



MONITOR ABSOLUTO TIPO COPA DE FARADAY PARA
MEDIR LA CORRIENTE DEL HAZ DEL
ACELERADOR LINEAL

IGNACIO B. E. NEMIROVSKY
DIVISION ACCELERADOR LINEAL
1963

CENTRO ATOMICO BARILOCHE
COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

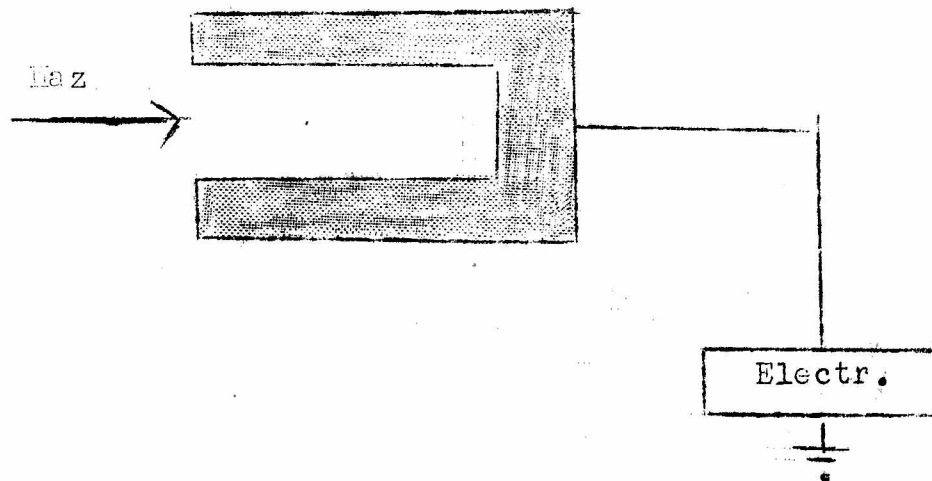
INSTITUTO DE FISICA "Dr. J. A. BALSEIRO"
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

SAN CARLOS DE BARILOCHE, RIO NEGRO - ARGENTINA

Monitor absoluto tipo Copa de Faraday para medir la corriente del haz del Acelerador Lineal.

1 - Introducción:

La experiencia con Aceleradores Lineales ha demostrado que el dispositivo más adecuado para medir en forma absoluta la corriente del haz de partículas es un integrador tipo Copa de Faraday, cuyo principio es el de detener y absorber el haz en un material adecuado, evitando en lo posible las pérdidas midiendo así la corriente total por medio de un electrómetro.



La calibración de la copa a una dada energía nunca varía (salvo ocasionales pérdida fácilmente detectables). Además la respuesta en corriente es insensible a variación de energía dentro de un cierto rango.

Dentro de este rango la corriente medida es una función lineal de la corriente del haz. Dada la forma directa de medición con un microamperímetro o electrómetro, la Copa de Faraday constituye un monitor primario.

2 - Descripción:

Consta de un cilindro de plomo y otro de grafito superpuestos y ensamblados mediante rosca. En el centro del cilindro de grafito se practica una perforación por la cual tiene acceso el haz. Los electrones inciden primero sobre el grafito, lo atraviesan perdiendo energía y emitiendo radiación de frenamiento y son detenidos en el plomo. El plomo también absorbe los fotones generados. (Ver planos adjuntos). El conjunto grafito-plomo se aloja, aislándolo eléctricamente mediante un soporte de lucite, en un tambor de hierro dentro del cual se practica vacío. El plomo (consecuentemente el grafito) se halla conectado eléctricamente al exterior mediante un pasante con sello hermético metal-vidrio.

Alrededor de la perforación en el grafito (entrada del haz) se ha colocado un juego de imanes permanentes de tal manera que el campo magnético sea normal a la dirección del haz. Más adelante nos referiremos a su objeto.

El tambor exterior es de hierro, sus tapas, bridas y accesorio, se realizaron en bronce.

3 - Diseño:

El parámetro principal que se debe tener en cuenta al diseñar la Copa es la fracción de carga incidente que se permitirá escapar, o sea la exactitud absoluta exigida a la medición.

La lectura de la corriente en el electrómetro puede ser falsada debido a varios efectos: penetración de la cascada electrónica, retrodispersión en la boca del integrador, corriente de pérdida a tierra y colección de iones o electrones que se producen en las vecindades de la copa.

El primer efecto se compensa haciendo la copa de dimensiones tales que la carga neta que escape se halle dentro de las especificaciones de diseño. Sin embargo no se debe exagerar en el tamaño como medida de seguridad debido al gran peso de los materiales (principalmente plomo). Como ejemplo: una copa diseñada conservativamente para un haz de 1 Bev pesaría alrededor de una tonelada.

El segundo efecto se obvia mediante tres procedimientos:

- a) se hace reentrante la geometría de la boca de entrada; esto reduce el ángulo sólido que "ven" libre los electrones retrodispersados.
- b) un imán permanente (cuyo campo es de aproximadamente 150 Gauss) es colocado tangencialmente a las generatrices de la perforación cilíndrica de manera tal que los electrones que son retrodispersados sean deflectados por el campo hacia las paredes de grafito.
- c) El fondo de la copa, donde los electrones inciden directamente, es hecho de un material de bajo z (grafito tipo nuclear) de forma que se reduce la sección eficaz para retrodispersión.

Por otra parte se trata de detener el haz con el mínimo posible de pérdida por radiación de frenamiento, de manera que si los electrones inciden primero sobre el grafito, allí degradan su energía principalmente por colisión (la sección eficaz para radiación de frenamiento aumenta con z^2) y llegan más "lentos" al plomo donde son absorbidos.

Para reducir o eliminar la pérdida de carga debida a corrientes de fuga, se debe aislar debidamente la Copa y su conexión al electrómetro. A veces se mejora la situación aplicando a la copa un determinado voltage de polarización de manera que permanezca en lo posible cercana al potencial de tierra.

La recolección de iones vecinos se reduce a un mínimo manteniendo la copa en vacío. Según experiencias anteriores con presiones del orden de 10^{-4} Torr se obtiene un factor de neutralización de la carga debido a iones positivos mejor que 0,1%.

Para determinar las dimensiones óptimas y de seguridad que debemos dar a los materiales absorbentes veamos previamente y en forma breve cuales son los procesos de interacción de un electrón rápido (10-20 Mev) con la materia. La absorción de la partícula (la degradación de su energía) se produce mediante colisión y radiación de frenamiento. Bethe y Heitler han determinado la siguiente fórmula para establecer si va a predominar uno u otro proceso:

$$n = \frac{\left[\frac{d E_0}{d x} \right]_{\text{rad}}}{\left[\frac{d E_0}{d x} \right]_{\text{coll}}} = \frac{E_0 Z}{1600 m_0 c^2}$$

donde E_0 es la energía del electrón incidente, Z el número atómico del material frenante y m_0 la masa en reposo del electrón. En nuestro caso considerando la situación más desfavorable de que todo el material absorbente sea plomo se tiene: (para electrones de 20 Mev)

$$n = \frac{20 \times 82}{1600 \times 0,511} \approx 2$$

Este resultado nos indica que se tiene predominio del proceso de radiación sobre el de colisión. Esta situación da lugar al fenómeno de cascadas. Se ha establecido teóricamente (Bethe y Heitler) que el espectro de radiación emitido por un electrón rápido al ser frenado es bastante uniformemente distribuido en energía hasta una cierta frecuencia permitida.

De esta forma los electrones rápidos producen un número considerable de fotones de alta energía, del orden de la energía del electrón primario. Estos fotones pueden producir a su vez creación o eyectar electrones compton rápidos. Los electrones secundarios irradian nuevamente produciendo más fotones que nuevamente eyectan electrones y así sucesivamente. El resultado es una cascada multiplicativa. El cálculo fué realizado por Greisen y Rossi (2) y su resultado para nuestro caso se ilustra en la figura 3. Se ha representado el número total de electrones $\pi(E_0, 0, t)$ en función del espesor del material absorbente t medidos en unidades de longitud de radiación.

El parámetro de las curvas es E_0/ξ con E en Mev (energía del electrón incidente) y ξ se denomina energía crítica que se define de la siguiente manera: "cuando la energía del electrón adquiere un valor tal que las pérdidas por radiación y por excitación o colisión son comparables, a tal energía (ξ) se la llama crítica. Es conveniente separar las colisiones en dos clases de acuerdo a si la transferencia de energía al electrón atómico en la colisión es mayor o menor que cierto valor medio ξ . Tomando

$$\xi = 5 \text{ Mev}$$

(lo usual), definimos la energía crítica ξ como aquella a la cual la pérdida por ionización por centímetro que implica transferencia de 5 Mev es igual en magnitud a la pérdida por radiación.

De tablas hallamos que para plomo

$$\xi = 6,9 \text{ Mev}$$

de manera que nuestro parámetro es:

$$\frac{E_0}{\xi} = \frac{20}{6,9} = 2,9 \sim 3$$

Longitud de radiación (X_0): Es la distancia, dentro del material absorbente, que debe recorrer un electrón para que su energía se vea reducida en un factor e (base de los logaritmos naturales).

Se ha calculado la curva representada para tres valores de t . La expresión analítica es la siguiente:

$$\pi(E_0, 0, t) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{s} \frac{H_1(s) K_1(s, -s)}{\left[\lambda_1''(s) \cdot t + \frac{1}{s^2} \right]^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{E_0}{\xi} \right)^s e^{\lambda_1'(s)t} \quad (a)$$

$$t = \frac{-1}{\lambda_1'(s)} \left[\log \frac{E_0}{\xi} - \frac{1}{s} \right] \quad (b)$$

donde

$$H_1(s), K_1(s, -s)$$

son funciones tabuladas en función de (s) y λ_1', λ_1'' son las derivadas de λ_1 .

Dado un valor de t , mediante b se elige el juego

$$\lambda_1' (S) - S$$

que satisfaga la relación y se obtiene S . Las otras funciones se hallan en tablas (op. cit.).

De esta manera hemos hallado que para un espesor de plomo de 10 longitudes de radiación y electrón de 20 Mev, escapan aproximadamente un 0,01%. Por comodidad de medidas hemos construido la copa con 5 cm de plomo equivalentes a 9,75 unidades de radiación. Recordemos que todavía no hemos considerado la presencia del grafito.

En base a las mediciones que Kantz y Hofstadter realizaron de la atenuación en energía de un haz de electrones al penetrar cilindros de distintos materiales y dimensiones, Brown y Tautfest han desarrollado una fórmula para calcular las dimensiones mínimas que deben tener una Copa de Faraday para una dada energía de partículas y coeficiente de pérdida prefijado.

La expresión propuesta por Brown y Tautfest es consecuencia de las siguientes consideraciones.

De los datos obtenidos por Kantz el porcentaje de pérdidas de energía es:

$$f_e = A e^{-\sigma x}$$

siempre que se cumpla:

$$r = m x + b$$

donde r y x son el radio y profundidad del absorbente en unidades de longitud de radiación; A es una constante que depende solo de la energía del electrón; σ , m y b son constantes dependientes del material. El valor de σ es igual al mínimo coeficiente de absorción fotónica para el material dado (plomo: $1/\sigma = 4.25$ long. de rad.) y m , b son hallados de la aproximación a una línea recta de la figura 1. Resulta $m = 0.85$ y $b = -2$.

Los datos fueron tomados a 185 Mev; para extender los resultados a otras energías es preciso conocer la dependencia de A con la energía.

A tal fin se hacen las siguientes aproximaciones teóricas:

Un electrón o rayo gamma de alta energía viaja en promedio una distancia de $\log. 2$ longitudes de radiación antes que su energía es reducida a un medio de su valor inicial. Luego, si su energía es duplicada, la dimensión del absorbente debe ser incrementada en solo $\log. 2$ longitudes de radiación para que el porcentaje de pérdida de energía f_e se mantenga constante. Esto equivale a agregar un término en el exponente de eq. (1):

$$f_e = A_{185} e^{-\sigma (x - \log \frac{E_0}{185})} \quad (2)$$

Si la energía del electrón es menor que la energía crítica del material absorbente, es posible una formulación diferente; en este caso la pérdida de energía por ionización será menor que la pérdida por radiación. De aquí que para bajas energías la Copa de Faraday debe ser construida de un material de bajo Z , seguido de un material de Z alto, que absorba los fotones y electrones que atraviesan el primero. El uso de un material inicial de bajo Z tiene la ventaja, además, de reducir la retrodispersión en la boca. En tal caso modificaremos la expresión (2) en la siguiente forma:

$$f_c = (1 - k) A_{185} e^{-G(x - \log \frac{E_0}{185})} \quad (3)$$

donde ahora k es la fracción de energía inicial absorbida por el material de bajo Z .

Una ecuación aproximada para k puede ser obtenida suponiendo que la pérdida de energía se debe solo a colisión:

$$\left. - \frac{dE}{dt} \right)_{col} = B \log E + C \quad (4)$$

donde t está dado en longitudes de radiación y B y C son constantes. Si el electrón primario es completamente detenido en el primer absorbente la pérdida por colisión promedio es aproximadamente:

$$\left\langle \left. - \frac{dE}{dt} \right)_{col} \right\rangle = B \log E_0 - 1 + C \equiv D \quad (5)$$

Luego k para cualquier espesor t estará dado por:

$$k \approx \frac{D}{E_0} t \quad (6)$$

siempre que t no exceda el rango del electrón primario en el material de Z bajo.

Wilson ha desarrollado una teoría aproximada particularmente para la región de energías cercanas a E_c . Considera conjuntamente electrones aislados y cascadas usando en parte consideraciones analíticas, en parte método estadístico de Monte Carlo. Toma en cuenta todos los fenómenos que son importantes desde el punto de vista de la penetración de electrones en la materia, es decir radiación, pérdida de energía por colisión y dispersión múltiple.

Dejando de lado la dispersión, Wilson halla que el rango medio de un electrón de energía inicial E_0 , medido en unidades de radiación es:

$$r = \ln 2 \ln \left(\frac{E_0}{E_c \ln 2} + 1 \right) \quad (7)$$

Luego si la Copa de Faraday está formada por grafito de un grosor de t unidades de radiación seguido por $x \mu$. de rad. de plomo, el porcentaje de pérdida energética está dado por:

$$f_c = \left(1 - \frac{Dt}{E_0} \right) A_{185} e^{-G \left(x - \log \frac{E}{185} \right)} \quad (8)$$

siempre que el radio de la copa haya sido determinado por la expresión:

$$r = 0,85 x - 2 + \frac{d.i}{2} \mu \text{ de rad}$$

donde d.i. es el diámetro interno de la boca de la copa.

Para el propósito de integración de corriente, la cantidad importante es la fracción de partículas cargadas que escapen. Pero esta cantidad se puede conectar con la fracción de la energía perdida mediante las siguientes consideraciones:

Si una cascada electrónica ha alcanzado un punto tal que el promedio de energía de las partículas está debajo de la E_c del material, entonces el rango medio de las partículas cargadas que quedan en la cascada es menor que una longitud de radiación. Si esto es válido, las partículas que escapan por penetración deben ser principalmente aquellas que son producidas cerca de la superficie del material por los rayos gamma penetrantes de la cascada. Para materiales de alto Z , los rayos gammas estarán comprendidos en el rango $1 \text{ Mev} \leq k \leq 5 \text{ Mev}$ de manera que la generación de electrones se deberá a creación de pares o efecto Compton. En ambos casos la energía promedio de las partículas es $k/2$ donde k es la energía del fotón. Todavía en esta región de la cascada existirá un equilibrio entre partículas cargadas y rayos gamma; sin embargo el número de electrones que escapen será substancialmente menor que el de rayos gammas debido a la mayor penetración de los fotones. Podemos decir luego que:

$$\frac{N_e}{N_\gamma} < \frac{R(e)}{R(\gamma)} \quad (9)$$

$R(e)$: rango medio de e de energía $k/2$
 $R(\gamma)$: longitud de atenuación ($\frac{1}{\sigma}$) de fotones de energía k

Cada colisión compton produce un electrón, y dos debido a creación de pares; como importa la pérdida de carga total, el número efectivo de electrones producido es menor que uno por rayo gamma: de ahí el signo de desigualdad.

Como la pérdida de energía por rayos gamma que escapan es mucho mayor que la pérdida por partículas cargadas salientes, k . Brown y Tautfest proponen como aproximación:

$$N_\gamma \cong f_e \frac{E_0}{100 k} \quad (10)$$

Con E_0 : energía del electrón incidente y k energía del rayo gamma que escapa. Reemplazando (10) en (9):

$$f_p \leq (f_e \frac{E_0}{k}) \frac{R(e)}{R(\gamma)} \quad (11)$$

siendo f_p el porcentaje de pérdida de partículas cargadas.

Bethe y Ashkin estiman para $R(e)$ en plomo $E/10$ longitudes de radiación donde $E \sim k/2$ es la energía promedio del electrón que escapa en Mev y $R(\gamma) = \frac{1}{\sigma} = 4.25$ long. de rad. para $k = 3$ Mev en plomo. Sustituyendo en (11):

$$f_p (P_b) = f_e \left(\frac{E_0}{85} \right) \quad (12)$$

Combinando (8) con (12) y usando el valor de $A_{185} = 175\%$ de la figura 2 el porcentaje de pérdida de partículas cargadas en una copa de Faraday que consiste en t long. de rad. de un material de bajo Z seguido de x long. de rad. de plomo será dado por:

$$f_p \cong 2 E_0 \left(1 - \frac{D \cdot t}{E_0} \right) e^{-\sigma(x - \log \frac{E_0}{185})} \%$$

Para grafito $D = 10 \ln E_0 + 52 \text{ Mev/long. de rad.}$

y ..

$$\frac{1}{\sigma}$$

para plomo se

halla de la figura 2: 4,25 long. de rad.

Con esta fórmula se pueden calcular las dimensiones mínimas de una Copa de Faraday, dando como dato el porcentaje de pérdidas aceptables.

Volviendo a nuestro caso, habíamos fijado el espesor de plomo en 5 cm; para determinar la cantidad (o espesor) de grafito necesario nos hemos guiados por el comentario que hacen Brown y Tautfest al referirse a las experiencias realizadas con la Copa de Faraday, durante las cuales establecieron que era favorable el diseño con espesores similares de plomo y grafito (pag.699 del citado artículo). De acuerdo a esta experiencia hemos fijado el espesor de grafito en 5 cm.

Con estas dimensiones hemos calculado la fórmula anterior para varias energías en el rango 20-60 Mev, representando gráficamente.

Como se observa en la curva el valor f_p para energías inferiores a 22,8 Mev cambia de signo, lo que carece de todo significado físico. Esto es consecuencia de haber sobredimensionado la Copa ya que la fórmula es aplicable a dimensiones mínimas. Así nuestro propósito fue realizar la Copa para 15 Mev y ha resultado que posee las dimensiones adecuadas (mínimas) para que las pérdidas sean bajas (menores de 1%) hasta un valor de aproximadamente 25 Mev. Este es el margen de seguridad con que se cuenta.

Por otra parte durante el desarrollo teórico se establece como condición el cumplimiento de la relación:

$$r = 0,85 x - z + \frac{d.i}{2} \text{ long. de rad.}$$

En nuestro caso $x = 9,75$; $d.i = 7,79$ luego

$$r = 10,18 \text{ long. de rad.}$$

$$r = 5,2 \text{ cm.}$$

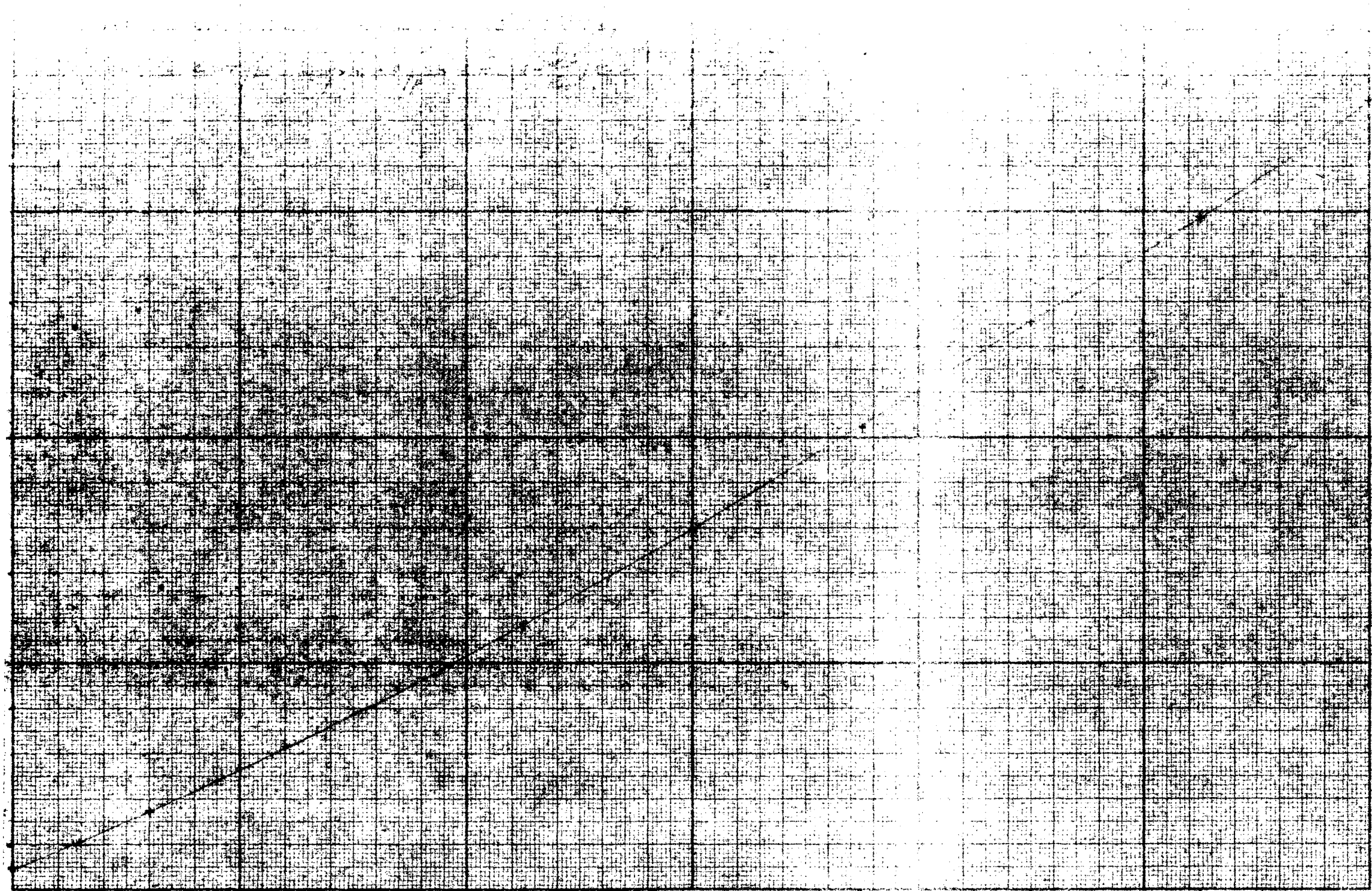
Según la fórmula el radio de la Copa debe ser de 5,2 cm o su diámetro de 10,5 cm. En nuestro diseño la zona central tiene 10 cm de diámetro (zona rescada del grafito) y el diámetro total es de 20 cm. El ángulo sólido que "ve" un electrón incidente, de plomo y grafito es mayor que 2π .

4. Cálculo

Los datos para el cálculo de la formula son los siguientes:

$$\left. \begin{array}{l} X_0 (\text{Pb}) = 5,8 \text{ gr/cm}^2 \\ X_0 \text{ Graf} = 42,5 \text{ gr/cm}^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{T. VIII p. 266} \\ \text{Exper. Nue. Phys.} \\ \text{Segré Vol. I} \end{array} \quad \begin{array}{l} \delta(\text{Pb}) = 11,3 \text{ gr/cm}^3 \\ \delta(\text{c}) = 2,25 \text{ gr/cm}^3 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} D \text{ graf} = 10 \ln E_0 + 53 \\ \frac{1}{\sigma} = 4,25 \end{array} \right\} \text{Brown y Tautfest}$$



20	2.996	82.96	0.008	- 2.226	11.976	2.83	0.059	21.57	1.078	-0.078	-3.120	-0.184
22	3.091	83.91	0.119	- 2.129	11.879	2.80	0.061	21.82	0.892	0.008	0.352	0.021
24	3.178	84.78	0.130	- 2.040	11.790	2.78	0.062	22.04	0.918	0.082	3.940	0.244
26	3.258	85.58	0.141	- 1.959	11.709	2.76	0.063	22.25	0.856	0.144	7.488	0.472
28	3.332	86.32	0.151	- 1.890	11.640	2.75	0.064	22.44	0.801	0.199	11.144	0.713
30	3.401	87.01	0.162	- 1.820	11.570	2.73	0.065	22.62	0.754	0.246	14.76	0.959
35	3.555	88.55	0.189	- 1.666	11.416	2.69	0.068	23.02	0.658	0.342	23.94	1.628
40	3.689	89.89	0.216	- 1.532	11.282	2.66	0.070	23.37	0.584	0.416	33.28	2.330
45	3.807	91.07	0.243	- 1.415	11.165	2.63	0.072	23.66	0.526	0.474	42.66	3.072
50	3.912	92.12	0.270	- 1.309	11.059	2.61	0.074	23.95	0.479	0.521	52.10	3.855
55	4.007	93.07	0.297	- 1.214	10.964	2.59	0.075	24.20	0.440	0.560	61.60	4.620
60	4.094	93.94	0.324	- 1.127	10.877	2.57	0.077	24.42	0.407	0.593	71.16	5.479

Pérdidas vs. Energía para Copa de Faraday

$$f_p = 2 E_o \left(1 - \frac{DT}{E_o}\right) e^{-\sigma \left(x - \ln \frac{E_o}{185}\right)}$$

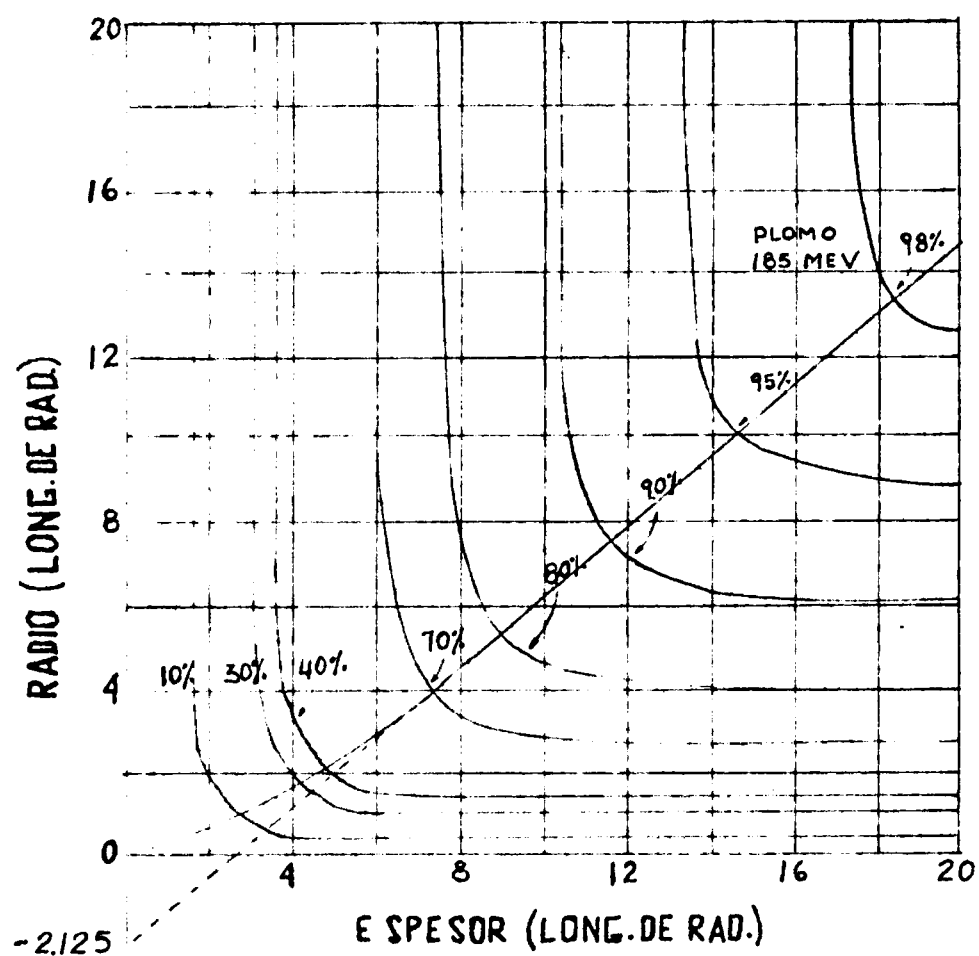


Fig. 1. Dimensiones óptimas de un cilindro para absorber un determinado porcentaje de partículas.

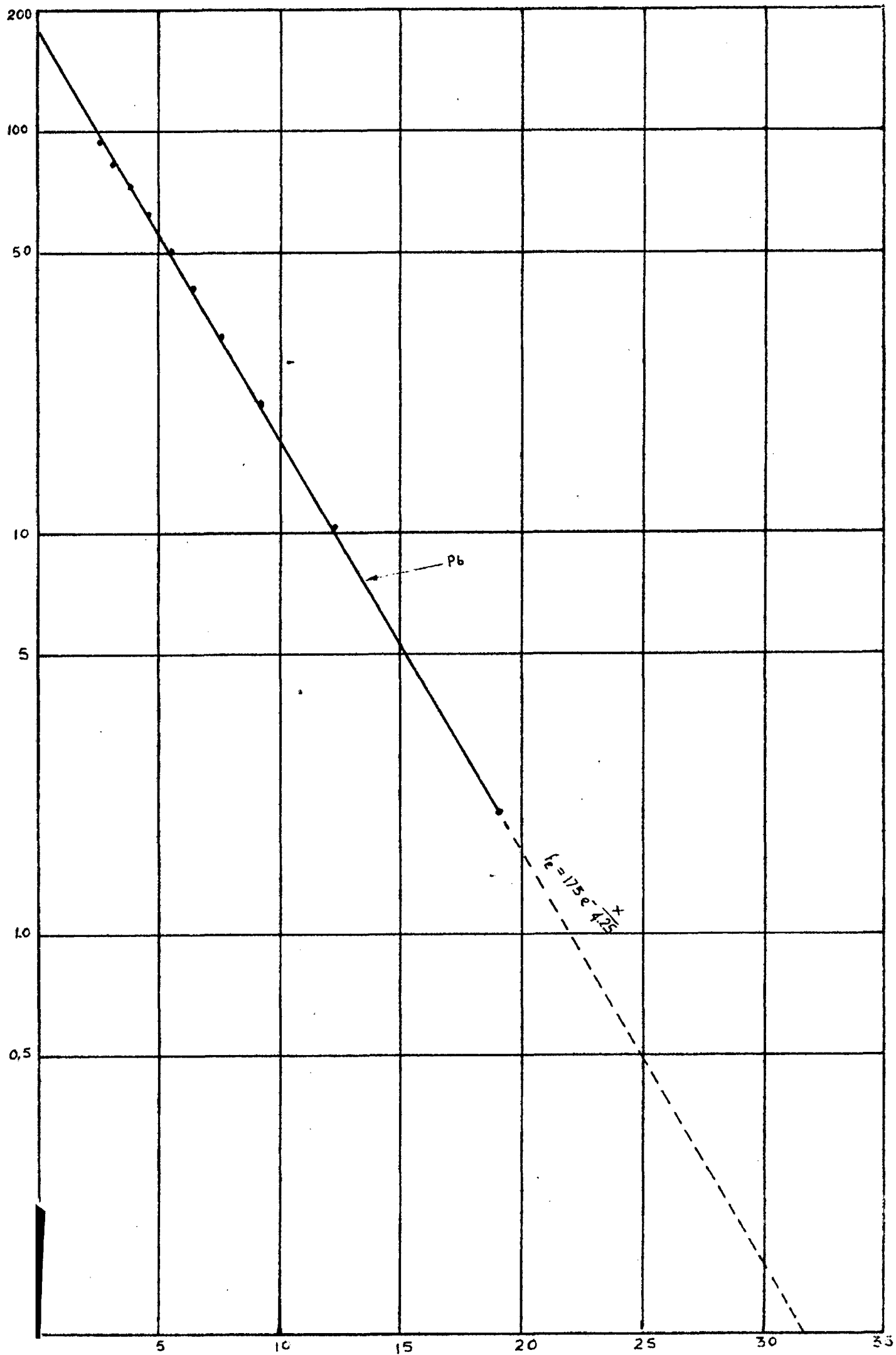
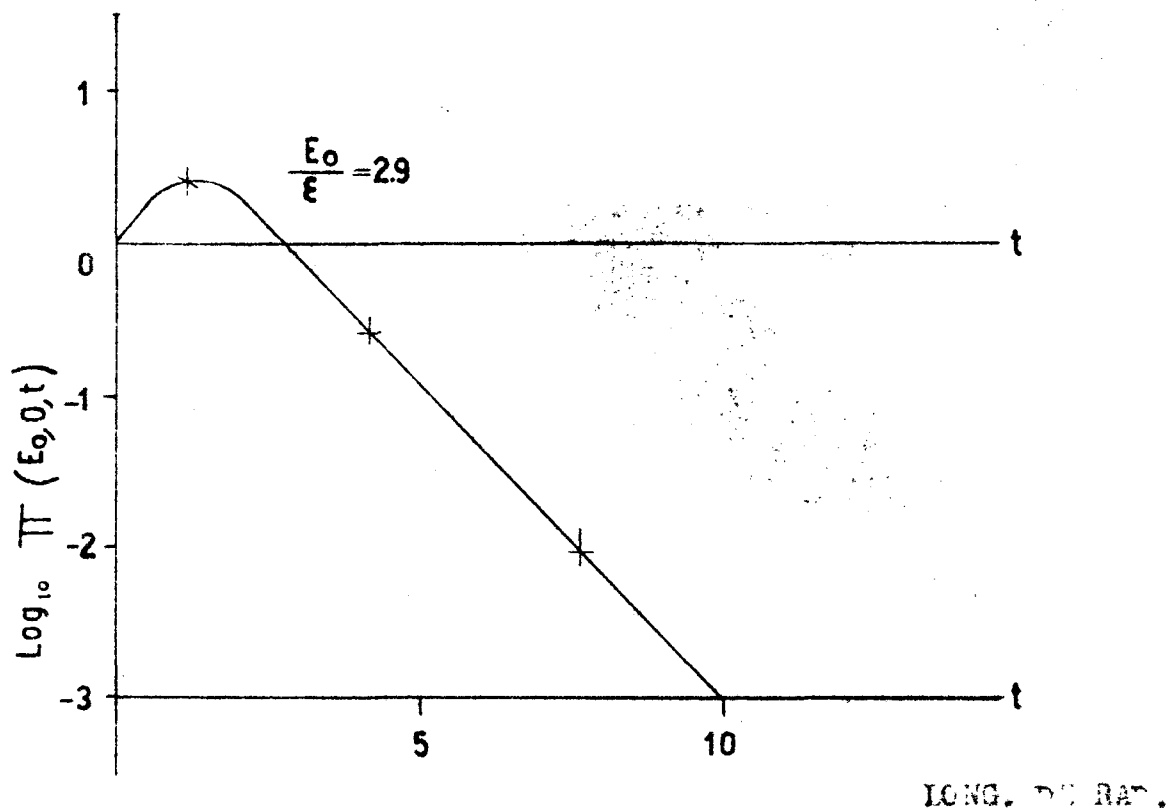
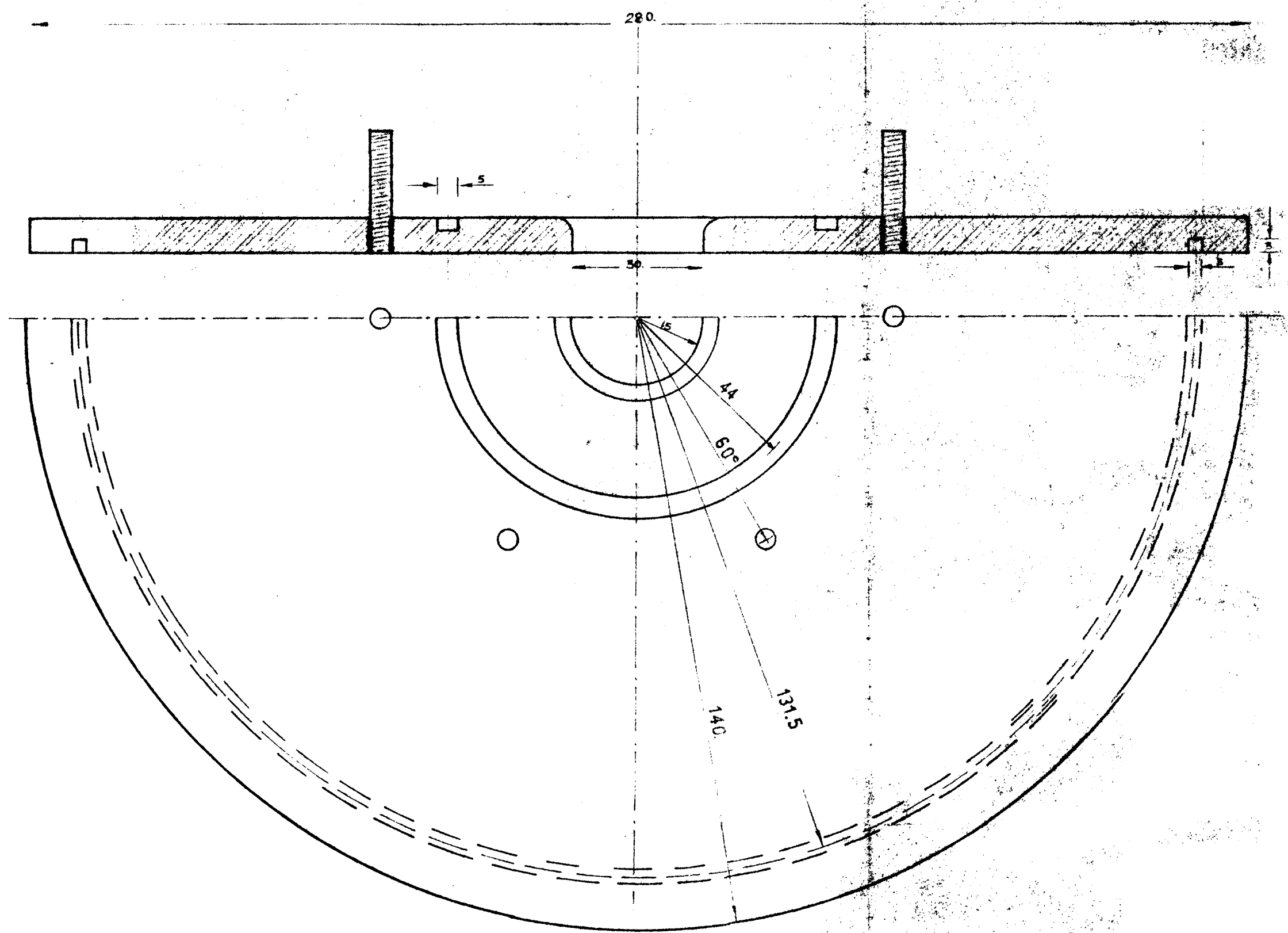


FIG. 3 Desarrollo de una cascada multiplicativa. Número de electrones presentes en función de la profundidad del material.

$$\Pi(E_0, 0, t) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \frac{1}{s} \frac{H_1(s) K_1(s-s)}{[\lambda_1(s) t + \frac{1}{s}]^{1/2}} \left(\frac{E_0}{\epsilon}\right)^s e^{\lambda(s)t}$$

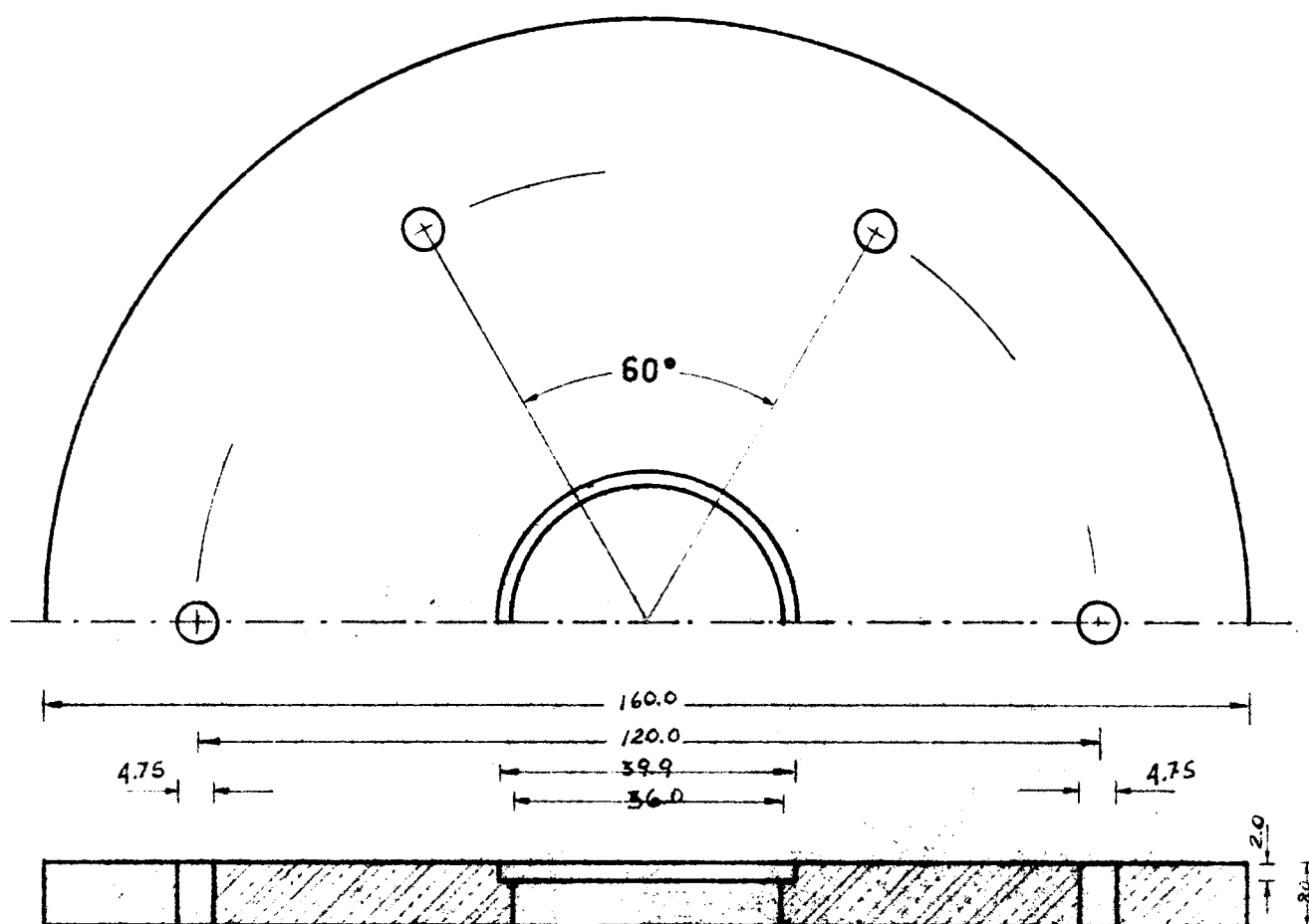
$$t = \frac{-1}{\lambda_1(s)} \left[\log \left(\frac{E_0}{\epsilon} \right) - \frac{1}{s} \right]$$





DIVISION ACELERADOR LINEAL

PIEZA Brida MATERIAL Bronce CANT. 1
 PROJ. NEUROVIV DIB. Cotaro FECHA 10-7-63
 ESCALA 1:1 MODIF. PLANO N° 3-1



DIVISION ACELERADOR LINEAL

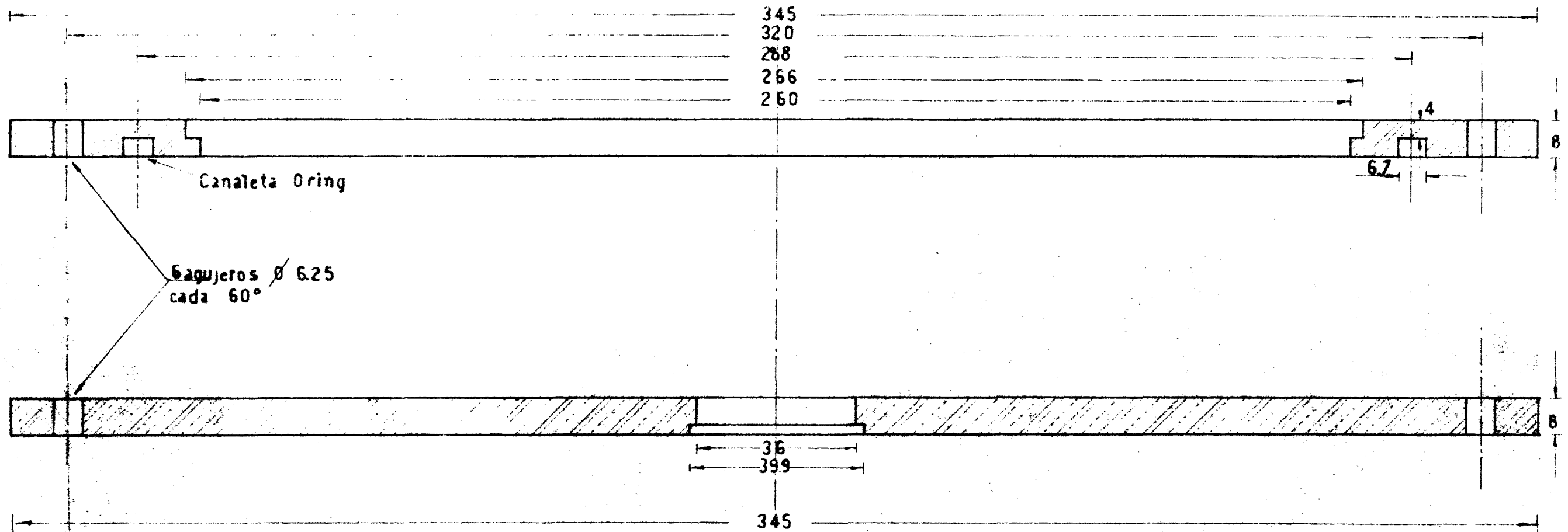
PIEZA Brida MATERIAL Bfonce CANT. 1

PROY. N° 107/87 DIA. Cotaro FECHA 10 7 63

ESCALA 1:1

MODIF.

PLANO N° 3-2



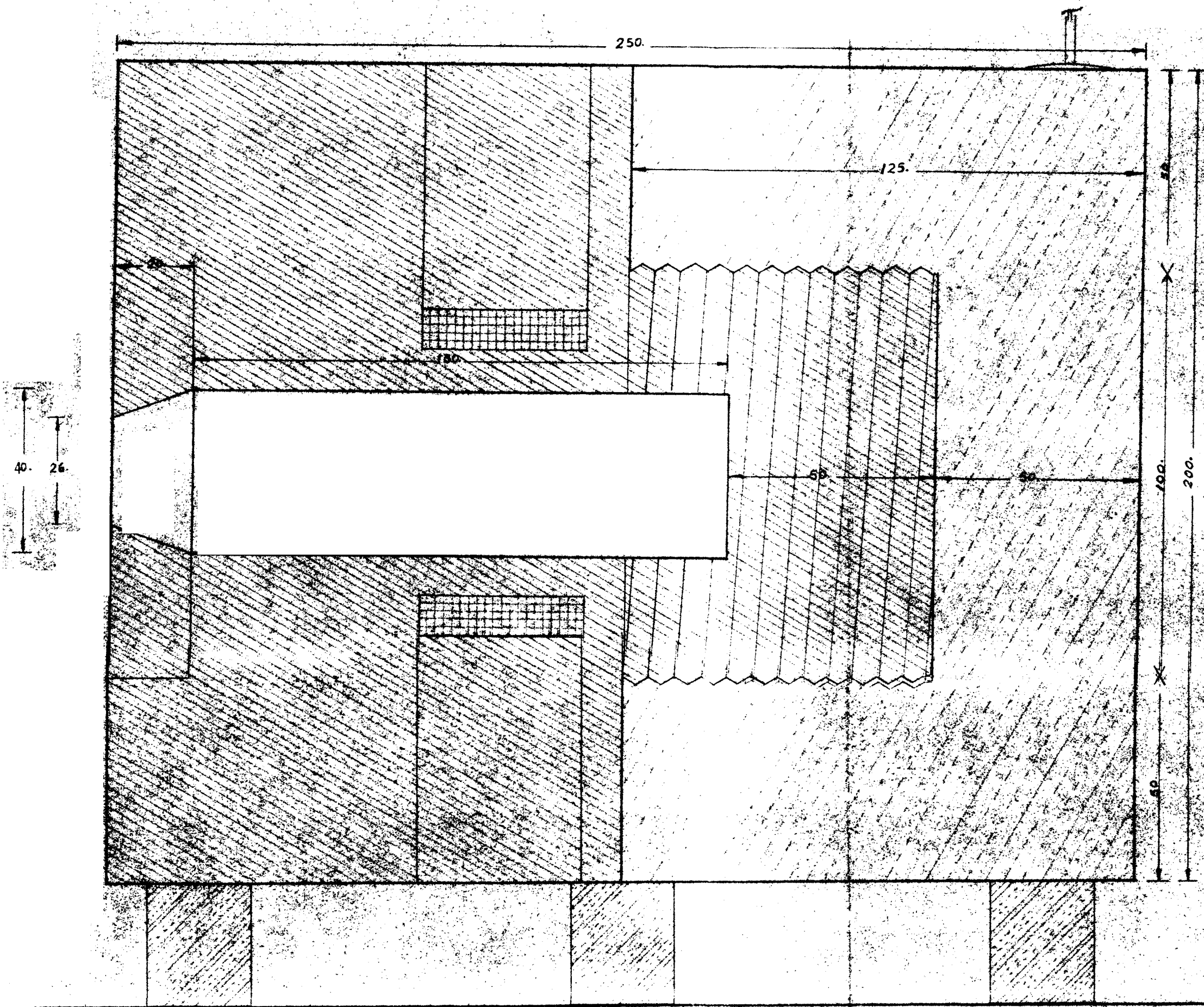
Planta circular

DIVISION ACELERADOR LINEAL

Bridas MATERIAL Bronce CANT. 1

REVISADO POR COTARO 10-7-63

A 1:1



PLUMBO



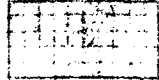
GRAFITO



LUCITE



IMAN



DIVISION ACELERADOR LINEAL

PIEZA Conjunto MATERIAL

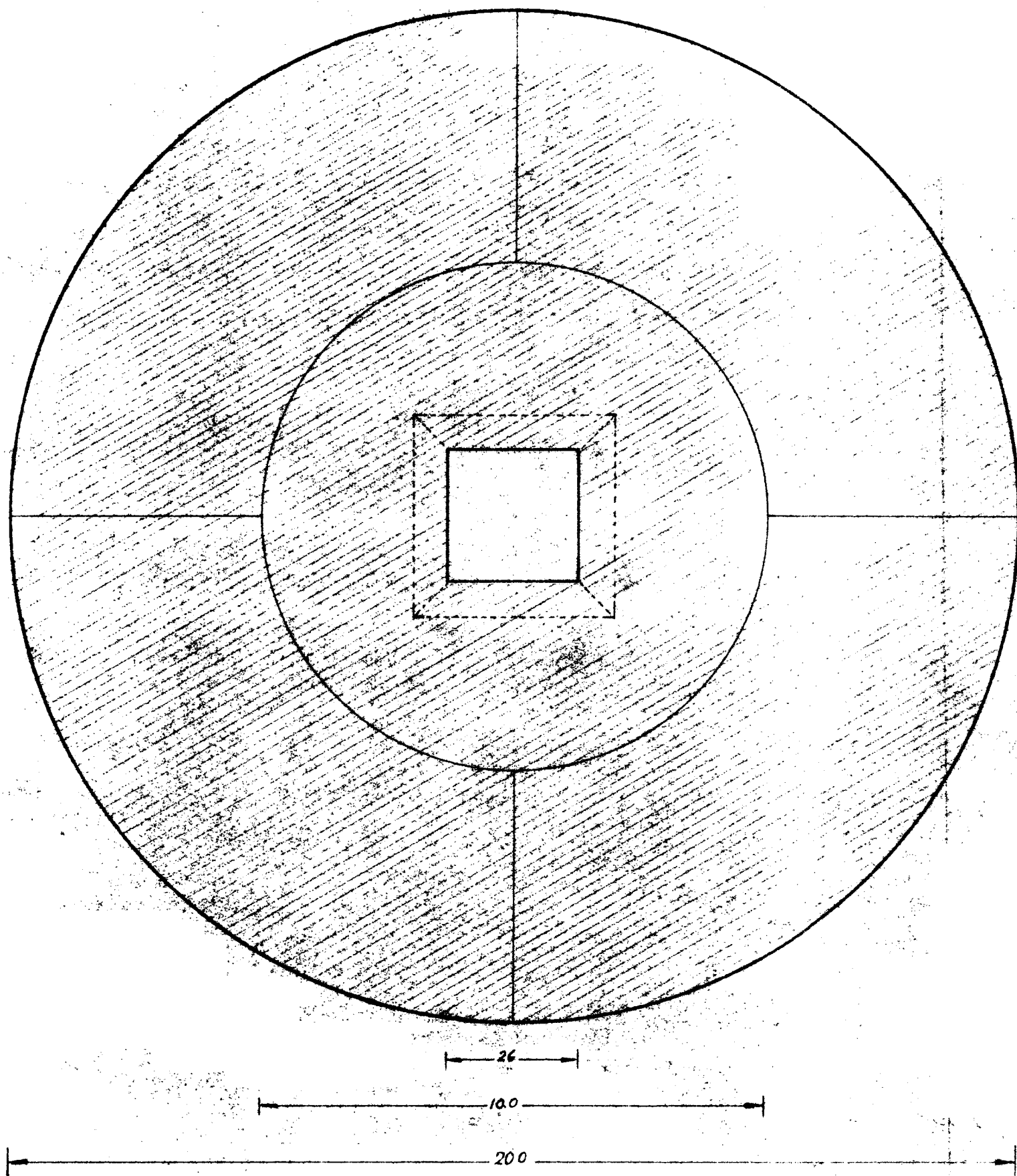
CANT.

PROY. INGENIERIA DIB. Cotarop 10-7-63

ESCALA 1:1

MODELO

PLANO 3-5



DIVISION ACELERADOR LINEAL			
PIEZA Detalle	MATERIAL Grafito	CANT.	
PROV. <i>REMEDIOS/ky</i>	DISE. Cotaro	FECHA 10 7 63	<i>VER</i>
ESCALA 1:1	MODIF.	PLANO N° 3-6	