

Sm 142 72 m K β ⁺ 1,03	Sm 143 3,09 K β ⁺ 2,3 α < 2	Sm 145 340 d K 0,66 kein β ⁺ γ 0,06... e ⁻	Sm 146 5-10 ⁷ a α 2,55	Sm 147 14,97 1,2·10 ¹¹ a α 2,23 α 87	Sm 148 11,24	Sm 149 13,83 α 4000	Sm 150 7,44	Sm 151 ~ 93 a β ⁻ 0,076 γ 0,02 α* 12400	Sm 152 26,72 α 140	Sm 153 47 h β ⁻ 0,70; 0,64; 0,80; γ 0,10; 0,07...	Sm 154 22 α 5,5	
Pm 141 ~ 20 m β ⁺ ~ 2,6 γ	Pm 142 34 s β ⁺ 3,78;... γ	Pm 143 265 d K γ 0,74	Pm 144 ~ 400 d K kein β ⁺ γ 0,62; 0,70; 0,48...	Pm 145 18 a K 0,14 γ 0,072; 0,067	Pm 146 710 d K β ⁺ 0,78 γ 0,75; 0,45	Pm 147 2,65 a β ⁻ 0,23... γ 60	Pm 148 42 d β ⁻ 0,19 γ 0,55 0,33; 0,73 0,48 0,45; 0,31	Pm 149 53 h β ⁻ 1,05; 0,78... γ 0,29...	Pm 150 2,7 h β ⁻ 2,3; 3,16... γ 0,33...	Pm 151 28,4 h β ⁻ 1,1 γ 0,34; 0,17...	Pm 152 6 m β ⁻ 2,2 γ 0,12; 0,24; ~ 1	
Nd 140 3,3 d K γ 0,11-0,5	Nd 141 64 s 2,5 h β ⁺ 0,76 β ⁺ 0,78 γ 0,04; 0,42; 1,14	Nd 142 27,11 α 18	Nd 143 12,17 α 240	Nd 144 23,85 2,4·10 ¹⁵ a α 1,83 α 50	Nd 145 8,30 α 60	Nd 146 17,22 α 1,8	Nd 147 11,1 d β ⁻ 0,81; 0,37... γ 0,09; 0,53... e ⁻	Nd 148 5,73 α 3,7	Nd 149 1,8 h β ⁻ 1,1; 1,5; 0,95 γ 0,03-0,65	Nd 150 5,62 α 1,5	Nd 151 12 m β ⁻ 2,06; 1,19; 1,82; 1,65 γ 0,09-2,17	
Pr 139 4,5 h K β ⁺ 1,0 γ 1,3; 1,6...	Pr 140 3,4 m K β ⁺ 2,37... γ 1,60; 0,90...	Pr 141 100 α 10,8	Pr 142 19,1 h β ⁻ 2,15; 0,58 γ 1,57 α 18	Pr 143 13,7 d β ⁻ 0,93 kein γ α 89	Pr 144 17,3 m β ⁻ 2,98; 2,29... γ 0,69...	Pr 145 5,9 h β ⁻ 1,80... γ 0,07-1,15	Pr 146 25 m β ⁻ 3,7; 2,3 γ 0,46; 1,49; 0,75	Pr 147 12 m β ⁻ 0,32-1,7	Pr 148 2 m β ⁻ 0,30	7		
Ce 138 9,2 ms 0,250 β ⁺ 0,30 0,60 1,04 α 0,007 0,6	Ce 139 60 s 140 d β ⁺ 0,75 K 0,10 kein β ⁺ α 0,17	Ce 140 88,48 α 0,31	Ce 141 32,5 d β ⁻ 0,44; 0,58 γ 0,15	Ce 142 11,07 α 0,94	Ce 143 33,4 h β ⁻ 1,09; 1,38; 0,50... γ 0,06; 0,29; 0,67... α 6,0	Ce 144 284 d β ⁻ 0,32; 0,19; 0,24 γ 0,13; 0,08...	Ce 145 3,0 m β ⁻ 2,0... γ ...	Ce 146 14 m β ⁻ 0,70 γ 0,32; 0,22; 0,14...	Ce 147 1,2 m β ⁻	Ce 148 0,7 m β ⁻	0,7	
La 137 6-10 ⁴ a K kein γ	La 138 0,089 1,1·10 ¹¹ a K 0,71 β ⁺ 1,43; 0,81	La 139 99,911 α 8,2	La 140 40,2 h β ⁻ 1,38; 1,10; 0,83 γ 1,60; 0,49; 0,37; 0,82...	La 141 3,9 h β ⁻ 2,43; 0,91 γ 1,37	La 142 92 m β ⁻ ~ 4,0... γ 0,63; 2,40; 0,90; 2,08...	La 143 14,0 m β ⁻ 3,30... γ 0,63; 1,17; 0,80; 1,98...	La 144 kurz β ⁻	07.65.02				1
Ba 136 7,81 α 0,016 ± ?	Ba 137 2,6 m 11,32 β ⁺ 0,66 α 5,1	Ba 138 71,66 α 0,5	Ba 139 85 m β ⁻ 2,30; 2,14; 1,40... γ 0,17; 0,78... α 4	Ba 140 12,8 d β ⁻ 1,01; 0,48; 0,6; 0,9 γ 0,54; 0,03; 0,44; 0,16...	Ba 141 18 m β ⁻ 2,8... γ 0,19; 0,29; 0,46...	Ba 142 11 m β ⁻ ~ 4 γ 0,26; 0,89; 1,20...	Ba 143 13 s β ⁻	Ba 144 kurz β ⁻				1
Cs 135 2,0·10 ⁶ a β ⁻ 0,21 kein γ α 8,7	Cs 136 13 d β ⁻ 0,34; 0,66 γ 0,83; 1,07; 0,34...	Cs 137 30 a β ⁻ 0,51; 1,18 α ~ 2	Cs 138 32 m β ⁻ 3,40... γ 1,43; 1,01; 0,46; 2,21...	Cs 139 9,5 m β ⁻ 4,3... γ	Cs 140 66 s β ⁻ ~ 0,59	Cs 141 kurz β ⁻	Cs 142 ~ 1 m β ⁻	Cs 143 kurz β ⁻	Cs 144 kurz β ⁻			2
Xe 134 10,44 α ~ 0,2	Xe 135 15,7 m 9,2 h β ⁺ 0,53 β ⁺ 0,91... γ 0,25... α 2,7-10 ⁵	Xe 136 8,87 α 0,15	Xe 137 3,9 m β ⁻ 3,5 γ 0,27; 0,45	Xe 138 17 m β ⁻ 2,4 γ 0,42; 0,51; 1,78; 2,0	Xe 139 41 s β ⁻ ~ 0,90-0,52	Xe 140 16 s β ⁻	Xe 141 1,7 s β ⁻	Xe 142 ~ 1,5 s β ⁻	Xe 143 1 s β ⁻	Xe 144 ~ 1 s β ⁻		3
I 133 21 h β ⁻ 1,23; 0,59... γ 0,53; 0,87...	I 134 53 m β ⁻ 2,41; 1,25; 1,49... γ 0,85; 0,89; 0,61; 1,07...	I 135 6,7 h β ⁻ 1,0; 0,47; 1,4 γ 1,14; 1,28; 1,72...	I 136 83 s β ⁻ 4,2; 7,0; 5,6; 7,7 γ 1,32; 0,40; 0,27...	I 137 24 s β ⁻ n	I 138 6 s β ⁻ n	I 139 2,7 s β ⁻ n						4
Te 132 78 h β ⁻ 0,22... γ 0,05; 0,23 e ⁻	Te 133 50 m ~ 2 m β ⁻ 1,32; 4 β ⁻ ~ 2,4 γ 0,75... 0,91... 0,43... β ⁺ 0,33	Te 134 42 m β ⁻ ~ 0,20; 0,26; 0,17...				5,8 86	6,4 88	6,4 88	5,8 90	5,6		
Sb 131 23 m β ⁻	Sb 132 2,1 m β ⁻	Sb 133 4,1 m β ⁻	Sb 134 0,8 m β ⁻				6,0					

G.N.E.A. Biblioteca
ARCHIVO PUBLICACIONES
Nº 1
AÑO 1965

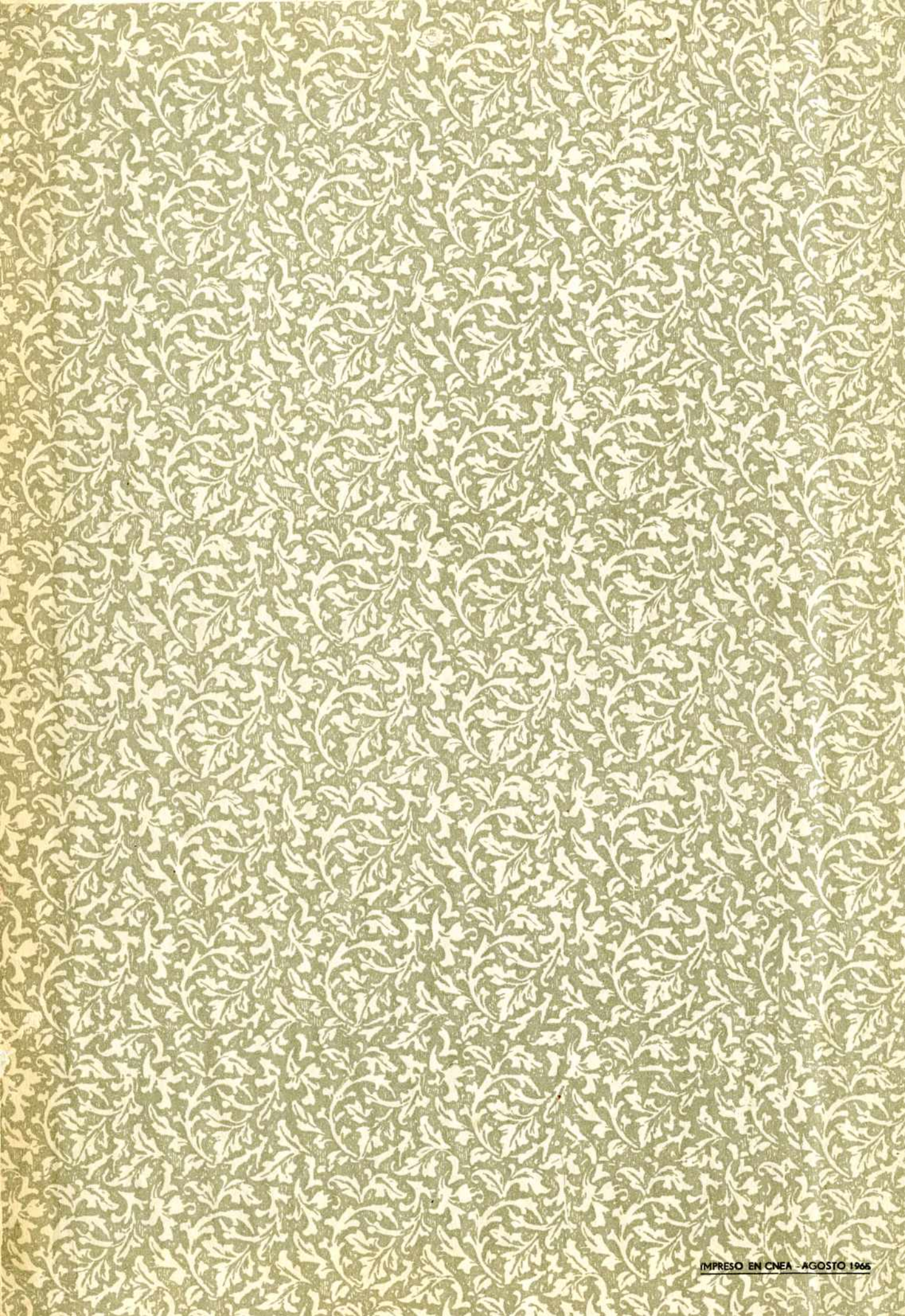
Manual del

Curso de Metodología y Aplicación de Radioisótopos

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

BUENOS AIRES — REPUBLICA ARGENTINA





REPUBLICA ARGENTINA
COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

CURSO DE METODOLOGIA Y APLICACION
DE RADIOISOTOPOS

ELEMENTOS DE CALCULO ESTADISTICO PARA
EL USO DE MATERIAL RADIATIVO

Josefina Rodriguez

ELEMENTOS DE CALCULO ESTADISTICO PARA EL USO DE MATERIAL RADIATIVO

INTRODUCCION

Los procesos nucleares, son erráticos en su carácter último. Efectivamente, si se mide varias veces la actividad de una fuente, constituida por un nucleído de período largo, salvo raras excepciones no se obtendrán valores iguales.

Si idealmente se aislara un núcleo, resultaría imposible predecir el instante en el cual desintegrará. En cambio si se tiene un gran número de átomos es posible predecir cuántos átomos desintegrarán dentro de un cierto intervalo de tiempo. Cuanto mayor sea el número considerado de átomos, más exacta será la predicción. Es algo similar a lo que contemplan las compañías de seguros.

Error

Puede definirse como la diferencia entre un "valor observado" y el "valor exacto". Los errores pueden clasificarse en:

1. Determinados o Sistemáticos.

Son aquellos errores producidos por deficiencia en el trabajo, mal funcionamiento del equipo, utilización de una marcha química no cuantitativa, empleo de un material volumétrico mal calibrado. Estos errores pueden ser eliminados una vez que se les ha encontrado su origen.

2. Indeterminados o Estadísticos.

Estos errores escapan al control del experimentador. Si se realizan muchas mediciones de la actividad de una misma fuente radiactiva, se obtendrán valores distintos a pesar de que el trabajo se haya planeado perfectamente. Si se realiza un gráfico, indicando en abscisas los valores obtenidos y en ordenadas la frecuencia con que fueron obtenidos esos valores, obtenemos una curva de distribución de frecuencias o de distribución de probabilidades.

Se recordará que la probabilidad de que un suceso ocurra, se define como el cociente entre el número de casos favorables F y el número de casos posibles N .

$$p = \frac{F}{N}$$

Siendo la certeza, que se produzca cualquier suceso favorable o no, el valor unitario de la probabilidad, la probabilidad de que

un suceso no ocurra es $q = 1 - p$. Así al arrojar un dado, juego regido por el azar, la probabilidad de que se obtenga un as es el cociente entre el número de casos favorables, que es uno, sobre el número de casos posibles que es seis, $p = \frac{1}{6}$. La probabilidad de que no se obtenga un as es $q = \frac{5}{6}$.

Promedio o Medio.

Volviendo a la medición de una fuente activa, se observará que los distintos valores obtenidos se distribuirán al azar alrededor de un valor medio. De ahí que sea más apropiado hablar de "Actividad media exacta" que de "Valor exacto", término que se utiliza en el caso por ejemplo de determinar un volumen o una longitud. Por lo tanto el "error" en este caso se definirá como la diferencia entre una "actividad observada" y la "actividad media exacta".

El valor que más se acerca al medio exacto es el "promedio" obtenido como media aritmética de los valores logrados en cada observación.

$$x = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Siendo:

$\bar{x}$ = la media aritmética de las distintas observaciones.

x_i = los valores obtenidos en las observaciones.

n = número de mediciones u observaciones realizadas.

El promedio de un número infinito de medidas es el "valor real" o "medio exacto" que se designará " m ". Este valor " m " es el valor que se desea conocer. Cuanto mayor sea el número de mediciones que se realicen de la actividad de una fuente, más se acercará la media aritmética $\bar{x}$ a ese valor " m ".

Como se ha indicado anteriormente, si graficamos un gran número de valores obtenidos de la medición de una fuente activa obtendremos una curva similar a la indicada en la figura 1. Esta curva se conoce como distribución de Poisson y está dada por la siguiente expresión:

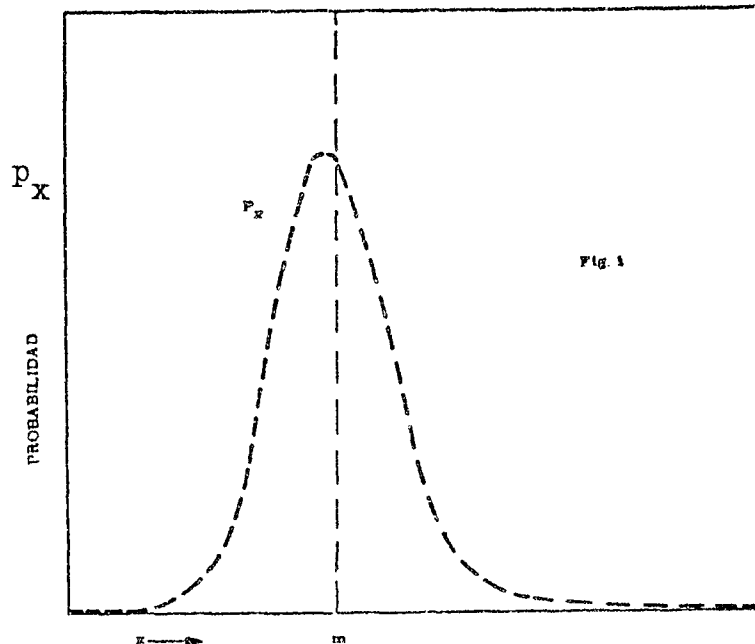
$$p_x = \frac{m^x \cdot e^{-m}}{x!} \quad (2)$$

Que es la probabilidad de obtener un valor x siendo el "valor medio exacto" " m "; e es la base de los logaritmos naturales.

Supongamos que " m " = 20, y que se desea saber cuál es la probabilidad de obtener un valor $x = 18$.

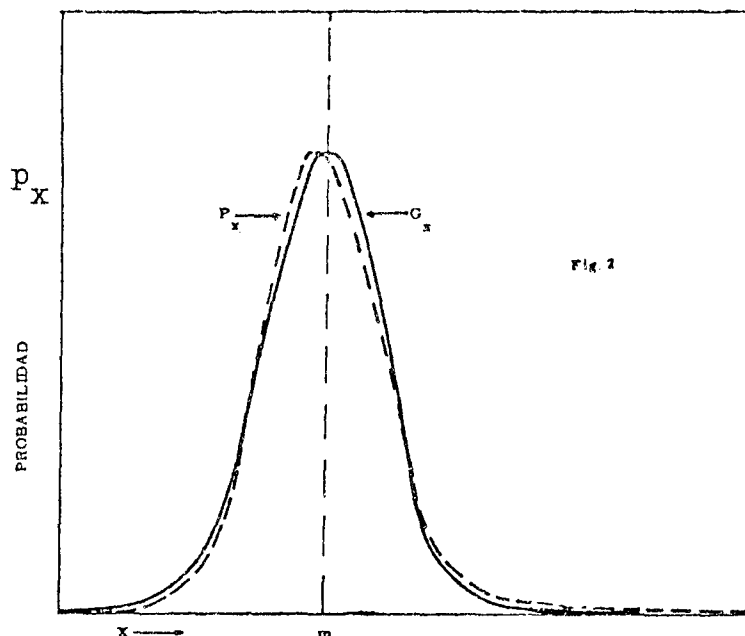
$$p_{18} = \frac{20^{18} \cdot e^{-20}}{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot \dots \cdot 1} = 0,0844$$

Esto significa que si hacemos 100 mediciones de la muestra aproximadamente 8 veces obtendremos el valor $x = 18$, si hacemos 10.000 mediciones 844 veces obtendremos el valor 18. A pesar de que la distribución de Poisson describe exactamente el carácter estadístico de la desintegración radiactiva, por comodidad se utiliza la ley de distribución normal o distribución de Gauss.

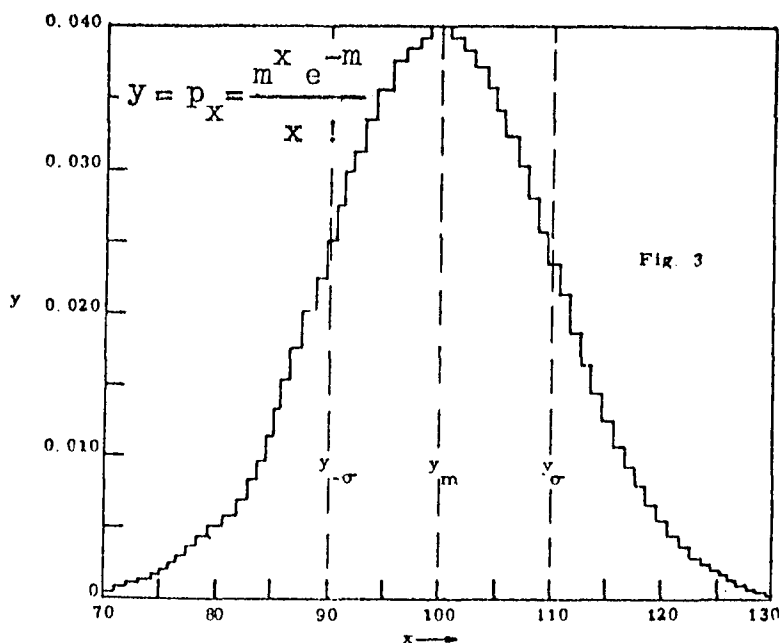


Las diferencias entre ambas distribuciones son:

- a) La distribución normal o distribución de Gauss es simétrica respecto del valor "m" ($\bar{x}$), es decir el valor medio exacto coincide con el más probable, mientras que la de Poisson es ligeramente asimétrica (ver fig.2). A medida que el valor "m" crece, más se asemeja la distribución de Poisson a la de Gauss, y por lo tanto se puede sustituir la primera por la segunda.



- b) La distribución de Gauss se aplica rigurosamente a aquellos casos en que se obtienen valores continuos ($-\infty$ a $+\infty$), mientras la de Poisson es aplicable a valores discontinuos (la desintegración radiactiva, la que en realidad está representada por un histograma como el de la fig. 3).



Si el número promedio de cuentas es relativamente alto (alrededor de 100), se puede utilizar la ley de distribución de Gauss o ley normal y todas las expresiones deducidas de esta ley. Así, la distribución normal o de Gauss (ver fig. 4) establece que la probabilidad dp_x que se obtenga en una medición, un valor comprendido entre x y $x + dx$ está dada por:

$$dp_x = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-(x-m)/2 \sigma^2} \cdot dx \quad (3)$$

donde:

$e = 2,7183$ es la base de los logaritmos naturales.

m = el valor medio exacto y el más probable.

σ = desviación standard, un parámetro que indica la amplitud de la dispersión de los valores obtenidos respecto del valor medio.

La fig. 4 indica la forma general de la distribución normal para un valor medio de $m = 100$ y una desviación standard de $\sigma = 10$.

El área total bajo la curva es 1, puesto que es la probabilidad de obtener cualquier valor (certeza), como en el caso de los dados 1 era la probabilidad de obtener cualquiera de los seis valores posibles.

El área incluida entre dos abscisas (x_1 y x_2) mide la probabilidad de que una medida se encuentre entre x_1 y x_2 , mientras que puede observarse que un gran número de medidas tendrían el valor medio " m ".

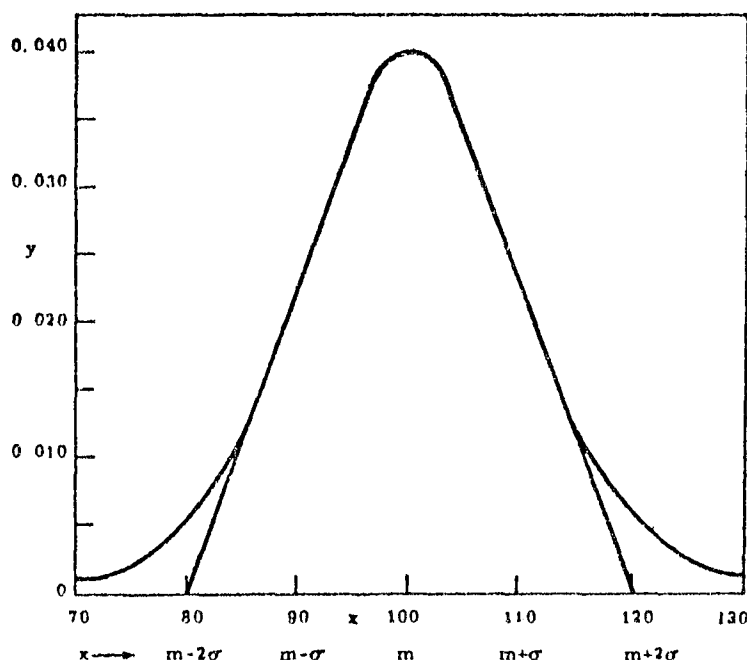
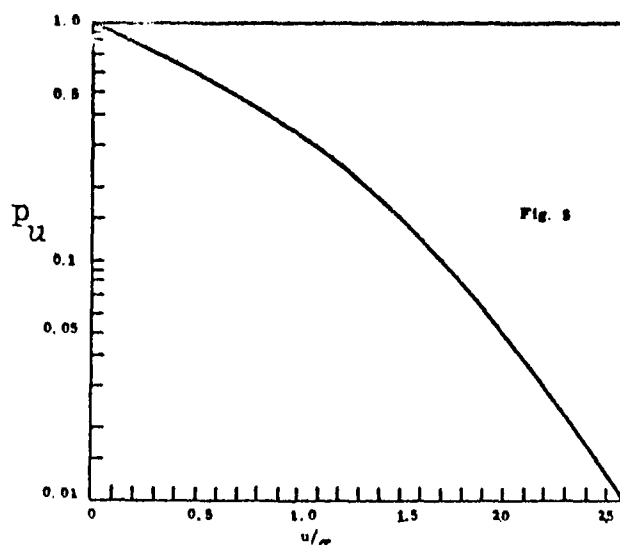


Fig. 4 - Distribución normal para el caso especial de que el valor medio sea $m = 100$ y la desviación standard $\sigma = 10$.

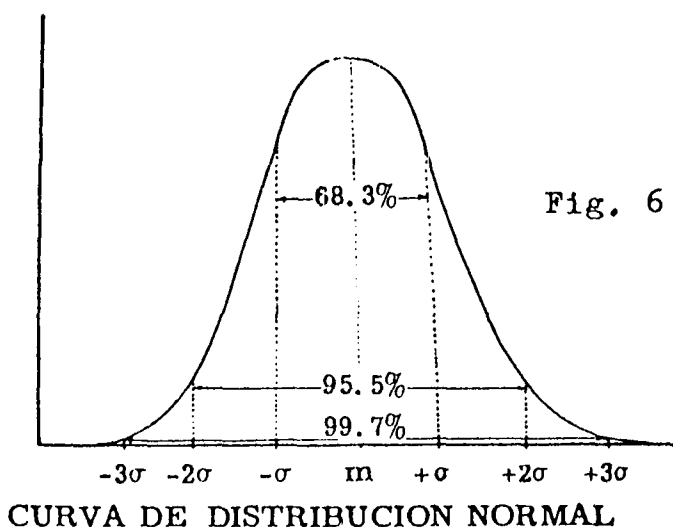
En la fig. 5 se ha graficado P_u que es la fracción del área total, de una distribución simétrica normal o de Gauss, que mide la probabilidad de que un valor obtenido se aleje en un valor mayor que " u " del valor medio " m ". En abscisas en lugar de u , se ha indicado u/σ

$u/\sigma, \dots$	0,5	0,6745	1	1,349	2	2,024	2,698	3
$P_u, \dots$	0,617	0,500	0,317	0,178	0,0455	0,0431	0,00706	0,00272

Así para $u/\sigma = 1$ $P_u = 0,317$, es decir que si se hacen 100 mediciones de una fuente activa, aproximadamente 32 de los valores obtenidos (x) pueden alejarse de " m " ($\bar{x}$ valor medio y más probable que reemplaza al medio exacto) en más de una desviación standard, y 68 valores se alejan de " m " en valores menores que σ .



Para $u/\sigma = 2$ el valor de $P_u = 0,0455$, lo quiere decir, que si se hacen 100 mediciones de una actividad, aproximadamente 5 nos darán valores que se alejarán del valor medio exacto en más que 2σ , mientras que 95 valores se alejarán del valor medio exacto en menos que 2σ . Gráficamente estas deducciones se ven en la fig. 6.



CURVA DE DISTRIBUCION NORMAL

Trataremos de fijar algunas magnitudes importantes.

"Valor medio exacto" y "Valor promedio".

Como se indicó anteriormente, en una serie finita de mediciones, el valor promedio ($\bar{x}$) obtenido como media aritmética de las mismas, es el valor que más se aproxima al "valor medio exacto" (m), que se obtendría como media aritmética de una serie infinita de datos.

"Desviación standard" y "variancia".

Se indicó ya que la amplitud de las fluctuaciones estadísticas de las distintas observaciones alrededor del valor medio exacto " m " se expresa cuantitativamente por un parámetro de fundamental importancia, la desviación standard " σ ".

La fig. 6 muestra que en la distribución normal, como ya se indicó, cerca del 32% de una serie de observaciones individuales se desviarán del valor medio en más de $\pm \sigma$ y por lo tanto el 68% de las mismas darán valores comprendidos entre $\bar{x}$ y $\bar{x} \pm \sigma$.

Para cualquier distribución de frecuencias, la desviación standard se define como la raíz cuadrada del promedio de los cuadrados de las desviaciones individuales $x - m$, para un gran número de observaciones se tiene:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - m)^2} \quad (4)$$

siendo n un número infinito de observaciones.

El valor σ^2 se conoce como "variancia".

Cuando el número de determinaciones no es muy grande se define así:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})^2} \quad (5)$$

Por otro lado de la distribución de Poisson, a la cual responde la desintegración radiactiva, se puede deducir que

$$\sigma = \sqrt{m} \quad (6)$$

En la práctica nunca se conoce " m ", pero ya se ha dicho que la mejor aproximación de " m " cuando se hace una serie de n mediciones es $\bar{x}$, que se aproxima tanto más a " m " cuanto mayor sea el número n de observaciones, por lo tanto:

$$\sigma = \sqrt{\bar{x}} \quad (7)$$

Cuando se hace una sola medición (x), se considera esa única como promedio y por lo tanto la desviación standard queda definida así:

$$\sigma = \sqrt{x} \quad (8)$$

"Desviación standard del valor medio" o "error standard"

Ya se ha visto que si nuestras n mediciones de x presentan una distribución aproximadamente normal alrededor del valor promedio $\bar{x}$, se puede deducir que el 68% de nuestras observaciones individuales se encuentran dentro del valor $\bar{x} \pm \sigma$. En otras palabras, una observación tendría un 68% de probabilidad de encontrarse dentro de $\bar{x} \pm \sigma$. Teniendo en cuenta esta interpretación, la desviación standard σ de la distribución, determinada según (4), (5) y (6) puede ser llamada con más precisión "desviación standard de una única observación".

Es muy importante tener una estimación de la reproducibilidad del "valor medio".

Supongamos haber obtenido los siguientes valores medios: $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_k$, media aritmética cada uno de ellos de n mediciones individuales. Se observará que esos k medios se distribuirán alrededor de un gran promedio que se aproxima mucho al valor medio exacto, obtenido así:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i \quad (9)$$

De aquí que se pueda definir una "desviación standard del valor medio", en la misma forma que se había definido la "desviación standard de una observación". La "desviación standard del valor medio" llamada también "error standard", se define así:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\bar{x}_i - m)^2} \quad (10)$$

Además se puede deducir que:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (11)$$

El resultado de una serie de n observaciones de x será informado así: $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ significando que si se hace una nueva serie de n mediciones hay una probabilidad del 68% de que el nuevo promedio se encuentre dentro del valor $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ e indica también que el valor promedio $\bar{x}$ difiere del gran promedio (m), que se aproxima mucho a " m ", en una cantidad mayor que $\sigma_{\bar{x}}$ con una probabilidad del 32%. En otras palabras, existe una probabilidad del 68% de que el valor medio exacto ($m \simeq \bar{\bar{x}}$), se encuentre dentro de este valor: $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$. A un dato presentado así: $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ se le puede tener 68% de confianza.

A un dato presentado así: $\bar{x} \pm 2\sigma_{\bar{x}}$ se le puede asignar 95,5% de confianza.

Resumiendo, el promedio ($\bar{x}$) obtenido de una serie de n mediciones puede ser informado así:

$$\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}} = \bar{x} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (12)$$

En mediciones de actividades, se acostumbra la sustitución de varias observaciones de períodos cortos, por una sola observación realizada durante un tiempo largo. Se suele hacer una medición durante 20 minutos y no 20 mediciones de un minuto cada una. En esos casos, si

la medición de t minutos dió un valor B de cuentas totales, se define la desviación standard de una sola medición como:

$$\sigma_B = \pm \sqrt{B} \quad (13)$$

Un resultado informado así: $B \pm \sqrt{B}$, significa que se se hace otra medición de t minutos, habrá una probabilidad del 68% de que el nuevo valor está comprendido entre B y $B \pm \sqrt{B}$.

Suelen utilizarse otros errores, los que merecen distintas confianzas, así el resultado anterior puede informarse también así:

$$B \pm 1,645 \sqrt{B}$$

resultado que merece 90% de confianza.

Un resultado informado así:

$$B \pm 3 \sqrt{B}$$

merece una confianza del 99,7%.

Más informativo es un error relativo %, el que estaría dado por la siguiente expresión:

$$\frac{u}{B} \cdot 100$$

Siendo:

u = el error (puede ser $u = \sigma$; $u = 2\sigma$; $u = 1,645\sigma$; $u = 3\sigma$)

B = el número de cuentas obtenido en una observación.

A fin de facilitar la acotación del error, en la pág.10 se ha indicado en la tabla I el error que nos merece un 96% de confianza en función del número de cuentas acumuladas.

TABLA I
SIGNIFICADO ESTADISTICO DE UN NUMERO
DADO DE CUENTAS ACUMULADAS

Total de cuentas B	Desviación standard $\sqrt{B}$	Hay 96% de probabi- lidad que el % de error sea menor que
30	5.47	±30.47
40	6.32	±31.60
45	6.70	±29.78
50	7.07	±28.28
55	7.42	±26.98
60	7.75	±25.83
65	8.06	±24.80
70	8.37	±23.91
75	8.66	±23.09
80	8.94	±22.35
85	9.22	±21.69
90	9.49	±20.87
95	9.75	±20.53
100	10.00	±20.00
125	11.18	±17.89
150	12.25	±16.33
175	13.23	±15.12
200	14.14	±14.11
250	15.81	±12.40
300	17.32	±10.88
350	18.71	±10.69
400	20.00	±10.00
450	21.21	±9.43
500	22.36	±8.94
550	23.45	±8.53
600	24.49	±8.16
650	25.50	±7.85
700	26.46	±7.56
750	27.39	±7.30
800	28.28	±7.07
850	29.16	±6.86
900	30.00	±6.67
950	30.82	±6.49
1,000	31.62	±6.32
1,500	38.72	±5.18
2,000	44.72	±4.47
2,500	50.00	±4.00
3,000	54.77	±3.65
3,500	59.16	±3.38
4,000	63.24	±3.16
4,500	67.08	±2.98
5,000	70.71	±2.83
5,500	74.10	±2.70
6,000	77.45	±2.58
6,500	80.62	±2.48
7,000	83.66	±2.39
7,500	86.60	±2.31
8,000	89.44	±2.24
8,500	92.20	±2.17
9,000	94.87	±2.11
9,500	97.47	±2.05
10,000	100.00	±2.00
20,000	141.42	±1.41
30,000	173.20	±1.15

Propagación de errores.

A continuación se indican las desviaciones standard de magnitudes aritméticamente combinadas. Las mismas expresiones valen para los demás tipos de errores.

Magnitudes	Desviación standard
A	σ_A
B	σ_B
$\frac{1}{A}$	$\frac{\sigma_A}{A^2}$
$A \pm B$	$(\sigma_A^2 + \sigma_B^2)^{\frac{1}{2}}$
A^2	$2 \sigma_A \cdot A$
$A^{\frac{1}{2}}$	$\frac{\sigma_A}{2A^{\frac{1}{2}}}$
$A \cdot B$	$(\sigma_A^2 B^2 + \sigma_B^2 A^2)^{\frac{1}{2}}$
A/B	$\frac{A}{B} \left(\frac{\sigma_A^2}{A^2} + \frac{\sigma_B^2}{B^2} \right)^{\frac{1}{2}}$
$\ln A$	$\frac{\sigma_A}{A}$
$\ln (A + B)$	$\frac{(\sigma_A^2 + \sigma_B^2)^{\frac{1}{2}}}{A + B}$
$\ln (A/B)$	$\left(\frac{\sigma_A^2}{A^2} + \frac{\sigma_B^2}{B^2} \right)^{\frac{1}{2}}$
e^A	$\sigma_A \cdot e^A$

El nomograma de la fig.7, permite también determinar el porciento de error que merece confianzas del 90, 95, 99 y 99,9% respectivamente, en función del número total de cuantas acumuladas.

Para realizar el cálculo se traza una recta desde un punto, en la escala de la izquierda, correspondiente al número total de cuentas observadas hasta un punto, en la escala de la derecha, correspondiente a la probabilidad para la cual el límite de error será determinado.

Ejemplo:

Si en una medición se han acumulado 5.000 cuentas, hay una probabilidad del 99,9% de que el error cometido en esa determinación sea menor del 4,6%.

En general interesan determinaciones de actividades, de ahí la importancia de acotar el error cometido al determinar una actividad.

Si designamos la actividad con A

$$A = \frac{B}{t}$$

La desviación standard de la actividad observada será:

$$\sigma_A = \frac{\sigma_B}{t} = \frac{\sqrt{B}}{t} \quad (14)$$

Al deducir esta expresión se supone que no se comete error en la medición del tiempo, de ahí que sea aconsejable en estos casos no realizar mediciones menores de dos minutos.

Un resultado informado así:

$$\frac{B}{t} \pm \frac{\sqrt{B}}{t}$$

significa que si se hace otra medición de t minutos, existe una probabilidad del 68% de que el nuevo valor de actividad obtenido se encuentre entre $\frac{B}{t} \pm \frac{\sqrt{B}}{t}$. En otras palabras un resultado informado así: $\frac{B}{t} \pm \frac{\sqrt{B}}{t}$ merece el 68% de confianza.

Un resultado informado así: $\frac{B}{t} \pm 2 \frac{\sqrt{B}}{t}$ merece el 96% de confianza.

La fig.8 es un nomograma útil para calcular los errores que merecen 90 y 95% de confianza respectivamente, en determinaciones desde una cuenta por minuto hasta 100.000 cuentas por minuto.

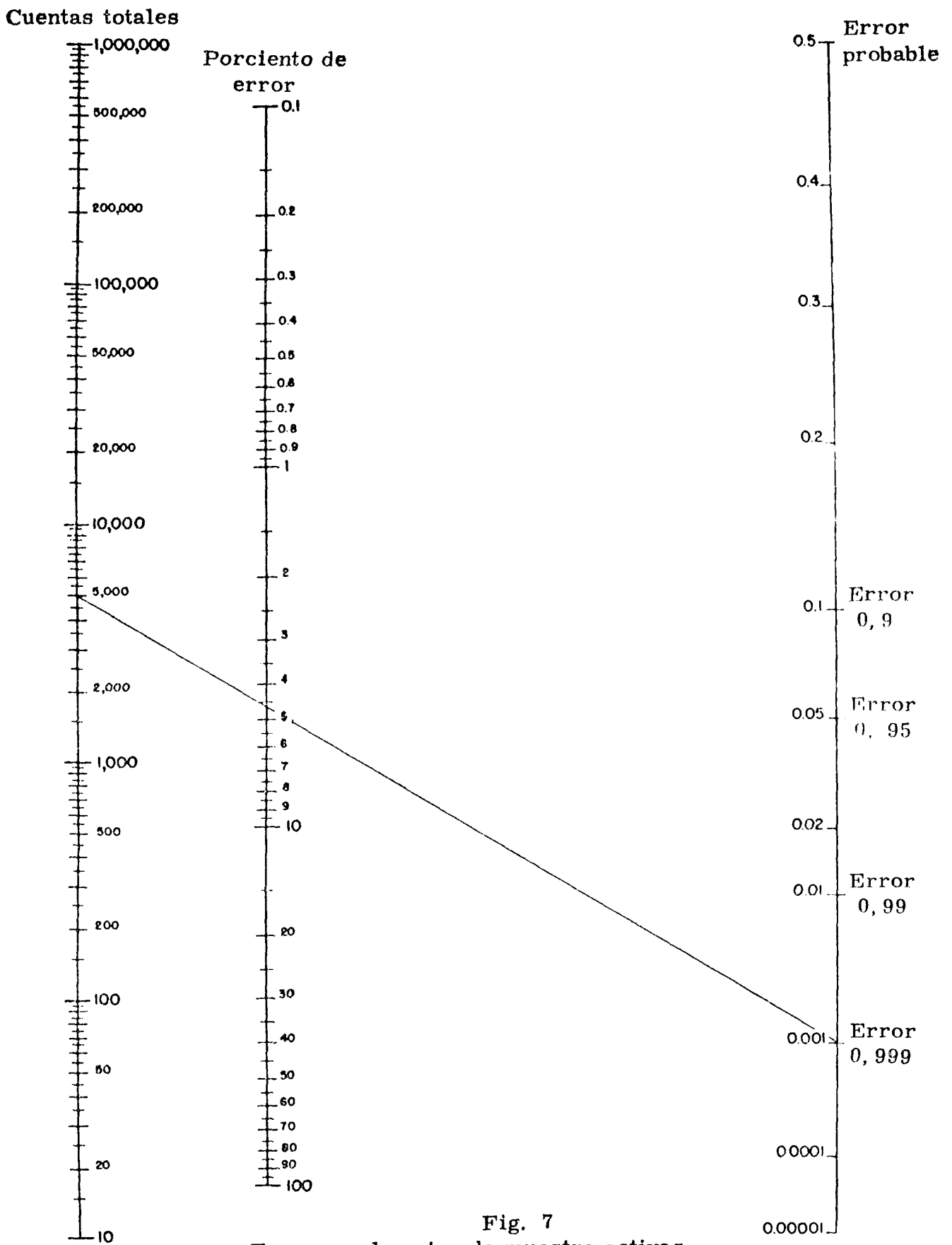


Fig. 7
Error en el conteo de muestra activas

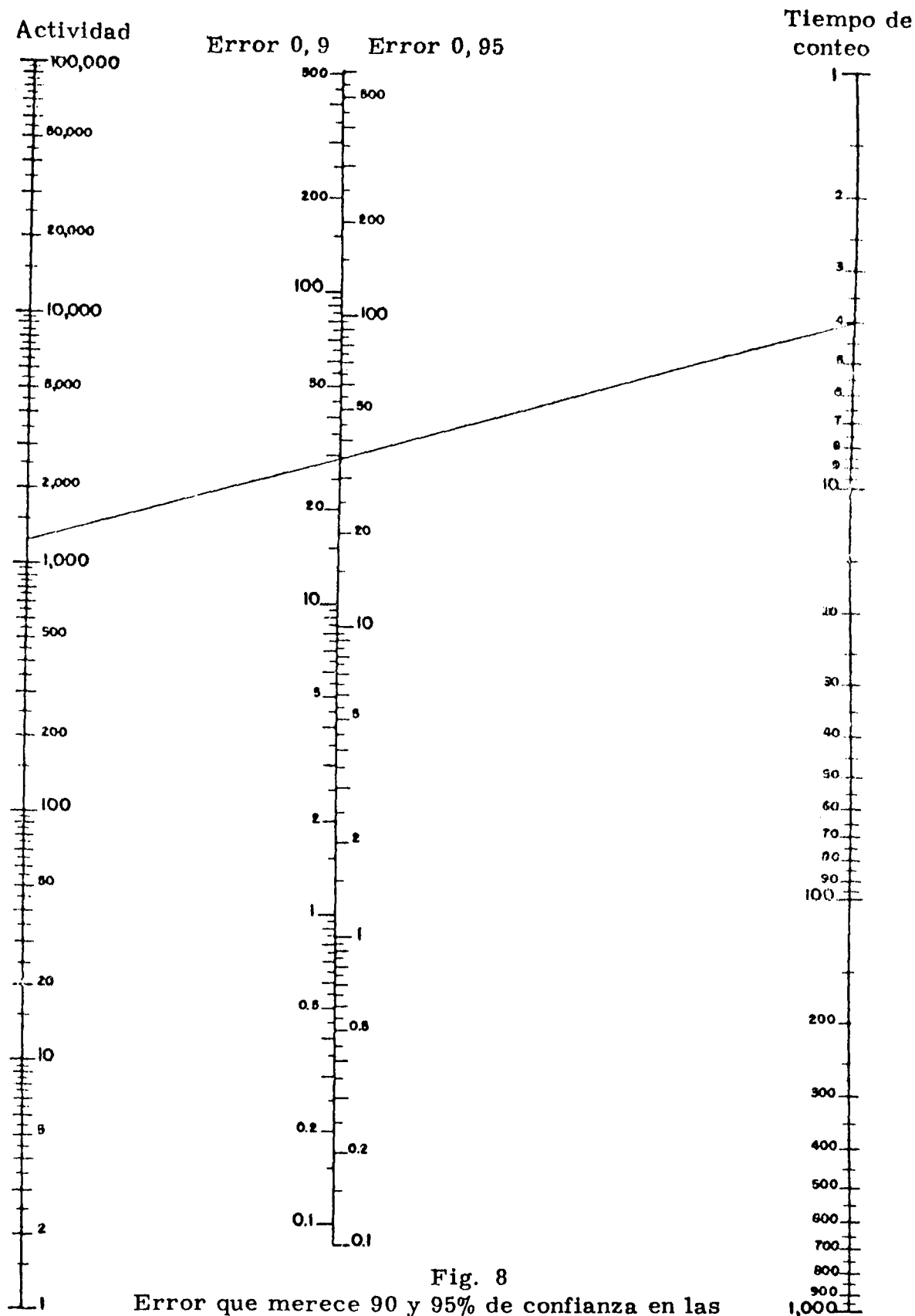


Fig. 8
Error que merece 90 y 95% de confianza en las determinaciones de actividad

El gráfico se utiliza de la manera siguiente: se traza una recta desde un punto, en la escala de la izquierda, correspondiente a la actividad medida, hasta un punto en la escala de la derecha correspondiente al número de minutos durante los cuales la muestra se midió. En el punto donde esta recta corta a las escalas centrales, se leen los errores que merecen un 90 y un 95% de confianza respectivamente.

Así, el error que merece 90% de confianza de una muestra que promedió 1250 cuentas por minuto durante una medición de cuatro minutos, es 29 cuentas por minuto. El error que merece 95% de confianza para ese mismo valor de actividad medida es 35 cuentas por minuto.

"Coeficiente de variación"

Se suele definir un valor que designaremos con V , llamado "coefficiente de variación", y que es el error porcentual correspondiente a la desviación standard.

$$V = 100 \frac{\sigma}{B} = 100 \frac{\sqrt{B}}{B} = \frac{100}{\sqrt{B}} \quad (15)$$

En términos de actividad

$$V = 100 \frac{\sigma_A}{A} = \frac{100}{\sqrt{B}} \quad (16)$$

Tanto de (15) como de (16) se puede calcular el número de cuentas que es necesario acumular para asegurar un coeficiente de variación V

$$\text{De la (15)} \quad B = \frac{10.000}{V^2} \quad (17)$$

La desviación standard de un número de cuentas acumuladas durante un tiempo t , tiene un valor distinto a la desviación standard de la actividad, en cambio el coeficiente de variación tiene en ambos casos el mismo valor.

Designaremos el error porcentual con que se presenta un resultado con P .

Si nos proponemos calcular el número de cuentas que deberán ser acumuladas, no solo se debe fijar la precisión (P), sino también el grado de seguridad de que los límites del error elegido no sean frecuentemente superados en otras observaciones.

Así si se acepta baja reproducibilidad (confianza del 68%) se hará $V = P$

Para una reproducibilidad mediana (confianza del 95%), $V = \frac{P}{2}$

Para alta reproducibilidad (confianza del 99,7%), $V = \frac{P}{3}$

Sustituyendo los valores de V en (17), se puede calcular el número de cuentas que deberán ser acumuladas en cada caso.

$$\text{Baja reproducibilidad} \quad N = \frac{10^4}{p^2} \quad (18)$$

$$\text{Reproducibilidad mediana} \quad N = \frac{4 \cdot 10^4}{p^2} \quad (19)$$

$$\text{Alta reproducibilidad} \quad N = \frac{9 \cdot 10^4}{p^2} \quad (20)$$

No hay una regla estricta para la elección del límite de confianza, por lo tanto queda librado al criterio del técnico.

Es frecuente en trabajos radioquímicos la utilización de un error con mediana reproducibilidad.

Un caso importante es la determinación de la actividad neta de una fuente, lo que se logra por diferencia entre la actividad observada con la fuente y el fondo natural, y la actividad obtenida sin la fuente (fondo).

El fondo presenta fluctuaciones gobernadas por las mismas leyes que la desintegración radiactiva. Así, cuando se acumulan 10 ó más cuentas en una determinación de fondo, se pueden aplicar todas las deducciones precedentes.

Si el número total de cuentas obtenido en presencia de la fuente en un período t_B es B, y el fondo da F cuentas en un período t_F , la actividad neta de la fuente será

$$\text{Actividad neta de la fuente} \quad A_C = A_B - A_F = \frac{B}{t_B} - \frac{F}{t_F}$$

Siendo:

A_B = actividad de la muestra más el fondo (actividad total)

A_F = actividad del fondo

σ_A = desviación standard en la medición de la actividad de la muestra más el fondo

σ_F = desviación standard en la medición de la actividad del fondo

t_B = tiempo que se midió la muestra más el fondo

t_F = tiempo que se midió el fondo

La desviación standard en la determinación de la actividad neta (sin fondo) estará dada por:

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_E^2} \quad (21)$$

$$\sigma_C = \sqrt{\frac{\sigma_B^2}{t_B^2} + \frac{\sigma_F^2}{t_F^2}} \quad (22)$$

$$\sigma_C = \sqrt{\frac{B}{t_B^2} + \frac{F}{t_F^2}} \quad (23)$$

$$\sigma_C = \sqrt{\frac{A_B}{t_B} + \frac{A_F}{t_F}} \quad (24)$$

$$\sigma_C = \sqrt{\frac{A_B^2}{B} + \frac{A_F^2}{F}} \quad (25)$$

Los errores en la determinación de la actividad, $A_C = A_B - A_F$, que merecen 90 y 95% de confianza respectivamente, se pueden calcular rápidamente por medio de nomogramas.

Los de las figuras 9 y 10 permiten determinar los errores en las determinaciones de actividades, en las cuales el fondo es una fracción apreciable de la actividad total.

El gráfico de la figura 9 se utiliza para errores menores que una cuenta por minuto.

El nomograma de la figura 11 permite encontrar los errores para actividades mayores que las que se presentan en los gráficos de las figuras 9 y 10.

Si no fuera posible calcular el error de ciertas determinaciones, utilizando estos gráficos, probablemente el error introducido por el fondo, como se verá más adelante, sea insignificante y pueda ignorarse. En este caso se recurrirá a los nomogramas anteriores (figuras 7 y 8).

Para utilizar los nomogramas de las figuras 9, 10 y 11 se determina:

a) $\frac{A_B}{t_B}$, actividad total dividida por el tiempo que duró la observación.

b) $\frac{A_F}{t_F}$, actividad del fondo dividida por el tiempo de la observación.

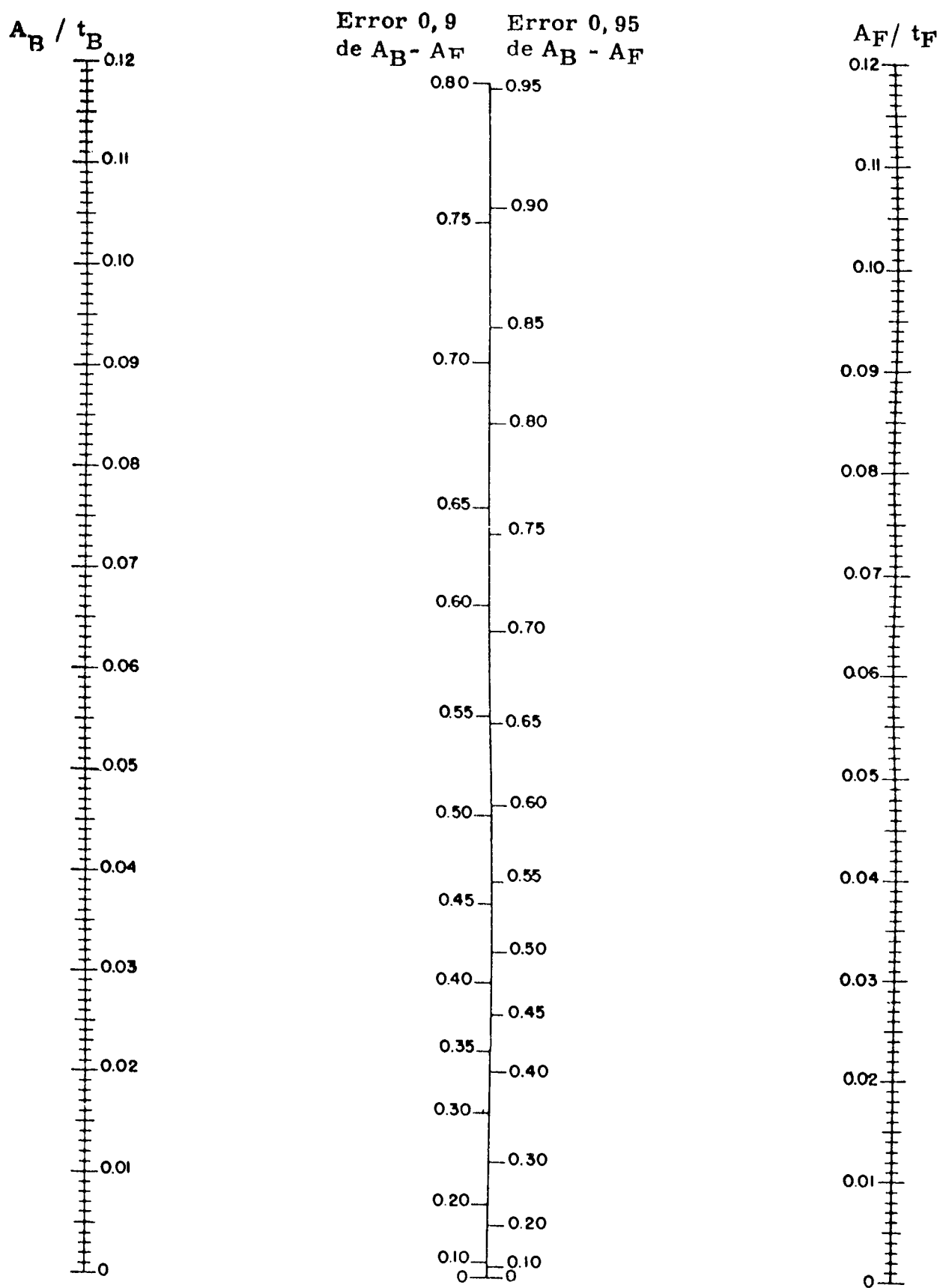


Fig. 9
Error 0,9 y error 0,95 en el conteo de
bajas actividades

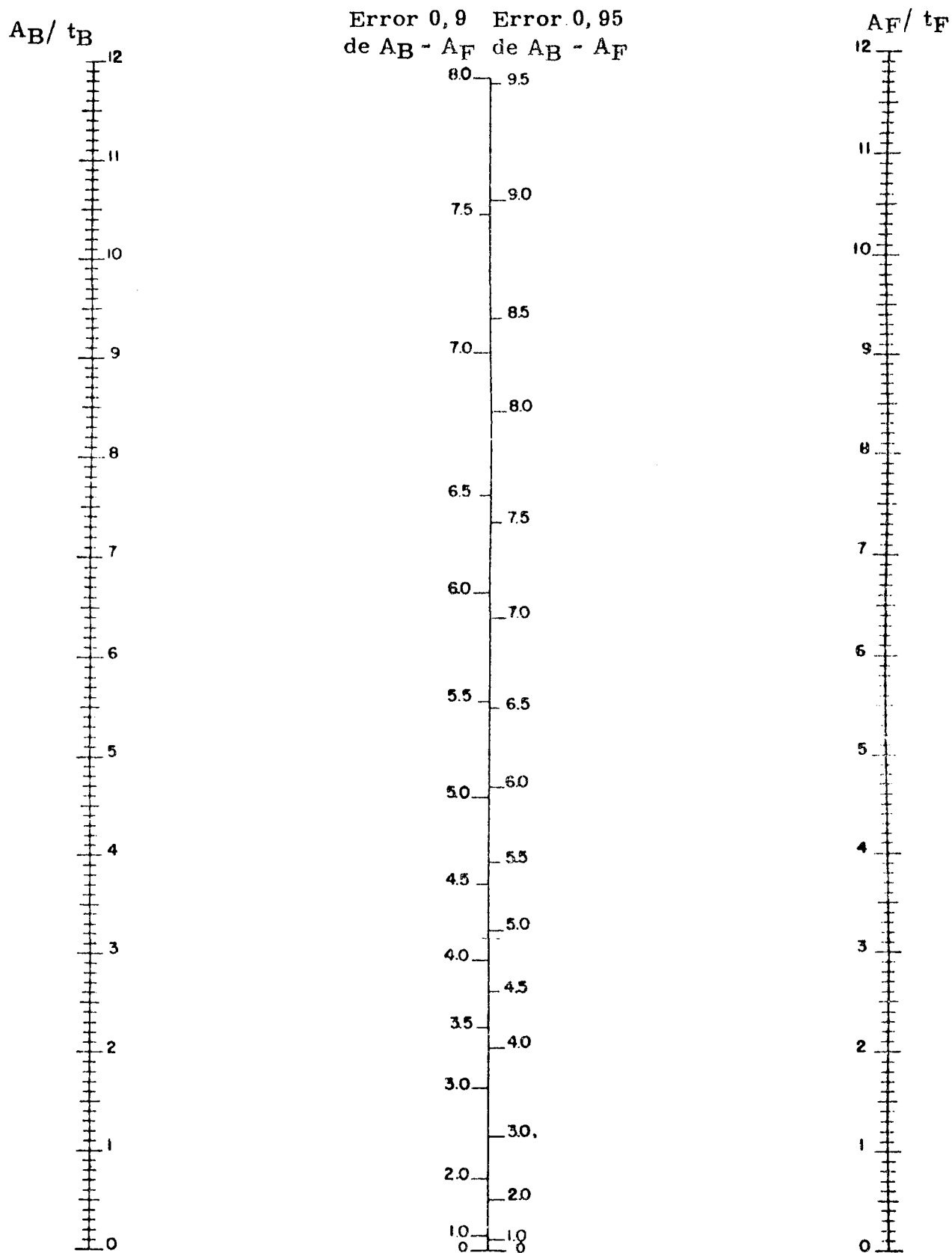
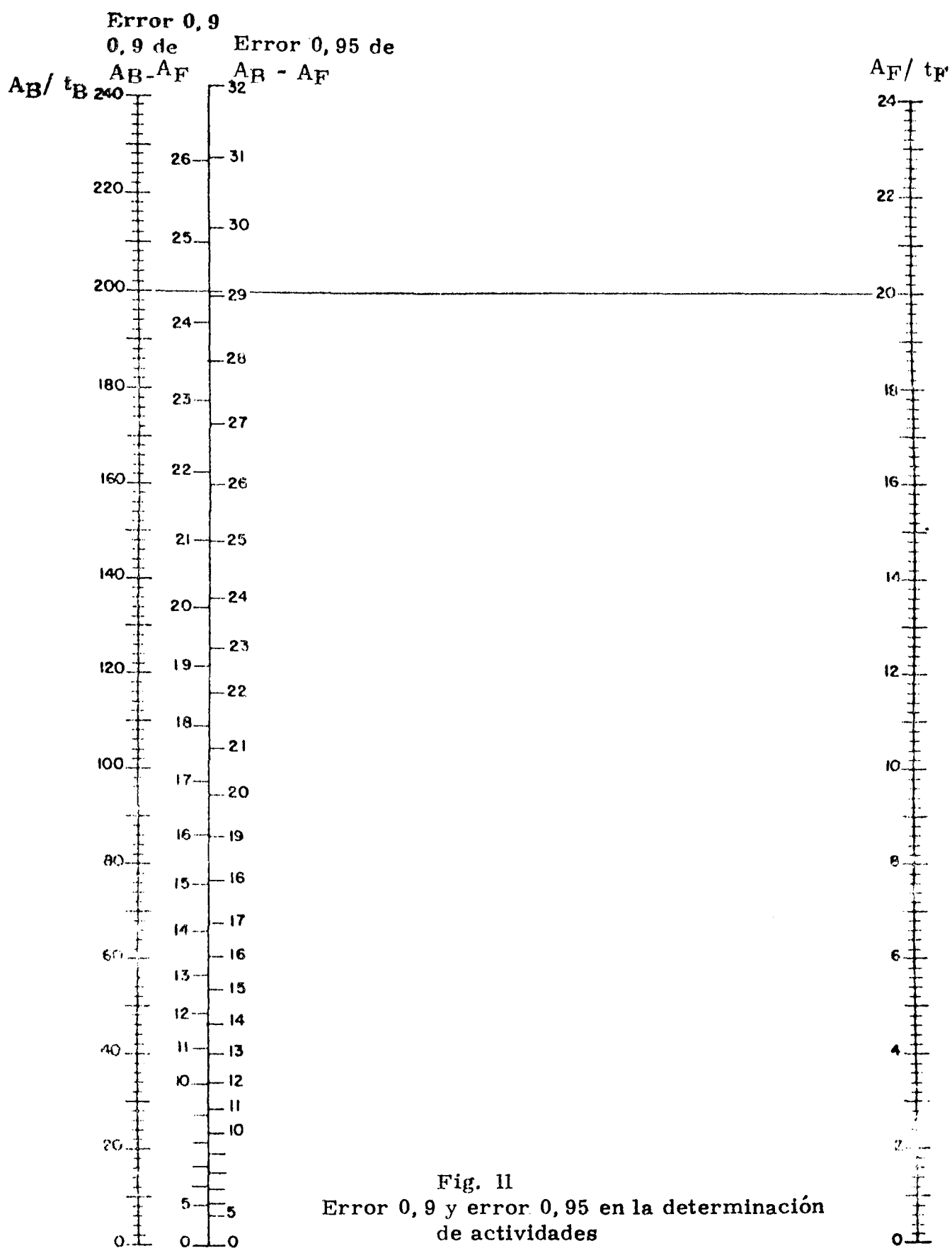


Fig. 10
Error 0,9 y error 0,95 en el conteo de bajas actividades



Luego se traza una recta, desde un punto de la escala de la izquierda (figuras 9, 10 y 11) que corresponda a la relación $\frac{A_B}{t_B}$, hasta el punto en la escala de la derecha que corresponde a la relación $\frac{A_F}{t_F}$. El punto donde esta recta corta a las escalas centrales, corresponderá a los errores de $A_C = A_B - A_F$, que merecen 90 y 95% de confianza.

Ejemplo:

Una muestra se midió durante 10 minutos y promedió 2000 cuentas por minuto. El fondo fué medido durante un minuto y se acumularon 20 cuentas en ese tiempo. Por lo tanto:

$$\frac{A_B}{t_B} = \frac{2000}{10} = 200$$

$$\frac{A_F}{t_F} = \frac{20}{1} = 20$$

Se traza una recta (en el nomograma de la figura 11) desde el valor 200 en la escala de la izquierda, hasta el valor 20 en la escala de la derecha.

Se observa que esta recta corta a la escala central en un punto que corresponde a 29 cuentas por minuto para el error que merece 95% de confianza, y en un punto que corresponde aproximadamente a 24 cuentas por minuto para el error que merece 90% de confianza.

El resultado se puede informar así:

$$2000 - 20 = 1980 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}}$$

$$1980 \pm 29 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}} ; 95\% \text{ de confianza}$$

$$1980 \pm 24 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}} ; 90\% \text{ de confianza}$$

En la figura 12 se presenta un nomograma que facilita el cálculo de cualquier error hasta 50 cuentas por minuto para distintos grados de confianza. Así se puede determinar el error probable, la desviación standard, el error que merece 90% de confianza y otros errores frecuentemente utilizados.

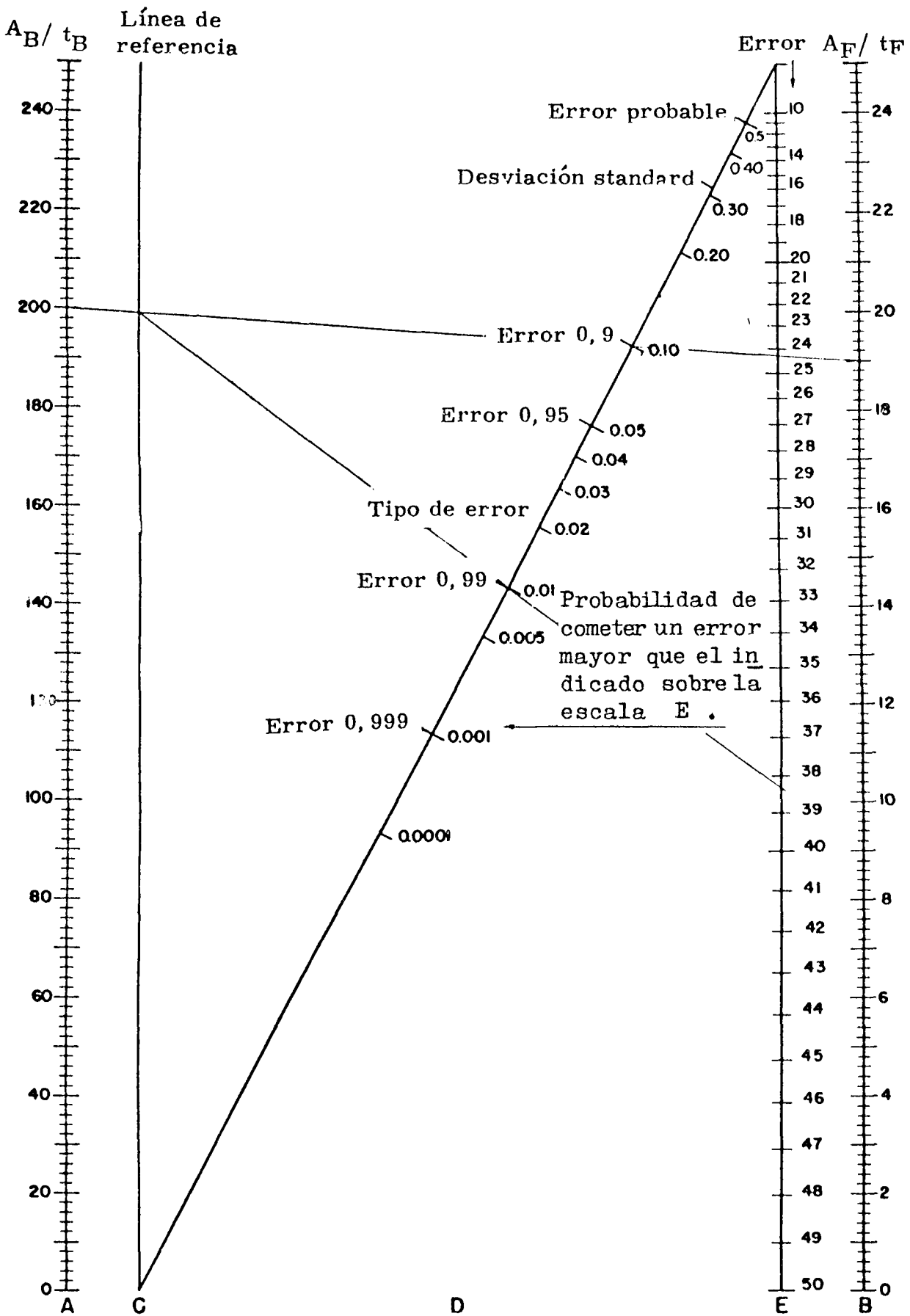


Fig. 12
Error en la determinación de una actividad

Para emplear el gráfico se procede así:

Se traza una recta desde la escala A, a partir de un punto que corresponda a la relación $\frac{A_B}{t_B}$, hasta un punto en la escala B, que corresponda a la relación $\frac{A_F}{t_F}$.

Esta recta cortará a la línea de referencia C en un punto.

Desde este punto se traza otra recta que pase por el tipo de error elegido sobre la escala diagonal D.

Esta última recta cortará a la escala E, en un punto que corresponderá al límite de error para la confianza buscada.

Ejemplo:

Una muestra se midió 10 minutos, y durante ese tiempo promedió 2000 cuentas por minuto. El fondo fué contado durante un minuto, obteniéndose 19 cuentas.

Se desea saber cuál es el error en esta determinación que merece un 99% de confianza.

Se traza una recta, en el nomograma de la figura 12, que parta del punto $\frac{2000}{10} = 200$ en la escala A y pase por el punto $\frac{19}{1} = 19$ en la escala B. Esta recta determina un nuevo punto en su intersección con la línea de referencia C. A partir de esta intersección se traza una nueva recta que pase por el punto que corresponde al error 0.99 sobre la escala diagonal D. El punto donde la recta corta la escala E, indica el error $\left[38 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}} \right]$ que merece 99% de confianza.

El resultado se informará: $2000 - 19 = 1981$

$$1981 \pm 38 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}} \text{ (99\% de confianza)}$$

En lo que antecede se ha expuesto utilizando nomogramas, la manera de calcular el error que se comete al determinar una actividad neta, conociendo el número de cuentas acumuladas y el tiempo empleado.

Es obvio que no se disminuirá prácticamente el error total (σ_C) si se mide el fondo con muy buena estadística, mientras la fuente sea observada con pobre estadística.

De ahí que se tratará de dar una expresión que nos indique el número de cuentas que habrá que acumular en las mediciones de fondo y de la fuente, a fin de lograr un error determinado con una confianza dada.

Ha sido llevada a cabo por Loevinger y Berman una solución rigurosa del problema, sin embargo se puede utilizar con éxito una aproximación.

La aproximación más simple se obtendría suponiendo que se desea obtener:

$$\sigma_A = \sigma_B \quad (26)$$

reemplazando la igualdad (26) en la expresión (21)

$$\sigma_C^2 = 2 \sigma_A^2 \quad (27)$$

$$\sigma_C^2 = 2 \sigma_E^2 \quad (28)$$

y sustituyendo en la (25), la (27) y la (28)

$$\sigma_C^2 = 2 \frac{A_B^2}{B} \quad (29)$$

$$\sigma_C^2 = 2 \frac{A_F^2}{F} \quad (30)$$

de aquí podemos deducir el número de cuentas a acumular

$$B = 2 \frac{A_B^2}{\sigma_C^2} \quad (31)$$

$$F = 2 \frac{A_F^2}{\sigma_C^2} \quad (32)$$

Hay que tener en cuenta que tanto A_B como A_F se conocen en forma aproximada y de ahí que fuera más correcto escribir la (31) y (32) así:

$$B = 2 \frac{A'_B{}^2}{\sigma_C^2} \quad (33)$$

$$F = 2 \frac{A'_F{}^2}{\sigma_C^2} \quad (34)$$

Siendo A'_B y A'_F los valores de actividades determinados en una observación de tiempo muy corto de la fuente y del fondo respectivamente.

El valor de σ_C se reemplaza en (33) y (34) teniendo en cuenta el valor de V elegido, así de acuerdo a (16)

$$\sigma_C = \frac{V_C \cdot A_C}{100} \quad (35)$$

A_C se conoce aproximadamente de

$$A_C = A'_B - A'_F \quad (36)$$

Por lo tanto

$$B = 2 \cdot 10^4 \left[\frac{A'_B}{V_C (A'_B - A'_F)} \right]^2 \quad (37)$$

$$F = 2 \cdot 10^4 \left[\frac{A'_F}{V_C (A'_B - A'_F)} \right]^2 \quad (38)$$

El tiempo que deberá ser medida la fuente será:

$$t_B = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot A'_B}{[V (A'_B - A'_F)]^2} \quad (39)$$

y el fondo será medido un tiempo dado por:

$$t_F = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot A'_F}{[V (A'_B - A'_F)]^2} \quad (40)$$

Finalmente, al calcular el coeficiente de variación, hay que tener en cuenta los valores A'_B y A'_F más exactos que A_B y A_F .

Si el fondo es muy bajo respecto a la actividad de la fuente, puede no tenerse en cuenta el error que su medición introduce.

La decisión de si se puede o nó descartar el error introducido por el fondo queda a criterio del técnico y del tiempo de que dispone para la observación.

Para medidas muy precisas se puede sentar que el error introducido por el fondo puede ser eliminado, si este no excede $\frac{1}{10}$ del coeficiente de variancia que se fijó, calculado sobre la actividad de la fuente sin restar el fondo.

$$A_F \leq \frac{1}{10} \cdot \frac{A_B \cdot V}{100} \quad (41)$$

Cuando se requiere menos exactitud se puede descartar en los casos siguientes:

$$A_F \leq \frac{1}{5} \cdot \frac{A_B \cdot V}{100} \quad (42)$$

$$A_F \leq \frac{1}{3} \cdot \frac{A_B \cdot V}{100} \quad (43)$$

En algunos casos en que no se dispone de mucho tiempo puede llegarse a descartar aún cuando:

$$A_F \leq 2 \cdot \frac{A_B \cdot V}{100} \quad (44)$$

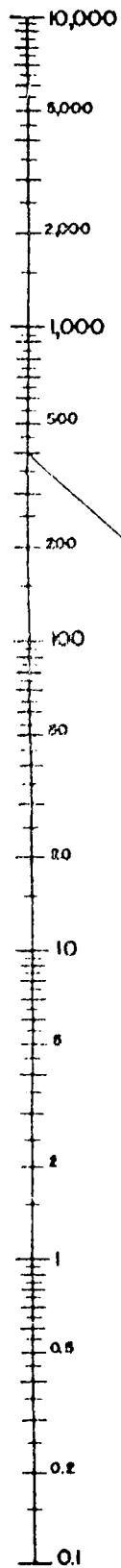
El descartar el error introducido por el fondo, permite simplificar mucho los cálculos puesto que en ese caso el número de cuentas a observar se calcula según (17).

En el caso de que se disponga de un tiempo fijo para medir el fondo y la fuente, hay una expresión que permite distribuir el tiempo de manera de obtener el mínimo de error para ese tiempo total:

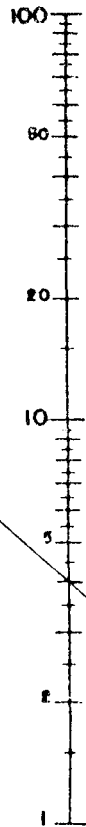
$$\frac{t_B}{t_F} = \sqrt{\frac{A_B}{A_F}} \quad (41)$$

La fig.13 presenta un nomograma que permite determinar fácilmente esa relación.

Actividad de
la muestra



t_B / t_F



Actividad
del
fondo

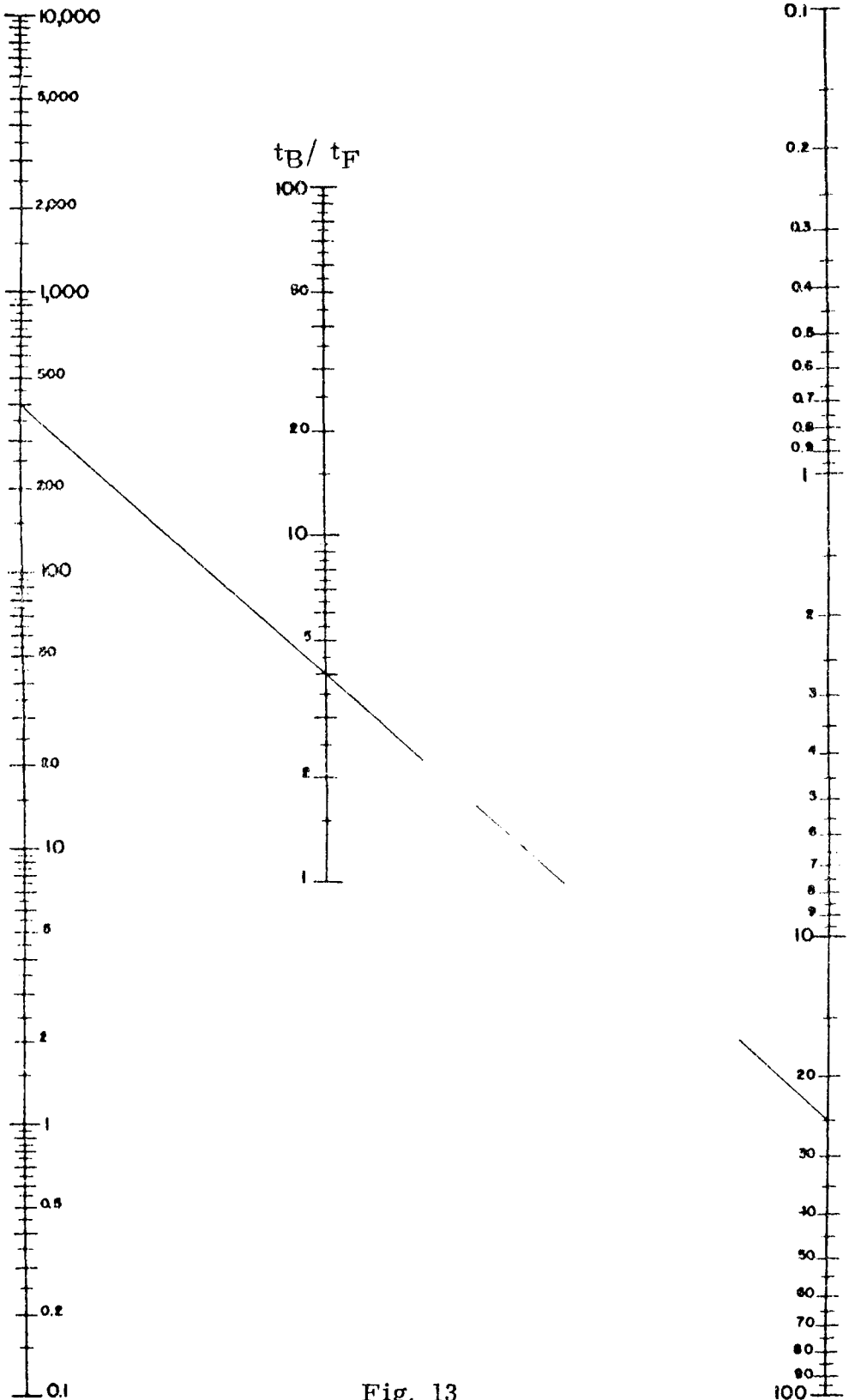
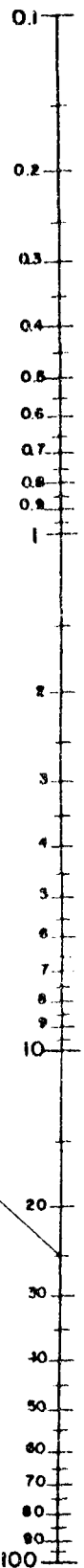


Fig. 13

Nomograma indicando la más eficiente distribución
del tiempo de medición de la muestra y del fondo

t_B : tiempo durante el cual se midió la muestra

t_F : tiempo durante el cual se midió el fondo

Se dará un ejemplo:

La actividad aproximada de una fuente incluyendo el fondo es de 400 $\frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}}$, y el fondo es de alrededor de 25 cuentas/minuto.

Si se desea saber qué relación debe haber entre el tiempo de medición de la fuente y el tiempo de observación del fondo se procede así:

Se traza una recta (nomograma de la figura 13) desde un punto de la escala izquierda correspondiente a la actividad de la muestra, y que llegue a un punto de la escala de la derecha correspondiente a la actividad del fondo, el punto donde esta recta corta la escala central nos da la relación $\frac{t_B}{t_F}$, en este caso $\frac{t_B}{t_F} = 4$, la muestra debe ser medida un tiempo cuatro veces mayor que lo que se medirá el fondo.

Si se quieren conocer los valores t_B y t_F , conociendo el tiempo de que se dispone, bastará con resolver un sistema de dos ecuaciones

$$\frac{t_B^2}{t_F^2} - \frac{A_B}{A_F} = 0 \quad (42)$$

$$t_B + t_F - t_t = 0 \quad (43)$$

Siendo:

A_B : actividad de la fuente sin haber descontado el fondo

A_F : actividad del fondo

t_B : tiempo que debe medirse la fuente

t_F : tiempo que debe medirse el fondo

t_t : tiempo total de que se dispone

Así en el ejemplo anterior, si se dispone de 30 minutos, la fuente debe ser medida 24 minutos y el fondo 6 minutos. Si se dispusiera de 50 minutos, la fuente debiera ser medida 40 minutos y el fondo 10 minutos.

Significado de la Diferencia de dos Medios.

Sucede frecuentemente que las fluctuaciones estadísticas del fondo de un detector, son comparables al valor promedio de la actividad de algunas fuentes de baja actividad. En esos casos, hay que tener cuidado de interpretar los resultados de las mediciones, a la luz de las pruebas standard del "significado de la diferencia de dos medios"

Supongamos que m_1 y m_2 sean las "actividades medias exactas" de dos poblaciones independientes de datos normalmente distribuidos, mientras que $(\bar{x}_1 \pm \sigma \bar{x}_1)$ y $(\bar{x}_2 \pm \sigma \bar{x}_2)$ son los valores medios medidos de las dos

poblaciones, donde cada valor se obtuvo de suficientes observaciones, o de un período de conteo suficientemente grande, de manera que la incertidumbre en los valores $\bar{x}_1$ y $\bar{x}_2$ es pequeña. Nuestra mejor estimación de los dos "valores medios exactos" será:

$$m_1 - m_2 \simeq (\bar{x}_1 \pm \sigma_{\bar{x}_1}) - (\bar{x}_2 \pm \sigma_{\bar{x}_2}) = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm \sqrt{\sigma_{\bar{x}_1}^2 + \sigma_{\bar{x}_2}^2}$$

Se puede demostrar que los valores de $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ están normalmente distribuidos alrededor del valor "medio exacto" $(m_1 - m_2)$ con una desviación standard de:

$$\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{\sigma_{\bar{x}_1}^2 + \sigma_{\bar{x}_2}^2}$$

Si el "valor medio exacto" es $(m_1 - m_2) = 0$, hay un 5% de probabilidad que el valor medio absoluto observado $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ sea mayor que

$$2\sqrt{\sigma_{\bar{x}_1}^2 + \sigma_{\bar{x}_2}^2}$$

Es costumbre, desde luego arbitraria, en la teoría de errores descartar cualquier hipótesis que cae por debajo de un "nivel significativo" del 5%. Así la hipótesis que se está poniendo a prueba será descartada, si ella predice que los valores obtenidos son tan poco frecuentes que solo se dan en menos del 5% de los casos.

De acuerdo a esto, si se observara que la diferencia entre dos medios es de por lo menos $2\sqrt{\sigma_{\bar{x}_1}^2 + \sigma_{\bar{x}_2}^2}$ se consideraría esta diferencia significativa y descartaría la hipótesis de que ambos "valores medios exactos" son idénticos.

Trataremos de aclarar con un ejemplo:

Una muestra fué medida durante 64 minutos y promedió una actividad de 3,20 cuentas/minuto. El fondo fué medido durante 58 minutos y promedió 2,60 cuentas/minuto. Utilizando el nomograma de la figura 9, se encuentra que el error que merece un 95% de confianza es de 0,604 cuentas/minuto. Por lo tanto aunque la diferencia de los "medios exactos" (actividad de la fuente más el fondo, por un lado, y el fondo por otro) fuera 0, la diferencia de los valores medidos

$(A_B = x_1 \text{ y } A_F = x_2)$ en pruebas repetidas se distribuirían alrededor de 0 y en 95% de las pruebas estas diferencias caerían entre $0 \pm 0,604$.

Como en la observación realizada $A_B - A_F = A_C = 0,6$ cuentas/minuto, los dos medios deben considerarse idénticos, y concluir que la muestra no es radiactiva.

Otro ejemplo:

El fondo de un detector, determinado en una hora de observación, es de 90 cuentas/minuto. Una muestra, que se supone radiactiva, se coloca cerca del detector y se mide durante 20 minutos, acumulándose durante ese tiempo 2000 cuentas.

Se calculará el error que merece un 95% de confianza, utilizando el nomograma de la figura 11.

$$A_B = \frac{2000}{20} = 100 \text{ cuentas/minuto}$$

$$A_F = \frac{90 \text{ cuentas}}{\text{minuto}}$$

$$\frac{A_B}{t_B} = \frac{100}{20} = 5; \quad \frac{A_F}{t_F} = \frac{90}{60} = 1,5$$

El error que merece un 95% de confianza es de ± 5 cuentas/minuto. Por lo tanto, aunque la muestra fuera inactiva, en 95% de pruebas se obtendrían valores de ± 5 . El resultado obtenido es:

$$A_C = A_B - A_F = 100 - 90 = 10 \text{ cuentas/minuto}$$

Solamente hay una probabilidad menor del 3%, que siendo la muestra inactiva de en una observación 10 cuentas/minuto, por lo tanto de acuerdo a esa observación la muestra es radiactiva.

Criterio de Chauvenet, para exclusión de datos.

Cuando se realizan sucesivas medidas de una fuente activa, pueden presentarse una o más observaciones que se desvían mucho del valor promedio. Si el número de observaciones es grande no influye mucho en la media aritmética, pero si el número de determinaciones es pequeño puede introducir un error apreciable.

Por lo tanto, se tendrá que seguir algún criterio para decidir si esas observaciones alejadas del promedio deben ser eliminadas o no. Uno de esos criterios es el de Chauvenet, que establece que una observación será descartada si la probabilidad de que ella se presente es igual o menor que $\frac{1}{2n}$, siendo n el número de observaciones.

Por simplicidad, estos límites se dan en la Tabla II, en términos de la relación de la desviación ($x - \bar{x}$) a la desviación standard de una observación (σ).

n	p	n	p	n	p	n	p	n	p
2	1,15	7	1,80	15	2,13	40	2,50	250	3,09
3	1,38	8	1,86	20	2,24	50	2,58	300	3,14
4	1,54	9	1,91	25	2,33	75	2,71	400	3,23
5	1,65	10	1,96	30	2,40	100	2,81	500	3,29
6	1,73	12	2,04	35	2,45	200	3,02	1000	3,48

siendo:

n = número de observaciones

$$p = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

Para utilizar la tabla se procede así:

- Hallar la media aritmética de la serie de mediciones ($\bar{x}$), y la desviación standard de una observación (σ).
- Determinar la relación $\frac{(x - \bar{x})}{\sigma}$ para las observaciones sospechosas.
- Observar en la tabla el valor límite (p) para el número de observaciones realizadas (n).
- Si la relación $\frac{x - \bar{x}}{\sigma}$ es mayor que el valor p encontrado en la tabla, la observación debe ser eliminada.

Ejemplo:

Se hicieron cinco determinaciones, de dos minutos cada una, de la actividad de una fuente obteniéndose los siguientes valores:

$$2046 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}} ; 2105 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}} ; 2011 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}} ; 2072 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}} ; 2016 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}}$$

La media aritmética ($\bar{x}$) es: $2050 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}}$

La desviación de una observación (σ).

$$\sqrt{\frac{2050}{2}} = 32 \frac{\text{cuentas}}{\text{minuto}}$$

La observación que más se aparta del promedio es 2105

$$\text{La relación } \left(\frac{x - \bar{x}}{\sigma} \right) : \frac{2105 - 2050}{32} = 1,72$$

Para cinco determinaciones el valor tabulado es 1,65. Teniendo en cuenta que este es menor que el calculado para la observación $x = 2105$, esta debe ser eliminada y el valor que más se acerca al "medio exacto" es 2036.

PRUEBA DEL CHI-CUADRADO

Se ha observado que muchas magnitudes, como la desviación y el error standard, tienen una expresión determinada, si la distribución de los valores obtenidos en una experiencia cumple la ley de Poisson. Por lo tanto, lo primero que se debe comprobar antes de utilizar estas expresiones es que las observaciones cumplen la ley de Poisson, para ello se suele realizar la llamada "prueba del Chi-Cuadrado".

En radioquímica se suele utilizar la "prueba del Chi-Cuadrado" para comprobar el buen funcionamiento de un equipo. Se sabe que la ley de desintegración radiactiva responde a la distribución de Poisson, por lo tanto un valor satisfactorio del Chi-Cuadrado indicaría que el equipo está funcionando correctamente.

Dentro de la distribución de Poisson, el Chi-Cuadrado queda definido así:

$$\chi^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}} \quad (44)$$

Siendo:

$x_1, x_2, \dots, x_i$, los valores obtenidos en las distintas observaciones; $\bar{x}$, la media aritmética.

La distribución del "Chi-Cuadrado" se conoce. En la Tabla III se indican valores del "Chi-Cuadrado". Como se observa, estos valores dependen del número de observaciones, pero no del tiempo de medición. Según la tabla III para una serie de cinco observaciones hay un 50% de probabilidad de que el valor del "Chi-Cuadrado" sea igual o mayor que 3,357; la probabilidad de que el "Chi-Cuadrado" sea igual o mayor que 7,779 es solamente 10% y hay solamente una probabilidad del 1% de que sea igual o mayor que 13,277.

Una probabilidad de 0,1 ó mayor se considera aceptable. Por otro lado, valores de probabilidades iguales o mayores que 0,9, indicarían que la dispersión de datos es menor que la prevista por la distribución de Poisson.

Para emplear la tabla se procede así:

- a) Se calcula la media aritmética ($\bar{x}$) de las observaciones
- b) Se determina el valor de χ^2 , según (44)

- c) Teniendo en cuenta el número de observaciones (n) se halla (n - 1).
- d) Con los valores del χ^2 y los grados de libertad (n - 1), se busca en la tabla la probabilidad que hay de obtener ese valor del χ^2 . Si esta probabilidad está dentro de los valores 0,1 a 0,9, la distribución cumple la ley de Poisson, y el equipo se considera que funciona correctamente.

TABLA III

Grados de Libertad* (N - 1)	Hay una probabilidad de						
	0,99	0,95	0,90	0,50	0,10	0,05	0,01
	que el valor del Chi-Cuadrado calculado sea igual ó mayor que						
2	0.020	0.103	0.211	1.386	4.605	5.991	9.210
3	0.115	0.352	0.584	2.366	6.251	7.815	11.345
4	0.297	0.711	1.064	3.357	7.779	9.488	13.277
5	0.554	1.145	1.610	4.351	9.236	11.070	15.086
6	0.872	1.635	2.204	5.348	10.645	12.592	16.812
7	1.239	2.167	2.833	6.346	12.017	14.067	18.475
8	1.646	2.733	3.490	7.344	13.362	15.507	20.090
9	2.088	3.325	4.168	8.343	14.684	16.919	21.666
10	2.558	3.940	4.865	9.342	15.987	18.307	23.209
11	3.053	4.575	5.578	10.341	17.275	19.675	24.725
12	3.571	5.226	6.304	11.340	18.549	21.026	26.217
13	4.107	5.892	7.042	12.340	19.812	22.362	27.688
14	4.660	6.571	7.790	13.339	21.064	23.685	29.141
15	5.229	7.261	8.547	14.339	22.307	24.996	30.578
16	5.812	7.962	9.312	15.338	23.542	26.296	32.000
17	6.408	8.672	10.085	16.338	24.769	27.587	33.409
18	7.015	9.390	10.865	17.338	25.989	28.869	34.805
19	7.633	10.117	11.651	18.338	27.204	30.144	36.191
20	8.260	10.851	12.443	19.337	28.412	31.410	37.566
21	8.897	11.591	13.210	20.337	29.615	32.671	38.932
22	9.542	12.338	14.041	21.337	30.813	33.924	40.289
23	10.196	13.091	14.848	22.337	32.007	35.172	41.638
24	10.856	13.848	15.659	23.337	33.196	36.415	42.980
25	11.524	14.611	16.473	24.337	34.382	37.682	44.314
26	12.198	15.379	17.292	25.336	35.563	38.885	45.642
27	12.879	16.151	18.114	26.336	36.741	40.113	46.963
28	13.565	16.928	18.939	27.336	37.916	41.337	48.278
29	14.256	17.708	19.768	28.336	39.087	42.557	49.588

* El número de grados de libertad es en una unidad menor que el número de observaciones.

OBRAS CONSULTADAS

1. EVANS, O. Robley - "The Atomic Nucleus" McGraw - Hill Book Company, Inc. - 1955.
2. CHASE, Grafton D.; RABINOWITZ, Joseph L.-"Principles of Radioisotopes Methodology" - Burgess Publishing Company Minneapolis 15, Minnesota - 1962.
3. JARRET, Alan A. - "Statistical Methods used in the measurement of radioactivity with some useful graphs and nomographs" AECU - 262, Oak-Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee, 1961.
4. QUIMBY, Edith H. y FEITELBERG, Sergei - "Radioactive Isotopes in Medicine and Biology" "Basic Physics and Instrumentation" - Segunda edición - Lea y Febiger - Filadelfia 1963.-