

EL METODO DE LA MATRIZ DE RESPUESTA PARA LA REPRESENTACION DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO EN LOS CODIGOS DE DIFUSION TRIDIMENSIONALES.

C. GRANT

Dto. de Reactores Nucleares - CNEA.

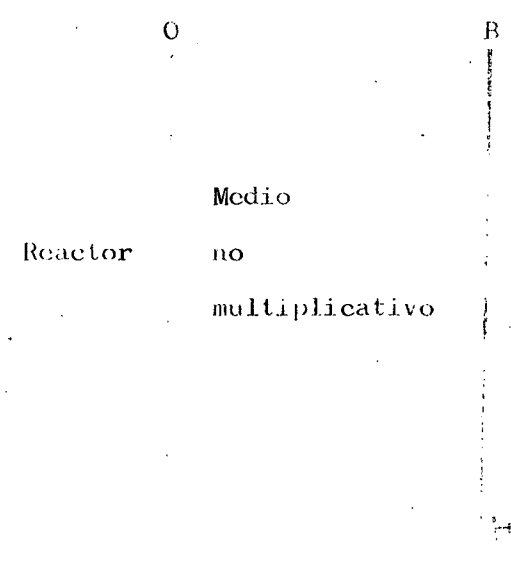
Para la representacion de un reactor en su simulación tridimensional puede ser necesaria una considerable cantidad de memoria y tiempo de procesamiento para considerar regiones cuyas propiedades nucleares y geométricas son invariantes, tales como reflectores, columnas de agua, etc.

A fin de evitar la representación explícita de estas zonas se desarrolló un método que consiste en expresar las corrientes netas en el borde de la parte calculada del reactor como función del flujo en todos los grupos mediante una matriz de la forma más adecuada para la teoría de difusión:

$$J_i = \sum_{j=1}^G h_{ij} \phi_j \tag{1}$$

donde la matriz $H = [h_{ij}]$ es la denominada matriz de respuesta del borde a tratar.

Supongamos, para una sola dimensión, que tenemos la matriz de respuesta en el borde B de la figura y deseamos calcularla en el borde O. Este



caso es muy común en los cálculos de reactores, por ejemplo, si en B se impone la condición de corrientes entrantes nulas, en cuyo caso es

$$H_B = \begin{bmatrix} -\alpha & & 0 \\ & -\alpha & \\ 0 & & \ddots \\ & & & -\alpha \end{bmatrix}$$

con $\alpha = 0.46922$

Si D_g son los coeficientes de difusión del medio no multiplicativo, Σ_{ij} las secciones eficaces de dispersión del grupo i al j , Σ_{ii} las secciones eficaces de absorción y $\Sigma = \Sigma_T + \Sigma_A + \Sigma_{sc}$, definiendo las matrices:

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & D_G \end{bmatrix} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{T1} & -\Sigma_{21} & \dots & -\Sigma_{G1} \\ -\Sigma_{12} & \Sigma_{T2} & \dots & -\Sigma_{G2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\Sigma_{1G} & -\Sigma_{2G} & \dots & \Sigma_{TG} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ \vdots \\ J_G \end{bmatrix} \quad \phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \vdots \\ \phi_G \end{bmatrix} \quad J_B = \frac{1}{4\pi} \oint_B \phi_B$$

$R \equiv$ borde B

se cumple en el medio en cuestión la relación:

$$\nabla^2 \phi = D^{-1} \Sigma \phi = S \phi \quad \text{con } S = D^{-1} \Sigma \quad (2)$$

Si se diagonaliza la matriz S , dando los autovalores w_i^2 ($i = 1, \dots, G$) con una matriz de transformación T resulta ser:

$$\psi = T^{-1} \phi \quad \nabla^2 \psi = w^2 \psi \quad \text{con } W = \begin{bmatrix} w_1^2 & & 0 \\ & w_2^2 & \\ 0 & & w_G^2 \end{bmatrix}$$

o sea

$$\nabla^2 \psi_g = w_g^2 \psi_g \quad (3)$$

donde la solución puede expresarse en la forma:

$$\psi_g = A_g V_A(w_g x) + B_g V_B(w_g x) \quad (4)$$

siendo V_A y V_B dos soluciones linealmente independientes de la (3). Para geometría plana se adopta

$$V_{Ag}(wx) = e^{-wx} \quad V_{Bg}(wx) = e^{wx} \quad (5)$$

y para geometría cilíndrica

$$\begin{aligned} V_{Ag}(wx) &= C_{AKg} K_0(wx) + C_{A Ig} I_0(wx) \\ V_{Bg}(wx) &= C_{BKg} K_0(wx) + C_{B Ig} I_0(wx) \end{aligned} \quad (6)$$

Eligiendo C_{AKg} , $C_{A Ig}$, C_{BKg} y $C_{B Ig}$ de tal modo que sea

$$V_{Ag}(0) = V_{Bg}(0) = V'_{Bg}(0) = 1 \quad V'_{Ag}(0) = -1 \quad (7)$$

lo que ya se cumple en las (5) para la geometría cartesiana. Si definimos las matrices

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_G \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_G \end{bmatrix} \quad K_A(wx) = \begin{bmatrix} V_{A1}(w_1x) & & & 0 \\ & V_{A2}(w_2x) & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & V_{AG}(w_Gx) \end{bmatrix} \\ K_B(wx) &= \begin{bmatrix} V_{B1}(w_1x) & & & 0 \\ & V_{B2}(w_2x) & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & V_{BG}(w_Gx) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

de la (4) se puede escribir:

$$\begin{aligned} \psi &= K_A(wx) A + K_B(wx) B \\ \nabla \psi &= w K'_A(wx) A + w K'_B(wx) B \end{aligned} \quad (8)$$

En el borde B tenemos:

$$\psi_B = K_A(w x_B) A + K_B(w x_B) B$$

(9)

$$\nabla \psi_B = w K'_A(w x_B) A + K'_B(w x_B) B$$

las que combinadas con la expresión $J_B = H_B \phi_B$, $J_B = -D \nabla \phi_B$ y

$$\psi_B = T^{-1} \phi_B \quad \text{resulta:}$$

$$B = -MA \quad (10)$$

$$\text{con} \quad \begin{cases} U = T^{-1} H_B^{-1} D T W \\ M = (K_B + U K'_B)^{-1} (K_A + U K'_A) \end{cases} \quad (11)$$

En el borde O tenemos:

$$\begin{aligned} \psi_O &= A + B \\ \nabla \psi_O &= w(-A+B) \end{aligned} \quad (12)$$

teniendo en cuenta las relaciones (7).

Si combinamos ahora las (12), la (10) y las relaciones $J_O = -D \nabla \phi_O$ $J_O = H_O \phi_O$ y $\psi_O = T^{-1} \phi_O$ resulta:

$$H_O = D T W (I + M) (I - M)^{-1} T^{-1} \quad (13)$$

Esta relación, junto con las (11), nos permite hallar la matriz de respuesta en el borde O dada dicha matriz en el borde B .

Resultados obtenidos:

Se ha desarrollado el programa "BORDE" para calcular las matrices de respuesta. Al aplicar el método aquí explicado no se tienen en cuenta las fugas en

las direcciones no consideradas en el cálculo unidimensional, lo que se puede considerar con términos de buckling para emplearlos en cálculos tridimensionales. Se hicieron experimentos numéricos representando el reflector explícitamente y con matriz de respuesta con el código PUMA y se observó que para reactores del tipo RA3 las diferencias en el flujo y la reactividad son menores que un 0.5 % y 50 pcm respectivamente.

REFERENCIAS

- Z. Weiss
Some Basic Properties of the Response Matrix Equations.
Nu. Sci. Eng. 63, 457-492 (1977).
- Z. Weiss, S. Lindahl
High-Order Response Matrix Equations in Two-Dimensional Geometry.
Nu. Sci. Eng. 58, 166-181 (1975).
- C. Grant
PUMA, código tridimensional multigrupo para la simulación de reactores nucleares.
CNEA, Dto. de Reactores, 1979.