

ANALISIS DE LAS TOLERANCIAS UTILIZANDO TECNICAS DE MONTE CARLO

✓ José Luis ROCA
Ignacio ^{Bernardo} MAYANS

Comisión Nacional de Energía Atómica

Gerencia de Desarrollo

Depto. Instrumentación y Control

INTRODUCCION:

El análisis de las tolerancias en redes de varios componentes durante la faz de proyecto se presenta a veces tan complejo que en la mayoría de las ocasiones es dejada de lado. Ello es por motivos tales como:

- Cada componente lleva asociada una función de distribución de probabilidad distinta.
- El conjunto presenta un comportamiento difícil de predecir, como resultado del punto anterior.
- La presentación gráfica del problema que mostraría claramente la situación del sistema bajo estudio es de realización muy laboriosa.

Mediante la utilización de técnicas de computación es posible reducir al mínimo estos inconvenientes.

El problema clásico surge cuando se pretende producir "n" unidades de un determinado sistema electrónico y se desea que, fijadas las tolerancias de los componentes, la performance de toda la producción esté concentrada alrededor de un punto óptimo adecuado.

En muchas ocasiones, la distribución de valores dentro de las tolerancias dadas determinan en el conjunto total la presencia de dos puntos óptimos en lugar de uno, con la consiguiente indeterminación en la producción, una parte de la cual tendrá una performance completamente distinta de la otra.

En el presente análisis se han utilizado programas del sistema de Cómputos I.B.M. - 360, propuestos por K.J. DIESTLER, de la Universidad de KENTUCKY (Depto. de Ing. Eléctrica), todos en Fortran IV (1). Asimismo, se ha utilizado el sistema de Cómputos del Centro de Cómputos de la Comisión Nacional de Energía Atómica.

METODO DE MONTE CARLO:

Históricamente el método se denominó "Random Walks" (caminos al azar) y cobró extraordinaria fuerza durante la segunda guerra mundial. Von NEUMANN y ULAM fueron quienes le dieron el nombre que lleva actualmente.

La base de esta nueva forma de encarar la resolución de problemas es la siguiente:

Sea una función de n variables:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

///

En esta función "y" será variable dependiente y x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) variables independientes.

Si las variables " x_i " son conocidas, también será conocido el valor de "y". En este caso se estará en presencia de un problema determinístico donde, fijados los valores de las variables independientes, queda fijo el valor de la variable dependiente.

Cuando x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) son desconocidas, se está ante un problema estadístico y estas variables se denominan estocásticas.

Lo único que es conocido es la probabilidad de que ellas tomen sus diferentes valores. Entonces "y" no será una variable fija (con un sólo valor) y podrá tener varios posibles valores.

Siguiendo a L.M. FLANDERS Jr., el método de Monte Carlo permite determinar la probabilidad de que la variable "y" adopte sus distintos valores (2).

Esto es posible realizarlo haciendo que la variable " x " o las variables " x_i " tomen valores al azar, de acuerdo a una determinada distribución de frecuencias de la variable dependiente "y", para luego analizar el resultado. Es esencialmente una "simulación con condiciones de frontera prescriptivas" (3)

Como punto de partida es entonces necesario disponer de un generador de números aleatorios (Fig. 1.). Este generará valores de la variable " x_i " de acuerdo a una distribución prefijada.

Existen varios métodos para generar estos números denominados, en general, "pseudoaleatorios" (4)

La más importante de estas técnicas es la llamada "de las congruencias". Su base es la siguiente relación recurrente:

$$(I) \quad x_i = x_{i-1} \cdot a + c \pmod{m}$$

Siendo:

x_i = número pseudoaleatorio

a, c, x_{i-1} = enteros entre 0 y $m-1$

m = cantidad que prefija el periodo de recurrencia

La operación:

$$(II) \quad h = c \pmod{m}$$

Implica que h y c son congruentes de módulo m . Esto ocurre cuando h y c dan el mismo resto al ser divididos por m . Por ejemplo:

$$5590 = 6 \pmod{8}$$

Pues:

$$\begin{aligned} 5590 - 6 &= 5584 \text{ y} \\ 5584 / 8 &= 698 \text{ (resto = 0)} \end{aligned}$$

La referencia (4) aclara todo lo enunciado precedentemente. Este método provee números pseudoaleatorios de distribución uniforme con límites prefijados (Fig. 2a y 2b).

Una subrutina Fortran del sistema I.B.M. 360, la "RANDU", provee de un generador de números pseudoaleatorios de distribución uniforme de límites cero y uno (Fig. 3) en base al método citado

Esta subrutina debe ser alimentada por un número entero cual

///

quiera al azar, impar de no más de 9 dígitos "IX". "IY" es el número aclaratorio requerido para la próxima entrada o llamada de la subrutina; "YFL" es el número aleatorio entre cero y uno con distribución uniforme.

Transformación inversa:

Para generar una distribución cualquiera entre límites prefijos se puede partir de la distribución uniforme vista anteriormente utilizando el método de "Transformación Inversa".

Si $f(x)$ es la función densidad de probabilidad y $F(x)$ es la función de distribución acumulativa (Fig.4). Entonces haciendo:

$$(III) \quad F(x) = r$$

y luego:

$$(IV) \quad x = F^{-1}(r)$$

se obtiene la transformación inversa de $F(x)$ tal que si "r" está uniformemente distribuido entre cero y uno, "x" estará distribuido de acuerdo a la "F" acumulativa.

Supóngase que se requiere obtener números uniformemente distribuidos entre los límites "a" y "b" (Fig.2a y 2b). $F(x)$ será:

$$F(x) = \frac{x-a}{x-b} \quad \text{y} \quad 0 < F(x) < 1$$

Aplicando la (III) y la (IV) se tiene:

$$r = \frac{x-a}{x-b}$$

y

$$x = a + (b-a) \cdot r \quad \text{con} \quad 0 < r < 1$$

A modo de segundo ejemplo supóngase ahora que se necesita disponer de valores de variable pseudoaleatorios con distribución exponencial (Fig.5). $F(x)$ será:

$$F(x) = \exp. (-\lambda \cdot x)$$

Aplicando la (III) y la (IV) nuevamente:

$$r = \exp. (-\lambda \cdot x)$$

y

$$x = -\lambda^{-1} \cdot \ln \cdot r \quad \text{con} \quad 0 < r < 1$$

Mediante transformación inversa el Conjunto de Subrutinas Científicas I.B.M. 360 provee una subrutina, la "GAUSS" (Fig.6). En ésta "IX", al igual que la "RANDU", es un número impar de menos de 9 dígitos. "S" es la desviación standard; "AM" es el valor medio o nominal y "V" es

:

///

el valor de la variable de distribución gaussiana.

Cualquier otra distribución puede simularse de igual forma. A título ilustrativo en la Fig.7 se dan las subrutinas "GAMMA", "WEIBULL" "EXP" y "UNIFORM".

Análisis preliminar:

En todo componente viene especificado la tolerancia $T\%$ en por ciento generalmente junto con el valor nominal de la característica del componente X . Esta característica tiene un valor mínimo \underline{X} y un valor máximo \bar{X} de acuerdo a:

$$(V) \quad \begin{aligned} \bar{X} &= X (1 + T) \\ \underline{X} &= X (1 - T) \end{aligned} \quad \text{con } T = \frac{T\%}{100}$$

El valor real del componente fluctuará entonces entre \underline{X} y \bar{X} :

$$(VI) \quad \underline{X} < x < \bar{X}$$

Es posible colocar "x" como función del valor nominal "X", la tolerancia "T", y un parámetro "r" tal que $0 \leq r \leq 1$ con distribución uniforme. Esto es posible a partir del conocimiento de la $F(x)$ acumulativa Fig.8:

$$F(x) = \frac{x - \underline{X}}{\bar{X} - \underline{X}} = \frac{x - X(1 - T)}{2 \cdot T \cdot X}$$

Aplicando la (III) y la (IV), se tiene:

$$x = X(1 - T) + 2 \cdot T \cdot r$$

Con $0 \leq r \leq 1$

Ahora bien, si la distribución no es uniforme, se utilizará otra subrutina, la "GAUSS" por ejemplo o cualquiera de las de la Fig.7 que se adapte mejor a la realidad del problema.

En este punto debe tenerse en cuenta la relación existente entre tolerancia del componente y la desviación standard correspondiente. En general son tres clases (Fig.9) en que se pueden clasificar los dispositivos. Para cada una de estas clases los límites a tener en cuenta en lo que respecta a tolerancias son variables de acuerdo a la situación del componente en el mercado y del proceso de "Quality Assurance" seguido. (5).

Esto es muy importante sobre todo cuando existe gran cantidad de componentes involucrados en el sistema a analizar. El conjunto variará notablemente su performance de acuerdo a ello.

Representación gráfica:

Para representar graficamente el problema y sus soluciones se ha optado por "plottear" un histograma de 10 columnas iguales, llenando

///

con asteriscos cada una de ellas hasta una altura proporcional a la ordenada del gráfico de distribución.

Para seleccionar un número cualquiera en una de las diez categorías correspondientes a cada columna, se utilizó la subrutina Fortran "SORT" (Fig.10).

En la misma:

Z = es el número ha ser clasificado.
 M = es el vector de 10 columnas ha ser cargado.
 AMIN, AMAX = son los valores extremos de la variable Z.

Cargado el vector M(10) con sus valores respectivos, la subrutina Fortran "HIST" (Fig.11) se encarga de dibujar el histograma.

En ella:

MAX = es la máxima altura del histograma. Si no se conoce (MAX = 0) la misma subrutina se encarga de encontrar el máximo del vector M.

M = es el vector de 10 columnas cargado ha ser plotteado.

Las coordenadas de la base del histograma son escritas de acuerdo al formato 103. El mismo debe ser cambiado según los valores a plottear. El número sobre las columnas indica la cantidad de elementos que caen dentro de esa columna.

Ejemplos de aplicación:

Ejemplo 1:

Supóngase que se deben fabricar 1000 divisores resistivos del tipo de la Fig.12. La característica de un divisor resistivo es su transferencia:

$$\text{RATIO} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)}$$

Si se asumen distribuciones uniformes para R_1 y R_2 , el cómputo de la distribución de valores de "RATIO" puede realizarse a través del programa principal de la Fig.11. Este es alimentado con valores de R_1 , R_2 , T_1 , T_2 de acuerdo a los formatos 222, 223, 224, 225, 226, 333 y 444. Los histogramas correspondientes para $R_1 = 10 \text{ K}$ y $R_2 = 6 \text{ K8}$ con distintas tolerancias y considerando distribuciones uniformes para ambos resistores pueden observarse en las Figs. 13 y 14.

Ejemplo 2:

Sea una red RC (filtro pasa bajo) (Fig.15). El cómputo de la distribución de la constante de tiempo $T = RC$ del circuito para 500 unidades, puede realizarse asumiendo distribución uniforme para R y distribución gaussiana para C, mediante el programa principal de la Fig.16. Para $R = 500 \text{ K}$ y $C = .01 \mu\text{F}$ con tolerancia 10%. Los resultados pueden observarse en las Figs. 17, 18 y 19.-

///

En la Fig.17 se han considerado capacitores de alta calidad (clase 1), en la Fig.18 Clase 2 y en la Fig.19 Clase 3. Observese la diferencia en las distribuciones para iguales límites de constantes de tiempo.

Ejemplo 3:

Sea un amplificador inversor implementado con un operacional 741 (Fig.20) donde la amplificación V_o/V_i viene dada por la siguiente expresión:

$$A_s = \frac{R_5 (R_4 + R_1) - A (R_4 R_3)}{(R_3 + R_5)(R_4 + R_1) + R_2 (R_3 + R_5 + R_4 + R_1) + A R_4 R_2}$$

Con los valores máximos de los parámetros del operacional y su poniendo las siguientes distribuciones:

R_4 ; distribución uniforme; $0,3 \text{ M}\Omega < R_4 < 1 \text{ M}\Omega$

A ; distribución uniforme; $50.000 < A < 200.000$

R_5 ; distribución normal; $m = 75 \Omega$; $v = 10 \Omega$

R_1 ; 1 K; 10%; $v = 10\%$; $\gamma = 0$; $\beta = 2$; $n = 296,43652 \Omega$

R_2 ; idem R_1 .

R_3 ; 100 K; 10%; $v = 10\%$; $\gamma = 0$; $\beta = 3$; $n = 103.092,78 \Omega$

Se tiene el histograma de la Fig.22 como resultado de la aplicación del método de Monte Carlo a la implementación de 1.000 circuitos de las características dadas mediante programa principal de Fig.21.

CONCLUSION:

En el presente trabajo se ha propuesto un método eficiente para analizar la influencia de las tolerancias y de la distribución de valores dentro de ellas, en sistemas electrónicos mas o menos complejos. Los ejemplos son fácil muestra de la potencialidad de esta técnica.

Su extensión a sistemas de más componentes es casi inmediata.

///

Referencias:

- (1) System/360 Scientific Subroutine Package-Version III - Programmer's Manual. GH-30-0205-4.
- (2) "Statistical Processes and Reliability Engineering" - Chorafas Dimitris - Princeton N.J. - D. Van Nostrand 1960.
- (3) "El arte de la simulación" - Tocher K.D. - Princeton N.J. - D. Van Nostrand 1963.
- (4) "Técnicas de simulación en computadoras" - Thomas Taylor, Joseph Balintfy, Donald Burdick and Kong Chu - Ed. Limusa - Wiley S.A. México.
- (5) "Probabilistic Reliability - An Engineering Approach" - M.L. Shooman - Mc Graw Hill Inc. 1968 N.Y.

Relación entre tolerancia y desviación standard:

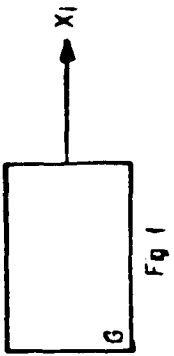
CLASE	TIPO DE COMPONENTE	RELACION
1	Componentes militares de alta calidad	$\mu = N, 3\sigma = T.N$
2	Situación intermedia	$\mu = N, 2\sigma = T.N$
3	Componentes comerciales	$\mu = N, \sigma = T.N$

N = valor nominal

 μ = valor medio σ = desviación standard

T = tolerancia (%) / 100

Fig. 9



$$\bar{X} = x(1+T)$$

$$: \bar{X} = x(1-T)$$

$$F(x) = \frac{x - \bar{X}}{\bar{X} - \underline{X}} = \frac{x - X(1-T)}{2TX}$$

$$x = \bar{X}(1-T) + 2TX$$

$$F(x) = c$$

$$x = F^{-1}(c)$$

$$F(x) = \frac{x-a}{x-b}$$

$$x = a + (b-a)r$$

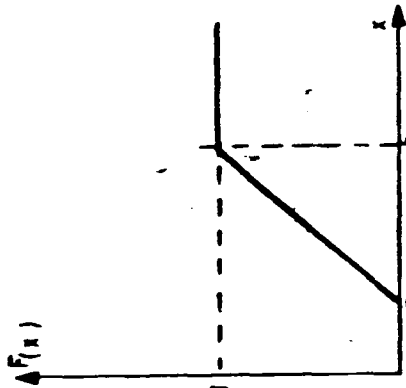


Fig. 2b

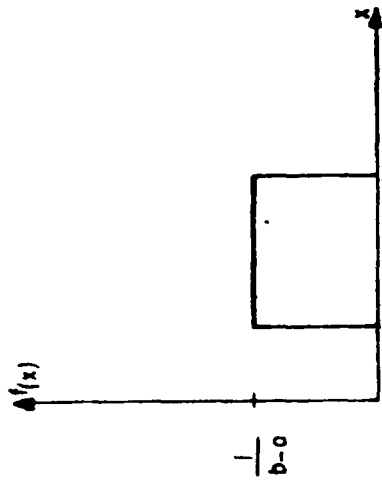


Fig. 2a

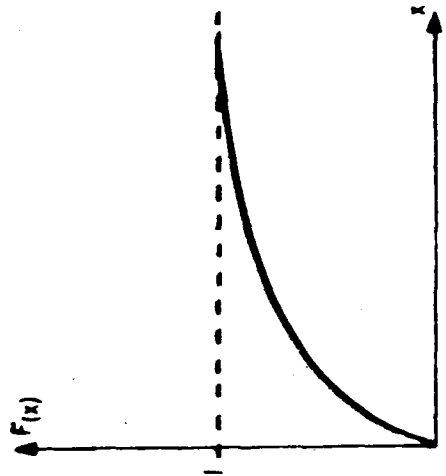


Fig. 5

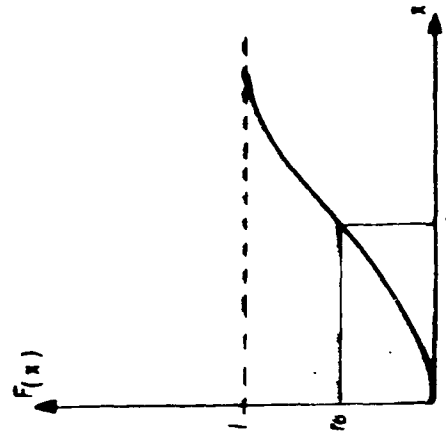


Fig. 4

$$F(x) = e^{-\lambda x}$$

$$x = -\lambda^{-1} \ln c \quad 0 < c < 1$$

FILES GAUSS FORTRAN A CNEA - CMS - REL A PLC 06

GAU00010
GAU00020
GAU00030
GAU00040
GAU00050
GAU00060
GAU00070
GAU00080
GAU00090
GAU00100
GAU00110
GAU00120
GAU00130
GAU00140
GAU00150
GAU00160
GAU00170
GAU00180
GAU00190
GAU00200
GAU00210
GAU00220
GAU00230
GAU00240
GAU00250
GAU00260
GAU00270
GAU00280
GAU00290
GAU00300
GAU00310
GAU00320
GAU00330
GAU00340
GAU00350
GAU00360
GAU00370
GAU00380
GAU00390
GAU00400
GAU00410
GAU00420
GAU00430
GAU00440
GAU00450
GAU00460
GAU00470
GAU00480
GAU00490
GAU00500

.....
SUBROUTINE GAUSS

PURPOSE
COMPUTES A NORMALLY DISTRIBUTED RANDOM NUMBER WITH A GIVEN
MEAN AND STANDARD DEVIATION

USAGE
CALL GAUSS (IX, S, AM, V)

DESCRIPTION OF PARAMETERS
IX - IX MUST CONTAIN AN ODD INTEGER NUMBER WITH NINE OF
LESS DIGITS ON THE FIRST ENTRY TO GAUSS. THEREAFTER
IT WILL CONTAIN A UNIFORMLY DISTRIBUTED INTEGER RANDOM
NUMBER GENERATED BY THE SUBROUTINE FOR USE ON THE NEXT
ENTRY TO THE SUBROUTINE
S - THE DESIRED STANDARD DEVIATION OF THE NORMAL
DISTRIBUTION
AM - THE DESIRED MEAN OF THE NORMAL DISTRIBUTION
V - THE VALUE OF THE COMPUTED NORMAL RANDOM VARIABLE

REMARKS
THIS SUBROUTINE USES RANDU WHICH IS MACHINE SPECIFIC

SUBROUTINES AND FUNCTION SUBPROGRAMS REQUIRED
RANDU

METHOD
USES 12 UNIFORM RANDOM NUMBERS TO COMPUTE NORMAL RANDOM
NUMBERS BY CENTRAL LIMIT THEOREM. THE RESULT IS THEN
ADJUSTED TO MATCH THE GIVEN MEAN AND STANDARD DEVIATION.
THE UNIFORM RANDOM NUMBERS COMPUTED WITHIN THE SUBROUTINE
ARE FOUND BY THE POWER RESIDUE METHOD.

.....
SUBROUTINE GAUSS (IX, S, AM, V)

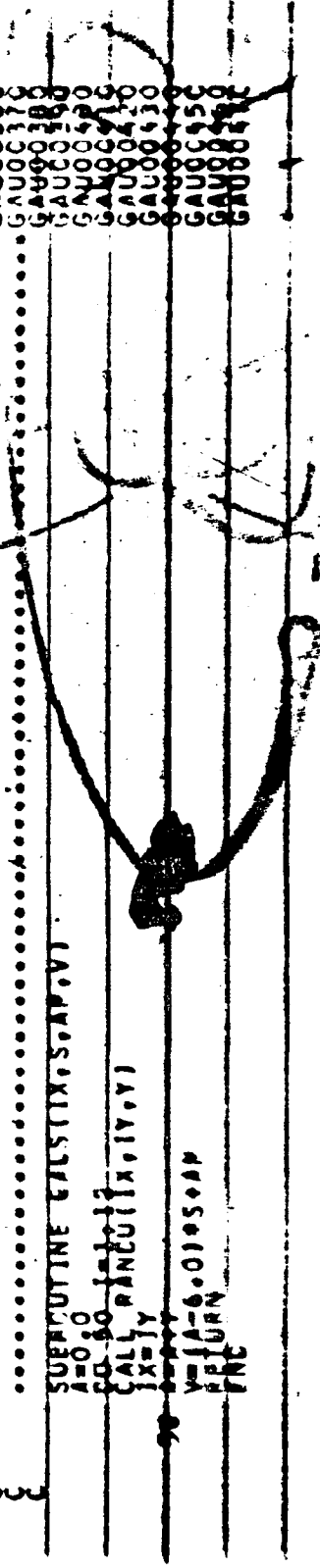
A=0.0

CALL RANDU (IX, Y)

V=Y

RETURN

END



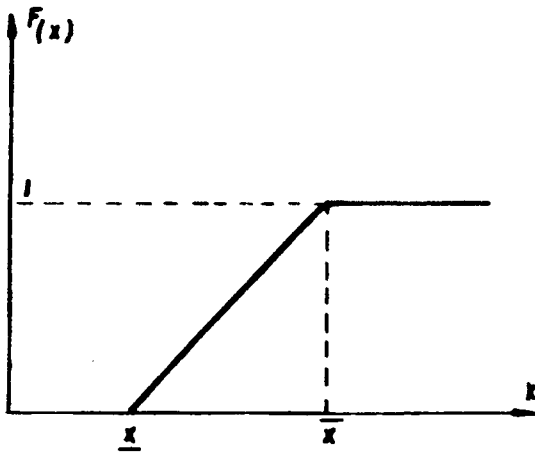
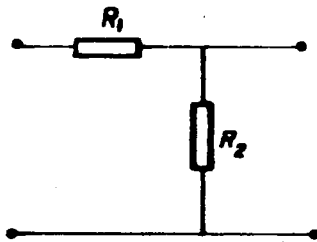
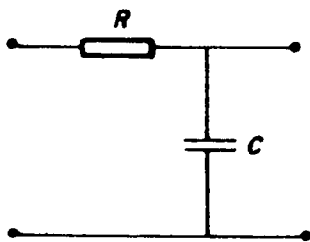


Fig. 8



$$\text{RATIO} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Fig. 12



$$T = RC$$

Fig. 13

FILE: CA PURTRAN A (NFA - CAS - REL - PLC 00

```

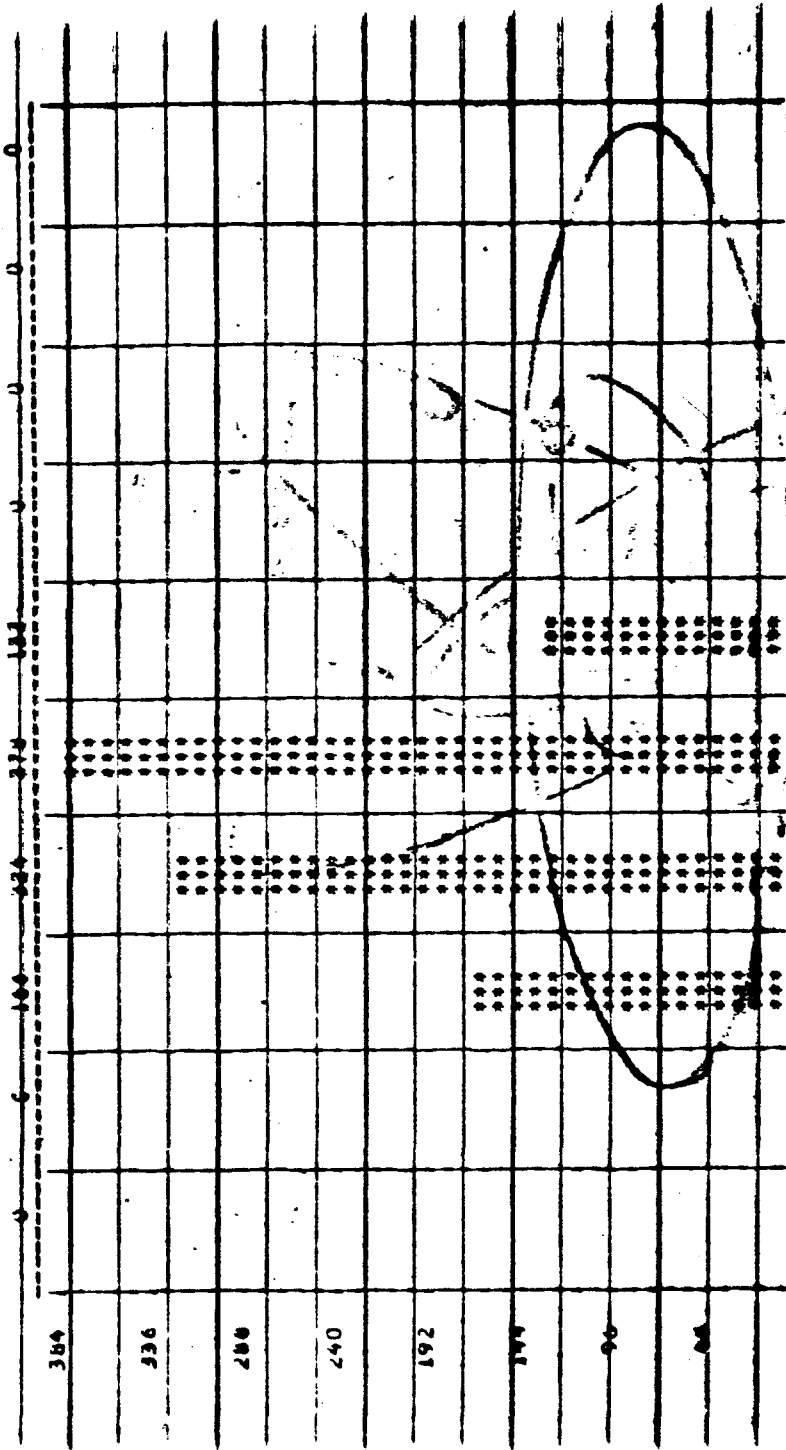
INTEGER 4(10)/1000/
INT 2 367853
IR1 = 37654
WRITE (1,222)
FORMAT (1E10) RESISTENCIA 1' SUS TOLERANCIAS 1'
WRITE (1,225)
FORMAT (1E10) RESISTENCIA 1'
READ (5,333) RIN
FORMAT (1F10.0)
WRITE (1,224)
FORMAT (1E10) RESISTENCIA 2'
READ (5,333) R2N
WRITE (1,225)
FORMAT (1E10) RESISTENCIA 1'
READ (5,333) TIN
WRITE (1,226)
FORMAT (1E10) RESISTENCIA 2'
READ (5,333) T2N
RMAX = (R2N + T2N*R2N)/(RIN + R2N - T2N*R2N - TIN*RIN)
RMIN = (R2N - T2N*R2N)/(RIN + R2N + T2N*R2N + TIN*RIN)
DO 10 I = 1, 1000
CALL RAND (IR1, IY, YFL)
IR1 = IY
RT = RIN + ((1 - TIN) + Z * TIN * YFL)
CALL RAND (IR2, IY, YFL)
IR2 = IY
R2 = R2N + ((1 - T2N) + 2 * T2N * YFL)
RATIO = R2 / (IR1 + R2)
CALL SUBROUTINE (RATIO, RMIN, RMAX)
WRITE (5,100) RIN, TIN, R2N, T2N
CALL HIST (M, O, RMIN, RMAX)
STOP
FORMAT (//4BX'HISTOGRAMA DEL DIVISA RESISTIVO//
1 10X, 'RESISTENCIA 1 =', F9.2, ' /', F4.2, ' 0/0//
2 10X, 'RESISTENCIA 2 =', F9.2, ' /', F4.2, ' 0/0//)
END

```

RUC00010
RUC00020
RUC00030
RUC00040
RUC00050
RUC00060
RUC00070
RUC00080
RUC00090
RUC00100
RUC00110
RUC00120
RUC00130
RUC00140
RUC00150
RUC00160
RUC00170
RUC00180
RUC00190
RUC00200
RUC00210
RUC00220
RUC00230
RUC00240
RUC00250
RUC00260
RUC00270
RUC00280
RUC00290
RUC00300
RUC00310
RUC00320
RUC00330
RUC00340
RUC00350
RUC00360

MISTOGRAMA DEL DIVISOR RESISTIVO

RESISTENCIA 1 = 1000.00 +/- 5%
RESISTENCIA 2 = 1000.00 +/- 5%



0 100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000

HISTOGRAMA DEL DIVISOR RESISTIVO

RESISTENCIA J = 10000.00 ± 1.0%
RESISTENCIA J = 20000.00 ± 1.0%

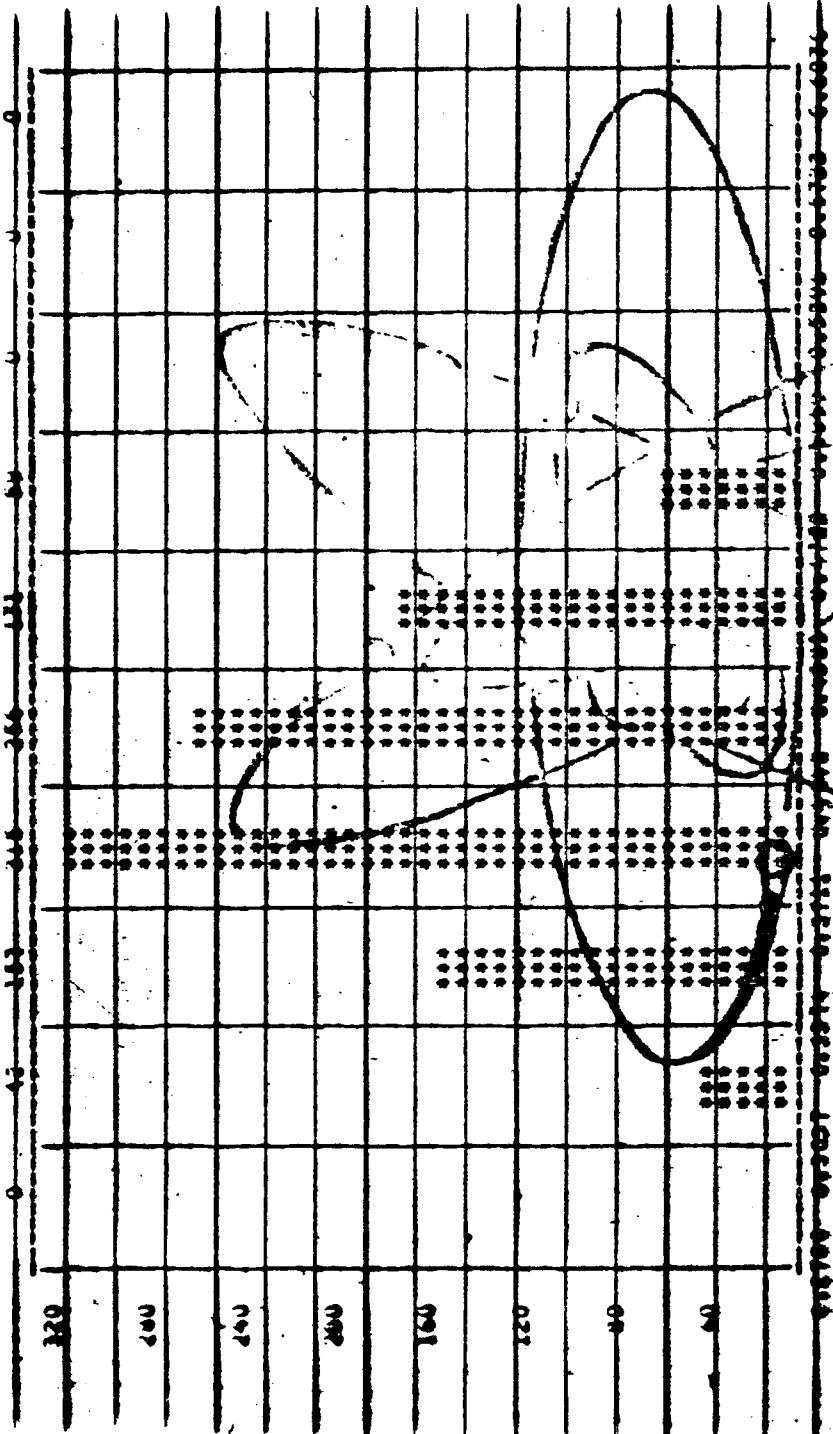


FIG.13

RELACION ENTRE TOLERANCIAS Y DESVIACION STANDARD

CLASE	TIPO DE COMPONENTE	RELACION
1	MILITAR DE ALTA CALIDAD	$U = N$
2	INTERMEDIO O INDUSTRIAL	$3U = TN$
3	COMERCIAL	$2U = TN$
		$U = TN$

N: Valor nominal - U: Valor medio = U: Desviacion Standard - T: Tolerancia (%) $\times 100$

FILES R'CA?	F'RTRAN A	CNEA - CMS - REL 6 PLC 06
9	INTEGER M(10)/10*0/	RDC00010
	IC = 652987	RDC00020
	RN = 5.F*05	RDC00030
	CN = 1.E-09	RDC00040
	S = 1.E-09 / 1.0	RDC00050
	CALL RANDU(RI, IV, VLT)	RDC00060
	IPI = 1	RDC00070
	RN = 1.0	RDC00080
	TUIC = 10	RDC00090
	CALL CROSS TICSTVCT	RDC00100
	CALL FOR (I, MA, 4.05E-03, 6.05E-03)	RDC00110
	WRITE (6, 100) RN, TUIC, CN, TOLC	RDC00120
	CALL HIST (M, 0.4, 0.5E-03, 6.05E-03)	RDC00130
	STOP	RDC00140
10	FORMAT (IHI1//4BX, 'HISTOGRAMA DE CTE. DE TIEMPO//	RDC00150
	10X, 'RESISTENCIA = 1.F3.0, //	RDC00160
	10X, 'CAPACITAN = 1.P3.0, //	RDC00170
	END	RDC00180
		PUC00190
		RDC00200
		RDC00210
		RDC00220

FIG. 16

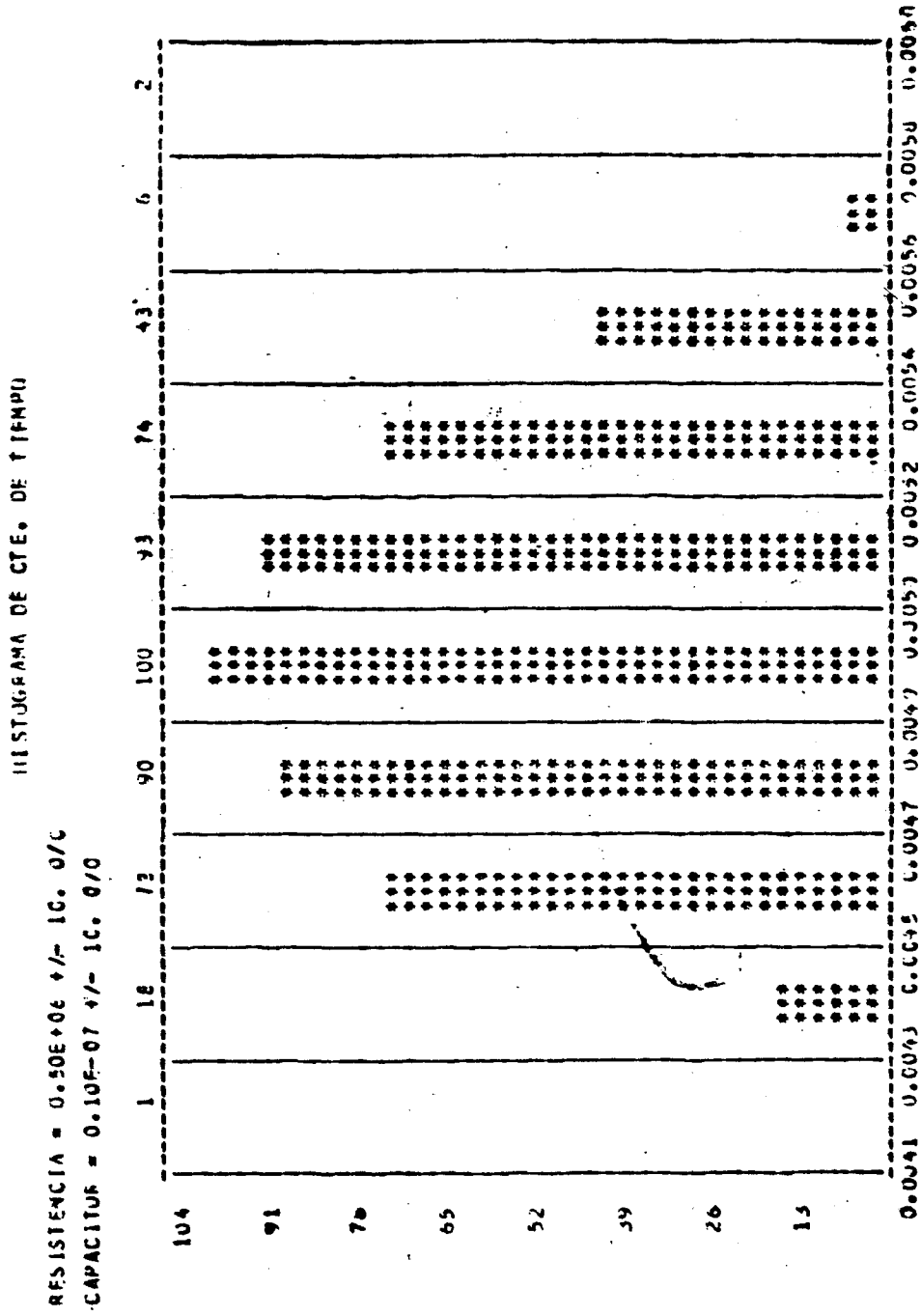


FIG. 17

HISTOGRAMA DE CTF. DE TIEMPO

RESOLUCION = 0.50E+06 +/- 10. %

CAPACIDAD = 0.10E+07 +/- 10. %

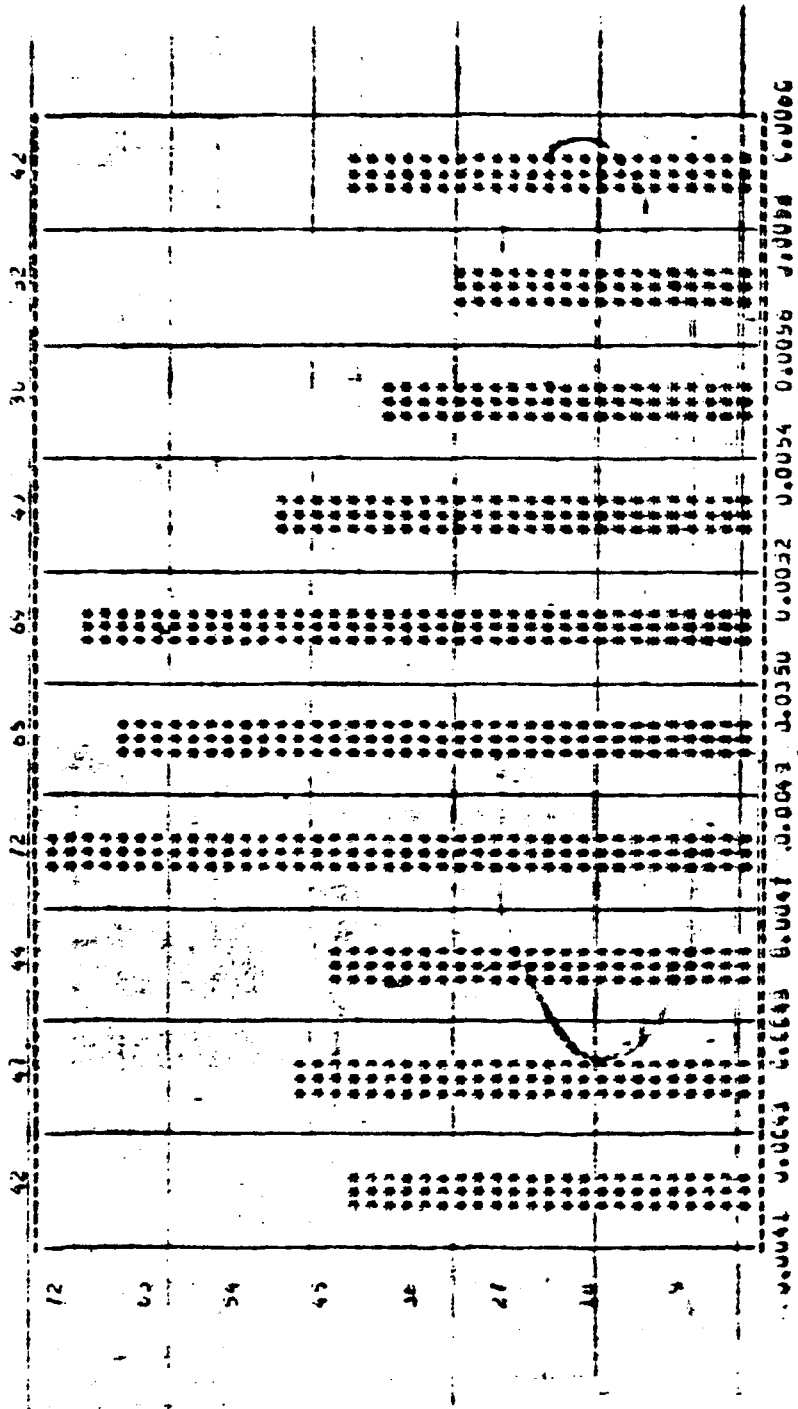


FIG. 19

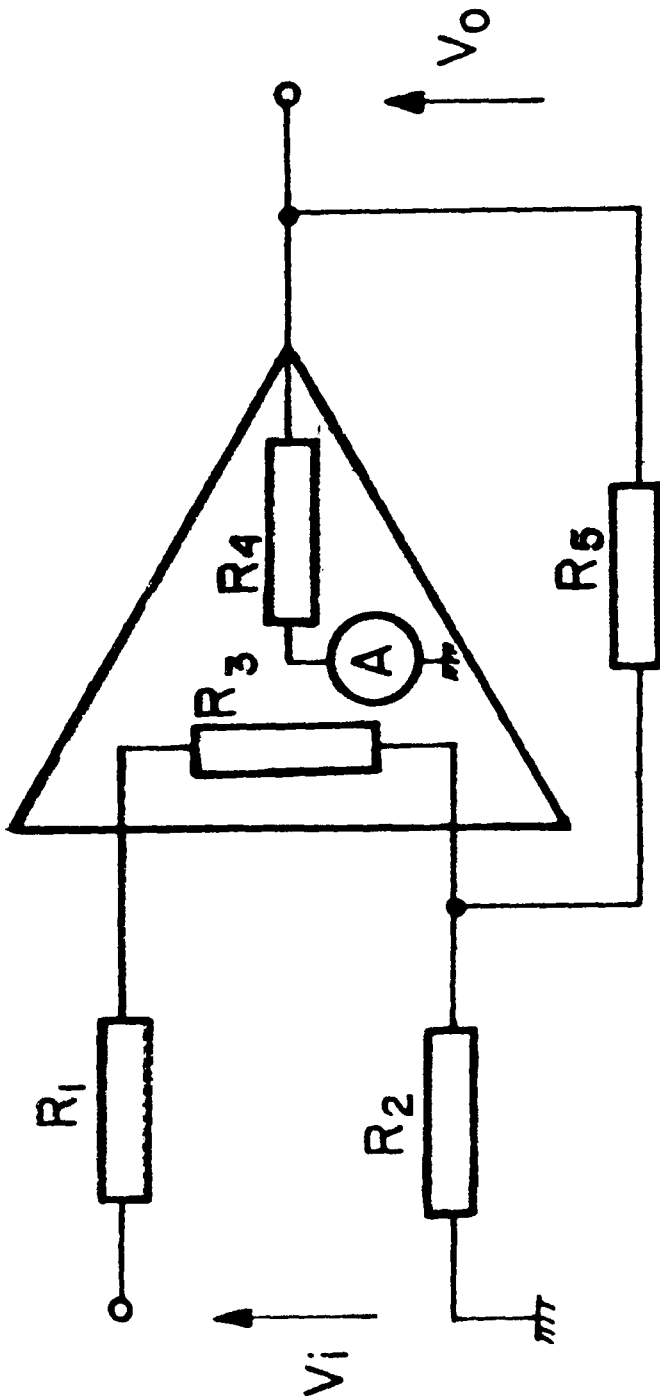


Fig. 20

$$A_s = \frac{R_5(R_4 + R_1) - A(R_4 \cdot R_3)}{(R_3 + R_5)(R_4 + R_1) + R_2(R_3 + R_5 + R_4 + R_1) + A R_4 R_2}$$

FILE: UCAS FORTRAN A (FEA - CAS - FEL 6 PLC 06

```

INTERM: '(10)/1000/
IK1 = 0.2221
IK2 = 0.9045
IK3 = 1.4523
IK4 = 3.0231
IK5 = 7.4657
IA = 1.2345
F41 = 1E+04
F4P = 1.8E+06
F5Y = 75.
F5S = 13.
AA = 5.F+04
AH = 2.F+05
PIA = 0.
PIB = 296.43E2
PIF = 2.
P2A = 0.
P2P = 2.6.44672
P2C = 2.
P3A = 0.
P3P = 103.92.76
P3C = 3.
DO: 10 Y=1.000
CALL UNIFUR (IK4,F4A,PIB,Y4)
CALL UNIFUR (IA,AA,AB,YA)
CALL CAUS (IK5,K53,AB,Y5)
CALL MEIRJL (IK1,KIA,PIB,KIC,Y1)
CALL MEIRJL (IK2,K2A,K2B,K2C,Y2)
CALL MEIRJL (IK3,KA,KAR,K3C,Y3)
A = ABS((Y5*(Y4+Y1)-Y4*Y3)/(Y3+Y5))*(Y4+Y1)+Y2*(Y3+Y4+Y1+Y5)+
1 VAL(Y2)
10 CALL SCR (AS,K,10.,550.)
WRITE HI(100)
CALL HI(10.,550.)
STOP
100 PRINT '(//68X+HISTORICAMA DE AMPLIFICACION//)'
END

```

KCC00010
KCC00020
KCC00030
KCC00040
KCC00050
KCC00060
KCC00070
KCC00080
KCC00090
KCC00100
KCC00110
KCC00120
KCC00130
KCC00140
KCC00150
KCC00160
KCC00170
KCC00180
KCC00190
KCC00200
KCC00210
KCC00220
KCC00230
KCC00240
KCC00250
KCC00260
KCC00270
KCC00280
KCC00290
KCC00300
KCC00310
KCC00320
KCC00330
KCC00340
KCC00350
KCC00360
KCC00370

FIG 21

