

06. 10. 70

C.N.E.A. Biblioteca	
ARCHIVO PUBLICACIONES	
Nº	1/1970

EFICIENCIAS DE MEDICION DE

CAMARAS CARDIACAS

Osvaldo O. Betti-Elma Tenreiro

Carlos A. Leguizán

1

INSTITUTO DE CÁLCULO FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Perú 272 - Buenos Aires

EFICIENCIAS DE MEDICION DE

CAMARAS CARDIACAS

Osvaldo O.Betti-Elma Tenreiro

Carlos A. Leguizamón

'EFICIENCIAS DE MEDICION DE

CAMARAS CARDIACAS'

*Osvaldo O. Betti- **Elma Tenreiro

**Carlos A. Leguizamón

* Instituto de Neurocirugía Costa Buero - Facultad
— de Ciencias Médicas. U.N.B.A. - Argentina.

— Comisión Nacional de Energía Atómica-Buenos Aires
Argentina.

**Biomatemática - Gerencia de Investigaciones-Comisión
Nacional de Energía Atómica-Buenos
Aires-Argentina.

- Instituto de Cálculo-Facultad de
Ciencias Exactas y Naturales. U.N.B.A.
Argentina.

R E S U M E N

El registro con un detector precordial del paso de un bolo radiactivo por el corazón conduce a la obtención de magnitudes cardíacas, a condición de que se conozcan las cantidades de material radiactivo presentes en cada una de las cámaras cardíacas en cada instante. En este trabajo los autores presentan métodos de obtención de las eficiencias de medición de cámaras cardíacas, basados en el análisis del trazado radiocardiográfico. El tratamiento matemático está precedido por el esquema adoptado sobre el aspecto dinámico del funcionamiento del corazón.

I N D I C E

1. NOMENCLATURA
2. INTRODUCCION
3. MECANISMOS DE FUNCIONAMIENTO CARDIACO
4. REFLEJO EN EL TRAZADO ELECTROCARDIOGRAFICO DE LAS DIVERSAS FASES MECANICAS DEL CICLO CARDIACO
5. CIRCULACION CORONARIA
6. PASAJE DE UN SOLO RADIOACTIVO POR EL CIRCUITO CARDIACO
 - 6.a) Zona de mezclado total.
7. PRIMER METODO DE OBTENCION DE ϵ_{VD}
 - 7.a) Cota superior de ϵ_{VD} .
 - 7.b) Cota inferior de ϵ_{VD} .
 - 7.c) Promedio de las cotas de ϵ_{VD} .
 - 7.d) Discusión.
8. SEGUNDO METODO DE OBTENCION DE ϵ_{VD} : OBTENCION DE ϵ_{RAD}
 - 8.a) Obtención de $C_{2RAD}^{(1)} / C_{3V}^{(1)}$ cuando no ingresa actividad desde el exterior pero aún hay actividad en la región auricular.
 - 8.b) Obtención de $C_{30V}^{(1)} / C_{3V}^{(1)}$ en la misma zona.
 - 8.c) Obtención de $\epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD}) / (\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) V_{SAD}$
 - 8.d) Obtención de ϵ_{VD} en términos de $\epsilon_{VD} / \epsilon_{RAD}$.
 - 8.e) Obtención de ϵ_{RAD} en función de ϵ_{VD} .
9. DISCUSION
10. BIBLIOGRAFIA

1. NOMENCLATURA

<u>SIMBOLO</u>	<u>SIGNIFICADO</u>
ϵ	eficiencia de medición.
ϵ_V	eficiencia de medición de un ventrículo.
H	velocidad de contaje.
d_V	cantidad de material radiactivo presente en un ventrículo.
ϵ_{VD}	eficiencia de medición del ventrículo derecho.
ϵ_{RAD}	eficiencia de medición de la región auricular derecha.
V_{SA}	volumen de sístole auricular: volumen de sangre enviado por la aurícula al ventrículo durante la "sístole auricular", completando el llenado de este último a expensas de una reducción del volumen de sangre contenido en la región auricular.
X_0	cantidad de material radiactivo inyectado.
ΔH_{34}	diferencia entre las velocidades de contaje al comienzo y al final de la "sístole ventricular".
d_{34V}	cantidad de material radiactivo expulsado por el ventrículo durante una "sístole ventricular" en la "zona exponencial".
d_{34VD}^0	cantidad de material radiactivo expulsado por el ventrículo derecho durante una "sístole ventricular" en la "zona pre-exponencial".
d_{34RAD}^0	cantidad de material radiactivo ingresado en la región auricular derecha durante una "sístole ventri-

- cular" en la "zona pre-exponencial".
- V_{VD} volumen de cámara del ventrículo derecho: volumen de cámara alcanzado por el ventrículo derecho al comienzo de la "sístole ventricular".
- V_S volumen de sístole ventricular: volumen de sangre expulsado por cada ventrículo durante la "sístole ventricular".
- H_1 velocidad de contaje al comienzo de la "diástole ventricular".
- H_2 velocidad de contaje al comienzo de la "sístole auricular".
- H_3 velocidad de contaje al comienzo de la "sístole ventricular".
- H_4 velocidad de contaje al final de la "sístole ventricular".
- SV "sístole ventricular": período durante el cual el ventrículo expulsa sangre.
- SA "sístole auricular": período durante el cual la auricula envía sangre al ventrículo, a expensas de una reducción del volumen de sangre contenido en la auricula.
- subínd. 1 comienzo de "diástole ventricular".
- " 2 comienzo de "sístole auricular".
- " 3 comienzo de "sístole ventricular".
- " 4 fin de "sístole ventricular".
- " 10 comienzo de la "diástole ventricular" anterior a la señalada con el subíndice 1.

- subínd.20 comienzo de la "sístole auricular" anterior a la se
ñalada con el subíndice 2.
- 30 comienzo de la "sístole ventricular" anterior a la
señalada con el subíndice 3.
- 40 fin de la "sístole ventricular" anterior a la seña-
lada con el subíndice 4.
- τ_R tiempo de revolución: duración de una revolución car-
díaca.
- K_D constante de "expulsión exponencial" del ventrículo
derecho, obtenida representando velocidades de con-
taje al comienzo de cada "sístole ventricular" cuan-
do solamente hay material radiactivo en el ventrí-
culo derecho (zona exponencial).
- H velocidad de contaje en la "zona ~~pre~~-exponencial":
cuando hay material radiactivo solamente en el ven-
trículo.
- H^0 velocidad de contaje en la "zona pre-exponencial";
desde el comienzo de ingreso del bolo radiactivo en
la región auricular hasta el comienzo de la "zona
exponencial".
- $H^{(1)}$ velocidad de contaje en la "zona intermedia": zona
en la cual no hay más ingreso de actividad al cora-
zón, pero aún hay material radiactivo en la región
auricular. Precede inmediatamente a la "zona expo-
nencial", estando comprendida en la "zona pre-expo-
nencial".

n^0	número de revolución cardíaca que precede al <u>comien</u> zo de la "zona intermedia".
n	número de revolución cardíaca con la que finaliza la "zona pre-exponencial".
$n+1$	número de la primer revolución cardíaca de la "zona exponencial".
V_{RAD}	volumen de cámara de la región auricular derecha al comienzo de la "sístole auricular".
V_{SAD}	volumen de sístole auricular derecha.
τ_S	tiempo de "sístole ventricular": duración de una "sístole ventricular".
k_{SD}	constante de "expulsión exponencial" del ventrículo derecho. Verifica: $k_{SD} \cdot \tau_S = K_D \cdot \tau_R$
C	concentración de actividad del radionucleído.
C_{VD}	concentración de actividad del radionucleído en el ventrículo derecho.
C_{RAD}	concentración de actividad del radionucleído en la región auricular derecha.
d_{4RAD}^0	cantidad de material radiactivo presente en la región auricular derecha al final de la "sístole ventricular", en la "zona pre-exponencial".
d_{3RAD}^0	cantidad de material radiactivo presente en la región auricular derecha al comienzo de una "sístole ventricular", en la "zona pre-exponencial".
$\epsilon_{VD(1)}$	cota superior de ϵ_{VD} .
$\epsilon_{VD(2)}$	cota inferior de ϵ_{VD} .

$\bar{\epsilon}_{VD}$	promedio de $\epsilon_{VD(1)}$ y $\epsilon_{VD(2)}$.
E	error absoluto de $\bar{\epsilon}_{VD}$ con respecto a ϵ_{VD} .
$E\%$ ϵ_{VD}	semidiferencia entre $\epsilon_{VD(1)}$ y $\epsilon_{VD(2)}$ expresadas en porcentajes de $\bar{\epsilon}_{VD}$.
d_{13V}^0	cantidad de material radiactivo ingresado en el <u>ven</u> <u>trículo</u> durante la totalidad de la "diástole <u>ventri</u> <u>cular</u> ", incluyendo la "sístole auricular", en la "zo na pre-exponencial",
Δd_{13RAD}^0	cantidad neta de material radiactivo ingresado en la región auricular derecha durante la "diástole <u>ventri</u> <u>cular</u> ", en la "zona pre-exponencial".
d_{13RAD}^0	cantidad total de material radiactivo ingresado a través de la región auricular derecha durante la "diástole ventricular", en la "zona pre-exponencial".
d_{23V}^0	cantidad de material radiactivo ingresado en el <u>ven</u> <u>trículo</u> durante la "sístole auricular", proveniente de la región auricular, en la "zona pre-exponencial".
d_{2V}^0	cantidad de material radiactivo presente en el ven- trículo al comienzo de la "sístole auricular", en la "zona pre-exponencial".
<i>superind. (1) corresponde a valores en la "zona intermedia".</i>	

2. INTRODUCCION

Cuando ingresa en el ventrículo una cantidad de material radiactivo, el detector ubicado sobre el área precordial registra una cierta velocidad de conteo proporcional a la dosis dentro del ventrículo. El factor de proporcionalidad se llama "eficiencia de medición" y puede expresarse como:

$$(2.1) \quad \epsilon_V = \frac{H(\text{cuentas/min.})}{d_V(\mu C_i)}$$

Esa eficiencia depende de todos los factores que afectan la medición de la actividad contenida en el ventrículo: factores de geometría, coeficientes de absorción de radiación y espesores de los tejidos interpuestos, volumen visto por el detector, factores de colimación, condiciones electrónicas de los equipos de conteo, viscosidad de la sangre que lleva el elemento radiactivo, etc.

Mientras se mantengan invariantes en el tiempo todos los factores mencionados, la eficiencia ϵ_V será un término constante. La obtención del valor de ϵ_V para las condiciones de la experiencia, permitirá conocer las cantidades de material radiactivo contenidas dentro del ventrículo mediante el registro de la velocidad de conteo precordial.

En un primer intento de obtener ϵ_V se consideran invariantes en el tiempo todos los factores que afectan la medición, vale decir que se desprecia la posible variación de ϵ_V debida al movimiento del corazón durante el ciclo cardíaco y se fijan las demás condiciones de detección.

Se presentan dos métodos de obtención de la eficiencia de medición para el ventrículo derecho cuando la inyección es no impulsiva.

En el primero de ellos se hace el tratamiento matemático de las velocidades de conteje en los puntos extremos de la sístole ventricular, en el segundo, se utilizan también los contajes durante las diástoles ventriculares y durante las sístoles auriculares, considerándose además los contajes correspondientes a un par de revoluciones cardíacas durante las cuales no se produce más ingreso de actividad desde el exterior.

En este último tratamiento, el valor de ϵ_{VD} queda en términos de la relación de eficiencias $\epsilon_{RAD}/\epsilon_{VD}$, y la expresión correspondiente se utiliza para obtener ϵ_{RAD} en función de ϵ_{VD} .

Previamente al tratamiento matemático, se presentará sucintamente el mecanismo cardíaco y las más importantes consideraciones relacionadas con el pasaje de un bolo radiactivo por las cámaras cardíacas, suponiéndose constante el volumen de sangre circulante durante el curso de la experiencia.

3. MECANISMOS DE FUNCIONAMIENTO CARDÍACO

Se hará un breve resumen del funcionamiento cardíaco; para más detalles se remite al lector al trabajo: "Caudal y otras magnitudes del corazón, mediante el método de la zona de mezclado total".

El ciclo cardíaco se inicia con la sístole auricular, durante la cual la aurícula, al contraerse, completa el llenado del ventrículo enviando a éste un volumen de sangre que en adelante denominaremos volumen sistólico auricular V_{SA} . Esta fase tiene una duración, de acuerdo a Houssay, de aproximadamente 0,11 segundos. A continuación se cierran las válvulas aurículo-ventriculares y comienza la fase de contracción isométrica durante la cual no

hay ni ingreso ni egreso de sangre del corazón. Esta fase dura aproximadamente 0,05 segundos.

Seguidamente se abren las válvulas de salida del ventrículo y comienza la expulsión ventricular, la que se lleva a cabo en tres etapas sucesivas: expulsión máxima ($\approx 0,09$ seg), expulsión reducida ($\approx 0,13$ seg) y protodiástole ($\approx 0,04$ seg). Durante todo el tiempo que dura la expulsión ventricular, la aurícula recupera su volumen de cámara máximo por ingreso de sangre desde las venas (cavas en aurícula derecha y pulmonares en aurícula izquierda).

Llamaremos volumen de sístole ventricular V_s al volumen de sangre expulsado por el ventrículo durante toda la fase de expulsión.

Finalizada ésta, se cierran las válvulas de salida del ventrículo y comienza la fase de relajación isométrica durante la cual no hay ingreso ni egreso de sangre del corazón. Esta fase dura aproximadamente 0,08 seg.

De inmediato se abren las válvulas aurículo-ventriculares y se inicia el llenado ventricular, el que se lleva a cabo en tres fases: lleno rápido ($\approx 0,11$ seg) lleno lento o diástasis ($\approx 0,19$ seg) y la sístole auricular con la cual se iniciará un nuevo ciclo cardíaco.

Durante el llenado ventricular el ventrículo recupera su volumen de cámara máxima.

4. REFLEJO EN EL TRAZADO ELECTROCARDIOGRAFICO DE LAS DIVERSAS FASES MECANICAS DEL CICLO CARDIACO

De acuerdo a Rushmer, una onda de excitación originada en el nódulo sino-auricular y que pasa sobre las aurículas origina una de-

flexión redondeada llamada onda P , la que es seguida por la contracción auricular.

La excitación de los ventrículos comienza al terminar la contracción auricular. El complejo QRS está formado por las rápidas deflexiones que acompañan a la excitación ventricular, siendo seguida inmediatamente por la contracción ventricular acompañada de la expulsión de sangre del ventrículo.

Completada la excitación ventricular, el trazado electrocardiográfico vuelve a la línea de base para ser seguido por una deflexión de curva suave ,onda T, que representa los estadios finales previos al cierre de las válvulas sigmoideas que preceden la vuelta al estado de reposo (relajación isométrica).

En resumen, en el trazado electrocardiográfico la onda P indica el comienzo de excitación auricular y pasaje de ella por las aurículas. Precede a la contracción auricular, la que se inicia aproximadamente 0,02 segundos después de la iniciación de la onda.

El complejo QRS refleja la excitación ventricular. Precede inmediatamente a la expulsión ventricular.

La onda T indica la vuelta al reposo (recuperación) correspondiente a la restauración del miocardio al estado de reposo.

En la figura 1 se han esquematizado las variaciones de los volúmenes de cámara del ventrículo y de la aurícula, juntamente con el trazado electrocardiográfico. Se indican además las diversas fases del ciclo cardíaco y los intervalos de tiempo correspondientes a cada una de ellas. Este esquema es simplificado y solamente tiene por objeto permitir la visualización del mecanismo del funcio-

namiento cardíaco adoptado en el presente trabajo.

5. CIRCULACION CORONARIA

Debe tenerse presente también la circulación coronaria al estudiar las variaciones de los volúmenes de sangre contenidos en el área cardíaca durante el ciclo cardíaco.

Al producirse la sístole ventricular ingresa sangre en la aorta, parte de la cual es transferida a la circulación coronaria durante la diástole ventricular subsiguiente. Salvo pequeñas diferencias entre arteria coronaria derecha e izquierda, la circulación coronaria se incrementa durante la diástole ventricular y disminuye durante la sístole ventricular. Durante esta última etapa, parte de la sangre contenida en el seno venoso coronario se transfiere a la aurícula derecha dando lugar a una "realimentación" del circuito circulatorio. Este último podría esquematizarse de la forma mostrada en la figura 2.

6. PASAJE DE UN BOLO RADIATIVO POR EL CIRCUITO CARDIACO

Inyectado un bolo radiactivo en la circulación venosa, aparece en el campo de visión del detector, ubicado sobre el área precordial, al comenzar a ingresar en la aurícula derecha. La primer fracción del bolo se supone que ingresa a la aurícula durante una diástole ventricular y parte de ella es transferida al ventrículo quedando en la aurícula la fracción restante. (Fig. N°3).

Durante la sístole auricular, la aurícula transfiere al ventrículo un volumen de sístole auricular V_{SA} completando el lleno ventricular.

Durante la fase de contracción isométrica la cantidad de trazador presente en ambas cámaras derechas se mantiene constante. Al abrirse las válvulas sigmoideas se inicia la sístole ventricular mecánica, durante la cual el ventrículo expulsa un volumen de sístole V_S , manteniéndose siempre constante la concentración de actividad en el mismo. Durante este tiempo la aurícula recupera su volumen de cámara máximo, mediante el ingreso desde las venas cavas de un volumen de sangre (igual al volumen de sístole auricular) el que lleva una nueva fracción del bolo radiactivo. Por consiguiente, la concentración de actividad dentro de la aurícula varía durante esta fase.

Finalizada la sístole ventricular se cierran las válvulas sigmoideas y comienza la fase de relajación isométrica, durante la cual las válvulas aurículo-ventriculares permanecen cerradas. Por lo tanto, no varía el volumen de sangre contenido en el ventrículo ni su concentración de actividad. Asimismo en la aurícula se mantienen constantes el volumen contenido y la concentración de actividad.

Al abrirse las válvulas aurículo-ventriculares se transfiere al ventrículo un volumen de sangre $V_S - V_{SA}$ durante las fases de lleno rápido y lleno lento (diastasis).

Durante la sístole ventricular, mientras se produce el ingreso de sangre de concentración mayor que la que se expulsa, los valores de la curva de velocidades de conteo aumentan. Cuando ingresan las porciones finales del bolo (más diluídas) los valores de la curva de conteos decrecen.

Durante la sístole auricular, la curva refleja aumento de sus valores si la eficiencia de medición del ventrículo es mayor que la de la aurícula, y disminuyen sus valores en caso contrario.

Durante la primera parte de la diástole ventricular, mientras se produce aún ingreso de fracciones del bolo radiactivo, la curva de contajes aumenta.

Cuando ya no se produce más ingreso de actividad desde las venas cavas, la velocidad de conteaje se mantiene más o menos constante durante la diástole ventricular; durante la sístole ventricular la caída se hace más pronunciada debido a que la contribución de la aurícula a la velocidad de conteaje total se mantiene constante, y la única variación se debe a la expulsión desde el ventrículo. A partir del momento en que la aurícula transfiere al ventrículo el resto de actividad (la porción final del bolo radiactivo), la velocidad de conteaje corresponde exclusivamente al ventrículo y la curva registrada es la curva de lavado ventricular. Desde ese punto se la denominará en adelante "zona exponencial". En esa zona, en cada sístole ventricular se expulsa una cantidad de trazador proporcional a la cantidad presente en el ventrículo, y de una sístole a la siguiente esta cantidad varía en forma aproximadamente exponencial gracias a la dilución producida por el ingreso de sangre limpia durante la diástole. Las velocidades de conteaje al comienzo de la sístole ventricular (o al fin de la misma) en la zona exponencial se suceden siguiendo una ley exponencial de la forma:

$$(6.1) \quad H_{3j} = H_{30} e^{-jK_D \tau_R}$$

$j = n^{\circ}$ de ciclos cardíacos transcurridos desde que se registró H_{30} .

La porción de la curva registrada desde el comienzo del pasaje del bolo radiactivo hasta el comienzo de la zona exponencial se denominará en adelante "zona pre-exponencial", y las velocidades de conteje serán H_i^0 .

Inmediatamente antes de la "zona exponencial" hay una parte de la curva correspondiente a los ciclos cardíacos que se suceden cuando ya no ingresa más actividad al corazón pero aún hay actividad en la región auricular. La curva de velocidades de conteje decrece, pero las velocidades de conteje H_j no siguen aún la ley dada en (6.1). A esta zona se la denominará "zona intermedia", y las velocidades de conteje se representarán con $H_i^{(1)}$.

La revolución cardíaca al comienzo de esta zona será la número $n^{\circ}+1$ se incluye esta zona dentro de la zona pre-exponencial.

Una vez que el bolo radiactivo ha recorrido la circulación pulmonar, comienza a ingresar en la aurícula izquierda y a ser transferido al ventrículo izquierdo en la misma forma que para el lado derecho del corazón. La diferencia fundamental se presenta cuando se produce la expulsión de la primera fracción del bolo desde el ventrículo izquierdo hacia la aorta y desde allí es parcialmente transferida a la circulación coronaria.

En la primera diástole ventricular durante la cual ingresa por primera vez actividad en la circulación coronaria, la velocidad de conteje registrada por el detector incrementará por encima de lo que correspondería al ingreso de actividad en el corazón izquierdo. Finalizada la diástole, se produce la contracción isométrica. Du-

rante esta fase la circulación coronaria comienza a disminuir. El contaje correspondiente a aurícula y ventrículo izquierdos se mantiene constante, pero el contaje total disminuye como consecuencia de la reducción del volumen en la circulación coronaria. Se inicia seguidamente la sístole auricular, durante la cual el ventrículo expulsa parte de la sangre que contiene, la aurícula recibe más sangre portadora de una nueva fracción de bolo radiactivo, y la circulación coronaria se reduce aún más. Durante esta fase, parte de la sangre expulsada de la circulación coronaria ingresa en la aurícula derecha. La velocidad de contaje total será la suma de los contajes correspondientes a todos esos factores: expulsión ventricular izquierda, ingreso auricular izquierdo, expulsión coronaria e ingreso auricular derecho.

A partir de ese momento, el proceso registrado por el detector corresponde al pasaje de un bolo radiactivo (proveniente del pulmón) por el corazón izquierdo, más el pasaje de otro bolo radiactivo (proveniente de la circulación coronaria) por el corazón derecho, más el pasaje de un bolo radiactivo (proveniente de la aorta) por la circulación coronaria.

Similarmente, durante la fase de relajación isométrica se producen variaciones de volúmenes en el lecho coronario, las que afectarán también la forma de la curva total registrada.

Es de notar que la contribución coronaria no afectará la curva de pasaje del bolo radiactivo por el corazón derecho.

6.a) Zona de mezclado total.

Durante el pasaje del bolo radiactivo por el lecho vascular,

aquél se va diluyendo de manera tal que, después de transcurrido un cierto tiempo, el material radiactivo queda distribuido uniformemente en todo el volumen de sangre corporal circulante. El tiempo requerido depende de numerosos factores, entre los que pueden mencionarse el tamaño del bolo, el volumen sistólico, los volúmenes de las cámaras cardíacas, la distribución del lecho vascular, etc.

El registro precordial de la velocidad de conteaje en esta zona de mezclado total reflejará las variaciones de los volúmenes sanguíneos vistos por el detector, siendo la misma la concentración de actividad en todos los puntos. La curva ideal de velocidades de conteaje en el tiempo será entonces una función periódica del tiempo, de período igual al tiempo de revolución cardíaca τ_R .

7. PRIMER METODO DE OBTENCION DE ϵ_{VD} .

En la "zona exponencial" del radiocardiograma, la diferencia de conteaje entre comienzo y fin de sístole ventricular es:

$$\Delta H_{34} = H_3 - H_4 = d_{34V} \cdot \epsilon_{VD}$$

Sumando para todos los ΔH_{34} de esa zona es:

$$(7.1) \quad \sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} = \epsilon_{VD} \cdot \sum_{i=n+1}^{\infty} d_{34Vi}$$

Donde la sumatoria

$$\sum_{i=n+1}^{\infty} d_{34Vi}$$

representa la dosis expulsada por el ventrículo en toda la zona

exponencial y n indica el número de ciclo cardíaco en el que ingresa al ventrículo la porción final del bolo radiactivo.

La dosis total inyectada X_0 se expulsa a lo largo de toda la curva, por lo tanto es:

$$(7.2) \quad X_0 = \sum_{i=1}^n d_{34V_i}^0 + \sum_{i=n+1}^{\infty} d_{34V_i}$$

donde $\sum_{i=1}^n d_{34V_i}^0$ es la dosis expulsada por el ventrículo desde el comienzo de la curva hasta el punto en el que se hace exponencial.

En esa zona pre-exponencial, la diferencia entre las velocidades de contejo al comienzo y al fin de la sístole ventricular es:

$$\Delta H_{34}^0 = \epsilon_{VD} \cdot d_{34V}^0 - \epsilon_{RAD} \cdot d_{34RAD}^0$$

Sumando para todas las sístoles ventriculares de la zona pre-exponencial, es:

$$(7.3) \quad \sum_{i=1}^n \Delta H_{34_i}^0 = \epsilon_{VD} \cdot \sum_{i=1}^n d_{34V_i}^0 - \epsilon_{RAD} \cdot \sum_{i=1}^n d_{34RAD_i}^0$$

Sumando (7.1) y (7.3), es:

$$(7.4) \quad \sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34_i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{34_i}^0 = \epsilon_{VD} \cdot \left(\sum_{i=n+1}^{\infty} d_{34V_i} + \sum_{i=1}^n d_{34V_i}^0 \right) - \epsilon_{RAD} \cdot \sum_{i=1}^n d_{34RAD_i}^0$$

Reemplazando en (7.4) por (7.2), resulta ser:

$$\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34_i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{34_i}^0 = \epsilon_{VD} \cdot X_0 - \epsilon_{RAD} \cdot \sum_{i=1}^n d_{34RAD_i}^0$$

Despejando ϵ_{VD} , se obtiene:

$$(7.5) \quad \epsilon_{VD} = \frac{1}{X_0} \left(\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34_i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{34_i}^0 \right) + \frac{\epsilon_{RAD}}{X_0} \cdot \sum_{i=1}^n d_{34RAD_i}^0$$

En (7.5) , el término $\frac{\epsilon_{RAD}}{X_0} \cdot \sum_{i=1}^n d_{34RAD_i}^0$ representa la contribución, en velocidad de conteaje , de las fracciones de dosis ingresadas en la región auricular durante las sístoles ventriculares de la zona pre-exponencial.

La obtención de ϵ_{VD} queda entonces supeditada a la determinación de esa contribución. Si ésta no puede ser obtenida, siempre puede acotarse el valor de ϵ_{VD} con valores aproximados.

7.a) Cota superior de ϵ_{VD} .

En la zona llamada pre-exponencial, al comienzo de la sístole ventricular el conteaje total puede expresarse como:

$$H_3^0 = \epsilon_{VD} \cdot V_{VD} \cdot C_{3VD} + \epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD}) C_{3RAD}$$

Al final de la sístole ventricular, será:

$$H_4^0 = \epsilon_{VD} (V_{VD} - V_S) C_{3VD} + \epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD}) C_{3RAD} + \\ + \epsilon_{RAD} \cdot d_{34RAD}$$

$$(7.a.I) \quad \Delta H_{34}^0 = \epsilon_{VD} \cdot V_S \cdot C_{3VD} - \epsilon_{RAD} \cdot d_{34RAD}^0$$

Considerando la expresión

$$(*) V_S = V_{VD} (1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S})$$

podría escribirse:

(*) Esta expresión no implica una salida exponencial durante la sístole ventricular. La variación de la velocidad de conteaje por la expulsión depende de la forma de la contracción ventricular, mecanismos valvulares, etc. Las velocidades de conteaje al fin de cada sístole ventricular seguirán una ley exponencial, debido al

$$\begin{aligned}
 H_3^0(1-e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) &= \epsilon_{VD} \cdot V_S \cdot C_{3VD} + \epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD}) \\
 &\quad \cdot (1-e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) C_{3RAD} \\
 \therefore \epsilon_{VD} \cdot V_S \cdot C_{3VD} &= H_3^0(1-e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) - \\
 &\quad - \epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD}) (1-e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) C_{3RAD}
 \end{aligned}$$

Reemplazando en (7.a.I) y sumando para toda la zona pre-exponencial, es:

$$\begin{aligned}
 (7.a.II) \quad \sum_{i=1}^n \Delta H_{34i}^0 &= \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 (1-e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) - \\
 &\quad - \epsilon_{RAD} \cdot \sum_{i=1}^n \left[d_{34RADi}^0 + (V_{RAD} - V_{SAD}) (1-e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) C_{3RADi} \right]
 \end{aligned}$$

Reemplazando en (7.5) y (7.a.II) , es:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{VD} &= \frac{1}{X_0} \left\{ \sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} + \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 (1-e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) - \right. \\
 &\quad - \epsilon_{RAD} \cdot \sum_{i=1}^n \left[d_{34RADi}^0 + (V_{RAD} - V_{SAD}) (1-e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \right] \\
 &\quad \left. \cdot C_{3RADi} \right\} + \frac{\epsilon_{RAD}}{X_0} \cdot \sum_{i=1}^n d_{34RADi}^0
 \end{aligned}$$

Operando y reordenando , resulta:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{VD} &= \frac{1}{X_0} \left[\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} + (1-e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 \right] - \\
 &\quad - \frac{\epsilon_{RAD}}{X_0} (1-e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \sum_{i=1}^n (V_{RAD} - V_{SAD}) C_{3RADi}
 \end{aligned}$$

efecto de dilución, cuando ya no se produzca ingreso de actividad al ventrículo. (Ver (6.1)). La constante K_D de esa exponencial estará relacionada con k_{SD} según la expresión: $K_D \cdot \tau_R = k_{SD} \cdot \tau_S$

Llamando d_{3RAD}^0 a la dosis presente en la aurícula al comienzo de la sístole ventricular, es:

$$(7.a.III) \quad \epsilon_{VD} = \frac{1}{X_0} \left[\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34_i} + (1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \sum_{i=1}^n H_{3_i}^0 \right] - \frac{\epsilon_{RAD}}{X_0} (1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \sum_{i=1}^n d_{3RAD_i}^0$$

En esta expresión el término:

$$(7.a.IV) \quad \frac{\epsilon_{RAD}}{X_0} (1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \sum_{i=1}^n d_{3RAD_i}^0$$

será siempre mayor o igual a cero, por lo tanto puede obtenerse una cota superior de ϵ_{VD} con la aproximación:

$$(7.a.V) \quad \epsilon_{VD(1)} = \frac{1}{X_0} \left[\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34_i} + (1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \sum_{i=1}^n H_{3_i}^0 \right]$$

Siendo

$$(7.a.VI) \quad \epsilon_{VD} \leq \epsilon_{VD(1)}$$

7.b) Cota inferior de ϵ_{VD}

En la expresión (7.5) el término

$$\frac{\epsilon_{RAD}}{X_0} \sum_{i=1}^n d_{34RAD_i}^0$$

es siempre positivo o nulo; se obtiene una cota inferior de ϵ_{VD} con la aproximación:

$$(7.b.I) \quad \epsilon_{VD(2)} = \frac{1}{X_0} \left[\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34_i} + \sum_{i=1}^n H_{34_i}^0 \right]$$

siendo:

$$(7.b.II) \quad \epsilon_{VD} \geq \epsilon_{VD(2)}$$

7.c) Promedio de las cotas de ϵ_{VD}

De las expresiones (7.a.VI) y (7.b.II) resulta:

$$(7.c.I) \quad \epsilon_{VD(2)} \leq \epsilon_{VD} \leq \epsilon_{VD(1)}$$

da donde se concluye que ϵ_{VD} está totalmente acotado por las aproximaciones $\epsilon_{VD(1)}$ y $\epsilon_{VD(2)}$:

$$\epsilon_{VD} \in [\epsilon_{VD(2)}, \epsilon_{VD(1)}]$$

Se podrá entonces aproximar ϵ_{VD} por el promedio de sus cotas extremas, con un error menor que la mitad de la diferencia de éstas:

$$(7.c.II) \quad \bar{\epsilon}_{VD} = \frac{\epsilon_{VD(1)} + \epsilon_{VD(2)}}{2} \pm E$$

siendo :

$$(7.c.III) \quad E \leq \frac{\epsilon_{VD(1)} - \epsilon_{VD(2)}}{2}$$

Con (7.c.II) y las expresiones (7.a.V) y (7.b.I), se obtiene:

$$(7.c.IV) \quad \bar{\epsilon}_{VD} = \frac{1}{2X_0} \left[\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} + (1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 + \sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{34i}^0 \right]$$

siendo:

$$\sum_{i=1}^n \Delta H_{34i}^0 = \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 - \sum_{i=1}^n H_{4i}^0$$

resulta ser:

$$(7.c.V) \quad \bar{\epsilon}_{VD} = \frac{1}{X_0} \left[\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} + (1 - \frac{1}{2} e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n H_{4i}^0 \right]$$

Además:

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon_{VD(1)} - \epsilon_{VD(2)}}{2} &= \frac{1}{2X_0} \left[\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} + \right. \\ &+ (1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 - \sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} - \\ &\left. - \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 + \sum_{i=1}^n H_{4i}^0 \right] \end{aligned}$$

Operando, resulta finalmente:

$$(7.c.VI) \quad \frac{\epsilon_{VD(1)} - \epsilon_{VD(2)}}{2} = \frac{1}{2X_0} \left[\sum_{i=1}^n H_{4i}^0 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S} \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 \right]$$

Se puede calcular qué porcentaje de $\bar{\epsilon}_{VD}$ representa esa expresión:

$$E_{\bar{\epsilon}_{VD}}^{\%} = \frac{10^2 \frac{\epsilon_{VD(1)} - \epsilon_{VD(2)}}{2}}{\bar{\epsilon}_{VD}} = 10^2 \frac{\epsilon_{VD(1)} - \epsilon_{VD(2)}}{\epsilon_{VD(1)} + \epsilon_{VD(2)}}$$

Resulta ser:

$$E_{\bar{\epsilon}_{VD}}^{\%} = \frac{\sum_{i=1}^n H_{4i}^0 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S} \sum_{i=1}^n H_{3i}^0}{2 \sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} + 2 \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S} \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 - \sum_{i=1}^n H_{4i}^0} \cdot 100$$

Sumando y restando $\sum_{i=1}^n H_{4i}^0$, en el denominador, agrupando y operando, se obtiene finalmente:

$$(7.c.VII) \quad \frac{E}{\epsilon_{VD}} = \frac{10^2}{1 + \frac{2 \sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{34i}^0}{\sum_{i=1}^n H_{4i}^0 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S} \sum_{i=1}^n H_{3i}^0}}$$

Resumiendo: el valor ϵ_{VD} puede aproximarse por el valor $\bar{\epsilon}_{VD}$ dado en la expresión (7.c.V) con un porcentaje de error menor o igual al dado por la expresión (7.c.VII).

7.d) Discusión.

(7.d.I) El error de $\bar{\epsilon}_{VD}$ será cero, según la expresión (7.c.VII) cuando se cumpla

$$\sum_{i=1}^n H_{4i}^0 = e^{-k_{SD} \cdot \tau_S} \sum_{i=1}^n H_{3i}^0$$

Esto sucederá cuando la curva de conteaje en función del tiempo sea exponencial durante las sístoles en la zona pre-exponencial.

En ese caso, $\bar{\epsilon}_{VD}$ estará dado por:

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_{VD}(\% = 0) &= \frac{1}{X_0} \left[\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} + \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} e^{-k_{SD} \cdot \tau_S} \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n H_{4i}^0 \right] = \\ &= \frac{1}{X_0} \left[\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} + \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 - \sum_{i=1}^n H_{4i}^0 \right] \\ \therefore \bar{\epsilon}_{VD}(\% = 0) &= \frac{1}{X_0} \left[\sum_{i=n+1}^{\infty} \Delta H_{34i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{34i}^0 \right] = \epsilon_{VD}(2) \end{aligned}$$

Corresponde a la expresión de ϵ_{VD} cuando no hay contribución de conteaje durante la sístole por ingreso de actividad en la

aurícula. En ese punto también es $\bar{\epsilon}_{VD}(z=0) = \epsilon_{VD}(2)$

(7.d.II) También será $E \frac{z}{\epsilon_{VD}} = 0$ cuando toda la curva de conteaje sea exponencial (inyección impulsiva), en ese caso será:

$$\sum_{i=1}^n H_{4i}^0 = \sum_{i=1}^n H_{3i}^0 = 0$$

(7.d.III) El error de $\bar{\epsilon}_{VD}$ será menor cuanto menor sea la contribución de la parte pre-exponencial de la curva, vale decir que será :

$$\bar{\epsilon}_{VD} + \epsilon_{VD}$$

cuando la inyección tienda a ser impulsiva, o cuando el bolo, aún no siendo impulsivo, tenga la mayor concentración al final. En esos casos, la porción pre-exponencial de la curva será o bien de muy pocos términos (bolo casi impulsivo) o bien de conteajes muy bajos (bolo concentrado al final).

8. SEGUNDO METODO DE OBTENCION DE ϵ_{VD} : OBTENCION DE ϵ_{RAD} .

La diferencia de velocidades de conteaje entre fin y comienzo de diástole ventricular es:

$$(8.1) \quad H_3^0 - H_1^0 = \epsilon_{VD} \cdot d_{13V}^0 + \epsilon_{RAD} \cdot \Delta d_{13RAD}^0$$

Donde Δd_{13RAD}^0 es el ingreso neto de actividad en la región auricular durante la diástole ventricular; puede expresarse así:

$$\Delta d_{13RAD}^0 = d_{13RAD}^0 - d_{13V}^0$$

Por lo tanto, puede escribirse (8.1) en la forma:

$$(8.2) \quad \Delta H_{31}^0 = H_3^0 - H_1^0 = \epsilon_{VD} \cdot d_{13V}^0 + \epsilon_{RAD} (d_{13RAD}^0 - d_{13V}^0)$$

$$(8.3) \quad \Delta H_{31}^0 = (\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) d_{13V}^0 + \epsilon_{RAD} \cdot d_{13RAD}^0$$

Sumando para todas las diástoles ventriculares desde el comienzo del ingreso del bolo hasta que termina de ingresar en ventrículo (zona pre-exponencial), es:

$$(8.4) \quad \sum_{i=1}^n H_{31i}^0 = (\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) \cdot \sum_{i=1}^n d_{13Vi}^0 + \epsilon_{RAD} \cdot \sum_{i=1}^n d_{13RADi}^0$$

El ingreso de actividad en el ventrículo derecho se realiza solamente durante las diástoles ventriculares de la zona pre-exponencial, por lo tanto resulta ser:

$$\sum_{i=1}^n d_{13Vi}^0 = X_0 = \sum_{i=1}^{n^0} d_{13Vi}^0 + \sum_{i=n^0+1}^n d_{13Vi}^{(1)}$$

Además, entra actividad en aurícula hasta la sístole n^0 .

Puede escribirse entonces:

$$(8.5) \quad \sum_{i=1}^n \Delta H_{31i}^0 = (\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) X_0 + \epsilon_{RAD} \cdot \sum_{i=1}^{n^0} d_{13RADi}^0$$

De esta expresión puede despejarse ϵ_{VD} en función de la relación $\epsilon_{RAD}/\epsilon_{VD}$:

$$(8.6) \quad \epsilon_{VD} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta H_{31i}^0}{X_0 \left[1 + \frac{\epsilon_{RAD}}{\epsilon_{VD}} \left(\frac{1}{X_0} \cdot \sum_{i=1}^{n^0} d_{13RADi}^0 - 1 \right) \right]}$$

En (8.6) , $\sum_{i=1}^{n^0} d_{13RAD_i}^0$ es la dosis total que ingresó al corazón durante las diástoles ventriculares. Por lo tanto, la dosis total que ingresó durante las sístoles ventriculares será:

$$\sum_{i=1}^{n^0} d_{34RAD_i}^0 = X_0 - \sum_{i=1}^{n^0} d_{13RAD_i}^0$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{n^0} d_{34RAD_i}^0 = X_0 \left(\frac{1}{X_0} \cdot \sum_{i=1}^{n^0} d_{13RAD_i}^0 - 1 \right)$$

Pudiendo entonces expresarse ϵ_{VD} en la forma:

$$(8.7) \quad \epsilon_{VD} = \frac{\sum_{i=1}^n H_{31_i}^0}{X_0 - \frac{\epsilon_{RAD}}{\epsilon_{VD}} \cdot \sum_{i=1}^{n^0} d_{34RAD_i}^0}$$

Mientras que en la expresión (8.6) figura la dosis ingresada en corazón durante las diástoles ventriculares, en la expresión (8.7) interviene la dosis ingresada en corazón durante las sístoles ventriculares.

La velocidad de conteo registrada al fin de la sístole ventricular puede expresarse en términos de las dosis contenidas en ventrículo y en región auricular en ese momento, expresadas en función de las concentraciones de actividad correspondientes y de los volúmenes respectivos:

$$(8.8) \quad H_4^0 = \epsilon_{VD} (V_{VD} - V_S) C_{4VD}^0 + \epsilon_{RAD} \cdot V_{RAD} \cdot C_{4RAD}^0$$

Pero la dosis en la región auricular en ese momento es:

$$\begin{aligned} V_{RAD} \cdot C_{4RAD}^0 &= d_{4RAD}^0 = d_{3RAD}^0 + d_{34RAD}^0 = \\ &= (V_{RAD} - V_{SAD}) \cdot C_{3RAD}^0 + d_{34RAD}^0 \end{aligned}$$

Por lo tanto será:

$$H_4^0 = \epsilon_{VD} (V_{VD} - V_S) C_{4VD}^0 + \epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD}) C_{3RAD}^0 + \epsilon_{RAD} \cdot d_{34RAD}^0$$

(De 1 a n^0 es $d_{34RAD} \neq 0$, de n^0+1 a n es $d_{34RAD}^{(1)} = 0$)

Sumando para todas las sístoles ventriculares de la zona pre-exponencial, es:

$$(8.9) \quad \sum_{i=1}^n H_{4i}^0 = \epsilon_{VD} (V_{VD} - V_S) \cdot \sum_{i=1}^n C_{4VDi}^0 + \epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD}) \cdot \sum_{i=1}^n C_{3RADi}^0 + \epsilon_{RAD} \cdot \sum_{i=1}^{n^0} d_{34RADi}^0$$

(Debido a que es

$$\sum_{i=1}^n d_{34RADi}^0 = \sum_{i=1}^{n^0} d_{34RADi}^0$$

porque:

$$\sum_{i=n^0+1}^n d_{34RADi}^{(1)} = 0)$$

Sumando (8.9) a (8.5), es:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n H_{4i}^0 + \sum_{i=1}^n \Delta H_{31i}^0 &= \epsilon_{VD} (V_{VD} - V_S) \cdot \sum_{i=1}^n C_{4VDi}^0 + \\ &+ \epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD}) \cdot \sum_{i=1}^n C_{3RADi}^0 + \epsilon_{RAD} \cdot \sum_{i=1}^{n^0} d_{34RADi}^0 + \\ &+ (\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) X_0 + \epsilon_{RAD} \cdot \sum_{i=1}^{n^0} d_{13RADi}^0 \end{aligned}$$

Donde se verifica:

$$\sum_{i=1}^{n^0} d_{34RADi}^0 + \sum_{i=1}^{n^0} d_{13RADi}^0 = X_0$$

Por lo tanto, es:

$$(8.10) \quad \sum_{i=1}^n H_{4i}^0 + \sum_{i=1}^n \Delta H_{31i}^0 = \epsilon_{VD} \cdot X_o + \epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD}) \cdot \sum_{i=1}^n C_{3RADi}^0 + \\ + \epsilon_{VD} (V_{VD} - V_S) \cdot \sum_{i=1}^n C_{4VDi}^0$$

Además, en la zona exponencial es:

$$\sum_{i=n+1}^{\infty} H_{4i} = \epsilon_{VD} (V_{VD} - V_S) \cdot \sum_{i=n+1}^{\infty} C_{4VDi}$$

Sumando a la expresión (8.10) es:

$$(8.11) \quad \sum_{i=1}^n H_{4i}^0 + \sum_{i=n+1}^{\infty} H_{4i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{31i}^0 = \\ = \epsilon_{VD} \cdot X_o + \epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD}) \cdot \sum_{i=1}^n C_{3RADi}^0 + \\ + \epsilon_{VD} (V_{VD} - V_S) \left[\sum_{i=1}^n C_{4VDi}^0 + \sum_{i=n+1}^{\infty} C_{4VDi} \right]$$

La velocidad de conteaje total al comienzo de la sístole auricular, es:

$$(8.12) \quad H_2^0 = \epsilon_{VD} (V_{VD} - V_{SAD}) C_{2VD}^0 + \epsilon_{RAD} \cdot V_{RAD} \cdot C_{2RAD}^0$$

La dosis en el ventrículo en este momento puede expresarse como la diferencia entre la dosis que habrá al finalizar la sístole auricular y la dosis que ingresará durante la sístole auricular:

$$(8.13) \quad (V_{VD} - V_{SAD}) C_{2VD}^0 = d_{2VD}^0 = d_{3VD}^0 - d_{23V}^0 = V_{VD} \cdot C_{3V}^0 - d_{23V}^0$$

Además, es:

$$d_{23V}^0 = V_{SAD} \cdot C_{2RAD}^0$$

De donde:

$$(8.14) \quad (V_{VD} - V_{SAD}) C_{2VD}^O = V_{VD} \cdot C_{3VD}^O - V_{SAD} \cdot C_{2RAD}^O$$

Reemplazando en (8.12) por (8.14), es:

$$(8.15) \quad H_2^O = \epsilon_{VD} (V_{VD} \cdot C_{3VD}^O - V_{SAD} \cdot C_{2RAD}^O) + \epsilon_{RAD} \cdot V_{RAD} \cdot C_{2RAD}^O$$

Al finalizar la sístole auricular, será:

$$(8.16) \quad H_3^O = \epsilon_{VD} \cdot V_{VD} \cdot C_{3VD}^O + \epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD}) C_{2RAD}^O$$

De (8.15) y (8.16) resulta:

$$(8.17) \quad \Delta H_{32}^O = (\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) V_{SAD} \cdot C_{2RAD}^O$$

De donde puede obtenerse una expresión de la concentración de actividad en la región auricular durante la sístole auricular:

$$(8.18) \quad C_{3RAD}^O = C_{2RAD}^O = \frac{\Delta H_{32}^O}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) V_{SAD}}$$

Sumando para toda la zona pre-exponencial y reemplazando en (8.11) por (8.18), es:

$$(8.19) \quad \sum_{i=1}^n H_{4i}^O + \sum_{i=n+1}^{\infty} H_{4i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{31i}^O =$$

$$= \epsilon_{VD} \cdot X_0 + \frac{\epsilon_{RAD} (V_{RAD} - V_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) V_{SAD}} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta H_{32i}^O +$$

$$+ \epsilon_{VD} (V_{VD} - V_S) \left(\sum_{i=1}^n C_{4VDi}^O + \sum_{i=n+1}^{\infty} C_{4VDi} \right)$$

En (8.19) puede expresarse $V_{VD} - V_S$ en términos de V_S según:

$$V_S = V_{VD} (1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S})$$

$$\therefore V_{VD} - V_S = V_{VD} \cdot e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}$$

De donde resulta ser:

$$(8.20) \quad v_{VD} - v_S = v_S \frac{e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}}{1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}}$$

Con (8.19) y (8.20) es:

$$(8.21) \quad \sum_{i=1}^n H_{4i}^O + \sum_{i=n+1}^{\infty} H_{4i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{31i}^O =$$

$$= \epsilon_{VD} \cdot X_O + \frac{\epsilon_{RAD} (v_{RAD} - v_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) v_{SAD}} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta H_{32i}^O +$$

$$+ \frac{\epsilon_{VD} \cdot e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}}{1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}} \cdot \left(\sum_{i=1}^n v_S \cdot C_{4VDi}^O + \sum_{i=n+1}^{\infty} v_S \cdot C_{4VDi} \right)$$

Donde se verifica que la dosis total expulsada por el ventrículo es:

$$\sum_{i=1}^n v_S \cdot C_{4VDi}^O + \sum_{i=n+1}^{\infty} v_S \cdot C_{4VDi} = X_O$$

Resulta entonces:

$$(8.22) \quad \sum_{i=1}^n H_{4i}^O + \sum_{i=n+1}^{\infty} H_{4i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{31i}^O =$$

$$= \epsilon_{VD} \cdot X_O \left(1 + \frac{e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}}{1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}} \right) + \frac{\epsilon_{RAD} (v_{RAD} - v_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) v_{SAD}} \sum_{i=1}^n \Delta H_{32i}^O$$

Operando, reordenando y despejando finalmente ϵ_{VD} , es:

$$(8.23) \quad \epsilon_{VD} = \frac{(1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S})}{X_O} \left(\sum_{i=1}^n H_{4i}^O + \sum_{i=n+1}^{\infty} H_{4i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{31i}^O - \right.$$

$$\left. - \frac{\epsilon_{RAD} (v_{RAD} - v_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) v_{SAD}} \sum_{i=1}^n \Delta H_{32i}^O \right)$$

En la expresión (8.23) es necesario conocer el factor

$$\frac{\epsilon_{RAD}(V_{RAD} - V_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD})V_{SAD}}$$

para poder obtener ϵ_{VD} . En los puntos siguientes se obtendrá una expresión para aquel factor.

8.a) Obtención de $C_{2RAD}^{(1)}/C_{3VD}^{(1)}$ en la zona en la que no ingresa más actividad al corazón pero aún hay actividad en la región auricular.

La diferencia entre velocidades de conteje al comienzo y al fin de la sístole ventricular en la "zona intermedia" será:

$$(8.a.I) \quad \Delta H_{34}^{(1)} = \epsilon_{VD} \cdot V_S \cdot C_{3VD}^{(1)}$$

La diferencia de contajes entre fin y comienzo de la sístole auricular que precede inmediatamente a la sístole ventricular es igual a la dada en (8.17):

$$(8.a.II) \quad \Delta H_{32}^{(1)} = (\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD})V_{SAD} \cdot C_{2RAD}^{(1)}$$

Haciendo el cociente entre (8.a.II) y (8.a.I), es:

$$\frac{\Delta H_{32}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)}} = \frac{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD})V_{SAD} \cdot C_{2RAD}^{(1)}}{\epsilon_{VD} \cdot V_S \cdot C_{3VD}^{(1)}}$$

Despejando, se obtiene:

$$(8.a.III) \quad \frac{C_{2RAD}^{(1)}}{C_{3VD}^{(1)}} = \frac{\epsilon_{VD} \cdot V_S}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD})V_{SAD}} \cdot \frac{\Delta H_{32}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)}}$$

8.b) Obtención de $C_{30VD}^{(1)}/C_{3VD}^{(1)}$

En la zona en la que no se produce más ingreso de actividad

en el corazón desde el exterior, la dosis total presente en el mismo al comienzo de la diástole ventricular es igual a la dosis total presente al comienzo de la sístole auricular, puesto que en ese intervalo no hay tampoco expulsión de actividad al exterior. Por lo tanto, es:

$$d_{1VD}^{(1)} + d_{1RAD}^{(1)} = d_{2VD}^{(1)} + d_{2RAD}^{(1)}$$

$$\begin{aligned} (8.b.I) \quad (V_{VD} - V_S) C_{1VD}^{(1)} + V_{RAD} \cdot C_{1RAD}^{(1)} &= \\ &= (V_{VD} - V_{SAD}) C_{2VD}^{(1)} + V_{RAD} \cdot C_{2RAD}^{(1)} \end{aligned}$$

Además, es también válida la expresión (8.14), de la que puede obtenerse:

$$(8.b.II) \quad (V_{VD} - V_{SAD}) C_{2VD}^{(1)} = V_{VD} \cdot C_{3VD}^{(1)} - V_{SAD} \cdot C_{2RAD}^{(1)}$$

Reemplazando en (8.b.I) por (8.b.II), es:

$$\begin{aligned} (V_{VD} - V_S) C_{1VD}^{(1)} + V_{RAD} \cdot C_{1RAD}^{(1)} &= \\ &= V_{VD} \cdot C_{3VD}^{(1)} - V_{SAD} \cdot C_{2RAD}^{(1)} + V_{RAD} \cdot C_{2RAD}^{(1)} \end{aligned}$$

Reordenando, es:

$$\begin{aligned} (8.b.III) \quad C_{1VD}^{(1)} \left[V_{VD} - V_S + V_{RAD} \frac{C_{1RAD}^{(1)}}{C_{1VD}^{(1)}} \right] &= \\ &= C_{3VD}^{(1)} \left[V_{VD} + (V_{RAD} - V_{SAD}) \frac{C_{2RAD}^{(1)}}{C_{3VD}^{(1)}} \right] \end{aligned}$$

En esta expresión, la concentración en ventrículo correspondiente al comienzo de la diástole es la misma que había en

el ventrículo al comienzo de la sístole anterior:

$$(8.b.IV) \quad C_{1VD}^{(1)} = C_{30VD}^{(1)}$$

Por otra parte, considerando que en ambas revoluciones cardíacas no se produce ingreso de actividad desde el exterior, la dosis presente en la región auricular al comienzo de la diástole será igual a la que había al comienzo de la sístole anterior, resulta entonces:

$$(8.b.V) \quad d_{1RAD}^{(1)} = d_{30RAD}^{(1)}$$

Además, la dosis $d_{30RAD}^{(1)}$ cumple la relación:

$$\begin{aligned} (8.b.VI) \quad d_{30RAD}^{(1)} &= d_{20RAD}^{(1)} - v_{SAD} \cdot C_{20RAD}^{(1)} = \\ &= (v_{RAD} - v_{SAD}) C_{20RAD}^{(1)} \end{aligned}$$

Siendo además:

$$(8.b.VII) \quad d_{1RAD}^{(1)} = v_{RAD} \cdot C_{1RAD}^{(1)}$$

Con las expresiones (8.b.V), (8.b.VI) y (8.b.VII) se obtiene:

$$(8.b.VIII) \quad v_{RAD} \cdot C_{1RAD}^{(1)} = (v_{RAD} - v_{SAD}) C_{20RAD}^{(1)}$$

Reemplazando en (8.b.III) con (8.b.IV) y (8.b.VIII), resulta ser:

$$\begin{aligned} (8.b.IX) \quad C_{30VD}^{(1)} \left[v_{VD} - v_S + (v_{RAD} - v_{SAD}) \frac{C_{20RAD}^{(1)}}{C_{30VD}^{(1)}} \right] = \\ = C_{3VD}^{(1)} \left[v_{VD} + (v_{RAD} - v_{SAD}) \frac{C_{2RAD}^{(1)}}{C_{3VD}^{(1)}} \right] \end{aligned}$$

Aplicando la expresión (8.a.III) para las dos revoluciones cardíacas sucesivas, es:

$$(8.b.X) \quad \frac{C_{20RAD}^{(1)}}{C_{30VD}^{(1)}} = \frac{\epsilon_{VD} \cdot V_S}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) V_{SAD}} \cdot \frac{\Delta H_{320}^{(1)}}{\Delta H_{340}^{(1)}}$$

$$\frac{C_{2RAD}^{(1)}}{C_{3VD}^{(1)}} = \frac{\epsilon_{VD} \cdot V_S}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) V_{SAD}} \cdot \frac{\Delta H_{32}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)}}$$

Reemplazando en (8.b.IX) por (8.b.X) y despejando, es:

$$(8.b.XI) \quad \frac{C_{30VD}^{(1)}}{C_{3VD}^{(1)}} \left[V_{VD} - V_S + \frac{\epsilon_{VD} \cdot V_S (V_{RAD} - V_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) V_{SAD}} \cdot \frac{\Delta H_{320}^{(1)}}{\Delta H_{340}^{(1)}} \right] =$$

$$= V_{VD} + \frac{\epsilon_{VD} \cdot V_S (V_{RAD} - V_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) V_{SAD}} \cdot \frac{\Delta H_{32}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)}}$$

8.c) Obtención de $\frac{\epsilon_{RAD} \cdot (V_{RAD} - V_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) V_{SAD}}$

En la zona en la que ya no hay ingreso de actividad desde el exterior, se cumple la expresión (8.a.I). Puede entonces escribirse:

$$(8.c.I) \quad C_{3VD}^{(1)} = \frac{\Delta H_{34}^{(1)}}{\epsilon_{VD} \cdot V_S}$$

$$C_{30VD}^{(1)} = \frac{\Delta H_{340}^{(1)}}{\epsilon_{VD} \cdot V_S}$$

De donde:

$$(8.c.II) \quad \frac{C_{30VD}^{(1)}}{C_{3VD}^{(1)}} = \frac{\Delta H_{340}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)}}$$

Reemplazando en (8.b.XI) por (8.c.II), y reordenando, es:

$$(8.c.III) \quad \frac{\Delta H_{340}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)}} \left[v_{VD} - v_S + \frac{\epsilon_{VD}}{\epsilon_{RAD}} \cdot v_S \cdot \frac{\Delta H_{320}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)}} \cdot \frac{\epsilon_{RAD} (v_{RAD} - v_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) v_{SAD}} \right] =$$

$$= v_{VD} + \frac{\epsilon_{VD}}{\epsilon_{RAD}} v_S \frac{\Delta H_{32}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)}} \frac{\epsilon_{RAD} (v_{RAD} - v_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) v_{SAD}}$$

Despejando, es:

$$\frac{\epsilon_{RAD} (v_{RAD} - v_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) v_{SAD}} = \frac{v_{VD} - (v_{VD} - v_S) \frac{\Delta H_{340}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)}}}{\frac{\epsilon_{VD}}{\epsilon_{RAD}} v_S \left[\frac{\Delta H_{320}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)}} - \frac{\Delta H_{32}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)}} \right]}$$

$$(8.c.IV) \quad \frac{\epsilon_{RAD} (v_{RAD} - v_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) v_{SAD}} = \frac{\frac{v_{VD}}{v_S} \Delta H_{34}^{(1)} - \left[\frac{v_{VD} - v_S}{v_S} \right] \Delta H_{340}^{(1)}}{\frac{\epsilon_{VD}}{\epsilon_{RAD}} \left[\Delta H_{320}^{(1)} - \Delta H_{32}^{(1)} \right]}$$

Utilizando las relaciones

$$\frac{v_{VD}}{v_S} = \frac{1}{1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}}$$

$$y \quad \frac{v_{VD} - v_S}{v_S} = \frac{e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}}{1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}}$$

Se obtiene finalmente:

$$(8.c.V) \quad \frac{\epsilon_{RAD} (v_{RAD} - v_{SAD})}{(\epsilon_{VD} - \epsilon_{RAD}) v_{SAD}} = \frac{\Delta H_{34}^{(1)} - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S} \cdot \Delta H_{340}^{(1)}}{\frac{\epsilon_{VD}}{\epsilon_{RAD}} (1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \left[\Delta H_{320}^{(1)} - \Delta H_{32}^{(1)} \right]}$$

8.d) Obtención de ϵ_{VD} en términos de $\epsilon_{VD}/\epsilon_{RAD}$.

Reemplazando en (8.23) por (8.c.V) resulta ser:

$$(8.d.I) \quad \epsilon_{VD} = \frac{1}{X_0} \left\{ (1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \left[\sum_{i=1}^n H_{4i}^0 + \sum_{i=n+1}^{\infty} H_{4i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{31}^0 \right] - \left[\frac{\Delta H_{34}^{(1)} - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S} \cdot \Delta H_{340}^{(1)}}{\frac{\epsilon_{VD}}{\epsilon_{RAD}} (\Delta H_{320}^{(1)} - \Delta H_{32}^{(1)})} \right] \sum_{i=1}^n \Delta H_{32i}^0 \right\}$$

En esta expresión, todos los términos salvo $\epsilon_{VD}/\epsilon_{RAD}$ se obtienen experimentalmente. Por lo tanto, el valor de ϵ_{VD} podrá calcularse si se puede tener el valor de la relación $\epsilon_{VD}/\epsilon_{RAD}$.

8.e) Obtención de ϵ_{RAD} en términos de ϵ_{VD} .

La expresión (8.d.I) permite obtener ϵ_{RAD} en función de ϵ_{VD} , mientras que la expresión (7.c.V) permite calcular un valor aproximado de ϵ_{VD} . Despejando ϵ_{RAD} en (8.d.I), es:

$$(8.e.I) \quad \epsilon_{RAD} = \frac{\epsilon_{VD}}{\sum_{i=1}^n \Delta H_{32i}^0} \left[\frac{\Delta H_{320}^{(1)} - \Delta H_{32}^{(1)}}{\Delta H_{34}^{(1)} - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S} \cdot \Delta H_{340}^{(1)}} \right] \left\{ (1 - e^{-k_{SD} \cdot \tau_S}) \left[\sum_{i=1}^n H_{4i}^0 + \sum_{i=n+1}^{\infty} H_{4i} + \sum_{i=1}^n \Delta H_{31i}^0 \right] - \epsilon_{VD} \cdot X_0 \right\}$$

9. DISCUSION

Se ha presentado un método de obtención de las eficiencias de medición de cámaras cardíacas que no requiere el empleo de una inyección impulsiva. El valor de $\bar{\epsilon}_{VD}$ se obtiene como un valor promedio de cotas extremas, dándose además una expresión para $E\frac{\%}{\epsilon_{VD}}$ en términos de velocidades de conteaje medidas.

La ϵ_{RAD} se expresa en función de ϵ_{VD} . El tratamiento matemático de los datos extraídos del radiocardiograma permite así calcular esas eficiencias de medición, las cuales conducirán más adelante a la obtención del caudal y otras magnitudes cardíacas, siguiendo el método presentado por los autores en sus trabajos "Funciones de pulsos en el análisis del radiocardiograma" y "Caudal y otras magnitudes del corazón mediante el método de la zona de mezclado total".

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean manifestar su agradecimiento al cuerpo directivo, médico y auxiliar del Instituto de Neurocirugía Costa Buero (Facultad de Ciencias Médicas - U.N.B.A.), quienes facilitaron la realización de experiencias. También expresan su gratitud hacia el Ing. Carlos Cavoti, Director del Instituto de Cálculo (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - U.N.B.A.) por su permanente apoyo.

El presente trabajo forma parte de las tareas realizadas en cumplimiento del "Programa Conjunto de Investigación en Biomatemática", emprendido por convenio celebrado entre la Comisión Nacional de Energía Atómica y la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (U.N.B.A.), contando con el apoyo de un subsidio del Fondo Especial para la Investigación Científica, otorgado por la Universidad Nacional de Buenos Aires por Resolución N° 993/68.

10. BIBLIOGRAFIA

1. JOYET, G.; BRUNNER, E.H.; UEHLINGER, A. et HAUPTMANN, A.; Gam-macardiographie: Théorie et détermination du débit, collimation et facteur de correction. *Cardiologia*, 43: 259-297 (1963).-
2. LEGUIZAMON, C.A.; BETTI, O.O. y TENREYRO, E.A.A.; Caudal y otras magnitudes del corazón mediante el método de la zona de mezcla do total. (En curso de publicación).-
3. MACINTYRE, W.J.; PRITCHARD, W.H. and MOIR, T.W.; The determination of cardiac output by the dilution method without arterial sampling. I. Analytical concepts. *Circulation*, 18: 1139-1146 (1958).-
4. PRITCHARD, W.H.; MACINTYRE, W.J. and MOIR, T.W.; The determination of cardiac output by the dilution method without arterial sampling. II. Validation of precordial recording. *Circulation*, 18: 1147-1154 (1958).-
5. PRITCHARD, W.H.; MACINTYRE, W.J.; SCHMIDT, W.C.; BROFMAN, B.L. and MOORE, D.J.; The determination of cardiac output by a continuous recording system utilizing iodinated (I^{131}) human serum albumin. II. Clinical studies. *Circulation*, 6: 572-577 (1952).-
6. PRITCHARD, W.H.; MOIR, T.W. and MACINTYRE, W.J.; Measurement of the early disappearance of iodinated (I^{131}) serum albumin from circulating blood by a continuous recording method. *Circulation Research*, 3: 19-23 (1955).-
7. TENREYRO, E.A.A.; LEGUIZAMON, C.A. y BETTI, O.O.; Funciones de pulsos en el análisis del radiocardiograma. (En curso de pu-

blicación).-

8. TENREYRO, E.A.A.; LEGUIZAMON, C.A. y BETTI, O.O.; Obtención de magnitudes cardíacas. (En curso de publicación).-
9. VERNEJOUL, P.de; DELALOYE, B.; DI GREGORIO, V. et KELLERSHOHN, C. Mesure du débit cardiaque et des volumes ventriculaires par radiocardiographie. Rev. Franc. Etudes Clin. et Biol., 9: 693-715 (1964).-
10. VERNEJOUL, P. de et KELLERSHOHN, C.; Mesure du débit cardiaque au moyen d'indicateurs radioactifs. Congrès International de Physique Nucléaire et de Médecine Nucléaire. Clermont-Ferrand, 28 juin - 3 juillet , 1962.-
11. HOUSSEAY, B.A. y colaboradores; Fisiología humana, BsAs. EL Ateneo, 4ª ed, 1969.
12. RUSHMER, R.F.; Diagnóstico cardíaco, BsAs, Vallardi, 1957

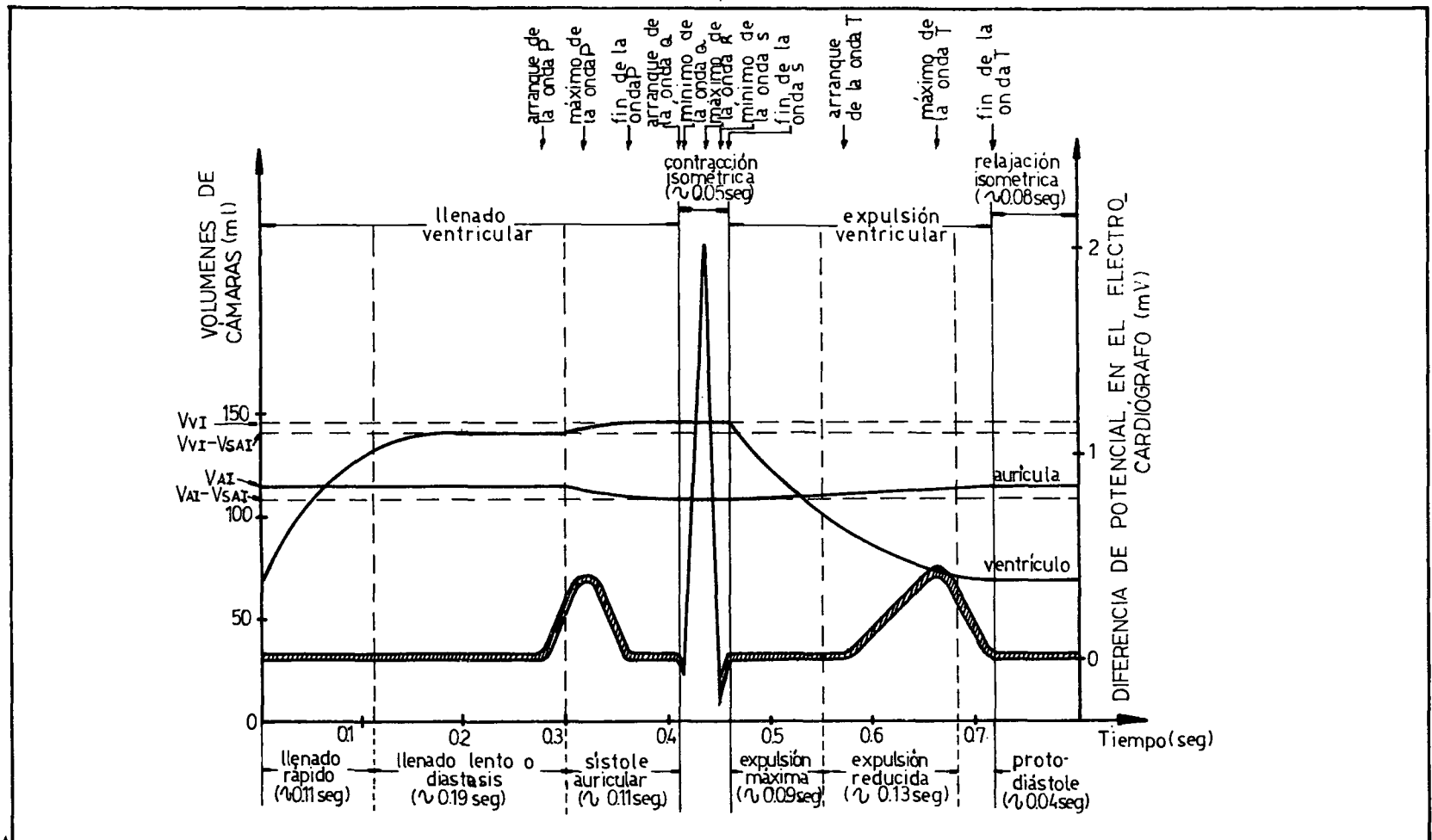


FIGURA N°1

Esquema adoptado de las variaciones de los volúmenes de cámara del ventrículo y la aurícula durante el ciclo cardíaco, en correspondencia con el trazado electrocardiográfico.

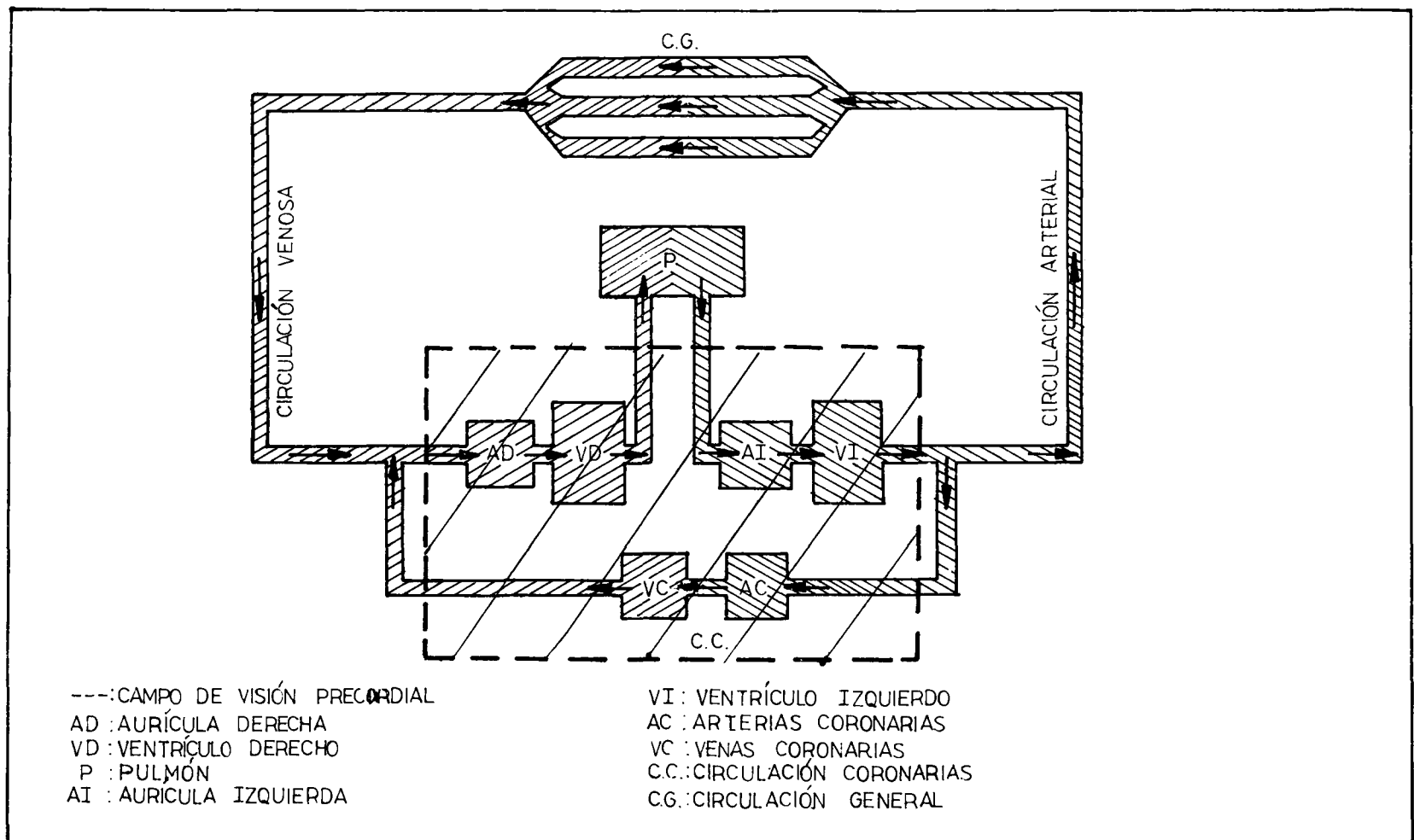


FIGURA Nº 2

Diagrama de la circulación sanguínea. El recuadro corresponde a los volúmenes comprendidos dentro del área de detección.

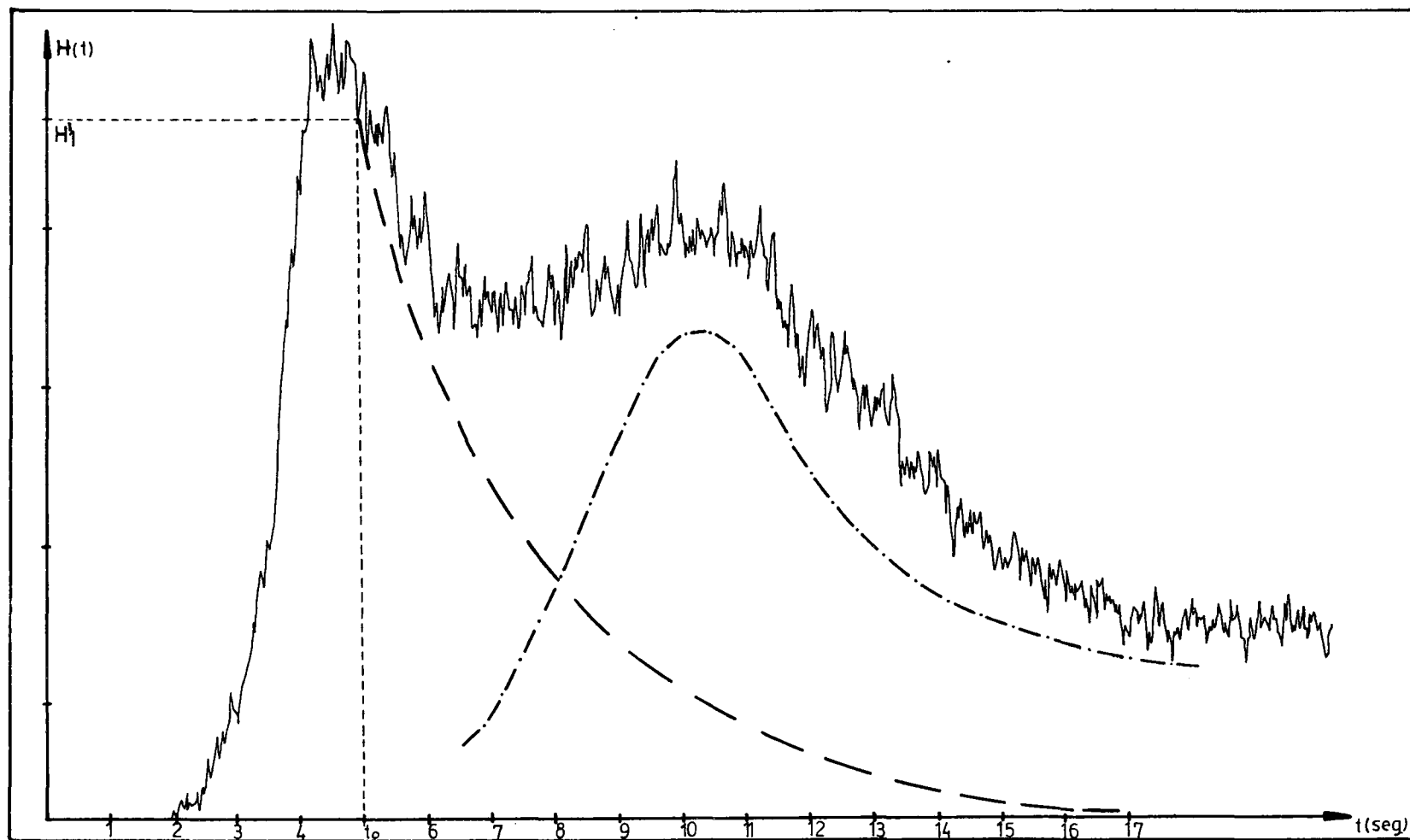


FIGURA N° 3

Radiocardiograma. Las líneas de trazos representan los registros que se obtendrían independientemente sobre la región derecha del corazón (---) y sobre la región izquierda (-.-) uniendo puntos de fin de sístole ventricular