^2$  enriquecido al 88.6%. Los productos de reacción fueron detectados usando cinco detectores de silicio de barrera superficial.

Las distribuciones angulares fueron tomadas a  $E_{\text{lab}}=69.2$  y

72.3 MeV expandiendo angulos entre 40 y 170 grados en el centro de masa. Las funciones de excitación fueron medidas en  $\theta_{cm} = 137.1^\circ$  y  $154.3^\circ$ , en el intervalo de energías entre 61 y 76 MeV.

En un intento de describir simultaneamente los datos de dispersión elástica [5] y los de fusión [6], se han probado varios potenciales opticos independientes de la energía; partiendo de tres radios diferentes y ajustando los otros parametros para lograr el mejor valor de  $\chi^2/\text{punto}$ . La parte real de los mismos está presentada en la Tabla 1; su parte imaginaria, que es de corto alcance [3] produce la absorción del flujo que logra atravesar la barrera.

El efecto de estos potenciales en la dispersión elástica y en la fusión se muestra en las Fig.1 y 2 respectivamente. Como se puede ver, con potenciales independientes de la energía, no parece posible ajustar simultaneamente los datos elasticos y de fusión.

Por otro lado, recientemente ha sido puntualizado que los potenciales opticos, cerca de la barrera Coulombiana deberian ser dependientes de la energía [7]; en efecto, cerca de la barrera el potencial imaginario debería disminuir con la energía, debido a que los canales de reacción se van cerrando; las relaciones de dispersión (dispersion relations) hacen a su vez cambiar la parte real del potencial.

La Fig.3 muestra los valores de un análisis hecho partiendo del potencial KP2, incluyendo un potencial imaginario de superficie y dejando variar la profundidad de los mismos como función de la energía. Las líneas llenas son calculos realizados con la forma esquemática de las relaciones de dispersión:

$$V_{Rs} = V_0 + \Delta V(E) \quad (1)$$

con

$$\Delta V(E) = W_0/\pi [\epsilon_a \ln|\epsilon_a| - \epsilon_b \ln|\epsilon_b|] \quad (2)$$

donde

$$\epsilon_i = E - E_i / E_b - E_a \quad (3)$$

$E_a$ ,  $E_b$ , y  $W_0$  estan indicados in la Fig.3. Los valores de  $\chi^2/\text{punto}$  logrados con este potencial (CP2) se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1

Valores de  $\chi^2/\text{punto}$ .

Potenciales RP1 :  $V=193$  MeV,  $r_0=1.33$  fm,  $a=0.287$  fm

RP2 :  $V=224.2$  MeV,  $r_0=1.172$  fm,  $a=0.5$  fm

RP3 :  $V=102$  MeV,  $r_0=1.27$  fm,  $a=0.412$  fm

CP2 : Ver texto.

| Potencial  | Distribuciones Angulares |          | Fusión           |
|------------|--------------------------|----------|------------------|
|            | 72.3 MeV                 | 69.2 MeV |                  |
| <u>RP1</u> | 0.919                    | 2.343    | $3.1 \cdot 10^4$ |
| <u>RP2</u> | 7.960                    | 21.13    | 8.57             |
| <u>RP3</u> | 4.368                    | 17.91    | 7.40             |
| <u>CP2</u> | 0.826                    | 1.033    | 4.41             |

En conclusión: los presentes datos experimentales pueden ser descriptos, junto con los datos de fusión, por un potencial cuya dependencia de la energía parece consistente con las relaciones de dispersión.

#### Referencias

- 1) S.G.Steadman, ed. Fusion Reactions below the Coulomb Barrier, Lecture Notes in Physics, Vol 219 (Heidelberg:Springer Verlag).
  - 2) J.L.Durell et al, ed. Proceedings of the international Nuclear Physics Conference, Vol.2 Harrogate 1986 IOP publishing p.205.
  - 3) M.Rhoades-Brown et al, Phys Lett B136 (1984), 19
  - 4) R.G.Stockstad and E.E.Gross, Phys.Rev C23 (1981), 281
- M.Beckerman et al, Phys Rev Lett 45 (1980), 1472, Phys Rev

C23 (1981), 1581 and Phys Rev C25 (1982), 837

- 5) D.Abriola et al. Proceedings of the International Nuclear Physics Conference Vol.1. Harrogate 1986
- 6) D DiGregorio et al, Phys Lett B176 (1986), 322
- 7) C.Mahaux et al, Nucl Phys A449 (1986), 354

### Leyendas de las Figuras

Fig.1 -Dispersión elástica para el sistema  $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$  a  $E_{\text{lab}} = 69.2 \text{ MeV}$  y  $72.3 \text{ MeV}$ . Las líneas son ajustes de modelo óptico con los potenciales mostrados en la Tabla 1.

Fig.2 -Sección eficaz de fusión para el sistema  $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$ . Las líneas tienen el mismo significado que en la Fig. 1.

Fig.3 -Correcciones dispersivas para el sistema  $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$ . Los potenciales son evaluados en  $R_s = 11.8 \text{ fm}$ .

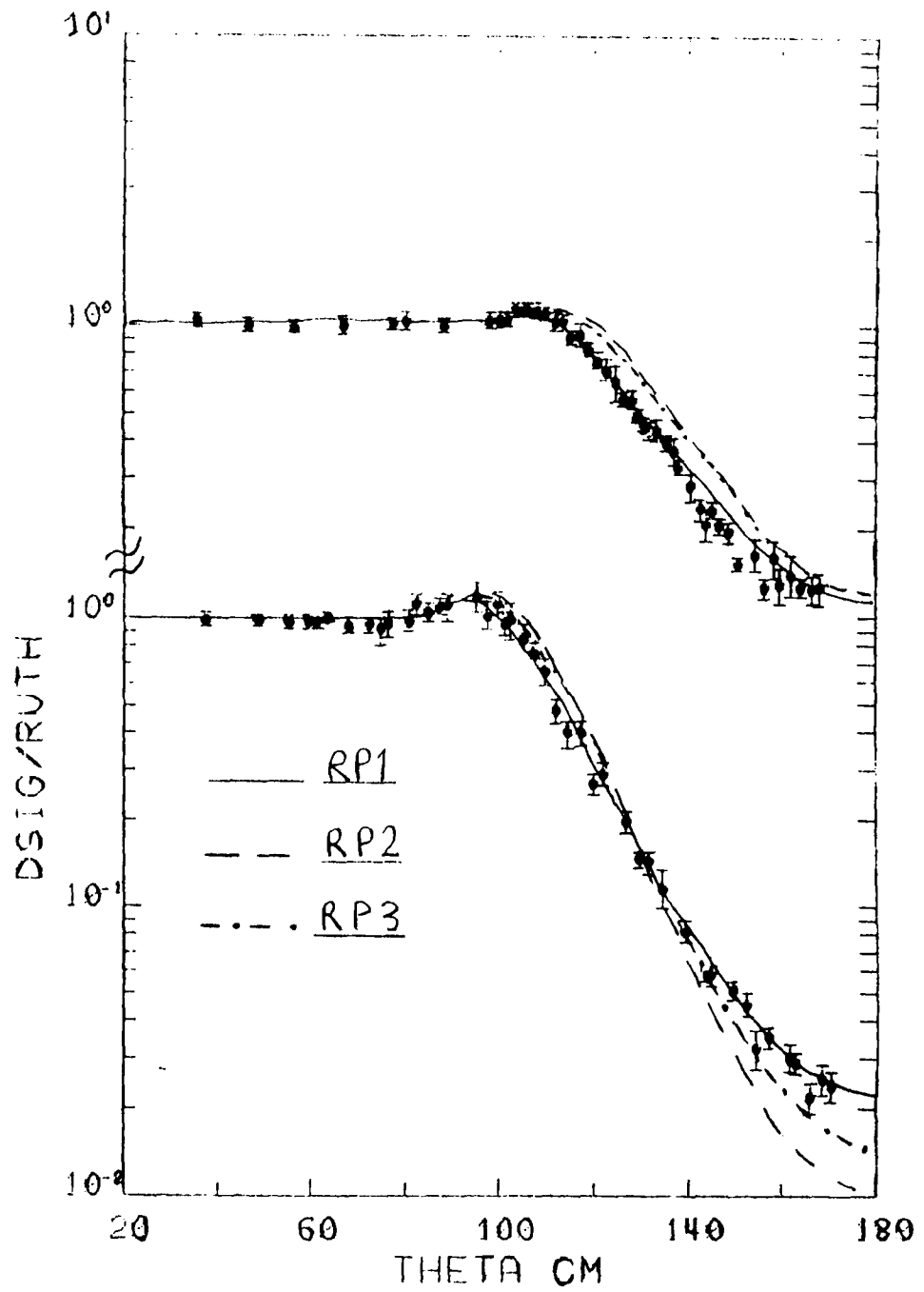


Fig. 1

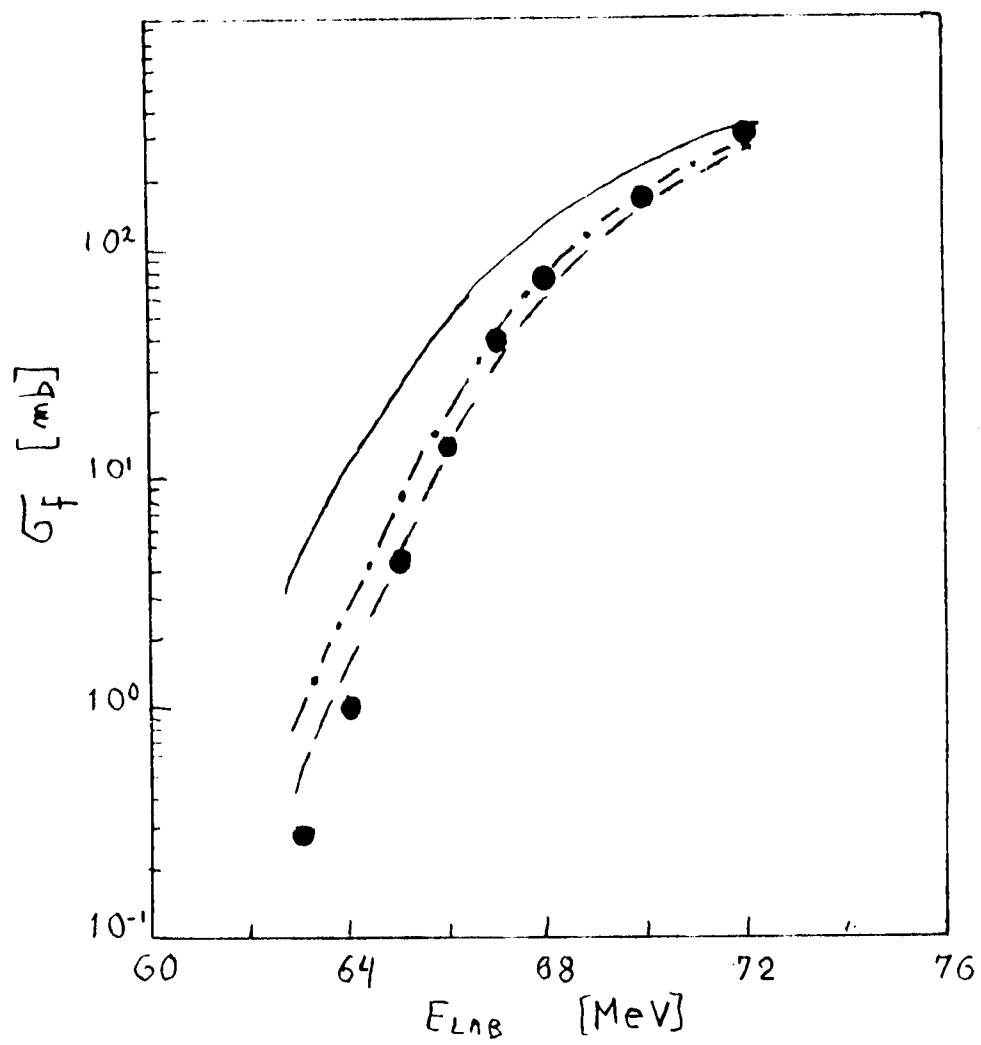


Fig. 2

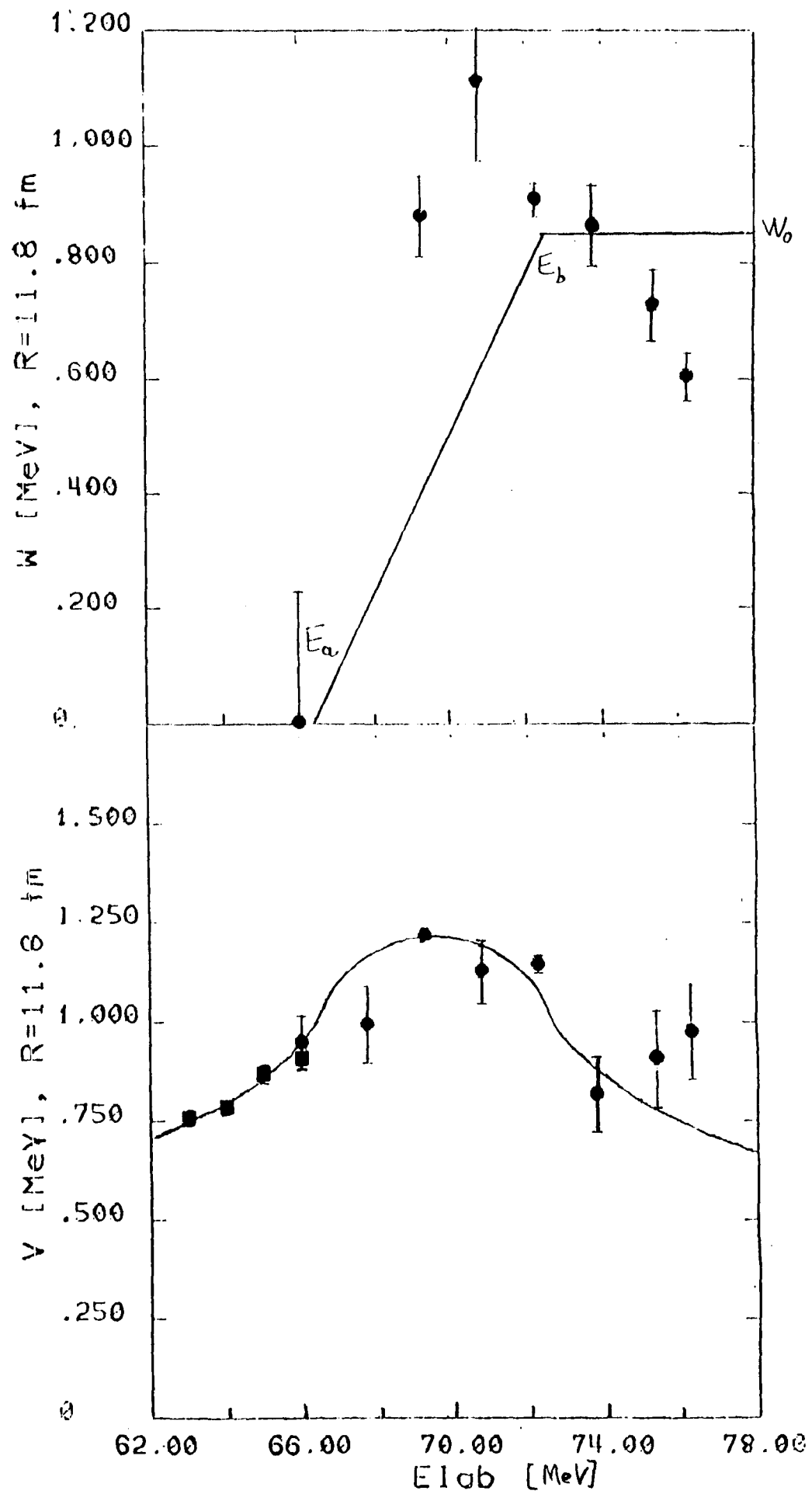


FIG. 3

## Aproximación PME en fisión caliente

D.R.Napoli<sup>+</sup>, D.Otero<sup>+</sup>, A.Plastino<sup>\*</sup> y A.N.Proto<sup>+</sup>

<sup>+</sup> Departamento de Física, Proyecto TANDAR, CNEA

<sup>\*</sup> Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP

Se aplica el principio de máxima entropía (PME) a los procesos de fisión caliente. Se observa que el valor que toma la corrección al potencial de Planck, permite identificar las diferentes chances de fisión, y está relacionado con la forma en que el núcleo fisionante llega a la escisión.

### Introducción

A partir del principio de máxima entropía en Teoría de Información (PME)<sup>[1]</sup>, se dedujo un procedimiento de inferencia estadística que permite correlacionar datos experimentales, determinando cuáles son las variables que gobiernan la dinámica del sistema estudiado. Este procedimiento, llamado análisis de la "sorprisa"<sup>[2]</sup>, fue aplicado en trabajos anteriores a fisiones frías (espontáneas e inducidas por neutrones térmicos)<sup>[3]</sup> y en particular al fenómeno de fragmentación fría<sup>[4]</sup>. En esta contribución se aplica el mismo al estudio de la fisión del

$^{238}\text{U}(\alpha, \alpha' f)$  para  $E_\alpha = 120. \text{MeV}$ .

### Análisis de la "sorprisa"

El estado de un sistema se puede describir con el operador densidad  $\hat{\rho}$ . Si la dimensión del espacio de Hilbert al que pertenece el vector de estado que describe el sistema es  $N$ , se necesitan como mínimo  $N-1$  parámetros reales para definir la matriz de  $\hat{\rho}$ . La Teoría de Información<sup>[1]</sup> provee un criterio para asignar un valor a estos parámetros cuando lo que se conoce sobre el sistema no alcanza para determinarlos unívocamente. Para ello se define la incerteza promedio de una distribución de probabilidades  $p$  como

$$S(p) = - \sum_i p_i \ln(p_i) , \quad (1)$$

y la distribución de probabilidades menos prejuiciada, entre todas las compatibles con la información disponible, es la que maximiza la entropía sujeta a los vínculos definidos por un conjunto de  $M$  valores medios medidos sobre el sistema

$$\langle A_d \rangle = \sum_{i=1}^M p_i \cdot A_{d,i} \equiv a_d , \quad d=1, \dots, M . \quad (2)$$

La distribución de máxima entropía sujeta a dichos vínculos será

$$P_i^{\text{ME}} = \exp \left( - \lambda_0 - \sum_{d=1}^M \lambda_d \cdot A_d \right) , \quad (3)$$

y su entropía es

$$S(P^{\text{ME}}) = \lambda_0 + \sum_d \lambda_d \cdot \langle A_d \rangle . \quad (4)$$

Dadas dos distribuciones de probabilidad  $p$ ,  $q$ , es posible demostrar que se cumple la desigualdad

$$\sum_i p_i \cdot \ln(p_i/q_i) = \sum_i p_i \cdot \ln(1/q_i) - S(p) \geq 0, \quad (5)$$

y la solución es única siempre que los  $M$  vínculos sean linealmente independientes.

Para reproducir un espectro experimental  $p$ , se define, a partir de la expresión (5) el Lagrangiano [2]

$$F(\lambda) = \sum p \ln[p/P^{ME}] \geq 0. \quad (6)$$

Si

$$P_i^{ME} = P_i^0 \exp\left\{-\sum_d \lambda_d A_{d_i} - \lambda_0\right\} \quad (7)$$

entonces (6) se puede escribir como

$$F(\lambda) = \sum_i p_i \ln[p_i/P_i^0] + \sum_d \lambda_d \langle A_d \rangle + \lambda_0 \geq 0. \quad (8)$$

Con el objeto de identificar los observables  $A_d$  resulta útil definir la "sorprisa" [2]

$$I_r = -\ln[p_r/P_r^0], \quad (9)$$

de donde, para la distribución de máxima entropía

$$I_r^{ME} = -\ln[P_r^{ME}/P_r^0] = \sum_d \lambda_d A_{d_r} + \lambda_0, \quad (10)$$

y entonces (8) se puede escribir como

$$\mathcal{F} = \langle I_r^{ME} - I_r \rangle \quad (11)$$

Con lo que la minimización de la diferencia de información entre dos distribuciones de probabilidad, se reduce a la minimización de las diferencias de las respectivas "surprisal", dándole más peso a los puntos de mayor probabilidad.

**Modelo utilizado para ajustar rendimientos de masa en fisión.**

Se propuso<sup>[3]</sup> que el sistema dinuclear formado en el punto de escisión corresponde, en principio, a dos gases de Fermi degenerados de  $A_L$  y  $A_H$  nucleones que pueden intercambiar nucleones y energía. La distribución de masas del sistema liviano (la del pesado se considera simétrica) se define como

$$P(A_L) = P^0(A_L) \cdot \exp\{-\lambda_0 - \lambda A_L\}, \quad (12)$$

donde  $P^0(A_L)$  es la densidad de estados finales supuesta "a priori" para una dada fragmentación del núcleo y el factor exponencial surge de la aplicación del PME sujeto a los vínculos de normalización y valor medio del rendimiento de masas medido. Para  $P^0(A_L)$  asumimos que los estados cuánticos finales posibles corresponden al producto de dos distribuciones de Fermi de  $A_L$  y  $A_H$  nucleones<sup>[5]</sup>

$$P(A_L) = p(U_L, A_L) p(U_H, A_H)$$

con

(13)

$$p(U, A) = \exp\{U\pi g_0/6\}/U^2$$

con  $g_0$  la densidad de niveles de partícula independiente a la energía de Fermi. Esta elección se justifica pues el modelo de gas de Fermi reproduce bastante bien la densidad de niveles para núcleos pesados con energías de excitación interna mayores que 3.MeV. Las energías  $U_L$  y  $U_H$  se suponen, a partir de la evidencia experimental sobre la desexcitación post-fisión de los fragmentos, lineales con las respectivas masas

$$U_{L,H}(A_{L,H}) = B_{L,H}(A_{L,H}) - T_{L,H} + C_{L,H} - E_{L,H}^{pair} \quad (14)$$

donde las constantes  $C_{L,H}$  se determinan a partir de las energías medias de dichos fragmentos. Al igual que en trabajos anteriores<sup>[3]</sup>, el cociente de pendientes  $B_L/B_H$  se toma constante e igual al observado en la desexcitación por emisión de neutrones de los fragmentos, y la relación entre los  $C_{L,H}$  se fija a partir de la energía de excitación total más probable. Quedan por lo tanto dos parámetros libres en el ajuste: la pendiente  $B_L$  y la energía interna más probable para el fragmento liviano. La corrección  $E^{pair}$  que, como se demostró anteriormente, está relacionada con la estructura fina de los rendimientos de masas, no juega ningún rol preponderante en fisión caliente por no observarse dicha estructura. El parámetro  $\lambda$  se determina a partir de la

minimización del Lagrangiano (11).

Vale la pena aclarar entonces que en este modelo  $U$  y  $A$  no son variables independientes. El equilibrio frente al intercambio de nucleones entre ambos fragmentos al momento de escisión no presupone equilibrio térmico ya que  $B_L/B_H \neq 1$ , debido al intercambio de energía con grados de libertad colectivos.

### Fisión caliente

B.Back y col.<sup>[6]</sup> han mostrado que bombardeando el blanco de  $^{238}\text{U}$  con un haz de partículas alfa de 120 MeV e identificando por el método de coincidencias los fragmentos de fisión y la partícula alfa dispersada que provocó la reacción, se puede separar el modo  $^{238}\text{U}(\alpha, \alpha' f)$  de la reacción  $^{238}\text{U}(\alpha, f)$ . Los datos se acumularon en función de la energía de excitación  $E^*$  dejada por la partícula alfa incidente en el núcleo, que se mide como la diferencia de energía entre los 120 MeV de la partícula incidente y la energía de la partícula alfa dispersada.

El objeto de este trabajo es el de estudiar el comportamiento de nuestros ajustes en función de la energía de excitación del núcleo fisionante, para esto se ajustaron los rendimientos de masas medidos para  $E^* = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40$  y  $45$  MeV. Para realizar este ajuste se consideraron las siguientes hipótesis: 1) la energía de excitación total  $U_T(E^*)$ , se calculó como

$$U_T(E^*) = U_T(^{238}\text{U}(sf)) + E^* - \sum_{i=1}^{v(E^*)} Bn_i, \quad (15)$$

donde  $U_T(^{238}\text{U}(sf))$  es la energía de excitación total para la fisión espontánea del  $^{238}\text{U}$  (calculada siguiendo las hipótesis de Cheifetz y col.<sup>[7]</sup>),  $v(E^*)$  es el número de neutrones evaporados por el núcleo blanco antes de fisiónar según la chance de fisión correspondiente, y  $Bn_i$  es la energía de ligadura del  $i$ -ésimo neutrón evaporado en el núcleo fisiónante, 2) la energía de excitación interna de cada fragmento se tomó con la pendiente de la parte liviana de dicha energía,  $B_L$ , y su valor más probable,  $\bar{U}_L$ , como únicos parámetros libres y el valor de  $\lambda$  se fijó, para cada par de valores  $B_L$ ,  $\bar{U}_L$ , minimizando el Lagrangiano  $\mathcal{L}$ , y el resultado final seleccionado corresponde al mínimo  $\mathcal{L}$  obtenido entre estos Lagrangianos. El efecto debido a las distintas chances de fisión alimentadas, se toma en cuenta en el número de masa del núcleo fisiónante y en la energía interna total disponible, (ec.15), en la que se resta la energía perdida por el núcleo en la emisión de cada neutrón evaporado antes de fisiónar.

El resultado de estos ajustes se resume en la Tabla 1 y en la figura 1.a y b se pueden ver, por ejemplo, los rendimientos para  $E^* = 5$  y 45 MeV. La elección de la chance de fisión más probable para  $E^* < 25$  MeV, surge de la observación de los datos experimentales. Para  $E^*$  mayores es posible inferir una correlación entre los datos medidos y la chance más probable, a partir del resultado de los ajustes.

Para las energías mayores se observa que el número de chance no influye sobre el valor de  $\lambda$  y, según nuestros parámetros, es menos clara la evidencia en favor de una única chance de fisión. En la figura 2.a, b, c se observa el valor de  $\bar{U}_{L,H}$  y  $\bar{U}_T$  en función de  $E^*$ , y en la figura 3 el valor de  $\lambda$  también en función de  $E^*$  superpuesto con la energía cinética total media medida. En esta figura y en la 4 se puede ver que  $\lambda$  es función lineal de la energía cinética total. Para corroborar esta afirmación se agregó en este gráfico los puntos correspondientes a las fisiones frías de otros isótopos de uranio y otras fisiones frías calculadas en trabajos anteriores. La variable intensiva del modelo que define la fragmentación más probable, sigue siendo el potencial de Planck, como para las fisiones frías. En la figura 5.a, b, c se observa respectivamente el valor de  $\mu/T$  de equilibrio de los dos fragmentos, obtenido para las masas de la escisión más probable ( $A_L = 100$  y  $A_H = 138$  amu), las temperaturas de los fragmentos liviano y pesado también para la fisión más probable y la pendiente  $B_L$ . En el primero y último de estos gráficos, se observa una zona de transición para  $E^*$  entre 20 y 25 MeV, en la que todos los parámetros, medidos y calculados, varían su forma funcional con  $E^*$ ;  $\lambda$ ,  $\bar{U}_T$  y las temperaturas de la fragmentación más probable dejan de ser funciones oscilantes de  $E^*$ , la relación pico-valle satura y se pierde claridad en la identificación de la chance de fisión predominante.

Corroborando la suposición de Back y col.<sup>[6]</sup>, en la figura 2.c se ve que la energía de excitación interna total

de ambos fragmentos, no crece como lo sugiere la energía  $E^*$  dejada por la partícula alfa dispersada en el blanco. Este comportamiento tiene su origen fundamentalmente, en la emisión de neutrones pre-fisión. Finalmente, si bien la diferencia de temperaturas para la fragmentación más probable resulta aproximadamente constante en función de  $E^*$ , el comportamiento de las energías más probables de ambos fragmentos no es semejante. Esto puede relacionarse con la fuerte estabilidad de la capa deformada  $N=88$ , frente a variaciones de la energía de excitación<sup>[8]</sup>.

## Resumen

Se estudió el comportamiento de los parámetros del modelo, a energías de excitación moderadas del núcleo fisionante. En el estudio del  $^{238}\text{U}(\alpha, \alpha'f)$  se pone de manifiesto el rol de la energía de excitación del núcleo fisionante, respecto de los parámetros de nuestro ajuste. Se puede ver que  $\lambda$ , que mide el apartamiento de la distribución real respecto de la del gas de Fermi nuclear, depende fuertemente de la energía cinética total de los fragmentos, que a su vez es función del modo en que el núcleo fisionante llega a la escisión. También el modelo, pone en evidencia la competencia entre la desexcitación por emisión de neutrones y la fisión. La variable intensiva que se equilibra al momento de la escisión continúa siendo  $\mu/T$  como para las fisiones frías.

Tabla 1

Resultados obtenidos para la fisión caliente del  $^{238}\text{U}(\alpha, \alpha'f)$

| $E^*$<br>MeV | nro<br>de<br>ch. | $A_F$<br>amu | $U_T$<br>MeV | $B_L$<br>$\frac{1}{\text{MeV}}$ | $U_L$<br>MeV | $U_H$<br>MeV | $\lambda$<br>$\text{amu}^{-1}$ | $\mu/T _{eq}$<br>$\text{amu}^{-1}$ | $T_L _{eq}$<br>$\text{MeV}^{-1}$ | $T_H _{eq}$<br>$\text{MeV}^{-1}$ | $\bar{E}_K$<br>MeV |
|--------------|------------------|--------------|--------------|---------------------------------|--------------|--------------|--------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--------------------|
| 5            | 1                | 238          | 24.          | 1.1                             | 10.          | 10.5         | -0.27                          | 0.70                               | 0.77                             | 0.96                             | 174.6              |
| 10           | 1                | 238          | 29.          | 1.3                             | 12.5         | 16.5         | -0.17                          | 0.74                               | 0.85                             | 1.06                             | 172.4              |
| 15           | 3                | 236          | 23.          | 1.4                             | 10.5         | 12.5         | -0.24                          | 0.82                               | 0.80                             | 1.00                             | 172.4              |
| 20           | 3                | 236          | 28.          | 1.5                             | 10.5         | 17.5         | -0.15                          | 0.82                               | 0.86                             | 1.07                             | 171.6              |
| 25           | 4                | 235          | 26.          | 1.1                             | 9.5          | 16.5         | -0.11                          | 0.64                               | 0.80                             | 1.00                             | 170.8              |
| 30           | 4                | 235          | 31.          | 1.2                             | 11.          | 20.          | -0.10                          | 0.69                               | 0.86                             | 1.07                             | 171.2              |
| 30           | 5                | 234          | 26.          | 1.1                             | 9.5          | 16.5         | -0.10                          | 0.65                               | 0.81                             | 1.00                             |                    |
| 35           | 5                | 234          | 31.          | 1.2                             | 12.          | 19.          | -0.12                          | 0.69                               | 0.86                             | 1.07                             | 171.5              |
| 40           | 5                | 234          | 36.          | 1.3                             | 14.          | 22.          | -0.13                          | 0.71                               | 0.91                             | 1.13                             | 171.2              |
| 40           | 6                | 233          | 29.          | 1.1                             | 11.          | 18.          | -0.12                          | 0.66                               | 0.84                             | 1.04                             |                    |

Figura 1

a) Rendimiento ajustado para la reacción  $^{238}\text{U}(\alpha, \alpha' f)$  (línea llena) para  $E^* \approx 5. \text{MeV}$ . b) ídem anterior pero para  $E^* \approx 45. \text{MeV}$ . El histograma corresponde a los datos experimentales de la referencia [6].

Figura 2

Energías de excitación interna medias en función de  $E^*$  para el: a) fragmento liviano,  $\bar{U}_L$ ; b) fragmento pesado,  $\bar{U}_H$  y c) energía de excitación interna total,  $\bar{U}_T = \bar{U}_L + \bar{U}_H$ . Distintos símbolos corresponden a distintas chances de fisión según la siguiente tabla

○ 1ra.chance, ● 2da.chance, □ 3ra.chance, ,  
■ 4ta.chance, ▽ 5ta.chance, ▲ 6ta.chance.

La línea de trazos guía la vista por las chances más probables deducidas a partir de nuestro ajuste y los datos experimentales (ver texto).

Figura 3

Parámetro lambda en función de la energía  $E^*$ . Distintos símbolos corresponden a distintas chances de fisión según la siguiente tabla

○ 1ra.chance, ● 2da.chance, □ 3ra.chance,  
■ 4ta.chance, ▽ 5ta.chance, ▲ 6ta.chance.

La línea de trazos guía la vista por las chances más probables deducidas a partir de nuestro ajuste y los datos experimentales (ver texto). En el mismo gráfico, se ha superpuesto la energía cinética más probable en función de

$E^*$  ( $\Delta$ ), la altura del símbolo es igual al error experimental.

#### Figura 4

Parámetro lambda en función de la energía cinética total media para distintas fisiones. Los círculos blancos corresponden a la reacción  $^{238}\text{U}(\alpha, \alpha'f)$  analizada en este trabajo, y los círculos negros a las fisiones frías estudiadas en la referencia [3].

#### Figura 5

a)  $\mu/T|_{eq.}$ , b)  $TL|_{eq.}$  y  $TH|_{eq.}$  y c) BL en función de  $E^*$ . Distintos símbolos corresponden a distintas chances de fisión según la siguiente tabla

○ 1ra.chance, ● 2da.chance, □ 3ra.chance,  
■ 4ta.chance, ▽ 5ta.chance, ▲ 6ta.chance.

La línea de trazos guía la vista por las chances más probables deducidas a partir de nuestro ajuste y los datos experimentales (ver texto).

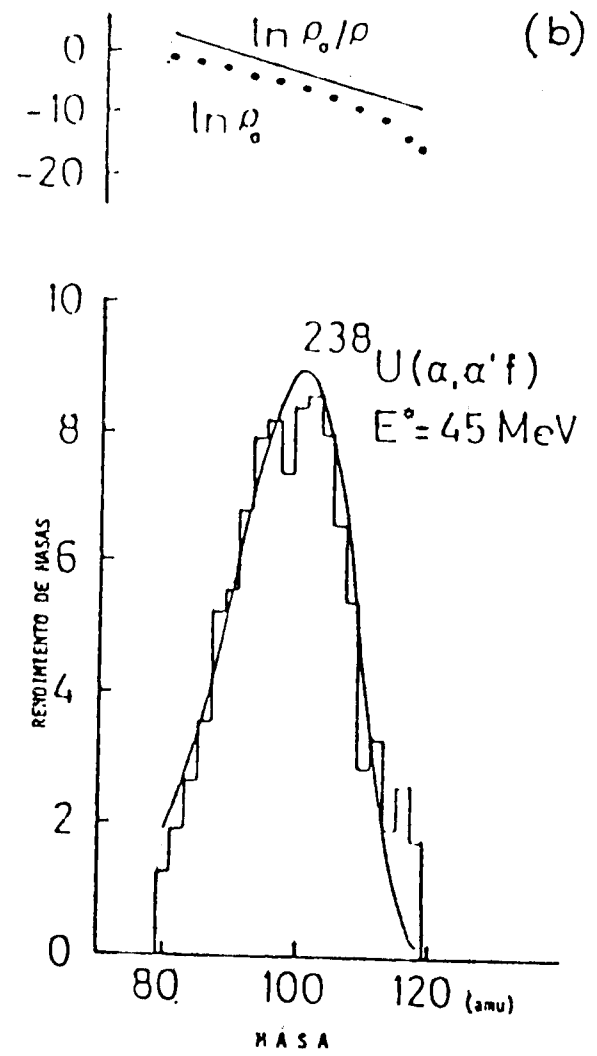
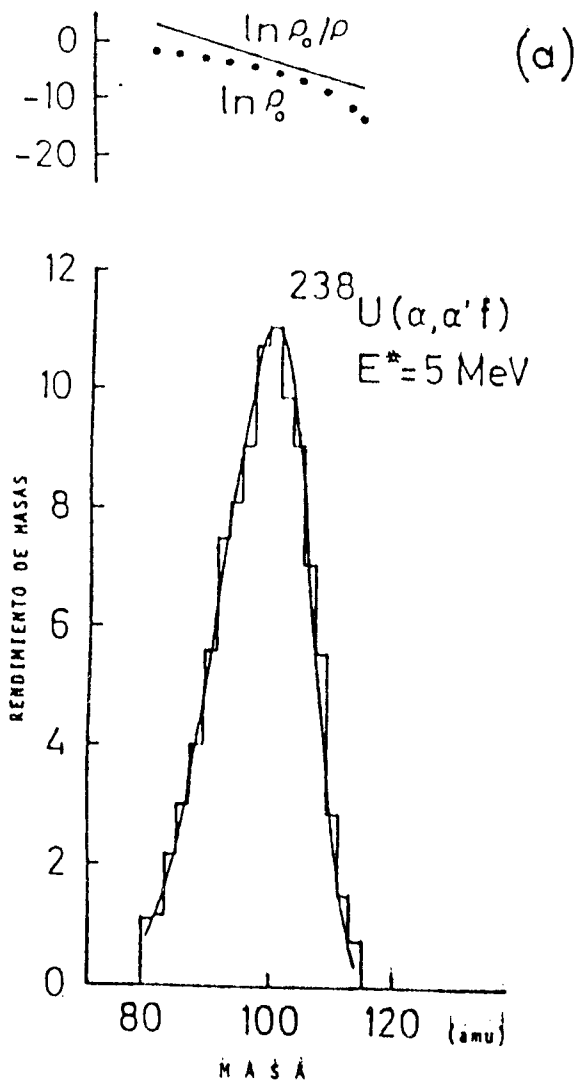


Figura 1

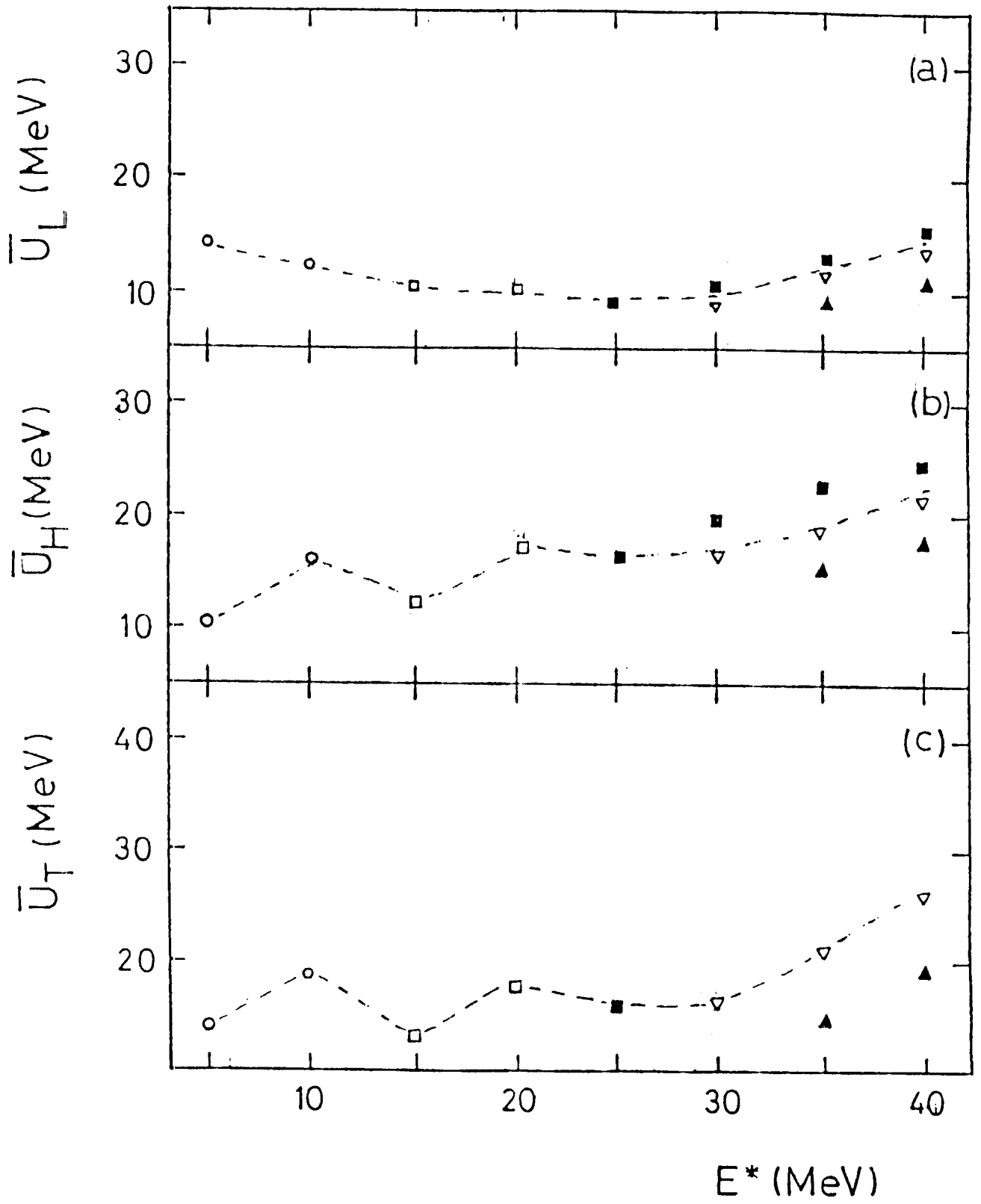


Figura 2

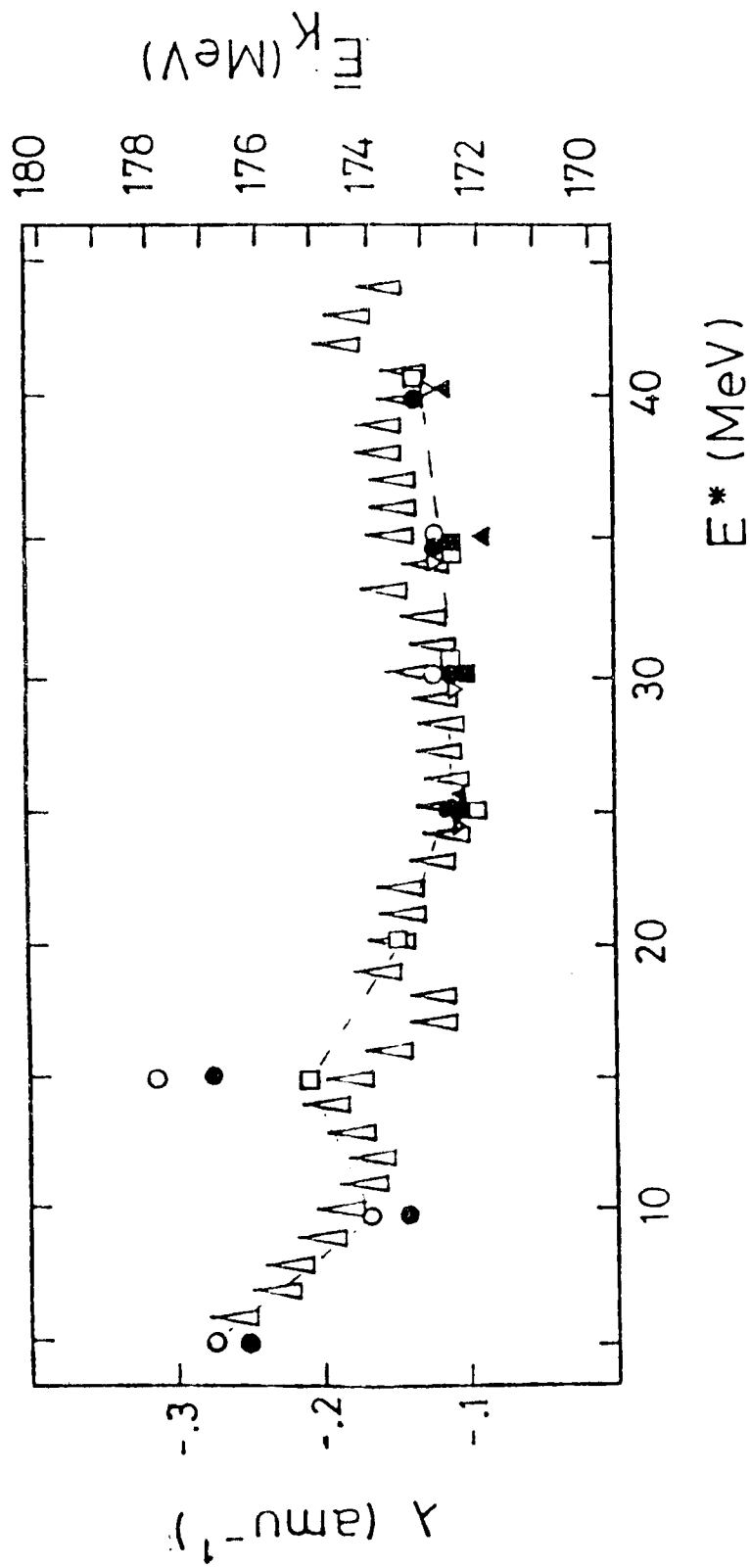


Figure 3

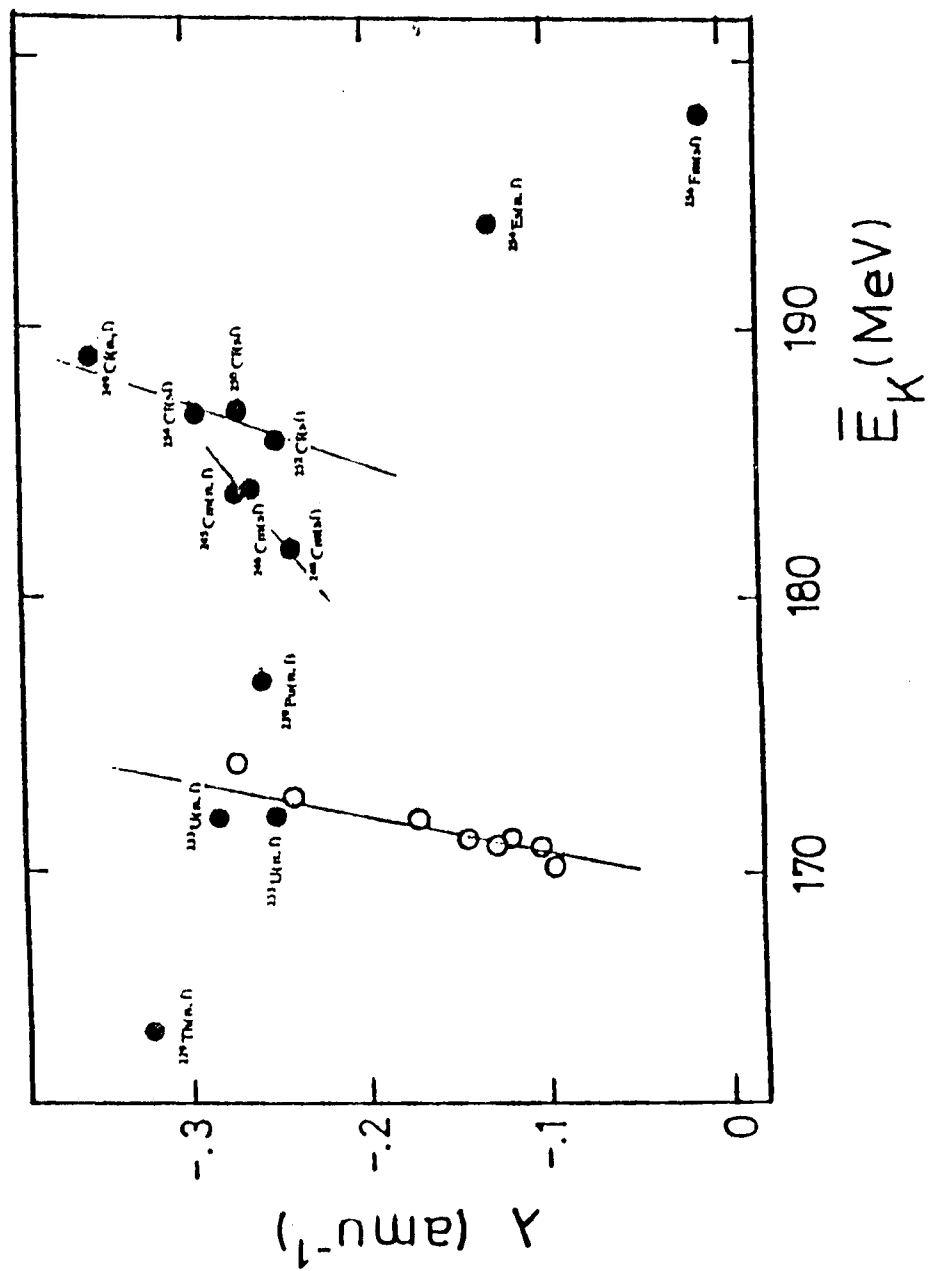


Figura 4

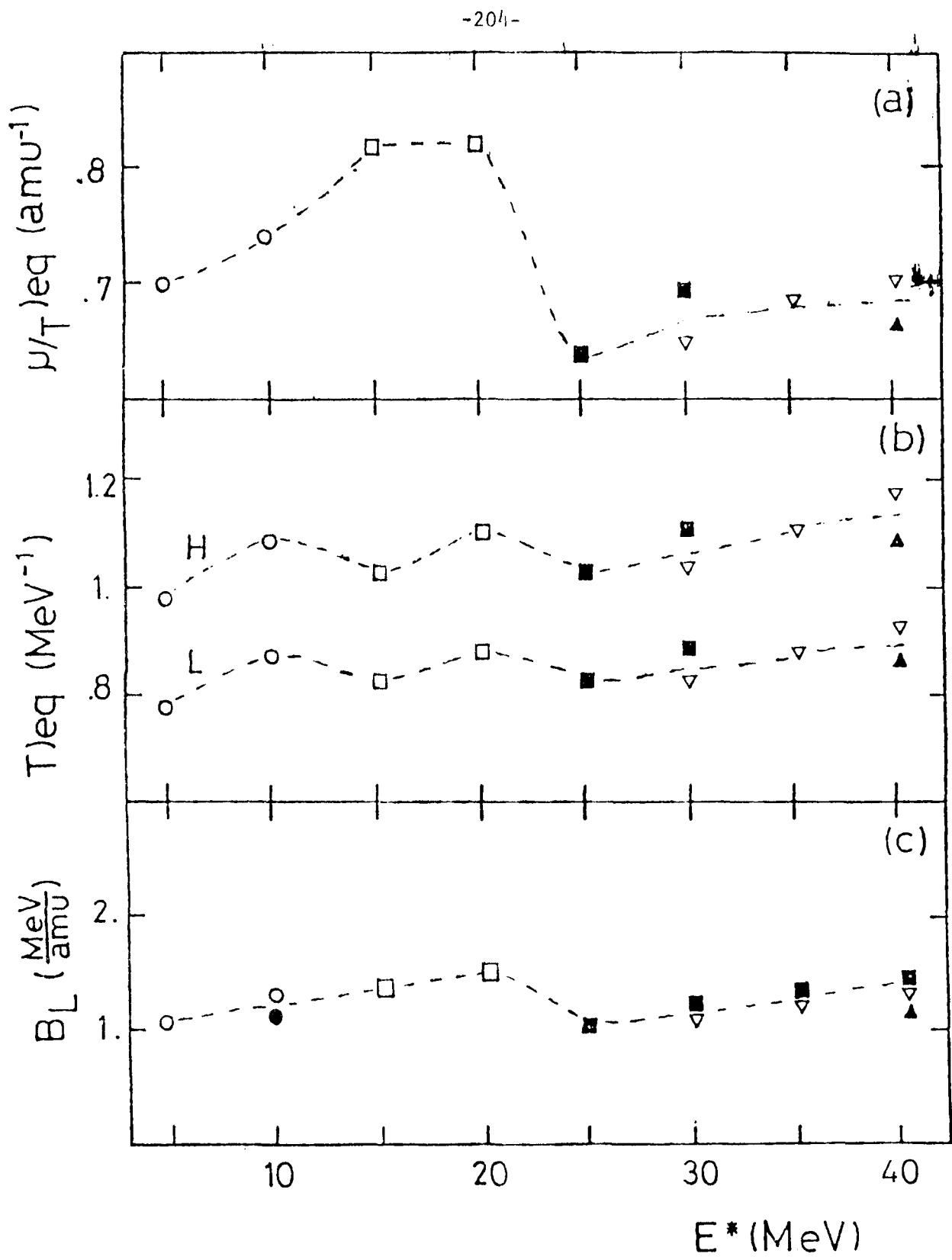


Figura 5

## Referencias

- [1] - E.T.Jaynes, Phys.Rev.106(1957)620, Phys.Rev.108(1957)171.
  - M.Tribus, Thermostatistics and thermodynamics, Van Nostrand, Princenton, 1961.
  - R.D.Levine and M.Tribus, eds., The maximum entropy formalism (MIT Press, Cambridge, 1978)
- [2] - Y.Alhassid and R.D.Levine, J.Chem.Phys.67(1977)4321.
  - Y.Alhassid, N.Agmon and R.D.Levine, Chem.Phys.Lett.53(1978)22.
  - Y.Alhassid and R.D.Levine, Phys.Rev.C20(1979)1775.
  - J.L.Kinsey and R.D.Levine, Chem.Phys.Lett.65(1979)413.
- [3] - D.Otero, A.N.Proto and A.Plastino, Phys.Lett.98B(1981)225.
  - R.D.Levine, D.R.Napoli, D.Otero, A.Plastino and A.N.Proto, Nucl.Phys.A454(1986)338.
- [4] - D.R.Napoli, D.Otero, A.N.Proto and A.Plastino, enviado a Phys.Lett.B.
- [5] - A.Bohr and B.R.Mottelson, Nuclear structure, vol.1, (Benjamin Reading Mass, 1969).
  - F.Fong, Statistical Theory of Nuclear Fission, (Gordon and Breach, N.Y., 1969).
- [6] - B.B.Back, J.M.Lebowitz and K.L.Wolf, Phys.Rev.C20(1979)1819.
- [7] - E.Cheifetz, H.R.Bowman, J.B.Hunter and S.G.Thompson, Phys.Rev.C3(1971)2017.
- [8] - B.D.Wilkins, E.P.Steinberg and R.R.Chasman, Phys.Rev.C14(1976)1832.



## C-6

Viernes 26 - 10:45 hs.

Moderador: J.Rossi

1. Aproximación de campo medio en sistemas bosón- fermión.  
M. Chiapparini, J. Dukelsky
2. Mecanismos de fotoexcitación y fotofisión de núcleos preactínidos en la región delta.  
J. Arruda Neto
3. Calibración y primeras medidas utilizando el "Plunger".  
M. A. Cardona, A. Filevich, G. García Bermúdez



APROXIMACION DE CAMPO MEDIO EN SISTEMAS BOSON-FERMION

M. Chiapparini y J. Dukelsky

Departamento de Física. Laboratorio TANDAR. CNEA  
Av. del Libertador 8250. 1429 Buenos Aires. Argentina

I. Introducción

En este trabajo se estudia una ampliación del IBM-1 (Interacting Boson Model 1), que consiste en la incorporación de dos fermiones ideales, para tratar de reproducir los fenómenos presentes en los núcleos a altos spins a lo largo de la banda yrast (espectros de excitación, alineamiento fermiónico y backbending). El agregado de estos grados de libertad fermiónicos aumenta la dimensión del espacio de estados y hace prohibitiva la diagonalización del hamiltoniano bosón-fermión resultante. El problema se resuelve entonces en forma aproximada utilizando técnicas de campo medio. Debido a que este procedimiento rompe la simetría rotacional, ésta se restaura en promedio vía la aproximación del cranking autoconsistente.

En II se obtienen las ecuaciones de Hartree-Bose-Fermi, que permiten obtener los coeficientes de las transformaciones de Hartree utilizadas para el caso general de dos sistemas que interactúan, uno compuesto por  $N$  bosones y otro compuesto por  $N-1$  bosones y un par fermiónico.

En III se aplican las ecuaciones de H.B.F a un hamiltoniano bosón-fermión en particular. Se muestra cómo la aproximación del cranking autoconsistente no puede modelar el fenómeno que interesa en el caso en que se utilice para obtener a la vez todos los coeficientes de la función de onda de prueba de la banda yrast. Se recurre entonces a una forma alternativa de resolver el problema que muestra ser la adecuada en este caso.

## II. El modelo

Para bajos valores del momento angular la banda yrast está formada esencialmente por la banda del estado fundamental. En la zona de momentos angulares altos la banda yrast está constituida principalmente por una banda que presenta un par fermiónico desacoplado del carozo colectivo y alineado según el eje de rotación.

### II.1 El hamiltoniano y la función de onda

El hamiltoniano bosón-fermión que se utiliza se escribe en segunda cuantificación:

$$(II.1.1) \quad H = \sum_{ij} \varepsilon_{ij}^b \delta_i^\dagger \delta_j + \sum_{ijkl} V_{ijkl}^b \delta_i^\dagger \delta_j^\dagger \delta_k \delta_l + \sum_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta}^f a_\alpha^\dagger a_\beta + \\ \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta}^f a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\gamma a_\delta + \sum_{ij\alpha\beta} V_{ij\alpha\beta}^{BF} \delta_i^\dagger \delta_j^\dagger a_\alpha^\dagger a_\beta + \\ \sum_{ijk\alpha\beta} V_{ijk\alpha\beta}^M (a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger \delta_i^\dagger \delta_j^\dagger \delta_k + \delta_k^\dagger \delta_j^\dagger \delta_i a_\beta a_\alpha)$$

donde el operador  $\delta_i^\dagger$  ( $a_\alpha^\dagger$ ) crea un bosón (fermión) en el estado  $i$  ( $\alpha$ ). Los cinco primeros términos de (II.1.1) representan el hamiltoniano de dos cuerpos más general asociado a un sistema de bosones y fermiones interactuantes. El sexto término da cuenta de la mezcla entre bandas,

cada término  $a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} \delta_i^{\dagger} \delta_k^{\dagger}$  representa una situación donde se aniquilan dos bosones  $j$  y  $k$  y se crean un bosón  $i$  y dos fermiones  $\alpha$  y  $\beta$ .

Para resolver el problema en forma aproximada se recurre al método de Hartree el cual, en este caso, consiste en definir nuevos operadores bosónicos  $\Gamma_{\rho}^{\dagger}$  y fermiónicos  $\Lambda_{\xi}^{\dagger}$  en la forma:

$$(II.1.2.a) \quad \Gamma_{\rho}^{\dagger} = \mathcal{N}_{\rho}^{-1/2} \sum_i \eta_{\rho i}^B \delta_i^{\dagger}, \quad \mathcal{N}_{\rho} = \sum_i |\eta_{\rho i}^B|^2$$

$$(II.1.2.b) \quad \Lambda_{\xi}^{\dagger} = \mathcal{N}_{\xi}^{-1/2} \sum_{\lambda} \eta_{\xi \lambda}^F A_{\lambda}^{\dagger}, \quad \mathcal{N}_{\xi} = \sum_{\lambda} |\eta_{\xi \lambda}^F|^2$$

donde el operador normalizado  $A_{\lambda}^{\dagger}$  crea un par fermiónico en el estado de dos partículas  $\lambda$  y se define en la forma:

$$(II.1.3) \quad A_{\lambda}^{\dagger} = 2^{-1/2} \sum_{\alpha \beta} c_{\alpha \beta}^{\lambda} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger}$$

Para asegurar las normalizaciones de los estados  $A_{\lambda}^{\dagger} |0\rangle$  y  $\Lambda_{\xi}^{\dagger} |0\rangle$  deben cumplirse las igualdades:

$$(II.1.4.a) \quad \sum_{\alpha \beta} c_{\alpha \beta}^{\lambda_1 *} c_{\alpha \beta}^{\lambda_2} = \delta_{\lambda_1, \lambda_2}$$

$$(II.1.4.b) \quad (\mathcal{N}_{\xi_1} \mathcal{N}_{\xi_2})^{-1/2} \sum_{\lambda} \eta_{\xi_1 \lambda}^{F*} \eta_{\xi_2 \lambda}^F = \delta_{\xi_1, \xi_2}$$

Para que los operadores  $\Gamma_{\rho}^{\dagger}$  respeten las relaciones de conmutación bosónicas deben verificarse la igualdades:

$$(II.1.5) \quad (\mathcal{N}_{\rho} \mathcal{N}_{\varsigma})^{-1/2} \sum_i \eta_{\rho i}^{B*} \eta_{\varsigma i}^B = \delta_{\rho \varsigma}$$

Para el estado intrínseco de la banda del estado fundamental se propone una descripción en términos de un condensado de N bosones no

interactuantes<sup>1</sup> en el cual todas las partículas ocupan el estado de menor energía:

$$|\phi_{EF}\rangle = (N!)^{\frac{1}{2}} \prod_0^{\dagger N} |0\rangle$$

La banda desacoplada se construye a partir de la fundamental destruyendo un bosón del condensado y creando un par fermiónico:

$$|\phi_{BD}\rangle = [(N-1)!] \prod_0^{\dagger N-1} \prod_s^{\dagger} |0\rangle$$

La función de onda total  $|\phi\rangle$  será:

$$(II.1.6) \quad |\phi\rangle = \alpha_1 |\phi_{EF}\rangle + \alpha_2 |\phi_{BD}\rangle \quad \text{donde} \quad \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1$$

## II.2 Las ecuaciones de Hartree-Bose-Fermi

Los coeficientes de las transformaciones (II.1.2) y de la función de onda (II.1.6) se obtienen extremando respecto de cada uno de ellos la funcional  $\langle\phi|H|\phi\rangle$  donde  $H$  es el hamiltoniano (II.1.1) y  $|\phi\rangle$  la función de onda (II.1.6).

Si se definen las cantidades:

$$E_0^B = \mathcal{A}_0^{-1} \sum_{ij} E_{ij}^B \eta_{0i}^{B*} \eta_{0j}^B$$

$$V_0^B = \mathcal{A}_0^{-1} \sum_{ijkl} V_{ijkl}^B \eta_{0i}^{B*} \eta_{0j}^{B*} \eta_{0k}^B \eta_{0l}^B$$

$$E_s^F = \mathcal{A}_s^{-1} \sum_{\lambda\mu} \eta_{s\lambda}^{F*} \eta_{s\mu}^F \sum_{\alpha\beta} E_{\alpha\beta}^F \langle 0 | A_\lambda a_\alpha^\dagger a_\beta A_\mu^\dagger | 0 \rangle$$

$$V_s^F = \mathcal{A}_s^{-1} \sum_{\lambda\mu} \eta_{s\lambda}^{F*} \eta_{s\mu}^F \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta}^F \langle 0 | A_\lambda a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\gamma a_\delta A_\mu^\dagger | 0 \rangle$$

$$V_{0s}^{BF} = \mathcal{A}_0^{-1} \mathcal{A}_s^{-1} \sum_{ij\lambda\mu} \eta_{0i}^{B*} \eta_{0j}^B \eta_{s\lambda}^{F*} \eta_{s\mu}^F \sum_{\alpha\beta} V_{ij\alpha\beta}^{BF} \langle 0 | A_\lambda a_\alpha^\dagger a_\beta A_\mu^\dagger | 0 \rangle$$

$$V_{05}^M = \alpha_0^{\frac{1}{2}} \alpha_5^{\frac{1}{2}} \sum_{ijk\lambda} \eta_{oi}^{B*} \eta_{oj}^B \eta_{ok}^B \eta_{5\lambda}^{F*} \sum_{\alpha\beta} V_{ijk\alpha\beta}^M \langle 0 | A_\lambda a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger | 0 \rangle$$

$$\tilde{\mathcal{E}}_{\lambda\mu}^F = \sum_{\alpha\beta} \mathcal{E}_{\alpha\beta}^F \langle 0 | A_\lambda a_\alpha^\dagger a_\beta A_\mu^\dagger | 0 \rangle ; \tilde{V}_{\lambda\mu}^F = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta}^F \langle 0 | A_\lambda a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\gamma a_\delta A_\mu^\dagger | 0 \rangle$$

$$\tilde{V}_{ijk\lambda\mu}^{BF} = \sum_{\alpha\beta} V_{ijk\alpha\beta}^{BF} \langle 0 | A_\lambda a_\alpha^\dagger a_\beta A_\mu^\dagger | 0 \rangle ; \tilde{V}_{ijk\lambda}^M = \sum_{\alpha\beta} V_{ijk\alpha\beta}^M \langle 0 | A_\lambda a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger | 0 \rangle$$

las ecuaciones que se obtienen son las siguientes:

$$\begin{aligned} \text{(II.2.1)} \quad & N^{\frac{1}{2}}(N-1) \text{Re}(V_{05}^M) \alpha_2 = \\ & \left\{ \alpha_1 \alpha_2 N^{\frac{1}{2}}(N-1) 2 \text{Re}(V_{05}^M) + \alpha_2^2 \left[ V_5^F + (N-1) V_{05}^{BF} - \mathcal{E}_0^B - 2(N-1) V_0^B \right] \right\} \alpha_1 \\ & \bullet N^{\frac{1}{2}}(N-1) \text{Re}(V_{05}^M) \alpha_1 + \left\{ V_5^F + (N-1) V_{05}^{BF} - \mathcal{E}_0^B - 2(N-1) V_0^B \right\} \alpha_2 = \\ & \left\{ \alpha_1 \alpha_2 N^{\frac{1}{2}}(N-1) 2 \text{Re}(V_{05}^M) + \alpha_2^2 \left[ V_5^F + (N-1) V_{05}^{BF} - \mathcal{E}_0^B - 2(N-1) V_0^B \right] \right\} \alpha_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(II.2.2)} \quad & \sum_i \left\{ (N-\alpha_2^2) \mathcal{E}_{ij}^B + (N-2\alpha_2^2)(N-1) \sum_{k\ell} V_{ik\ell j}^B \eta_{ok}^{B*} \eta_{or}^B + \alpha_2^2 (N-1) \sum_{\lambda\mu} \tilde{V}_{ij\lambda\mu}^{BF} \eta_{5\lambda}^{F*} \eta_{5\mu}^F + \right. \\ & \left. \alpha_1 \alpha_2 N^{\frac{1}{2}}(N-1) \sum_{k\lambda} \left( 2 \tilde{V}_{ikj\lambda}^M \eta_{5\lambda}^{F*} \eta_{ok}^B + \tilde{V}_{jik\lambda}^M \eta_{5\lambda}^F \eta_{or}^{B*} \right) \right\} \eta_{oi}^{B*} = \\ & \left\{ (N-\alpha_2^2) \mathcal{E}_0^B + 2(N-2\alpha_2^2)(N-1) V_0^B + \alpha_2^2 (N-1) V_{05}^{BF} + 3\alpha_1 \alpha_2 N^{\frac{1}{2}}(N-1) \text{Re}(V_{05}^M) \right\} \eta_{oj}^{B*} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(II.2.3)} \quad & \sum_{\lambda} \alpha_2^2 \left\{ \tilde{V}_{\lambda\mu}^F + \tilde{\mathcal{E}}_{\lambda\mu}^F + (N-1) \sum_j \tilde{V}_{ij\lambda\mu}^{BF} \eta_{oi}^{F*} \eta_{oj}^B \right\} \eta_{5\lambda}^{F*} + \\ & \alpha_1 \alpha_2 N^{\frac{1}{2}}(N-1) \sum_{ijk} \tilde{V}_{ijk\mu}^M \eta_{oi}^B \eta_{oj}^{B*} \eta_{ok}^{B*} = \left\{ \alpha_2^2 (V_5^F + \mathcal{E}_5^F + (N-1) V_{05}^{BF} + \right. \\ & \left. \alpha_1 \alpha_2 N^{\frac{1}{2}}(N-1) \text{Re}(V_{05}^M) \right\} \eta_{5\mu}^{F*} \end{aligned}$$

Los coeficientes que extreman la funcional  $\langle \phi | H | \phi \rangle$  deben satisfacer simultáneamente los tres sistemas de ecuaciones anteriores y se encuentran en forma numérica.

El Modelo de Bosones Interactuantes se introdujo como modelo fenomenológico<sup>2</sup> del comportamiento colectivo exhibido por los núcleos medianos y pesados lejos de capa cerrada. El modelo admite tres simetrías dinámicas que describen núcleos vibratoriales<sup>3</sup> (U(5)), núcleos gamma inestables<sup>4</sup> (O(6)) y núcleos rotacionales<sup>5</sup> (SU(3)). Sin embargo estas simetrías no tienen en cuenta fenómenos no colectivos y en particular la simetría SU(3) no admite cruce de bandas. Para tener en cuenta estos y otros fenómenos no colectivos es necesario ampliar el IBM con otros grados de libertad<sup>6,7,8,9,10</sup>. En este trabajo se amplía el IBM-1 con dos fermiones ideales en la capa  $i_{13/2}$  los cuales se acoplan a un carozo bosónico que presenta la simetría SU(3).

### III.1 El hamiltoniano y la función de onda

Se utiliza el siguiente hamiltoniano:

$$(III.1.1) \quad H = H^b + H^f + H^{bf} + H^m$$

que contiene términos de interacción bosón-bosón  $H^b$ , fermión-fermión  $H^f$ , bosón-fermión  $H^{bf}$ , y de mezcla  $H^m$ , siendo:

$$H^b = -k^b Q^b \cdot Q^b \quad \text{donde} \quad Q^b = \left[ s^+ \tilde{d} + d^+ \tilde{s} - \frac{\sqrt{2}}{2} d^+ \tilde{d} \right]^{(2)} \quad (2)$$

es el operador cuadrupolar del límite SU(3) del IBM-1.

$$H^f = -k^f \delta(r-r') \quad \text{es la interacción delta}$$

$H^{bf} = -k^{bf} [i^+ \tilde{i}]^{(2)} \cdot Q^b$  donde el operador  $i^+$  crea un fermión de momento angular  $j=13/2$  y proyección  $\mu$ .

$$H^m = -k^m Q^b \cdot [ [ (i^+ i^+)^{(4)} \tilde{d} ]^{(2)} + c.h ] \quad (\text{ver ref. 10})$$

Como se va a trabajar con pares fermiónicos en la capa  $j=13/2$  se definen los operadores fermiónicos:

$$A_{JM}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} [i^+ i^+]_M^{(J)}$$

donde  $J$  toma los valores  $J=4,6,8,10$  y  $12$  ya que los pares de  $J=0$  y  $J=2$  están representados por los bosones  $s$  y  $d$ . El término de mezcla queda entonces:

$$E^m = -k^m Q^b \cdot [A_4^{+\sim} d]^{(2)} + [d^+ A_4^{+\sim}]^{(2)}$$

Se construyen los operadores de buena signatura (autoestados de  $\exp(-i\pi J_x)$ ):

$$S_+^{\dagger} = S^{\dagger}$$

$$d_{+\mu}^{\dagger} = [2(1+\delta_{0\mu})]^{-1/2} (d_{\mu}^{\dagger} + d_{-\mu}^{\dagger}) \quad \mu \geq 0$$

$$A_{J+M}^{\dagger} = [2(1+\delta_{0M})]^{-1/2} (A_{JM}^{\dagger} + A_{J-M}^{\dagger}) \quad M \geq 0$$

Las transformaciones de Hartree utilizadas son:

$$(III.1.2.a) \quad \Pi_0^{\dagger} = \alpha_0^{-1/2} \left\{ \eta_{00}^B S_+^{\dagger} + \sum_{\mu} \eta_{2\mu}^B d_{+\mu}^{\dagger} \right\} ; \alpha_0 = |\eta_{00}^B|^2 + \sum_{\mu} |\eta_{2\mu}^B|^2$$

$$(III.1.2.b) \quad \Lambda_{\xi}^{\dagger} = \alpha_{\xi}^{-1/2} \sum_M \eta_{JM}^F A_{J+M}^{\dagger}$$

y la función de onda es:

$$(III.1.3) \quad |\phi\rangle = \alpha_1 (N!)^{-1/2} \Pi_0^{\dagger N} |0\rangle + \alpha_2 [(N-1)!]^{-1/2} \Pi_0^{\dagger N-1} \Lambda_{\xi}^{\dagger} |0\rangle$$

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1$$

Esta función de onda no tiene bien definido el momento angular ya que lo mismo sucede con los operadores  $\int_p^\dagger$  y  $\int_\xi^\dagger$ . La simetría perdida se restaura en promedio resolviendo las ecuaciones de H.B.F con el hamiltoniano de cranking  $H^\omega = H - \omega J_x$ , donde  $H$  es el hamiltoniano (III.1.1), y la condición de vínculo  $\langle J_x \rangle = \sqrt{I(I+1)}$  siendo  $I$  el momento angular del sistema. De esta manera las transformaciones (III.1.2) dependen del momento angular total.

### III.2 Resultados obtenidos

Las ecuaciones de H.B.F pueden utilizarse para obtener la banda del estado fundamental y la banda desacoplada separadamente resolviendo las ecuaciones (II.2.2) y (II.2.3) alternativamente con  $\alpha_2=0$  (banda del estado fundamental) y  $\alpha_2=1$  (banda desacoplada) en la aproximación del cranking autoconsistente. En la figura 1 se muestran los resultados de este procedimiento.

La banda yrast se obtiene resolviendo simultáneamente las ecuaciones (II.2.1), (II.2.2) y (II.2.3) en la aproximación del cranking autoconsistente.

El hamiltoniano de cranking  $H^\omega = H - \omega J_x$  puede pensarse como el hamiltoniano en un sistema fijo al cuerpo que rota. El método del cranking autoconsistente se basa en la minimización del valor medio  $H$  sujeto a la condición de vínculo  $\langle J_x \rangle = \sqrt{I(I+1)}$ . El resultado de esta minimización en el sistema rotante se muestra en la figura 2. La energía en el laboratorio se obtiene haciendo:

$$\langle H \rangle = \langle H^\omega \rangle + \omega \langle J_x \rangle$$

Se puede probar<sup>11</sup> que  $\frac{d}{d\omega} \langle H^\omega \rangle = -\sqrt{I(I+1)}$  ( $H^m = 0$ ) lo que indica que en el caso en que la mezcla entre bandas tienda a cero el momento angular como función de  $\omega$  es discontinuo en el cruce de bandas y aparece una zona

no valuada de la energía en el laboratorio como función del momento angular (figura 3).

Para solucionar esto se utilizaron las ecuaciones de H.B.F y el cranking autoconsistente para obtener cada banda por separado (fig. 1) para el hamiltoniano  $H' = H - H^m$ . El hamiltoniano  $H'$  conserva el número de partículas y no mezcla las bandas entre sí. De esta manera la resolución de las ecuaciones de H.B.F con el cranking autoconsistente permite obtener, para un dado momento angular  $I$ , una base del espacio de estados formada por el vector  $|V_0^I\rangle$  de la banda del estado fundamental y el vector  $|V_1^I\rangle$  de la banda desacoplada, donde:

$$|V_0^I\rangle = (N!)^{-1/2} \prod_0^{I+N} |0\rangle \quad ; \quad |V_1^I\rangle = [(N-1)!]^{-1/2} \prod_0^{I+N-1} \Lambda_\xi^+ |0\rangle$$

siendo ambos vectores ortogonales entre sí. Se utilizan distintas letras para los bosones de cada banda debido a que son diferentes. En la base

$\{|V_0^I\rangle, |V_1^I\rangle\}$  se diagonaliza el hamiltoniano total  $H = H' + H^m$ . Los nuevos autoestados aproximados son de la forma:

$$(III.2.1) \quad |V^I\rangle = \alpha_1 |V_0^I\rangle + \alpha_2 |V_1^I\rangle \quad ; \quad \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1$$

y tienen bien definido, en promedio, el momento angular total ya que al ser los vectores  $|V_0^I\rangle$  y  $|V_1^I\rangle$  soluciones de las ecuaciones de H.B.F con la condición de vínculo del cranking se tiene:

$$\langle V_0^I | J_x | V_0^I \rangle = \langle V_1^I | J_x | V_1^I \rangle = \sqrt{I(I+1)}$$

con lo cual es:

$$\langle V^I | J_x | V^I \rangle = \alpha_1^2 \langle V_0^I | J_x | V_0^I \rangle + \alpha_2^2 \langle V_1^I | J_x | V_1^I \rangle = \sqrt{I(I+1)}$$

La banda yrast se obtiene eligiendo entre los dos vectores (II.2.1) aquel que minimiza la energía  $\langle H \rangle$ . El otro vector, ortogonal al yrast, da lugar a una banda excitada del sistema.

La velocidad angular de rotación  $\omega$  asociada a las bandas yrast y excitada se calculan, al igual que el momento de inercia  $\mathcal{J}$ , gráficamente a partir de su definición en la forma:

$$(III.2.2) \quad \omega = \frac{dE}{d\hat{I}} = \left( \frac{\hat{I}}{I+1/2} \right)^{-1} \frac{dE}{dI} \quad ; \quad \hat{I} \equiv \sqrt{I(I+1)}$$

$$(III.2.3) \quad \mathcal{J} = \frac{1}{2} \left( \frac{dE}{d\hat{I}^2} \right)^{-1} = \frac{I}{\omega}$$

En la figura 4 se muestran los resultados de la diagonalización. Puede verse como se obtiene la banda yrast completa al igual que la banda excitada. Las bandas del estado fundamental y desacoplada se muestran como referencia. En la figura 5 se muestran las velocidades angulares de las bandas yrast y excitada calculadas con la fórmula (III.2.2). Se grafican las velocidades angulares de las bandas del estado fundamental y desacoplada como referencia. Se ve como la velocidad angular se incrementa monótonamente a lo largo de la banda yrast hasta la zona del cruce entre las bandas del estado fundamental y desacoplada, donde disminuye la pendiente de la curva  $E(I)$ , con lo cual la velocidad angular retoma valores que tenía a momentos angulares más bajos y luego comienza a crecer monótonamente. La consecuencia inmediata de este comportamiento es la trivaluación de la velocidad angular como función del momento angular a lo largo de la banda yrast.

Lo que sucede físicamente puede entenderse con la ayuda de la figura 6, donde se han graficado los pesos con que entra la banda desacoplada (vector  $|V_1^1\rangle$ ) en la combinación lineal (III.2.1) para cada banda, y de la figura 7, en la cual se muestra el alineamiento del par fermiónico para cada banda. A momentos angulares bajos prácticamente toda la

contribución al momento angular del sistema proviene de la rotación rígida del condensado bosónico. A medida que aumenta el momento angular comienza a ser energéticamente favorable la rotura de un bosón del condensado para dar lugar a un par fermiónico que suma su momento angular al momento angular generado por la rotación del carozo. De esta manera, para aumentar el momento angular el sistema prefiere aumentar la alineación del par fermiónico (fig. 7) y disminuir la velocidad angular de rotación (fig. 6) hasta que finalmente se llega a la máxima alineación fermiónica y la única manera de incrementar el momento angular es aumentando la velocidad de rotación del sistema.

Con el momento de inercia sucede algo similar. A bajos momentos angulares el sistema rota con cierto momento de inercia. En la zona del cruce de bandas se produce una disminución de la velocidad angular debido al alineamiento fermiónico ya mencionado. Esto provoca un aumento del momento de inercia del sistema, con lo cual se produce una trivaluación del momento de inercia como función de la velocidad angular de rotación. Este efecto, conocido con el nombre de backbending, aparece ilustrado en la figura 8 en la que se grafica el momento de inercia calculado según (III.2.3) en función del cuadrado de la velocidad angular para la banda yrast de la figura 4.

Se probó antes que tanto los estados yrast como los de la banda excitada tienen, en promedio, bien definido el momento angular, es decir  $\langle J_x \rangle = \sqrt{I(I+1)}$  sobre cada banda. Esto puede observarse en la figura 9 donde se grafica el valor medio  $\langle J_x \rangle$  en función de  $\sqrt{I(I+1)}$ . Sin embargo existen importantes fluctuaciones alrededor de estos valores medios. En la figura 10 se muestran estas fluctuaciones así como también las asociadas a las bandas del estado fundamental y desacoplada como referencia.

### III.3 Conclusiones

En este trabajo se ha mostrado que la extensión del IBM-1 propuesta permite reproducir los espectros de excitación de los núcleos deformados al igual que el backbending. Esto se logra sin necesidad de recurrir a complejas técnicas de proyección el momento angular ya que el método utilizado provee un buen estado yrast de momento angular bien definido dentro de la aproximación del cranking autoconsistente.

El modelo propuesto puede mejorarse para obtener resultados realistas teniendo en cuenta:

- i) El método es fácilmente extendible al IBM-2.
- ii) Ampliar el espacio de valencia fermiónico e incluir la posibilidad de más bosones rotos.
- iii) Utilizar un hamiltoniano más realista en lo que se refiere a las interacciones fermión-fermión y bosón-bosón.

Bibliografía

1. J. Dukelsky, G.G. Dussel, R.P. Perazzo, S. Reich y H. Sofía,  
Nucl. Phys. A425(1984), 93
2. A. Arima y F. Iachello, Phys. Lett. 35(1975), 1069
3. A. Arima y F. Iachello, Ann. of Phys. 99(1976), 253
4. A. Arima y F. Iachello, Ann. of Phys. 111(1978), 201
5. A. Arima y F. Iachello, Ann. of Phys. 123(1979), 468
6. D. Warnes y A. Bruce, Phys. Rev. C30(1984), 1066
7. S. Pittel y A. Frank, preprint  
J. Dukelsky y C. Lima, Phys. Lett. 182B(1986), 116
8. A. Gelberg y A. Zemel, Phys. Rev. C221(1980), 22
9. I. Morrison, A. Faessler y C. Lima, Nucl. Phys. A372(1981), 13
10. N. Yoshida, A. Arima y T. Otsuka, Phys. Lett. 114B(1982), 86
11. Zdzistaw Szymansky, Fast Nuclear Rotation, Claredon Press  
Oxford (1983)

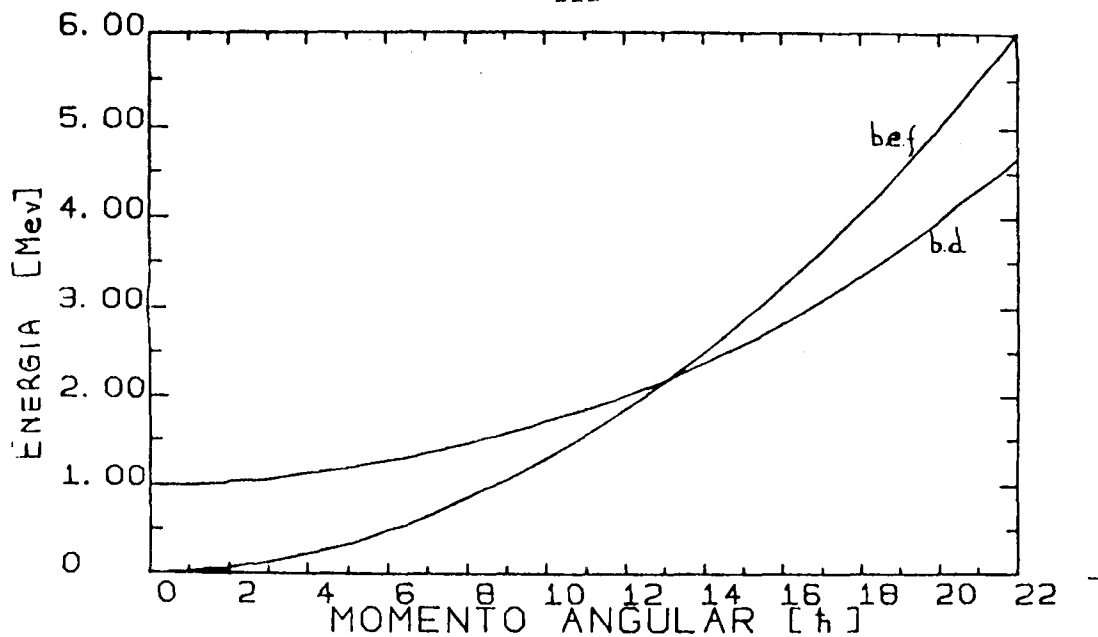


Fig. 1. La energía de las bandas del estado fundamental (b.e.f) y desacoplada (b.d) en función del momento angular total. Se observa el cruce de bandas en la zona  $I=12 - 14 \hbar$ .  
 $N=16$  .  $K^b = .033 \text{ Mev}$      $K^f = 2. \text{ Mev}$      $K^{bf} = .074 \text{ Mev}$

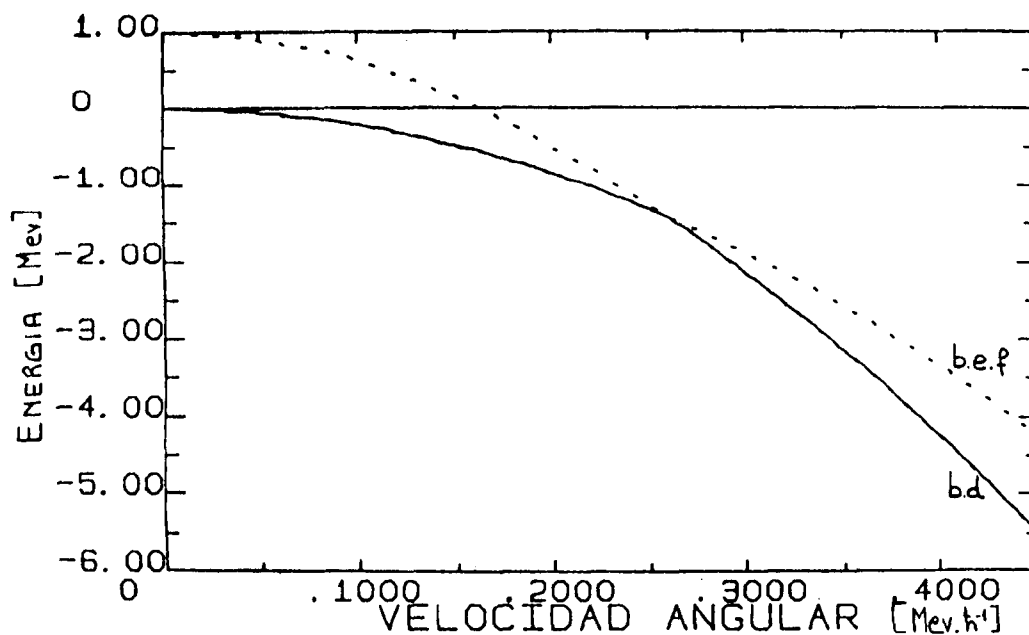


Fig. 2. La energía mínima en el sistema intrínseco como función de la velocidad angular para mezcla  $k^m = 4.94 \cdot 10^{-5} \text{ Mev}$ .

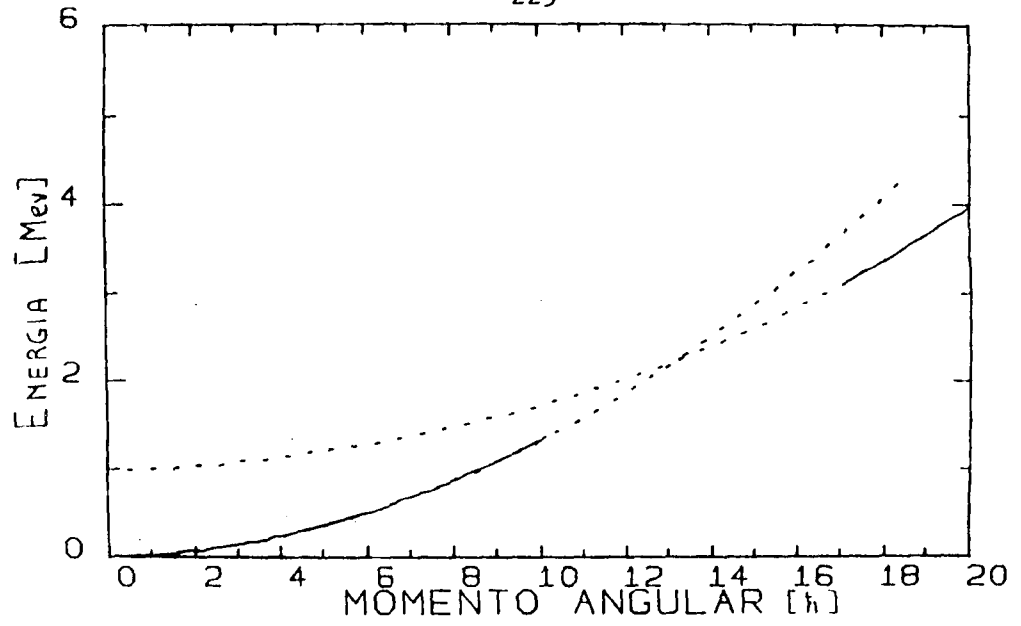


Fig. 3. La energía en el laboratorio en función del momento angular.

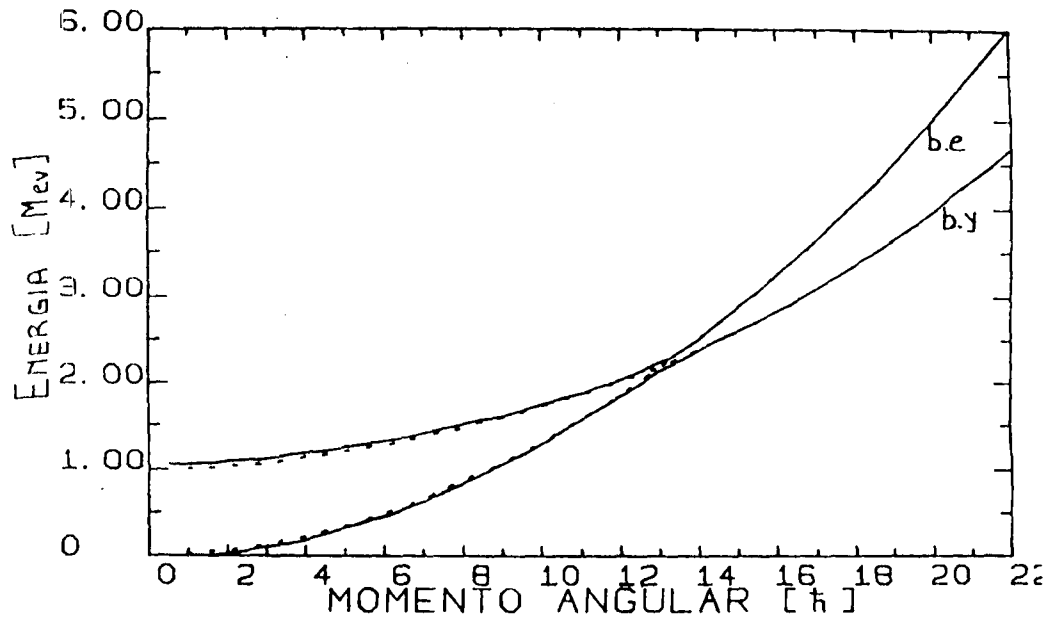


Fig. 4. Las bandas yrast (b.y) y excitada (b.e) para una mezcla  $k^m = 1.06 \cdot 10^{-2}$  Mev y diagonalización en el laboratorio.

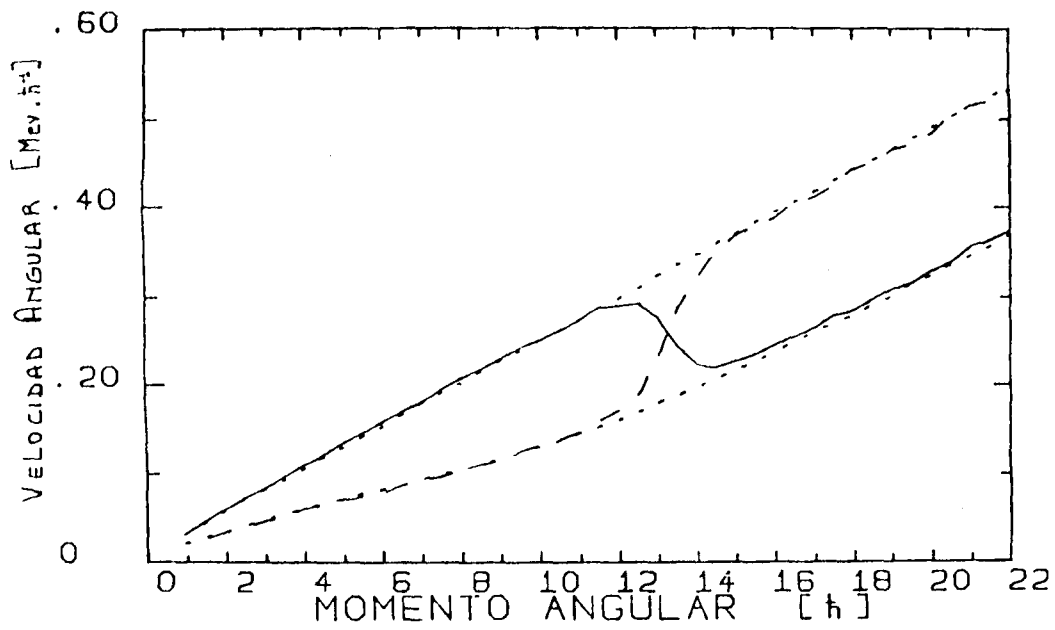


Fig. 5. La velocidad angular de rotación de las bandas yrast (línea llena) y excitada (línea discontinua) de la fig. 4 en función del momento angular.

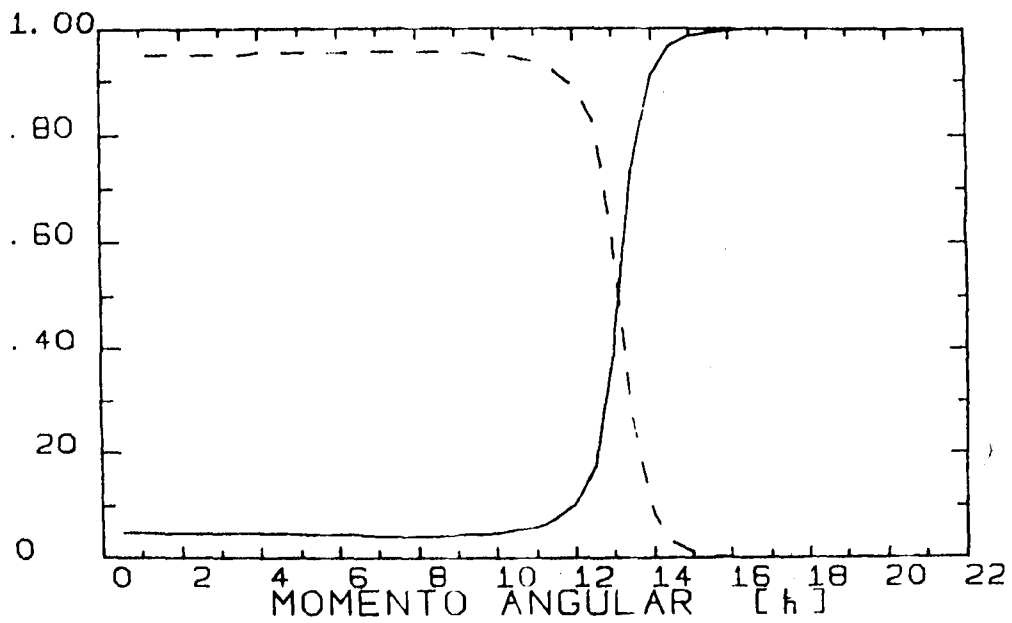


Fig. 6. Pesos de la banda desacoplada en las bandas yrast (línea llena) y excitada (línea discontinua) de la fig. 4 en función del momento angular.

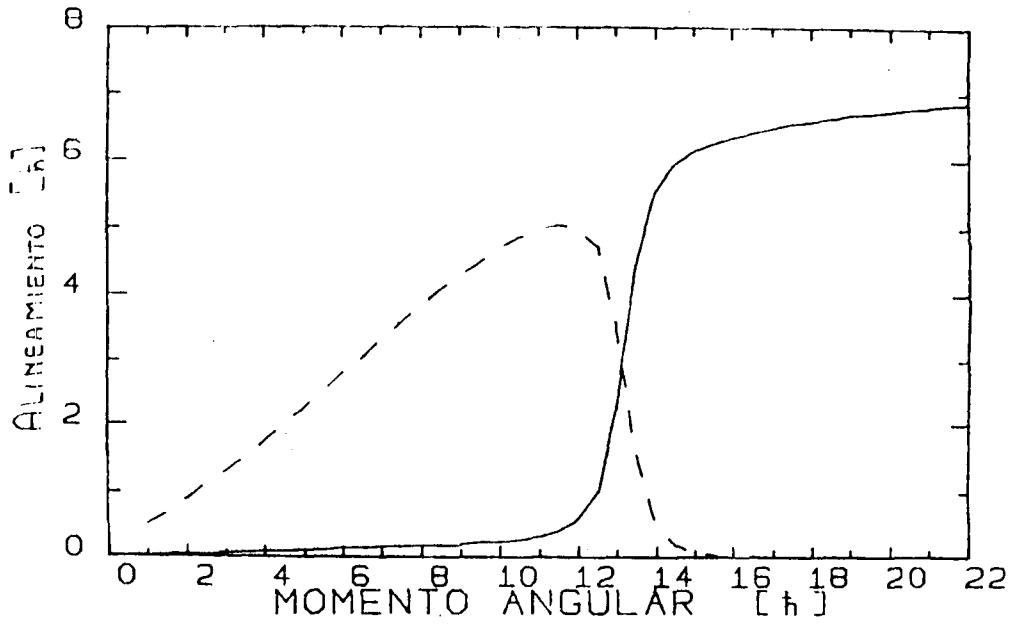


Fig. 7. Alineamiento del par fermiónico en las bandas yrast (línea llena) y excitada (línea discontinua) de la fig. 4 en función del momento angular.

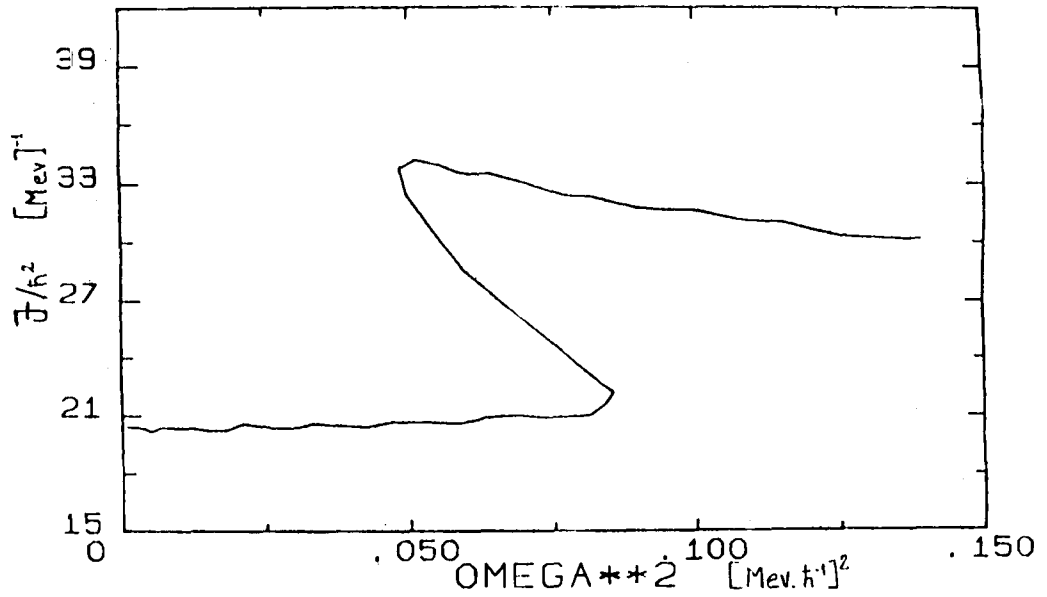


Fig. 8. El momento de inercia de la banda yrast de la fig. 4 en función del cuadrado de la velocidad angular.

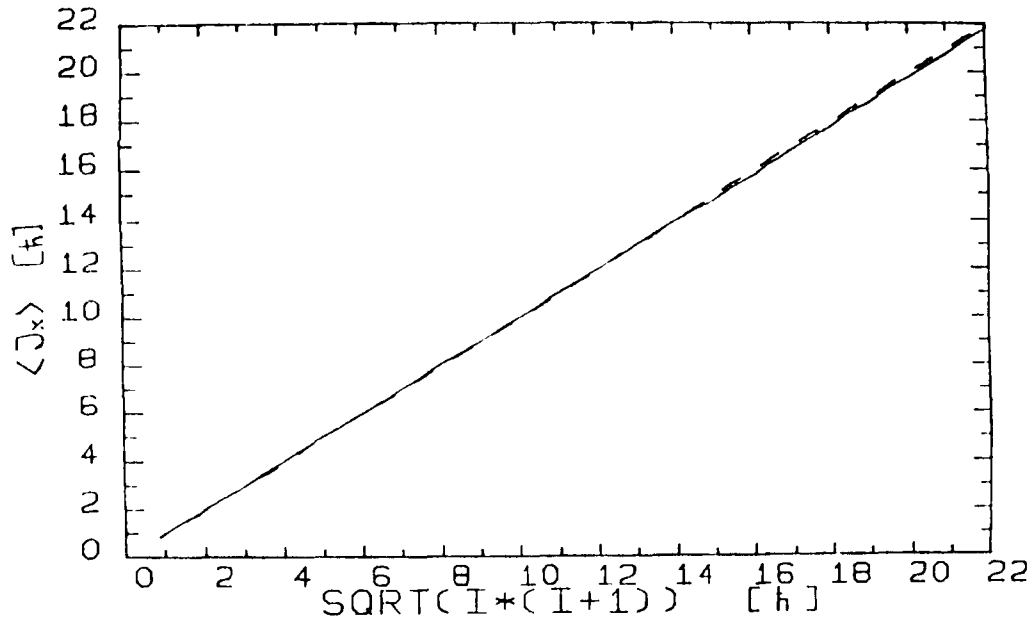


Fig. 9. El valor medio de  $J_x$  en función de  $\sqrt{I(I+1)}$  para las bandas yrast (línea llena) y excitada (línea discontinua) de la fig. 4.

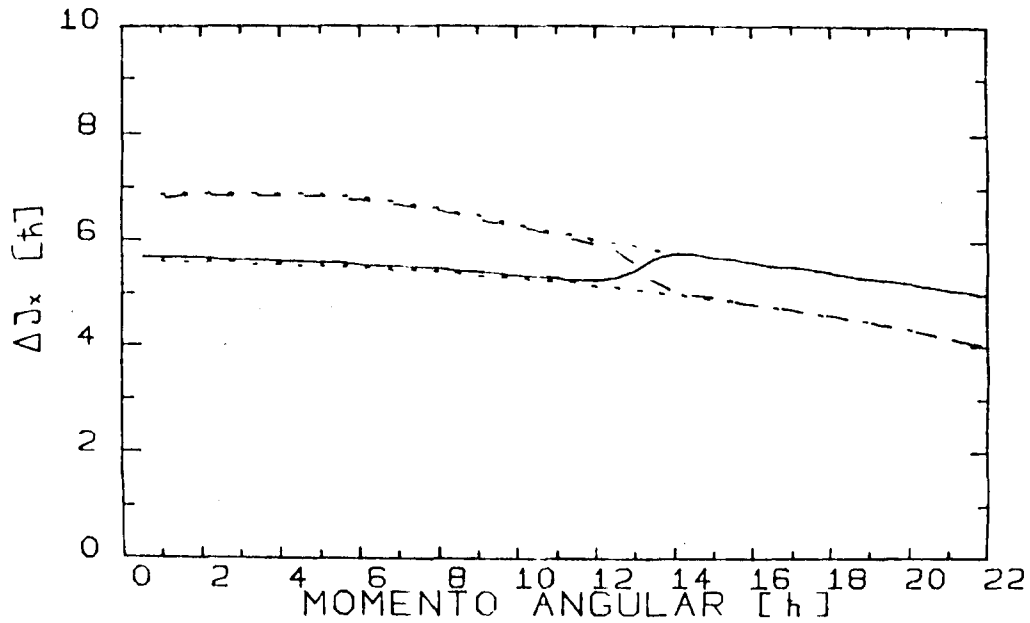


Fig. 10. Fluctuación en el valor medio de  $J_x$  en función del momento angular para las bandas yrast (línea llena) y excitada (línea discontinua) de la fig. 4.

## MECANISMOS DE FOTOEXCITAÇÃO E FOTOFISSÃO DE NÚCLEOS PRÉ-ACTINÍDEOS NA REGIÃO DA $\Delta(3,3)$

J.D.T. Arruda-Neto

Laboratório do Acelerador Linear  
Instituto de Física  
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO (BRASIL)

### I. INTRODUÇÃO

Entre as várias questões que podem ser elucidadas através do estudo de reações fotonucleares em energias intermediárias, destacaríamos uma bastante atual e fundamental: qual é a interação fóton-núcleo responsável pela seção de choque de absorção observada em energias abaixo e acima do limiar de produção de píons  $m_\pi$  ( $\sim 140$  MeV). Enquanto que abaixo de  $m_\pi$  as correlações de curto alcance nucleon-nucleon e os processos de excitação coletivos desempenham um papel importante, acima de  $m_\pi$  o acoplamento fóton-nucleon ( $\gamma N$ ) é dominado pela transição ao primeiro estado excitado do nucleon (localizado a 300 MeV acima do estado fundamental nucleônico - é a ressonância  $(3,3)$  ou, simplesmente, ressonância  $\Delta$ ). Agora surge uma questão natural: de que maneira o processo elementar  $\gamma N \rightarrow \Delta$  (e  $\gamma N \rightarrow N\pi$ , de uma maneira geral) é modificado pelo meio nuclear? A formação de deltas na superfície nuclear foi estudada usando píons como ponta de prova. Contudo, somente fótons e elétrons (via fótons virtuais) permitem o estudo da formação de deltas no interior do núcleo pois, como a matéria nuclear é muito transparente a fótons, a fotopro-

dução de píons ocorre, em princípio, com a mesma probabilidade em todo o volume nuclear com os nucleons atuando como irradiadores de píons.

Recentemente ficou bastante óbvio que a região de energias da ressonância  $\Delta$  é extremamente interessante do ponto de vista de se estudar produção- $\Delta$ , interação  $\Delta$ -núcleo, reabsorção de píons, etc.. Inúmeros trabalhos teóricos<sup>1-3)</sup> e experimentais<sup>4-8)</sup>, publicados nos últimos 5-6 anos, mostram que a partir da seção de choque de fotoabsorção em núcleos complexos é possível extrair informações importantes a respeito dos efeitos da matéria nuclear na fotoprodução de píons, bem como entender o papel desempenhado pela dinâmica da propagação- $\Delta$  no núcleo.

Apesar dos esforços no sentido de se entender essas questões pode-se dizer que, até o momento, o sucesso é parcial. Por exemplo, cálculos no estilo "modelo isóbara-buraco"<sup>3)</sup>, entre outros<sup>2)</sup>, em geral reproduzem razoavelmente bem o pico e a largura da seção de choque de fotoabsorção na região da ressonância  $\Delta$ ; contudo, esses cálculos infraestimam a seção de choque no lado de baixas energias da ressonância (esta questão é criticamente comentada na Ref. 8). Portanto, está claro que a região de energias abaixo do pico da  $\Delta$  (300 MeV) carece de novos estudos e, principalmente, mais medidas. Com relação a medidas, cumpre ressaltar que essa região foi pouco investigada tanto com fótons reais como com fótons virtuais (eletroexcitação). Neste trabalho relataremos resultados e conclusões de um estudo experimental em um núcleo pesado, na região próxima ao pico da delta, via excitação por fótons virtuais.

## II. FOTOPRODUÇÃO DE PÍONS E FISSÃO NA REGIÃO DA $\Delta$

Em uma reação de eletroprodução inclusiva (e,x) apenas o canal x (produção de uma partícula ou fissão) é observado; portanto, a seção de choque medida é integrada em  $\omega$  (energia do fóton) e  $q$  (momento transferido ao núcleo). Uma reação (e,x), para elétrons incidentes com energias acima de 140 MeV, pode ser vista como eletroprodução inclusiva de píons seguida pelo decaimento do núcleo residual por emissão de x, ou seja,

$$e + A \rightarrow e' + \pi + A'$$

onde  $\pi$  pode ser emitido ou reabsorvido por  $A'$  (dependendo do caminho livre médio do píon na matéria nuclear - retomaremos esta questão mais a frente). Finalmente,  $A'$ , ou  $A' + \pi$  (no caso de reabsorção do píon), decai por emissão de x (ou fissiona), e é somente este produto do decaimento que é detetado.

Se o decaimento observado for a fissão do núcleo residual é possível, através da análise da probabilidade de fissão como função da energia de excitação nuclear, obter informações a respeito do mecanismo de fotoexcitação (via fótons virtuais) nuclear. Para essa finalidade desenvolvemos um método de análise para a eletrofissão, (e,f); esse método é apresentado com detalhes na Ref. 9. Para núcleos pré-actinídeos (Bi, Pb, Au, etc.) o método é bastante poderoso pois, nesses núcleos, a barreira de fissão localiza-se acima da Ressonância Gigante de Dipolo Elétrico (RGD) - assim, esse mecanismo de excitação coletiva, que mascara dados de reações inclusivas em energias mais altas, é removido naturalmente.

Neste trabalho apresentaremos resultados experimentais e conclusões obtidos para a eletrofissão do  $^{209}\text{Bi}$ , em uma região de energias entre a barreira de fissão ( $\sim 25$  MeV) e proximidades do pico da  $\Delta$ .

### III. APARATO E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

A seção de choque absoluta de eletrofissão  $\sigma_{e,f}(E_e)$  do  $^{209}\text{Bi}$  foi medida com o feixe de elétrons do acelerador linear da Universidade de Tohoku (Japão), para elétrons com energias  $E_e$  de 43 a 90 MeV em passos de 5 MeV, e de 90 a 250 MeV em passos de 10 MeV, com resolução fixada em 2,0%.

Os fragmentos de fissão foram detetados em lâminas de mica muscovita, e com uma geometria de detecção muito bem determinada.

Utilizamos alvo auto-sustentado de  $^{209}\text{Bi}$  (pureza de 99,999%) com espessura de  $3,25 \pm 0,10 \text{ mg/cm}^2$ , determinada pelo método de atenuação de raio-X. A presença e quantidade de contaminantes no alvo (principalmente actinídeos) foram determinadas através de irradiações com elétrons de energia abaixo da barreira de fissão do  $^{209}\text{Bi}$  ( $\sim 25 \text{ MeV}$ ), e bem acima da barreira dos actinídeos ( $\sim 6 \text{ MeV}$ ); obteve-se uma fração de contaminantes de  $(0,05 \pm 0,01)$  partes por milhão, a qual foi descontada das contagens totais.

A corrente de elétrons foi monitorada com uma bobina toroidal com núcleo de ferrite, calibrada absolutamente dentro de 1%.

### IV. RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS

Na Fig. 1 temos nossos resultados para a seção de choque (e,f) do  $^{209}\text{Bi}$  juntamente com inúmeros outros dados de diferentes laboratórios<sup>10-13</sup>; observa-se, no geral, um bom acordo entre todos os conjuntos de dados, exceto para os pontos de energia mais baixa.

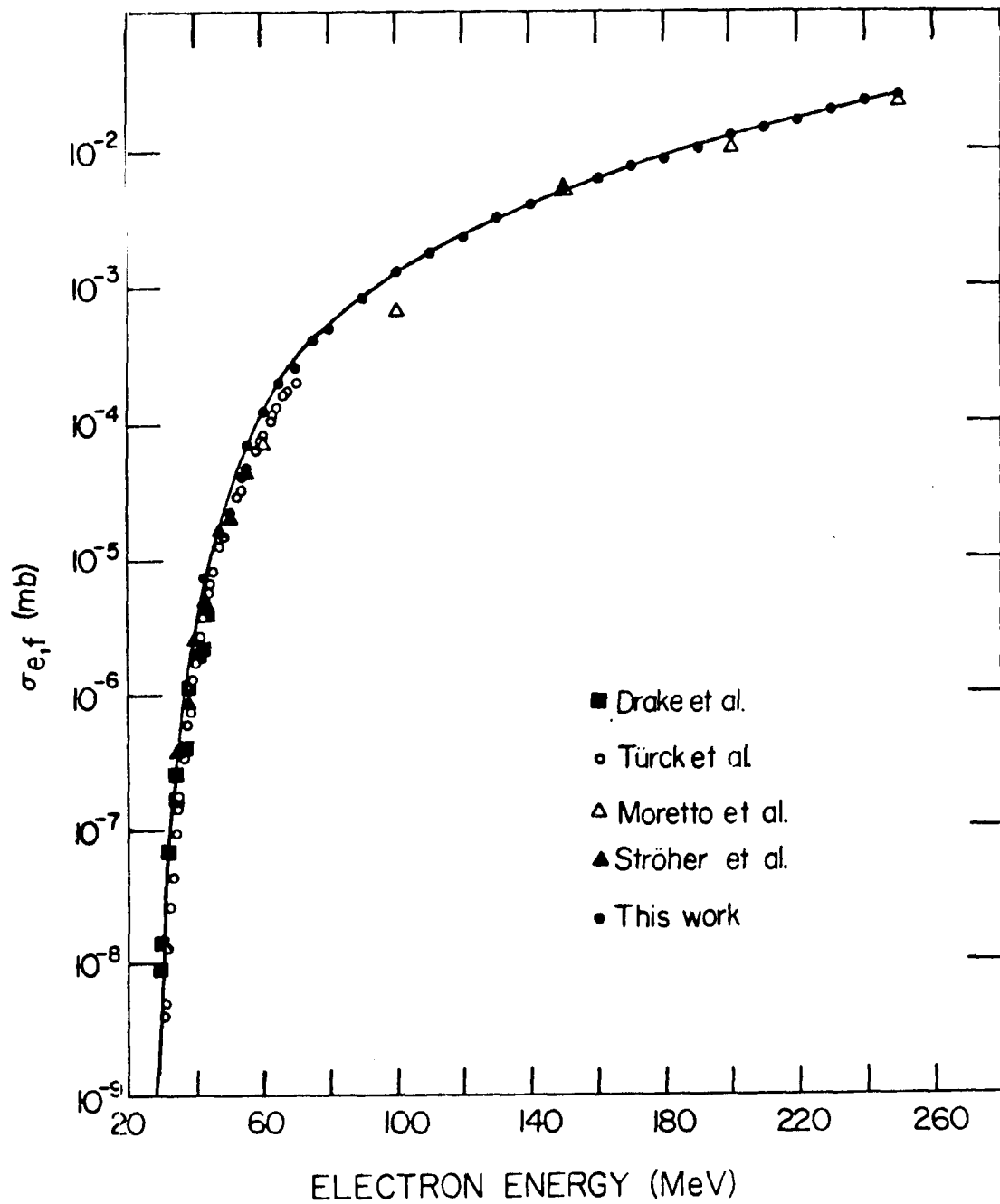


Fig. 1

Seção de choque absoluta de eletrofissão do  $^{209}\text{Bi}$  obtida neste Laboratório. Outros resultados da literatura também são mostrados.

A seção de choque de fotofissão  $\sigma_{\gamma,f}(\omega)$  relaciona-se com a seção de choque de eletrofissão através da bem conhecida teoria dos fótons virtuais, ou seja,

$$\sigma_{e,f}(E_e) = \int_0^{E_e} \sigma_{\gamma,f}(\omega) N^{E1}(\omega, E_e) \frac{d\omega}{\omega} \quad (1)$$

onde  $\omega$  é a energia do fóton real (ou virtual), e  $N^{E1}$  é o espectro de fótons virtuais de E1, calculado em DWBA com a inclusão de efeitos relacionados ao tamanho finito do núcleo<sup>14)</sup>.

A seção de choque  $\sigma_{\gamma,f}$  foi delineada via "unfolding" da seção de choque experimental de eletrofissão (mostrada na Fig. 1); o resultado do "unfolding" está na Fig. 2, juntamente com dois outros conjuntos de dados da literatura<sup>15,16)</sup>.

Conforme discutido na Introdução, a análise da probabilidade de fissão dos pré-actinídeos, em função da energia de excitação, permite a obtenção de informações a respeito dos mecanismos de fotoexcitação nuclear "não-coletivos" (acima da região de energias da Ressonância Gigante de Dipolo Elétrico).

A probabilidade relativa de fissão  $P_f$  é dada por

$$P_f(\omega) = \frac{\sigma_{\gamma,f}(\omega)}{\sigma_{\gamma,a}(\omega)} \quad (2)$$

onde a seção de choque total de fotoabsorção  $\sigma_{\gamma,a}$  pode ser obtida a partir dos mecanismos de fotoexcitação que estão competindo na região de energias em questão (~25 MeV a ~300 MeV).

Por outro lado, é trivial mostrar a partir de considerações estatísticas simples, e para núcleos de  $Z$  elevado, que<sup>13)</sup>

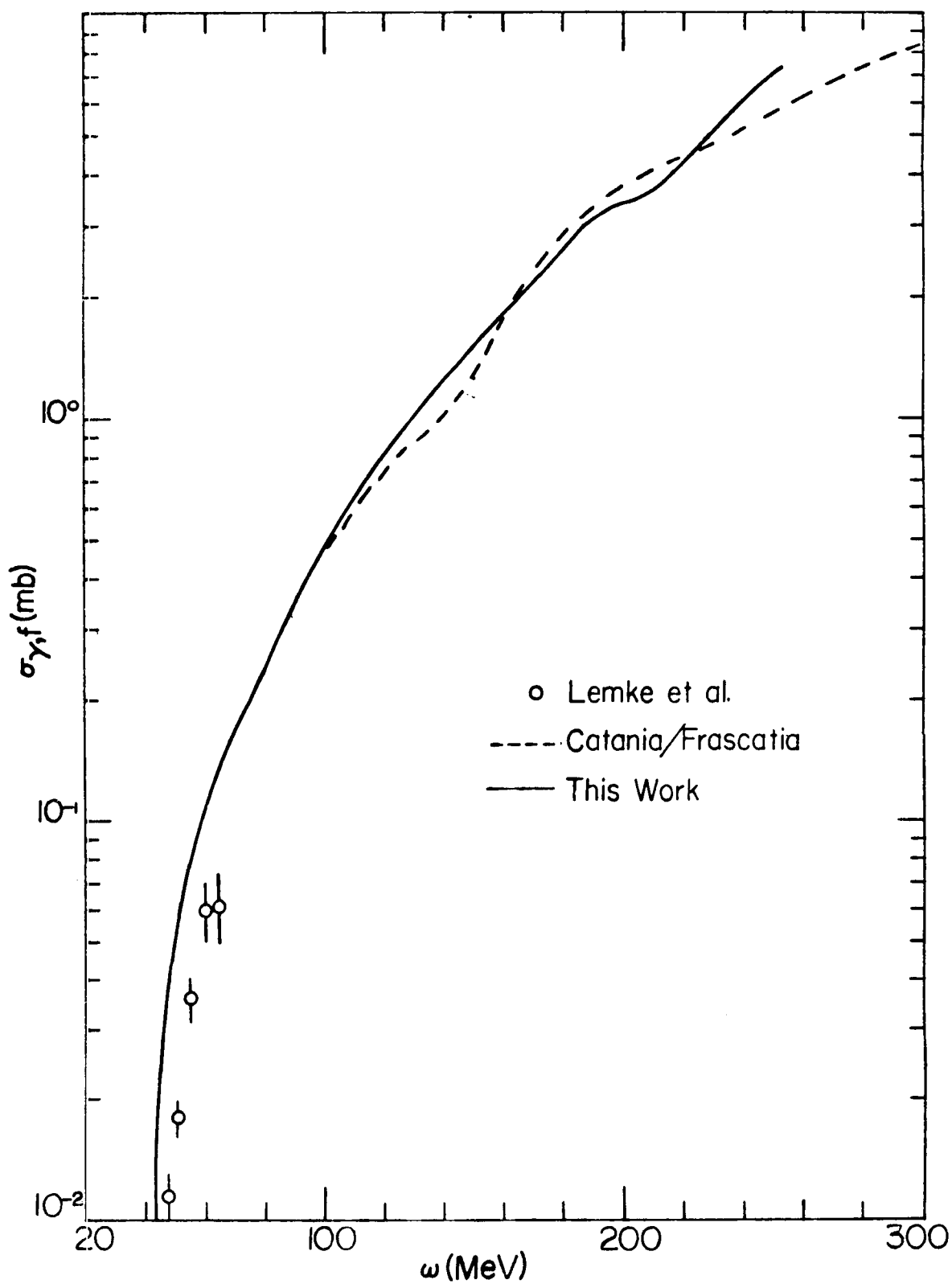


Fig. 2

Seção de choque de fotofissão do  $^{209}\text{Bi}$  deduzida neste trabalho (linha cheia), mais os resultados relatados nas Refs. 16 (curva tracejada) e 15 (círculos).

$$\ln P_f = -C E_x^{-\frac{1}{2}} + D \quad (3)$$

onde  $E_x$  é a energia de excitação nuclear, e  $C$  e  $D$  são constantes. A linearidade de  $\ln P_f \times E_x^{-\frac{1}{2}}$  é um fato experimental muito bem estabelecido através de estudos sistemáticos de fissão induzida por elétrons e hádrons. Assim, nossa técnica para a delineação dos mecanismos de fotoexcitação nuclear consiste de:

(1º) calcular  $P_f(\omega)$  a partir da seção de choque experimental  $\sigma_{\gamma,f}(\omega)$  e de  $\sigma_{\gamma,a}(\omega)$  calculada para um determinado processo de fotoexcitação nuclear;

(2º) graficar  $\ln P_f \times E_x^{-\frac{1}{2}}$  e examinar a obtenção ou não de linearidade.

Em nosso estudo consideramos dois mecanismos de fotoexcitação:

(I) acima da região de energias da Ressonância Gigante de Dipolo Elétrico ( $\omega \gtrsim 30$  MeV), e estendendo-se até a região da ressonância  $\Delta$  ( $\sim 300$  MeV), a fotoabsorção nuclear se processa através da interação do fóton incidente com um par correlacionado próton-nêutron, onde esses nucleons compartilham da energia do fóton; a cinemática desse processo é similar à fotodesintegração do dêuteron. A versão modificada do modelo do quase-dêuteron (MQD), de Levinger<sup>17)</sup>, provou ser muito satisfatória na descrição de um considerável acervo de dados experimentais<sup>18)</sup>, notadamente entre 30 MeV e o limiar de fotoprodução de píons ( $\sim 140$  MeV), a partir do qual o MQD compete com a fotoexcitação nucleônica.

A seção de choque do MQD é dada por<sup>17)</sup>

$$\sigma_{\gamma,a}^{\text{MQD}}(\omega) = L \frac{NZ}{A} \sigma_d(\omega) e^{-D/\omega} \quad (4)$$

onde  $\sigma_d$  é a seção de choque de fotodesintegração do dêuteron;  $NZ/A$  representa o número de pares n-p (quase-dêuterons) no núcleo por unidade de volume;  $L$  é uma constante de proporcionalidade, que se relaciona com a probabilidade de encontrar dois nucleons próximos o suficiente para que ocorra a absorção. Como se pode ver, por exemplo, através do modelo de Wilson<sup>19)</sup>, essa distância de interação deve ser da ordem do comprimento de onda Compton do pión. O termo exponencial (onde  $D$  é uma constante) foi introduzido fenomenologicamente, a fim de se levar em conta algum "quenching" do efeito de quase-dêuteron à medida que a energia  $\omega$  decresce. De fato, para energias de fótons comparáveis à energia de Fermi no núcleo, deve haver um amortecimento da seção de choque  $\sigma_{\gamma,a}^{\text{MQD}}$  produzido por um "Pauli blocking" dos estados finais do próton ou nêutron, emitidos diretamente do quase-dêuteron. A sistemática experimental<sup>18)</sup> fornece:  $L = 8$  e  $D = 60$  MeV. Calculamos com esses parâmetros  $\sigma_{\gamma,a}^{\text{MQD}}$  do  $^{209}\text{Bi}$  (Fig. 3).

(II) para energias acima de  $\sim 140$  MeV entra em cena um segundo mecanismo de fotoexcitação: a fotoprodução de píons com a provável reabsorção destes ( $\gamma + N \rightarrow \Delta \rightarrow N + \pi \rightarrow N$ ); a seção de choque para esse processo exhibe um pico largo em  $\sim 300$  MeV (ver Fig. 3).

#### IV.A. ANÁLISE DE $P_f$ : MECANISMOS DE FOTOEXCITAÇÃO

Calculamos a probabilidade de fissão do  $^{209}\text{Bi}$  (Eq. 2), a partir da  $\sigma_{\gamma,f}$  obtida neste trabalho (Fig. 2) e, de  $\sigma_{\gamma,a}$

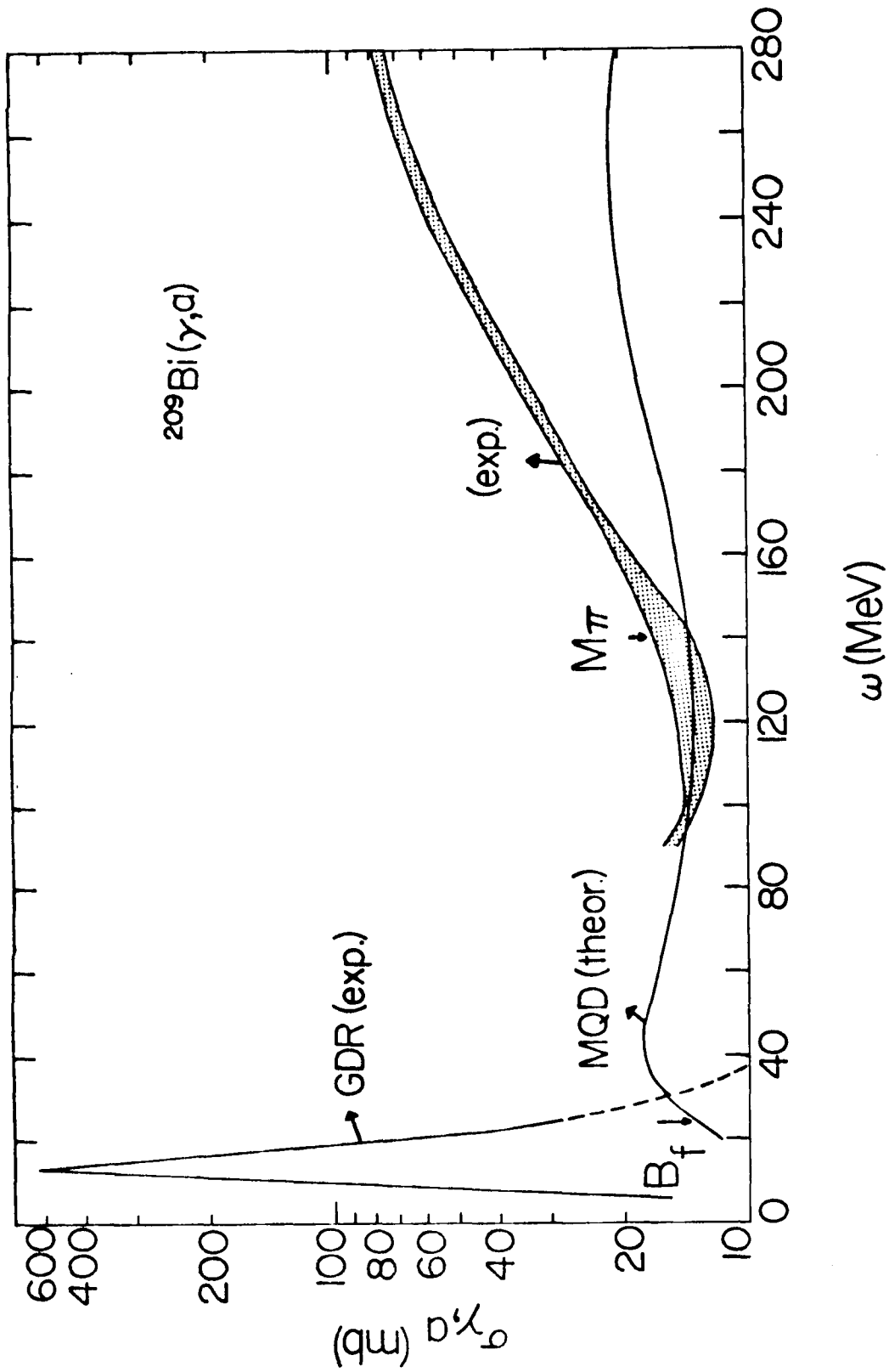


Fig. 3

Seção de choque de fotoabsorção nuclear do  $^{209}\text{Bi}$  nas regiões de energias correspondentes à Ressonância Gigante de Dipolo (GDR), quase-dêuteron modificado (MQD) e fotoprodução de píons (banda hachurada).

(a) calculada a partir do modelo de quase-dêuteron (Eq. 4), (b)  $\sigma_{\gamma,a}$  obtida experimentalmente a partir de 140 MeV ( $\approx m_{\pi}$ ). Essas duas versões para a probabilidade de fissão são mostradas na Fig. 4. As conclusões ensejadas por essa figura podem ser separadas segundo as regiões de energia abaixo e acima de 140 MeV (limiar dos fotopíons):

(1ª) 30 MeV ( $\approx B_f$ ) a 140 MeV ( $\approx m_{\pi}$ ) -

A linearidade obtida para  $\ln P_f^{QD} \times \omega^{-\frac{1}{2}}$  indica, inicialmente, que a fissão do  $^{209}\text{Bi}$  se processa estatisticamente via formação de núcleo composto, e que  $\sim 100\%$  do processo de fotoexcitação por quase-dêuteron conduz à formação de núcleo composto. Lembrando que na abscissa do gráfico da Fig. 4 temos a energia do fóton incidente  $\omega$ , a linearidade também indica que praticamente toda a energia do fóton incidente é convertida em energia de excitação nuclear.

(2ª) 140 MeV ( $\approx m_{\pi}$ ) a 250 MeV (perto do pico da  $\Delta$ ) -

Notamos aqui um resultado muito interessante. A linearidade de  $\ln P_f \times \omega^{-\frac{1}{2}}$  é verificada apenas para os pontos calculados a partir da fotoabsorção via mecanismo de quase-dêuteron; em outras palavras, também nessa região de energias é esse mecanismo responsável pela formação de núcleo composto. Esse resultado é de certa forma inesperado, visto que acima de 140 MeV a fotoprodução de píons é o mecanismo dominante (ver Fig. 3); assim, era de se esperar que pelo menos uma parte da seção de choque  $\sigma(\gamma N \rightarrow \Delta \rightarrow N\pi \rightarrow N)$  desse origem a um núcleo equilibrado evoluindo para a fissão. A explicação mais plausível para que isso não ocorra seria a seguinte: o fotopíon não é reabsorvido e escapa do núcleo; assim, a energia depositada no núcleo seria bem

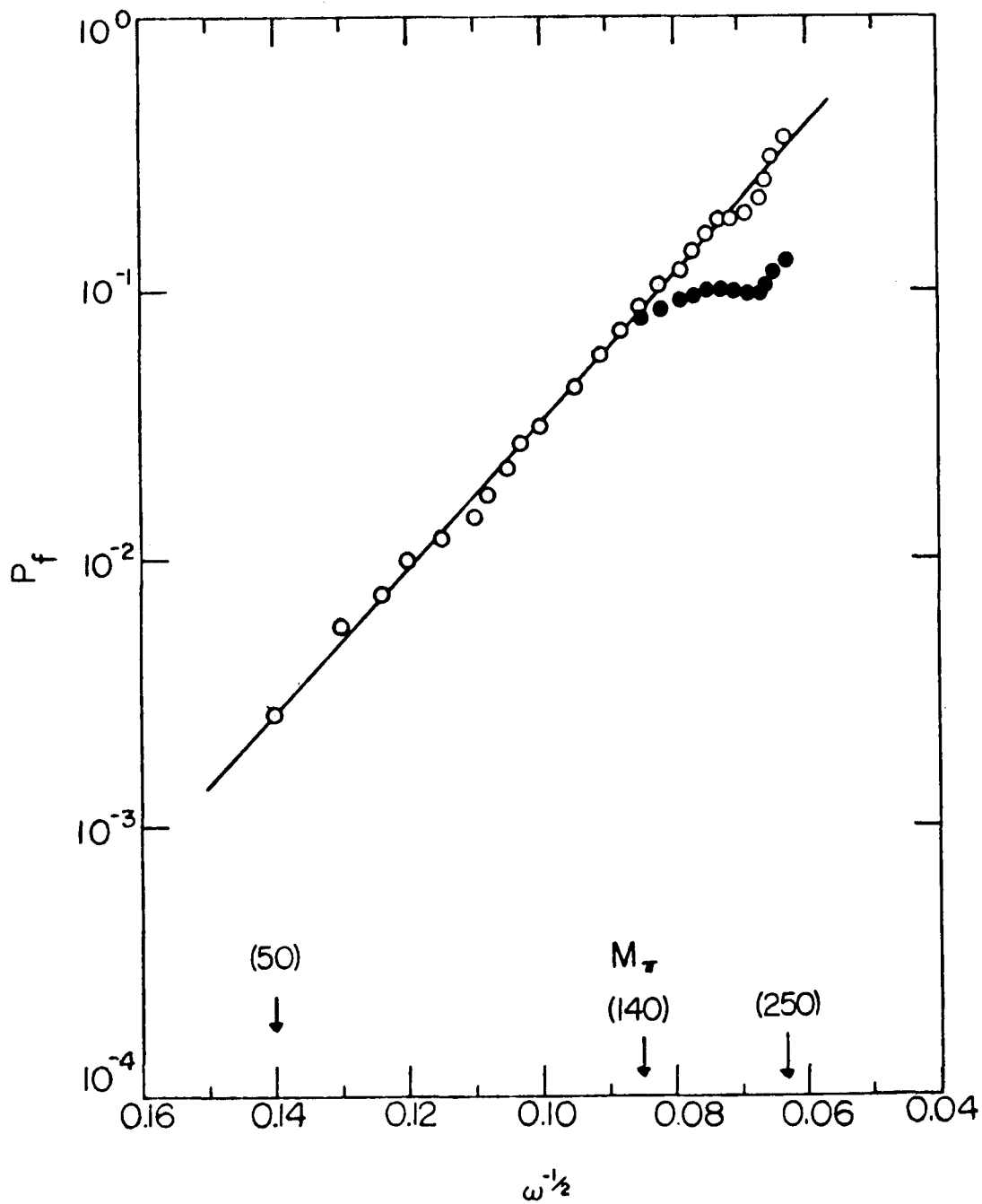


Fig. 4

Probabilidade de fissão do  $^{209}\text{Bi}$  como função do  $\omega^{-1/2}$ , calculada a partir da seção de choque  $\sigma_{\gamma,f}$  obtida neste trabalho (ver Fig. 2), e utilizando as seções de choque de fotoabsorção  $\sigma_{\gamma,a}^{\text{MQD}}$  e  $\sigma_{\gamma,a}^{\pi}$  (definições no texto).

Círculos abertos:  $P_f^{\text{MQD}} = \sigma_{\gamma,f} / \sigma_{\gamma,a}^{\text{MQD}}$ .

Círculos cheios:  $P_f^{\pi} = \sigma_{\gamma,f} / \sigma_{\gamma,a}^{\pi}$ .

menor do que a do fóton absorvido, reduzindo drasticamente a taxa de reação por fissão - nessas condições, o mecanismo de fotoexcitação via produção de píons não seria eficiente, comparativamente ao quase-dêuteron, para fissionar o  $^{209}\text{Bi}$ . Retomamos esta discussão a seguir.

#### IV.B. O CAMINHO LIVRE MÉDIO DO PÍON E A FISSÃO DO $^{209}\text{Bi}$

O caminho livre médio do pión ( $\lambda_\pi$ ) depende fortemente de sua energia cinética ( $T_\pi$ ), notadamente para  $T_\pi$  entre 0 e  $\sim 80$  MeV; na tabela abaixo temos alguns números. O raio nuclear

|                    |           |               |              |
|--------------------|-----------|---------------|--------------|
| $T_\pi$ (MeV)      | 0 - 10    | 10 - 60       | 10 - 400     |
| $\lambda_\pi$ (fm) | $\geq 15$ | $\sim 15 - 4$ | $4 - \sim 1$ |

do  $^{209}\text{Bi}$  é  $\sim 7$  fm; então, todos os píons fotoproduzidos com  $T_\pi$  de 0 a  $\sim 40$  MeV (correspondendo a  $\lambda_\pi$  de  $\sim 15$  a 7 fm) apresentam uma grande probabilidade de escapar do núcleo. Píons com essas energias cinéticas são produzidos em processos  $\gamma N \rightarrow \Delta$  envolvendo fótons com energias entre 140 e  $\sim 190$  MeV, enquanto que para fótons de 200 a 250 MeV são produzidos píons de  $\sim 50$  a  $\sim 100$  MeV; neste último caso, os píons têm  $\lambda_\pi < 7$  fm e, portanto, são reabsorvidos.

Isto posto, fica fácil entender o porque da inefetividade do mecanismo de excitação nuclear via fotoprodução de píons na indução de fissão do  $^{209}\text{Bi}$ , para fótons de  $\omega \lesssim 200$  MeV. Conforme discutido acima, nessa região de energias o pión fotoproduzido escapa do núcleo e, em decorrência, energias muito menores são depositadas no núcleo (energias de excitação nuclear). Para

um núcleo com uma barreira de fissão grande ( $\sim 25$  MeV), como o  $^{209}\text{Bi}$ , é necessário haver uma deposição de energia no núcleo da ordem de várias dezenas de MeV maior do que a barreira de fissão para que se obtenha, experimentalmente, uma taxa de fissão detectável. É importante lembrar que, por exemplo, de 160 a  $\sim 30$  MeV a seção de choque ( $\gamma, f$ ) do  $^{209}\text{Bi}$  diminui de pelo menos cinco ordens de grandeza (Fig. 2).

Por outro lado, para  $\omega \gtrsim 200$  MeV o píon fotoproduzido é reabsorvido (ver discussão anterior) conferindo ao núcleo, em princípio, suficiente energia de excitação para fissionar. Contudo, nossos resultados experimentais indicam que também para energias acima de 200 MeV o mecanismo fotopiônico não conduz o núcleo à fissão. Uma explanação conciliatória seria a seguinte: como o píon é reabsorvido nas proximidades do pico da  $\Delta$ , cerca de 200 a 250 MeV são liberados como energia de excitação nuclear; assim, inúmeras partículas (principalmente nêutrons) seriam emitidas antes da termalização e, dessa forma, a fissão ocorreria em um núcleo composto bem mais frio ( $E_x \ll 200\text{-}250$  MeV). Até aí tudo bem, mas resta ainda uma questão: que tipo de efeito previne a ocorrência desse "esfriamento nuclear" (emissão de pré-equilíbrio) na fotoexcitação nuclear via quase-dêuteron em  $\sim 200\text{-}250$  MeV? Provavelmente, o processo  $\gamma NN \rightarrow NN$  conduz o núcleo a uma termalização muito mais rápida, inibindo emissões de pré-equilíbrio, enquanto que o processo  $\gamma N \rightarrow \Delta \rightarrow \pi N \rightarrow N$  (reabsorção do píon) seria mais lento. Essa última conjectura precisaria ser analisada em maior profundidade, e foge do âmbito de um trabalho experimental como este. Por exemplo, precisaria ser estudada, do ponto de vista teórico, a relação entre a interação píon-núcleo (e

a propagação do píon) e o processo  $\gamma NN \rightarrow NN$  como mecanismos alternativos, e/ou competitivos, para a fotoexcitação nuclear seguida pela fissão do núcleo.

## REFERÊNCIAS

- (1) Max Huber e Klaus Klingenberg, Nucl. Phys. A358, 243c (1981).
- (2) J.M. Laget, Nucl. Phys. A358, 273c (1981).
- (3) J.H. Koch et al., Ann. Phys. 154, 99 (1984).
- (4) J. Ahrens et al., Phys. Lett. B146, 303 (1984).
- (5) J. Ahrens et al., in "Photopion Nuclear Physics", ed. P. Stoler (Plenum, New York, 1979) p. 385.
- (6) J. Arends et al., Phys. Lett. B98, 423 (1981).
- (7) C. Chollet et al., Phys. Lett. B127, 331 (1983).
- (8) J. Ahrens e J.S. O'Connell, Comm. Nucl. Part. Phys. 14, 245 (1985).
- (9) J.D.T. Arruda-Neto et al., Phys. Rev. C31, 2321 (1985).
- (10) T.E. Drake et al., Nucl. Phys. A259, 317 (1976).
- (11) D. Türck et al., Phys. Lett. B63, 283 (1976).
- (12) H. Ströher et al., Nucl. Phys. A419, 295 (1984).
- (13) Moretto et al., Phys. Rev. 179, 1176 (1969).
- (14) D.S. Onley, comunicação particular (1985).
- (15) H.D. Lemke et al., Nucl. Phys. A342, 37 (1980).
- (16) V. Bellini et al., Lett. Nuovo Cimento 36, 587 (1983).
- (17) J.S. Levinger, Phys. Lett. B82, 181 (1979).
- (18) A. Leprêtre et al., Nucl. Phys. A367, 237 (1981).
- (19) R.W. Wilson, Phys. Rev. 104, 218 (1956).

Calibración y primeras mediciones realizadas por medio del "plunger"  
M.A.Cardona, A. Filevich y G.García Bermúdez

La determinación de la vida media de los estados nucleares excitados ha sido objeto de gran interés desde una época muy temprana del desarrollo de la física nuclear ya que ese parámetro brinda información valiosa acerca de la estructura de esos estados. La relación entre la vida media y la probabilidad de transición es

$$\frac{1}{\tau} = \frac{8\pi(L+1)}{L((2L+1)!!)} \left(\frac{1}{h}\right) \left(\frac{E_\gamma}{h c}\right)^{2L+1} B(L)$$

donde  $\tau$  es la vida media del estado isomérico y  $B(L)$  es la probabilidad reducida de transición:

$$B(L) = (2J_i + 1)^{-1} |\langle J_f | M | J_i \rangle|^2$$

la cual depende de la estructura de los estados inicial y final.

El rango de vidas medias de los estados isoméricos conocidos se extiende desde  $\sim 10^{-17}$  s hasta  $\sim$  años. Se han empleado diversas técnicas para cubrir una gama tan amplia de mediciones temporales. Para vidas medias del orden de ns a s son convenientes los métodos electrónicos tales como coincidencias retardadas, utilizadas a menudo en combinación con haces pulsados. Para vidas medias menores se emplean técnicas basadas en el corrimiento Doppler de las energías de rayos  $\gamma$ , tales como:

- distancia de retroceso [RDM] (para ps <  $\tau$  < ns),
- atenuación del corrimiento Doppler [DSAM] (para  $\tau$  < ps)

Todavía es posible determinar vidas medias más cortas usando técnicas basadas en efectos de bloqueo en redes cristalinas o mediante mediciones de anchos de líneas. En este trabajo se ha construido un dispositivo, ("plunger"), que emplea el método de la distancia de retroceso para determinar vidas medias de estados isoméricos en el orden de los ps a los ns, los cuales son poblados en reacciones nucleares inducidas por bombardeo por iones pesados. El núcleo compuesto formado en estas reacciones es eyectado del blanco (usualmente muy delgado) con velocidades que típicamente

oscilan entre 2 y 3% de la velocidad de la luz. Si ese núcleo encuentra un material sólido se detiene en un tiempo muy corto ( del orden de  $10^{-19}$  s) y si la vida del isómero es suficientemente corta como para que una fracción apreciable de los núcleos decaigan mientras se encuentran todavía en vuelo, entonces un detector de Ge, ubicado a un ángulo  $\theta$  con respecto a la dirección del retroceso (dirección del haz) observará la correspondiente energía  $\gamma$  corrida por efecto Doppler. Al mismo tiempo observará energías de rayos  $\gamma$  no corridas, provenientes de aquellos núcleos que alcanzan a detenerse en el absorbente antes de decaer, (ver Figura 1).

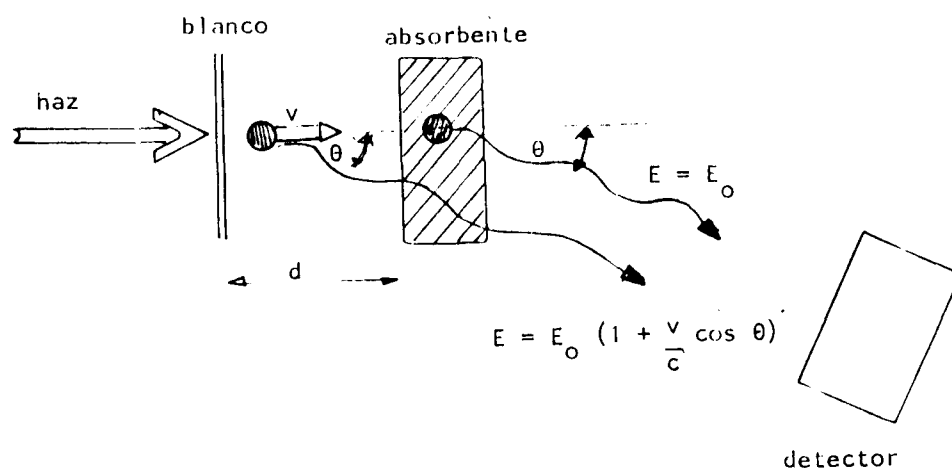


Figura 1. Principio del método utilizado en el "plunger"

El desplazamiento Doppler del pico será  $\Delta E = v/c \cos \theta$ , siendo  $v$  la velocidad de retroceso del núcleo y  $c$  la velocidad de la luz. Para poder observar este efecto se requiere un dispositivo que permita variar la distancia entre el blanco y el absorbente en forma controlada y con precisión del orden del micrón y que mantenga el alineamiento y el paralelismo entre ambas superficies a medida que se efectúa su movimiento. El "plunger" se construyó utilizando un pequeño carro de desplazamiento lineal de calidad de banco óptico y se ha montado en la línea " $\gamma$ " del acelerador, (ver Figura 2). El desplazamiento se efectúa en forma manual (aunque se ha desarrollado también un mecanismo basado en un motor paso a paso), usando un tornillo micrométrico para proporcionar el avance del mecanismo. La medición de la distancia se ha confiado a un palpador electrónico TESATRONIC TTA20 cuya exactitud es mejor que  $0.1 \mu\text{m}$ .

Para la determinación del cero de distancia entre las láminas se utilizó el circuito indicado en la Figura 3. La señal producida por

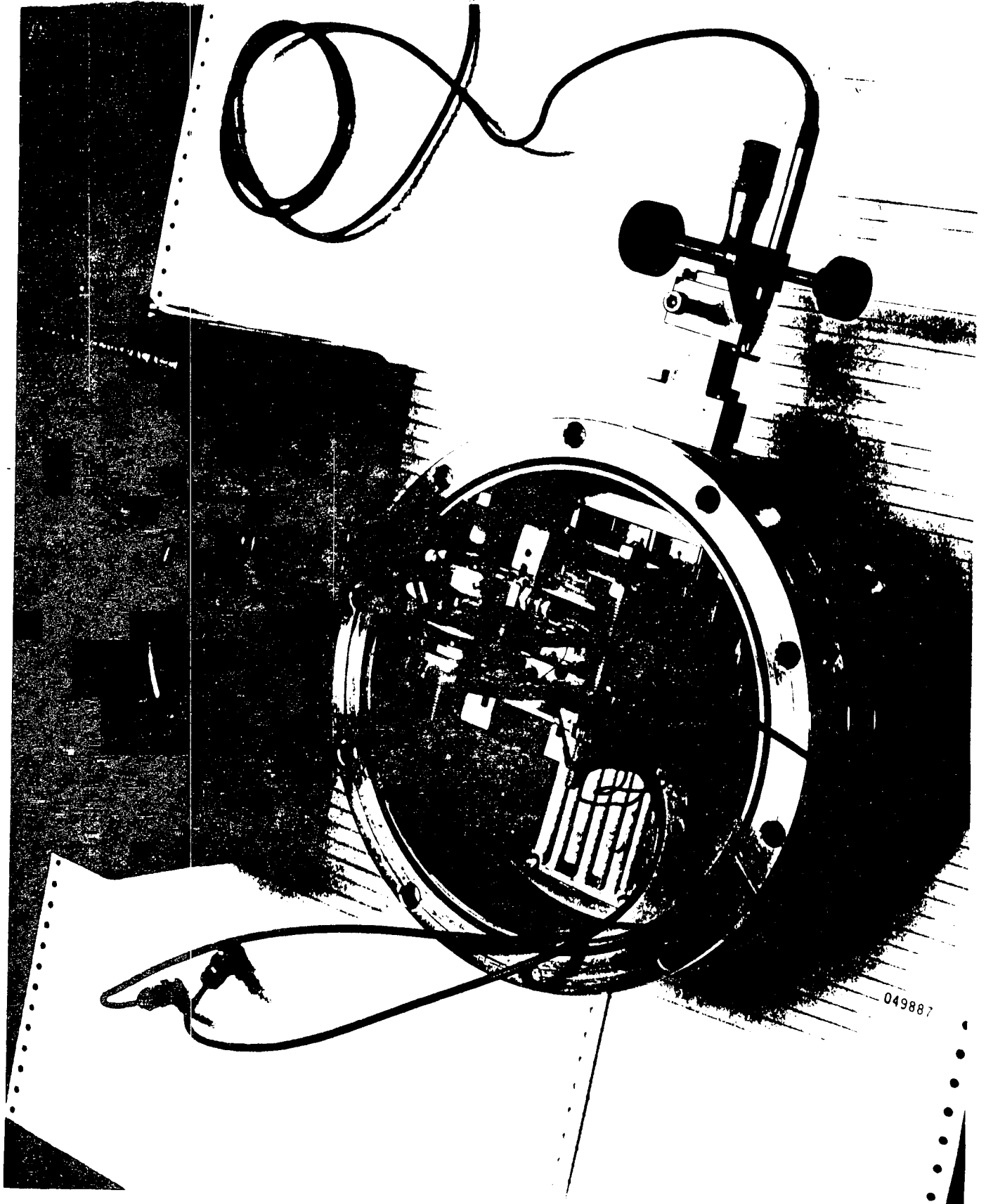


Figura 2. Fotografía del "plunger"

un generador muy estable de onda cuadrada es transmitida por la capacidad  $C \propto S/d$  existente entre ambas láminas y su amplitud RMS es determinada mediante un voltímetro de precisión.

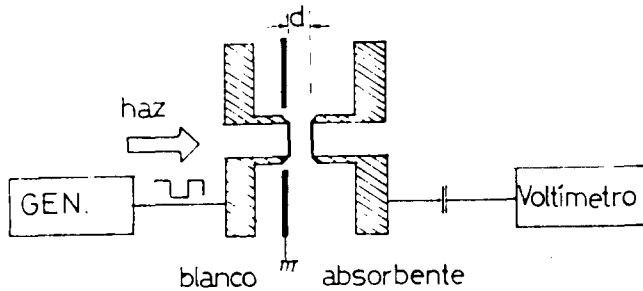


Figura 3.

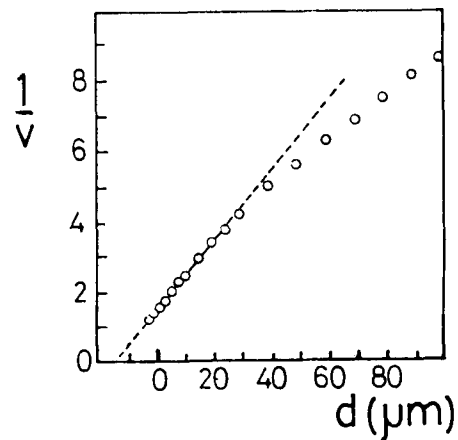


Figura 4.

La capacidad tiende rápidamente a valores muy elevados a medida que la distancia entre las láminas se aproxima a cero y en estas condiciones la amplitud de la señal transmitida  $V_o$  tiende al valor de salida del generador  $V_i$ . La carga que aparece en las armaduras del condensador es  $Q = C V_i$  y puesto que la impedancia de entrada  $R$  del voltímetro es elevada se puede escribir

$$V_o = Q R = C V_i R = K C \propto S/d,$$

siendo  $S$  la superficie enfrentada de las láminas y  $d$  su distancia. De este modo, un gráfico de la inversa de la amplitud transmitida en función de la distancia tendrá un comportamiento lineal (ver Figura 4). Esa línea recta deberá cortarse para una ordenada igual a  $1/V_i$  ya que esa será la máxima amplitud de señal disponible y su extrapolación permite determinar el punto de distancia cero sin necesidad de efectuar un contacto físico entre las láminas. El apartamiento del comportamiento lineal para grandes distancias se debe a la influencia de la capacidad parásita de los portablancos y soportes que comienza a ser comparable con la capacidad entre las láminas. En la práctica, para blanco y absorbente bien tensados se han logrado aproximaciones del orden de  $\sim 5 \mu m$ . Las imperfecciones de las superficies y las impurezas que inevitablemente se depositan sobre ellas impiden una mejor aproximación lo cual pone un límite físico inferior a los valores de vidas medias medibles con estos dispositivos.. Si consideramos que se tiene una velocidad de retroceso de 2% de  $c$  el mínimo tiempo observable es

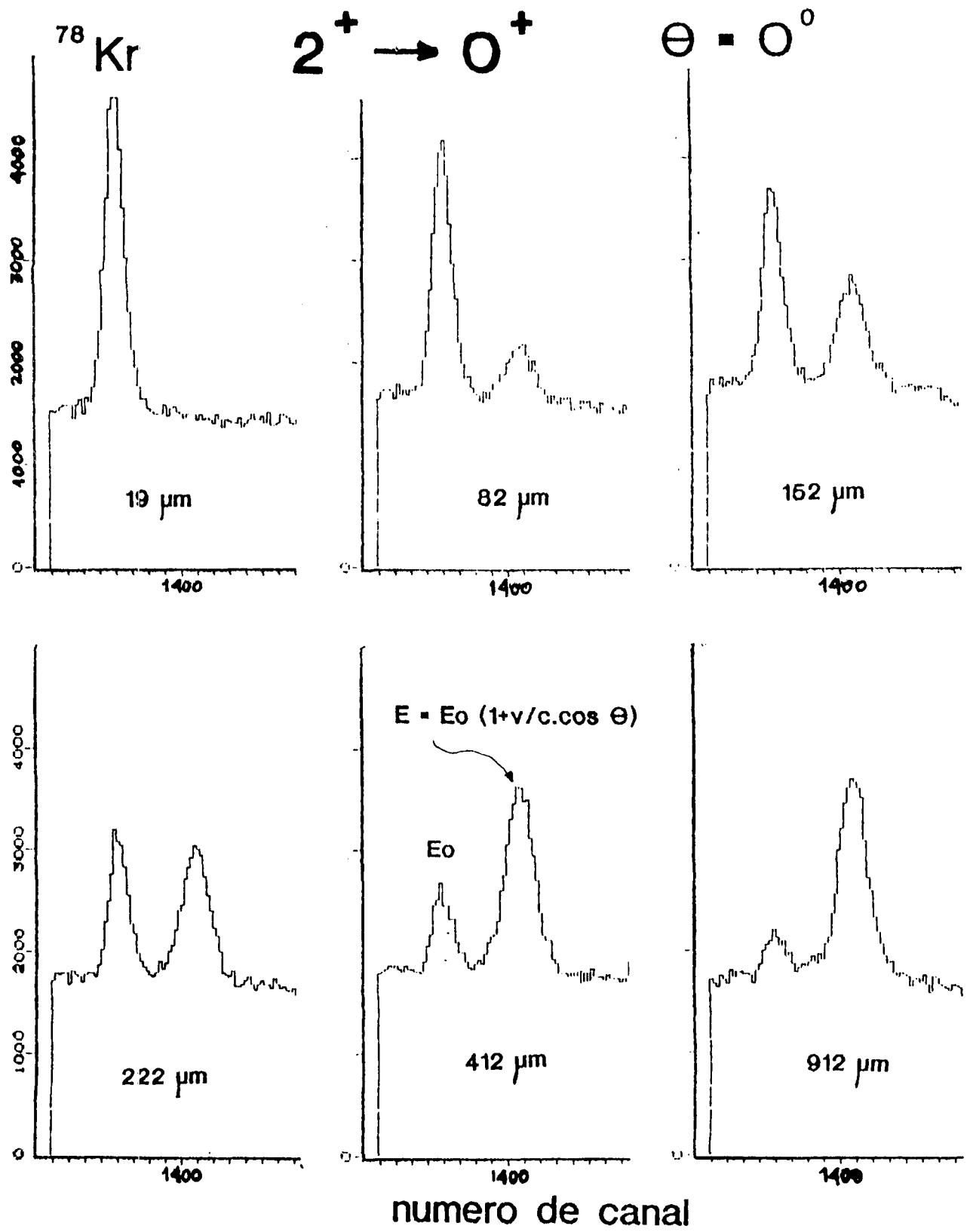


Figura 5. Espectros obtenidos para diferentes distancias.

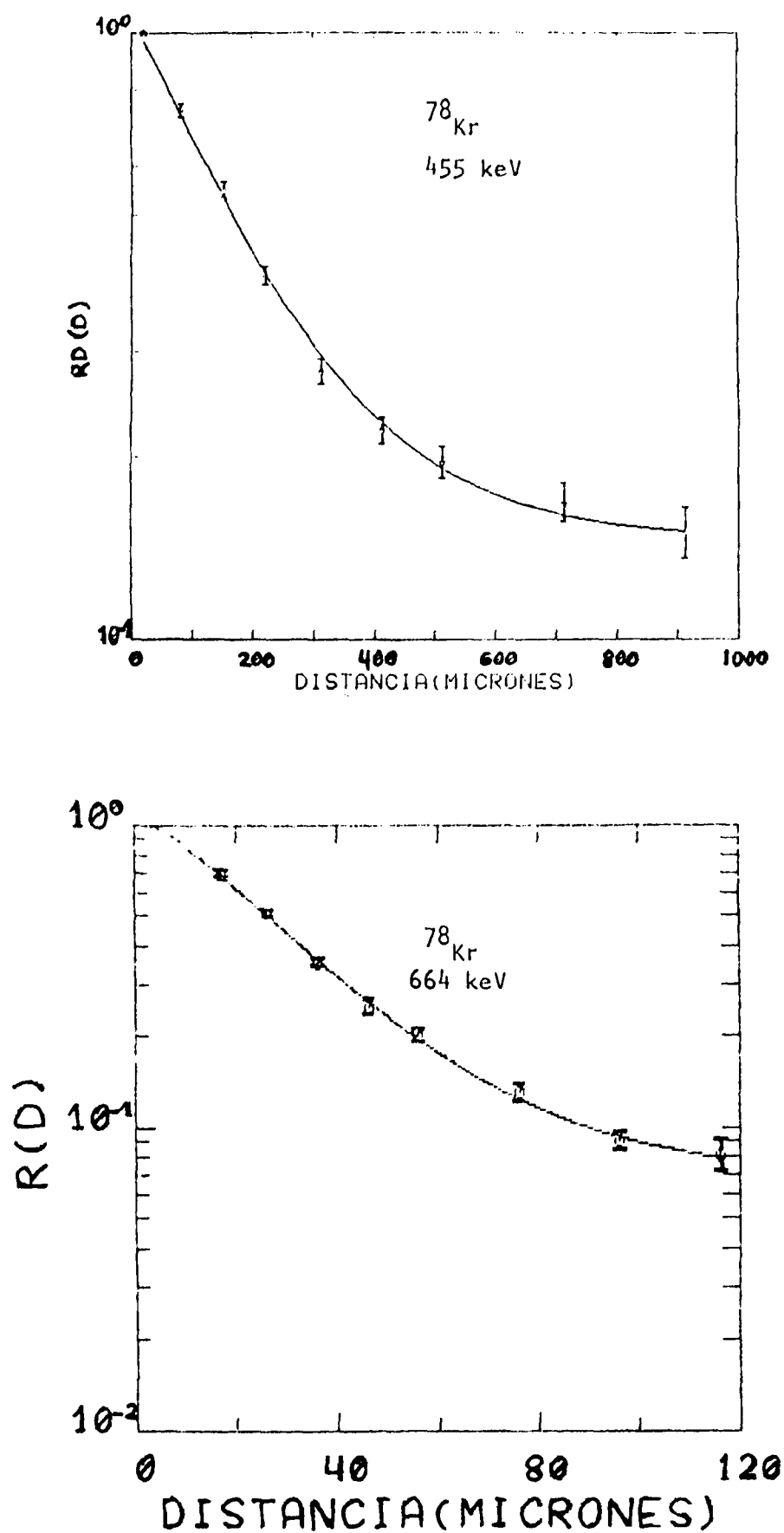


Figura 6. Curvas de decaimiento obtenidas en este trabajo.

$$\tau_{\min} = 5 \mu\text{m} \cdot 0.02 \text{ c} \sim 0.8 \text{ ps.}$$

Con el objeto de comprobar el funcionamiento del "plunger" se usó la reacción  $^{19}\text{F} (^{69}\text{Cu}, 2n 2p) ^{78}\text{Kr}$ . Este núcleo tiene dos estados isoméricos conocidos,  $4^+$  y  $2^+$  de 4.6 y 31ps, respectivamente. [1]. Como blanco se usó una lámina de  $\sim 450 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  de Cu, evaporado sobre una folia de Au de  $1.5 \text{ mg}/\text{cm}^2$ , cuya finalidad fue la de soportar el Cu y permitir su tensado sobre un marco circular a fin de lograr una superficie plana. Como absorbente se usó una placa de Ta de  $20 \mu\text{m}$  de espesor, suficiente para frenar los núcleos de retroceso y el haz pasante a través del blanco.

La Figura 5 muestra porciones de espectros correspondientes a la transición  $2^+ \rightarrow 0^+$ , obtenidas con diferentes distancias entre blanco y absorbente. Se observa claramente el crecimiento del pico de decaimiento en vuelo con el aumento de la distancia y la Figura 6 muestra las curvas de decaimiento de los picos correspondientes a ambas transiciones. Se usó el programa "TAUFIT" para ajustar a las curvas teóricas admitiendo alimentación lateral en la reacción. Los resultados obtenidos se consignan en la Tabla 1 donde se comparan con los resultados previamente conocidos. Se puede observar un buen acuerdo con esos datos.

Tabla 1 . Vida media en ps

| Nivel keV | Este Trabajo | Resultados previos |          |         |
|-----------|--------------|--------------------|----------|---------|
|           |              | Nolte              | Lieb     | Matsuki |
| 455       | 31(2)        | 36 (4)             | 32 (2)   | 40 (6)  |
| 1119      | 4.6 (1.0)    | 5.5 (1.4)          | 3.6 (.3) | —       |

A la fecha de publicación del presente informe se han realizado otros numerosos experimentos utilizando el "plunger" que se ha mostrado como un instrumento versátil y confiable capaz de producir excelentes resultados en la determinación experimental de vidas medias de estados isoméricos.

[1] H.P Hellmeister et al. Nucl. Phys. A332 (1979)241

E. Nolte et al. Z. Phys. 268 (1974)265

S. Matsuki et al. Phys. Lett. 72B(1978)319.



## C-7

Viernes 26 - 14:00 hs.

Moderador: H. Sofia

1. El billar elíptico rotante. Un Problema de interés para la física nuclear?  
M. Bernath, A. Fendrik, P. Leboeuf, R. Perazzo, M. Saraceno
2. Cinética de superfluidos nucleares a bajas temperaturas.  
L. O. Juri, E. S. Hernández
3. Simulación de Montecarlo para la interacción entre nucleones de masa finita mediante un campo bosónico escalar y neutro.  
L. Szybisz



EL BILLAR ELIPTICO ROTANTE; UN SISTEMA DE INTERES PARA LA FISICA NUCLEAR

M.Bernath, A.J.Fendrik, P.Leboeuf, R.P.J.Perazzo, M.Saraceno

I. Introducción

Los sistemas físicos en los que una partícula libre rebota elásticamente en las paredes de un contorno bidimensional, han sido objeto, en los últimos años, de numerosos análisis en el marco de la mecánica clásica. En efecto, estos "billares" ideales resultan de un considerable interés cuando se analizan las posibles trayectorias y su representación en el espacio de las fases del sistema. Un estudio de las secciones de Poincare de este espacio de fases revela en general la aparición de órbitas de dimensión cero (órbitas cerradas que se repiten al cabo de un número determinado de rebotes), de dimensión uno (eventualmente llenando una curva invariante) o de dimensión dos (cubriendo caóticamente toda una zona del espacio de fases).

En este marco hemos encarado el estudio de billares con simetría elíptica. Si el billar está quieto, el problema es separable mediante el uso de coordenadas adecuadas (elípticas), que permiten hallar las dos constantes de movimiento. En este caso, las posibles trayectorias resultan, o bien periódicas, o bien de dimensión uno. Sin embargo, cuando el billar rota con velocidad angular perpendicular al plano de la elipse, el sistema deja de ser integrable, presentando, aun para muy bajas velocidades angulares, zonas del espacio de fases de movimiento caótico. En este último caso, dependiendo de las condiciones iniciales del problema, también pueden hallarse trayectorias periódicas (cuya existencia asegura el teorema KAM).

Por otro lado, el estudio cuántico de partículas sometidas a potenciales infinitos resulta una representación simplificada, y cruda, de situaciones físicas más reales en las que las partículas se hallan confinadas en profundos pozos de potencial y resulta, en consecuencia, de considerable utilidad. Más aún, para el caso de sistemas deformados rotantes, como es el que nos ocupa, la aparición de la fuerza de Coriolis, genera una formulación simplificada de los modelos de "cranking" frecuentemente utilizados en física nuclear para estudiar fenómenos rotacionales.

La ecuación de Schrödinger correspondiente a la caja elíptica bidimensional puede ser separada en coordenadas elípticas siendo sus autofunciones las funciones de Mathieu, cuyos valores característicos, conjuntamente con la energía, identifican a los estados estacionarios. Sin embargo, la propiedad de separabilidad desaparece en presencia del término de Coriolis y el problema sólo puede ser resuelto mediante una diagonalización numérica en la base de autoestados del Hamiltoniano del sistema no rotante.

En el presente trabajo, se resuelve el problema del billar elíptico quieto y rotante a través de tratamientos clásicos y cuánticos buscando establecer comparaciones entre ambas formulaciones que permitan una mejor comprensión del papel desempeñado por los distintos tipos de trayectorias clásicas, regulares y caóticas, en los distintos estados cuánticos.

## II. El billar elíptico no rotante

### II.1 Formulación clásica

Las coordenadas elípticas se definen de modo que

$$\xi = \frac{r_2 + r_1}{2\sigma} \quad \eta = \frac{r_2 - r_1}{2\sigma} \quad (1a)$$

$$x = \sigma \xi \eta \quad y = \pm \sigma \sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} \quad (1b)$$

donde  $r_1$  y  $r_2$  son las distancias a los dos focos situados en  $x = \pm \xi$ . Curvas con  $\xi$  constante definen elipses confocales mientras que curvas con  $\eta = \text{cte}$  corresponden a hipérbolas confocales. En estas coordenadas el Lagrangiano del sistema se escribe

$$\mathcal{L}(\xi, \eta, \dot{\xi}, \dot{\eta}) = \frac{m\sigma^2}{2} \frac{(\xi^2 - \eta^2)}{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} [\dot{\xi}^2 (1 - \eta^2) + \dot{\eta}^2 (\xi^2 - 1)] - V(\xi) \quad (2)$$

donde

$$V(\xi) = \begin{cases} 0 & \xi < \xi_0 \\ \infty & \xi > \xi_0 \end{cases} \quad (3)$$

Asimismo el Hamiltoniano se puede escribir

$$H = \frac{1}{2m\sigma^2(\xi^2 - \eta^2)} [(\xi^2 - 1) p_\xi^2 + (1 - \eta^2) p_\eta^2] + V(\xi) \quad (4)$$

La ecuación de Hamilton Jacobi resulta separable en estas coordenadas y permite hallar la otra constante de movimiento, además de la energía del sistema, que resulta ser el producto de los momentos angulares respecto de cada uno de los focos,  $l_1 \cdot l_2$ . Esta constante permite distinguir dos posibles tipos de trayectorias clásicas. Si  $l_1 \cdot l_2 > 0$  las trayectorias

presentan cáusticas elípticas, es decir, la coordenada  $\xi$  debe ser mayor que un cierto valor

$$\xi_{\text{lim}} = \frac{l_1 \cdot l_2}{2m\sigma^2 E} + 1 > 1 \quad (5)$$

mientras que la coordenada  $\eta$  puede tomar cualquier valor. Si en cambio,  $l_1 \cdot l_2 < 0$ , la trayectoria siempre pasará entre los focos de modo que si bien  $\xi$  puede tomar todos los valores posibles dentro del contorno, aparecen cáusticas hiperbólicas que limitan el rango de valores que puede tomar la coordenada  $\eta$ , es decir,

$$|\eta_{\text{lim}}| = \frac{l_1 \cdot l_2}{2m\sigma^2 E} + 1 < 1 \quad (6)$$

Para una dada energía (o sea una dada velocidad de la partícula)  $l_1 \cdot l_2$  puede a lo sumo tomar el valor  $-2m\sigma^2 E$  correspondiendo esta situación a aquella en la cual la partícula se mueve sobre el eje 'y' de coordenadas.

Las figuras 1 y 2 ilustran, para el caso de  $\epsilon = 0.8$ , los dos posibles tipos de movimientos así como las resultantes secciones de Poincare,

$p_\eta$  vs.  $\eta$  para  $\xi = \xi_0$ .

## II.2. Formulación cuántica

Al igual que en el caso clásico, el problema resulta separable en coordenadas elípticas. En estas coordenadas la ecuación de Schrödinger para las autofunciones conduce a ecuaciones de Mathieu en las coordenadas pseudo radial  $\xi$  y pseudo angular  $\eta$ , resultando

$$f_1''(u) + (\sigma^2 k^2 \cosh^2 u - b) f_1(u) = 0 \quad (7a)$$

$$f_2''(v) + (b - \sigma^2 k^2 \cosh^2 v) f_2(v) = 0 \quad (7b)$$

siendo  $\xi = \cosh(u)$  y  $\eta = \cos(v)$ .  $f_1$  y  $f_2$  son entonces funciones de Mathieu y los valores de  $b$  que separan el problema, permitiendo obtener soluciones físicas aceptables, son llamados valores característicos y corresponden, en el límite cilíndrico a los autovalores de  $L_z^2$ .

Las funciones angulares de Mathieu pueden ser clasificadas por su paridad de modo que

$$\begin{aligned} a=e-\text{pares} &= \sum_m F_{mm} \cos m\phi \\ f_2(v) &= S_{a_n}(v) \\ a=o \text{ impares} &= \sum_m D_{mm} \sin m\phi \end{aligned} \quad (8)$$

A su vez, existen funciones radiales del primer y segundo tipo que verifican

$$f_1(v) = \begin{cases} R_{en}^{(1)} = \sum_m F_{mm} J_m(\sigma k \phi) \\ R_{en}^{(2)} = \sum_m F_{mm} N_m(\sigma k \phi) \end{cases} \quad (9)$$

La condición de no divergencia en el origen permite descartar las funciones del segundo tipo mientras que las del primer tipo deben anularse en el contorno cuantificando las energías. Esta búsqueda debe en la práctica realizarse de un modo autoconsistente.

Si queremos analizar el límite semiclásico del problema, debemos buscar autoestados tal que  $\sigma^2 k^2 \gg 1$ . Para hallar autoestados que en este límite correspondan a caústicas elípticas deberemos pedir que las funciones de onda tengan muy pocos nodos en la variable pseudo-radial mientras que el valor característico  $b$  debe tomar valores grandes y positivos. Por su parte, los estados cuánticos que representan trayectorias con caústicas hiperbólicas deben tener un gran número de nodos radiales mientras que el valor característico debe ser tan negativo como sea posible. Las figuras 3 y 4 ilustran tales consideraciones corroborando las apreciaciones hechas sobre los estados cuánticos.

### III. El billar elíptico rotante

#### III.1 Formulación clásica

La introducción del término de Coriolis que aparece cuando el billar rota conduce al siguiente Hamiltoniano clásico,

$$H = \frac{1}{2m\sigma^2(\xi^2 - \eta^2)} \left[ (1 - \eta^2) P_\eta^2 + (\xi^2 - 1) P_\xi^2 \right] - \frac{\omega \left[ (P_\xi \eta - P_\eta \xi) \sqrt{(1 - \eta^2)(\xi^2 - 1)} \right]}{(\xi^2 - \eta^2)} \quad (10)$$

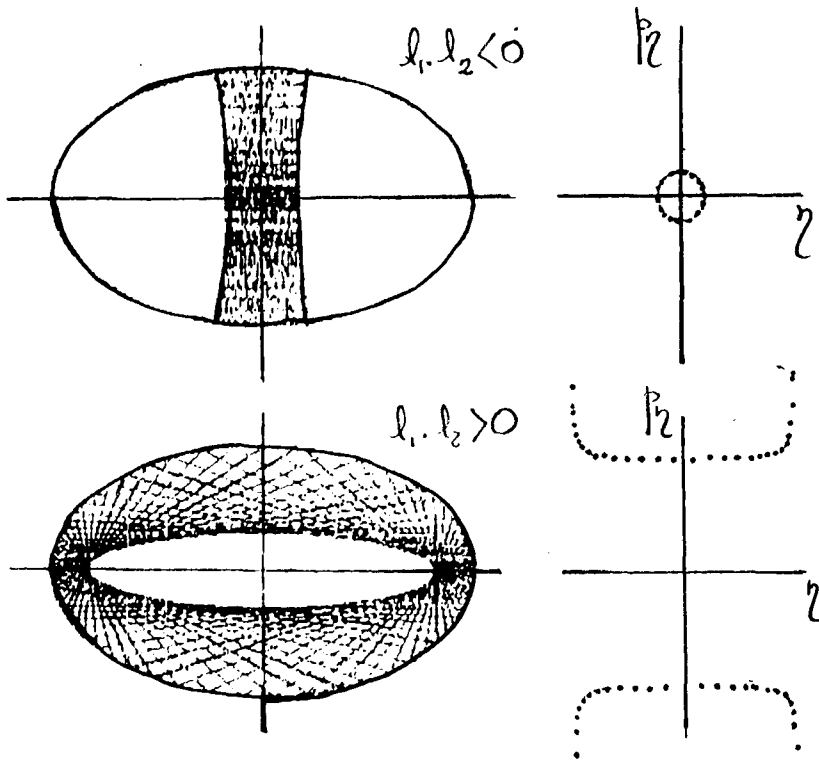
La ecuación de Hamilton Jacobi deja entonces de ser separable, sin embargo las trayectorias pueden ser calculadas, entre choques sucesivos, integrando la ecuación de movimiento en el sistema rotante, mientras que en los choques impondremos la condición de elasticidad. De este modo, es posible obtener también las secciones de Poincaré para el billar elíptico rotante. El ejemplo que se muestra en la figura 5 corresponde a una trayectoria periódica en la elipse rotante con  $\omega=0.1$ , mientras que el ejemplo de la figura 6 corresponde a una trayectoria caótica para la misma velocidad angular de rotación.

#### III.2 Formulación cuantica

La introducción del término de Coriolis al Hamiltoniano rompe la simetría reverso temporal, sin embargo conserva la simetría asociada al producto de los operadores  $P_x \cdot P_y$ . Por lo tanto, para diagonalizar la matriz del Hamiltoniano en la base de autoestados del problema no rotante basta diagonalizar dos submatrices, aquella en la cual  $P_x \cdot P_y = 1$  y aquella en la cual  $P_x \cdot P_y = -1$ . Dicho en otras palabras, el término de Coriolis sólo permite conectar estados del tipo  $(+ +)$  (pares en  $x$  y pares en  $y$ ) con estados  $(- -)$  y estados del tipo  $(+ -)$  con estados

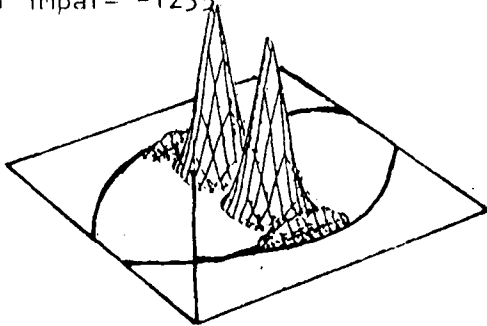
( - +), conservando lo que en física nuclear se llama signatura. Los elementos diagonales de estas submatrices serán las energías halladas en la sección 11.2 mientras que los no diagonales tendrán un carácter puramente imaginario. El cálculo de estos últimos, aunque tedioso, puede llevarse a cabo en forma numérica permitiendo hallar, en consecuencia los autoestados buscados. La figura 7 muestra como cambia la función de onda del estado fundamental cuando aumenta la velocidad angular del sistema. Como es de esperar, para altas velocidades angulares la partícula tiene una mayor probabilidad de hallarse en los extremos de la elipse.

Las comparaciones con la formulación clásica resultan más difíciles que en el caso no rotante y se debe recurrir para ello al uso de funciones de distribución de probabilidad cuánticas en el espacio de las fases como son las distribuciones de Wigner o las de Husimi. Estos análisis se hallan actualmente en desarrollo y serán tema de futuros trabajos.

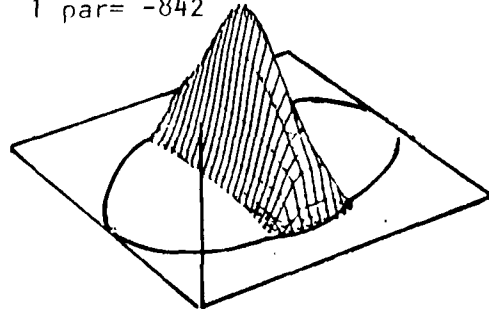


Figs. 1 y 2, ilustrando los dos tipos de trayectorias clásicas para la elipse con  $w=0$ ,  $\beta = 1.25$

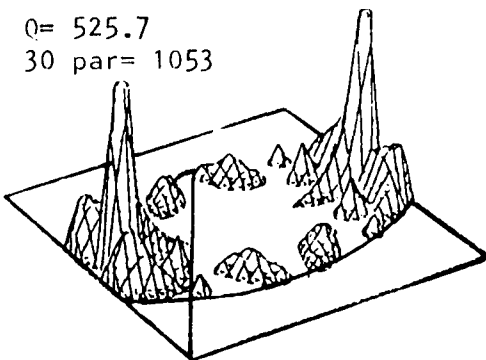
$n = 642.5$   
1 impar = -1235



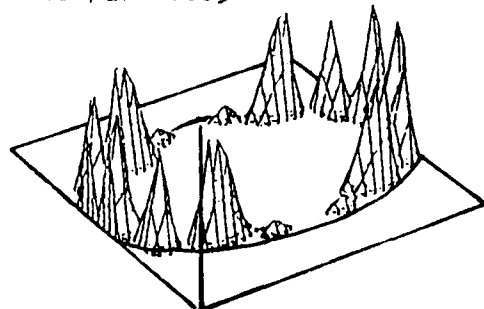
$n = 493.1$   
1 par = -842



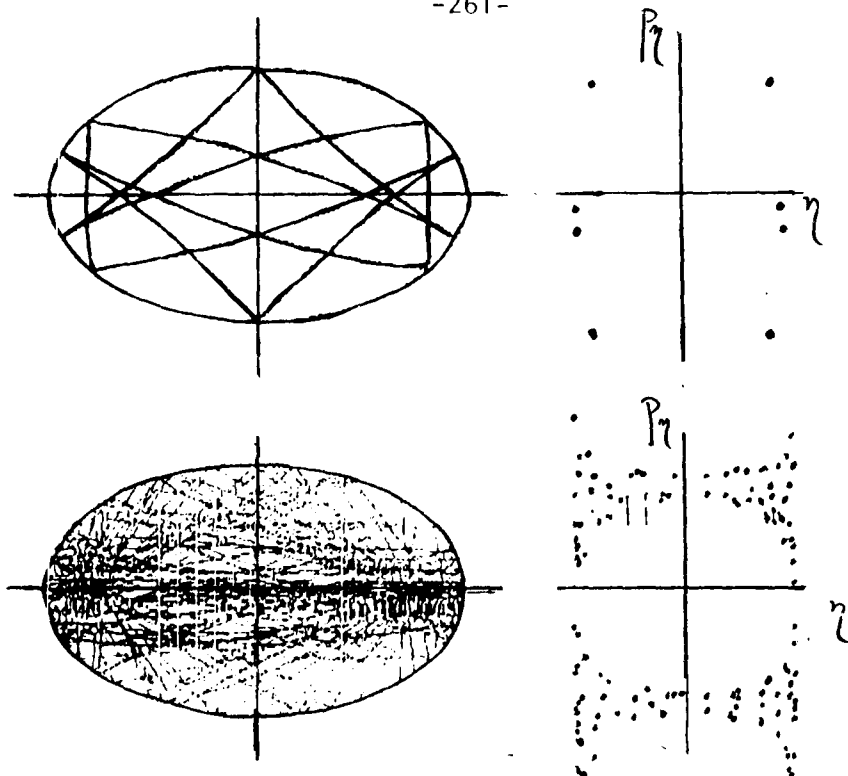
$n = 525.7$   
30 par = 1053



$n = 497.5$   
40 par = 1605



Figs. 3 y 4, cuatro autoestados de la elipse con  $w=0$  que corresponden a los dos tipos de trayectorias clásicas



Figs. 5 y 6, dos trayectorias clásicas para la elipse con  $w=0.1$  y  $\omega = 1.25$ , una periodica y la otra caotica

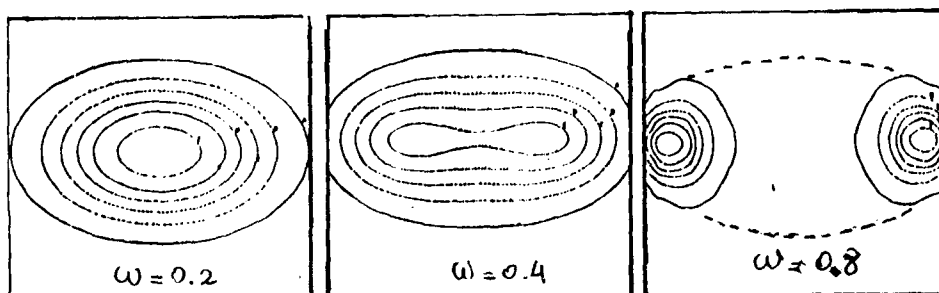


Fig. 7, variacion del estado fundamental al incrementarse la velocidad angular de rotacion

## CINETICA DE SUPERFLUIDOS NUCLEARES A BAJAS TEMPERATURAS

L. O. Juri y E. S. Hernández

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires.

El estudio de las propiedades de transporte en el medio nuclear ha recibido gran estímulo durante los últimos quince años gracias al uso intensivo de aceleradores de iones pesados para producir reacciones disipativas (fuertemente inelásticas y de fisión - fusión) en el régimen de bajas energías ( $E/A < 10$  MeV). La determinación de los coeficientes de transporte, en especial, de los caminos libres medios (clm's) de los nucleones en las proximidades del nivel de Fermi de los núcleos bombardeados ha merecido especial atención, pues la comparación entre el clm y el tamaño del núcleo permite caracterizar el régimen en que se desarrolla la dinámica fluidística.

Es especialmente interesante el estudio de los clm's y tiempos de relajación (tr's) en el medio nuclear superfluido, dado que es de esperar una disminución significativa de los fenómenos de transporte, y, correlativamente, un aumento importante y presuntamente observable, de la transparencia del blanco. En particular, la existencia de un régimen superfluido de protones y/o neutrones en estrellas de neutrones en la capa localizada entre el núcleo estelar y la corteza cristalina, debería ocasionar un retardo importante en el acomodamiento de las corteza luego de un terremoto estelar; en tal caso, podría esperarse variaciones observables en las frecuencias de pulsación de tales estrellas.

El antecedente fundamental para abordar el estudio del transporte en superfluidos se encuentra en un conjunto de trabajos teóricos sobre el <sup>3</sup>He líquido, cuyas fases superfluidas han sido observadas experimentalmente, así como la viscosidad y conductividad térmica de tales fases. La teoría del transporte en <sup>3</sup>He requiere modificaciones para su aplicación al fluido nuclear, debidas a tres razones fundamentales: 1) la presencia del grado de libertad de isospin, 2) la estructura de la interacción nucleón - nucleón; 3) la distorsión de la superficie de Fermi y el efecto de capas en nucleos finitos.

En este trabajo se muestra brevemente como se incorporan los argumentos 1) y 2) y las predicciones de tr's y clm's que surgen de aplicar la teoría a materia nuclear superfluida. El punto de partida es una ecuación de Boltzmann - Fermi para un gas de cuasipartículas (asociadas a los nucleones por medio de una transformación de Bogoliubov),

$$\frac{dn_i}{dt} = \sum_{234} W_{4321} \left[ n_3 n_4 (1-n_1)(1-n_2) - n_1 n_2 (1-n_3)(1-n_4) \right]$$

donde  $n_i$  es el número medio de ocupación de cp's en el estado  $|i\rangle$  y  $W_{4321}$  la probabilidad de transición microscópica que corresponde a procesos de dispersión de dos cp's gobernados por el término residual  $H_{22}$ . Se puede demostrar que si la temperatura es pequeña frente a la crítica ( $T \ll \Delta$ ) los procesos de tipo  $H_{31}$  y  $H_{40}$  ( $H_{12}$  y  $H_{04}$ ) son inobservables en la escala cinética. Muy cerca del equilibrio, la ecuación cinética se puede linealizar en la forma

$$n_i(t) = n_i^{(0)} (1 + \chi(t)) \quad \text{con} \quad n_i^{(0)} = \left(1 + e^{E_i/T}\right)^{-1} \approx e^{-E_i/T}$$

siendo  $E_i$  la energía de cp. El tiempo de relajación es, por lo tanto

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_1} &= \frac{\dot{n}_1}{n_1} \approx \sum_{234} W_{4321} n_2^{(0)} (1 - n_3^{(0)}) (1 - n_4^{(0)}) \sim \\ &\sim \sum_{234} W_{4321} e^{-E_2/T} \\ &\sim \sum_{234} W_{4321} e^{-\Delta/T} e^{-(E_2 - E_F)^2 / 2T\Delta} \end{aligned}$$

La probabilidad de transición microscópica se computa como el factor que acompaña a  $n_1 n_2 (1 - n_3) (1 - n_4)$  en el promedio  $\langle H^2 \rangle$  y depende de los elementos de matriz de la interacción entre nucleones y de los coeficientes  $u$  y  $v$  de la transformación de Bogoliubov. Los índices 1 a 4 involucran, cada uno de ellos, impulso lineal  $\underline{k}_i$ , spin  $b_{2i}$  e isospin  $Z_{2i}$ . La interacción nuclear adopta la estructura usual:

$$\begin{aligned} \hat{V}(1,2) &= \hat{V}_1(\underline{\epsilon}_1, \underline{\epsilon}_2) + \hat{V}_2(\underline{\epsilon}_1, \underline{\epsilon}_2) \hat{\underline{z}}_1 \cdot \hat{\underline{z}}_2 + \hat{V}_3(\underline{\epsilon}_1, \underline{\epsilon}_2) \hat{\underline{S}}_1 \cdot \hat{\underline{S}}_2 \\ &+ \hat{V}_4(\underline{\epsilon}_1, \underline{\epsilon}_2) \hat{\underline{S}}_1 \cdot \hat{\underline{S}}_2 \hat{\underline{z}}_1 \cdot \hat{\underline{z}}_2 \end{aligned}$$

y en el cálculo intervienen explícitamente las expansiones en

ondas parciales de los elementos de matriz spin singulete - isospín singulete, spin singulete - isospín triplete, spin triplete - isospín singulete y spin triplete - isospín triplete. Una expansión semejante se hace extensiva a la matriz de gap, puesto que se desea hacer lugar a la evidencia de que en materia neutrónica (como en  $^3\text{He}$ ) hay superfluidez anisotrópica, particularmente, en estado  $^3P_2$ , a densidades de la capa intermedia de estrellas de neutrones.<sup>4)</sup>

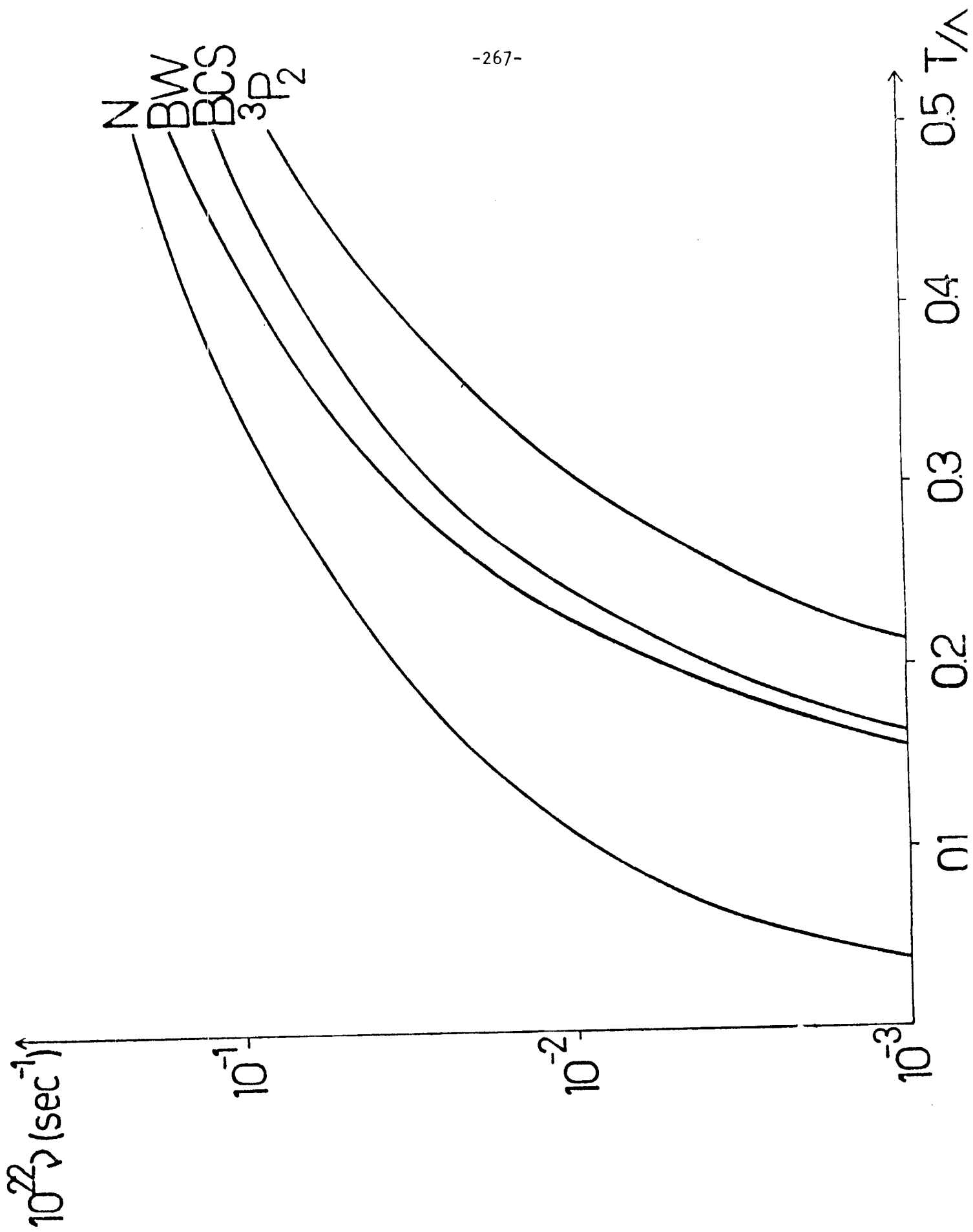
El estudio minucioso de la matriz de gap pone de manifiesto una diferencia sustancial entre la estructura de las fases superfluidas del  $^3\text{He}$  y la materia neutrónica superfluida. En efecto, mientras que las fases superfluidas reales del  $^3\text{He}$  en estado  $^3P_2$  son tres, a saber: la fase BW, la fase planar y la fase polar la interacción spin órbita propia del sistema nuclear produce una fase superfluida  $^3P_2$  de materia neutrónica, o de materia nuclear, que puede visualizarse como una superposición de las tres fases del  $^3\text{He}$ .

Se exhibe en las figuras 1 y 2 resultados característicos, respectivamente, tr's y clm's en el nivel de Fermi de materia nuclear como función del parámetro  $\Delta/T$ , para las fases BCS o  $^1S_0$ ,  $^3P_L$  y BW ( $^3P_L$  isotrópica), así como los tr's del fluido normal. Se hace notar, con respecto a la figura 1, que la zona de validez de las aproximaciones efectuadas es  $T/\Delta < 0,3$ ; se advierte que cuando  $T/\Delta \ll 0,3$  las curvas se aproximan, poniéndose de manifiesto que en el superfluido frío la estructura del gap o la simetría de la fase pierde relevancia para el transporte. La figura 2 muestra que ocurre una inversión en el orden relativo de los clm's respecto de los tr's para  $T > 0,2 \Delta$ . Esto se debe a la

diferencia entre las velocidades respectivas de una cp y de una partícula normal en el nivel de Fermi, dado que la primera es mucho mas lenta. Es importante destacar que en el límite del rango de validez el cm adopta valores cercanos al diámetro de un nucleo pesado, propiedad que permitiría la observación de procesos disipativos de dos cuerpos en nucleos pesados superfluidos.

#### Referencias.

1. C. J. Pethick, H. Smith and P. Bhattacharyya, Phys. Rev. B15, 3384 (1977).
2. D. Einzel, J. Low Temp. Phys., 54, 427 (1984).
3. L. O. Juri and E. S. Hernández, Phys. Rev. C, en prensa.
4. L. Amundsen and E. Østgaard, Nucl. Phys. A442, 163 (1985).



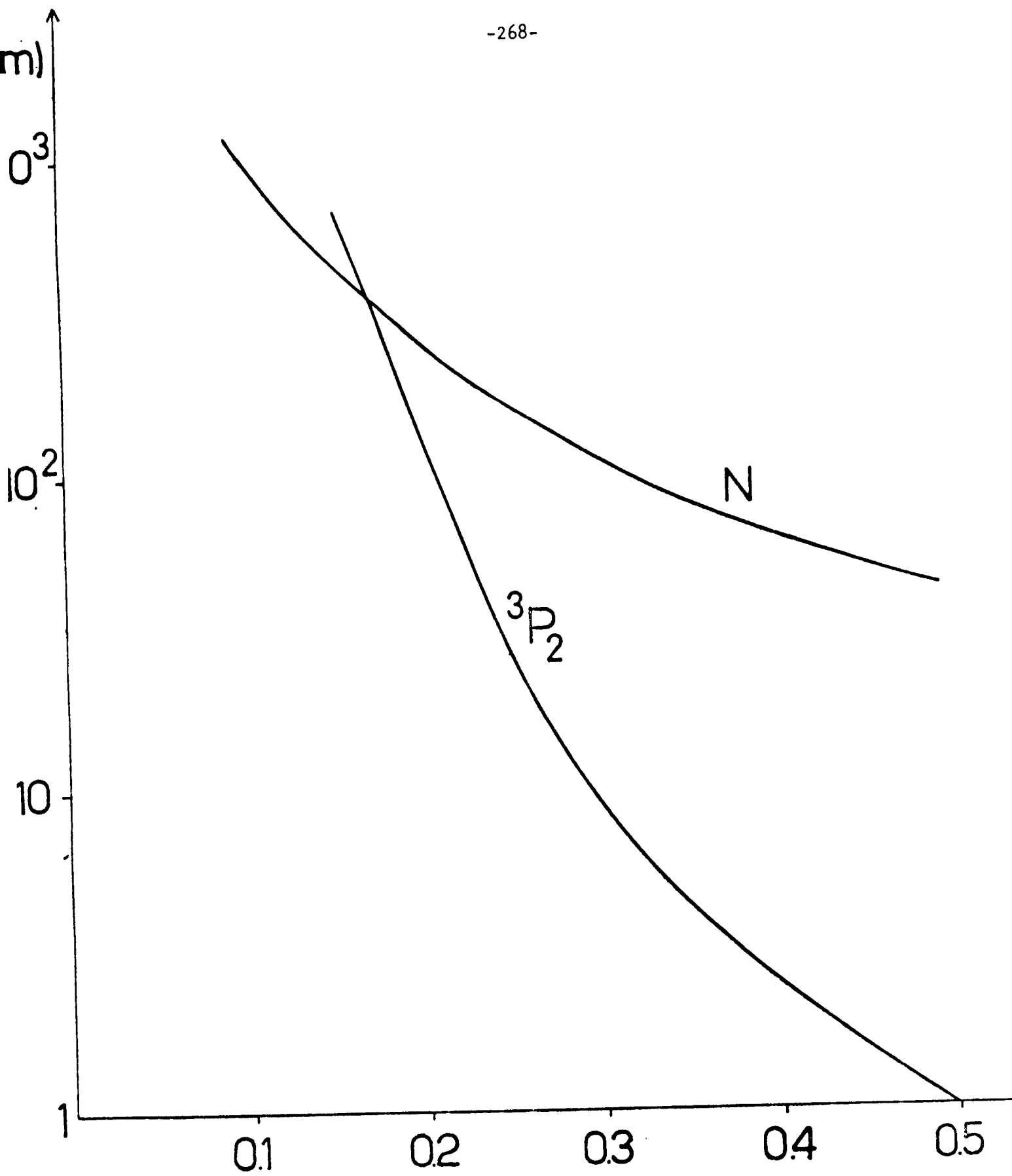


Fig. 2

# SIMULACIÓN DE MONTE CARLO PARA LA INTERACCIÓN ENTRE NUCLEONES DE MASA FINITA MEDIANTE UN CAMPO BOSONICO ESCALAR Y NEUTRO

L. Szybisz<sup>\*</sup>

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas,  
Universidad Nacional de La Plata.

Recientemente hemos desarrollado un método basado en la de simulación de Monte Carlo, que permite resolver exactamente la ecuación de Schroedinger expresada en el espacio de Fock [1-3]. En el presente trabajo dicho método es aplicado al Hamiltoniano que describe la interacción de nucleones mediante la presencia de un campo bosónico escalar y neutro [4].

En nuestra descripción del proceso se consideran dos propiedades fundamentales del nucleón, a saber:

- (a) que tiene masa finita y
- (b) que no es un objeto puntual.

Esta última propiedad se tiene en cuenta mediante la introducción de un 'cut-off' gaussiano para el factor de forma del nucleon.

El problema es resuelto para sistemas con una o dos fuentes (nucleones), o sea  $A=1$  y  $2$ , en el espacio tridimensional continuo. A partir de los resultados del caso  $A=1$  se obtiene una masa del nucleón desnudo  $m_B c^2 = 962.6 \pm 0.1$  MeV. Utilizando este valor se determina la energía de ligadura de un sistema de dos nucleones en interacción con su nube de mesones escalares (sistema  $A=2$ ). El resultado de este procedimiento es  $B(2) = 2.14 \pm 0.50$  MeV y es consistente con el valor  $B_{th}(2) = 2.215 \pm 0.019$  MeV obtenido aplicando el método de Green Function Monte Carlo en el caso de la aproximación del potencial estático. Una descripción detallada del presente trabajo como así también referencias a otros papers sobre el tema se pueden encontrar en la ref. [5].

## Referencias

\* Miembro de la Carrera del Investigador Científico del CONICET.

- [1] L. Szybisz and J. G. Zabolitzky, *Proc. NATO ARW Conf. on Monte Carlo methods in quantum problems, Orsay 1982*, ed. M. H. Kalos (Reidel, Dordrecht, 1984) p. 41.
- [2] L. Szybisz and J. G. Zabolitzky, *Nucl. Phys.* A425 (1984) 423.
- [3] L. Szybisz and J. G. Zabolitzky, *Nucl. Phys.* A436 (1985) 639.
- [4] N. N. Bogoliubov and D. V. Shirkov, *Quantum fields* (Benjamin/Cummings, Massachusetts, 1983) sect. 13.
- [5] L. Szybisz and J. G. Zabolitzky, *Nucl. Phys.* A464 (1987) 557.

# **GRUPOS DE TRABAJO**

1. Fases de Berry  
coordinador: Daniel Bes
2. Deflector electrostático  
coordinador: Jorge Testoni
3. Estructura Nuclear  
coordinador: Pedro Federman
4. Reacciones nucleares con iones pesados  
coordinador: Olga Dragún



## FASES DE BERRY

Coordinador: Daniel Bes

Se realizaron tres sesiones en las cuales se leyeron los siguientes artículos:

- 1) M.V.Berry, Proc. R.Soc.Lond. A392 (1984) 45. En este trabajo Berry demostró la existencia de la fase geométrica que aparece (además de la fase dinámica habitual) cuando tiene lugar una excursión a lo largo de un camino cerrado en el espacio de los parámetros. Coordinó la discusión D.R.Bes.
- 2) M.V.Berry y M.Wilkinson, Proc.R.Soc.London A392 (1984) 15. Los autores estudiaron las condiciones necesarias para la existencia de puntos diabólicos (degeneraciones accidentales) y su aplicación al problema de una partícula moviéndose en triángulos de paredes duras. Coordinó la discusión M.Saraceno.
- 3) P.Ring, Phys.Rev.Lett. 58 (1987) 980. Ring interpretó el cambio de signo que aparece en la amplitud de la transferencia de dos partículas en función de la frecuencia de rotación como una manifestación de la fase geométrica de Berry. En nuestra reunión se discutieron otras manifestaciones posibles de las fases de Berry en física nuclear. Coordinó la discusión D.R.Bes.

## DEFLECTOR ELECTROSTATICO

Coordinador: Jorge Testoni

En el laboratorio del acelerador electrostático TANDAR se encuentra en construcción un deflector electrostático que tiene por objeto separar del haz incidente productos de reacción que se emiten en direcciones próximas a la del propio haz. El deflector consiste fundamentalmente en dos electrodos de 70 cm. de largo en los que se aplica alta tensión. El electrodo inferior es una grilla que permite el paso de los iones deflectados y su posterior registro en un sistema de detección que puede desplazarse debajo de la grilla a lo largo del deflector.

El grupo de trabajo tuvo por objeto discutir puntos referidos a la puesta en marcha y la utilización posterior del deflector en experimentos de reacciones nucleares inducidas por iones pesados. Respecto del primer punto, se combinó con uno de los grupos que se ocupan en el laboratorio de problemas vinculados a altos espines realizar pruebas del deflector en conjunto, utilizando su experiencia en la detección de un determinado grupo de partículas alfa provenientes de la desexcitación de residuos de evaporación producidos en la reacción  $^{12}\text{C} + ^{209}\text{Bi}$ . Respecto de futuras utilizaciones del deflector se discutieron posibles colaboraciones con el grupo de fusión del laboratorio del Peletrón de San Pablo.

ESTRUCTURA NUCLEAR

Coordinador: Pedro Federman

El Grupo de Trabajo de Estructura Nuclear se reunió dos tardes, con la participación de A.Zuker (Strasbourg) y aproximadamente una docena de físicos de La Plata y Buenos Aires. Se discutieron temas relacionados con la descripción de resonancias gigantes y estados intrusos.

## REACCIONES NUCLEARES CON IONES PESADOS

Coordinador: Olga Dragún

Participantes:

D.Bes, M.Bernath, T.J.Penna, A.Szanto de Toledo, L.Arenas,

J.Testoni, D.Abríola, A.Pacheco, H.Massmann, O.Dragún.

- a) Un tema de interés común para varios de los asistentes argentinos y brasileños resultó el de las anomalías en las secciones eficaces de fusión a energías por debajo y alrededor de la barrera Coulombiana en el caso de iones pesados. La discusión se centró en la competitividad entre los canales cuasielásticos de reacción y el de fusión en el mismo rango de energías. El comportamiento de los canales cuasielásticos pareciera determinar, en gran parte, la probabilidad de fusión debajo de la barrera.

Un interés correlacionado con el efecto anterior es el del estudio de la dispersión elástica entre iones pesados debido a la evidencia de variaciones del potencial óptico con la energía incidente, sobretodo a distancias que estarían situadas alrededor del máximo en la barrera Coulombiana. Se ha predicho<sup>1)</sup> que una variación rápida de la parte imaginaria (causada por el cerramiento de canales noelásticos) conduce a una variación correspondiente de la parte real del potencial óptico. Esto incrementaría la atracción en partes de la superficie nuclear (polarización?) para cierto rango de energías contribuyendo a aumentar la fusión debajo de la barrera.

Se discutió acerca de la necesidad de obtener más información experimental para determinar el umbral de la anomalía, haciendo estudios correlacionados de fusión y potenciales ópticos (estos últimos por análisis de dispersiones elásticas) en rangos de energías incidentes que cubran la zona de abajo hasta algo superior a la barrera Coulombiana. También se discutió la importancia de averiguar, en experimentos relacionados con los anteriores, la contribución e importancia de canales tales como los de transferencia cuasi-elástica, inelásticos (en el caso de núcleos deformados, rotadores o vibradores).

- b) Para algunos de los experimentos mencionados en a), resultaría importante contar con el espectrómetro magnético que se está montando en el TANDAR y probablemente, en ciertos casos, con la cámara de dispersión especial para iones pesados.

#### Referencias

- 1) M.A.Nagarajan, C.C.Mahaux and G.R.Satchler - Phys.Rev.Lett. 54 (1985) 1136.  
C.C.Mahaux, H.Ngo and G.R.Satchler - Nucl.Phys. A449 (1986) 354.

