

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1970

02.70.25

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
GERENCIA DE ENERGIA

ANA

Código para calcular reactividades en
experiencias con neutrones pulsados

Néstor Pieroni

CNEA-Ro 41

Junio 1970

DEPARTAMENTO DE REACTORES

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

DEPARTAMENTO DE REACTORES

ANA

Código para calcular reactividades en
experiencias con neutrones pulsados

Néstor Pieroni

CNEA-Re 41

Junio 1970

Agradecimiento

A las sugerencias y colaboración de E. Aldaz,
C. Balbi, F. Difilippe, A. Gomez, C. Grant, C. Mattei,
E. Pezzoni, M.T.C. de Schilman, H. Schilman y G. Ricabarra.

COMPUTER CODE ABSTRACT

- A. NAME OR DESIGNATION OF PROGRAMME : ANA
- B. COMPUTER FOR WHICH THE PROGRAMME IS DESIGNED AND OTHERS
UPON WHICH IT IS OPERABLE : BULL-GE, IBM/360.
- C. NATURE OF PHYSICAL PROBLEM SOLVED : Calculates reactivities
in experiences with pulsed neutrons according to the me-
thods of Garellis-Russell, Gozani and Sjöstrand.
- D. METHOD OF SOLUTION : See references
- E. TYPICAL PROCESSOR TIME : 2 Sec.
- F. STATUS : In use.
- G. REFERENCES : Garellis, E and Russell, Jr. , J.L , Nucl.
Sci. Eng. 16 (1963) 263.
Gozani, T. , EIR Bericht Nr. 79 (1965)
Sjöstrand, N.G. , Ark. Fys. 11 (1957) 233.
Pieroni, N. , Rapoport, H. y Ricabarra, G. , CNEA-Re 19
(nov. 1966).
- H. MACHINE REQUIREMENTS : ~~8K~~ Core
- I. PROGRAMMING LANGUAGE USED : Fortran IV.
- J. OPERATING SYSTEM OR MONITOR UNDER WHICH PROGRAMME IS EXE-
CUTED : Standard (Gecor 2)
- K. MATERIAL AVAILABLE : (from Departamento de Reactores, CNEA)
Fortran Deck, Binary Deck, Test Problem, Test problem re-
sult, Instruction Manual (CNEA-Re 41).

INDICE

	PAG.
<u>Introducción</u>	1
<u>I: Respuesta del sistema multiplicativo pulsado</u>	2
<u>II: Métodos aplicados para determinar la reactividad</u>	
<u>II.1: Método de Garelis-Russell</u>	5
<u>II.2: Método de Gozani</u>	10
<u>II.3: Método de Sjöstrand</u>	11
<u>III: Instrucciones para uso del código</u>	
<u>III.1: Datos de entrada</u>	12
<u>III.2: Salida del programa</u>	13
<u>IV: Cálculo en una experiencia tipo y tiempo de com- putación</u>	16
<u>Apéndice A: Cálculo del error estadístico en los dis- tintos métodos</u>	
<u>A.1: Error en Método Garelis-Russell I</u>	20
<u>A.2: Error en Método Garelis-Russell II</u>	26
<u>A.3: Error en Método Gozani</u>	32
<u>A.4: Error en Método Sjöstrand</u>	34
<u>Apéndice B: Listado del código</u>	36
<u>Referencia Bibliográfica</u>	45

SINTESIS

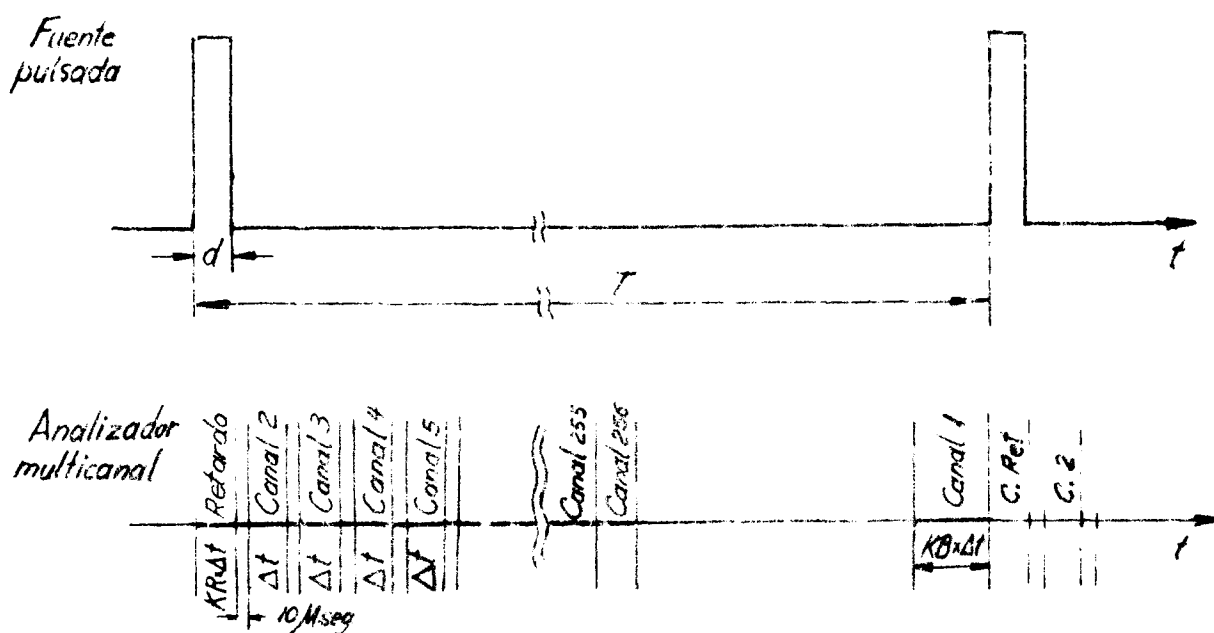
Código en lenguaje Fortran IV para el cálculo de reactividades y tiempo entre generaciones de sistemas multiplicativos. Utiliza los datos provistos por mediciones con neutrones pulsados, aplicando los métodos de Garelis-Russell, Gozani y Sjöstrand.

INTRODUCCION

Un procedimiento frecuentemente empleado en la medición de reactividades es el de neutrones pulsados. El mismo consiste en introducir un corto pulso de neutrones rápidos en forma repetitiva dentro del sistema multiplicativo a estudiar. La respuesta a la perturbación introducida es la función de Green del sistema, que depende, entre otros parámetros, de la reactividad del mismo. Detectores y analizadores convenientes registran la función-respuesta. Ésta es interpretada mediante distintas teorías. El código que se presenta aplica en particular tres de ellas, conducentes a evaluar la reactividad y el tiempo entre generaciones del sistema perturbado.

I. Respuesta del sistema multiplicativo pulsado

El registro de la respuesta del sistema pulsado se hace generalmente mediante un detector de neutrones adecuado, por ejemplo con un contador BF_3 , y un analizador multicanal, tal como el TMC Model CN-110 con la unidad prevista para este tipo de mediciones Model 212 Pulsed Neutron Logic Unit. En Fig. 1 se esquematiza la secuencia de tiempos involucrados en el análisis.



- Δt = ancho canal de análisis
- KR = 2, 4, 8, 16, ... , 256
- KH = 2, 4, 8, 16, ... , 256
- d = ancho pulso de neutrones
- T = período de pulsación

Fig. 1

Secuencia de tiempos para análisis de la función-respuesta del sistema pulsado

Cuando el número de pulsos introducidos es suficiente como para que la concentración de precursores de neutrones retardados tome un valor constante, se llega a la situación de equilibrio-(1)-en que la respuesta típica del sistema presenta la forma de Fig. 2.

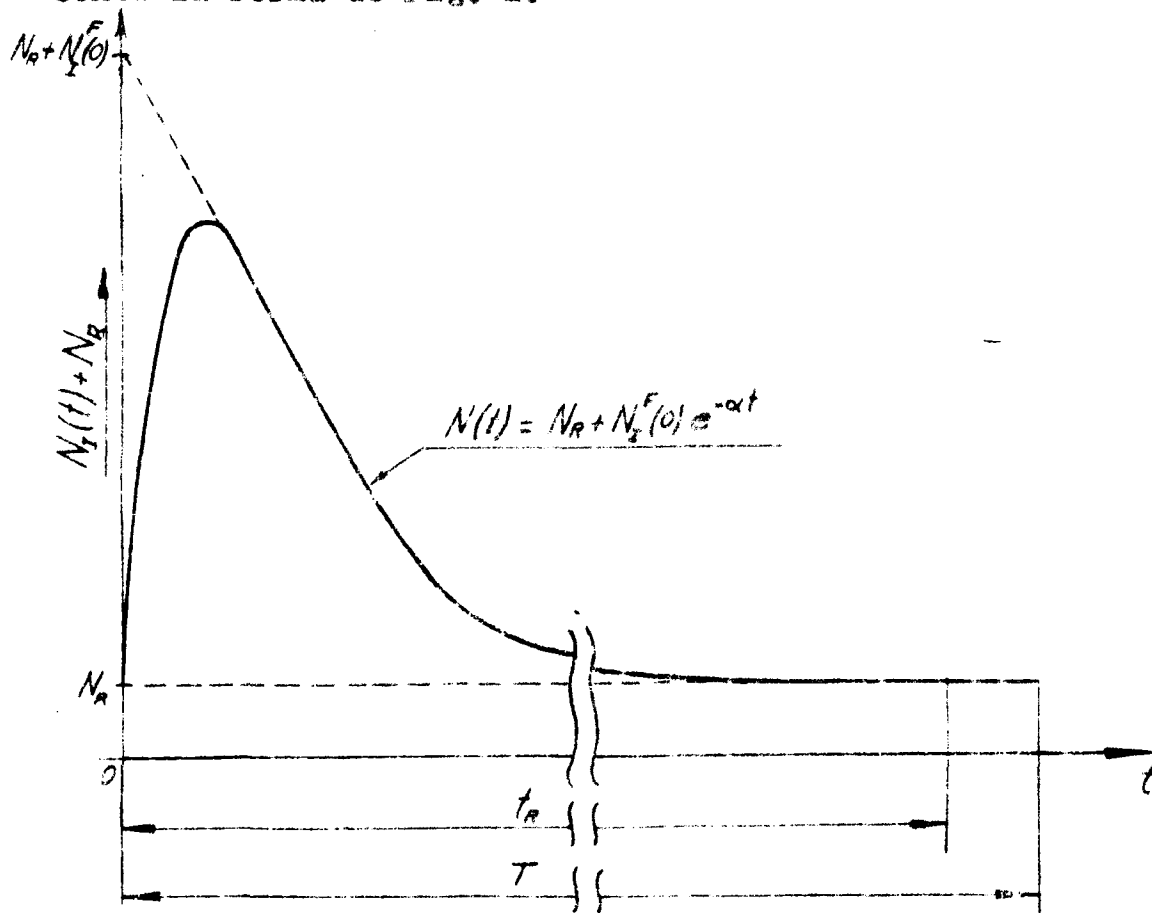


Fig. 2

Pulse de equilibrio

En el pulso de equilibrio se distinguen la contribución constante de los neutrones retardados, N_R , y la correspondiente a los neutrones instantáneos, $N_I(t)$. Esta última

tiende a un comportamiento exponencial, que corresponde al modo fundamental de los neutrones instantaneos

$$N_I^f(t) = N_I^f(0) e^{-\alpha t} \quad (1)$$

El valor extrapolado al tiempo cero $N_I^f(0)$ y la constante de decaimiento α se determinan ajustando p. ej. mediante cuadrados mínimos en la zona del pulso de equilibrio en que el comportamiento es fundamental puro-(2). El valor constante N_R se mide a un tiempo $t_R \gg \frac{1}{\alpha}$; en la práctica está provisto por el Canal 1 del analizador multicanal (ver Fig. 1), mientras que los demás canales describen el comportamiento de $N(t)$.

Según la teoría ó modelo que interprete estos observables experimentales se tendrá la formulación que los relaciona con la reactividad del sistema en estudio.

II.- Métodos aplicados para determinar la reactividad

II.1 Método de Garelis-Russell

La expresión que relaciona los observables experimentales viene dada por-(3)-:

$$C_g \int_0^{\infty} N_I(t) e^{\alpha_g t} dt - \int_0^{\infty} N_I(t) dt = \frac{1}{C_R} T N_R \quad (2)$$

donde : $C_g \cong \frac{\alpha_g d}{e^{\alpha_g d} - 1}$ (3)

$$C_R = 1 + \left(\frac{T}{2} - t_R \right) \bar{\lambda} \frac{\beta}{1 + \beta} - D(MT, \beta) \quad (4)$$

$$\bar{\lambda} = \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\beta} \lambda_i \quad (5)$$

λ_i = cte. de decaimiento del i-ésimo precursor retardado

β_i = fracción efectiva del i-ésimo grupo retardado

$$\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i \quad (6)$$

$$\beta = \text{reactividad en dólares} = \frac{1 - k}{k\beta} \quad (7)$$

k = cte. de multiplicación efectiva del sistema

$$D(MT, \beta) \cong \frac{1}{MT} \frac{1 + \beta}{\beta} \left(\Lambda^* + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\beta \lambda_i} \right) \cong \frac{13.1 \text{ seg}}{MT} \frac{1 + \beta}{\beta} \quad (8)$$

M = número total de pulsos

Λ = tiempo entre generaciones de neutrones

$$\Lambda^* = \frac{\Lambda}{\beta} = \frac{1}{k\beta}$$

l = vida media de los neutrones instantáneos

Si el conteo se inicia en la situación de equilibrio descrita en Sección II, con $N_R = \text{cte}$, resulta :

$$D(MT, \beta) = 0 \quad (10)$$

El valor de α_g es el que satisface la ecuación (2); su determinación se hace por iteración.

Dado que

$$\alpha_g = \frac{1}{\Lambda^*} \quad (11)$$

con α_g obtenido de (2) y α mediante ajuste de la curva de Fig.2, la reactividad resulta:

$$\beta = \frac{\alpha}{\alpha_g} - 1 \quad (12)$$

Se puede escribir la ecuación (2) así:

$$S_\infty = \int_0^\infty N_I(t) (C_g e^{\alpha_g t} - 1) dt = \frac{1}{C_R} T N_R \quad (13)$$

En la práctica la integral (13) se efectúa hasta un t tal que $N_I(t) \cong N_R$. Para mayores valores de t las fluctuaciones estadísticas, que generalmente son grandes en esta zona, se magnifican aún más con el término exponencial $e^{\alpha_g t}$, destruyendo la

precisión del resultado. Lo que se realiza es una suma finita sobre j canales de ancho Δt en el analizador

$$j \times \Delta t = m \frac{1}{\alpha} = t_m \quad (14)$$

y la (13) queda :

$$S_\infty = \Delta t \times S_m + \Delta S = \frac{1}{C_R} T N_d \quad (15)$$

donde

$$S_m = \sum_{i=2}^{j = \frac{t_m}{\Delta t \alpha}} n_i (C_g e^{\alpha g t_i} - 1) \quad (16)$$

$$\Delta S = \int_{t_m}^{\infty} N_I(t) (C_g e^{\alpha g t} - 1) dt \quad (17)$$

n_i y t_i son los neutrones instantáneos y el tiempo correspondiente al i -ésimo canal respectivamente.

Para calcular ΔS se supone que el comportamiento de $N_I(t)$ es fundamental puro para $t > t_m$, es decir :

$$N_I(t) = \bar{n}_{j+1} e^{-\alpha(t-t_m)} \quad t > t_m \quad (18)$$

donde $\bar{n}_{j+1}$ es el valor promedio de los neutrones instantáneos correspondientes al canal $(j+1)$.

Se obtiene finalmente -(4)-:

$$\Delta S = \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha} \left(\frac{C_g e^{\frac{\alpha g}{\alpha} m}}{1 - \frac{\alpha g}{\alpha}} - 1 \right) \quad (19)$$

y la ecuación (15) queda :

$$\Delta t \sum_{i=2}^j n_i (C_g e^{\alpha_g t_i} - 1) + \frac{\overline{n_{j+1}}}{\alpha} \left(\frac{C_g e^{\frac{\alpha_g}{\alpha} m}}{1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}} - 1 \right) = -\frac{1}{C_R} T N_R \quad (20)$$

Otra forma de aplicar la ecuación (13) es haciendo :

$$\frac{\Delta t \times S_m}{K_m} = \frac{1}{C_R} T N_R \quad (21)$$

donde :

$$K_m = \frac{S_m}{S_\infty} \quad (22)$$

Para calcular K_m se supone :

$$N_I(t) = N_I^F(0) e^{-\alpha t} \quad t \geq 0 \quad (23)$$

Se obtiene (detalles del cálculo en referencia-(4)) :

$$K_m = 1 - \frac{C_g}{C_g - \frac{\alpha - \alpha_g}{\alpha}} e^{-\frac{\alpha - \alpha_g}{\alpha} m} + \frac{\frac{\alpha - \alpha_g}{\alpha}}{C_g - \frac{\alpha - \alpha_g}{\alpha}} e^{-m} \quad (24)$$

Tenemos entonces dos fórmulas: (20) y (21), para aplicar el método de Garelis-Russell. Pueden escribirse :

$$C_R \left(S_m + \frac{\Delta S}{\Delta t} \right) = \frac{TN_R}{\Delta t} \quad (25)$$

$$C_R \frac{S_m}{K_m} = \frac{TN_R}{\Delta t} \quad (26)$$

Teniendo en cuenta el tiempo entre canales reservado al ciclo de memoria del multicanal, que en el caso del TMC es de 10 μ seg, el código corrige :

$$\Delta t_c = \Delta t + 0.00001 \text{ seg} \quad (27)$$

las ecuaciones (25) y (26) se reescriben en la forma y denominación en que son resueltas por el código.

$$C_R \left(S_m + \frac{\Delta S}{\Delta t_c} \right) = \frac{TN_R}{\Delta t_c} \quad \text{Método GARELIS-RUSSELL I} \quad (28)$$

$$C_R \frac{S_m}{K_m} = \frac{TN_R}{\Delta t_c} \quad \text{Método GARELIS-RUSSELL II} \quad (29)$$

El valor de $\bar{\lambda}$ se obtiene de referencia-(7), siendo para nuestro caso (núcleo RA-2, enriquecido al 90% en U^{235})

$$\bar{\lambda} = 0.43525 \text{ seg}^{-1}$$

El tiempo t_R en que se mide la población constante de neutrones retardados N_R se toma en la mitad del canal 1 (ver Fig. 1)

$$t_R = T - \frac{1}{2} KB \times \Delta t \quad (30)$$

El tiempo t_i correspondiente al canal i resulta

$$t_i = KR \times \Delta t + 0.00004 \text{ seg} + (i-1) \times \Delta t_c \quad (31)$$

El conteaje acumulado en cada canal es corregido por el efecto del tiempo muerto total $\bar{Z}$ del sistema de detección suponiendo que no haya parálisis-(2)-. Sustrayendo la población retardada constante N_R medida en el canal 1 se obtienen los valores de los neutrones instantáneos n_i correspondientes a cada canal.

II.2 Método de Gozani

En este caso la relación entre los observables experimentales da directamente la reactividad -(5)- . La fórmula correspondiente es :

$$\beta = \frac{C_R}{1 + 2\bar{\lambda}} \cdot \frac{d}{T} \cdot \frac{1 - e^{-\alpha T}}{e^{\alpha d} - 1} \cdot \frac{N_i^F(0)}{N_R} \quad (32)$$

Método GOZANI

II.3 Método de Sjöstrand

La expresión es -(6)- :

$$\$ = \frac{C_R}{1 + \frac{2\bar{\lambda}}{\alpha}} \frac{\int_0^T N_I(t) dt}{TN_R} \quad (33)$$

Haciendo un razonamiento similar al de la Sección II.1, la integral se descompone :

$$\int_0^T N_I(t) dt = \int_0^{t_m} N_I(t) dt + \int_{t_m}^T N_I(t) dt \quad (34)$$

$$\int_0^{t_m} N_I(t) dt = \Delta t_c \sum_{i=2}^j n_i \quad (35)$$

Suponiendo que para $t > t_m$ vale la (18) :

$$\int_{t_m}^T N_I(t) dt = \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha} \quad (36)$$

y la (33) queda finalmente :

$$\$ = \frac{C_R}{1 + \frac{2\bar{\lambda}}{\alpha}} \frac{\Delta t_c \sum_{i=2}^j n_i + \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha}}{TN_R} \quad \text{Método SJÖSTRAND} \quad (37)$$

Las fórmulas que se utilizan para la determinación de los errores estadísticos asociados a cada método se derivan en Apéndice A.

III.- Instrucciones para el uso del código ANA

III.1: Datos de entrada

Entre paréntesis se indica el formato correspondiente en lenguaje Fortran.

Tarjeta 1:

Columnas 1-4 N (I4) Numeración correspondiente a la experiencia que se calcula.

Columnas 5-8 J (I4) Número de orden del último canal sobre el que se realiza la integración (ver Sección II.1); debe ser ≤ 252 .

Columnas 9-13 RU (F5.0) Ruido total acumulado en canal 1 durante la medición.

Columnas 14-19 ALFA (F6.1) Constante de decaimiento del modo fundamental de los neutrones instantáneos, en 1/seg.

Columnas 20-23 EALFA (F4.1) Error en la determinación de ALFA.

Columnas 24-31 AEXT (F8.0) Valor extrapolado al tiempo $t = 0$ del modo fundamental de los neutrones instantáneos $N_I^F(e)$.

Columnas 32-37 EAEXT (F6.0) Error de AEXT (ALFA, EALFA, AEXT y EAEXT pueden obtenerse, p.ej., de ref.-(2)).

Columnas 38-44 T (F7.6) Ancho temporal de cada canal de análisis, en seg.

Columnas 45-48 KB (I4) Número de veces que el canal 1 contiene al ancho T.

Columnas 49-52 KR (I4) Número de veces que el retardo contiene al ancho T.

Tarjeta 2:

Columnas 1-7 AP (F7.6) Ancho temporal del pulso de neutrones, en seg.

Columnas 8-14 EAP (F7.6) Error en la determinación de AP.

Columnas 15-21 PE (F7.6) Período de pulsación, en seg.

Columnas 22-28 EPE (F7.6) Error en la determinación de PE, en seg.

Columnas 29-33 ALFAG (F5.1) Valor tentativo de α_g (ver Sección II.1) para comenzar la iteración, en seg^{-1} .

Columnas 34-40 TAV (F7.6) Tiempo muerto del sistema de conteo, en seg.

Columnas 41-45 TM (F5.1) Duración del conteo en seg.

Tarjetas 3 y siguientes:

Columnas 1-6, 7-12, ..., 67-72 W (1) (12F6.0) Contaje acumulado en los canales I, $I = 1, 2, 3, \dots, J, J+1, \dots, J+4$.

Al final de las tarjetas de datos se coloca una en blanco.

III.2: Salida del programa

La salida del programa imprime los datos de entrada bajo las siguientes denominaciones:

RUIDO : conteo total acumulado en canal 1 durante el tiempo de medición TM debido al fondo constante existente en ausencia de neutrones pulsados.

ALFA : constante de decaimiento del modo fundamental de los neutrones instantáneos, con su error correspondiente.

EXTRAPOLACION : Valor extrapolado al tiempo $t=0$ del modo fundamental de los neutrones instantáneos $N_I^F(0)$, con su error correspondiente.

CANAL : Ancho temporal de cada canal de análisis.

FONDO : Número de veces que el canal 1 contiene al canal de análisis.

RETARDO : Número de veces que el retardo contiene al canal de análisis.

PULSO : Ancho temporal del pulso de neutrones, con su error correspondiente.

PERIODO : Período de pulsación, con su error correspondiente.

LECTURA MULTICANAL : Contajes acumulados en los canales 1, 2, ..., J, J+1, ..., J+4.

TIEMPO MUERTO : Tiempo muerto del sistema de contaje.

TIEMPO MEDICION : Duración del contaje.

Los valores calculados por el código a partir de estos datos se imprimen bajo las siguientes denominaciones:

NEUTRONES RETARDADOS : Población constante de neutrones retardados N_R (ver Sección I).

CANAL FINAL PROMEDIADO : Valor promedio de los neutrones instantáneos correspondientes al canal J+1 (ver Sección II.1).

DROITE : Valor que toma la expresión a la derecha del signo igual en las ecuaciones (28) y (29)

Si el número de iteraciones para hallar el valor α_0 que satisface las ecuaciones (28) y (29) es mayor que 50, el código imprime la leyenda NUMERO DE ITERACIONES MAYOR QUE 50,

y pasa a resolver el caso siguiente, si lo hay, ó se detiene si no lo hay. Esta situación puede presentarse si existe un error en los datos de entrada, ó si el valor tentativo ALFAG asignado para comenzar la iteracion es muy alejado del real. Si no se presenta esta situación, se imprimen a continuación los errores parciales provenientes de los distintos parámetros que intervienen en los respectivos métodos. Finalmente se imprimen las reactividades resultantes según el método aplicado, con los respectivos errores.

Estos errores se determinan teniendo en cuenta las desviaciones estadísticas provenientes de los datos utilizados; no se consideran los errores sistemáticos debidos de las aproximaciones inherentes a cada método en particular. En los casos de métodos Garelis-Russell I y II se imprimen también los valores de $\alpha_g = \frac{4\beta}{\Lambda} - \frac{1}{\Lambda}$ obtenidos.

IV.- Cálculo en una experiencia tipo y tiempo de computación

Como ejemplo se muestra el cálculo de la reactividad de una barra de control en el núcleo del reactor RA-2.

Los datos provenientes de la medición efectuada mediante el método de neutrones pulsados son los siguientes :

Numeración de la experiencia : 584.

Número de orden del último canal sobre el que se realiza la integración : 50.

Ruido total acumulado en canal 1 durante la medición : 7151.

Constante de decaimiento del modo fundamental de los neutrones instantáneos : $\alpha = (532.1 \pm .6) \text{ seg}^{-1}$

Valor extrapolado al tiempo $t=0$ del modo fundamental de los neutrones instantáneos : $A^{\text{EXT}} = 36799 \pm 59$ (los valores de α y A^{EXT} se determinan mediante el código ALIN-(2)).

Ancho canal de análisis : $160 \mu\text{seg.}$

Número de veces que se ensancha el canal 1 : 256.

Número de veces que se ensancha el canal de retardo : 2.

Ancho pulso de neutrones : $(419 \pm 5) \mu\text{seg.}$

Período de pulsación : $(69.71 \pm .04) \text{ msseg.}$

Valor tentativo de α_0 : 100.0 seg^{-1} .

Tiempo muerto del sistema de conteo : $10 \mu\text{seg.}$

Duración del conteo : 15 min.

Conteo acumulado en el analizador multicanal en los canales 1, 2,, 54.

En tabla 1 se muestran estos datos en la forma que son ingresados al programa, mientras que Tabla 2 muestra

la salida del mismo.

El tiempo de computación para esta experiencia tipo fué 1.80 seg. en el procesador central.

Tabla 1

Datos de entrada para la experiencia tipo

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA										HOJA DE PERFORACION FORTRAN										Fecha		Hoja		Programador																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
Problema										ANA																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
Nº																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	

Tabla 2
Salida del programa para la experiencia tipo

ANA									
DETERMINACION REACTIVIDAD									
EXPERIENCIA NUMERO 584									
RUIDO	ALFA (1/SEG)	EXTRAPOLACION	CANAL (SEG)	FONDO	RETARDO	PULSO (SEG)	PERIODO (SEG)		
7151.	532.1 +- 0.6	36799. +- 59.	0.000100	256	2	0.000419 +- 0.000005	0.069710 +- 0.000040		
LECTURA MULTICANAL									
54577.	8232.	12860.	15535.	16546.	16739.	16208.	15571.	14289.	13370.
10482.	9812.	8971.	8086.	7962.	8933.	8393.	3919.	5091.	4922.
3775.	3518.	3245.	3085.	2752.	2438.	2367.	2110.	1991.	1732.
1525.	1266.	1269.	1114.	1125.	943.	912.	855.	1799.	1724.
625.	624.	613.	540.	1490.	423.	423.	423.	1771.	1724.
TIEMPO MUERTO (SEG)	0.000010	TIEMPO MEDICION (SEG)	900.0	NEUTRONES RETARDADOS	185.	CANAL FINAL PROMEDIADO	354.	DROITE 76057.	
ERROR METODO SJOSTRAND									
ERROR NEUTRONES INSTANTANEOS	0.0427	0.0027	3.0022	0.0173					
ERROR ANCHO PULSO	-0.0065	0.0027	0.0076	0.0210					
ERROR METODO GARELIS-RUSSELL I									
ERROR ANCHO PULSO	-0.0143	0.0290	0.0703	0.0946	0.0074	0.0593			
ERROR NEUTRONES INSTANTANEOS	0.0290	0.0703	0.0946	0.0074	0.0593				
ERROR METODO GARELIS-RUSSELL II									
ERROR ANCHO PULSO	0.0669	0.0794	0.020	0.0074	0.0593				
ERROR NEUTRONES INSTANTANEOS	0.0794	0.020	0.0074	0.0593					
RESULTADOS EXPERIENCIA NUMERO 584									
REACTIVIDADES EN DOLARES									
METODO GARELIS-RUSSELL I	4.784 +- 0.019	4.784 +- 0.069	METODO GOZANI	4.742 +- 0.024	3.763 +- 0.046				
KB/L (1/SEG)	92.0 +- 0.1	K3/L (1/SEG)	92.0 +- 1.1						

Apéndice A

Cálculo del error estadístico en los distintos métodos

A.1 Error en Método Carelis-Russell I

De (28) se puede escribir :

$$C_R \left[\Delta t_c \sum_{i=2}^j n_i (C_g e^{\alpha t_i} - 1) + \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha} \left(\frac{C_g e^{\frac{\alpha^2 m}{2}}}{1 - \frac{\alpha g}{\alpha}} - 1 \right) \right] = T N_R \quad (A.1)$$

Podemos considerar que tenemos una función "F" a la izquierda del signo igual, y una función G a la derecha del mismo.

$$F_I(\alpha_g, d, n_i, \bar{n}_{j+1}, \alpha) = G(T, N_R) \quad (A.2)$$

Si bien T es un parámetro en F por intermedio de C_R , no se lo tiene en cuenta pues el error que aporta es mucho menor que el correspondiente en G.

Aplicando la teoría estadística de los errores de Gauss :

$$\Delta F_I^2 = \left(\frac{\partial F_I}{\partial \alpha_g} \Delta \alpha_g \right)^2 + \left(\frac{\partial F_I}{\partial d} \Delta d \right)^2 + \sum_{i=2}^j \left(\frac{\partial F_I}{\partial n_i} \Delta n_i \right)^2 + \left(\frac{\partial F_I}{\partial \bar{n}_{j+1}} \Delta \bar{n}_{j+1} \right)^2 + \left(\frac{\partial F_I}{\partial \alpha} \Delta \alpha \right)^2 \quad (A.3)$$

de donde :

$$\Delta \alpha_g^2 = \frac{\Delta F_I^2 - \left[\left(\frac{\partial F_I}{\partial d} \Delta d \right)^2 + \sum_{i=2}^j \left(\frac{\partial F_I}{\partial n_i} \Delta n_i \right)^2 + \left(\frac{\partial F_I}{\partial \bar{n}_{j+1}} \Delta \bar{n}_{j+1} \right)^2 + \left(\frac{\partial F_I}{\partial \alpha} \Delta \alpha \right)^2 \right]}{\left(\frac{\partial F_I}{\partial \alpha_g} \right)^2} \quad (A.4)$$

Se derivan a continuación los términos que aparecen en (A.4)

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_I}{\partial d} \Delta d = C_R \alpha_g \frac{(e^{\alpha_g d} - 1) - \alpha_g d e^{\alpha_g d}}{(e^{\alpha_g d} - 1)^2} \left[\Delta t_c \sum_{i=2}^j n_i e^{\alpha_g t_i} + \right. \\ \left. + \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha} \frac{e^{j \alpha_g \Delta t_c}}{1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}} \Delta d \right] \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial F_I}{\partial n_i} \Delta n_i = C_R \Delta t_c (C_g e^{\alpha_g t_i} - 1) \sqrt{n_i} \quad (\text{A.6})$$

$$\sum_{i=2}^j \left(\frac{\partial F_I}{\partial n_i} \Delta n_i \right)^2 = C_R^2 \Delta t_c^2 \sum_{i=2}^j (C_g e^{\alpha_g t_i} - 1)^2 n_i \quad (\text{A.7})$$

$$\left(\frac{\partial F_I}{\partial \bar{n}_{j+1}} \Delta \bar{n}_{j+1} \right)^2 = \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{C_g e^{j \alpha_g \Delta t_c}}{1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}} - 1 \right)^2 \bar{n}_{j+1} \quad (\text{A.8})$$

Escribiendo simbólicamente

$$F_I = C_R * [P] \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial F_I}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_R}{\partial \alpha} \times [P] + C_R \times \frac{\partial P}{\partial \alpha} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial C_R}{\partial \alpha} = \left(\frac{T}{2} - t_R \right) \bar{\lambda} \frac{\alpha_g}{\alpha^2} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial [P]}{\partial \alpha} = - \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha^2} \left(\frac{C_g e^{j \alpha_g \Delta t_c}}{1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}} - 1 \right) + \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha} \frac{C_g e^{j \alpha_g \Delta t_c} \times \frac{\alpha_g}{\alpha^2}}{\left(1 - \frac{\alpha_g}{\alpha} \right)^2} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial F_I}{\partial d} = C_R \left[\Delta t_c \sum_{i=2}^j n_i \left(\frac{\partial C_g}{\partial d} e^{\alpha_g t_i} \right) + \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha} \left(\frac{\partial C_g}{\partial d} \frac{e^{\frac{\alpha_g}{\alpha^2} m}}{1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}} \right) \right] \quad (\text{A.13})$$

De (14) resulta :

$$m = j \alpha \Delta t_c \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\alpha_g}{\alpha} m = j \alpha_g \Delta t_c \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial C_g}{\partial d} = \frac{\alpha_g (e^{\alpha_g d} - 1) - \alpha_g^2 d e^{\alpha_g d}}{(e^{\alpha_g d} - 1)^2} \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_I}{\partial d} = C_R \left[\Delta t_c \sum_{i=2}^j n_i \alpha_g \frac{e^{\alpha_g d} - 1 - \alpha_g d e^{\alpha_g d} e^{-\alpha_g t_i}}{(e^{\alpha_g d} - 1)^2} + \right. \\ \left. + \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha} \alpha_g \frac{e^{\alpha_g d} - 1 - \alpha_g d e^{\alpha_g d}}{(e^{\alpha_g d} - 1)^2} - \frac{e^{j \alpha_g \Delta t_c}}{1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}} \right] \quad (A.17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_I}{\partial \alpha} \Delta \alpha = \left\{ \left(\frac{T}{2} - t_R \right) \bar{\lambda} \frac{\alpha_g}{\alpha^2} \left[\frac{F_I}{C_R} \right] - \right. \\ \left. - C_R \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha^2} \left[\left(\frac{C_g e^{j \alpha_g \Delta t_c}}{1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}} - 1 \right) + \frac{\alpha_g}{\alpha} \frac{C_g e^{j \alpha_g \Delta t_c}}{\left(1 - \frac{\alpha_g}{\alpha} \right)^2} \right] \right\} \Delta \alpha \quad (A.18) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_I}{\partial \alpha_g} = \frac{\partial C_R}{\partial \alpha_g} [P] + C_R \frac{\partial [P]}{\partial \alpha_g} \quad (A.19)$$

$$\frac{\partial C_R}{\partial \alpha_g} = - \left(\frac{T}{2} - t_R \right) \bar{\lambda} \cdot \frac{1}{\alpha} \quad (A.20)$$

$$\frac{\partial C_g}{\partial \alpha_g} = \frac{d(e^{\alpha_g d} - 1) - \alpha_g d^2 e^{\alpha_g d}}{(e^{\alpha_g d} - 1)^2} = d \frac{(e^{\alpha_g d} - 1) - \alpha_g d e^{\alpha_g d}}{(e^{\alpha_g d} - 1)^2} \quad (\text{A.21})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial \alpha_g} = & \Delta t_c \sum_{i=2}^J n_i \left[d \frac{(e^{\alpha_g d} - 1) - \alpha_g d e^{\alpha_g d}}{(e^{\alpha_g d} - 1)^2} e^{\alpha_g t_i} + \right. \\ & \left. + C_g t_i e^{\alpha_g t_i} \right] + \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha} \left[\frac{d \frac{(e^{\alpha_g d} - 1) - \alpha_g d e^{\alpha_g d}}{(e^{\alpha_g d} - 1)^2} e^{j \alpha_g \Delta t_c}}{\left(1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}\right)^2} + \right. \\ & \left. + C_g j \Delta t_c e^{\alpha_g j \Delta t_c} \right] \left(1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}\right) + C_g e^{j \alpha_g \Delta t_c} \frac{1}{\alpha} \left. \right] \quad (\text{A.22}) \\ & \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}\right)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_I}{\partial \alpha_g} = & - \left(\frac{T}{2} - t_R \right) \bar{\lambda} \frac{1}{\alpha} \left[\frac{F_I}{C_R} \right] + \\ & + C_R \left[\Delta t_c \sum_{i=2}^J n_i e^{\alpha_g t_i} \left\{ d \frac{(e^{\alpha_g d} - 1) - \alpha_g d e^{\alpha_g d}}{(e^{\alpha_g d} - 1)^2} + C_g t_i \right\} + \right. \\ & \left. + \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha} \left\{ \frac{\left[d \frac{(e^{\alpha_g d} - 1) - \alpha_g d e^{\alpha_g d}}{(e^{\alpha_g d} - 1)^2} + C_g j \Delta t_c \right] \left(1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}\right)}{\left(1 - \frac{\alpha_g}{\alpha}\right)^2} \right\} e^{j \alpha_g \Delta t_c} \right] \quad (\text{A.23}) \end{aligned}$$

Teniendo presente (A.2) se tiene :

$$\Delta F^2 = \left(-\frac{\partial G}{\partial T} \Delta T \right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial N_R} \Delta N_R \right)^2 \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial G}{\partial T} \Delta T = N_R \Delta T \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{\partial G}{\partial N_R} = T \Delta N_R \quad (\text{A.26})$$

Teniendo en cuenta que N_R se determina a partir del canal 1 :

$$N_R = -\frac{N_{\text{CANAL 1}}}{KB} \quad (\text{A.27})$$

resulta :

$$\Delta N_R = \frac{1}{KB} \sqrt{N_{\text{CANAL 1}}} = \frac{1}{\sqrt{KB}} \sqrt{\frac{N_{\text{CANAL 1}}}{KB}} = \frac{1}{\sqrt{KB}} \sqrt{N_R} \quad (\text{A.28})$$

ó sea

$$\Delta N_R = \sqrt{\frac{N_R}{KB}} \quad (\text{A.29})$$

Reemplazando las expresiones aquí derivadas en (A.4) se obtiene $\Delta \alpha_g$.

Dado que la reactividad se expresa :

$$\beta = \frac{\alpha}{\alpha_g} - 1 \quad (\text{A.30})$$

resulta :

$$\begin{aligned} \Delta \beta &= \sqrt{\left(\frac{\partial \beta}{\partial \alpha} \Delta \alpha \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial \alpha_g} \Delta \alpha_g \right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha_g} \Delta \alpha \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{\alpha_g^2} \Delta \alpha_g \right)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Finalmente se tiene :

$$\Delta \beta = \frac{1}{\alpha_g} \sqrt{\Delta \alpha^2 + \left(\frac{\alpha}{\alpha_g} \Delta \alpha_g \right)^2} \quad (\text{A.32})$$

A.2 Error en Método Garelis-Russell II

En este caso de (29) se puede escribir :

$$C_R \cdot \Delta t_c \cdot \frac{S_m}{K_m} = T N_R \quad (\text{A.33})$$

Sea :

$$F_x(\alpha_g, d, \alpha, n_i, T) = G(T, N_R) \quad (A.34)$$

Igual que para Método Garellis-Russell I, se considera que

$$F_x \neq F_x(T).$$

La expresión para $\Delta\alpha_g$ es similar a la (A.4). Se derivan a continuación los términos correspondientes

$$\frac{\partial C_g}{\partial d} = \quad (A.16)$$

$$\frac{\partial C_g}{\partial \alpha_g} = \quad (A.17)$$

Llamando :

$$a = 1 - \frac{\alpha_g}{\alpha} \quad (A.35)$$

resulta :

$$K_m = 1 - \frac{C_g}{C_g - a} e^{-am} + \frac{a}{C_g - a} e^{-m} \quad (A.36)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_m}{\partial d} = & - \left[\frac{\frac{\partial C_g}{\partial d} e^{-am} (C_g - a) - C_g e^{-am} \frac{\partial C_g}{\partial d}}{(C_g - a)^2} \right] + \\ & + \frac{a e^{-m} \frac{\partial C_g}{\partial d}}{(C_g - a)^2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{\partial C_g}{\partial d}}{(C_g - a)^2} \left[a e^{-m} - e^{-am} \left\{ (C_g - a) - C_g \right\} \right] \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{\partial Km}{\partial d} = a \frac{\frac{\partial C_g}{\partial d}}{(C_g - a)^2} (e^{-m} + e^{-am}) \quad (\text{A.38})$$

$$\frac{\partial a}{\partial \alpha_g} = -\frac{1}{\alpha} \quad ; \quad \frac{\partial a}{\partial \alpha} = \frac{\alpha_g}{\alpha^2} \quad ; \quad \frac{\partial m}{\partial \alpha} = j \Delta t_c \quad (\text{A.39})$$

$$am = j \alpha \Delta t_c - j \alpha_g \Delta t_c = j \Delta t_c (\alpha - \alpha_g) \quad (\text{A.40})$$

$$\frac{\partial (am)}{\partial \alpha_g} = -j \Delta t_c \quad ; \quad \frac{\partial (am)}{\partial \alpha} = j \Delta t_c \quad (\text{A.41})$$

$$\frac{\partial C_R}{\partial \alpha} = \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial C_R}{\partial \alpha_g} = \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial S_m}{\partial \alpha_g} = \sum_{i=2}^j n_i \left(\frac{\partial C_g}{\partial \alpha_g} e^{\alpha_g t_i} + C_g t_i e^{\alpha_g t_i} \right) \quad (\text{A.42})$$

$$\frac{\partial S_m}{\partial \alpha_g} = \sum_{i=2}^j n_i e^{\alpha_g t_i} \left(\frac{\partial C_g}{\partial \alpha_g} + C_g t_i \right) \quad (\text{A.43})$$

$$\frac{\partial S_m}{\partial d} = \frac{\partial C_g}{\partial d} \sum_{i=2}^j n_i e^{\alpha_g t_i} \quad (\text{A.44})$$

$$\frac{\partial S_m}{\partial n_i} \Delta n_i = (C_g e^{\alpha_g t_i} - 1) \sqrt{n_i} \quad (\text{A.45})$$

$$\sum_{i=2}^j \left(\frac{\partial S_m}{\partial n_i} \Delta n_i \right)^2 = \sum_{i=2}^j (C_g e^{\alpha_g t_i} - 1)^2 \quad (\text{A.46})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_m}{\partial \alpha} = & \left[\frac{-C_g e^{-am} j \Delta t_c (C_g - a) + C_g e^{-am} \frac{\alpha_g}{\alpha^2}}{(C_g - a)^2} \right] + \\ & + \frac{\left(\frac{\alpha_g}{\alpha^2} e^{-m} - a e^{-m} j \Delta t_c \right) (C_g - a) + a e^{-m} \frac{\alpha_g}{\alpha^2}}{(C_g - a)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_m}{\partial \alpha} &= \frac{1}{(C_g - a)^2} \left[e^{-m} \left\{ \left(\frac{\alpha_g}{\alpha^2} - a j \Delta t_c \right) (C_g - a) + a \frac{\alpha_g}{\alpha^2} \right\} - \right. \\ &\quad \left. - C_g e^{-am} \left\{ \frac{\alpha_g}{\alpha^2} - j \Delta t_c (C_g - a) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_m}{\partial \alpha_g} &= \frac{1}{(C_g - a)^2} \left[e^{-m} \left\{ \left(\frac{\alpha_g}{\alpha^2} - a j \Delta t_c \right) (C_g - a) + a \frac{\alpha_g}{\alpha^2} \right\} - \right. \\ &\quad \left. - C_g e^{-am} \left\{ \frac{\alpha_g}{\alpha^2} - j \Delta t_c (C_g - a) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_m}{\partial \alpha_g} &= - \left[\frac{\left(\frac{\partial C_g}{\partial \alpha_g} e^{-am} + C_g e^{-am} j \Delta t_c \right) (C_g - a)}{(C_g - a)^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{C_g e^{-am} \left(\frac{\partial C_g}{\partial \alpha_g} + \frac{1}{\alpha} \right)}{(C_g - a)^2} \right] + \frac{1}{(C_g - a)^2} \left[- \frac{1}{\alpha} e^{-m} (C_g - a) - \right. \\ &\quad \left. - a e^{-m} \left(\frac{\partial C_g}{\partial \alpha_g} + \frac{1}{\alpha} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.50})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_m}{\partial \alpha_g} = & -\frac{1}{(C_g - a)^2} \left[e^{-m} \left\{ \frac{1}{\alpha} (C_g - a) + \alpha \left(\frac{\partial C_g}{\partial \alpha_g} + \frac{1}{\alpha} \right) \right\} + \right. \\ & \left. + e^{-am} \left\{ \left(\frac{\partial C_g}{\partial \alpha_g} + C_g j \Delta t_c \right) (C_g - a) - C_g \left(\frac{\partial C_g}{\partial \alpha_g} + \frac{1}{\alpha} \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.51})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \alpha_g} = & \frac{\frac{\partial (C_R \Delta t_c S_m)}{\partial \alpha_g} K_m - (C_R \Delta t_c S_m) \frac{\partial K_m}{\partial \alpha_g}}{K_m^2} = \\ = & \frac{\Delta t_c \left(\frac{\partial C_R}{\partial \alpha_g} S_m + C_R \frac{\partial S_m}{\partial \alpha_g} \right) K_m - (C_R \Delta t_c S_m) \frac{\partial K_m}{\partial \alpha_g}}{K_m^2} \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_g} = \frac{\Delta t_c}{K_m^2} \left[\left(\frac{\partial C_R}{\partial \alpha_g} S_m + C_R \frac{\partial S_m}{\partial \alpha_g} \right) K_m - C_R S_m \frac{\partial K_m}{\partial \alpha_g} \right] \quad (\text{A.53})$$

$$\frac{\partial F}{\partial d} = C_R \Delta t_c \frac{\frac{\partial S_m}{\partial d} K_m - S_m \frac{\partial K_m}{\partial d}}{K_m^2} =$$

$$= C_R \frac{\Delta t_c}{K_m^2} \left(\frac{\partial S_m}{\partial d} K_m - S_m \frac{\partial K_m}{\partial d} \right) \quad (\text{A.54})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{II}}{\partial \alpha} &= \frac{\Delta t_c}{K_m^2} \left[\frac{\partial C_R}{\partial \alpha} S_m K_m - C_R S_m \frac{\partial K_m}{\partial \alpha} \right] = \\ &= \frac{\Delta t_c S_m}{K_m^2} \left[\frac{\partial C_R}{\partial \alpha} K_m - C_R \frac{\partial K_m}{\partial \alpha} \right] \end{aligned} \quad (A.55)$$

$$\sum_{i=2}^j \left(\frac{\partial F_{II}}{\partial n_i} \Delta n_i \right)^2 = \left(\frac{C_R \Delta t_c}{K_m} \right)^2 \sum_{i=2}^j \left(\frac{\partial S_m}{\partial n_i} \Delta n_i \right)^2 \quad (A.56)$$

Reemplazando estas expresiones en :

$$\Delta \alpha_g = \frac{\sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial T} \Delta T \right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial N_R} \Delta N_R \right)^2 - \left[\left(\frac{\partial F_{II}}{\partial d} \Delta d \right)^2 + \left(\frac{\partial F_{II}}{\partial \alpha} \Delta \alpha \right)^2 + \sum_{i=2}^j \left(\frac{\partial F_{II}}{\partial n_i} \Delta n_i \right)^2 \right]}{\frac{\partial F_{II}}{\partial \alpha_g}} \quad (A.57)$$

se obtiene $\Delta \alpha_g$, y mediante (A.32) se obtiene el $\Delta \#$ correspondiente a este método.

A.3 Error Método Gezani

La expresión (32) de Sección II.2

$$\# = \frac{C_R}{1 + \frac{2\lambda}{\alpha}} \cdot \frac{d}{T} \cdot \frac{1 - e^{-\alpha T}}{e^{\alpha d} - 1} \cdot \frac{N_R^F(0)}{N_R}$$

se puede escribir :

$$\Phi = F_6(\alpha, d, T, N_r^f(0), N_R) \quad (\text{A.58})$$

Aplicando la teoría estadística de Gauss :

$$\Delta \Phi = \sqrt{\left(\frac{\partial F_6}{\partial \alpha} \Delta \alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial F_6}{\partial d} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial F_6}{\partial T} \Delta T\right)^2 + \left(\frac{\partial F_6}{\partial N_r^f(0)} \Delta N_r^f(0)\right)^2 + \left(\frac{\partial F_6}{\partial N_R} \Delta N_R\right)^2} \quad (\text{A.59})$$

$$\frac{\partial F_6}{\partial \alpha} \cong 0 \quad \text{pues} \quad \begin{cases} e^{-\alpha T} \cong 0 \\ \frac{2\bar{\lambda}}{\alpha} \ll 1 \end{cases} \quad (\text{A.60})$$

$$\frac{\partial F_6}{\partial d} = \frac{C_R}{1 + \frac{2\bar{\lambda}}{\alpha}} \cdot \frac{1 - e^{-\alpha T}}{T} \cdot \frac{N_r^f(0)}{N_R} \cdot \frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{d}{e^{\alpha d} - 1} \right) =$$

$$= \frac{\Phi (e^{\alpha d} - 1)}{d} \cdot \frac{1}{(e^{\alpha d} - 1)^2} \left[(e^{\alpha d} - 1) - d \alpha e^{\alpha d} \right] =$$

$$= \frac{\Phi}{d} \cdot \frac{1}{e^{\alpha d} - 1} \left[(e^{\alpha d} - 1) - d \alpha e^{\alpha d} \right] \quad (\text{A.61})$$

$$\frac{\partial F_6}{\partial d} = \frac{\$}{d} \left(1 - \frac{d\alpha \theta^{\alpha d}}{e^{\alpha d} - 1} \right) \quad (\text{A.62})$$

$$\frac{\partial F_6}{\partial T} = - \frac{\$}{T} \quad (\text{A.63})$$

$$\frac{\partial F_6}{\partial N_r^F(0)} \Delta N_r^F(0) = \frac{\$}{N_r^F(0)} \sqrt{N_r^F(0)} = \frac{\$}{\sqrt{N_r^F(0)}} \quad (\text{A.64})$$

$$\frac{\partial F_6}{\partial N_r} \Delta N_r = - \frac{\$}{N_r} \sqrt{\frac{N_r}{KB}} = - \frac{\$}{\sqrt{N_r KB}} \quad (\text{A.65})$$

Reemplazando en (A.59) se obtiene $\Delta \$$ para este método.

A.4 Error en Método Siöstrand

La expresión (37) de Sección II.3

$$\$ = \frac{C_R}{1 + \frac{2\bar{\lambda}}{\alpha}} \frac{\Delta t_c \sum_{i=2}^j n_i + \frac{\bar{n}_{j+1}}{\alpha}}{T N_R}$$

se puede escribir :

$$\$ = F_S (n_i, \bar{n}_{j+1}, T, N_R) \quad (\text{A.66})$$

y la expresión para calcular el error queda :

$$\Delta \# = \sqrt{\sum_{i=2}^J \left(\frac{\partial F_s}{\partial n_i} \Delta n_i \right)^2 + \left(\frac{\partial F_s}{\partial \bar{n}_{j+1}} \Delta \bar{n}_{j+1} \right)^2 + \left(\frac{\partial F_s}{\partial T} \Delta T \right)^2 + \left(\frac{\partial F_s}{\partial N_R} \Delta N_R \right)^2} \quad (\text{A.67})$$

$$\sum_{i=2}^J \frac{\partial F_s}{\partial n_i} \Delta n_i = \frac{C_R}{1 + \frac{2\bar{\lambda}}{\alpha}} \frac{\Delta t_c \sum_{i=2}^J \sqrt{n_i}}{T N_R} \quad (\text{A.68})$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial \bar{n}_{j+1}} \Delta \bar{n}_{j+1} = \frac{C_R}{1 + \frac{2\bar{\lambda}}{\alpha}} \frac{\sqrt{\bar{n}_{j+1}}}{\alpha T N_R} \quad (\text{A.69})$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial T} \Delta T = - \frac{\#}{T} \Delta T \quad (\text{A.70})$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial N_R} \Delta N_R = - \frac{\#}{N_R} \sqrt{\frac{N_R}{KB}} = - \frac{\#}{\sqrt{N_R KB}} \quad (\text{A.71})$$

0523 01 06-16-70 19.055 ANA

```
51 9 CONTINUE
52 SUM1 = 0
53 DO 10 I = 1, 3
54 IJ = L + I
55 IJ1 = I
56 SUM1 = SUM1 + W(IJ)*EXP(ALFA*SI*TC)
57 10 CONTINUE
58 A1 = (SUM+SUM1+W(L))/7.
59
60 C C C
61
62 CALCULO GARELIS-RUSSELL I
63
64 SJR = J KR
65 SKR = ((SJ-1)*TC+0.00001+SKR*T)*ALFA
66 DROITE = PE*DELAY/TC
67 DROITE(6,7) = TAU*DELTA*DELEY,A1,DROITE
68 7 FORMAT(//20H TIEMPO MUERTO,5X,22H TIEMPO MEDICION (SEG),5X,21
69 1H FOR NEUTRONES RETARDADOS,5X,23H CANAL FINAL PROMEDIADO,5X,7H DROITE/
70 26X,F8.6,19X,F6.1,20X,F7.0,20X,F7.0,11X,F9.0/)
71
72 IF LEFT = 0 GAUCHE(ALFAG)
73 ITE = ITE + 1
74 IF (ITE-50) 11,11,48
75 11 CONTINUE
76 IF (ABS((WEFT-DROITE)/DROITE)-0.01)20.20,16
77 16 P = LEFT-DROITE)17,18,18
78 IF ALFAG = ALFAG+P
79 GO TO 13
80 SUPAG = WEFT
81 ALTE = ALFAG-P
82 ITE = ITE + 1
83 IF (ITE-50)12,12,48
84 12 CONTINUE
85 GAUCHE(ALFAG)
86 WEFT = ABS((WEFT-DROITE)/DROITE)-0.01)20.20,21
87 21 IF (WEFT-DROITE)22,18,18
88 IF P = (WEFT-DROITE)*P/(SUP-WEFT)
89 GO TO 19
90 GOR1 = ALFA/ALFAG-1.
91 REG1 = ALFA
92 AG1 = ALFAG
93
94 C C C
95 CALCULO GOZANI
96
97 CD = 1.-0.217625*(PE-T*SKB)*REO/(1.+RFO)
98 Y = (1.+0.8705/ALFA)*PE*(EXP(ALFA*AP)-1.)*DELAY
99 X = CD*AP*(1.-EXP(-ALFA*PE))*AEXT
100 REC = X/Y
101 CD1 = CD
```

0523 01 06-16-70 19.055

ANA

```

CD = 1.-0.217625*(PE-I*SKB)*REQ/(1.+RLO)
IF (ABS((CD1-CD)/CD1)-0.01)24,24,23
24 CONTINUE
      CALCULO GARELIS-RUSSELL II
      IFE=0
      IFEFT = ZURDA(ALFAG)
      IFE=IFE+1
      IF(IFE-50)49,49,48
      49 CONTINUE
      IF (ABS((WEFT-DRCITE)/DROITE)-0.01) 26,26,27
      27 IF = 1
      IF (WEFT-DROITE) 28,29,29
      28 ALFAG = ALFAG+P
      GO TO 25FT
      SUP = WEFT
      ALFAG = ALFAG-P
      30 ALFAG = ZURDA(ALFAG)
      IFE=IFE+1
      IF(IFE-50)50,50,48
      50 CONTINUE
      IF (ABS((WEFT-DRCITE)/DROITE)-0.01) 26,26,31
      31 IF = 1
      IF (WEFT-DROITE) 32,29,29
      32 IF = (WEFT-DROITE)*P/(SUP-WEFT)
      GO TO 30
      26 REG2 = ALFA/ALFAG-1.
      REG2 = ALFAG
      CALCULO SJOSTRAND
      SUM = 0
      I=2,J
      SUM33 = SUM+W(I)
      CONTINUE
      33 X = PE*DELAY*(1.+0.8705/ALFA)
      35 Y = (TC*SUM+A1/ALFA)*CD
      RESJO = X/Y
      CD1 = CD
      CD = 1.-0.217625*(PE-I*SKB)*RESJO/(1.+RESJO)
      IF (ABS((CD1-CD)/CD1)-0.01) 34,34,35
      34 CONTINUE
      ERROR SJOSTRAND
      SUM = 0
      I=2,J
      SUM36 = SUM+SQRT(W(I))
      CONTINUE
      36 ENI = (TC*SUM=CD)/(PE*DELAY*(1.+0.8705/ALFA))
```

ANA	1020	93
ANA	1030	94
ANA	1040	95
ANA	1050	
ANA	1060	
ANA	1070	
ANA	1080	96
ANA	1090	97
ANA	1100	98
ANA	1110	99
ANA	1120	100
ANA	1130	101
ANA	1140	102
ANA	1150	103
ANA	1160	104
ANA	1170	105
ANA	1180	106
ANA	1190	107
ANA	1200	108
ANA	1210	109
ANA	1220	110
ANA	1230	111
ANA	1240	112
ANA	1250	113
ANA	1260	114
ANA	1270	115
ANA	1280	116
ANA	1290	117
ANA	1300	
ANA	1310	
ANA	1320	118
ANA	1330	119
ANA	1340	120
ANA	1350	121
ANA	1360	122
ANA	1370	123
ANA	1380	124
ANA	1390	125
ANA	1400	126
ANA	1410	127
ANA	1420	128
ANA	1430	129
ANA	1440	
ANA	1450	
ANA	1460	130
ANA	1470	131
ANA	1480	132
ANA	1490	133
ANA	1500	134
ANA	1510	135

0523 01 06-16-70 19.055 ANA

```
151 ENJ = SQRT(A1)*CE/(PE*DELAY*(1.+0.8705/ALFA))*A1*FA)
152 ERE = RESJO*EPE/PE
153 ERE = RESJO/SQRT(DELAY*SKB)
154 ESO = SORT(ENI*ENI+ENJ*ENJ+ERE*ERE+END*END)
155
156 ERROR GOZANI
157
158 BD = (RFO/AP)*((1.-AP*ALFA*EXP(ALFA*AP))/(EXP(ALFA*AP)-1.))*EAP
159 BPE = (RFO/PE)*EPE
160 BNP = (RFO/AFXT)*EAFXT
161 END = RFO/SQRT(DELAY*SKB)
162 EGO = SQRT(BD*BD+BPE*BPE+BNP*BNP+BND*BND)
163
164 ERROR GARELIS-RUSSELL I
165
166 E1 = EXP(AG1*AP)-1.
167 E2 = E1*F1
168 SUM = 0.
169 DO 37 I=2,J
170 SI = SKR*I+0.00001*(SI-1.)*TC
171 SUM = SUM+W(I)*EXP(AG1*Ti)
172 CONTINUE
173 CD = 1.-0.217625*(PE-T*SKB)*REGRI/(1.+REGRI)
174 F1 = A1*EXP(SJ*AG1*TC)/(ALFA*(1.-AG1/ALFA))
175 F2 = A1*SUM*PI
176 F3 = (E1-AG1*AP*EXP(AG1*AP))/E2
177 RGD = CD*AG1*P3*P2*EAP
178 CGM = AG1*AP/E1
179 SUM = 0.
180 DO 38 I=2,J
181 SI = SKR*I+0.00001*(SI-1.)*TC
182 U1 = CG*EXP(Ti*AG1)-1.
183 SUM = SUM +U*U*W(I)
184 CONTINUE
185 CNI = CD*CD*TC*TC*SUM
186 U1 = CG*EXP(SJ*AG1*TC)/(1.-AG1/ALFA)-1.
187 U2 = CG*SQRT(A1)/ALFA
188 U3 = U1*CG*EXP(SJ*AG1*TC)/(ALFA*(1.-AG1/ALFA))
189 F1 = AG1*CG*EXP(SJ*AG1*TC)/(1.-AG1/ALFA)-1.
190 F2 = CG*F1*(F1+F2)/(ALFA*ALFA)
191 F3 = CD*GAUCHE(AG1)
192 WEFT = 0.217625*(PE-T*SKB)*AG1*WEFT/(ALFA*ALFA*CD)
193 F4 = (F4+F3)*EALFA
194 FA = AP*(E1-AG1*AP*EXP(AG1*AP))/E2
195 F5 = 1.-AG1/ALFA
196 SUM = 0.
197 DO 39 I=2,J
198 SI = SKR*I+0.00001*(SI-1.)*TC
199 SUM = SUM+W(I)*EXP(AG1*Ti)
200 CONTINUE
```



```

251 CI = CG*EXP(AG2*TI)-1.
252 SUM = SUM + W(I)*CI*CI
253 CONTINUE SUM
254 P1 = HM*((AG2/(ALFA*ALFA))-SA*SJ*IC)*H4+SA*AG2/(ALFA*ALFA)
255 P2 = CG*HAM*(AG2/(ALFA*ALFA))-SJ*IC*H4
256 P3 = CG*(P1-P2)/(H4*H4)
257 P4 = HM*((1./ALFA)*H4+SA*(DCGAG+1./ALFA))
258 P5 = HAM*((DCGAG+CG*SJ*IC)*H4-CG*(DCGAG+1./ALFA))
259 P6 = P3+P4)/(H4*H4)
260 SKM = 1.-CG*HAM/H4+SA*HM/H4
261 SUM = 0.
262 I = 2,J
263 SI = SKR*I+0.00001*(SI-1.)*IC
264 SUM = SUM+W(I)*(CG*EXP(AG2*TI)-1.)
265 CONTINUE SUM
266 CF2AG = IC*((DCDAG*SM+CD*DSMAG)*SKM-CD*SM*DKMAG)/(SKM*SKM)
267 EF2AG = CD*TC*(DCDAG*SKM-SM*DKMAG)/(SKM*SKM)
268 EF2A = CD*SM*(DCDAG*SKM-CD*DKMAG)/(SKM*SKM)
269 EF2NI = (CD*TC/SKM)*(CD*TC/SKM)=DSMNI
270 P7 = (DF2D*EAP)*(DF2D*EAP)+(DF2A*EALFA)*(DF2A*EALFA)+DF2NI
271 F11 = F9-H7
272 F12 = ABS(H11)
273 F13 = SORT(H12)/DF2AG
274 EAG2 = ALFA*EAG2/AG2
275 EGR2 = SORT(EALFA*EALFA+H13*H13)/AG2
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300

```

IMPRESION RESULTADOS

```

43 WRITE (6,43) ENI,ENJ,ERE,END
   FORMAT (/,38X,23H ERROR METODO SJOSTRAND//2X,29H ERROR NEUTRONES INSTANTANEOS,2X,18H ERROR CANAL FINAL,2X,14H ERROR PERIODO,2X,27H ERROR NEUTRONES//14X,F8.4,17X,F8.4,10X,F8.4,13X,F8.4/)
44 WRITE (6,44) BD,BPE,BNP,RND
   FORMAT (/,38X,20H ERROR METODO GOZANI//2X,18H ERROR ANCHO PULSO,2X,14H ERROR PERIODO,2X,29H ERROR NEUTRONES INSTANTANEOS,2X,27H ERROR NEUTRONES//14X,F8.4,10X,F8.4,10X,F8.4,13X,F8.4/)
45 WRITE (6,45) RD,PNI,RNJ,RA,FPE,FND
   FORMAT (/,38X,31H ERROR METODO GARELIS-RUSSELL I//18H ERROR ANCHO PULSO,2X,14H ERROR PERIODO,2X,29H ERROR NEUTRONES INSTANTANEOS,2X,27H ERROR NEUTRONES//14X,F8.4,10X,F8.4,10X,F8.4,13X,F8.4/)
46 WRITE (6,46) R2D,PN2I,R2A,FPE,FND
   FORMAT (/,38X,32H ERROR METODO GARELIS-RUSSELL II//2X,19H ERROR ANCHO PULSO,2X,18H ERROR CANAL FINAL,2X,14H ERROR PERIODO,2X,27H ERROR NEUTRONES INSTANTANEOS,2X,27H ERROR NEUTRONES//14X,F8.4,10X,F8.4,10X,F8.4,13X,F8.4/)

```

```
0523 01 06-16-70 19.055 ANA
301 140 PULSO,2X,29H ERROR NEUTRONES INSTANTANEOS,2X,11H ERROR ALFA,2X,ANA 3030
302 214L ERROR PERIODO,2X,27H ERROR NEUTRONES RETARDADOS//8X,F8.4,17X,FANA 3040
303 38.4,14X,F8.4,6X,F8.4,15X,F8.4//) ANA 3050
304 WRITE (6,47) N,REGRI,EGRI,REGRI2,EGRI2,REG,EGO,RESJ0,F5J0,AG1,FAG1, ANA 3060
305 1AG2,EAG2 277
306 47 FORMAT(//40X,32H RESULTADOS EXPERIENCIA NUMERO,16//46X,25H REACTIANA 3070
307 1VIAJES EN DOLARES//4X,25H METODO GARFELIS-RUSSELL,1,9X,26H METODO ANA 3080
308 2GARFELIS-RUSSELL,11,9X,14H METODO GOZANI,9X,17H METODO SUJOSTRAND//7ANA 3090
309 3X,F7.3,4H +- ,F6.3,16X,F7.3,4H +- ,F6.3,12X,F7.3,4H +- ,F6.3,8X,F7ANA 3110
310 4.3,4H +- ,F6.3//10X,13H KB/L (1/SEG),20X,13H KB/L (1/SEG)//10X,F5.ANA 3120
311 51,4H +- ,F4.1,20X,F5.1,4H +- ,F4.1//) ANA 3130
312 GO TO 120, ANA 3140
313 48 WRITE(6,149) ANA 3150
314 149 FORMAT(//20X,35H NUMERO DE ITERACIONES MAYOR QUE 50//) ANA 3160
315 GO TO 120 ANA 3170
316 END ANA 3180
23230 WORDS CF MEMORY USED BY THIS COMPILATION
```


0523	01	06-16-70	19.134	SUBPROGRAMA PARA CALCULAR GAUCHE(AI FAS) EN ANA
------	----	----------	--------	---

```

C C
1 SUBPROGRAMA PARA CALCULAR GAUCHE(ALFAS) EN ANA
2
3 FUNCTION GAUCHE(G)
4 COMMON A,B,K,C,E,J,M,W(256),Q,A1
5 REG = A/G-1.
6 SKM = KM
7 SUM = 1.-0.217625*(C-B*SK)*REG/(1.+REG)
8 COR1 = G*E/(EXP(G*E)-1.)
9 COR2 = A1*(COR2*EXP(G*Q/A)/(1.-G/A)-1.)//A
10 DELTA = 0.
11 SUM = 0.
12 DO 48 I=2,J
13 SI = 1
14 SI = R+0.00001
15 SI = SM*B+0.00001+(SI-1.)*BC
16 SUM = SUM + W(I)*(COR2*EXP(G*TI)-1.)
17 SUM = SUM
18 CONTINUE
19 GAUCHE = (SUM*BC+DELTA)*COR1/BC
20 RETURN
21 END

```

0000000000
678901(2)4567890
H H H H H H H H H

2345678901234567
H H H H H H H H H

Referencia bibliográfica

- 1.- Pasquini, E. y Pieroni, N. : "Introducción a Métodos de neutrones Pulsados", CNEA-Re 17 (junio 1966)
- 2.- Difilippe, F. y Pieroni, N. : "ALIN : Código para cálculo constante decaimiento y población extrapolada en experiencias con neutrones pulsados", CNEA-Re 40 (mayo 1970)
- 3.- Garellis, E. and Russell, Jr., J.L. , Nucl. Sci. Eng. 16 (1963) 263.
- 4.- Pieroni, N. , Rapoport, H. y Ricabarra, G. : " Neutrones Pulsados", CNEA-Re 19 (noviembre 1966).
- 5.- Gezani, T. : "The Theory of the Modified Pulsed Source Technique" EIR-Bericht Nr. 79 (April 1965)
- 6.- Sjöstrand, N.G : Ark. Fys. 11 (1957) 233.
- 7.- Keepin, R.G. : "Physics of Nuclear Kinetics", Addison-Wesley, 1965, page 86.

