



**INSTITUTO DE
TECNOLOGIA**

PROF. JORGE A. SABATO

**UNIVERSIDAD NACIONAL
DE GENERAL SAN MARTIN**

**COMISION NACIONAL
DE ENERGIA ATOMICA**

**MAESTRIA EN
CIENCIA Y
TECNOLOGIA
DE MATERIALES**

ESTUDIO DEL FENÓMENO DE ELECTROEROSIÓN MEDIANTE TÉCNICAS ÓPTICAS

Rodolfo Rubén Aparicio

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE GENERAL SAN MARTÍN
COMISIÓN NACIONAL DE ENERGÍA ATÓMICA
INSTITUTO DE TECNOLOGÍA
"Prof. Jorge A. Sabato"**

**Estudio del fenómeno de electroerosión
mediante técnicas ópticas^(*)**

por Lic. Rodolfo R. Aparicio

Directores

**Dr. Néstor G. Gaggioli
Dra. Elsa N. Hogert**

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
CENTRO DE INFORMACION C.A.G.

^(*)Tesis para optar al título de Magister en Ciencia y Tecnología de Materiales

República Argentina

2003

RESUMEN

En el presente trabajo de Tesis de Maestría se estudia la relación entre el porcentaje de electroerosión de una superficie metálica y la rugosidad de ésta, empleando el método de correlación de speckles, con el fin de verificar un modelo propuesto en trabajos previos. Según este modelo, el cuadrado de la rugosidad, σ^2 , es una función cuadrática de la fracción de área electroerosionada, s .

Para llevar adelante esta tarea, se debió rediseñar y automatizar el rugosímetro óptico existente en el Laboratorio de Óptica y Láser. Con este nuevo diseño, la precisión del método para superficies rugosas aleatorias es del orden del 10 %. Dado que se logró que el equipo esté totalmente automatizado y controlado a través de una PC, se está en condiciones de construir un prototipo industrial.

Se construyeron y se analizaron muestras de aluminio, las cuales fueron pulidas con polvo abrasivo y posteriormente electroerosionadas. Se determinó la rugosidad de estas muestras por el método de correlación de speckles y mediante un rugosímetro mecánico. Se demostró que, cuando las muestras cumplen con una estadística gaussiana, los valores de rugosidad obtenidos con ambos métodos concuerdan dentro del error de medición.

De los resultados obtenidos hasta ahora, se podría concluir que existe una relación cuadrática entre σ^2 y s . O sea, el modelo propuesto parecería una buena herramienta para analizar el estado de la electroerosión de superficies metálicas.

AGRADECIMIENTOS

Deseo hacer llegar mi agradecimiento a quienes de una u otra manera colaboraron para que pueda realizar este trabajo.

A los integrantes del Grupo de Óptica y Láser (IAMEND-ENDE):

Dr. Néstor G. Gaggioli y Dra. Elsa N. Hogert, quienes aceptaron dirigir esta Tesis. Por transmitir y compartir su conocimiento. Por su paciencia y comprensión ayudándome a superar las dificultades en el trabajo cotidiano.

Lic. María Fernanda Ruiz Gale, por transmitirme su experiencia de trabajos anteriores y colaborar en la realización de las mediciones.

Lic. Mónica R. Landau por su predisposición a ayudar en lo que fuera necesario y permanente buen humor.

Por la ayuda de todos ellos en aspectos que van más allá del ámbito de este trabajo y por el trato que me dispensaron, haciendo que trabajar en el Laboratorio fuera muy placentero.

A la Dra. María A. Rebollo y al Dr. Fernando Pérez Quintián, por su ayuda en el último tramo de este trabajo.

A mi esposa, María Rosa, por su comprensión a la hora de tener que dedicarle tiempo de nuestra familia a la realización de esta Tesis.

CONTENIDO

RESUMEN	II
AGRADECIMIENTOS	III
CONTENIDO	IV
1 INTRODUCCIÓN	1
2 RUGOSIDAD DE UNA SUPERFICIE	3
2.1 Apartamiento de la forma ideal	3
2.2 Parámetros para describir una superficie rugosa	4
2.3 Naturaleza aleatoria de las superficies rugosas	5
2.3.1 Hipótesis de la estadística de superficies rugosas aleatorias	5
2.3.2 Descripciones estadísticas	7
2.3.3 Distribución de probabilidad de la altura	8
2.3.4 Correlación de la superficie	8
2.3.5 Distribución de probabilidad conjunta	9
2.3.6 Función característica	10
2.4 Métodos para medir la rugosidad	11
2.4.1 Métodos mecánicos	11
2.4.2 Métodos ópticos	11
2.5 Importancia relativa de la rugosidad en la dispersión de ondas	12
2.6 Consideraciones acerca de la fase	14
2.6.1 Desfasaje para una superficie suave	14
2.6.2 Desfasaje para una superficie rugosa	16
2.6.3 Intensidad del campo dispersado	16
3 DISPERSIÓN DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS POR SUPERFICIES RUGOSAS	18
3.1 Formulación básica de la dispersión	18
3.1.1 La ecuación de Helmholtz	19

3.1.2	Teorema de Green	19
3.1.3	Teorema integral de Helmholtz y Kirchhoff.....	20
3.2.4	La formulación de Kirchhoff.....	22
3.2.5	La aproximación de Kirchhoff y de onda plana incidente	25
3.2.6	Aproximación de campo lejano o de Fraunhofer	25
3.2.7	Integral sobre el plano medio	27
3.2.8	Resultado general de Kirchhoff para el campo lejano	28
3.2.9	Coeficiente de reflexión constante	30
3.2.10	Remoción de la dependencia de los gradientes de la superficie.....	30
3.2.11	Resultado general	31
4	APLICACIÓN DE LA CORRELACIÓN DE PATRONES DE SPECKLE A LA MEDICIÓN DE RUGOSIDAD	33
4.1	Correlación angular de patrones de speckle.....	34
4.2	Correlación de amplitudes	35
4.3	Intensidad media	39
4.4	Coeficiente de correlación	39
5	SUPERFICIE RUGOSA ELECTROEROSIONADA	42
5.1	Preparación de la superficie	42
5.1.1	Rugosidad inicial	43
5.1.2	Electroerosión	45
5.1.3	Morfología de la superficie electroerosionada.....	47
5.2	Modelo para la rugosidad en una superficie electroerosionada.....	48
6	ANÁLISIS DEL ESTADO DE UNA SUPERFICIE MEDIANTE EL ESTUDIO DE LA CORRELACIÓN DE SPECKLES	53
6.1	Dispositivo experimental.....	53
6.2	Correlación digital de figuras de speckle	60
6.3	Determinación del porcentaje de área electroerosionada.....	64
7	RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	66

7.1 Método de correlación angular	66
7.2 Mediciones realizadas con rugosímetro electromecánico	67
7.3 Análisis de los resultados	68
8 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS	72
BIBLIOGRAFÍA	74

1 INTRODUCCIÓN

Los métodos de medición e inspección automática para el control de producción, detección de defectos y control de calidad basados en fenómenos relacionados con la luz láser han experimentado un notable aumento en las últimas décadas.

Por esta razón, la CNEA decidió encarar, a partir de 1987, algunas líneas de Investigación y Desarrollo vinculadas a las aplicaciones de la óptica y las técnicas láser para el estudio no destructivo de materiales.

A tal efecto se crea el Laboratorio de Óptica y Láser (LOL) del Grupo Investigación Aplicada en Métodos No Destructivos (IAMEND) de la Unidad de Actividad Ensayos No Destructivos y Estructurales (ENDE).

El tema de este trabajo, estudio de una superficie electroerosionada mediante la correlación de speckles, se fundamenta en numerosos trabajos referentes al estudio de superficies por medio de la dispersión de la luz coherente.

Cuando un haz láser incide sobre una superficie rugosa, la luz por ella dispersada lleva consigo información sobre las características del medio dispersor. Existen dos fenómenos que se estudian para poder extraer dicha información: el valor medio y las propiedades estadísticas de segundo orden de la intensidad dispersada.

Se han desarrollado dos métodos para estudiar la rugosidad de una superficie. Uno de ellos se basa en el estudio de la intensidad media dispersada⁽¹⁻⁴⁾ y el otro utiliza la correlación de figuras de speckle⁽⁵⁻¹⁴⁾. Ambos han mostrado dar muy buenos resultados, tanto para estudiar superficies metálicas como dieléctricas, ya sea por reflexión o por transmisión^(5-8,10,11). La correlación de speckles provee un valor de la rugosidad σ prácticamente en tiempo real, mientras que la intensidad media provee información sobre el cociente entre la longitud de correlación T y la rugosidad, esto es, T/σ , aún cuando bajo ciertas condiciones puede dar el valor de σ ^(2,3).

Por otra parte, trabajos realizados recientemente^(15,16) han mostrado que aunque la superficie no sea gaussiana se puede obtener un valor de la rugosidad próximo al real. Estos trabajos y otros relacionados con el estudio de superficies gaussianas variables⁽¹³⁾ condujeron a intentar relacionar la dispersión de luz (intensidad media y correlación de speckles) con otros parámetros vinculados a una superficie: oxidación⁽¹⁷⁾, superficies variables^(14,15), corrosión^(15,16), etc.

En este contexto, el presente trabajo tiene como antecedente inmediato⁽¹⁸⁾ el estudio, bajo un aspecto de evaluación no destructiva, de la evolución de la intensidad media dispersada y de la correlación de speckles con el progreso de la electroerosión en muestras metálicas.

El fenómeno de electroerosión no presenta las características de un proceso aleatorio gaussiano. Las superficies maquinadas de uso industrial no siempre cumplen con el modelo usualmente empleado. Ambas circunstancias hicieron necesario elaborar un nuevo modelo de superficie para calcular la intensidad media

dispersada y su rugosidad como función del grado de erosión. Pudo concluirse que el fenómeno de electroerosión es susceptible de ser evaluado, en primera instancia, aplicando el modelo elaborado. Sin embargo, era necesario seguir trabajando de manera de tener en cuenta las diversas complejidades de la superficie inicial y del fenómeno de erosión en general, y de mejorar el dispositivo experimental para poder, finalmente, desarrollar un prototipo para ser utilizado industrialmente.

Entonces, el presente trabajo de Tesis de Maestría tiene como objetivo el estudio de la relación entre el porcentaje de electroerosión de una superficie y la rugosidad de ésta, empleando el método de correlación de speckles.

Para comenzar, se realiza un estudio teórico exhaustivo de las propiedades estadísticas de una superficie rugosa y de la dispersión de ondas electromagnéticas, tal como se muestra en los Capítulos 2 y 3. En el Capítulo 4 se presenta el método de correlación de patrones de speckle y su aplicación a la determinación de la rugosidad de una superficie. La preparación de las muestras se describe en el Capítulo 5, como así también el modelo de superficie electroerosionada utilizado. El Capítulo 6 está dedicado a una parte importante de esta Tesis: el rediseño y la automatización del equipo experimental empleado. Luego, en el Capítulo 7 se presentan los resultados obtenidos y, por último, el Capítulo 8 se dedica a las conclusiones del trabajo.

2 RUGOSIDAD DE UNA SUPERFICIE

En este capítulo se presentan las características de una superficie rugosa, los parámetros que la describen y algunos de los métodos utilizados para medirlos. En el caso específico de la rugosidad, se analiza su importancia relativa en la dispersión de ondas y cómo influye en la distribución de la energía dispersada.

2.1 Apartamiento de la forma ideal

Cuando se somete una superficie lisa a distintos procesos (tales como maquinado, pulido, tratamientos químicos, etc.) aparece sobre ella una textura con un relieve (picos y valles). El conocimiento de la topografía y las propiedades estadísticas de esta textura es el objetivo principal de la investigación sobre el estado de superficies.

El apartamiento que presenta una superficie respecto de una "superficie de referencia", considerada ideal, puede clasificarse cualitativamente en tres tipos como se muestra esquemáticamente en la figura 1:

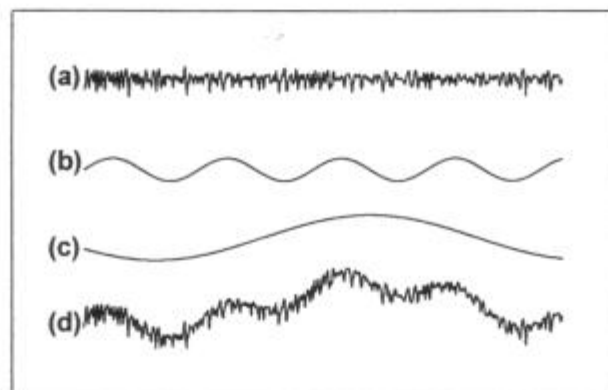


Figura 1. Desviación respecto de una superficie de referencia plana. (a) Rugosidad. (b) Ondulación. (c) Forma. (d) Superposición de rugosidad, ondulación y forma.

Rugosidad: Se denomina de este modo al conjunto de irregularidades inherentes al proceso de producción dejadas por el agente de maquinado (herramientas de corte, granos de abrasivos, electroerosión, etc.). Estas irregularidades tienen una alta frecuencia espacial.

Ondulación: Proviene de fallas en las máquinas, vibraciones o tensiones en el material. Esta desviación respecto de la superficie ideal es de baja frecuencia espacial.

Forma: Está relacionada con el apartamiento de la media, el paralelismo o la planitud requerida.

Estos tipos de apartamiento (que generalmente aparecen combinados) son denominados "defectos", aunque en un sentido general pueden o no ser defectos de la superficie.

Cuando una onda electromagnética incide sobre una superficie que presenta alguno o varios de estos defectos, se observa el fenómeno de dispersión. En este trabajo se estudia solamente la relación de la rugosidad con la dispersión de luz.

Dado que no es posible conocer la rugosidad en forma precisa, se la debe describir en términos estadísticos utilizando valores medios sobre la superficie. Para ello hay que introducir algunos parámetros asociados con la rugosidad que luego se emplean en la teoría.

2.2 Parámetros para describir una superficie rugosa

Se han definido una gran cantidad de parámetros para describir una superficie rugosa, presentándose aquí los más utilizados.

Una superficie rugosa se describe usualmente en términos de su desviación respecto de una "superficie de referencia" suave, a la que se considera plana por simplicidad. La desviación de una superficie rugosa de la superficie de referencia se representa con una función $\zeta(\vec{r})$, que es la altura de dicha superficie respecto de la superficie de referencia y $\vec{r}$ es el vector posición de los puntos sobre la superficie de referencia. Considerando el caso unidimensional, la superficie de referencia es una línea recta (tomada como eje x) a lo largo de una distancia L , como se muestra en la figura 2.

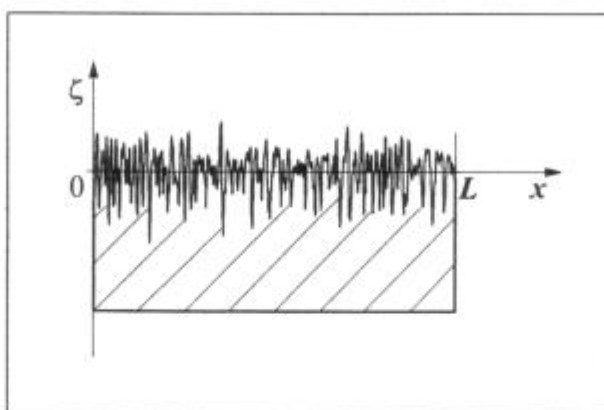


Figura 2. Perfil de una superficie.

La línea de referencia está contenida en el plano medio de la superficie y se la define matemáticamente de forma tal que el valor medio de las alturas respecto de ella sea nulo, es decir

$$\langle \zeta \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L \zeta(x) dx = 0 \quad (2.1)$$

Uno de los parámetros usuales para describir una superficie rugosa es la rugosidad promedio R_a , definida como la media aritmética del valor absoluto de las alturas

$$R_a = \langle |\zeta| \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L |\zeta(x)| dx \quad (2.2)$$

Por su parte, lo que usualmente se conoce como *rugosidad* de la superficie es el parámetro σ , la desviación cuadrática media de la altura ζ ,

$$\sigma = \sqrt{\langle (\zeta - \langle \zeta \rangle)^2 \rangle}$$

que, teniendo en cuenta la ecuación (2.1), resulta

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L \zeta^2(x) dx} \quad (2.3)$$

2.3 Naturaleza aleatoria de las superficies rugosas

Las magnitudes definidas por las ecuaciones (2.2) y (2.3) son válidas para todo tipo de superficie. Estos parámetros están definidos en un contexto "mecánico" de describir una superficie rugosa. Sin embargo, dos superficies rugosas nunca son idénticas. Aún las formadas por un proceso bien controlado, tal como un torneado, tienen cada una de ellas una forma única. Para superficies creadas bajo condiciones menos estrictas, tales como la superficie del mar barrido por el viento o las superficies de fractura, no es posible predecir el perfil de cierta región de la superficie a partir del conocimiento de los perfiles de regiones adyacentes, lo cual hace evidente su naturaleza aleatoria. Tales superficies pueden considerarse entonces como procesos aleatorios, es decir, "procesos que no tienen memoria", y por esta razón se requieren técnicas estadísticas para describirlas. En este trabajo consideraremos a las superficies rugosas como de este último tipo.

2.3.1 Hipótesis de la estadística de superficies rugosas aleatorias

Existen varias suposiciones frecuentemente implícitas en la teoría estadística de superficies rugosas aleatorias⁽¹⁹⁾. Por ello, en el presente trabajo se considera que: (a) las superficies son *isótropas*, (b) la función $\zeta(\vec{r})$ proviene de un proceso *estacionario*, (c) *ergódico* y (d) *gaussiano*.

(a) **Isotropía:** Una superficie rugosa es isótropa si su estadística es independiente de la dirección. Esta suposición simplifica frecuentemente la descripción matemática de la dispersión de ondas, ya que cualquier vector que represente la separación entre dos puntos de la superficie puede ser reemplazado por su módulo.

Una superficie es anisótropa si el proceso que la forma es direccionalmente dependiente. Por ejemplo, el crecimiento de una fisura en un componente

sometido a esfuerzos puede llevar a superficies de fractura anisótropas: esto puede deberse a diferentes patrones de crecimiento a lo largo de las direcciones paralela y perpendicular a las direcciones de los esfuerzos principales, o debido a una estructura de grano anisotrópa. Un claro ejemplo de anisotropía es el de la superficie marina, donde la dirección del viento puede generar una superficie fuertemente direccional.

Para superficies formadas por procesos artificiales, la anisotropía puede presentarse en grado variable. Por ejemplo, podría esperarse que una superficie sometida al proceso de arenado sea aproximadamente isotrópa, mientras que una superficie formada por un esmerilado sea anisotrópa.

- (b) **Proceso estacionario:** En la teoría estadística de superficies rugosas casi siempre se supone que la probabilidad de que un punto de la superficie esté a una particular altura $\zeta(\vec{r})$ es independiente de $\vec{r}$. Similarmente, cualquier propiedad estadística dependiente de dos o más puntos de la superficie, tal como la correlación de alturas (§2.3.4), depende sólo del vector que une dichos puntos y no de sus posiciones absolutas. Entonces una superficie es *estacionaria* cuando presenta una *invariancia traslacional*, de forma tal que la estadística de una región de la superficie será la misma que la determinada en una región diferente de la misma superficie.

Para que la superficie conserve la invariancia ante traslaciones es necesario que la longitud o área de muestreo sea lo suficientemente grande como para que se mida la verdadera naturaleza estadística de la superficie.

- (c) **Ergodicidad:** Cuando se emplean técnicas estadísticas para describir superficies rugosas, cualquier conjunto de parámetros estadísticos describe un número infinito de superficies. Estas superficies se conocen como diferentes *realizaciones*.

En la teoría de la dispersión de ondas por superficies rugosas se supone que estas superficies son *ergódicas*. Esto significa que cualquier valor medio estadístico tomado sobre una gran cantidad de regiones diferentes de una misma superficie (el valor medio espacial $\langle \rangle_{\text{esp}}$ definido en §2.2) es igual al valor medio tomado sobre una gran cantidad de superficies (el valor medio de ensamble $\langle \rangle_{\text{ens}}$)

$$\langle \rangle_{\text{esp}} = \langle \rangle_{\text{ens}}$$

Entonces, la suposición de ergodicidad permite que las notaciones para los valores medios espacial y de ensamble sean intercambiables. Pero para que esta suposición sea válida, al igual que para que la superficie sea estacionaria, debe verificarse que el área sobre la cual se toma el valor medio sea lo suficientemente grande de modo que una descripción estadística tenga sentido. Las superficies que son ergódicas deben ser estacionarias, ya que la ergodicidad demanda que todas las muestras de diferentes regiones de una superficie lleven a las mismas descripciones estadísticas.

(d) **Distribución de Gauss:** En general se supone que la distribución de la altura de las superficies rugosas es *gaussiana* (o normal). La evidencia para la validez de esta suposición es conflictiva y muy dependiente de la naturaleza de las superficies bajo consideración. Los estudios de superficies conformadas por diferentes procesos de ingeniería revelan que, en general, están lejos de ser gaussianas. Sin embargo, aquellas superficies con un perfil que es en todo punto el resultado de un gran número de eventos locales, cuyos efectos son acumulativos, obedecen una estadística casi gaussiana. Suponiendo entonces que la altura en cierto punto de la superficie no es el resultado de un único evento, la suposición de una estadística gaussiana para las alturas probablemente sea correcta. Una superficie torneada, por ejemplo, muestra un pobre ajuste con una distribución gaussiana, mientras que una superficie formada por el proceso de granallado se ajusta bien a una distribución gaussiana, al igual que las originadas en procesos naturales, tales como una fractura por fatiga o la superficie de un terreno.

Claramente, algunas superficies no pueden poseer una distribución gaussiana debido a las asimetrías que les son inherentes. Por ejemplo, las superficies que son gradualmente erosionadas por la acción de partículas abrasivas pueden comenzar con una distribución gaussiana pero sus distribuciones se tornan cada vez más sesgadas hacia las alturas negativas. Esto es debido a que el proceso de erosionado remueve preferentemente los picos de grandes alturas positivas mientras que deja relativamente inalterados los valles correspondientes a grandes alturas negativas. Sin embargo, disminuyendo el tamaño de las partículas a medida que avanza el proceso de erosión, se puede obtener una distribución de alturas con un buen ajuste gaussiano. La simetría y la concentración de valores de altura respecto del nivel medio de la superficie se miden con propiedades estadísticas de tercer y cuarto orden. Como en este trabajo se estudian modelos de superficies con estadística gaussiana, solo se emplearán propiedades de primer y segundo orden de la altura, es decir, el valor medio y la rugosidad.

2.3.2 Descripciones estadísticas

Puede emplearse toda una variedad de distribuciones estadísticas y parámetros para describir las propiedades de una superficie, pero en la teoría de la dispersión de ondas por superficies rugosas aleatorias aparecen comúnmente la función de distribución de la altura y la función de autocorrelación.

Si se supone que la superficie es parte de un proceso aleatorio continuo, entonces la distribución (o densidad de probabilidad) de la altura ζ de la superficie está descrita por una distribución estadística, $p(\zeta)$, donde $p(\zeta) d\zeta$ es la probabilidad de que un punto de la superficie esté a una altura entre ζ y $\zeta + d\zeta$ de la superficie media. Como en la ecuación (2.1), se toma la superficie de referencia desde la cual se mide la altura como el plano medio de la superficie, es decir que el valor medio de ζ satisface

$$\langle \zeta \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta p(\zeta) d\zeta = 0$$

Las magnitudes definidas por las ecuaciones (2.2) y (2.3) se pueden escribir como

$$R_a = \int_{-\infty}^{\infty} |\zeta| p(\zeta) d\zeta$$

$$\sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2 p(\zeta) d\zeta} = \sqrt{\langle \zeta^2 \rangle} \quad (2.4)$$

2.3.3 Distribución de probabilidad de la altura

La hipótesis gaussiana sobre la distribución de la altura permite decir que la densidad de probabilidad de la altura $\zeta(\vec{r})$ en un punto $\vec{r}$ es

$$p(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.5)$$

Cuando la superficie es gaussiana, la relación entre σ y R_a es

$$\sigma = 1,25 R_a$$

2.3.4 Correlación de la superficie

La distribución de la altura puede ser la misma para dos superficies que también tengan la misma rugosidad, aunque presenten diferentes "escalas de longitud" sobre las cuales se producen los cambios de la altura. Estas superficies pueden distinguirse por la función de autocorrelación, definida como

$$C(\vec{\tau}) = \frac{\langle \zeta(\vec{r}) \zeta(\vec{r} + \vec{\tau}) \rangle}{\sigma^2} \quad (2.6)$$

donde $\vec{\tau}$ es un desplazamiento genérico sobre la superficie de referencia. Cuando la superficie rugosa es isotrópica, la función de autocorrelación sólo depende del módulo τ del desplazamiento y no de su dirección.

El significado de $C(\vec{\tau})$ es fácil de interpretar. Tomando el caso unidimensional, se ve que si τ es pequeño, $\zeta(x)$ y $\zeta(x+\tau)$ tienen el mismo signo en todos lados, pero si τ es grande pueden tomar valores con signos opuestos, ya que $\langle \zeta \rangle = 0$. Entonces, $C(\tau)$ es mayor cuando τ es pequeño. Cuando τ es mucho mayor que el tamaño de una irregularidad, el producto $\zeta(x) \zeta(x+\tau)$ es igualmente positivo o negativo, y el valor medio tiende a cero. Luego, cuando τ aumenta, $C(\tau)$ decrece.

La forma de $C(\tau)$ depende del tipo de superficie y de la distancia para la cual dos puntos sobre ella se tornan decorrelacionados ($C(\tau) \rightarrow 0$). Esto no es cierto, sin embargo, para superficies que no son realmente aleatorias. Por ejemplo, la función de autocorrelación de una superficie sinusoidal toma la forma de una función

coseno, reflejando la naturaleza periódica de la superficie. Sólo si existe alguna distancia finita sobre la cual el perfil de la superficie esté realmente decorrelacionado, la función de autocorrelación decae a cero. En resumen, las propiedades de $C(\tau)$ son:

$$\begin{aligned} |C(\tau)| &\leq C(0) = 1 \\ C(\tau) &\xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} 0 \\ C(\tau) &= C(-\tau) \end{aligned}$$

En la teoría de la dispersión de ondas por superficies rugosas frecuentemente se supone que la función de autocorrelación de la superficie es gaussiana:

$$C(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau^2}{T^2}\right) \quad (2.7)$$

donde T se denomina *longitud de correlación*, siendo la distancia sobre la cual la función de autocorrelación cae a $1/e$ y que caracteriza la extensión de las irregularidades sobre la superficie.

En la práctica, es poco probable que una superficie rugosa tenga una función de autocorrelación tan suave como la dada por la ecuación (2.7). Con frecuencia, la función de autocorrelación $C(\tau)$ se anula para un desplazamiento τ_0 relativamente pequeño y luego oscila mostrando evidencia de cierta periodicidad a escalas mayores que la de τ_0 . Sin embargo debe tenerse cuidado con la interpretación de la función de autocorrelación para una superficie de tamaño finito. La extensión de la superficie provee una longitud de onda de corte en el espectro de potencia ya que al realizar la transformada de Fourier de la función de autocorrelación aparecen oscilaciones engañosas en esta función⁽²⁰⁾. En general, una función de autocorrelación no debería considerarse confiable a distancias mayores que $1/10$ de la extensión de la superficie. Por debajo de esta distancia, fuertes oscilaciones en la función de autocorrelación, a separaciones que no sean múltiplos enteros de la longitud de correlación más corta, ponen en evidencia que existe más de una longitud de correlación. Esto sucede especialmente cuando más de un proceso es responsable del conformado de la superficie.

2.3.5 Distribución de probabilidad conjunta

Una magnitud que aparece en la teoría de la dispersión de ondas es la distribución de probabilidad conjunta de la altura $p_c(\zeta_1, \zeta_2, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$, donde $p_c(\zeta_1, \zeta_2, \vec{r}_1, \vec{r}_2) d\zeta_1 d\zeta_2$ es la probabilidad de que la altura de la superficie esté entre ζ_1 y $\zeta_1 + d\zeta_1$ en $\vec{r}_1$ y entre ζ_2 y $\zeta_2 + d\zeta_2$ en $\vec{r}_2$. Para una superficie isótropa, estacionaria y que tiene una estadística gaussiana, su función densidad de probabilidad depende sólo de la distancia τ entre las dos posiciones y se expresa en términos de la función de autocorrelación C y de la rugosidad σ , tomando la forma

$$p_c(\zeta_1, \zeta_2, \tau) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-C^2(\tau)}} \exp\left\{-\frac{\zeta_1^2 + \zeta_2^2 - 2\zeta_1\zeta_2 C(\tau)}{2\sigma^2[1-C^2(\tau)]}\right\} \quad (2.8)$$

Esta función tiene los siguientes límites:

$$\begin{aligned} p_c(\zeta_1, \zeta_2, \tau) &\rightarrow p(\zeta_1) p(\zeta_2) && \text{cuando } \tau \rightarrow \infty \\ p_c(\zeta_1, \zeta_2, \tau) &\rightarrow p(\zeta_1) \delta(\zeta_1 - \zeta_2) && \text{cuando } \tau \rightarrow 0 \end{aligned}$$

donde $\delta(\zeta)$ es la función *delta de Dirac*.

Cuando las variables aleatorias ζ_1 y ζ_2 son *independientes*, cualquier distribución de probabilidad conjunta se reduce al producto de las distribuciones de probabilidad individuales. Para variables gaussianas, esto es cierto cuando están *decorrelacionadas*. Entonces, las variables gaussianas tienen la propiedad de que correlación cero implica independencia.

2.3.6 Función característica

Otra herramienta útil para el estudio estadístico de superficies rugosas es la función característica unidimensional χ , definida como la transformada de Fourier de la función densidad de probabilidad:

$$\chi(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\zeta) e^{i\kappa\zeta} d\zeta$$

donde la variable κ está relacionada con una frecuencia espacial. La función $\chi(\kappa)$, que es también el valor medio de $e^{i\kappa\zeta}$, brinda una medida de la modulación de fase de una onda sobre una superficie rugosa. Sin embargo, χ contiene la misma información que la función densidad de probabilidad de las alturas.

Para una superficie estacionaria con distribución de probabilidad conjunta $p_c(\zeta_1, \zeta_2, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$ también se define la función característica bidimensional como:

$$\begin{aligned} \chi_b(\kappa_1, \kappa_2, \vec{\tau}) &= \left\langle \exp[i(\kappa_1\zeta_1 + \kappa_2\zeta_2)] \right\rangle \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_c(\zeta_1, \zeta_2, \vec{\tau}) \exp[i(\kappa_1\zeta_1 + \kappa_2\zeta_2)] d\zeta_1 d\zeta_2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde ζ_1 y ζ_2 son alturas de la superficie medidas en diferentes puntos separados por el vector $\vec{\tau}$.

Si la distribución de alturas es gaussiana y la superficie es isotrópica, al sustituir la ecuación (2.8) en la (2.9) resulta

$$\chi_b(\kappa_1, \kappa_2, \tau) = \exp\left\{-\frac{\sigma^2}{2}[\kappa_1^2 + \kappa_2^2 + 2C(\tau)\kappa_1\kappa_2]\right\} \quad (2.10)$$

2.4 Métodos para medir la rugosidad

Los métodos empleados para medir la rugosidad se pueden clasificar en dos grandes grupos: los métodos mecánicos y los métodos ópticos.

2.4.1 Métodos mecánicos

Los métodos mecánicos^(21,22) utilizan una punta sensora que se desplaza según una dirección, palpando la superficie en estudio. Las variaciones mecánicas producidas por la superficie son transformadas en variaciones de tensión eléctrica. Éstas son amplificadas y registradas. Un filtrado adecuado permite separar las imperfecciones de altas y bajas frecuencias, es decir, separa las ondulaciones de la rugosidad. Estos métodos tienen una precisión del orden del 10 %. En cuanto a sus limitaciones podemos mencionar que:

- el radio de curvatura del extremo de la punta sensora provoca un filtrado mecánico pasabajos recortando o eliminando las variaciones de alta frecuencia;
- dado que la medición se realiza según una línea de longitud muy corta, los resultados dependen de la zona de evaluación;
- las características eléctricas del amplificador, del registrador y del filtrado utilizado influyen fuertemente en la medición;
- no se pueden detectar reentrantes, es decir, pozos con mayor diámetro en el fondo que a nivel de la superficie;
- el contacto material entre la punta palpadora y la superficie deteriora la muestra, sobre todo si ésta es blanda;
- la localización de la medida sobre una línea hace necesario realizar el palpado en diferentes direcciones para obtener, promediando los distintos resultados, un valor adecuado de la rugosidad⁽²²⁾.

2.4.2 Métodos ópticos

Los métodos ópticos, en cambio, tienen la ventaja de no tener un contacto material entre la superficie a medir y el instrumento de medida. Pueden proveer información sobre la forma del relieve, como en el caso de los métodos de triangulación láser; o sobre los parámetros estadísticos de la superficie, como los métodos que estudian la luz dispersada. A continuación se detallan algunos de ellos.

Microscopio: Permite obtener imágenes de la superficie. Los microscopios utilizados para medir rugosidad van desde los microscopios ópticos hasta los microscopios de efecto túnel y permiten obtener mapas topográficos de la superficie. El microscopio interferométrico de contraste de fase o de Nomarski⁽²³⁾ es una excelente herramienta para medir rugosidades suaves.

Métodos interferométricos: Se han desarrollado numerosos instrumentos interferométricos de dos o más haces. El principio de estos métodos es la

interferencia de dos ondas luminosas. Una de ellas es la reflejada (o transmitida) por la superficie a estudiar, y la otra es una onda de referencia. Se evalúa el estado de la superficie por medio de las franjas de interferencia obtenidas. Estas franjas representan las curvas de nivel de la superficie. La separación entre curvas es de media longitud de onda de la luz incidente. Estos métodos dan buenos resultados en aquéllas superficies cuya rugosidad sea inferior a la longitud de onda λ que se emplee. Pueden detectar variaciones de altura en un rango que va desde $\lambda/10$ hasta $\lambda/500$ ^(24,25).

Métodos fotométricos: Se basan en el estudio de la luz difundida por una superficie rugosa, la cual depende de la rugosidad σ y de la longitud de onda λ . Cuanto más rugosa es la superficie más difunde y menos refleja. Estos métodos permiten medir rugosidades hasta de $3 \mu m$ con muy buena precisión ^(1,2). Más recientemente se ha extendido a la caracterización de transparencias rugosas ^(3,4).

Métodos de speckles: Existen numerosos métodos para obtener información de la rugosidad a partir del estudio del speckle (§4.1). Algunos se basan en su contraste ^(26,27) y permiten determinar rugosidades hasta $0,01 \mu m$. Los métodos basados en la correlación de dos figuras de speckle, obtenidas a partir de la misma superficie cuando se la ilumina por dos ondas ligeramente distintas ⁽⁵⁻⁷⁾, permiten medir rugosidad de $0,5 \mu m$ a $30 \mu m$.

Triangulación láser: Se basa en el principio de triangulación óptica. Se proyecta un haz láser oblicuamente a la superficie a estudiar. Un sistema óptico asociado con una cámara CCD detecta la mancha luminosa que forma el haz incidente. La diferencia de alturas de la superficie donde se forma la mancha luminosa produce imágenes en distintas zonas del plano imagen. De esta manera se puede realizar una verdadera topografía de la superficie con una precisión del orden de una fracción de micrón ⁽²⁸⁻³⁰⁾.

2.5 Importancia relativa de la rugosidad en la dispersión de ondas

La dispersión de ondas por superficies rugosas fue estudiada primeramente por Rayleigh ⁽³¹⁾ en 1877, quien consideró el problema de una onda plana monocromática incidiendo normalmente sobre una superficie sinusoidal. Este trabajo llevó al desarrollo del llamado *criterio de Rayleigh* para determinar el grado de rugosidad de una superficie. Con el fin de interpretar físicamente tal criterio, hay que considerar una onda plana monocromática ψ_i incidiendo con cierto ángulo θ_i sobre una superficie rugosa, como se observa en la figura 3, en particular sobre los puntos P_1 y P_2 . Estos puntos de dispersión están situados en las posiciones x_1 y x_2 de la superficie de referencia, a las alturas ζ_1 y ζ_2 , respectivamente.

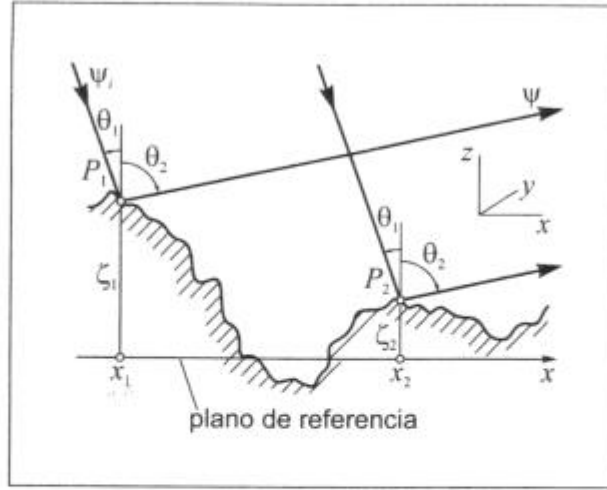


Figura 3. Diagrama para determinar la diferencia de fase entre dos rayos paralelos dispersados por puntos diferentes en una superficie rugosa.

Para ondas dispersadas ψ en el plano (x, z) de incidencia, con cierto ángulo θ_2 , la diferencia de fase (desfasaje) entre los rayos dispersados por los puntos P_1 y P_2 está dada por

$$\Delta\varphi = k \left[(\zeta_1 - \zeta_2)(\cos\theta_1 + \cos\theta_2) + (x_2 - x_1)(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) \right] \quad (2.11)$$

donde $k = 2\pi/\lambda$ es el módulo de los vectores de onda incidente y dispersado.

En el caso de observar la dispersión en la dirección especular ($\theta_1 = \theta_2$), la diferencia de fase es

$$\Delta\varphi = 2k \Delta\zeta \cos\theta_1 = \frac{4\pi}{\lambda} \Delta\zeta \cos\theta_1 \quad (2.12)$$

donde $\Delta\zeta = \zeta_1 - \zeta_2$.

En la dirección especular, la interferencia entre estos rayos depende de la magnitud de la diferencia de fase comparada con π . Para $\Delta\varphi \ll \pi$ las dos ondas están casi en fase e interfieren constructivamente. Sin embargo, para $\Delta\varphi \approx \pi$ las ondas interfieren destructivamente, haciendo un aporte nulo a la energía dispersada en la dirección especular.

El "criterio de Rayleigh" establece que si $\Delta\varphi < \pi/2$, la superficie es "suave" para la dispersión de ondas, y en caso contrario es "rugosa". Si esta condición se promedia sobre la superficie, $\Delta\zeta$ puede reemplazarse por σ , la desviación media cuadrática de la altura respecto de la superficie de referencia (ecuación (2.3)). Entonces, una superficie es suave cuando

$$P_R < \frac{\pi}{4}$$

donde P_R , conocido como *parámetro de Rayleigh*, está dado por

$$P_R = k\sigma \cos\theta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \sigma \cos\theta_1$$

El criterio de Rayleigh para dividir las superficies en “suaves” y “rugosas” en relación con la dispersión de ondas en la dirección especular, aunque algo arbitrario, pone en evidencia que tanto la *longitud de onda* como el *ángulo* de la onda incidente determinan cuán “rugosa” es una superficie: la rugosidad es más importante cuanto menor es la longitud de onda incidente o más cerca esté la dirección de incidencia de la normal a la superficie. Por ejemplo, una superficie que tiene una rugosidad importante para la luz visible (con λ de unos pocos cientos de *nm*) puede parecer suave para las ondas ultrasónicas (de λ típica de unos pocos *mm*), a menos que la rugosidad también tenga valores importantes comparados con la longitud de onda del ultrasonido. Entonces, la *escala* de la rugosidad, relativa a la longitud de onda de la radiación incidente, es crucial al determinar cómo se dispersa la energía.

Por otra parte, el rol del ángulo de incidencia se puede ilustrar con los fenómenos del replandor en las rutas o el ocaso sobre el mar. En ambos casos se producen reflexiones brillantes cuando el sol está bajo en el horizonte. La ruta o el mar se comportan como si fueran suaves y dispersan fuertemente en la dirección especular. En cambio, las mismas superficies no producen reflexiones brillantes cuando el sol está alto.

2.6 Consideraciones acerca de la fase

Puede considerarse que cuando una onda es dispersada por una superficie, sobre ésta se forma una gran cantidad de fuentes de ondas secundarias, de acuerdo con el principio de Huygens. La fase relativa de estas fuentes está dada por la ecuación (2.11), la que puede emplearse para entender cualitativamente los efectos de la rugosidad sobre la dispersión de ondas.

2.6.1 Desfasaje para una superficie suave

En este caso, $\zeta_1 \cong \zeta_2$ para cualquier par de puntos, por lo que la ecuación (2.11) resulta

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)$$

En la dirección especular ($\theta_1 = \theta_2$) el desfasaje $\Delta\varphi$ es nulo para cualquier par de fuentes sobre la superficie, por lo que las ondas secundarias interfieren constructivamente dando un intenso campo dispersado especularmente, llamado

campo *coherente* ψ_c . La onda especular tiene una fase, relativa a la de la onda incidente, constante y predecible.

Lejos de la dirección especular, la diferencia de fase es generalmente comparable con π , ya que $x_2 - x_1 \gg \lambda/2$. Entonces las ondas interfieren destructivamente, haciendo que no exista energía dispersada. Así, una superficie suave de extensión infinita produce una onda dispersada solamente en la dirección especular. Esto cambia para superficies suaves de extensión finita, donde se produce una fuerte dispersión en, y alrededor de, la dirección especular. La parte (a) de la figura 4 presenta un esquema de este "lóbulo" de energía, cuyo ancho depende de las dimensiones de la superficie en relación con la longitud de onda incidente.

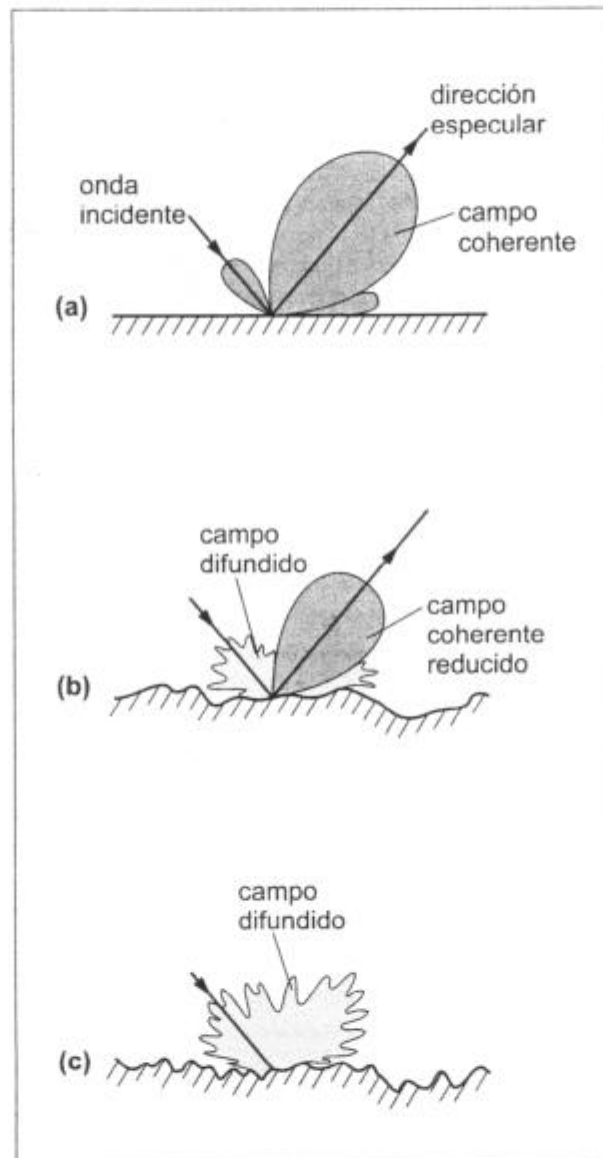


Figura 4. Esquema del cambio de la distribución de la energía dispersada por una superficie de tamaño finito cuando aumenta su rugosidad: (a) superficie suave, (b) superficie levemente rugosa, (c) superficie muy rugosa.

En la misma figura se observa el cambio esperado en la distribución de energía de la onda dispersada por superficies de rugosidad creciente. Estos gráficos polares muestran la reducción del intenso campo especular y la aparición de un campo difundido ampliamente extendido (figura 4b). Para superficies muy rugosas el campo es totalmente difundido (figura 4c).

2.6.2 Desfasaje para una superficie rugosa

En la mayoría de las superficies $\zeta_1 \neq \zeta_2$, por lo tanto dispersan la radiación incidente según la magnitud del desfasaje $\Delta\phi$ dado por la ecuación (2.11).

La ecuación (2.12) da, para la dirección especular, la diferencia de fase entre las ondas secundarias. Si para todos los puntos de la superficie, tal diferencia es despreciable comparada con π , entonces la rugosidad no es efectiva para dispersar la radiación. En cambio, cuando el desfasaje ya no es despreciable se producirá interferencia destructiva en la dirección especular, reduciendo la amplitud del campo especular ψ_c .

Para la dispersión no-especular, los dos términos de la ecuación (2.11) pueden ser tales que no se presente necesariamente la interferencia destructiva total como sí ocurre para una superficie suave. Como resultado, la energía puede ser dispersada en direcciones no-especulares. El campo dispersado no-especularmente se denomina campo *difundido* o *incoherente*, ψ_d , debido a su amplia dispersión angular y a la falta de una relación de fase con la onda incidente. En general, su fase varía sobre todo el rango de 0 a 2π , no pudiéndose predecirla fácilmente sin conocer el perfil de la superficie.

2.6.3 Intensidad del campo dispersado

Al evaluar el campo ψ dispersado por superficies *aleatoriamente* rugosas (§2.3), sus componentes coherente y difundida, ψ_c y ψ_d , requieren tratamientos diferentes. Como, en general, los campos coherentes de una gran cantidad de superficies similares están todos en fase, tiene sentido calcular el valor medio de ellos (ver figura 5a en la siguiente página). Sin embargo, un simple promedio de la amplitud del campo dispersado no incluye los campos difundidos ya que estos están desfasados aleatoriamente entre sí, y su suma puede dar cero (figura 5b). Para que el campo difundido esté incluido en el valor medio de cualquier cantidad del campo, debe incluirse la *intensidad media* del campo dispersado, $\langle I \rangle$, definida como

$$\langle I \rangle = \langle \psi \bar{\psi} \rangle \quad (2.13)$$

donde la barra indica conjugación compleja. De este modo, al promediar se excluye la información de la fase.

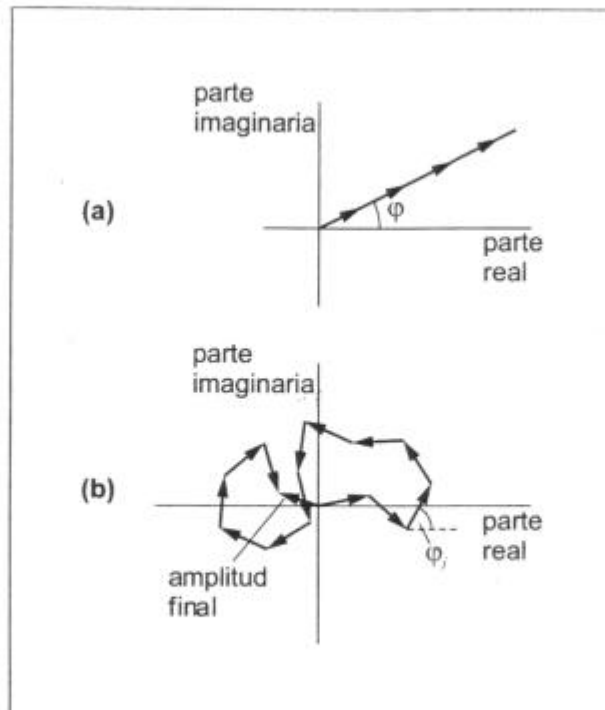


Figura 5. Promedio de los campos (a) coherente y (b) difundido por muchas superficies. Los campos coherentes están todos en fase y su suma da una gran amplitud. Las fases relativas ϕ_i de los campos difundidos son aleatorias y sumadas pueden dar una amplitud pequeña o nula.

3 DISPERSIÓN DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS POR SUPERFICIES RUGOSAS

Cuando sobre una superficie incide luz coherente, la radiación dispersada lleva información sobre aquello que originó dicha dispersión, es decir, la misma superficie. Se ha demostrado que existe una relación entre las características estadísticas del área iluminada y las propiedades estadísticas del campo dispersado⁽³²⁻⁴³⁾.

El trabajo más frecuentemente citado sobre dispersión de ondas por superficies rugosas es el de Beckmann y Spizzichino⁽³³⁾ (1963), basado en la aproximación escalar de Kirchhoff. Recién en el año 1987, O'Donnell y Méndez⁽³⁴⁾ verificaron sus resultados experimentalmente con bastante detalle. También dentro de los trabajos pioneros relativos a la aproximación escalar se pueden mencionar, entre otros, a los de Rice⁽³⁵⁾, Davies⁽³⁶⁾ y Nieto Vesperinas y García⁽³⁷⁾.

En la dispersión de luz coherente por una superficie rugosa aparecen distintos fenómenos, tales como speckle, retrodispersión, efecto no refractivo, etc.; algunos de los cuales pueden ser explicados con la teoría escalar y otros necesitan ser tratados con teoría vectorial. La teoría escalar es más simple computacional y analíticamente. A pesar de ser modelos distintos, en todos aparecen dos parámetros críticos: la rugosidad σ , definida por la ecuación (2.4), y la longitud de correlación T , definida a través de la ecuación (2.7). Estos parámetros determinan, en gran parte, las características de la distribución angular del campo dispersado. En el estudio de los fenómenos mencionados anteriormente hay que realizar suposiciones acerca de cómo ellos dependen de la rugosidad y de la longitud de correlación.

Entonces, en este capítulo se trata la teoría de dispersión de ondas luminosas por una superficie rugosa comenzando con un breve repaso del tratamiento de Kirchhoff para la difracción⁽³⁸⁾. El tratamiento es el realizado por J. A. Ogilvy⁽¹⁹⁾, quien a su vez sigue la formulación de Beckmann y Spizzichino⁽³³⁾, haciendo una importante corrección a sus resultados en el caso de superficies poco rugosas. Esta corrección, importante desde el punto de vista conceptual, no afecta el uso de la teoría de Beckmann cuando se estudia el campo dispersado en la dirección de reflexión especular.

3.1 Formulación básica de la dispersión

La teoría escalar es apropiada ya sea para ondas acústicas o para ondas electromagnéticas donde no existe acoplamiento entre diferentes estados de polarización. El campo escalar se denota por $\psi(\vec{r}, t)$, con una dependencia temporal de la forma $e^{-i\omega t}$. Entonces, en este trabajo, el campo eléctrico en un punto P cualquiera de posición $\vec{r}$ y en un instante t está representado por la función escalar $\varepsilon(\vec{r}, t)$ dada por

$$\varepsilon(\vec{r}, t) = \text{Re} \left[\psi(\vec{r}) e^{-i\omega t} \right] \quad (3.1)$$

donde

$$\psi(\vec{r}) = |\psi(\vec{r})| e^{-i\phi(\vec{r})}$$

3.1.1 La ecuación de Helmholtz

El campo eléctrico $\varepsilon(\vec{r}, t)$ debe satisfacer la ecuación de onda

$$\nabla^2 \varepsilon - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = 0 \quad (3.2)$$

en cada punto libre de fuentes de un medio de índice de refracción n (c es la velocidad de la luz en el vacío).

Como la dependencia temporal se conoce a priori, la función compleja $\psi(\vec{r})$ sirve como una descripción adecuada del campo, de manera que a partir de este punto se omite la parte temporal.

Sustituyendo (3.1) en (3.2), se obtiene que $\psi(\vec{r})$ debe satisfacer la ecuación de Helmholtz

$$(\nabla^2 + k^2)\psi(\vec{r}) = 0 \quad (3.3)$$

donde k es el número de onda dado por

$$k = \frac{\omega}{c} n$$

3.1.2 Teorema de Green

El cálculo de $\psi(\vec{r})$ en un punto de observación P cualquiera, puede llevarse a cabo con la ayuda del teorema de Green, que se puede enunciar de la manera siguiente:

Sean $U(\vec{r})$ y $G(\vec{r})$ dos funciones complejas de la posición definidas en el volumen V rodeado por la superficie cerrada S . Si U , G y sus derivadas parciales primera y segunda son monovaluadas y continuas sobre S , entonces

$$\int_V (G \nabla^2 U - U \nabla^2 G) dV = \oint_S \left(G \frac{\partial U}{\partial \hat{n}} - U \frac{\partial G}{\partial \hat{n}} \right) dS \quad (3.4)$$

donde $\partial/\partial \hat{n}$ significa la derivada parcial en la dirección normal de la superficie, desde el interior hacia afuera del volumen V .

Este teorema es, en muchos aspectos, el fundamento de la teoría de la difracción escalar. Falta aún elegir adecuadamente la función G , llamada función de

Green, y la superficie cerrada S para aplicarla al problema de la dispersión por superficies rugosas.

3.1.3 Teorema integral de Helmholtz y Kirchhoff

Sea $\vec{r}$ el vector posición de un punto de observación P y S_0 una superficie que lo rodea y que incluye a la superficie rugosa de la manera que se muestra en la figura 6.

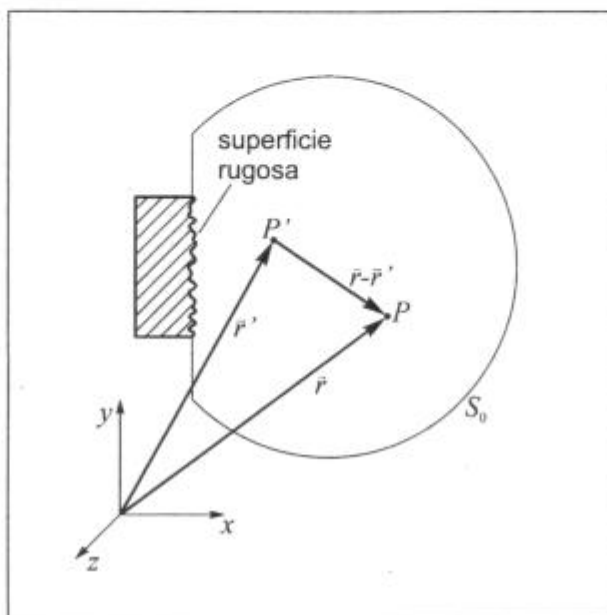


Figura 6. Superficie para aplicar el teorema de Green.

El problema consiste en expresar $\psi(\vec{r})$ en términos de los valores que toma la misma función en la superficie. Para hacerlo, se elige como función de Green una onda esférica divergente de amplitud unitaria, centrada en el punto P' , de vector posición $\vec{r}'$. El valor de G en el punto P es entonces

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (3.5)$$

Para que sea legítima la aplicación del teorema de Green, se debe excluir la discontinuidad de la función G en el punto P . Una forma de hacerlo es insertando una pequeña superficie esférica S_δ , de radio δ , alrededor de dicho punto. Se aplica entonces el teorema de Green en el volumen V' que está encerrado por la superficie $S' = S_0 + S_\delta$, como se ve en la figura 7 de la próxima página.

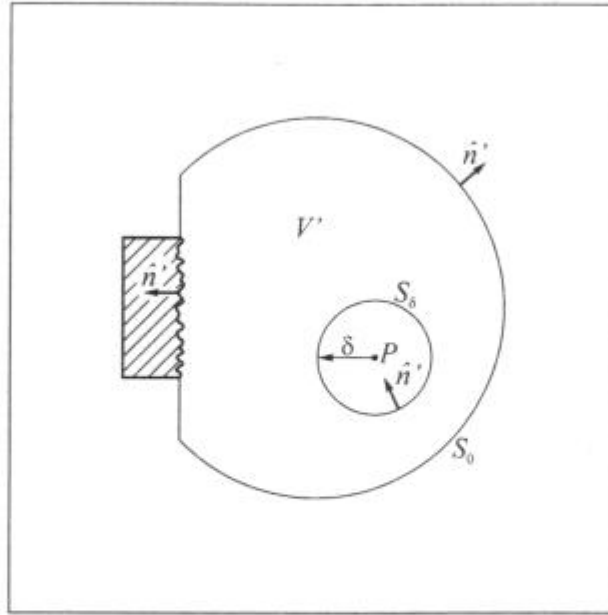


Figura 7. Introducción de la superficie S_δ para salvar la discontinuidad de la función de Green.

En V' , la función de Green (3.5) satisface la ecuación de Helmholtz

$$(\nabla'^2 + k^2)G = 0 \quad (3.6)$$

donde el operador ∇' actúa sobre $\vec{r}'$ (la posición de P').

Si en la integral de volumen del teorema de Green (3.4) se toma $\vec{r}'$ como variable de integración, se reemplaza U por el campo ψ y se emplean las ecuaciones (3.3) y (3.6), se encuentra que

$$\int_{V'} (G \nabla'^2 \psi - \psi \nabla'^2 G) dV' = \int_{V'} (-G k^2 \psi + \psi k^2 G) dV' = 0$$

con lo que el teorema se reduce a

$$\oint_{S'} \left(G \frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}'} - \psi \frac{\partial G}{\partial \hat{n}'} \right) dS' = 0$$

o, dado que $S' = S_0 + S_\delta$

$$\oint_{S_\delta} \left(G \frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_\delta} - \psi \frac{\partial G}{\partial \hat{n}_\delta} \right) dS_\delta + \int_{S_0} \left(G \frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_0} - \psi \frac{\partial G}{\partial \hat{n}_0} \right) dS_0 = 0 \quad (3.7)$$

Si a partir de la ecuación (3.5) se evalúa la derivada normal de G , queda

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial \hat{n}'} = \vec{\nabla}' G \cdot \hat{n}' = G \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - ik \right) \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot \hat{n}'$$

Para P' sobre la superficie S_δ , $\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot \hat{n}_\delta = 1$, y se obtiene

$$G(\vec{r}') = \frac{e^{ik\delta}}{\delta}$$

$$\frac{\partial G(\vec{r}')}{\partial \hat{n}_\delta} = \frac{e^{ik\delta}}{\delta} \left(\frac{1}{\delta} - ik \right)$$

Haciendo δ arbitrariamente chico, en la expresión (3.7) se puede utilizar la continuidad de ψ y de sus derivadas en $\vec{r}$ para aplicar el teorema del valor medio a la primera integral, resultando

$$\oint_{S_\delta} \left(G \frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_\delta} - \psi \frac{\partial G}{\partial \hat{n}_\delta} \right) dS_\delta = 4\pi\delta^2 \left[\frac{e^{ik\delta}}{\delta} \frac{\partial \psi(\vec{r}')}{\partial \hat{n}_\delta} - \psi(\vec{r}') \frac{e^{ik\delta}}{\delta} \left(\frac{1}{\delta} - ik \right) \right]_{\delta \rightarrow 0}$$

$$= -4\pi \psi(\vec{r})$$

con lo cual la segunda integral de (3.7) es

$$\oint_{S_0} \left(G \frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_0} - \psi \frac{\partial G}{\partial \hat{n}_0} \right) dS_0 = 4\pi \psi(\vec{r})$$

y entonces, si $\vec{r}_0$ denota la posición sobre la superficie S_0 , el campo en el punto P de la figura 6 es

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{S_0} \left[G(\vec{r}, \vec{r}_0) \frac{\partial \psi(\vec{r}_0)}{\partial \hat{n}_0} - \psi(\vec{r}_0) \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_0)}{\partial \hat{n}_0} \right] dS_0 \quad (3.8)$$

que se conoce como teorema integral de Helmholtz y Kirchhoff o simplemente integral de Helmholtz.

3.2.4 La formulación de Kirchhoff

Para encontrar el campo en un punto P se aplica el teorema integral de Helmholtz y Kirchhoff (3.8), eligiendo cuidadosamente la superficie de integración S_0 .

Siguiendo a Kirchhoff, la superficie que se elige consiste en la suma de una superficie esférica S_E de radio R , centrada en el punto P , más una superficie plana S_P , más la superficie del difusor S_D , como muestra la figura 8 de la siguiente página.

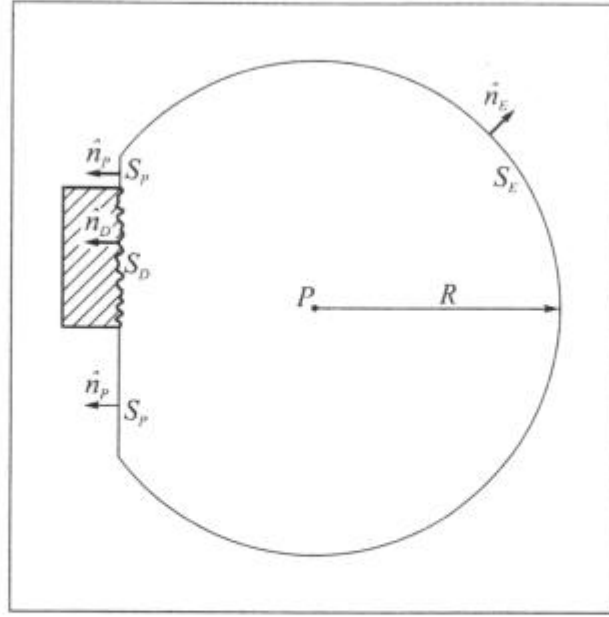


Figura 8. Construcción de la superficie para aplicar la integral de Helmholtz al difusor.

Entonces, aplicando (3.8) se tiene

$$\begin{aligned} \psi(\vec{r}) = & \frac{1}{4\pi} \int_{S_E} \left(G \frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_E} - \psi \frac{\partial G}{\partial \hat{n}_E} \right) dS_E + \frac{1}{4\pi} \int_{S_p} \left(G \frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_p} - \psi \frac{\partial G}{\partial \hat{n}_p} \right) dS_p + \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_{S_D} \left(G \frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_D} - \psi \frac{\partial G}{\partial \hat{n}_D} \right) dS_D \end{aligned} \quad (3.9)$$

Sobre S_E , la función de Green (3.5) y su derivada normal valen

$$\begin{aligned} G &= \frac{e^{ikR}}{R} \\ \frac{\partial G}{\partial \hat{n}_E} &= \frac{e^{ikR}}{R} \left(ik - \frac{1}{R} \right) \end{aligned}$$

donde $R = |\vec{r} - \vec{r}_E|$ y $\vec{r}_E$ es la posición de un punto perteneciente a la superficie S_E . Para R muy grande

$$\frac{\partial G}{\partial \hat{n}_E} \cong ikG$$

luego, la integral sobre S_E en (3.9) se reduce a

$$\int_{S_E} \left(G \frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_E} - \psi ikG \right) dS_E = \int_{\Omega} G \left(\frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_E} - ik\psi \right) R^2 d\Omega \quad (3.10)$$

donde Ω es el ángulo sólido subtendido por S_E en P . Como $|R \cdot G|$ está acotado, la integral (3.10) se anula si se cumple la condición

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left(\frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_E} - ik\psi \right) = 0$$

para todos los ángulos. Esto se conoce como la condición de radiación de Sommerfield y se satisface si ψ cae por lo menos tan rápido como una onda esférica divergente. Ya que la fuente que ilumina el difusor consiste en una onda esférica o en una combinación lineal de ondas esféricas, la condición de Sommerfield se satisface siempre en la práctica y, por lo tanto, se puede despreciar la contribución de la integral sobre S_E en (3.9).

Por su parte, si la superficie S_p consiste en una pantalla opaca, es razonable pensar que la integral correspondiente no contribuye significativamente en la suma (3.9), ya que la mayoría de las contribuciones proviene de la superficie iluminada S_D del difusor. Se tiene por lo tanto

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_D} \left(G \frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_D} - \psi \frac{\partial G}{\partial \vec{n}_D} \right) dS_D \quad (3.11)$$

De acuerdo con esto se supone que:

- las distribuciones de ψ y $\frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_D}$ sobre la superficie S_D son las mismas que las que habría si no hubiera ninguna pantalla sobre S_p ;
- sobre S_p el campo ψ y su derivada $\frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}_p}$ son nulos.

Estas suposiciones, equivalentes a las adoptadas por Kirchhoff en su teoría de la difracción, se conocen como las condiciones de contorno de Kirchhoff. La primera permite especificar el campo sobre el difusor despreciando la presencia de la pantalla. La segunda permite limitar la superficie de integración a S_D , que en el caso de un difusor es una función aleatoria, como se vio anteriormente.

Es importante destacar que las condiciones de contorno de Kirchhoff simplifican el problema considerablemente pero hacen que la teoría sea inconsistente. Las dificultades provienen de imponer condiciones de contorno sobre el campo y su derivada. Por ejemplo, es sabido que si el campo y su derivada normal se anulan sobre algún elemento de superficie (como la segunda de las condiciones de contorno mencionadas anteriormente), entonces el campo es nulo en todo el espacio. A pesar de estas contradicciones, los resultados de Kirchhoff en la mayoría de los casos concuerdan sorprendentemente bien con los experimentos. Las inconsistencias de la teoría de Kirchhoff fueron removidas por Sommerfield, quien eliminó la imposición de condiciones de contorno sobre el campo y su derivada

normal simultáneamente. La comparación de la exactitud de las teorías de Kirchhoff y Sommerfield es todavía un tema de investigación.

3.2.5 La aproximación de Kirchhoff y de onda plana incidente

En la ecuación (3.11) el campo y su derivada sobre la superficie no son conocidos. Para determinar $\psi(\vec{r})$ se utiliza la aproximación de Kirchhoff, suponiendo que el campo en cierto punto $\vec{r}_D$ de la superficie difusora es el campo que estaría presente sobre el plano tangente en tal punto. Luego

$$\psi(\vec{r}_D) = [1 + R_0(\vec{r}_D)] \psi_i(\vec{r}_D) \quad (3.12)$$

donde R_0 es el coeficiente de reflexión de una superficie suave que depende de la posición sobre la superficie, a través de los ángulos de incidencia y dispersión locales, los cuales a su vez dependen del gradiente local de la superficie.

Se supone que la onda incidente es una onda plana monocromática de la forma

$$\psi_i(\vec{r}) = e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} \quad (3.13)$$

donde $\vec{k}_i$ es el vector de onda incidente.

La derivada normal del campo incidente, calculada sobre la superficie, está dada por

$$\frac{\partial \psi_i(\vec{r}_D)}{\partial \hat{n}_D} = i(\vec{k}_i \cdot \hat{n}_D) \psi_i(\vec{r}_D)$$

Luego, la derivada del campo total es

$$\frac{\partial \psi(\vec{r}_D)}{\partial \hat{n}_D} = i [1 - R_0(\vec{r}_D)] (\vec{k}_i \cdot \hat{n}_D) \psi_i(\vec{r}_D) \quad (3.14)$$

3.2.6 Aproximación de campo lejano o de Fraunhofer

Como el área iluminada sobre la superficie es finita, se puede suponer que el punto de observación P de la figura 8 está muy alejado de la superficie del difusor S_D . Esto es, para los módulos de los vectores $\vec{r}$ y $\vec{r}_D$ se puede suponer que se verifica la desigualdad $r \gg r_D$ (ver figura 9 en la página que sigue).

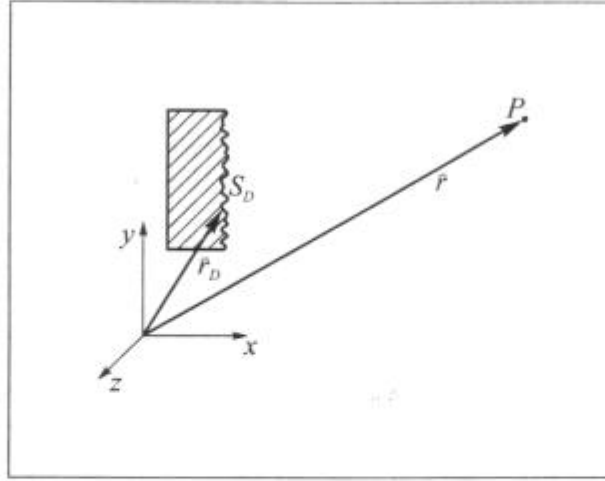


Figura 9. Punto de observación P muy alejado del difusor S_D .

Entonces se cumple la siguiente relación para el argumento de la exponencial en la función de Green (3.5):

$$\begin{aligned} k|\vec{r} - \vec{r}_D| &= k\left(r^2 - 2\vec{r}_D \cdot \vec{r} + r_D^2\right)^{1/2} \\ &= kr \left[1 - \frac{2\vec{r}_D \cdot \vec{r}}{r^2} + \left(\frac{r_D}{r}\right)^2 \right]^{1/2} \\ &\approx kr - k\hat{r} \cdot \vec{r}_D \end{aligned}$$

donde $\hat{r}$ es el versor en la dirección de observación. De este modo, la función de Green se puede aproximar como

$$G(\vec{r}, \vec{r}_D) \approx \frac{e^{ikr - ik\hat{r} \cdot \vec{r}_D}}{4\pi r} \quad (3.15)$$

La condición de que la onda incidente sea plana y se observe el campo en una región donde también se puedan considerar planas las ondas dispersadas (efectivamente en el infinito), se conoce como *difracción de Fraunhofer* o de *campo lejano*. Una realización práctica de la condición de Fraunhofer se logra usando un sistema óptico conveniente, de manera que la observación se realiza en un plano focal del sistema (plano de Fourier) y no a distancias muy grandes del área iluminada (§6.1).

Brown⁽³⁹⁾ estudia la validez de la aproximación de campo lejano para la dispersión de haces de sección finita por superficies rugosas aleatorias y concluye que la aproximación es válida suponiendo $r \gg d^2/T$, con la restricción adicional que $d \gg T$, donde d es el diámetro del área iluminada y T es la longitud de correlación (§2.3.4). Esta última restricción es siempre necesaria para un tratamiento estocástico del problema de dispersión.

Con la condición de campo lejano la derivada normal de la función de Green resulta

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_D)}{\partial \hat{n}_D} = \frac{-ie^{ikr}}{4\pi r} (\hat{n}_D \cdot \vec{k}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_D} \quad (3.16)$$

donde $\vec{k} = k \hat{r}$ es el vector de onda dispersado.

Reemplazando las ecuaciones (3.12) a (3.16) en (3.11), el campo resulta entonces

$$\psi(\vec{r}) = \frac{ie^{ikr}}{4\pi r} \int_{S_D} \left[(\vec{k}^+ - R_0 \vec{k}^-) \cdot \hat{n}_D \right] e^{i\vec{k}^- \cdot \vec{r}_D} dS_D \quad (3.17)$$

donde se han definido la diferencia y la suma de los vectores de onda incidente y dispersado

$$\begin{aligned} \vec{k}^- &= \vec{k}_i - \vec{k} \\ \vec{k}^+ &= \vec{k}_i + \vec{k} \end{aligned}$$

y $\hat{n}_D$ es la normal a la superficie rugosa apuntando hacia el interior del medio difusor, como indica la figura 8.

3.2.7 Integral sobre el plano medio

Aunque la integral en la ecuación (3.17) debe realizarse sobre toda la superficie rugosa S_D del difusor, puede transformarse en una integral sobre el plano medio de la superficie. Para ello hay que tener en cuenta que un elemento de área de la superficie rugosa, dS_D , proyecta sobre el plano medio un elemento de área dS_M (ver figura 10 en la página siguiente). Considerando que el plano medio es el plano (x, y) , con el eje z positivo desde la superficie hacia la región de observación y tomando ahora la normal $\hat{n}_D$ exterior al medio dispersor (opuesta a la indicada en la figura 8), las áreas elementales verifican la relación

$$\hat{n}_D dS_D \approx \left(-\hat{x} \frac{\partial \zeta}{\partial x_D} - \hat{y} \frac{\partial \zeta}{\partial y_D} + \hat{z} \right) dS_M$$

ya que el versor normal $\hat{n}_D$ está dado por

$$\hat{n}_D = \frac{-\hat{x} \partial \zeta / \partial x_D - \hat{y} \partial \zeta / \partial y_D + \hat{z}}{\left[1 + \left(\partial \zeta / \partial x_D \right)^2 + \left(\partial \zeta / \partial y_D \right)^2 \right]^{1/2}}$$

Se debe notar que esta proyección es exacta sólo cuando el elemento de área de la superficie rugosa es en sí mismo planar, tal como se puede observar en la figura 10.

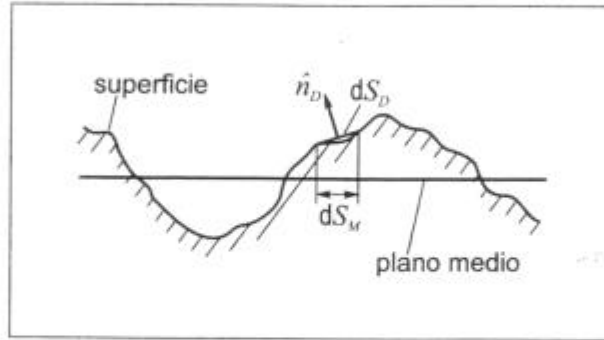


Figura 10. Construcción para proyectar un elemento de área de una superficie rugosa sobre el plano medio. La desviación de la superficie respecto de un plano, en relación con la extensión del elemento, está exagerada para enfatizar la naturaleza de la aproximación.

3.2.8 Resultado general de Kirchhoff para el campo lejano

La geometría generalmente empleada en la teoría de Kirchhoff está dada por la figura 11.

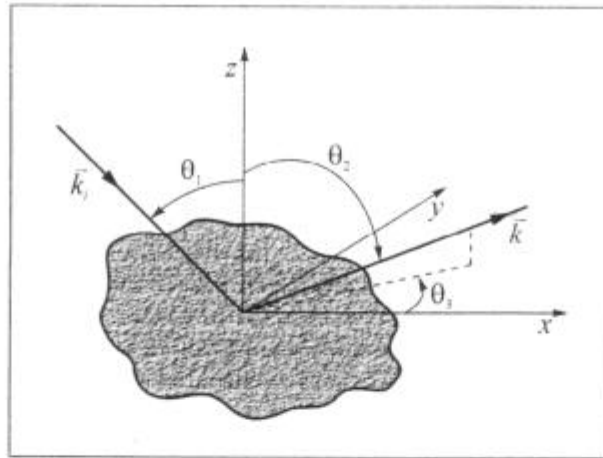


Figura 11. Geometría de la dispersión de una onda plana incidente.

Los vectores de onda incidente y dispersado están dados por

$$\vec{k}_i = k(\hat{x} \sin\theta_1 - \hat{z} \cos\theta_1)$$

$$\vec{k} = k(\hat{x} \sin\theta_2 \cos\theta_3 + \hat{y} \sin\theta_2 \sin\theta_3 + \hat{z} \cos\theta_2)$$

Entonces, teniendo en cuenta el cambio de signo introducido al tomar la normal en el sentido opuesto, la ecuación (3.17) puede escribirse en la forma general

$$\psi(\vec{r}) = \frac{ike^{ikr}}{4\pi r} \int_{S_M} (a \partial \zeta / \partial x_D + b \partial \zeta / \partial y_D - c) \times \exp\{ik[\alpha x_D + \beta y_D + \gamma \zeta(x_D, y_D)]\} dx_D dy_D \quad (3.18)$$

donde α , β y γ son las componentes del vector $\vec{k}^-/k$

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{sen}\theta_1 + \text{sen}\theta_2 \cos\theta_3 \\ \beta &= -\text{sen}\theta_2 \text{sen}\theta_3 \\ \gamma &= -(\cos\theta_1 + \cos\theta_2) \end{aligned} \quad (3.19)$$

en tanto que a , b y c son las componentes de $\frac{\vec{k}^+ - R_0 \vec{k}^-}{k}$

$$\begin{aligned} a &= \text{sen}\theta_1(1 - R_0) + \text{sen}\theta_2 \cos\theta_3(1 + R_0) \\ b &= \text{sen}\theta_2 \text{sen}\theta_3(1 + R_0) \\ c &= \cos\theta_2(1 + R_0) - \cos\theta_1(1 - R_0) \end{aligned} \quad (3.20)$$

y son constantes sólo si el coeficiente de reflexión R_0 es independiente de la posición sobre la superficie.

La ecuación (3.18) es el resultado general que surge de aplicar la teoría de Kirchhoff a la dispersión de una onda escalar por una superficie rugosa. Las suposiciones hechas al derivar esta ecuación son:

- la teoría de Kirchhoff es válida tomando el campo en un punto de la superficie del dispersor aproximadamente igual al campo sobre el plano tangente a la superficie en dicho punto;
- la observación es en el campo lejano de la superficie;
- la onda incidente es plana y monocromática;
- ningún punto sobre la superficie tiene gradiente infinito.

Es interesante notar cómo depende el campo dispersado de las propiedades de la superficie: la integración en la ecuación (3.18) puede considerarse como la contribución de "fuentes" secundarias emitiendo esféricamente desde todos los puntos sobre la superficie. La amplitud de cada fuente está determinada por el *gradiente* local de la superficie y la fase por la *altura* local de la superficie. Esta dependencia se origina en la naturaleza "geométrica" de la aproximación de Kirchhoff: los efectos de difracción no están explícitamente incluidos, la fase de cada onda está entonces determinada por su distancia de viaje (que depende de la altura de la superficie) y su amplitud por el coeficiente de reflexión local (dependiente del ángulo de incidencia local y así del gradiente local de la superficie).

3.2.9 Coeficiente de reflexión constante

Para hacer más sencillo el manejo de la ecuación (3.18) deben realizarse algunas suposiciones. Una de ellas es que R_0 puede considerarse como una constante sobre la superficie, de modo que a , b y c sean constantes. Esta suposición es razonable cuando la superficie dispersora divide dos regiones de propiedades dieléctricas o acústicas muy diferentes, ya que el coeficiente de reflexión tiene entonces un valor $R_0 \approx \pm 1$. Similarmente, si los gradientes de la superficie son muy pequeños, entonces el ángulo de incidencia local no varía demasiado con la posición sobre la superficie y el coeficiente de reflexión puede reemplazarse por su valor medio, determinado por el ángulo de incidencia relativo al plano medio.

3.2.10 Remoción de la dependencia de los gradientes de la superficie

Otro paso para hacer más simple la evaluación del campo dispersado a partir de la ecuación (3.18) es remover los términos que involucran los gradientes de la superficie. Estos términos son removidos realizando la integración por partes de los términos de la forma $\partial\zeta/\partial x_D \exp[ik\gamma\zeta(x_D, y_D)]$. Suponiendo límites independientes para las integraciones sobre x_D e y_D , y tomando para simplificar una superficie que se extiende sobre $-X \leq x_D \leq X$ y $-Y \leq y_D \leq Y$, se llega a una expresión de la forma (para $\gamma \neq 0$)

$$\psi(\vec{r}) = \frac{-ike^{ikr}}{4\pi r} \left(\frac{\alpha a}{\gamma} + \frac{\beta b}{\gamma} + c \right) \int_{S_M} e^{ik\varphi(x_D, y_D)} dx_D dy_D + \psi_b \quad (3.21)$$

donde

$$\begin{aligned} \psi_b = \frac{-ike^{ikr}}{4\pi r} & \left[\frac{ia}{k\gamma} \int_{-Y}^Y \left(e^{ik\varphi(X, y_D)} - e^{ik\varphi(-X, y_D)} \right) dy_D + \right. \\ & \left. + \frac{ib}{k\gamma} \int_{-X}^X \left(e^{ik\varphi(x_D, Y)} - e^{ik\varphi(x_D, -Y)} \right) dx_D \right] \end{aligned} \quad (3.22)$$

y

$$\varphi(x_D, y_D) = \alpha x_D + \beta y_D + \gamma \zeta(x_D, y_D) \quad (3.23)$$

Beckmann y Spizzichino llamaron a ψ_b "efectos de borde", ya que éstos involucran valores de $\varphi(x_D, y_D)$ sobre los bordes de la superficie. La evaluación de este término para el caso especial de superficies con $\zeta(\pm X, y_D) = \zeta(x_D, \pm Y) = 0$ da (para $\gamma \neq 0$)

$$\psi_b = \frac{ike^{ikr}}{4\pi r} A_M \left(\frac{\alpha a}{\gamma} + \frac{\beta b}{\gamma} \right) \frac{\text{sen}(k\alpha X)}{k\alpha X} \frac{\text{sen}(k\beta Y)}{k\beta Y}$$

donde $A_M = 4XY$ es el área de la superficie dispersora media.

Esta expresión corrige la dada por Beckmann y Spizzichino. Su expresión incorrecta los llevó a argumentar, erróneamente, que los efectos de borde pueden despreciarse para superficies de extensión mucho mayor que la longitud de onda incidente.

En realidad es evidente que los efectos de borde no pueden despreciarse en la ecuación (3.21): la especialización de esta expresión para una superficie perfectamente lisa ($\zeta = \partial\zeta/\partial x_D = \partial\zeta/\partial y_D = 0$) y la comparación con la ecuación (3.18) aplicada al mismo tipo de superficie da

$$\psi_0(\vec{r}) = \frac{-ike^{ikr}}{4\pi r} A_M c \frac{\text{sen}(k\alpha X)}{k\alpha X} \frac{\text{sen}(k\beta Y)}{k\beta Y}$$

donde los límites de la superficie están dados por: $-X \leq x_D \leq X$, $-Y \leq y_D \leq Y$. Esta expresión indica que la ecuación (3.21) lleva al resultado correcto sólo cuando se retienen los efectos de borde. Sin embargo, para el caso particular en que la dirección de observación es la dirección de reflexión especular ($\theta_1 = \theta_2$, $\theta_3 = 0$) se puede demostrar que el término de borde (3.22) es nulo. Este es un punto muy importante porque es la condición experimental de este trabajo para disponer de mayor intensidad luminosa y simplificar la expresión (3.21).

Es conveniente señalar que la consideración del término de borde ψ_b es una interesante contribución al estudio de la dispersión de ondas electromagnéticas por una superficie rugosa.

3.2.11 Resultado general

El resultado general para el campo dispersado por una superficie rugosa, incluyendo los términos de borde, puede escribirse (para $\gamma \neq 0$)

$$\psi(\vec{r}) = \frac{-ike^{ikr}}{4\pi r} 2F(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \int_{S_M} e^{ik\varphi(x_D, y_D)} dx_D dy_D + \psi_b \quad (3.24)$$

donde

- $\varphi(x_D, y_D)$ está dada por la ecuación (3.23),
- ψ_b está dado por la ecuación (3.22) y
- $F(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ es un factor angular, dado por

$$F(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha a}{\gamma} + \frac{\beta b}{\gamma} + c \right) \quad (3.25)$$

Las constantes α , β y γ están dadas en la ecuación (3.19) y a , b y c están dadas por la ecuación (3.20).

Se han empleado varias formas de F en la literatura. Esto es debido a que F depende de la elección de la condición de contorno (es decir, la elección de R_0 en la ecuación (3.20)).

4 APLICACIÓN DE LA CORRELACIÓN DE PATRONES DE SPECKLE A LA MEDICIÓN DE RUGOSIDAD

La utilización del primer láser en 1960 reveló un fenómeno inesperado: los objetos iluminados con él adquieren una apariencia granular. La estructura de esta granularidad, como se observa en la figura 12, no parecería guardar ninguna relación obvia con las propiedades microscópicas del objeto iluminado.

El origen de esta granularidad fue observado por los primeros investigadores en el tema láser⁽⁴³⁻⁴⁹⁾. La mayoría de las superficies son muy rugosas en la escala de las longitudes de onda ópticas. Bajo una iluminación coherente, la onda reflejada por la superficie es, de acuerdo con el principio de Huygens, la superposición de las ondas que provienen de los diferentes elementos microscópicos de la superficie. Las distancias recorridas por estas ondas pueden diferir en varias longitudes de onda, manteniéndose, sin embargo, la coherencia de la onda original. La interferencia de estas ondas desfasadas da como resultado la figura granular que se conoce como *speckle*.

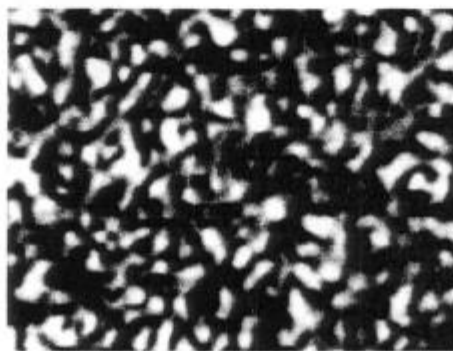


Figura 12. Fotografía de una figura de speckle.

Dado que, si se mueve el punto de observación, las distancias recorridas por las distintas componentes dispersadas cambia, se obtiene un nuevo valor de la intensidad independiente del anterior. Por lo tanto, la figura de speckle consiste en una multitud de pequeñas manchas brillantes y oscuras debidas a la interferencia de las ondas secundarias.

Numerosos investigadores^(40-42,50) se han abocado al estudio de las propiedades estadísticas del speckle. Aunque inicialmente se lo enfrentó como un adversario de la holografía tratando de reducir sus problemáticos efectos (semejantes al ruido en una señal), a lo largo del tiempo, debido a su estacionariedad, se ha visualizado al speckle como un portador de información y por lo tanto se le han encontrado innumerables aplicaciones, a tal punto que casi se ha convertido en una nueva rama de la óptica.

El speckle tiene una categoría especial entre los fenómenos de ruido, porque en realidad no es tal, sino información no deseada especialmente en holografía. Dicha información, debidamente procesada, permite conocer muchas propiedades de la superficie iluminada, como por ejemplo la rugosidad, longitud de correlación,

deformaciones, desplazamientos, rotaciones, tensiones, vibraciones, etc. En este sentido, a partir de los trabajos de Légèr et al^(5,51), se han comenzado a relacionar las propiedades de segundo orden de la luz dispersada, correlación y contraste de speckles^(6-9,13,26,27), con las características de la superficie rugosa.

Investigaciones recientes han mostrado la factibilidad de estudiar superficies que varían con un parámetro externo^(13,17). Esta nueva posibilidad ha permitido imaginar el análisis de las propiedades estadísticas de primer y segundo orden de la luz dispersada como un nuevo mecanismo para evaluar procesos de corrosión. En consecuencia, se verá ahora la relación entre estas propiedades de la luz dispersada y las características de la superficie rugosa, siguiendo el trabajo realizado por Légèr⁽⁵⁾.

4.1 Correlación angular de patrones de speckle

La correlación de intensidades es un caso particular de aplicación de la función correlación Γ , definida como

$$\Gamma(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \langle \mathcal{A} \bar{\mathcal{B}} \rangle$$

donde $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ son dos cantidades relacionadas con el campo dispersado y el símbolo $\langle \rangle$ indica que el valor medio se calcula sobre un ensamble estadístico de las estructuras microscópicas de la superficie difusora (§2.3.1). Así, por ejemplo, la autocorrelación de la amplitud del campo dispersado ψ es la intensidad media definida por la ecuación (2.13)

$$\Gamma(\psi, \psi) = \langle \psi \bar{\psi} \rangle = \langle I \rangle$$

Por otra parte, llamando ΔI a la fluctuación de intensidad

$$\Delta I = I - \langle I \rangle$$

su autocorrelación da la varianza de la intensidad, σ_I^2

$$\sigma_I^2 = \Gamma(\Delta I, \Delta I)$$

Cuando el ángulo de iluminación varía ligeramente, la figura de speckle no solo se desplaza angularmente sino que los granos de speckle sufren una deformación. Una medida de esa deformación se obtiene comparando las intensidades del campo dispersado I e I' , obtenidas antes y después de variar el ángulo de iluminación. Un parámetro sencillo llamado *coeficiente de correlación* ρ_I , que se define como

$$\rho_I = \frac{\Gamma(\Delta I, \Delta I')}{(\sigma_I^2 \sigma_{I'}^2)^{1/2}} \quad (4.1)$$

permite evaluar la diferencia entre ambas intensidades.

La correlación de las fluctuaciones de intensidad puede expresarse en términos de la correlación de intensidades y de las intensidades medias

$$\begin{aligned}\Gamma(\Delta I, \Delta I') &= \Gamma(I, I') - \langle I \rangle \langle I' \rangle \\ &= \langle I I' \rangle - \langle I \rangle \langle I' \rangle\end{aligned}$$

y, a su vez, la correlación de intensidades se puede escribir como⁽⁵²⁾

$$\Gamma(I, I') = \langle I \rangle \langle I' \rangle + |\Gamma(\psi, \psi')|^2$$

donde $\Gamma(\psi, \psi')$ es la correlación de amplitudes del campo dispersado,

$$\Gamma(\psi, \psi') = \langle \psi \bar{\psi}' \rangle \quad (4.2)$$

Con estos resultados la correlación de las fluctuaciones ΔI y $\Delta I'$ queda

$$\begin{aligned}\Gamma(\Delta I, \Delta I') &= |\Gamma(\psi, \psi')|^2 \\ &= |\langle \psi \bar{\psi}' \rangle|^2\end{aligned} \quad (4.3)$$

Por otra parte, si la superficie es suficientemente rugosa y está formada por una gran cantidad de dispersores independientes, la amplitud del campo complejo obedece a una estadística circular gaussiana⁽⁵⁰⁾. En este caso, se tiene una componente especular ψ_c despreciable, la figura de speckle se dice que está "completamente desarrollada" y se tiene que

$$\langle I^2 \rangle = 2 \langle I \rangle^2$$

con lo que la varianza de la intensidad resulta

$$\sigma_I^2 = \langle I \rangle^2 \quad (4.4)$$

Entonces, reemplazando las ecuaciones (4.3) y (4.4) en (4.1), el coeficiente de correlación queda

$$\rho_I = \frac{|\Gamma(\psi, \psi')|^2}{\langle I \rangle \langle I' \rangle} \quad (4.5)$$

4.2 Correlación de amplitudes

El estudio de la dispersión de ondas electromagnéticas por superficies rugosas (Capítulo 3) tiene a la ecuación (3.24) como resultado general para la amplitud del campo dispersado. Este resultado se aplica a una superficie que cumple con las hipótesis de la teoría estadística de superficies rugosas aleatorias (§2.3.1), de acuerdo con el modelo propuesto por Beckmann⁽³³⁾. Entonces, se considera una

superficie isotrópica, estacionaria, ergódica y con distribución de alturas gaussiana. Además, se supone que también es gaussiana la función de autocorrelación de la altura (§2.3.4). Finalmente, se considera por simplicidad una superficie unidimensional perfectamente reflectora. Esto es, una superficie de extensión $2X$ en la dirección x_D y unitaria en la dirección y_D , en la cual presenta simetría de traslación; con coeficiente de reflexión $R_0 = \pm 1$. Entonces, si el vector de onda incidente es tal que $\theta_3 = 0$, la geometría del problema es independiente de la coordenada y_D sobre la superficie de referencia. En este caso, las cantidades definidas por las ecuaciones (3.19) y (3.20) resultan

$$\begin{aligned}\alpha &= \sin\theta_1 - \sin\theta_2 \\ \beta &= 0 \\ \gamma &= -(\cos\theta_1 + \cos\theta_2) \\ a &= \begin{cases} 2 \sin\theta_2 & \text{si } R_0 = 1 \\ 2 \sin\theta_1 & \text{si } R_0 = -1 \end{cases} \\ b &= 0 \\ c &= \begin{cases} 2 \cos\theta_2 & \text{si } R_0 = 1 \\ -2 \cos\theta_1 & \text{si } R_0 = -1 \end{cases}\end{aligned}\tag{4.6}$$

con lo que la fase φ y el factor angular F de las ecuaciones (3.23) y (3.25) quedan

$$\varphi(x_D) = (\sin\theta_1 - \sin\theta_2)x_D - (\cos\theta_1 + \cos\theta_2)\zeta(x_D)$$

$$F(\theta_1, \theta_2) = \pm \frac{1 + \cos(\theta_1 + \theta_2)}{\cos\theta_1 + \cos\theta_2}$$

Tomando la ecuación (3.24) para una superficie con extensión dada por $-X \leq x_D \leq X$ y despreciando los efectos de borde ($\psi_b = 0$) puesto que luego se impondrá la condición $\theta_1 = \theta_2$, el campo dispersado en la dirección θ_2 cuando se ilumina la superficie bajo un ángulo de incidencia θ_1 es

$$\begin{aligned}\psi(\vec{r}) &= \frac{-ike^{ikr}}{4\pi r} 2F(\theta_1, \theta_2) \int_{-X}^X e^{ik\varphi(x_D)} dx_D \\ &= K(\theta_1, \theta_2) \int_{-X}^X \exp\left\{ik\left[(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)x_D - (\cos\theta_1 + \cos\theta_2)\zeta\right]\right\} dx_D\end{aligned}\tag{4.7}$$

siendo, para $R_0 = \pm 1$ respectivamente,

$$K(\theta_1, \theta_2) = \mp 2 \frac{ike^{ikr}}{4\pi r} \left[\frac{1 + \cos(\theta_1 + \theta_2)}{\cos\theta_1 + \cos\theta_2} \right]$$

Cuando se varía el ángulo de incidencia en $\delta\theta_1$, como muestra la figura 13, el campo dispersado ψ' se obtiene reemplazando en la ecuación (4.7) los ángulos de incidencia y dispersión por $\theta_1 + \delta\theta_1$ y $\theta_2 + \delta\theta_2$, respectivamente.

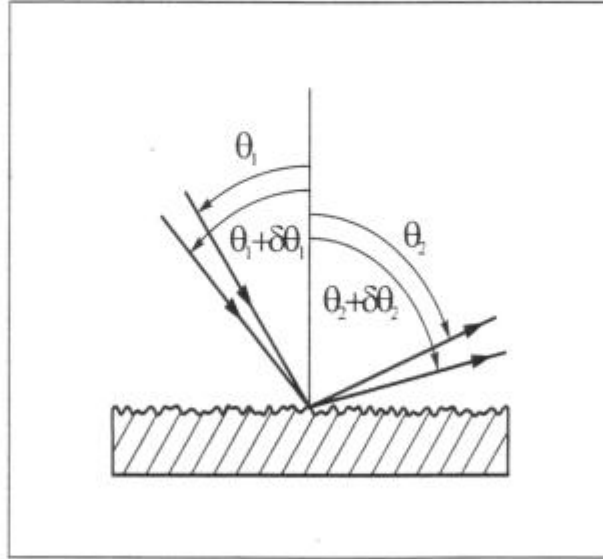


Figura 13. Variación de los ángulos de incidencia y observación.

Si se usa x_D como variable de integración para ψ y x'_D como variable de integración para ψ' , y además se considera que $K(\theta_1, \theta_2) \approx K(\theta_1 + \delta\theta_1, \theta_2 + \delta\theta_2)$, se obtiene

$$\begin{aligned} \psi \bar{\psi}' = |K|^2 \int_{-X}^X \exp\{ik[\alpha x_D + \gamma \zeta(x_D)]\} dx_D \times \\ \times \int_{-X}^X \exp\{-ik[\alpha' x'_D + \gamma' \zeta(x'_D)]\} dx'_D \end{aligned} \quad (4.8)$$

donde

$$\begin{aligned} \alpha' &= \sin(\theta_1 + \delta\theta_1) - \sin(\theta_2 + \delta\theta_2) \\ \gamma' &= -[\cos(\theta_1 + \delta\theta_1) + \cos(\theta_2 + \delta\theta_2)] \end{aligned} \quad (4.9)$$

Reagrupando en la ecuación (4.8), ésta resulta

$$\begin{aligned} \psi \bar{\psi}' = |K|^2 \times \\ \times \int_{-X}^X \int_{-X}^X \exp\{ik[\gamma \zeta(x_D) - \gamma' \zeta(x'_D)]\} \exp\{ik[\alpha x_D - \alpha' x'_D]\} dx_D dx'_D \end{aligned}$$

Así, la correlación de amplitudes definida por la ecuación (4.2) resulta

$$\langle \psi \bar{\psi}' \rangle = |K|^2 \int_{-X}^X \int_{-X}^X \left\langle \exp \{ ik [\gamma \zeta(x_D) - \gamma' \zeta(x'_D)] \} \right\rangle \times \\ \times \exp \{ ik [\alpha x_D - \alpha' x'_D] \} dx_D dx'_D$$

De la ecuación (2.9), el valor medio dentro de la integral es la función característica bidimensional χ_b

$$\left\langle \exp \{ ik [\gamma \zeta(x_D) - \gamma' \zeta(x'_D)] \} \right\rangle = \chi_b(k\gamma, -k\gamma', \tau)$$

correspondiente a la distribución conjunta de alturas $p_c[\zeta(x_D), \zeta(x'_D), \tau]$, definida en §2.3.5, donde $\tau = x_D - x'_D$. Entonces se puede escribir

$$\langle \psi \bar{\psi}' \rangle = |K|^2 \int_{-X}^X \int_{-X}^X \chi_b(k\gamma, -k\gamma', \tau) \exp[ik(\alpha x_D - \alpha' x'_D)] dx_D dx'_D$$

Reemplazando α' por $\alpha + \Delta\alpha$ y realizando los cambios de variable $x_D - x'_D = \tau$, $x'_D = x$, se tiene

$$\langle \psi \bar{\psi}' \rangle = |K|^2 \int_{-X}^X \int_{x-x}^{x-x} \chi_b(k\gamma, -k\gamma', \tau) e^{ik\alpha\tau} e^{-ik\Delta\alpha x} d\tau dx$$

Integrando en x resulta

$$\langle \psi \bar{\psi}' \rangle = |K|^2 2X \frac{\text{sen}(k \Delta\alpha X)}{k \Delta\alpha X} \int_{-X}^X \chi_b(k\gamma, -k\gamma', \tau) e^{ik\alpha\tau} d\tau \quad (4.10)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (2.10), la integral de la expresión anterior es

$$\int_{-X}^X \chi_b(k\gamma, -k\gamma', \tau) e^{ik\alpha\tau} d\tau = \int_{-X}^X \exp \left\{ -\frac{k^2 \sigma^2}{2} [\gamma^2 + \gamma'^2 - 2C(\tau)\gamma\gamma'] \right\} e^{ik\alpha\tau} d\tau \\ = \exp \left[-\frac{k^2 \sigma^2}{2} (\gamma - \gamma')^2 \right] \times \int_{-X}^X \exp \{ -k^2 \sigma^2 \gamma \gamma' [1 - C(\tau)] \} e^{ik\alpha\tau} d\tau \quad (4.11)$$

Tomando $\Delta\gamma = \gamma - \gamma'$, reemplazando los límites de integración por $\pm\infty$ y con la función de autocorrelación dada por la ecuación (2.7) desarrollada alrededor de $\tau = 0$,

$$C(\tau) \cong 1 - \frac{\tau^2}{T^2}$$

la ecuación (4.11) resulta

$$\int_{-\infty}^{\infty} \chi_b(k\gamma, -k\gamma', \tau) e^{ik\alpha\tau} d\tau = \exp\left[-\frac{k^2\sigma^2}{2}(\Delta\gamma)^2\right] \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-k^2\sigma^2\gamma\gamma' \frac{\tau^2}{T^2}\right) e^{ik\alpha\tau} d\tau$$

que al evaluarla da

$$\int_{-\infty}^{\infty} \chi_b(k\gamma, -k\gamma', \tau) e^{ik\alpha\tau} d\tau = \exp\left[-\frac{k^2\sigma^2}{2}(\Delta\gamma)^2\right] \sqrt{\frac{\pi T^2}{k^2\sigma^2\gamma\gamma'}} \exp\left(-\frac{\alpha^2 T^2}{4\sigma^2\gamma\gamma'}\right)$$

Reemplazando este resultado en (4.10), la correlación de amplitudes queda

$$\begin{aligned} \langle \psi \bar{\psi}' \rangle = & |K|^2 2X \frac{\sin(k \Delta\alpha X)}{k \Delta\alpha X} \times \\ & \times \exp\left[-\frac{k^2\sigma^2}{2}(\Delta\gamma)^2\right] \sqrt{\frac{\pi T^2}{k^2\sigma^2\gamma\gamma'}} \exp\left(-\frac{\alpha^2 T^2}{4\sigma^2\gamma\gamma'}\right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

4.3 Intensidad media

Como la intensidad media dispersada está dada por la autocorrelación de la amplitud ψ (ecuación (2.13)), para obtenerla puede emplearse la ecuación (4.12). Tomando $\Delta\alpha = \Delta\gamma = 0$, reemplazando γ' y α' por γ y α , la intensidad media es

$$\langle I \rangle = |K|^2 2X \frac{T\sqrt{\pi}}{k\sigma\gamma} \exp\left(-\frac{\alpha^2 T^2}{4\sigma^2\gamma^2}\right) \quad (4.13)$$

De la misma forma, pero con la sustitución de γ' y α' en lugar de γ y α , respectivamente, se obtiene la intensidad media después de variar el ángulo de incidencia,

$$\langle I' \rangle = |K|^2 2X \frac{T\sqrt{\pi}}{k\sigma\gamma'} \exp\left(-\frac{\alpha'^2 T^2}{4\sigma^2\gamma'^2}\right) \quad (4.14)$$

4.4 Coeficiente de correlación

Reemplazando las ecuaciones (4.12), (4.13) y (4.14) en la (4.5), el coeficiente de correlación resulta

$$\rho_I = \left[\frac{\sin(k \Delta\alpha X)}{k \Delta\alpha X} \right]^2 \exp\left[-k^2\sigma^2(\Delta\gamma)^2\right] \exp\left(-\frac{\alpha^2 T^2}{2\sigma^2\gamma\gamma'} + \frac{\alpha^2 T^2}{4\sigma^2\gamma^2} + \frac{\alpha'^2 T^2}{4\sigma^2\gamma'^2}\right) \quad (4.15)$$

Teniendo en cuenta que se trabaja con pequeñas variaciones angulares, de las ecuaciones (4.6) y (4.9) se ve que $\gamma \approx \gamma'$ y que $\alpha \approx \alpha'$, con lo cual se puede aproximar la segunda exponencial de la ecuación (4.15) a la unidad, resultando

$$\rho_I = \left[\frac{\sin(k \Delta\alpha X)}{k \Delta\alpha X} \right]^2 \exp \left[-k^2 \sigma^2 (\Delta\gamma)^2 \right]$$

Esta expresión del coeficiente de correlación depende de la rugosidad, del tamaño del área iluminada y de los ángulos de incidencia y de observación. Para eliminar la dependencia con el área iluminada se utiliza una geometría tal que $\Delta\alpha = \alpha' - \alpha = 0$, lo cual hace $\sin(\Delta\alpha X)/(\Delta\alpha X) = 1$. Entonces,

$$\rho_I = \exp \left[-k^2 \sigma^2 (\Delta\gamma)^2 \right]$$

A partir de las ecuaciones (4.6) y (4.9), desarrollando $\Delta\alpha = 0$ a primer orden en las variaciones angulares, se tiene que

$$\delta\theta_2 = \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \delta\theta_1$$

donde $\delta\theta_2$ es el desplazamiento del speckle debido a $\delta\theta_1$ en la dirección de incidencia. Entonces

$$\begin{aligned} \Delta\gamma &= \gamma - \gamma' \\ &= \frac{\sin(\theta_1 + \theta_2)}{\cos\theta_2} \delta\theta_2 \end{aligned}$$

y la correlación de intensidades queda

$$\rho_I = \exp \left\{ -k^2 \sigma^2 \left[\frac{\sin(\theta_1 + \theta_2)}{\cos\theta_2} \delta\theta_2 \right]^2 \right\}$$

En la experiencia realizada se registra la intensidad del speckle en la dirección de reflexión, esto es, con $\theta_2 = \theta_1 = \theta$. Tomando $\delta\theta_2 = \delta\theta$, el coeficiente de correlación resulta ser

$$\rho_I = \exp \left[-k^2 \sigma^2 (2 \sin\theta \delta\theta)^2 \right] \quad (4.16)$$

Ésta es la expresión fundamental de este trabajo, ya que calculando ρ_I mediante una correlación digital de los patrones de speckle, conociendo la geometría del problema y las características del láser empleado se puede determinar la rugosidad de la superficie dispersora. Entonces, el modelo de la teoría escalar de Kirchhoff aplicado a este trabajo predice, a través de la ecuación (4.16), que el coeficiente de correlación decae con la variación angular de acuerdo con una campana de Gauss, más rápidamente cuanto mayor es la rugosidad, como se observa en la figura 14 de la página siguiente.

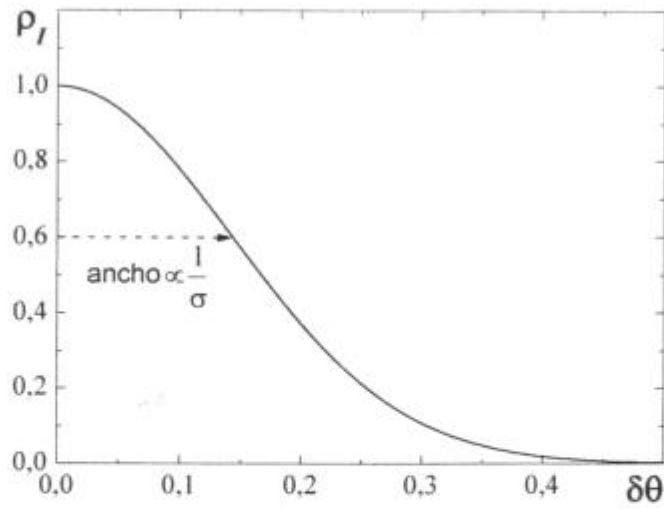


Figura 14. Coeficiente de correlación ρ_I en función de la variación angular $\delta\theta$ dado por la ecuación (4.16). Para realizar el gráfico se emplearon los siguientes parámetros: $\lambda = 0,6328 \mu m$; $\sigma = 1,00 \mu m$; $\theta = \pi/6$.

5 SUPERFICIE RUGOSA ELECTROEROSIONADA

En el capítulo anterior se ha visto que mediante la teoría escalar de la difracción es posible determinar el patrón de intensidad dispersada (speckle) y, con esto, se calcula el coeficiente de correlación. Esto es, se ha resuelto el *problema directo*, que consiste en calcular teóricamente u observar experimentalmente la dispersión de luz debida a un sistema conocido y bien definido.

En cambio, este trabajo se enmarca dentro del *problema inverso*, que es el que trata sobre la caracterización de un sistema dispersor a partir del conocimiento de la luz difundida, usualmente obtenida experimentalmente o, en el caso de fenómenos naturales, a partir de observaciones. Indudablemente, en el caso del problema inverso también es imprescindible hacer algún modelo para poder interpretar las observaciones experimentales. Entonces, el presente trabajo tiene como objetivo obtener la rugosidad de una superficie con pozos de electroerosión analizando el coeficiente de correlación del speckle generado, para luego relacionarla con el porcentaje de electroerosionado de la superficie. Las necesidades experimentales hacen que se considere el coeficiente de correlación en la dirección especular (ecuación (4.16)), donde la intensidad es máxima.

Entonces, dado que el objetivo es caracterizar el sistema dispersor, es muy importante detallar el proceso de preparación de las muestras. Esto es lo que se presenta en este capítulo, junto la descripción del aspecto final de la superficie electroerosionada y con el desarrollo del modelo de superficie empleado para interpretar las observaciones experimentales.

5.1 Preparación de la superficie

Las muestras empleadas son discos de aluminio de 5 cm de diámetro y 5 mm de espesor. La elección de aluminio se debe a dos razones. Una de ellas es que posee un coeficiente de reflexión lo suficientemente grande como para que la intensidad dispersada sea apreciable. Cabe destacar que en un principio se comenzó a trabajar con muestras de hierro, pero al presentar fallas el láser original hubo que reemplazarlo por otro de menor potencia, con el que la intensidad dispersada era muy pequeña como para realizar mediciones confiables. El otro motivo de la elección de aluminio es que, frente a la electroerosión, es un material blando, permitiendo obtener un tamaño de pozo conveniente en forma relativamente sencilla.

En cuanto a la preparación de las muestras, primero se pule una de las caras utilizando polvo abrasivo, obteniéndose así una rugosidad inicial. Posteriormente, utilizando la técnica de electroerosión se varía esta rugosidad, hasta una rugosidad final que resulta de la combinación de la rugosidad inicial de la superficie con los pozos producidos por la electroerosión y la rugosidad del fondo de estos pozos. Estos dos procesos se describen en las dos subsecciones siguientes.

5.1.1 Rugosidad inicial

En la preparación de las superficies dispersoras es imprescindible conseguir muestras rugosas que cumplan con las hipótesis estadísticas dadas en §2.3.1, en particular es necesario que la distribución de la altura y su función de autocorrelación sean gaussianas (ecuaciones (2.5), (2.6) y (2.7)).

Para obtener la rugosidad inicial de las muestras se utiliza un vidrio plano sobre el cual se coloca polvo de carborundum (carburo de silicio, SiC), en cantidades tales que se forme una capa del orden de 2 mm de espesor. Sobre ésta, y mojando con agua hasta lograr cierta consistencia, se desliza la pieza con presión pareja y de manera aleatoria; tal como lo indica J. Strong⁽⁵³⁾, cuando describe la obtención del esmerilado en vidrios ópticos. De esta forma se obtienen diferentes muestras de superficies esmeriladas, identificadas de acuerdo con el número de granularidad del SiC (dado por el fabricante). Esta clasificación está relacionada con el tamaño de partícula del polvo de pulido. Cuanto mayor es este número, menor es su tamaño, lográndose por lo tanto muestras menos rugosas. Con esta técnica se consiguen las condiciones buscadas, es decir, una distribución de alturas gaussiana y una función autocorrelación también gaussiana, lo que se verifica con la ayuda de un rugosímetro electromecánico.

El rugosímetro electromecánico utilizado es el modelo Surtronic 3+, de la empresa Taylor Hobson. Este instrumento explora la superficie a medir con una punta de diamante de 5 μm de radio y, mediante una reluctancia variable, transforma las excursiones en tensión, relevando así un "perfil" de la superficie. La longitud máxima de recorrido de la púa es de 8 mm, a una velocidad de 1 mm/s, permitiendo realizar 2000 mediciones por segundo. Este instrumento tiene una resolución vertical máxima de 0,01 μm y una exactitud en la determinación de la rugosidad del 10 %.

La figura 15 muestra el perfil de una muestra pulida con carborundum de grano 220. Se toman ocho perfiles como éste en regiones estadísticamente independientes. Los datos de cada perfil consisten en 8000 valores de la altura tomados a intervalos de 0,5 μm .

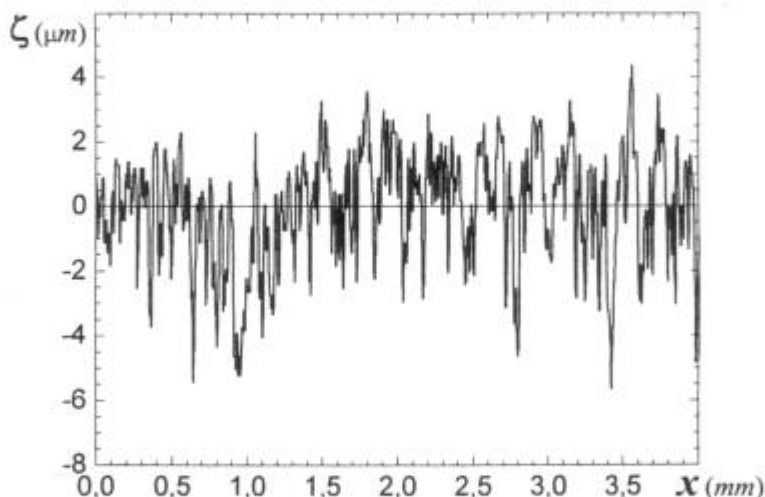


Figura 15. Perfil de la muestra sin electroerosionar.

Con los datos de la altura se construye un histograma (figura 16) que se ajusta con la función gaussiana

$$n = n_0 + \frac{A}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left[-\frac{(\zeta - \zeta_0)^2}{2\sigma^2} \right]$$

donde n es el la cantidad de datos por intervalo del histograma y A es el número total de datos. Los parámetros del ajuste son: $n_0 = (50 \pm 40) \mu m^{-1}$; $A = (7700 \pm 400)$; $\sigma = (1,60 \pm 0,07) \mu m$; $\zeta_0 = (0,09 \pm 0,05) \mu m$. Teniendo en cuenta estos valores y normalizando por la cantidad total de datos, se ve que la distribución de alturas corresponde a la dada por la ecuación (2.5). El análisis estadístico directo de los ocho perfiles determina una rugosidad promedio de $(1,71 \pm 0,03) \mu m$.

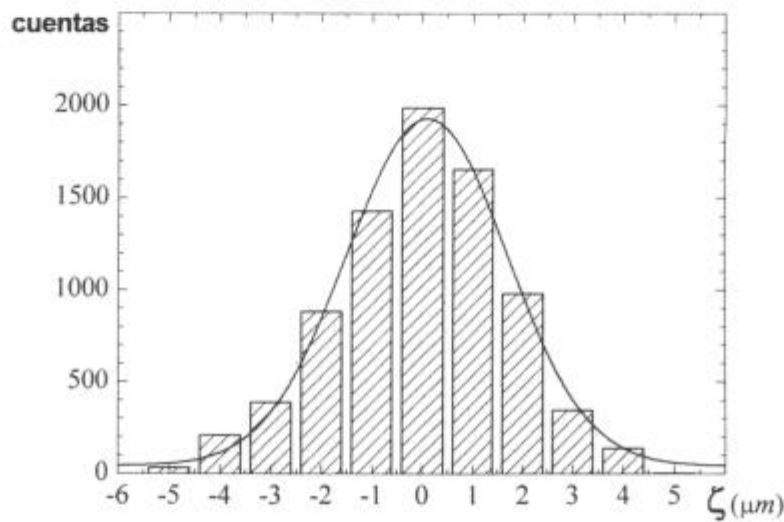


Figura 16. Histograma de las alturas de la figura 15 y curva de ajuste gaussiano.

A continuación, con los datos (x, ζ) tomados con el rugosímetro y que dan el perfil de la figura 15, se calcula la función autocorrelación definida por la ecuación (2.6). El gráfico de esta función se muestra en la figura 17 de la siguiente página, junto con la curva de ajuste dada por la ecuación (2.7). Se obtiene una buena aproximación a una gaussiana, con una longitud de correlación $T = 0,02 \text{ mm}$.

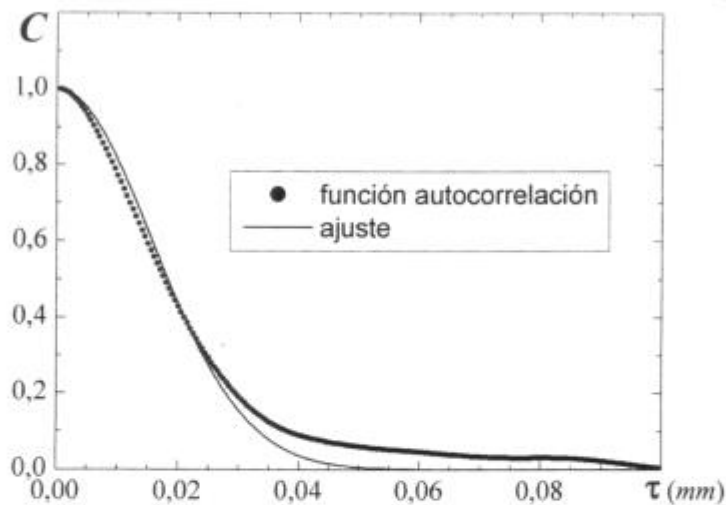


Figura 17. Función de autocorrelación con su correspondiente ajuste gaussiano (ecuación (2.7)).

5.1.2 Electroerosión

El principio básico de la electroerosión⁽⁵⁴⁾ consiste en la súbita transferencia de energía mediante una descarga eléctrica entre dos electrodos sumergidos en un dieléctrico. Los electrodos se mantienen a una diferencia de potencial constante y se aproximan entre sí hasta que el campo eléctrico provoca la ruptura del dieléctrico, se genera así una corriente de corta duración que provoca el calentamiento superficial a temperaturas por encima del punto de fusión y aún de evaporación del material. Las pérdidas por radiación y conducción de calor hacia el interior del material son insuficientes para evitar que las temperaturas superficiales lleguen a varios miles de grados Kelvin. El metal fundido forma la llamada pileta líquida de donde el material se evapora, llegando incluso a producirse la expulsión del líquido. La expulsión y/o la vaporización en la superficie deja cráteres. Finalizada la descarga, se resolidifica la porción de metal líquido remanente, llamada zona refundida, y se enfría la región por debajo de ella. Las dimensiones de los cráteres y de las zonas resolidificadas dependen de parámetros relacionados con la corriente, la duración de la descarga, el dieléctrico y el tipo de electrodo empleado.

Para obtener la rugosidad final de las muestras se usa una máquina de electroerosión de uso industrial fabricada por CT Electromecánica S.R.L. de Argentina, modelo C-102 DI 25. La característica principal de esta máquina reside en la forma rectangular de los pulsos de corriente y de tensión, como indica la figura 18.

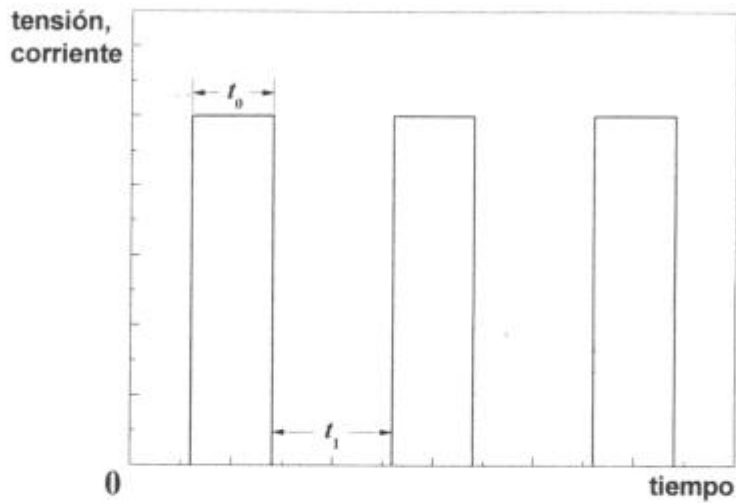


Figura 18. Pulsos rectangulares de tensión y corriente.

La tensión de descarga está provista por una fuente de 80 V . Las corrientes se pueden variar entre 3 A y 25 A . El control del tiempo de trabajo permite elegir la duración de la descarga t_0 entre $2\text{ }\mu\text{s}$ y $3072\text{ }\mu\text{s}$. El tiempo de descanso t_1 puede seleccionarse en porcentajes del tiempo de trabajo t_0 . Para nuestra experiencia se elige un tiempo de trabajo $t_0 = 192\text{ }\mu\text{s}$, y el máximo permitido para el tiempo de descanso, 90 % del ciclo total $t_0 + t_1$, o sea $t_1 = 8,33 t_0$.

Como dieléctrico pueden emplearse varios líquidos, por ejemplo, kerosene, petróleo, aceites aislantes, etc. Para la construcción del electrodo los materiales más corrientemente usados son cobre, grafito, latón, acero y aluminio. En el presente trabajo el dieléctrico empleado es AWS662 de ESSO, consistente de un 99 % de kerosene y el resto de aditivos; en tanto que la herramienta usada para el electroerosionado es un cilindro de latón de 8 mm de diámetro (ver figura 19).

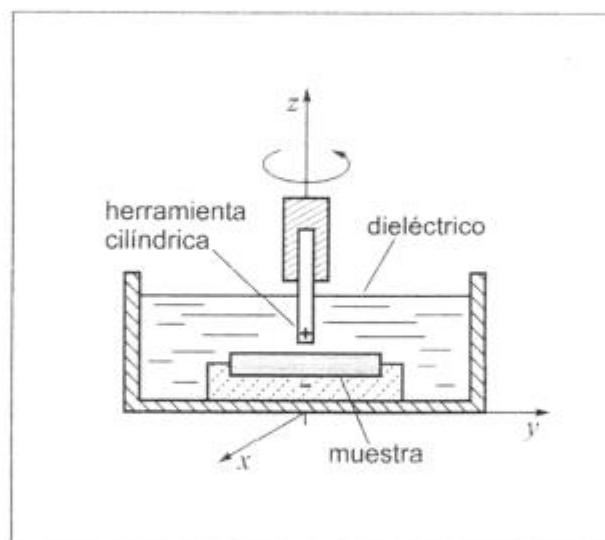


Figura 19. Herramienta cilíndrica para electroerosionar superficies planas.

El equipo permite elegir la polaridad herramienta-muestra, eligiéndose en este caso la polaridad positiva para la herramienta.

El electroerosionado se realiza siguiendo los procedimientos normales indicados en el manual del equipo⁽⁵⁵⁾. La muestra se encuentra sumergida en el dieléctrico contenido en una cuba. Mientras la herramienta gira alrededor del eje z de la figura, la muestra se desplaza paralelamente a su cara inferior, sin tocarla. Este movimiento se logra ya que el recipiente que contiene la muestra está montado sobre una plataforma que puede moverse en el plano (x,y) por medio de dos controles manuales. Con un pico se inyecta dieléctrico a presión para remover el material fundido desprendido y condensado, como así también al hidrocarburo quemado. Las muestras electroerosionadas se retiran de la cuba y se limpian repetidas veces con líquido limpiametales y por último con acetona, cuidando de no alterar la superficie.

5.1.3 Morfología de la superficie electroerosionada

El aspecto de la superficie rugosa electroerosionada observada con el microscopio óptico es el que se muestra en la fotografía de la figura 20.

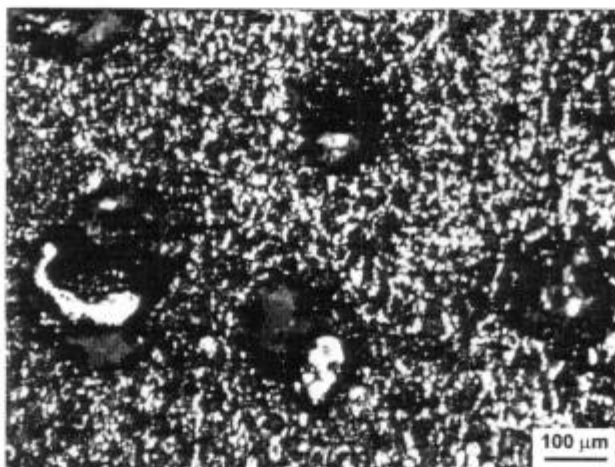


Figura 20. Superficie rugosa con pozos de electroerosión.

La observación de los pozos de electroerosión indica, en este caso, que tienen un diámetro del orden de los $100\ \mu m$, aunque el borde de los pozos generalmente tiene una forma irregular, como se ve en la figura 21a. En la misma fotografía se ven dos regiones muy brillantes, las que corresponden a salientes o protuberancias que se forman especialmente cuando hay dos pozos cercanos. En algunos casos, estas protuberancias llegan a tener una altura del mismo orden que la profundidad de los pozos. La estimación de la profundidad de un pozo, como el que está recuadrado en la figura 21a y ampliado en 21b, se realiza enfocando el microscopio en la zona sin electroerosionar circundante al pozo y en el fondo, 21c. Se obtiene que la profundidad de los pozos es, en general, del orden de 20 a $40\ \mu m$; aunque también existen algunas zonas donde los pozos tienen profundidades del orden de $80\ \mu m$. Estas mediciones se realizan calibrando el ajuste focal del microscopio con una muestra patrón con surcos de profundidad conocida.

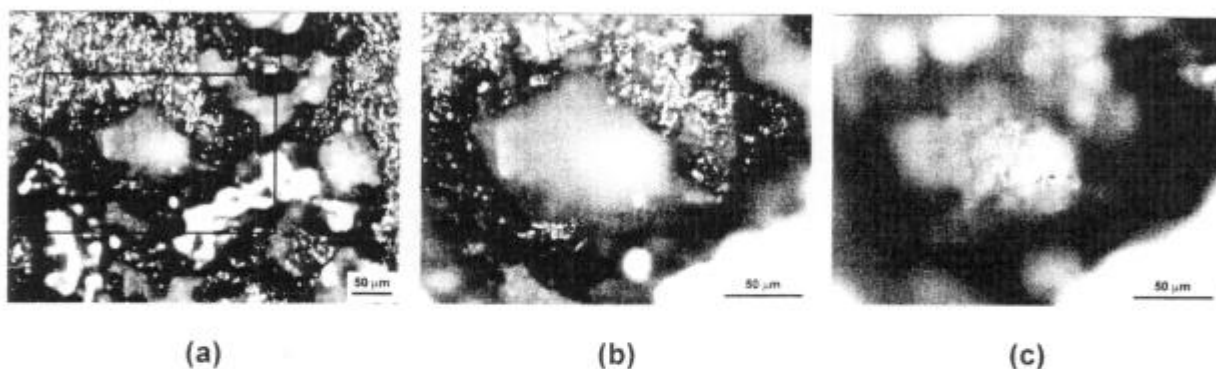


Figura 21. Fotografías de un pozo de electroerosión.

Como se indicó anteriormente, el desplazamiento de la herramienta para producir los pozos de electroerosión se realiza manualmente. Por ello algunos pozos que a simple vista parecen aislados revelan no serlos al ser observados con más detalle. Por ejemplo, esto es lo que se observa en la micrografía de la figura 22, tomada con el microscopio electrónico de barrido. Además se evidencia un detalle importante con respecto al fondo de los pozos: su rugosidad parece ser muy pequeña comparada con la rugosidad de la superficie inicial.

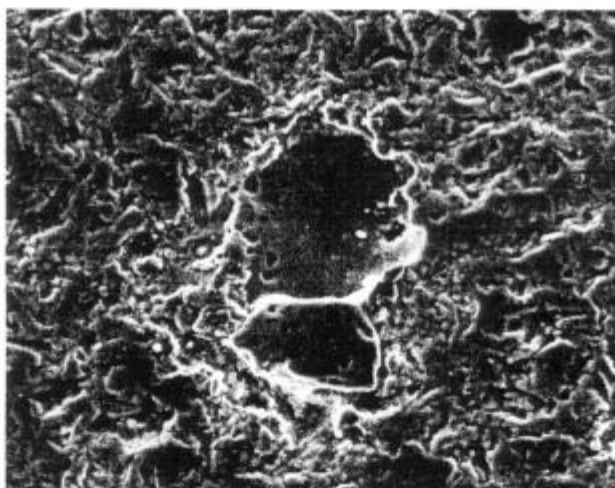


Figura 22. Imagen de un pozo obtenida con microscopio electrónico.

El pozo doble de la imagen anterior tiene un fondo bastante liso comparado con el relieve de la zona circundante sin erosionar, aunque puede advertirse la presencia de subcráteres, más evidentes en el fondo del pozo inferior.

5.2 Modelo para la rugosidad en una superficie electroerosionada

Las características particulares que presenta una superficie total o parcialmente electroerosionada, ya sea poco o muy rugosa, hacen imprescindible desarrollar algún modelo que se acerque más a esta realidad. Este modelo debe permitir interpretar las observaciones experimentales de la luz difundida para caracterizar la superficie rugosa estudiada, esto es, resolver el *problema inverso* mencionado ya al

comienzo de este capítulo. Tal modelo de superficie en general es diferente al sistema conocido y bien definido empleado para calcular teóricamente u observar experimentalmente la dispersión de luz (*problema directo*).

En esta sección se presenta un modelo simple⁽¹⁸⁾ que permite explicar algunos de los resultados obtenidos experimentalmente en el estudio de la luz dispersada por una superficie con diferentes grados de electroerosión. Por lo tanto se redefinirán algunos de los parámetros presentados en el Capítulo 2 (§2.3.2).

En el caso de que el valor medio de las alturas no sea nulo, la rugosidad puede escribirse como

$$\sigma = \left[\frac{1}{L} \int_0^L \zeta^2(x) dx - \left(\frac{1}{L} \int_0^L \zeta(x) dx \right)^2 \right]^{1/2}$$

en lugar de la ecuación (2.3). Si la superficie tiene una distribución aleatoria de alturas $\zeta(x)$, con una densidad de probabilidad $p(\zeta)$, la ecuación (2.4) (que expresa la rugosidad) debe modificarse, quedando

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2 p(\zeta) d\zeta - \left[\int_{-\infty}^{\infty} \zeta p(\zeta) d\zeta \right]^2 = \langle \zeta^2 \rangle - \langle \zeta \rangle^2 \quad (5.1)$$

Para determinar este parámetro se necesita conocer la función densidad de probabilidad $p(\zeta)$ de la altura $\zeta(x)$, por lo que hay que realizar ciertas suposiciones acerca de la superficie. A fin de simplificar los cálculos y sin perder generalidad, se considera un modelo unidimensional.

Para representar una superficie electroerosionada se supone que la superficie original, sin atacar, está descrita por la función aleatoria $z_1(x)$ que posee una distribución gaussiana $N_1(\sigma_1, 0)$, con rugosidad σ_1 y valor medio cero. Al atacar a la superficie, ya sea con electroerosión u otro método, se genera un pozo de profundidad $p = 2h$, cuya base presenta otra distribución aleatoria de alturas, $z_2(x)$ (altura de la superficie en el punto x dentro del pozo), con una rugosidad σ_2 . Se supone que $z_2(x)$ está asociada también con una estadística gaussiana, $N_2(\sigma_2, 0)$ (ver figura 23).

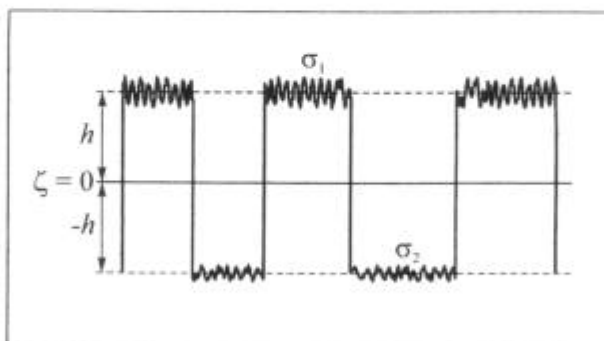


Figura 23. Representación esquemática de la superficie.

Se definen las siguientes variables aleatorias:

- $z_0(x)$, puede tomar el valor $-h$ o h según se esté dentro del pozo o no, respectivamente (figura 24a) y está relacionada con la proporción de superficie erosionada s , que se define como

$$s = \frac{\text{área erosionada en la zona iluminada}}{\text{área iluminada}}$$

y toma valores en el intervalo $[0; 1]$.

- $z_1(x)$, es la altura en el punto x de la superficie sin electroerosionar. Como se dijo antes, la distribución de alturas es gaussiana, $N_1(\sigma_1, 0)$ (figura 24b).
- $z_2(x)$, es la altura del punto x en el fondo del pozo generado por la chispa (figura 24c). También se considera a esta distribución de alturas gaussiana, $N_2(\sigma_2, 0)$.

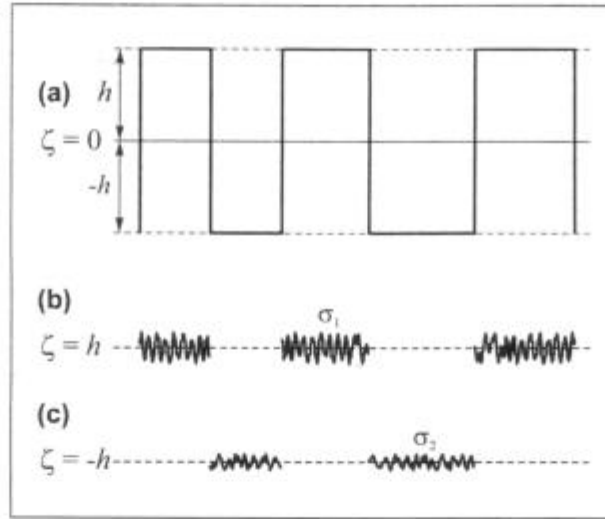


Figura 24. Representación gráfica de las tres variables que componen la superficie: (a) representación de z_0 , (b) representación de z_1 , (c) representación de z_2 .

Habiendo definido estas variables, la altura en un punto x cualquiera de la superficie se la puede escribir como

$$\zeta(x) = z_0(x) + z_1(x) \delta_{z_0, h} + z_2(x) \delta_{z_0, -h} \quad (5.2)$$

donde $\delta_{z_0, h}$ y $\delta_{z_0, -h}$ son las deltas de Kronecker.

Se supone también que las superficies para las cuales $z_0 = \pm h$ son suficientemente grandes tales que N_1 y N_2 cumplan con el teorema ergódico en cada una de las zonas de validez.

La distribución de probabilidades para z_0 se puede escribir como

$$f(z_0) = \begin{cases} 1-s & \text{si } z_0 = h \\ s & \text{si } z_0 = -h \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde s es la fracción de superficie erosionada.

A esta altura del presente desarrollo es necesario hacer una aclaración. Se ha señalado a lo largo de este trabajo que las superficies estudiadas son consideradas estacionarias; esto significa, en sentido estricto, que todas las propiedades estadísticas de las funciones aleatorias estudiadas son invariantes ante traslaciones.

En un sentido más general, se dice que una función aleatoria es estacionaria cuando cumple con las siguientes propiedades:

- el valor medio es independiente de las coordenadas.
- la función de autocorrelación sólo depende de la diferencia de coordenadas.
- la función de autocorrelación es uniformemente continua de $-\infty$ a $+\infty$.

Este modelo cumple con estas condiciones si se toma una superficie infinita. De no poder realizar esta aproximación, es imprescindible estudiarlo más a fondo o bien desarrollar otro más elaborado. De todos modos, cuando las dimensiones de la zona iluminada son mucho mayores que la longitud de correlación de las alturas de la superficie, se puede decir que se cumplen las condiciones arriba enunciadas.

Para calcular la rugosidad, ecuación (5.1), utilizando el sistema de coordenadas de la figura 23, se tendrá en cuenta que el valor medio de las alturas es diferente de cero cuando $s \neq 0,5$. Se supondrá además que $z_0(x)$, $z_1(x)$ y $z_2(x)$ son independientes, entonces la probabilidad de ζ se puede escribir como

$$p(\zeta) = f(z_0) N_1(\sigma_1, 0) N_2(\sigma_2, 0) \quad (5.3)$$

Utilizando las ecuaciones (5.2) y (5.3) se puede calcular el valor medio de la altura de la superficie

$$\begin{aligned} \langle \zeta(x) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \zeta p(\zeta) d\zeta \\ &= h (1-2s) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Resta calcular $\langle \zeta^2 \rangle$, esto es

$$\begin{aligned} \langle \zeta^2 \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2 p(\zeta) d\zeta \\ &= h^2 + (1-s)\sigma_1^2 + s\sigma_2^2 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Remplazando (5.4) y (5.5) en (5.1), se ve que la rugosidad de toda la muestra iluminada se relaciona con la fracción de superficie electroerosionada, s , a través de la siguiente ecuación

$$\sigma^2 = h^2 + (1-s)\sigma_1^2 + s\sigma_2^2 - [h(1-2s)]^2 = 4h^2s(1-s) + (1-s)\sigma_1^2 + s\sigma_2^2$$

Nótese que la rugosidad está compuesta por las tres rugosidades involucradas: σ_1 , σ_2 y $\sigma_0 = 2h\sqrt{s(1-s)}$, que es la rugosidad asociada con la geometría dada por los pozos.

En resumen, la rugosidad total está dada por

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 + (1-s)\sigma_1^2 + s\sigma_2^2$$

También se puede escribir la rugosidad como

$$\sigma^2 = -p^2s^2 + (p^2 - \sigma_1^2 + \sigma_2^2)s + \sigma_1^2 \quad (5.6)$$

donde $p = 2h$ es la profundidad total del pozo.

En el Capítulo 7 se tratará de verificar la validez de la ecuación (5.6). Para ello se analizará la rugosidad de la muestra electroerosionada como función de la fracción de área atacada. Previamente, en el capítulo siguiente se muestran los dispositivos experimentales usados para determinar las magnitudes mencionadas.

6 ANÁLISIS DEL ESTADO DE UNA SUPERFICIE MEDIANTE EL ESTUDIO DE LA CORRELACIÓN DE SPECKLES

Como se demostró en el Capítulo 4, el coeficiente de correlación de figuras de speckle está relacionado con la rugosidad de la superficie que las produce a través de la ecuación (4.16).

Diferentes métodos fueron utilizados para extraer esta información^(5,6,51,56), por ejemplo mediante el estudio del contraste de las franjas que aparecen cuando se hacen interferir las amplitudes de las ondas difundidas para dos direcciones angulares diferentes de incidencia. En este trabajo se opta por calcular la correlación de intensidades directamente en el plano de observación (Plano de Fraunhofer), ya que si bien el cálculo de los valores medios involucrados en dicha ecuación se realiza sobre un ensamble estadístico, en la práctica dicho procedimiento se lleva a cabo sobre un área en el plano de observación que incluya un número suficiente de speckles (ergodicidad)⁽⁵²⁾.

En este capítulo se describe el dispositivo experimental para determinar ópticamente la rugosidad empleando el método de correlación digital de speckles. Se rediseñó y automatizó el dispositivo experimental existente en el Laboratorio de Óptica y Láser, disminuyendo el tiempo de adquisición de datos. En base a este equipo podría construirse un prototipo para medir ópticamente la rugosidad de superficies. También se describe cómo, a través de un procesamiento de imágenes (posterizado), se determina la fracción de área electroerosionada.

6.1 Dispositivo experimental

Una parte importante de este trabajo fue rediseñar y automatizar el dispositivo experimental para medir rugosidades por correlación de speckles ya existente en el Laboratorio de Óptica y Láser⁽¹⁸⁾. En la página que sigue, la figura 25 muestra esquemáticamente este dispositivo.

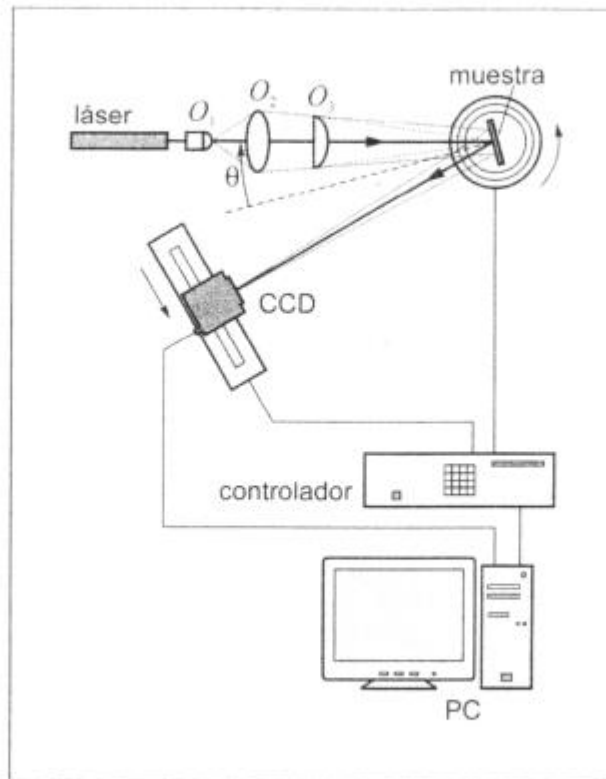


Figura 25. Diagrama esquemático del dispositivo para evaluar la correlación de speckles.

Un haz de láser He-Ne ($\lambda = 0,6328 \mu m$) incide sobre una muestra rugosa bajo un ángulo $\theta = 30^\circ$ respecto de la normal a la superficie. Previamente, el haz atraviesa el sistema óptico $O_1O_2O_3$ (figura 26 en la siguiente página) compuesto por:

- el objetivo de microscopio O_1 asociado con un filtro espacial, para ensanchar y limpiar el haz.
- la lente esférica O_2 que determina el plano de Fourier (condición de campo lejano o de Fraunhofer (§3.2.6)) sobre el plano del detector de una cámara CCD empleada para registrar la distribución de intensidad del speckle. Empleando un espejo en lugar de la muestra se logra que este plano sea perpendicular a la dirección de reflexión especular ya que, como se mencionó anteriormente, el objetivo es determinar el coeficiente de correlación en la dirección especular.
- la lente cilíndrica O_3 que, en combinación con O_2 , determina un foco sobre la muestra (zona iluminada con forma aproximadamente rectangular, ver figura 27 en la página siguiente) y hace que los granos de speckle estén alargados verticalmente en el plano de observación, en el sentido transversal al movimiento de la cámara, de manera que la medición resulta casi insensible a posibles desplazamientos verticales que podrían introducir una decorrelación adicional. Entonces, la correlación del patrón de speckle se calcula en la dirección del desplazamiento de la cámara.

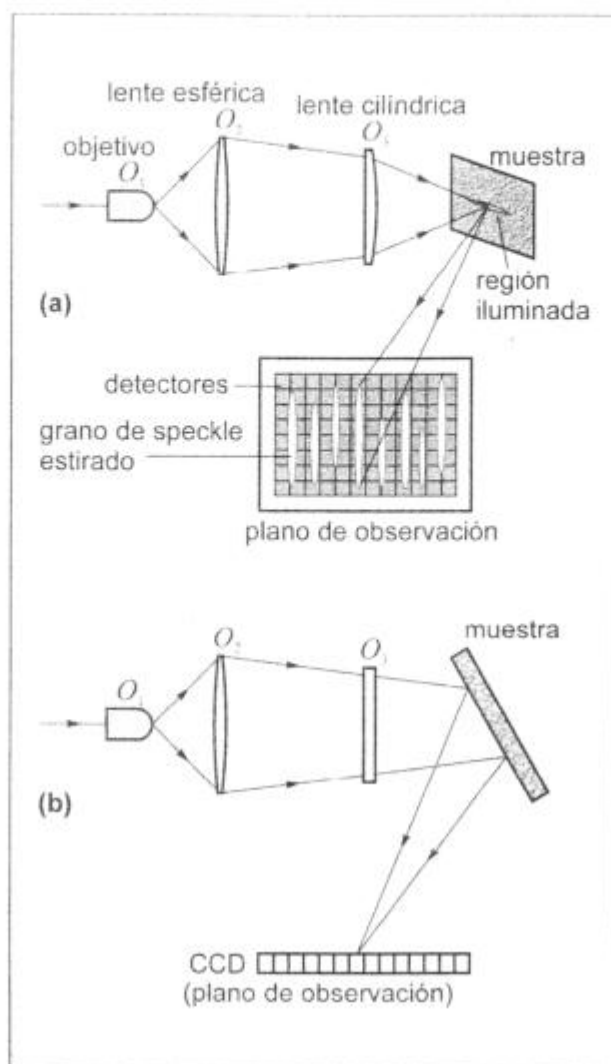


Figura 26. Sistema óptico para la evaluación de la correlación de speckles. (a) vista lateral, (b) vista superior.

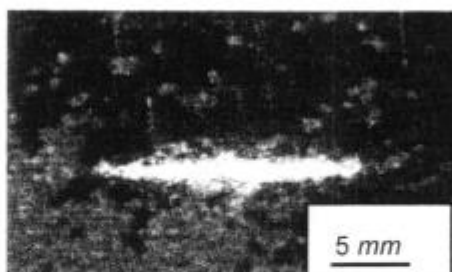


Figura 27. Región iluminada.

Para registrar la distribución de intensidad del speckle se emplea una cámara CCD (charge coupled device) SBIG ST-8. Su chip detector es un arreglo bidimensional de 1530×1020 sensores de $9 \times 9 \mu\text{m}$. Los sensores pueden emplearse individualmente o en grupos de 2×2 o 3×3 , dando tres niveles de resolución con una imagen de $M \times N = 1530 \times 1020$, 765×510 o 510×340 píxeles, respectivamente. La cámara tiene la posibilidad de enfriar el chip detector por efecto

Peltier, 30 °C por debajo de la temperatura ambiente, para reducir el ruido térmico en exposiciones largas. Esta modificación mejoró la relación señal-ruido ya que anteriormente se utilizaba una cámara CCD lineal no enfriada. La cámara está conectada mediante una interfase a una computadora que, con el programa SKYPRO, permite la adquisición y procesamiento de las imágenes obtenidas. La imagen es una matriz numérica de $M \times N$ elementos con valores de intensidad luminosa. De acuerdo con el formato elegido, estos valores se distribuyen en cierto rango, que en el caso de imágenes de 8 bits (formato TIF, por ejemplo), va de 0 a 255.

La cámara está montada sobre una platina de traslación marca Newport, modelo MTM 150CC.1, accionada por un motor de corriente continua y con un desplazamiento mínimo de 0,1 μm . El movimiento de la cámara se realiza perpendicularmente a la dirección de reflexión especular, sobre el plano formado por esta dirección y el haz incidente.

Para variar el ángulo de incidencia θ en $\delta\theta$, la muestra se encuentra montada sobre una plataforma rotante que le permite girar alrededor de un eje contenido en el plano medio de la superficie rugosa y perpendicular al haz incidente. El alineamiento del eje de rotación se logra con la ayuda de un dispositivo mecánico de movimientos micrométricos. El movimiento de rotación de la muestra se logra con un rotador Newport RV 120CC, con un motor de corriente continua y una resolución de 0,001°.

La platinas de traslación y rotación se comandan desde la PC a través de un controlador Newport MM3000. En cada caso, el control del motor de corriente continua se realiza con un lazo de servocontrol digital del tipo PID. Esta sigla proviene de los términos *proporcional*, *integral* y *diferencial*, que son la base del cálculo del lazo de control. La ecuación común dada para la señal de control S_c es

$$S_c = K_p \cdot e + K_i \int e \, dt + K_d \frac{de}{dt}$$

donde K_p es el factor de ganancia proporcional, K_i es el factor de ganancia integral, K_d es el factor de ganancia diferencial y e es el error de posicionamiento instantáneo, o sea, la diferencia entre las posiciones real y deseada (ver figura 28). El resultado de esta expresión genera una señal de control que, convertida en una señal analógica, se envía al comando del motor para corregir el movimiento de modo que el error de posicionamiento sea lo más pequeño posible. Para esto, el equipo viene acompañado de un software con el cual se obtiene una representación gráfica de las posiciones real e ideal en función del tiempo. De esta manera el operador puede compararlas y elegir los parámetros K_p , K_i y K_d que minimicen el valor del error e .

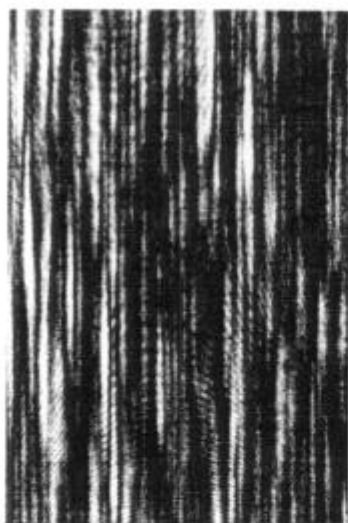
Por otra parte, con el software provisto con el equipo se obtiene una representación gráfica de las trayectorias real e ideal para poder compararlas, como se observa en la figura 28 de la próxima página.



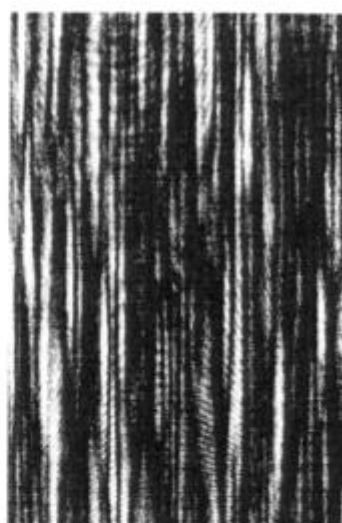
Figura 28. Posición en función del tiempo para los movimientos real y deseado de un dispositivo de movimiento. Su diferencia es el error de posicionamiento e .

En el primer dispositivo montado en este laboratorio, se empleaba una cámara CCD lineal montada sobre una platina de traslación accionada por un motor de pasos de $2,5 \mu\text{m}$ de desplazamiento mínimo y el rotador era un goniómetro manual con una resolución de $0,1^\circ$. Por lo tanto, una tarea importante fue la de optimizar los valores de los factores de ganancia de acuerdo con los requerimientos específicos del movimiento a ejecutar, requerimientos que están dados, entre otros, por los valores mínimos de desplazamiento, velocidad y aceleración prefijados.

En estas condiciones se registra el patrón de speckle dispersado por la muestra para la condición inicial $\delta\theta = 0$. El programa de operación de la cámara almacena en la PC la fotografía con su correspondiente matriz numérica. La figura 29a (siguiente página) muestra la imagen obtenida, donde las regiones claras corresponden a los granos de speckle alargados verticalmente. Luego, se rota la superficie un pequeño ángulo $\delta\theta$ para cambiar las condiciones de iluminación como se explica en §4.2. Esta variación angular y la distancia detector-muestra determinan el desplazamiento de la cámara para registrar los mismos granos de speckle en las mismas posiciones sobre el chip detector y en la imagen (superposición de las figuras de speckle), sólo que ligeramente deformados y con intensidades que van aumentando o disminuyendo paulatinamente conforme se rota la muestra.



(a)



(b)

Figura 29. Granos de speckle: (a) antes y (b) después de variar el ángulo de incidencia en $\delta\theta = 0,2^\circ$. La muestra tiene un 31 % de área electroerosionada y rugosidad $\sigma = 9 \mu m$.

La comparación visual de las figuras de speckle sobre la pantalla permite un primer ajuste de su superposición, que se efectúa desplazando convenientemente la cámara. Se repiten los sucesivos registros para otros valores de $\delta\theta$ y se los almacena en la PC. La figura 29b muestra el patrón de speckle luego de variar el ángulo de incidencia rotando la superficie rugosa lo suficiente como para que visualmente se aprecien los cambios en la intensidad de los granos.

Como se explicó en la sección anterior, la matriz numérica correspondiente a una fotografía como las de la figura 29 es una matriz $[I_{ij}]$ de M filas por N columnas de píxeles, con $M \times N = 1530 \times 1020$, 765×510 , o 510×340 de acuerdo con la resolución de la imagen tomada con la cámara. La figura 30 en la página siguiente indica cómo se miden los índices i, j . Entonces, I_{ij} es la intensidad registrada por cada sensor o grupo de sensores, correspondientes a la fila i columna j de la imagen.

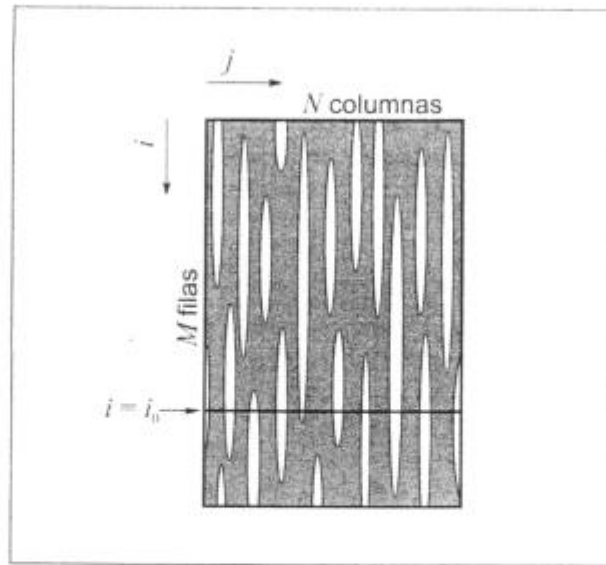


Figura 30. En la imagen que registra el patrón de speckle se toma una fila $i = i_0$ para obtener el perfil de intensidades.

Las zonas claras de las figuras 29 y 30 (granos de speckle) corresponden a los picos de un perfil de intensidades relevado siguiendo una fila ($i = i_0$ fijo en la figura 30). Este perfil tiene la forma que se muestra en la figura 31, donde se representa la intensidad I_{i_0j} en función de j .

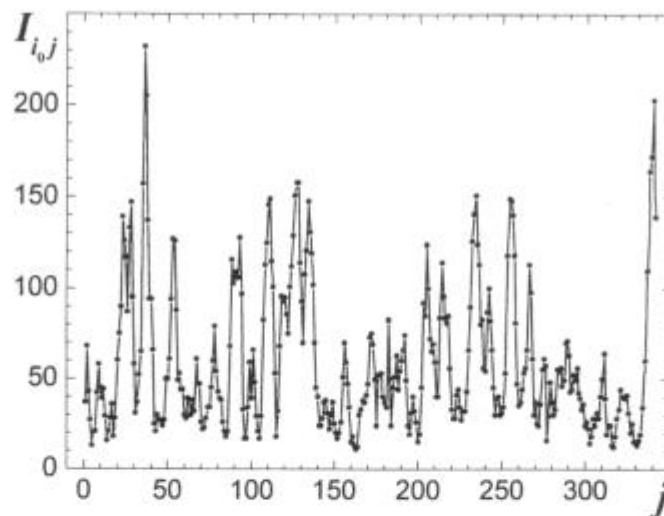


Figura 31. Perfil de intensidades. Los picos corresponden a los granos de speckle.

Con las matrices numéricas correspondientes a cada una de las imágenes registradas se calcula el coeficiente de correlación. Pero antes de explicar este cálculo (sección siguiente), cabe mencionar que en las imágenes de la figura 29 se observa, además de los granos de speckle, un patrón de franjas de interferencia. Este diagrama de interferencia se debe a la placa de vidrio que aísla los detectores del medio ambiente. Se comprobó que tal diagrama no interfiere en la determinación

de la correlación de los granos de speckle porque es un patrón constante que no cambia al variar la figura de speckle.

6.2 Correlación digital de figuras de speckle

El muestreo de la distribución de intensidad de las figuras de speckle se realiza teniendo en cuenta que tiene que existir un compromiso entre la buena reproducción de los picos de intensidad^(57,58) y un número suficiente de granos observados (ergodicidad). Esto se relaciona con el tamaño del área iluminada: debe ser lo suficientemente pequeña como para que el ancho del grano abarque una buena cantidad de píxeles (el tamaño de grano y el área iluminada son inversamente proporcionales), y también debe ser lo suficientemente grande como para que tenga muchos centros dispersores y pueda observarse un buen número de granos.

Al registrar la imagen con la cámara CCD bidimensional y a partir de los datos adquiridos con ayuda del programa SKYPRO, se debió desarrollar un nuevo programa para determinar el coeficiente de correlación utilizando el software MATLAB. Para ello se parte de las matrices con los valores de la distribución de intensidad de las figuras de speckle.

Como la ecuación (4.16) se obtuvo para una superficie unidimensional, corresponde trabajar en una línea o franja horizontal sobre la imagen ($i = i_0$ fijo, ver figura 30), de ancho determinado por un número limitado de píxeles. Por ejemplo, tomando una línea de un píxel de ancho (una fila de la imagen) se tiene un perfil de intensidades como el de la figura 31. En la práctica, se trabaja con un perfil promedio de los perfiles de intensidades relevados para una franja de l filas. El algoritmo usado en MATLAB permite, dada la matriz $[I_{ij}]$ antes mencionada, elegir un número m de franjas (ver figura 32), definir la fila central de cada franja y la cantidad de filas adyacentes.

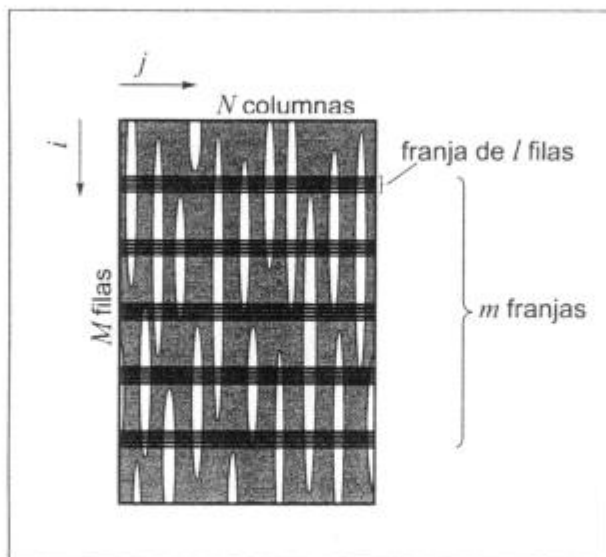


Figura 32. Selección de píxeles para calcular el coeficiente de correlación.

Con esto, se tiene una nueva matriz $[I_{ij}]$ de $m \times N$ valores de intensidad, es decir, m perfiles promedio.

Para cada uno de estos perfiles la intensidad media está dada por

$$\langle I_i \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I_{ij}$$

Por su parte, la varianza de la intensidad es

$$\sigma_{I_i}^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (I_{ij} - \langle I_i \rangle)^2$$

La medida de la decorrelación que se busca corresponde a la deformación de la misma figura de speckle de la figura 31 al variar el ángulo de incidencia. Se comparan píxel a píxel los perfiles $I = I(\theta)$ e $I' = I(\theta + \delta\theta)$, siguiendo con el detector el movimiento de los granos de speckle (gráficos (a) y (b) de la figura 33). Entonces, al variar en $\delta\theta$ el ángulo de incidencia del haz sobre la muestra, la decorrelación debe producirse solamente por variaciones de la forma de los picos del gráfico y no por un cambio en sus posiciones. Sin embargo, puede presentarse una decorrelación adicional debido a los posibles corrimientos de la correcta posición del detector (gráfico (c) de la figura 33), es decir, debido a que el movimiento de traslación de la cámara se adelante o atrase con respecto al movimiento de rotación en $\delta\theta$ de la muestra, produciendo que la intersección entre el plano de los sensores y la dirección de reflexión especular no sea la misma. A este adelantamiento o retraso de la cámara le corresponde un desplazamiento de q_m píxeles del pico de intensidad correspondiente a un grano de speckle entre dos valores de $\delta\theta$ consecutivos.

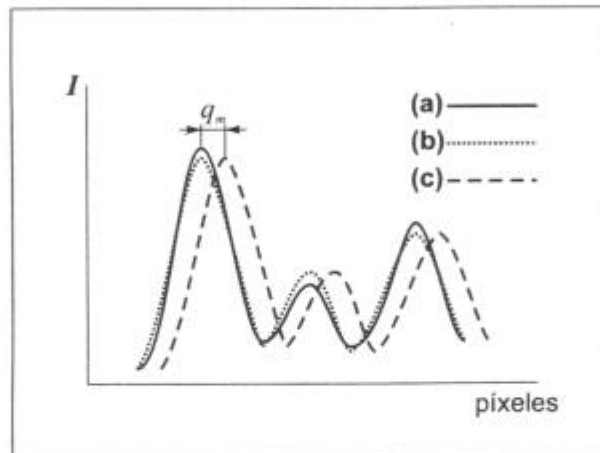


Figura 33. (a) Patrón de intensidad para el ángulo θ de incidencia inicial. (b) Perfil de intensidad después de variar el ángulo de incidencia en $\delta\theta$, decorrelacionado con el anterior solamente por la variación angular. (c) Perfil decorrelacionado además por un corrimiento de la cámara.

Entonces, si I representa la intensidad del campo dispersado para la condición inicial ($\theta = 30^\circ$ en este trabajo), I' la intensidad al variar el ángulo de incidencia en $\delta\theta$ y la fluctuación en la intensidad es $\Delta I = I - \langle I \rangle$; el algoritmo determina $\Gamma(\Delta I_i, \Delta I'_i, q)$, la correlación de las fluctuaciones de intensidad para diferentes desplazamientos de un número q de columnas,

$$\Gamma(\Delta I_i, \Delta I'_i, q) = \begin{cases} \frac{1}{N-q} \sum_{j=q+1}^N (I_{ij} - \langle I_i \rangle)(I'_{i,j-q} - \langle I'_i \rangle) & \text{si } q = 0, 1, \dots, N-1 \\ \frac{1}{N+q} \sum_{j=1}^{N+q} (I_{ij} - \langle I_i \rangle)(I'_{i,j+q} - \langle I'_i \rangle) & \text{si } q = -1, -2, \dots, -N+1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

permitiendo definir el desplazamiento máximo permitido, y luego calcula el coeficiente de correlación de intensidades de acuerdo con la ecuación (4.1)

$$\rho_{I_i}(q) = \frac{\Gamma(\Delta I_i, \Delta I'_i, q)}{(\sigma_{I_i}^2 \sigma_{I'_i}^2)^{1/2}} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Finalmente, de los coeficientes calculados para los diferentes desplazamientos, toma el máximo y consigna el valor de q correspondiente (este valor, q_m , idealmente debería ser nulo y, en la práctica, generalmente no supera el valor 2). El algoritmo también calcula el error del coeficiente de correlación a partir de la indeterminación con que se conozca la distribución de intensidad del speckle, esto es, del error de los elementos de la matriz numérica I_{ij} asociada con la imagen obtenida con la cámara CCD.

Se repite el proceso para sucesivos valores de $\delta\theta$, siempre obteniendo la correlación con el patrón de intensidad I correspondiente a la condición inicial. Entonces, se obtienen m series de puntos experimentales $\delta\theta, \rho_i$ correspondientes a los grupos de la figura 32. En la figura 34 de la próxima página se presenta una de estas series y la curva de ajuste $\rho_i(\theta)$ dada por (4.16), de la cual se obtiene la rugosidad σ .

Finalmente, para la rugosidad de la región iluminada por el láser se toma como valor representativo el promedio de los m valores de σ obtenidos ajustando las respectivas series de datos experimentales.

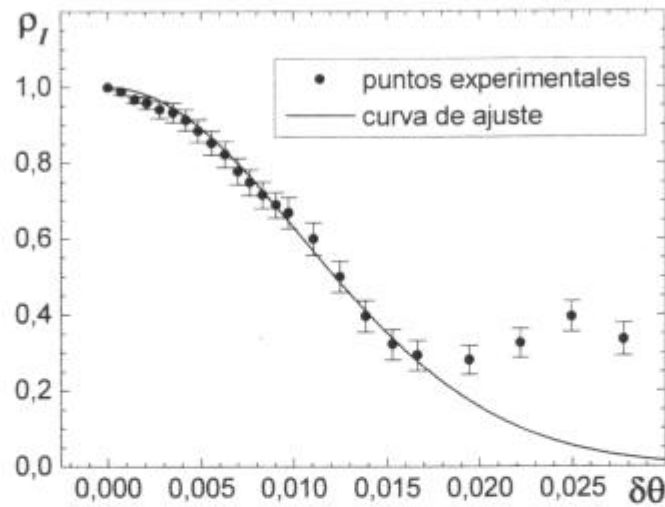


Figura 34. Datos experimentales del coeficiente de correlación en función de la variación angular y curva de ajuste gaussiana. El error en la variación del ángulo de incidencia, 10^{-4} radianes, no se puede apreciar debido a la escala del gráfico.

En la figura 34 se observa que los puntos experimentales describen una cola oscilante a partir de $\delta\theta \approx 0,020$. Este comportamiento de los puntos experimentales está relacionado con un escaso muestreo de la intensidad del patrón de speckle. Como se menciona en §6.1, en este trabajo el registro del speckle es una imagen de 510×340 píxeles, correspondiente a la mínima resolución de la cámara CCD, aunque también se puede trabajar con resoluciones mayores (765×510 o 1530×1020) a expensas de incrementar considerablemente los tiempos de medición y cálculo. Sin embargo, calculando el coeficiente de correlación para el mismo patrón de intensidad registrado con las resoluciones mínima y máxima, ρ_I , conforme tiende a cero presenta un comportamiento más suave en el segundo caso, como se observa en la figura 35.

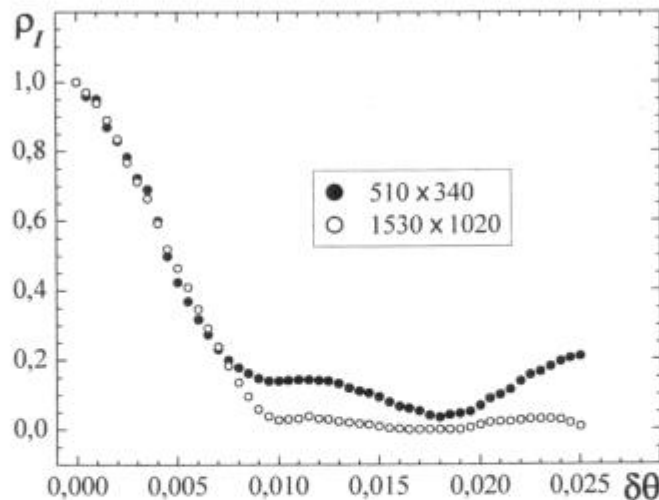


Figura 35. Puntos experimentales tomados con la mínima (510×340) y la máxima (1530×1020) resolución de la cámara.

A pesar de lo expuesto en el párrafo anterior, la determinación óptica de la rugosidad se realiza con el ajuste de los puntos $\delta\theta, \rho_i$ hasta alcanzar el primer mínimo del coeficiente de correlación, los datos que siguen están perturbados como lo indica el teorema de Shannon⁽⁵⁷⁾, no obteniéndose resultados sensiblemente más precisos trabajando con mayores resoluciones a la empleada. Sin embargo, para una dada fracción s de superficie erosionada, los ajustes de las m series de datos $\delta\theta, \rho_i$ (de las cuales la figura 34 muestra sólo una) dan rugosidades con menor dispersión al trabajar con mayor resolución, y por lo tanto el valor representativo de la rugosidad tiene un error menor.

6.3 Determinación del porcentaje de área electroerosionada

Con el fin de verificar el modelo desarrollado en §5.2 y explicar algunos de los resultados obtenidos experimentalmente en el estudio de la luz dispersada por una superficie con diferentes grados de electroerosión, es necesario determinar qué fracción s del área iluminada está realmente erosionada. En la figura 36a se puede observar que la región de la muestra iluminada por el láser tiene, aproximadamente, 15 mm de largo y un ancho diez veces menor.

Para ello se reemplaza la cámara SBIG de las figuras 25 y 26 por una cámara CCD bidimensional CV-M50 enfocada sobre la muestra y operada con el programa PX510 de Imagination. Con esta cámara se toman dos fotografías. En la primera (figura 36a) se registra el área de la superficie iluminada por el láser. La segunda (figura 36b) se obtiene, sin mover la cámara ni la superficie, iluminando sólo con luz blanca. Luego, a través del programa SKYPRO, se compararon ambas superficies y se aproximó el área iluminada con un rectángulo.

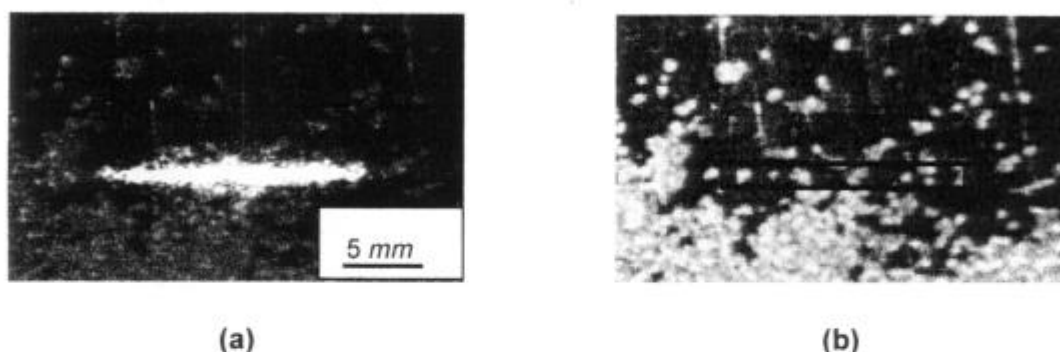


Figura 36. (a) Fotografía de la muestra del área iluminada por el láser. En la parte central se produce una saturación de la imagen. (b) Fotografía de la misma región sin iluminar con el láser.

El paso siguiente es determinar la fracción s de superficie atacada por electroerosión. En la siguiente página, la figura 37a muestra el rectángulo correspondiente a la región iluminada, para un haz más estrecho que el de la figura anterior. Esta imagen se lleva a dos tonos de gris (posterizado), donde los pozos producidos por la electroerosión están representados por las regiones oscuras (figura 37b). Luego, contando la cantidad de píxeles oscuros y claros, se obtuvo la

fracción s . Se empleó este procedimiento por su simplicidad y porque el modelo de superficie es un modelo binario, esto es, distingue entre zonas sin atacar y los pozos de electroerosión.

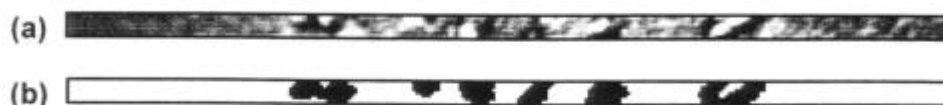


Figura 37. (a) Rectángulo para aproximar la región iluminada. Las regiones brillantes corresponden a bordes de los pozos. (b) Posterizado del rectángulo para determinar la fracción de área electroerosionada.

En la figura 36 se puede ver también que la aproximación del área iluminada con un rectángulo introduce cierta incertidumbre en la determinación de s . Sin embargo, en la práctica el error Δs se debe principalmente a la definición del borde del pozo provocado por la electroerosión. Cuando la superficie no está atacada se puede decir que $s = 0$ con error 0. A medida que aumenta el área electroerosionada hasta un 50 % aproximadamente, el error en el cálculo de este área también se incrementa (porque al aumentar la cantidad de pozos, aumenta la interfase entre pozos y zonas sin atacar). De allí en adelante el límite entre las zonas con y sin electroerosión disminuye, disminuyendo la zona de incerteza hasta llegar a la superficie totalmente atacada: $s = 1$ con $\Delta s = 0$. Por ejemplo, en la figura 38 se grafica este error en función de la fracción de área electroerosionada para las muestras empleadas en este trabajo. Se ve que si se tiene una superficie con $s = 0,3$; la incertidumbre de este valor es $\Delta s = 0,03$; equivalente al error correspondiente a $s = 0,7$.

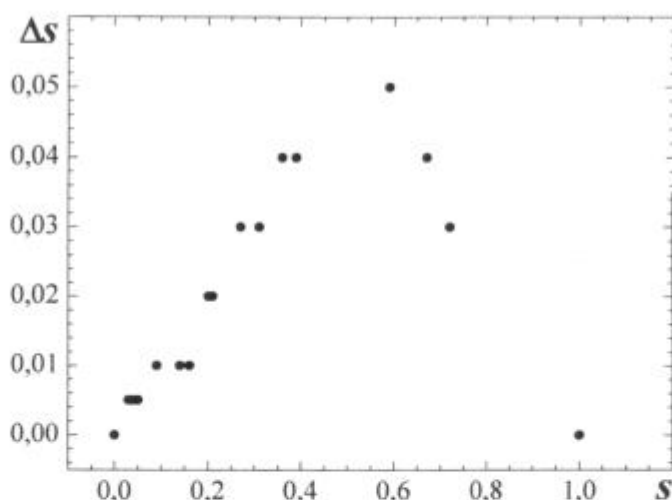


Figura 38. Gráfico del error Δs en función de la fracción de área electroerosionada s .

7 RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este capítulo se presentan los resultados de la determinación experimental de la rugosidad aplicando el método de correlación digital de figuras de speckles. Para tener otros resultados que permitan hacer una comparación cualitativa, se han realizado mediciones de la rugosidad utilizando el rugosímetro de reluctancia variable.

7.1 Método de correlación angular

Se ha determinado ópticamente la rugosidad de las muestras de aluminio mediante el método de correlación de speckles descrito en el Capítulo 4 para diferentes estados de electroerosión de dichas superficies. Los resultados con sus respectivos errores se muestran en la tabla 1.

s	$\sigma (\mu m)$
0	$1,8 \pm 0,2$
$0,030 \pm 0,005$	$3,7 \pm 0,2$
$0,040 \pm 0,005$	$5,3 \pm 0,8$
$0,050 \pm 0,005$	$2,4 \pm 0,2$
$0,09 \pm 0,01$	5 ± 1
$0,20 \pm 0,02$	8 ± 2
$0,27 \pm 0,03$	8 ± 1
$0,31 \pm 0,03$	7 ± 1
$0,31 \pm 0,03$	9 ± 1
$0,36 \pm 0,04$	8 ± 1
$0,39 \pm 0,04$	7 ± 2
$0,59 \pm 0,05$	10 ± 2
$0,67 \pm 0,04$	20 ± 2
$0,72 \pm 0,03$	23 ± 2
1	$6,8 \pm 0,8$

Tabla 1. Resultados de la determinación de la proporción de superficie electroerosionada s y la rugosidad σ con el método óptico.

7.2 Mediciones realizadas con rugosímetro electromecánico

Para hacer una comparación con los resultados presentados en la sección anterior, se ha determinado la rugosidad en función de la fracción de superficie electroerosionada para las mismas superficies de la tabla 1, a partir de los respectivos perfiles levantados con el rugosímetro descrito en §5.1.1. Dos de estos registros se muestran en las figuras 39 y 40.

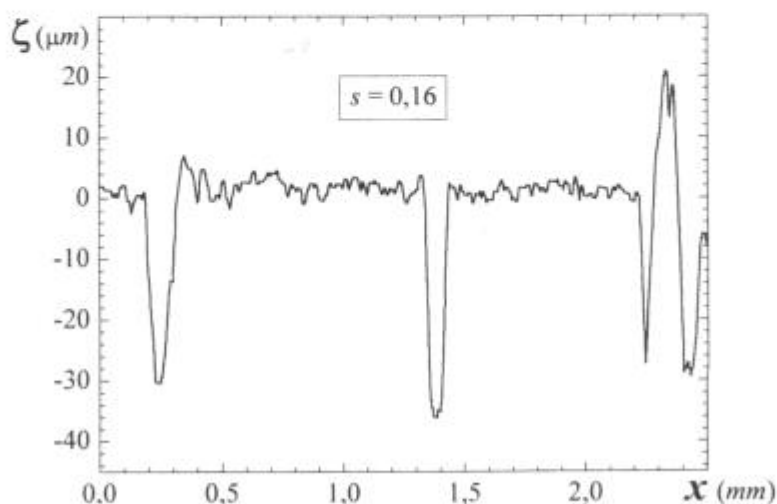


Figura 39. Perfil obtenido con el rugosímetro electromecánico para una muestra con un 16 % de la superficie electroerosionada.

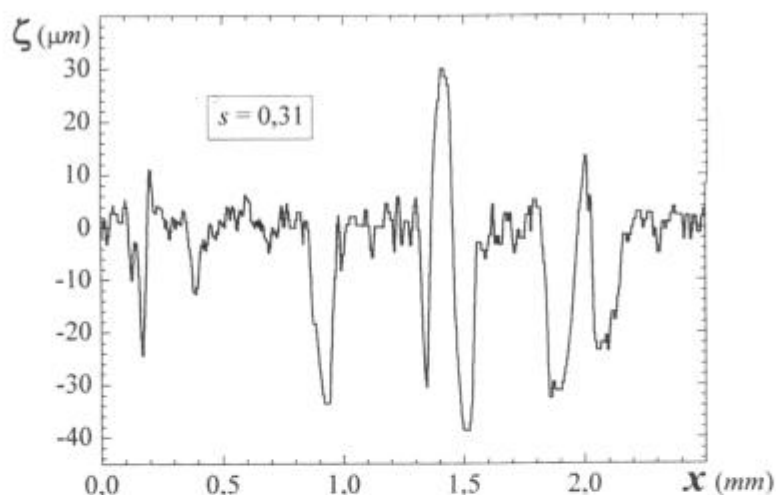


Figura 40. Perfil obtenido con el rugosímetro electromecánico en una muestra con un 31 % de la superficie electroerosionada.

Estos perfiles permiten observar ciertas características de la superficie electroerosionada ya adelantadas en la observación con el microscopio óptico (§5.1.3). El diámetro medio de los pozos es del orden de los 100 μm , su profundidad va de 20 a 40 μm aproximadamente y se presentan salientes o protuberancias de alturas comparables a la profundidad de los pozos. También se ve que los pozos se

van angostando y en el fondo tienen un diámetro del orden de la decena de micrones.

En la siguiente tabla se presentan los resultados obtenidos con el rugosímetro electromecánico descrito en §5.1.1. Se han efectuado no menos de cinco mediciones para cada valor de s . En los casos en los que el error del promedio es mucho menor que la exactitud del instrumento (10%), se toma como error de medida el dado por esta última.

s	$\sigma \text{ (}\mu\text{m)}$
0	$1,7 \pm 0,2$
$0,030 \pm 0,005$	$2,7 \pm 0,5$
$0,040 \pm 0,005$	7 ± 1
$0,14 \pm 0,01$	14 ± 3
$0,16 \pm 0,01$	9 ± 1
$0,20 \pm 0,02$	9 ± 2
$0,21 \pm 0,02$	11 ± 2
$0,31 \pm 0,03$	13 ± 1
$0,59 \pm 0,05$	9 ± 2
1	7 ± 1

Tabla 2. Mediciones de rugosidad con el rugosímetro.

Para explicar los resultados obtenidos ópticamente, con los perfiles que dieron lugar a los resultados de la última tabla, se pueden determinar los parámetros de la ecuación (5.6). Como resultado del estudio de los perfiles se tiene que

- la profundidad media del pozo es $p = (32 \pm 4) \mu\text{m}$;
- la rugosidad de la muestra sin erosionar resulta $\sigma_1 = (1,7 \pm 0,2) \mu\text{m}$;
- la rugosidad del fondo del pozo, σ_2 , no se pudo determinar ya que los pozos en el fondo tienen un ancho promedio del orden de una decena de micrones. Esta distancia es muy pequeña para poder determinar una rugosidad, teniendo en cuenta que la punta del rugosímetro tiene un diámetro de $5 \mu\text{m}$.

7.3 Análisis de los resultados

Para comparar los resultados obtenidos por el método de correlación de speckles y con el rugosímetro se grafican en la figura 41 los valores de las tablas 1 y 2 (los errores experimentales no están representados por razones de claridad). Se observa que existe una tendencia a obtener mayores valores de rugosidad con el

rugosímetro cuando $s < 0,4$; aunque es importante destacar que ambos métodos dan el mismo resultado para $s = 0$ (superficie sin electroerosionar) y $s = 1$ (superficie totalmente erosionada).

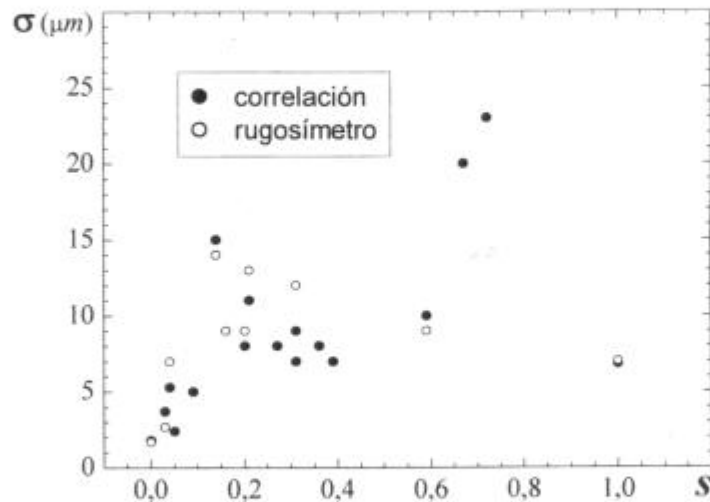


Figura 41. Rugosidad en función de la fracción de área electroerosionada.

Más significativa es la comparación de los métodos óptico y mecánico de medición de la rugosidad al emplearlos para analizar la validez del modelo desarrollado en §5.2, considerando que es aplicable si los pozos de electroerosión no se superponen. Se consideró que hasta un 40 % o un 50 % de área atacada no existe superposición. Se graficó, por lo tanto, el cuadrado de la rugosidad en función de la proporción de área erosionada, hasta el valor $s = 0,5$ (ver figura 42).

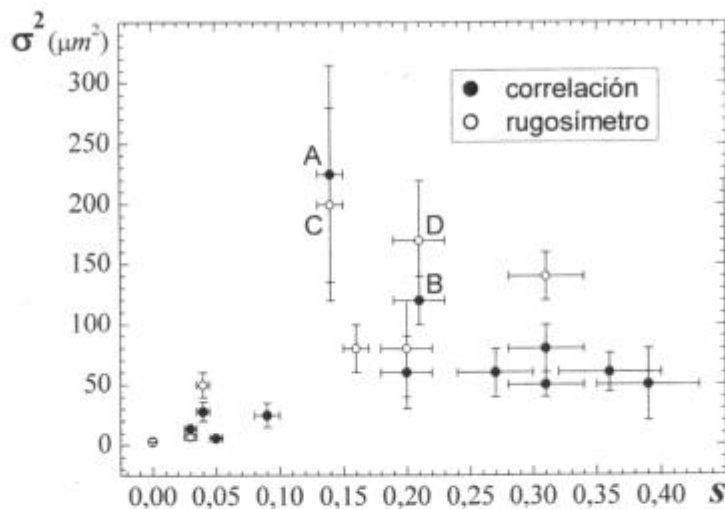


Figura 42. Cuadrado de la rugosidad en función de la proporción de área electroerosionada.

Como el número de puntos y la escala del gráfico lo permiten, también se han representado las barras de error. Se ve que para un mismo valor de s , con el rugosímetro se obtienen valores mayores de la rugosidad que los obtenidos empleando el método óptico. También se observa que ciertos puntos aumentan

notablemente la dispersión de los resultados. Tal es el caso de los puntos A, B (obtenidos por el método de correlación), C y D (obtenidos con el rugosímetro). Sin embargo, un estudio cuidadoso de la forma de la superficie de la muestra en la región correspondiente a estos puntos permite descartarlos a la hora de analizar los resultados. Por ejemplo, el punto A (correspondiente a una superficie con $s = 0,14$) pertenece a una región cuyo perfil de alturas se muestra en la figura 43.

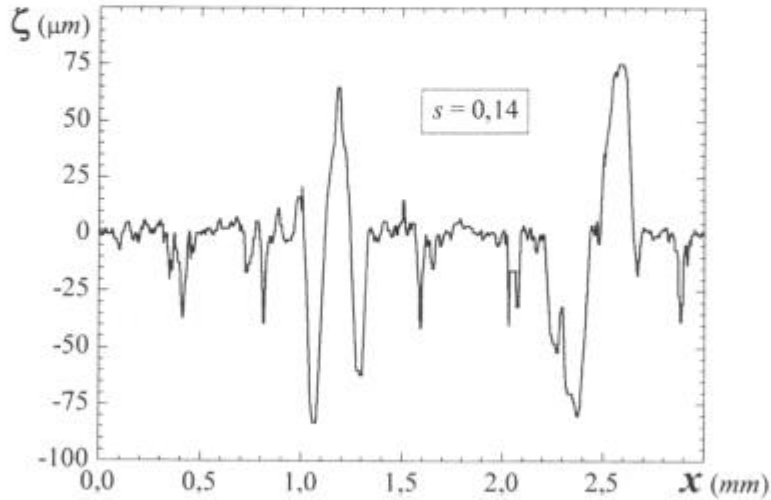


Figura 43. Perfil de la superficie con 14 % de electroerosión. Se ve que hay pozos de profundidades muy diferentes.

Se observa que además de pozos de 20 a 40 μm de profundidad, también existen pozos y protuberancias de entre 60 y 80 μm . También se puede apreciar, como ya se mencionó en la sección anterior, que la forma de los pozos no es rectangular sino más cercana a la trapezoidal. Entonces, es evidente que los puntos A,B, C y D corresponden a resultados que no se pueden explicar con el modelo sencillo de §5.2, puesto que este modelo supone

- pozos rectangulares, y no pozos que se van angostando hacia el fondo;
- pozos de la misma profundidad, y no pozos de por lo menos dos profundidades distintas;
- que a la superficie original solo se le agregan los pozos de electroerosión, y no protuberancias de altura comparable a las mayores profundidades.

Siguiendo con los puntos experimentales de la figura 42 obtenidos por el método de correlación, se observa que para $0,2 \leq s \leq 0,4$ la rugosidad no varía apreciablemente. A pesar de ello, se puede trazar una curva de ajuste (ver figura 44 en la página que sigue) con la forma de la ecuación (5.6)

$$\sigma^2 = -p^2 s^2 + (p^2 - \sigma_1^2 + \sigma_2^2)s + \sigma_1^2$$

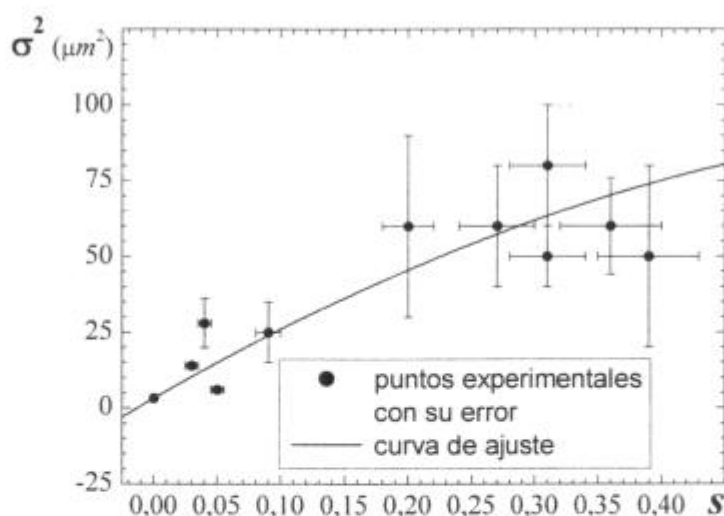


Figura 44. Ajuste de los datos experimentales obtenidos por el método de correlación de speckles.

Fijando el valor de la rugosidad inicial de las muestras, $\sigma_1 = 1,8 \mu m$, el ajuste da una profundidad de pozo

$$p = 13 \mu m$$

y una rugosidad en el fondo del pozo

$$\sigma_2 = 9 \mu m$$

Probablemente la rugosidad del fondo del pozo esté dada por la existencia de pozos dentro de los pozos, como ya se mencionó al final de §5.1.3 al observar la muestra con el microscopio electrónico.

Evidentemente, la profundidad de pozo obtenida ajustando los datos obtenidos por correlación de speckles es menor que la determinada con el rugosímetro (§7.2) y que la estimada al observar las muestras con el microscopio óptico (§5.1.3). De la misma forma, la rugosidad determinada por el método de correlación es menor que la obtenida con el rugosímetro, al menos para superficies con hasta un 50 % de electroerosión (ver figura 41), aunque los dos métodos dan la misma rugosidad cuando la superficie no está electroerosionada y cuando lo está totalmente.

Entonces, los resultados obtenidos hasta ahora indican que existiría una relación cuadrática entre σ^2 y s . Por lo tanto, el sencillo modelo propuesto parecería ser una buena herramienta para analizar el estado de electroerosión de diversas superficies. No obstante todavía hay que preparar y medir diferentes muestras para corroborar esta teoría y analizar sus limitaciones.

8 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

El análisis de la luz dispersada por una superficie rugosa es una herramienta relevante para caracterizar cualitativa y cuantitativamente el estado de esa superficie.

El fenómeno de electroerosión no presenta las características de un proceso aleatorio gaussiano, haciendo que las superficies se aparten del modelo propuesto por Beckmann.

En este trabajo se estudió, bajo un aspecto de evaluación no destructiva, la evolución de la correlación de speckles con el progreso de la electroerosión en muestras metálicas.

Primero, se realizó un estudio teórico de la luz dispersada por una superficie rugosa siguiendo el trabajo de Ogilvy (Capítulo 2). Se llegó a una expresión general para el campo dispersado que corrige la formulada por Beckmann, ya que tiene en cuenta el término de borde. Se mostró que para la geometría planteada en el dispositivo experimental, en la cual se observa la luz dispersada en la dirección especular, dicho término se anula.

Luego se debió rediseñar y automatizar el rugosímetro óptico existente en el Laboratorio de Óptica y Láser. De esta manera se disminuyó el tiempo de adquisición de datos. Con este nuevo diseño, la precisión del método para superficies rugosas aleatorias (§2.3.1) es del orden del 10 %. Dado que el equipo está totalmente automatizado y controlado a través de una PC, se está en condiciones de construir un prototipo industrial que podría ser operado por personal no necesariamente muy calificado.

Se construyeron y se analizaron muestras de aluminio, las cuales fueron pulidas con polvo abrasivo y posteriormente electroerosionadas. Se determinó la rugosidad de estas muestras por el método de correlación de speckles y mediante un rugosímetro mecánico.

Se demostró que cuando las muestras cumplen con una estadística gaussiana ($s = 0$ y $s = 1$) el valor de rugosidad obtenido con el método óptico y con el rugosímetro mecánico concuerdan dentro del error de medición.

Para s entre 0,2 y 0,4; no se observaron variaciones significativas en el valor de la rugosidad obtenido con el método óptico. Esto puede deberse a que la estadística de la superficie no cumple con las hipótesis propuestas en §2.3.1. Por lo tanto habría que considerar el cálculo del valor de la correlación de speckles obtenido por Légèr utilizando el modelo de superficie electroerosionada empleado en este trabajo (§5.2). No obstante se ajustaron los datos experimentales con la ecuación (5.6) graficando σ^2 versus s . De la curva de ajuste obtenida se determinó la profundidad del pozo de electroerosión y la rugosidad del fondo del pozo. Los valores obtenidos son levemente menores que los determinados con el rugosímetro y los estimados por medio del microscopio óptico. Esto puede deberse a la existencia de cráteres dentro

de los pozos y a las protuberancias que se forman especialmente cuando hay dos pozos cercanos.

De los resultados obtenidos hasta ahora, se podría concluir que existe una relación cuadrática entre σ^2 y s . O sea, el modelo propuesto parecería una buena herramienta para analizar el estado de la electroerosión de diversas superficies.

Para analizar más en profundidad este modelo, se deberían preparar diferentes muestras con una electroerosión más controlada para poder variar la profundidad de pozo y obtener porcentajes de área electroerosionada que cubran toda una gama de valores desde $s = 0$ hasta $s = 0,6$. Entonces, si además se reformula la teoría de Légèr con el modelo propuesto, el prototipo desarrollado podría constituir un importante aporte a la evaluación de superficies electroerosionadas.

BIBLIOGRAFÍA

1. H. Hensler, *Light scattering from fused polycrystalline aluminum oxide surfaces*; Appl. Opt. 11, 2522-2528 (1972).
2. F. Berny et C. Imbert, *Determination optique des états de surface*; Bulletin du Bureau National de Métrologie 4, 14 (1973).
3. N. G. Gaggioli et M. L. Roblin, *Etude des états de surface par les propriétés de diffusion à l'infini en lumière transmise*; Opt. Comm. 32, 209-213 (1980).
4. N. G. Gaggioli et M. L. Roblin, *Determination de la longueur de covariance d'une surface rugueuse par l'étude de la diffusion à l'infini*; Opt. Comm. 54, 201-206 (1985).
5. D. Légèr, E. Mathieu and J. C. Perrin, *Optical surface roughness determination using speckle correlation technique*; Appl. Opt. 14, 872-877 (1975).
6. E. N. Hogert, O. J. Nejamis y N. G. Gaggioli, *Determinación de la rugosidad de una superficie mediante la evaluación de la correlación de speckles*; Carta Metrológica 6 (1984).
7. M. S. Sthel, J. J. Lunazzi, E. N. Hogert and N. G. Gaggioli, *Speckle pattern direct photographic correlation for measuring surface roughness*; Proc. SPIE 813, 561 (1987).
8. B. Ruffing and J. Anschutz, *Surface roughness measurement by 2-D digital correlation of speckle images*; Proc. SPIE 814, 105-112 (1987).
9. M. A. Rebollo, E. N. Hogert, M. R. Landau and N. G. Gaggioli, *Medición de la rugosidad de superficies por medio de la correlación digital de speckles*; Anales AFA 3, 181-184 (1991).
10. M. A. Rebollo, E. N. Hogert, M. R. Landau y N. G. Gaggioli, *Determinaciones no destructivas por el método de correlación de speckles*; I Reunión Iberoamericana de Óptica, Com. 1C25, Barcelona, España (1992).
11. M. A. Rebollo, *Estudio de superficies rugosas mediante el análisis del valor medio de la intensidad dispersada y la correlación de speckles*; Tesis de Doctorado UNLP (1995).
12. F. Perez Quintián, M. A. Rebollo, N. G. Gaggioli y M. R. Landau, *Medición de rugosidad de materiales dieléctricos transparentes*; Anais Optica XIX ENFMC96, 443-446 (1996).
13. F. Pérez Quintián, M. A. Rebollo, E. N. Hogert, M. R. Landau and N. G. Gaggioli, *Relationship between speckle correlation and refraction index variation. Application to roughness measurement*; Opt. Eng. 35, 1175-1178 (1996).

14. M. A. Rebollo, E. N. Hogert, M. R. Landau, F. Pérez Quintián y N. G. Gaggioli, *Caracterización de transparencias de rugosidad variable por métodos ópticos*; Proceedings OPTILAS 95, 206-209 (1996).
15. M. F. Ruiz Gale, J. A. Marengo, M. R. Landau, E. N. Hogert and N. G. Gaggioli, *Digital speckle correlation for non-destructive testing of corrosion*; Proceedings 7th ECNDT, 717-723 (1998).
16. E. N. Hogert, M. R. Landau, M. F. Ruiz Gale, J. A. Marengo, D. Soga, R. Dias Paiva, M. Muramatsu y N. G. Gaggioli, *END de corrosion mediante el estudio de la luz dispersada*; Actas de las Jornadas SAM'98 e IBEROMET V (1998).
17. M. Muramatsu, G. H. Guedes and N. G. Gaggioli, *Speckle correlation used to study the oxidation process in real time*; Opt. and Laser Tech. 26, 167-172 (1994).
18. M. F. Ruiz Gale, *Estudio de la electroerosión mediante el análisis de la luz dispersada*; Tesis de Licenciatura, FCEN-UBA (2000).
19. D. J. A. Ogilvy, *Theory of wave scattering from random rough surfaces*; IOP, Bristol and Philadelphia (1991).
20. J. S. Bendat and A. G. Piersol, *Measurement and analysis of random data*; Wiley, New York (1966).
21. H. Dagnall, *Exploring surface texture*; Ed. Rank Taylor Hobson, England (1980).
22. N. G. Gaggioli, *Surface characteristics studies by optical metrology*; Proceedings of the Advanced School of Optical Metrology, Recife PE/Brazil (1997).
23. W. Bristow and K. Arackellian, *Surface roughness measurement using a Nomarski type scanning instrument*; Proc. SPIE 749, 114-118 (1987).
24. E. Lorincz, P. Richter, and F. Engard, *Interferometric statistical measurement of surface roughness*; Appl. Opt. 25, 2778-2784 (1986).
25. W. B. Ribbens, *Interferometric surface roughness measurement*; Appl. Opt. 8, 2173-2176 (1969).
26. H. Fujii and T. Asakura, *A contrast variation of image speckle intensity under illumination of partially coherent light*; Opt. Commun. 12, 32-38 (1974).
27. H. Fujii and T. Asakura, *Roughness measurements of metal surfaces using laser speckle*; JOSA 67, 1171-1176 (1977).
28. J. L. Doyle, *Laser-based surface profilometry: an emergent technology of non destructive evaluation*; Mat. Eval. 51, 556-560 (1993).
29. M. F. M. Costa, *Surface inspection by an optical triangulation method*; Opt. Eng. 35, 2743-2747 (1996).
30. M. R. Landau, E. N. Hogert y N. G. Gaggioli, *Microtopografía por triangulación láser*; Inf. Téc. GOL-IAMEND-ENDE 01/99, CNEA (1999).

31. Lord Rayleigh, *The theory of sound*; Dover, New York (1945).
32. J. W. Goodman, *Statistical properties of laser sparkle patterns*; Tech. Report N°2303-1, Stanford Electronics Laboratories (1963).
33. P. Beckmann and A. Spizzichino, *The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces*; Pergamon Press, London (1963).
34. K. A. O'Donnell and E. R. Méndez, *Experimental study of scattering from characterized random surfaces*; JOSA A 4, 1194-1205 (1987).
35. S. O. Rice, *Reflection of electromagnetic waves from slightly rough surfaces*; Commun. Pure Appl. Math. 4, 351 (1951).
36. H. Davies, *The reflection of electromagnetic waves from a rough surface*; Proc. Inst. Elect. Eng. 101, 209 (1954).
37. M. Nieto Vesperinas and N. García, *A detailed study of the scattering of scalar waves from random rough surfaces*; Opt. Acta 28, 1651 (1981).
38. D. Valdivia, *Estudio y desarrollo de un nuevo método para estudiar rocas porosas*; Tesis de Maestría, UNGSM-CNEA (1998).
39. G. S. Brown, *Scattering from randomly rough surfaces and the far field approximation*; Radio Science 18 71-81 (1983).
40. P. J. Chandley and W. T. Welford, *A re-formulation of some results of P. Beckmann for scattering from rough surfaces*; Opt. and Quantum Elect. 7, 393 (1975).
41. N. G. Gaggioli, *Reformulación de algunos resultados de P. Beckmann referentes a la dispersión de ondas electromagnéticas por una transparencia rugosa*; Inf. Téc. IIBM 03/1980, FIUBA (1980).
42. M. G. Lefrançois, *Propriétés statistiques de la lumière diffusée en optique cohérente*; Note Tech. Int. N° EST/DEF/1533, CNET (1968).
43. J. D. Ridgen and E. I. Gordon, *The granularity of scattered optical maser light*; Proc. IRE, 50, 2367 (1962).
44. N. G. Gaggioli, *Fenómeno de granularidad producido con luz coherente y parcialmente coherente*; Tesis de Doctorado, FCEN-UBA (1976).
45. R. V. Langmuir, *Sparkling spots and random diffraction*; Proc. IEEE 51, 220 (1963).
46. L. I. Goldfisher, *Autocorrelation function and power spectral density of laser-produced speckle pattern*; JOSA 55, 247 (1965).
47. L. H. Enloe, *Noise-like structure in the image of diffusely reflecting objects in coherent illumination*; Bell Syst. Tech. J. 46, 1479 (1967).

48. G. Mas et coll., CRAS Paris 269B, 55 (1969).
49. G. Mas et coll., CRAS Paris 269B, 633 (1969).
50. J. C. Dainty Ed., *Laser speckle and related phenomena*; Springer-Verlag, Berlin-Heideberg-New York (1975).
51. D. Légèr and J. C. Perrin, *Real-time measurement of surface roughness by correlation of speckle patterns*; JOSA 66, 1210-1217 (1976).
52. R. S. Sirohi, *Speckle metrology*; Marcel Dekker Inc., New York (1993).
53. John Strong, *Técnicas de física experimental*; pág. 39, Eudeba (1965).
54. E. D. Cabanillas, *Modificación de superficies de láminas de hierro por electroerosión*; Tesis de Doctorado, UNLP (1997).
55. *Manual del equipo de electroerosion CT C-102 DI 25*.
56. E. N. Hogert, *Caracterización de superficies rugosas mediante interferometría de speckles*; Tesis de Licenciatura, FCEN-UBA (1983).
57. C. E. Shannon, *Communication in the presence of noise*; Proc. IRE, 37, 10 (1949).
58. E. T. Whittaker, *On the functions which are represented by the expansions of the interpolation theory*; Proc. Roy. Soc. Edinburgh, Sect A, 35, 181 (1915).

