

RE:
061.3:629.73
Si 57
1972

CODIGO: 1.8

INFORME

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº 1	AÑO 1975

01.75.06

SOBRE ALGUNOS PROBLEMAS DE DINAMICA EN FLUIDOS Y
TRANSFERENCIA DE CALOR EN CONDUCTOS DE
SECCION ARBITRARIA

por Dr. Ing. PATRICIO A. A. LAURA, Ph. D.

I - SUMARIO:

El estudio de problemas fluidodinámicos y de transferencia de calor en conductos de sección arbitraria es de interés en la tecnología de vehículos espaciales, reactores nucleares, bombas electro magnéticas, etc.

En general, los diversos planteos llevan a modelos matemáticos cuya solución es exacta en el caso de configuraciones geométricas sencillas (circulares o rectangulares). Si la sección del conducto es compleja, no resulta posible en general, obtener la solución del problema mediante el método clásico de separación de variables y es necesario recurrir a métodos aproximados.

En este trabajo, se presenta la solución de dos problemas resueltos recientemente por el autor y sus colaboradores:

- 1.- Flujo y transferencia de calor en el caso de generación uniforme de calor en el fluido.
- 2.- Flujo magneto hidrodinámico no estacionario.

En ambos casos se obtiene una solución analítica aproximada transformando la sección dada en otra más sencilla mediante el método de representación conforme. Es posible entonces satisfacer idénticamente las condiciones de borde pero como las ecuaciones gobernantes no son invariantes, es necesario hacer uso de un método aproximado para resolverlas.

Se demuestra que las soluciones analíticas obtenidas son válidas para cualquier tipo de sección y que en el caso de secciones cuadradas, los resultados obtenidos mediante el método expuesto están en acuerdo excelente con la solución exacta.

1 - INTRODUCCION

Investigaciones sobre medios líquidos que fluyen en conductos prismáticos o cilíndricos de sección compleja son de interés tanto desde el punto de vista académico como práctico, ya que en la tecnología espacial es común utilizar conductos de forma irregular que puedan ser colocados en los vehículos espaciales aprovechando al máximo el limitado espacio disponible.

Utilizando una misma metodología se resuelven en el presente trabajo dos problemas cuya solución ofrece serias dificultades por los métodos clásicos de análisis:

- 1 - Flujo y transferencia de calor en el caso de generación uniforme de calor en el fluido.
- 2 - Flujo no estacionario-laminar de un fluido conductor al que se aplica un campo magnético, uniforme y transversal de magnitud H_0 .

El método utilizado consiste en la transformación del dominio en el círculo unitario y en la aplicación de una de las técnicas de residuos ponderados para resolver las ecuaciones gobernantes.

Esta técnica ha sido utilizada por el autor y sus colaboradores en la solución de numerosos problemas en diversos campos: electromagnetismo, transferencia de calor, vibraciones, etc.¹⁻⁶

2.1 - FLUJO Y TRANSFERENCIA DE CALOR EN CONDUCTOS NO CIRCULARES CUYA PARED MANTIENE TEMPERATURA CONSTANTE Y EN EL CASO DE GENERACION UNIFORME DE CALOR EN EL FLUIDO.

El caso de un flujo a temperatura constante a la izquierda del punto $x_3 = 0$ y una temperatura prescrita en la pared a la derecha del origen de coordenadas lleva a un problema interesante de la teoría de autovalores.

Para flujos laminares en conductos circulares o rectangulares se han hallado soluciones exactas⁷⁻⁸. El análisis de flujos

"slug"⁸ en el caso de secciones no convencionales ha sido llevado a cabo mediante la técnica de variable compleja⁹ y muy recientemente ha sido extendido a fluidos con generación uniforme de calor¹⁰.

Es importante mencionar que Sparrow¹⁶ ha desarrollado métodos muy generales para secciones arbitrarias. Creemos también que el procedimiento utilizado en este trabajo es más simple para ciertos problemas como el que se describe en esta sección, aunque no es tan general.

2.1 - FORMULACION MATEMATICA DEL PROBLEMA

Sea un flujo laminar totalmente desarrollado en un conducto cilíndrico de sección arbitraria (Figura 1) con las siguientes condiciones de contorno:

$$v \left[L(x_1, x_2) = 0, x_3 \right] = 0 \quad (1)$$

$$T \left[L(x_1, x_2) = 0, x_3 > 0 \right] = T_w \quad (2)$$

$$T \left[x_1, x_2, x_3 \leq 0 \right] = T_e \quad (3)$$

donde la relación funcional $L(x_1, x_2) = 0$ define el contorno de la sección en el plano x_1, x_2 .

Si hay fuentes de calor uniformemente distribuidas en el fluido y admitiendo que las propiedades del mismo son independientes de la temperatura y que la conducción longitudinal de calor es despreciable comparada con la convección longitudinal, las siguientes ecuaciones son válidas:

$$\nabla^2 v(x_1, x_2) = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx_3} = C_1 \quad (4)$$

⁸ Flujos con perfil de velocidad constante en la sección. Es un modelo utilizado muy a menudo para metales líquidos, flujos altamente turbulentos, etc.

$$\nabla^2 T(x_1, x_2, x_3) = \frac{\rho \cdot C_p \cdot v(x_1, x_2)}{k} \cdot \frac{\partial T}{\partial x_3}(x_1, x_2, x_3) - \frac{q}{k} \quad (5)$$

donde $v(x_1, x_2)$ es la velocidad del fluido.

Dado que el sistema diferencial gobernante es lineal, es lícito hacer uso del método de superposición.

Es conveniente tomar:

$$\frac{T - T_w}{T_e - T_w} = \frac{T_1 - T_w}{T_e - T_w} + \frac{T_2}{T_e - T_w} + \frac{T_3}{T_e - T_w} = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \quad (6)$$

donde

$$\phi_1 = \frac{T_1 - T_w}{T_e - T_w} \quad (7a)$$

$$\phi_2 = \frac{T_2}{T_e - T_w} \quad (7b)$$

$$\phi_3 = \frac{T_3}{T_e - T_w} \quad (7c)$$

La ecuación (5) puede ser expresada del siguiente modo:

$$\nabla^2 \phi_1 = \frac{\rho \cdot C_p \cdot v}{k} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial x_3} \quad (8a)$$

$$\nabla^2 \phi_2 = \frac{\rho \cdot C_p \cdot v}{k} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial x_3} \quad (8b)$$

$$\nabla^2 \phi_3 = - \frac{q}{k} = c_2 \quad (8c)$$

Las correspondientes condiciones de contorno son:

$$\phi_1 \left[L(x_1, x_2) = 0, x_3 > 0 \right] = 0 \quad (9a)$$

$$\phi_1 \left[x_1, x_2, x_3 = 0 \right] = 1 \quad (9b)$$

$$\phi_2 \left[L(x_1, x_2) = 0, x_3 > 0 \right] = 0 \quad (10)$$

$$\phi_3 \left[L(x_1, x_2) = 0 \right] = 0 \quad (11)$$

$$\phi_2(x_1, x_2, x_3 = 0) = -\phi_3(x_1, x_2) \quad (12)$$

Las ecuaciones (8a) y (8b) describen problemas de tipo difusión mientras que las ecuaciones (4) y (8c) son ecuaciones del tipo de Poisson.

2.2 - TRANSFORMACION DEL DOMINIO Y DE LOS SISTEMAS DIFERENCIALES

Sea

$$w = f(\xi) \quad (13)$$

la función analítica que transforma el dominio dado en el plano w , en el círculo unitario en el plano ξ . En general esta función puede ser expresada en términos de un polinomio:

$$w = l \cdot \sum_{p=0}^P a_p \cdot \xi^p \quad (14)$$

donde l es un factor de escala. Varios métodos numéricos han sido desarrollados en los últimos años para determinar funciones que efectúan la transformación de dominios sumamente complejos.

Introduciendo la variable

$$z = \frac{k}{\rho \cdot c_p \cdot l \cdot U} \cdot x_3$$

donde U es un parámetro cuyas unidades son de velocidad. Es conveniente expresar las ecuaciones diferenciales (4) y (8) en función de la variable compleja w resultando entonces:

$$4 \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial w \partial \bar{w}} = c_1 \quad (15a)$$

$$4 \cdot \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial w \cdot \partial \bar{w}} = \frac{v}{U} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \quad (15b)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial w \cdot \partial \bar{w}} = \frac{v}{U} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \quad (15c)$$

$$4 \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial w \cdot \partial \bar{w}} = C_2 \quad (15d)$$

Expresando estas ecuaciones en función de la variable ξ se tiene

$$4 \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \cdot \partial \bar{\xi}} = \left| \frac{dw}{d\xi} \right|^2 \cdot C_1 \quad (16a)$$

$$4 \cdot \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \xi \cdot \partial \bar{\xi}} = \frac{v}{U} \cdot \left| \frac{dw}{d\xi} \right|^2 \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \quad (16b)$$

$$4 \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial \xi \cdot \partial \bar{\xi}} = \frac{v}{U} \cdot \left| \frac{dw}{d\xi} \right|^2 \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \quad (16c)$$

$$4 \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial \xi \cdot \partial \bar{\xi}} = \left| \frac{dw}{d\xi} \right|^2 \cdot C_2 \quad (16d)$$

Las condiciones de borde deben ser referidas ahora al círculo unitario en el plano ξ .

2.3 - FLUJO DE METALES LIQUIDOS (Perfil Uniforme de Velocidad)

El caso de flujo con perfil uniforme de velocidad ("slug flow") con temperatura uniforme en la pared del conduito a la derecha de la sección definida por la coordenada $x_3 = 0$ y sin generación de calor ha sido estudiada en la Referencia 9 para el caso de conductos de sección arbitraria. Ese estudio corresponde

en síntesis a la determinación de la función ϕ_1 .

Para hallarla se toma una solución de la forma

$$\phi_1 = \phi_{1,a}(r, \theta) \cdot Z(z) \quad (17)$$

y substituyendo en la ecuación (16b) se obtiene:

$$\frac{\nabla^2 \phi_{1,a}(r, \theta)}{\phi_{1,a}(r, \theta) \cdot \left| \frac{dw}{d\xi} \right|^2} = \frac{\frac{dZ(z)}{dz}}{Z(z)} = -\lambda_n^2 \quad (18)$$

Se obtienen por consiguiente dos ecuaciones diferenciales:

$$\nabla^2 \phi_{1,a} + \lambda_n^2 \phi_{1,a} \cdot \left| \frac{dw}{d\xi} \right|^2 = 0 \quad (19a)$$

y

$$\frac{dZ(z)}{dz} + \lambda_n^2 Z(z) = 0 \quad (19b)$$

La solución de (19b) es simplemente

$$Z(z) \simeq e^{-\lambda_n^2 \cdot z}$$

mientras que para obtener la solución de la ecuación transformada de Helmholtz será necesario recurrir a un método aproximado. Como primera aproximación se tomará una sumatoria de funciones coordenadas, tales que, cada una de ellas satisfaga idénticamente las condiciones de borde pero despreciando la variación de la función con respecto a la variable θ . Desde el punto de vista práctico se obtienen resultados lo suficientemente precisos siguiendo este criterio.

Es conveniente tomar a ϕ_1 en forma de una sumatoria de función de Bessel de la. clase y orden cero:

$$\phi_{1,a} \simeq \sum_{n=1}^N A'_n \cdot J_0(\alpha_n \cdot r) \quad (20)$$

donde

$$J_0(\alpha_n) = 0$$

Substituyendo (20) en (19a) se tiene una función error o residuo ya que la función definida en la ecuación (20) no es una solución exacta del problema:

$$\xi(r, \theta) = \sum_{n=1}^N A'_n \left[\nabla^2 + \lambda_n^2 \left| \frac{dw}{d\xi} \right|^2 \right] J_0(\alpha_n r) \quad (21)$$

Varios criterios son aplicables para minimizar el valor de la función error. En el presente trabajo se hace uso del criterio de colocación a lo largo de arcos, el cual consiste en tomar el valor de la integral de la función error igual a cero a lo largo de N arcos concéntricos:

$$\int_0^\beta \xi(r_j, \theta) r_j d\theta = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (22)$$

donde $\beta = 2\pi$ si el dominio en el plano w no tiene ningún eje de simetría y $\beta = \pi/p_1$ si el dominio tiene p_1 ejes de simetría.

Se obtiene así un sistema de N ecuaciones lineales en los coeficientes A'_n . De la condición de no trivialidad resulta un determinante ecuación en los autovalores λ_n .

Por consiguiente, la expresión resultante para ϕ_1 es:

$$\phi_1 \approx \sum_{n=1}^N A'_n J_0(\alpha_n r) e^{-\lambda_n^2 \cdot z} \quad (23)$$

Para evaluar A'_n se hace uso de la condición de borde (9b) referida al plano ξ . Por consiguiente:

$$\sum_{n=1}^N A'_n J_0(\alpha_n r) = 1$$

y haciendo uso de la conocida expansión de Fourier - Bessel resulta:

$$A'_n = \frac{2}{\alpha_n \cdot J_1(\alpha_n)} \quad (24)$$

La expresión (23) se convierte entonces en:

$$\phi_1 \approx \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n \cdot J_1(\alpha_n)} \cdot J_0(\alpha_n \cdot r) e^{-\lambda_n^2 \cdot z} \quad (25)$$

El paso siguiente es obtener la solución de la ecuación (16d). Si bien es posible encontrar la solución exacta de esta ecuación para cada función $w(\xi)$, es más conveniente determinar una solución aproximada pero única de modo tal que sea válida para cualquier tipo de sección.

Tomando

$$\phi_3 \approx b(1 - r^2)$$

y haciendo uso del método de Galerkin se obtiene:

$$\phi_3 \approx -\frac{c_2 \cdot \ell^2}{2} \sum_{p=1}^P \frac{p \cdot a_p^2}{p+1} (1 - r^2) \quad (26)$$

La función ϕ_2 se determina siguiendo el procedimiento utilizado para calcular ϕ_1 .

La función ϕ_2 es expresable entonces en la forma:

$$\phi_2 \approx \sum_{m=1}^M D_m \cdot J_0(\alpha_m \cdot r) e^{-\lambda_m^2 \cdot z} \quad (27)$$

En general será conveniente tomar $M = N$. Dado que se debe verificar la igualdad

$$\phi_2 = \phi_3 \quad \text{para} \quad x_3 = 0$$

debe cumplirse también que:

$$\frac{c_2 \cdot \ell^2 \cdot S}{2} (1 - r^2) \approx \sum_{m=1}^N D_m \cdot J_0(\alpha_m \cdot r) \quad (28)$$

$$\text{donde} \quad S = \sum_{p=1}^P \frac{p \cdot a_p^2}{p+1}$$

Por consiguiente los coeficientes D_m son expresables mediante la expresión:

$$D_m = \frac{2}{J_1^2(\alpha_m)} \int_0^1 t \left[\frac{c_2 \ell^2}{2} \cdot S (1 - t^2) \right] J_0(\alpha_m t) dt =$$

$$= 2 c_2 \cdot l^2 \cdot s \cdot \frac{J_2(\alpha_m)}{\alpha_m^2 \cdot J_1^2(\alpha_m)} \quad (29)$$

La función ϕ_2 puede ser expresada ahora en la siguiente forma:

$$\phi_2 \approx 2 c_2 \cdot l^2 \cdot s \sum_{m=1}^N \frac{J_2(\alpha_m)}{\alpha_m^2 \cdot J_1^2(\alpha_m)} \cdot J_0(\alpha_m r) e^{-\lambda_m^2 \cdot z} \quad (30)$$

mientras que ϕ_3 es representada en forma aproximada por la expresión:

$$\phi_3 \approx -2 c_2 \cdot l^2 \cdot s \sum_{m=1}^N \frac{J_2(\alpha_m)}{\alpha_m^2 \cdot J_1^2(\alpha_m)} J_0(\alpha_m r) \quad (31)$$

La solución final del problema está dada por la adición de las ecuaciones (25), (30) y (31):

$$\begin{aligned} \phi \approx & \sum_{n=1}^N \frac{2}{\alpha_n \cdot J_1(\alpha_n)} J_0(\alpha_n r) e^{-\lambda_n^2 \cdot z} - \\ & - 2 c_2 \cdot l^2 \cdot s \sum_{n=1}^N \frac{J_2(\alpha_n)}{\alpha_n^2 \cdot J_1^2(\alpha_n)} \cdot J_0(\alpha_n r) (1 - e^{-\lambda_n^2 \cdot z}) \end{aligned} \quad (32)$$

2.4 - TEMPERATURA DE MEZCLA Y NUMERO DE NUSSELT

Estos dos parámetros son de importancia práctica. Aplicando la definición standard de temperatura de mezcla se tiene, en el plano :

$$\phi_M = \frac{\int_0^1 \int_0^{2\pi} \phi \left| \frac{dw}{d\xi} \right|^2 r \cdot dr \cdot d\theta}{\int_0^1 \int_0^{2\pi} \left| \frac{dw}{d\xi} \right|^2 r \cdot dr \cdot d\theta} = \sum_{n=1}^N \frac{2}{\alpha_n \cdot J_1(\alpha_n)} H_n \cdot e^{-\lambda_n^2 \cdot z}$$

$$= C_2 \cdot l^2 \cdot \sum_{n=1}^N \frac{2 \cdot S \cdot J_2(\alpha_n)}{\alpha_n^2 \cdot J_1^2(\alpha_n)} H_n (1 - e^{-\lambda_n^2 \cdot z}) \quad (33)$$

donde

$$H_n = \frac{\int_0^1 \int_0^{2\pi} J_0(\alpha_n r) \left| \frac{dw}{d\xi} \right|^2 \cdot r \cdot dr \cdot d\theta}{\int_0^1 \int_0^{2\pi} \left| \frac{dw}{d\xi} \right|^2 \cdot r \cdot dr \cdot d\theta} \quad (34)$$

El calor transferido por unidad de tiempo y de área de pared del conducto está dado por:

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{L(x_1, x_2) = 0} = - \left(k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=1} \right) / \left| \frac{dw}{d\xi} \right|_{r=1} \quad (35)$$

y el coeficiente de transferencia de calor es:

$$h = - \left(k \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_{r=1} \right) / \left(\phi_M \left| \frac{dw}{d\xi} \right|_{r=1} \right) \quad (36)$$

Es posible calcular ahora el número de Nusselt

$$(Nu = \frac{h D}{k} \quad \text{donde} \quad D = 2l) .$$

En definitiva se obtiene:

$$N_u = \frac{4 \sum_{n=1}^N e^{-\lambda_n^2 \cdot z} - 4 C_2 \cdot l^2 \cdot S \sum_{n=1}^N \frac{J_2(\alpha_n)}{\alpha_n \cdot J_1(\alpha_n)} (1 - e^{-\lambda_n^2 \cdot z})}{\left(\sum_{p=1}^P p \cdot a_p \right) \left[2 \sum_{n=1}^N \frac{H_n}{\alpha_n \cdot J_1(\alpha_n)} \cdot e^{-\lambda_n^2 \cdot z} - 2 C_2 \cdot l^2 \cdot S \cdot \sum_{n=1}^N \frac{J_2(\alpha_n)}{\alpha_n^2 J_1(\alpha_n)} H_n (1 - e^{-\lambda_n^2 \cdot z}) \right]} \quad (37)$$

Es interesante obtener los valores del número de Nusselt cuando z tiende a infinito. Se tiene entonces:

a) Sin generación de calor

$$(Nu)_{\infty} = \frac{2}{\sum_{p=1}^P p \cdot a_p} \cdot \frac{\alpha_1 J_1(\alpha_1)}{H_1} \quad (38)$$

b) con fuentes uniformes generadoras de calor:

$$(Nu)_{\infty} = \frac{2}{\left(\sum_{p=1}^P p \cdot a_p \right)} \cdot \left[\frac{\sum_{n=1}^N \frac{J_2(\alpha_n)}{\alpha_n J_1(\alpha_n)}}{\sum_{n=1}^N \frac{J_2(\alpha_n)}{\alpha_n^2 J_1^2(\alpha_n)} \cdot H_n} \right] \quad (39)$$

2.5 - RESULTADOS NUMERICOS

Se considera primeramente un conducto de sección cuadrada ya que este caso tiene solución exacta¹¹.

Los resultados aproximados están en acuerdo excelente con los valores exactos (Fig.2). Las Figuras 3,4,5 y 6 muestran variaciones de temperaturas de mezcla y números de Nusselt para varias configuraciones geométricas y diversos valores del parámetro $C_2 = -Q/k$.

3 - CONCLUSIONES

Se ha demostrado en este trabajo que el método de variable compleja provee soluciones unificadas de algunos problemas modernos de mecánica de fluidos y transferencia de calor de relativa complejidad.

Una de las características más importantes de este enfoque es el hecho de que permite obtener soluciones analíticas válidas para cualquier tipo de sección.

También debemos admitir que una de las desventajas principales del método es el hecho de que se debe conocer de antemano la función que efectúa la transformación, aunque se conocen numerosos métodos numéricos para determinarla.

4 - RECONOCIMIENTOS

Gran parte de la investigación sobre la cual se informa en este artículo ha sido obtenida mediante un subsidio del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.

El autor agradece la cooperación del Sr. Jose Omar Baioni en la preparación de los gráficos de este artículo.

REFERENCIAS

- 1 - Chi, M. and Laura, P.A. "An approximate Method to Determine Cutoff Frequencies of Waveguides of Arbitrary Cross Section" IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-13, N° 2, 1964.
- 2 - Laura, P.A. "On the Determination of the Natural Frequency of a Star Shaped Membrane" Journal of The Royal Aeronautical Society, pp. 274-275, 1964.
- 3 - Laura, P.A. and Chi, M. "An Approximate Method for the Study of Heat Conduction in Bars of Arbitrary Cross Section" Journal of Heat Transfer, Vol. 86, pp. 466-467, 1964.
- 4 - Laura, P.A. and Chi M. "An Application of Conformal Mapping to a Three Dimensional Unsteady Heat Conduction Problem" The Aeronautical Quarterly, Vol. XVI, pp. 221-230, 1965.
- 5 - Laura, P.A. and Faulstich, A.J. "An Application of Conformal Mapping to the Determination of the Natural Frequency of Membranes of Regular Polygonal Shape" Developments in Mechanics Vol. 3 pp. 155-164 (J. Wiley and Sons).
- 6 - Laura, P.A. and Shahady, P. "Complex Variable Theory and Elastic Stability" Journal of The Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, pp. 59-67, 1969.
- 7 - Brown, G.M. "Heat and Mass Transfer in a Fluid in Laminar Flow in a Circular or Flat Conduit" A.I. Ch.E. Journal, Vol. 6 N° 2 pags. 179-183, 1960.

- 8 - Larkin, B.K. "High Order Eigenfuctions of the Graetz Problem" A.I.Ch.E. Journal, Vol. 7, N° 9, p. 530, 1961.
- 9 - Casarella, M.J. ; Laura, P.A. and Chi, M. "On The Approximate Solution of Flow and Heat Transfer through Noncircular Conduits with Uniform Wall Temperature" British Journal of Applied Physics, Vol. 18, pp. 1327-1335, 1967.
- 10 - Casarella, M.J. ; Laura, P.A. and Ferragut, N. "On The Approximate Solution of Flow and Heat Transfer through Noncircular Conduits with Uniform Wall Temperature and Heat Generation " Nuclear Engineering and Design, 1971.
- 11 - Inman, R.M. "Heat Transfer Analysis for Liquid-Metal Flow in Rectangular Channels with Heat Sources in the Fluid" NASA TN D - 3837 - Feb. 1967.
- 12 - Laura, P.A. and Ercoli, R. "Analysis of Unsteady MHD Flow in Conduits of Arbitrary Cross Section by a Complex Variable Approach" a ser publicado en el Journal of the Acoustical Society of America (1972).
- 13 - Wu, S.T. and Jeng, D.R. "Unsteady MHD Flow in Arbitrary Ducts by Point - Matching Method" AIAA Journal, Vol. 7, N° 8, pp. 1612-1614, August 1969.
- 14 - Baltrukonis, J.H. "Axial Shear Vibrations of Star Shaped Bars by the Collocation Method" Catholic University of America Report N° 4 to Hercules Powder Co., Salt Lake City, 1963.
- 15 - Laura, P.A. "Application of the Point Matching Method in Wave - guide Problems" IEEE Trans.on Microwawe Theory and Techniques , Vol. MTT 14, N° 5, pp. 251-253, May 1966.
- 16 - Sparrow, E.M. and Haji - Sheikh, A. "Flow and Heat Transfer in Duots of Arbitrary Shape with Arbitrary Thermal Boundary Conditions" Journal of Heat Transfer, Vol. 88, pp. 351-356, 1966.

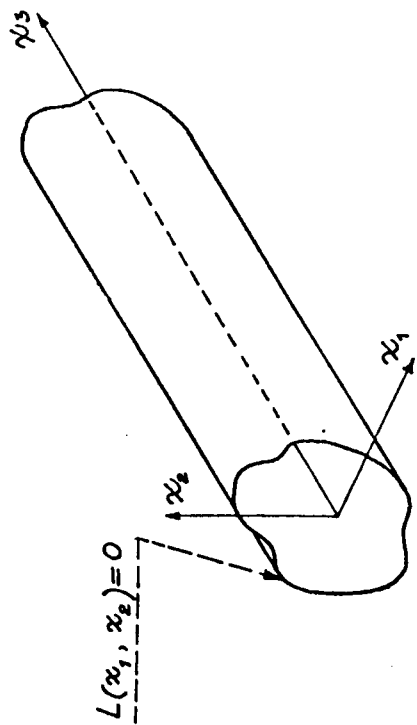
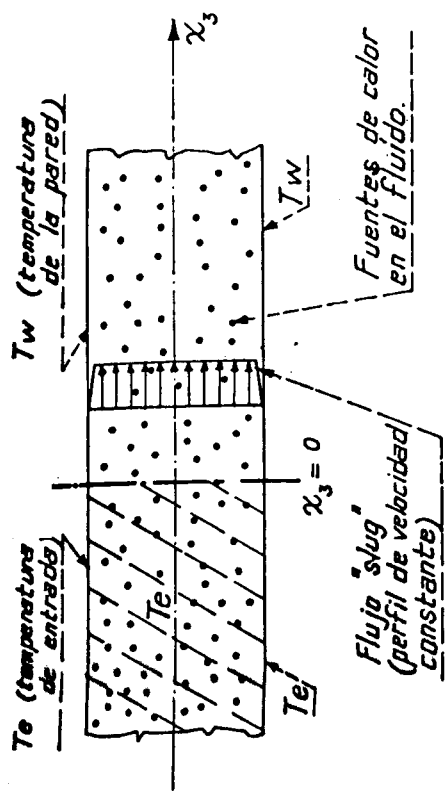


FIGURA 1 - Descripción del Modelo.

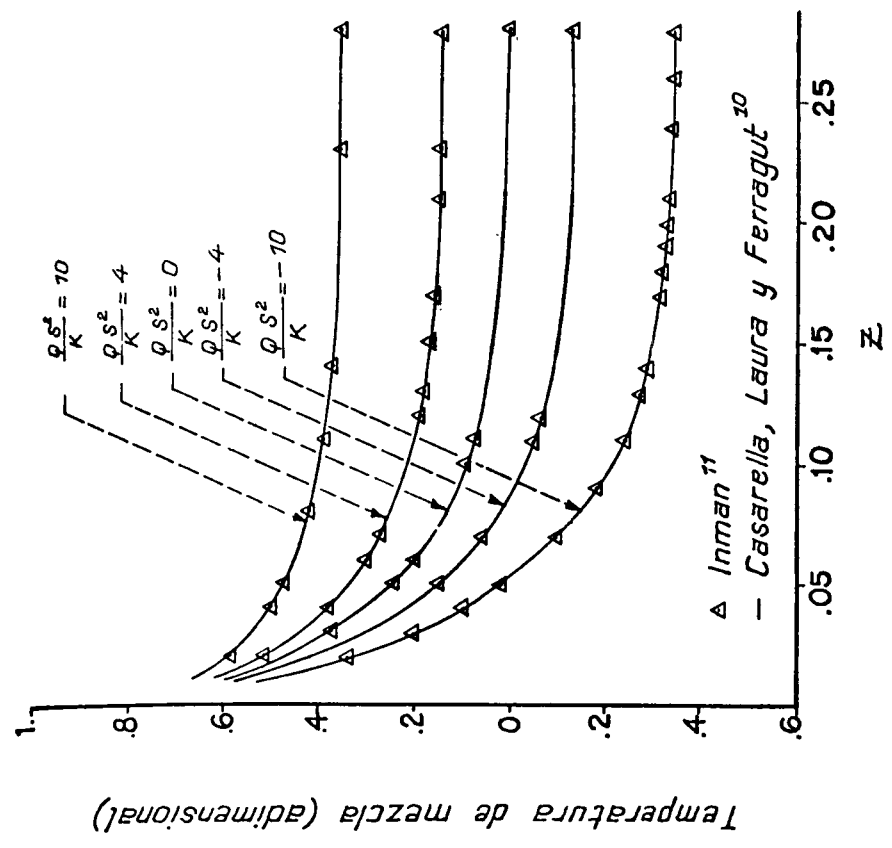


FIGURA 2 - Comparación de Resultados (Conducto Cuadrado)

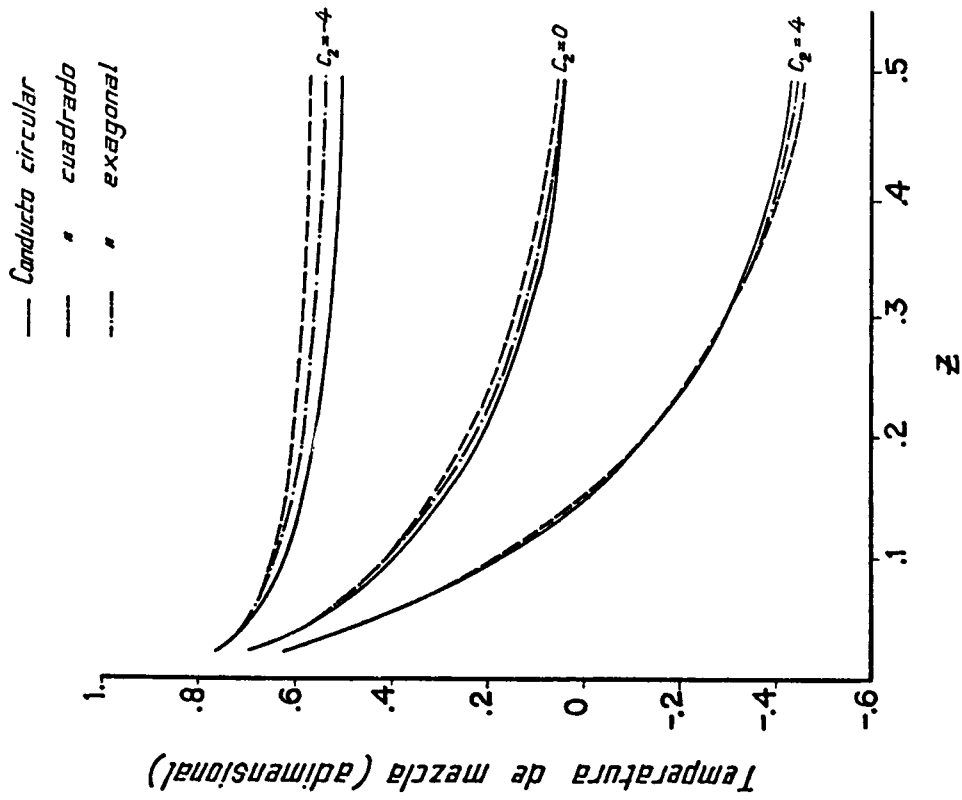


FIGURA 3 - Variación de la Temperatura de Mezcla ¹⁰

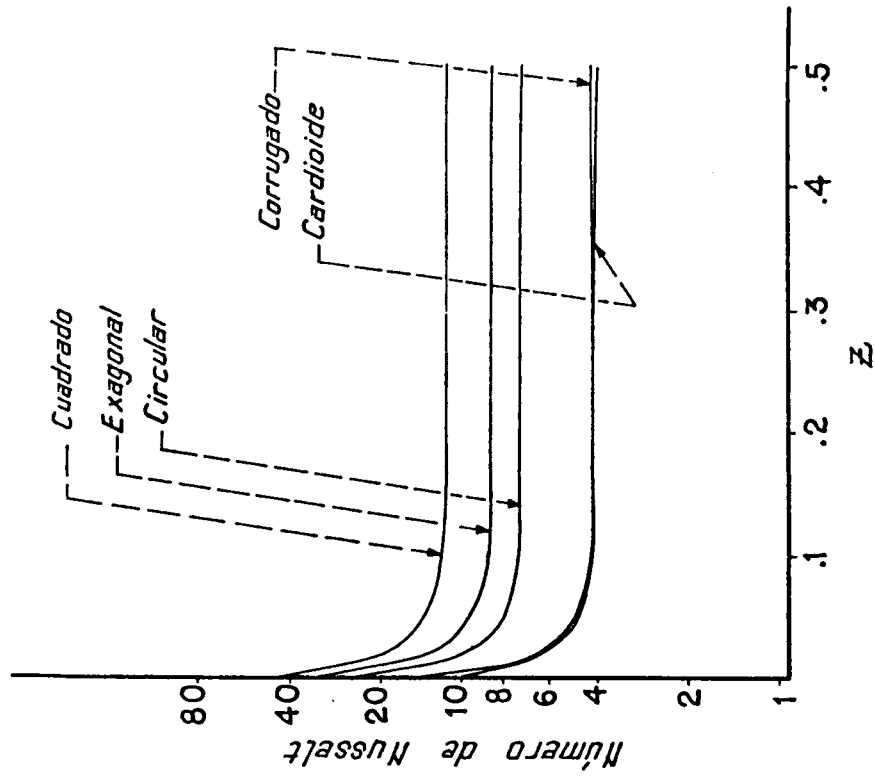


FIGURA 4 - Número de Nusselt para varias Configuraciones ¹⁰ ($C_2 = -4$)

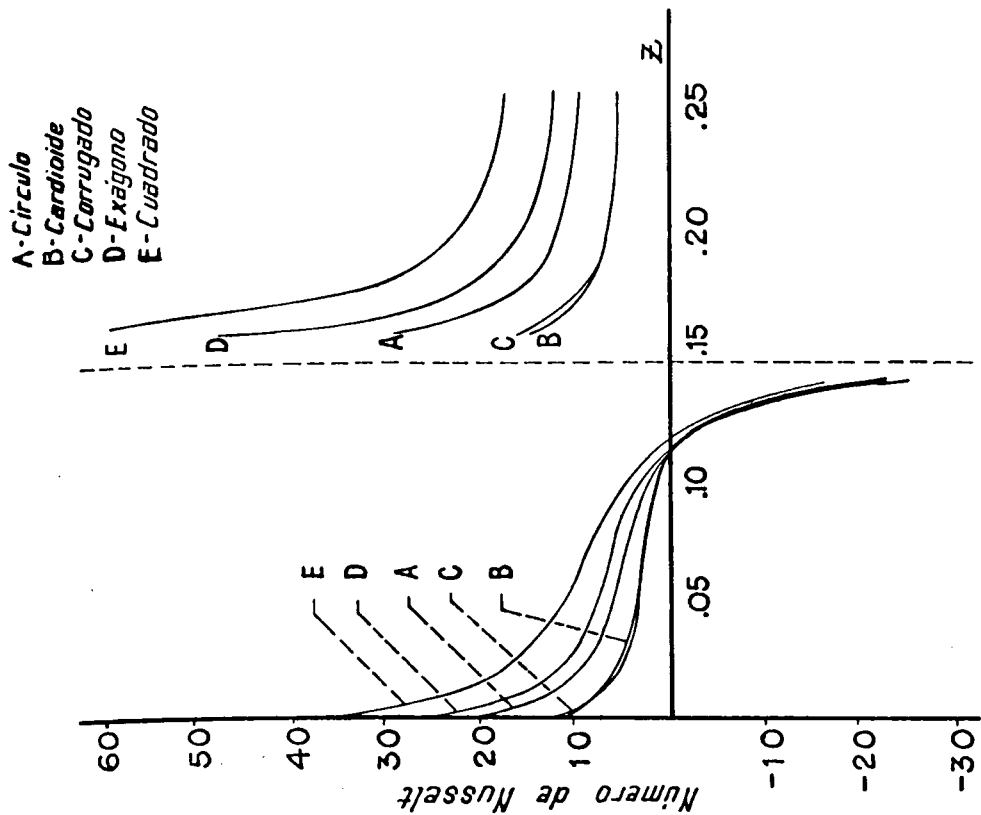


FIGURA 6 - Número de Nusselt para varias Configuraciones¹⁰ ($C_2 = 4$)

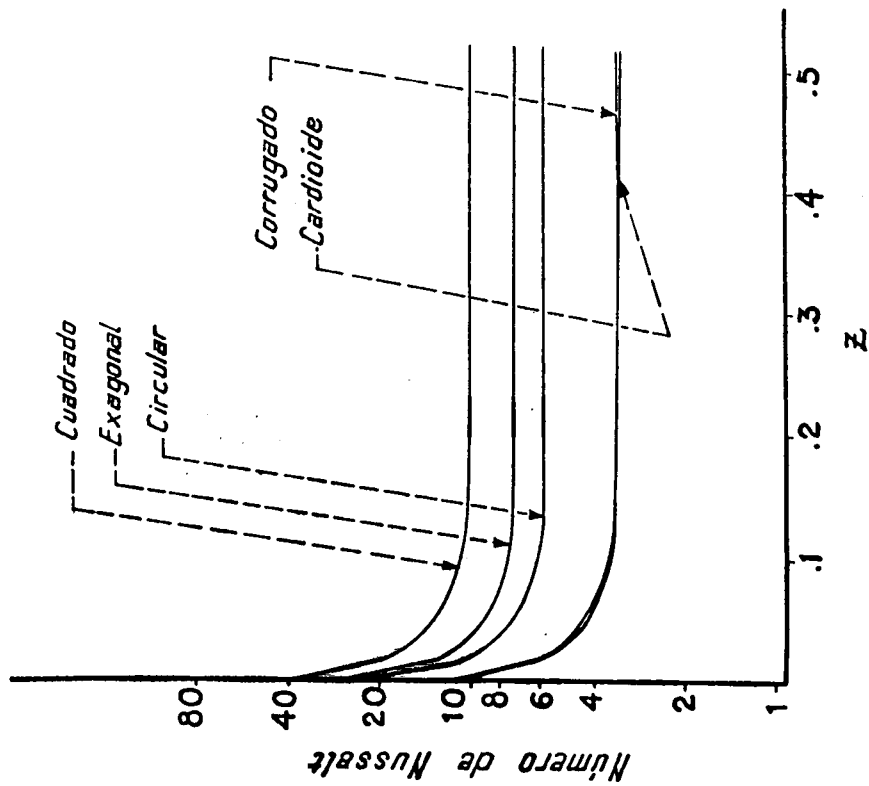


FIGURA 5 - Número de Nusselt para varias Configuraciones¹⁰ ($C_2 = 0$)