

1^a 1985

INSTITUTO BALSEIRO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

ESTUDIO DE LA CONVERGENCIA DE LA TEORIA DE CAMPOS NUCLEARES

Y

SU APLICACION A LOS ISOTOPOS DEL PLOMO

LIC. NORBERTO N. SCOCCOLA

TESIS PRESENTADA PARA OPTAR AL TITULO DE

DOCTOR EN FISICA

ASESOR CIENTIFICO: DR. DANIEL R. BES

INSTITUTO BALSEIRO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

ESTUDIO DE LA CONVERGENCIA DE LA TEORIA DE CAMPOS NUCLEARES

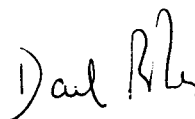
Y

SU APLICACION A LOS ISOTOPOS DEL PLOMO

LIC. NORBERTO N. SCOCCOLA

TESIS PRESENTADA PARA OPTAR AL TITULO DE

DOCTOR EN FISICA



ASESOR CIENTIFICO: DR. DANIEL R. BES

a la memoria de mis padres,

a mis hermanas

RESUMEN

La Teoría de Campos Nucleares (NFT) es un método que permite tratar simultáneamente los grados de libertad colectivos y de partícula independiente de un sistema nuclear y que logra eliminar los efectos de considerar esta base sobrecompleta mediante un método perturbativo diagramático. En anteriores estudios de su convergencia, se han obtenido resultados contradictorios. En la primera parte de esta tesis se muestra que por medio de la inclusión de diagramas de segundo orden y/o procedimientos de diagonalización es posible obtener resultados altamente satisfactorios no sólo en problemas esquemáticos (cuatro partículas moviéndose en una capa-j degenerada), sino también en problemas realistas (espectro de baja energía del ^{204}Pb). En ambos casos se calculan las energías y los elementos de matriz de transferencia de dos partículas/agujeros y se comparan los resultados con los del cálculo exacto y de otros métodos aproximados.

En la segunda parte se estudia la emisión electromagnética de la resonancia cuadrupolar gigante (GQR) del ^{208}Pb al ser ésta excitada por dispersión inelástica de ^{17}O a 380 MeV. Debido a la inestabilidad de la GQR respecto al decaimiento a núcleo compuesto, se analiza detalladamente el mecanismo de reacción, proponiéndose un formalismo por medio del cual se logra factorizar la probabilidad de emisión en tres contribuciones independientes: la debida al campo electromagnético, la debida a la reacción nuclear y la debida a la estructura nuclear. Esta última se estudia en particular, aplicando la NFT en el orden más bajo de teoría de perturbaciones y teniendo en cuenta la importante mezcla que existe entre los distintos estados de isoespín. Los resultados que se obtienen concuerdan muy bien con el límite superior experimental determinado para el cociente entre la transición que puebla el estado 3^- de 2.62 MeV y la que puebla al estado fundamental. Sin embargo, en el presente cálculo no es posible reproducir la fuerte transición dipolar al estado 3^- de 4.97 MeV.

ABSTRACT

The Nuclear Field Theory (NFT) is a method that allows to consider both the collective and the single-particle degrees of freedom a nuclear system simultaneously. The NFT eliminates the effects of using this overcomplete basis by means of diagrammatic perturbative techniques. In previous studies of its convergence contradictory results have been obtained. In the first part of the present thesis it is shown that highly satisfactory results can be obtained not only in schematic problems (four particles in a degenerate j -shell), but in realistic ones (low lying ^{204}Pb spectrum), provided second order diagrams and/or diagonalization procedures are used. In both cases energies and two-body transfer amplitudes are calculated and compared with exact and other approximate results.

In the second part, the electromagnetic emission of the giant quadrupole resonance (GQR) in ^{208}Pb after its excitation by inelastic scattering of ^{17}O at 380 MeV is studied. As the GQR is unstable with respect to the decay to compound nucleus, the reaction mechanism is carefully analyzed. A formalism is proposed in which the emission probability is factorized in three independent contributions: one due to the electromagnetic field, another to the nuclear reaction and the third to the nuclear structure. The last one is carefully studied in the lowest order of the NFT, taking into account the mixture of the different isospin states. The results are consistent with the upper experimental limit of the ratio between the transition populating the 3^- (2.62 MeV) state and the one that populates the ground state. However, they failed to reproduce the strong dipole transition to the 3^- (4.97 MeV) state.

INDICE

PARTE I: Estudio de la convergencia de la Teoría de Campos Nucleares y su aplicación al espectro de baja energía del ^{204}Pb

I. INTRODUCCION.....	2
II. TEORIA DE CAMPOS NUCLEARES.....	4
Lista de Figuras.....	12
III. TEORIA DE PERTURBACIONES.....	15
III.1. Teoría de perturbaciones degeneradas.....	15
III.2. Teoría de perturbaciones de diagramas plegados.....	18
III.3. Operadores efectivos.....	23
Lista de Figuras.....	26
IV. APLICACION DE LA NFT A SISTEMAS DE CUATRO FERMIONES.....	30
IV.1. El problema de cuatro partículas en una capa-j.....	30
IV.1.a. Construcción del hamiltoniano efectivo en el espacio físico.....	30
IV.1.b. Los elementos de matriz.....	35
IV.1.c. Cálculos.....	37
IV.1.c.1. Fuerza monopolar.....	37
IV.1.c.2. Fuerza de apareamiento independiente de la multipolaridad....	40
IV.1.c.3. Fuerza monopolar más cuadrupolar.....	41
IV.2. Espectro de baja energía del ^{204}Pb	43
IV.2.a. Cálculo con una fuerza de apareamiento monopolar.....	44
IV.2.b. Cálculo con una fuerza de apareamiento multipolar realísta.....	46
Lista de Figuras.....	49
V. CONCLUSIONES.....	64
APENDICE 1: Teorema de factorización.....	67
Lista de Figuras.....	70

APENDICE 2: Construcción de los elementos de matriz normalizados correspondientes a un proceso de captura de dos partículas entre el estado fundamental del sistema de dos partículas y el estado $([\Gamma_0^+ \Gamma_1^+])$ del sistema de cuatro partículas en una capa-j.....	72
LISTA DE TABLAS.....	74
REFERENCIAS.....	83
PARTE II: Decaimiento electromagnético de la resonancia cuadrupolar gigante en el ^{208}Pb	
I. INTRODUCCION.....	86
Lista de Figuras.....	91
II. FORMALISMO.....	94
II.1. Obtención de las ecuaciones para el movimiento relativo.....	94
II.2. Estudio del decaimiento γ en vuelo.....	99
III. ESTUDIO DE LOS FACTORES DEPENDIENTES DE ESTRUCTURA NUCLEAR.....	104
III.1. Obtención de los estados utilizados para describir la GQR...	104
III.2. Cálculo de los procesos de excitación y decaimiento.....	111
Lista de Figuras.....	116
IV. CALCULOS Y DISCUSION DE LOS RESULTADOS.....	121
V. CONCLUSIONES.....	128
LISTA DE TABLAS.....	130
REFERENCIAS.....	138

PARTE I

"ESTUDIO DE LA CONVERGENCIA DE LA TEORIA DE CAMPOS NUCLEARES

Y

SU APLICACION AL ESPECTRO DE BAJA ENERGIA DEL ^{204}Pb "

I. INTRODUCCION

Desde el punto de vista microscópico, el estudio del espectro nuclear consiste en la resolución del problema de un cierto número de fermiones moviéndose en un conjunto de niveles de partícula independiente e interactuando entre sí a través de una fuerza residual. Existen varios métodos para tratar este problema:

- 1) Teoría de perturbaciones: Se utiliza el hamiltoniano de partícula independiente como hamiltoniano no perturbado. Este método tiene grandes inconvenientes, ya que un elemento de matriz típico de la interacción residual es del mismo orden que la distancia entre niveles de partícula independiente, y por lo tanto es de esperar que la convergencia de la serie perturbativa sea muy deficiente.
- 2) Diagonalización del modelo de capas: Si bien desde el punto de vista conceptual esta aproximación es la más simple, y se han obtenido importantes resultados teóricos por medio de ella, presenta graves problemas de computación debido al gran tamaño de las matrices a diagonalizar aún para núcleos livianos.
- 3) Modos elementales de excitación: Este método trata de explicar el espectro nuclear a partir de unos pocos elementos constitutivos. Estos no sólo incluyen las excitaciones de partícula independiente, sino también excitaciones colectivas (bosónicas). Las dos objeciones que surgen a este método son que el conjunto de estados de la base viola el principio de Pauli, y que debido a que como los grados de libertad fermiónicos ya toman en cuenta todos los grados de libertad del sistema, la base es sobrecompleta.

La Teoría de Campos Nucleares (NFT) se basa en este último método, tratando de eliminar los problemas inherentes a él en forma perturbativa. El parámetro perturbativo resulta aproximadamente proporcional a la inversa del número de componentes de dos fermiones que entran en la

descripción microscópica de los estados colectivos. La determinación del tamaño que debe tener el espacio fermiónico para asegurar la validez de la aproximación de primer orden ha sido discutida al menos en dos casos^{1,2)}. En ambos se utilizó la teoría de perturbaciones de Rayleigh-Schrödinger, llegando a conclusiones opuestas. Los problemas tratados fueron:

i) Cuatro partículas (agujeros) moviéndose en niveles realistas por encima (debajo) del número mágico 126 interactuando a través de fuerzas de apareamiento monopulares. El diagrama de orden más bajo da una contribución que es a la vez grande (del orden de la energía de correlación de cada fonón) y correcta (comparada con los resultados exactos obtenidos por diagonalización del modelo de capas). La contribución de los órdenes siguientes es pequeña, a pesar de la amplitud relativamente importante de la configuración $(p_{1/2})^2$ en el fonón de remoción.

ii) Cuatro partículas moviéndose en una sola capa- j e interactuando a través de fuerzas multipolares. En este caso, la NFT da los resultados correctos si se incluyen todos los órdenes de la serie perturbativa³⁾. Sin embargo en primer orden, y para una particular combinación de fuerzas monopulares y cuadrupolares, la aproximación resulta muy pobre. Más aún, la mayoría de los estados no pueden normalizarse, al menos para $j=7/2$.

En el presente trabajo se analizará como mejorar los resultados en el caso ii), para tratar luego el cálculo del espectro de baja energía del ^{204}Pb .

En el capítulo II se introduce el formalismo de la NFT, mientras que en el capítulo III se detallan las distintas teorías de perturbaciones conocidas. En el capítulo IV se realiza el estudio de la convergencia de la NFT en los problemas antes mencionados, presentándose las conclusiones de este trabajo en el capítulo V.

II. TEORIA DE CAMPOS NUCLEARES

La Teoría de Campos Nucleares es un método que permite tratar simultáneamente los grados de libertad colectivos y de partícula independiente de un sistema nuclear y que logra eliminar los efectos de considerar esta base sobrecompleta mediante un método perturbativo diagramático.

Usualmente los estados colectivos vibracionales se obtienen en la aproximación de fases al azar (RPA) y pueden ser de distinta clase según el tipo de excitación considerada: fonones partícula-agujero, fonones de apareamiento de adición y fonones de apareamiento de remoción.

Para mostrar como es posible estudiar la interacción entre estos grados de libertad y los de partícula independiente utilizaremos el método de las funciones de Green. En particular trataremos el caso de fonones de apareamiento de adición siendo el formalismo totalmente equivalente para otro tipo de fonones.

En mecánica cuántica las funciones de Green nos dan la amplitud de probabilidad de pasar de un estado inicial al tiempo t a uno final a un tiempo t' . La gran importancia de estas funciones es que permiten obtener una teoría diagramática útil y elegante. Para el caso de una partícula dicha amplitud es

$$G(jj', t'-t) = \langle 0 | T \{ c_{j'}(t') c_j^\dagger(t) \} | 0 \rangle \quad (\text{II.1})$$

donde T es el operador de ordenación temporal, o sea ordena los operadores $c_{j'}(t')$ y $c_j^\dagger(t)$ en orden creciente de tiempos.

Es fácil verificar que si reemplaza esta $G(jj', t'-t)$ en la ecuación de Schrödinger correspondiente se obtiene la definición habitual de la función de Green.

Introduciendo un conjunto completo de estados con una partícula más ($|a\rangle$) y una partícula menos ($|r\rangle$) que el estado fundamental ($|0\rangle$) resulta

$$G(jj', t'-t) = \sum_a \langle 0 | c_{j'} | a \rangle \langle a | c_j^\dagger | 0 \rangle e^{-i(\epsilon_a - \epsilon_0)(t'-t)} \Theta(t'-t) - \sum_r \langle 0 | c_j^\dagger | r \rangle \langle r | c_{j'} | 0 \rangle e^{-i(\epsilon_r - \epsilon_0)(t'-t)} \Theta(t-t') \quad (\text{II.2})$$

Para el sistema de fermiones independientes, $|0\rangle$ representa un determinante de Slater. De (II.2) resulta que la función de Green de un cuerpo representa la propagación de una partícula sobre el nivel de Fermi para $t' > t$ y la de un agujero para $t > t'$.

Si la representación utilizada es tal que diagonaliza el hamiltoniano, no se pueden producir transiciones entre los distintos estados de partícula, por lo tanto

$$G(jj', t'-t) = G_0(j, t'-t) \delta_{jj'} \\ G_0(j, t'-t) = (1 - n_j) e^{-i\epsilon_j(t'-t)} \Theta(t'-t) - n_j e^{i\epsilon_j(t'-t)} \Theta(t-t') \quad (\text{II.3})$$

donde n_j es el número de ocupación del estado j .

Usando el mismo formalismo para la propagación de un par partícula-partícula, resulta

$$G_{PP}(jj'j''j''', t'-t) = \langle 0 | T \{ c_{j''}(t) c_{j'''}(t) c_{j'}^\dagger(t') c_j^\dagger(t') \} | 0 \rangle = \\ = \sum_a \langle 0 | c_{j''} c_{j'''} | a \rangle \langle a | c_{j'}^\dagger c_j^\dagger | 0 \rangle e^{-i\omega_a(t'-t)} \Theta(t'-t) + \\ + \sum_a \langle 0 | c_{j'}^\dagger c_j^\dagger | a \rangle \langle a | c_{j''} c_{j'''} | 0 \rangle e^{i\omega_a(t'-t)} \Theta(t-t')$$
(II.4)

que para el propagador libre se reduce a

$$G_{PP}^{(0)}(jj'j''j''', t'-t) = \delta_{jj''} \delta_{j'j'''} \left[(1 - n_j)(1 - n_{j'}) e^{-i(\epsilon_j + \epsilon_{j'})(t'-t)} \Theta(t'-t) + \right. \\ \left. + n_j n_{j'} e^{i(\epsilon_j + \epsilon_{j'})(t'-t)} \Theta(t-t') \right] \quad (\text{II.5})$$

Como vemos en el propagador (II.5) aparece un signo +, característico de la regla de conmutación correspondiente a bosones contrariamente a lo que ocurría en el caso de la partícula (fermión) libre. Esto es razonable ya que sólo es posible distinguir entre un par partícula-partícula y un fonón a través de las correlaciones e interacciones con otras partículas.

Ahora bien, en un caso más complicado (como el problema de partículas interactuantes) el propagador se puede escribir como suma sobre todas las maneras posibles en que las partículas pueden ir del estado inicial al estado final. Para el caso de un par partícula-partícula:

- 1) el par puede no interactuar (Fig.II.1.a). El propagador es $G_{PP}^{(0)}$.
- 2) el par puede interactuar una vez. (Fig.II.1.b).

$$G_{PP}^{(1)} = -i \langle j j''' | V | j'' j' \rangle \int d\tau G_0(j'', \tau-t) G_0(j''', \tau-t) G_0(j, t'-\tau) G_0(j', t'-\tau) \quad (II.6)$$

- 3) el par puede interactuar dos veces. (Fig.II.1.c).

$$G_{PP}^{(2)} = - \sum_{j_a j_b} \langle j j_b | V | j_a j' \rangle \langle j_a j''' | V | j'' j_b \rangle \int d\tau' d\tau G_0(j'', \tau-t) G_0(j''', \tau-t) \times \\ \times G_0(j_a, \tau'-\tau) G_0(j_b, \tau'-\tau) G_0(j, t'-\tau) G_0(j', t'-\tau') \quad (II.7)$$

y así sucesivamente.

Consideremos de la propagación del par sólo aquellos diagramas en los cuales los pares son creados y aniquilados sin interactuar con otras líneas del diagrama, es decir despreciemos diagramas como el de la Fig.II.1.d.

Iterando los diagramas es fácil ver que se debe cumplir

$$G_{PP}(j j'' j''', t'-t) = G_{PP}^{(0)}(j j'' j''', t'-t) - \\ - i \sum_{j_a j_b} \langle j_a j' | V | j'' j_b \rangle \int d\tau G_{PP}^{(0)}(j_a j_b j'' j''', \tau-t) G_{PP}(j j'' j_a j_b, t'-\tau) \quad (II.8)$$

Utilizando las expresiones para G_{pp} y $G_{pp}^{(0)}$ y transformando Fourier resultan las siguientes expresiones para las amplitudes $\langle a | c_j^\dagger c_{j'}^\dagger | 0 \rangle$ en los polos correspondientes a las energías ω_a

$$\langle a | c_j^\dagger c_{j'}^\dagger | 0 \rangle = \frac{(1-n_j)(1-n_{j'}) - n_j n_{j'}}{\omega_a - \epsilon_j - \epsilon_{j'}} \sum_{j'' j'''} \langle j'' j''' | V | j j' \rangle \langle a | c_{j''}^\dagger c_{j'''}^\dagger | 0 \rangle \quad (\text{II.9})$$

las que se pueden expresar en forma matricial

$$\begin{bmatrix} P & B \\ -B^* & -A \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = W \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \quad (\text{II.10})$$

con

$$\begin{aligned} (P) &= (\epsilon_k + \epsilon_{k'}) \delta_{kk', k'' k'''} + \langle k'' k''' | V | k' k \rangle_{\text{antisim.}} & \epsilon_k > \epsilon_{\text{FERMI}} \\ (A) &= (\epsilon_i + \epsilon_{i'}) \delta_{ii', i'' i'''} + \langle i'' i''' | V | i' i \rangle_{\text{antisim.}} & \epsilon_i < \epsilon_{\text{FERMI}} \\ (B) &= \langle i' i' | V | k k' \rangle_{\text{antisim.}} \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

$$X(a, k k') = \langle a | c_k^\dagger c_{k'}^\dagger | 0 \rangle \quad Y(a, i i') = \langle a | c_i^\dagger c_{i'}^\dagger | 0 \rangle$$

Estas expresiones son las que se obtienen usualmente en la RPA. Por lo tanto hemos visto cuales diagramas son tenidos en cuenta al reemplazar los estados de partícula-partícula interactuantes por fonones obtenidos en la aproximación RPA. Si bien se han sumado infinitos diagramas de un cierto tipo, muchos otros han sido despreciados. Trataremos ahora de ver de que manera estos últimos pueden ser incluidos.

Supongamos que consideramos la propagación de dos líneas fermiónicas tales que se crean y destruyen en diferentes vértices (Fig.II.2). Esta propagación lleva a la función de Green

$$G(j_1 t_1, j_2 t_2, j_3 t_3, j_4 t_4) = \langle 0 | T \{ c_{j_1}(t_1) c_{j_2}(t_2) c_{j_3}^\dagger(t_3) c_{j_4}^\dagger(t_4) \} | 0 \rangle \quad (\text{II.12})$$

Si $t_1 > t_2 > t_3 > t_4$ por ejemplo, las contribuciones de orden cero y orden uno al propagador son

$$G^{(0)} = - G_0(j_1, t_1 - t_4) G_0(j_2, t_2 - t_3) \delta_{j_1 j_4} \delta_{j_2 j_3}$$

$$G^{(1)} = -i \langle j_2 j_1 | V | j_4 j_3 \rangle \int d\tau G_0(j_2, t_2 - \tau) G_0(j_1, t_1 - \tau) G_0(j_3, \tau - t_3) G_0(j_4, \tau - t_4) \quad (\text{II.13})$$

Entre las contribuciones de segundo orden consideraremos aquellas en que hay un par partícula-partícula propagándose entre τ y τ' . También hay contribuciones de orden superior en que este estado partícula-partícula intermedio interactúa un número arbitrario de veces. Entonces la propagación entre τ y τ' estará dada por

$$\sum_{\nu \geq 2} G^{(\nu)} = - \sum_{j_1' j_2' j_3' j_4'} \langle j_2 j_1 | V | j_1' j_2' \rangle \langle j_1' j_4' | V | j_3' j_4' \rangle \int d\tau d\tau' G_0(j_2, t_2 - \tau) \times$$

$$\times G_0(j_1, t_1 - \tau) G_{pp}(j_2 j_1 j_3 j_4, \tau - \tau') G_0(j_3, \tau - t_3) G_0(j_4, \tau - t_4) \quad (\text{II.14})$$

Reemplazando por la expresión de G_{pp} resulta

$$\sum_{\nu \geq 2} G^{(\nu)} = - \int d\tau d\tau' G_0(j_2, t_2 - \tau') G_0(j_1, t_1 - \tau') G_0(j_3, \tau - t_3) G_0(j_4, \tau - t_4) \times$$

$$\sum_a \left\{ M(a, j_2 j_1) M(a, j_3 j_4) e^{-i\omega_a(\tau' - \tau)} \Theta(\tau' - \tau) + M(a, j_1 j_2) M(a, j_4 j_3) e^{i\omega_a(\tau' - \tau)} \Theta(\tau - \tau') \right\} \quad (\text{II.15})$$

donde

$$M(a, j_a j_b) = \sum_{j j'} \langle j j' | V | j_a j_b \rangle \langle 0 | c_j c_{j'} \Gamma_a^\dagger | 0 \rangle$$

En esta expresión cada par jj' corresponde a un par de partículas.

Ahora bien, la suma parcial efectuada (II.15) equivale a reemplazar el hamiltoniano fermiónico original por uno en el cual se incluyen grados de libertad colectivos. El factor entre llaves tiene las mismas propiedades de reversa temporal que un fonón libre de energía ω_a . La suma

sobre \underline{a} tiene en cuenta todos los diagramas en que dos partículas interactúan $\vee \gg 2$ veces. Si la línea doble que representa la propagación del modo \underline{a} corresponde a un fonón o a un par partícula-partícula es irrelevante ya que no es posible distinguir entre ellos a menos que otra línea fermiónica sea incluida en el diagrama, lo cual viola la hipótesis inicial de que considerábamos sólo la propagación de dos fermiones.

Los factores $M(a, j_a j_b)$ representan la amplitud para la creación de un fonón \underline{a} , a partir de la aniquilación de dos partículas, luego indicará la intensidad del acoplamiento partícula-fonón.

Es importante tener presente que estos vértices no toman en cuenta todos los efectos de la interacción residual de dos cuerpos, ya que esta también contribuye a través de $G^{(1)}$.

Luego de esta manera se justifica el reemplazar el hamiltoniano fermiónico por el hamiltoniano de campos nucleares⁴⁾ que resulta

$$H_f = H_{sp} + H_{tb} + H_b + H_{pv}$$

$$H_{sp} = \sum_j \epsilon_j c_j^\dagger c_j$$

$$H_b = \sum_a \omega_a \Pi_a^\dagger \Gamma_a$$

(II.16)

$$H_{tb} = \frac{1}{4} \sum_j \langle j_1 j_2 | V | j_3 j_4 \rangle c_{j_1}^\dagger c_{j_2}^\dagger c_{j_4} c_{j_3}$$

$$H_{pv} = \sum_{aj} \left\{ M(a, j_1 j_2) \Gamma_a^\dagger c_{j_2} c_{j_1} + M(a, j_1 j_2) \Gamma_a c_{j_2}^\dagger c_{j_1}^\dagger \right\}$$

Los resultados exactos del hamiltoniano fermiónico se obtendrán si se siguen las siguientes reglas:

1) Se deben permitir acoplamientos en cualquier orden de manera de generar todos los diagramas de teoría de perturbaciones incluyendo todas las interacciones fermiónicas de dos cuerpos y todas las interacciones partícula-vibración. Deben tenerse en cuenta todas las permutaciones temporales de estos vértices en un diagrama dado.

2) Se deben excluir aquellos diagramas en los que un par partícula-partícula se crea y luego se destruye sin participar durante ese intervalo en la interacción con otras líneas (burbujas) ya que estas interacciones han sido incluidas en el fonón. Debido a esta regla sólo es posible un tratamiento diagramático.

3) Las energías y constantes de acoplamiento del campo fonónico están determinadas por las energías W_a y las amplitudes $X(a,ii')$ y $Y(a,kk')$ del propagador perturbado del par partícula-partícula. El método para obtener estas cantidades puede ser la RPA.

4) Los grados de libertad colectivos y fermiónicos son mutuamente ortogonales

$$[\Gamma_a^\dagger, c_j^\dagger] = [\Gamma_a, c_j^\dagger] = 0 \quad (\text{II.18})$$

y sólo interactúan a través de (II.16) con la restricción 2). En particular $|0\rangle$ es el vacío de fermiones y bosones.

$$\Gamma_a |0\rangle = c_j |0\rangle = 0 \quad (\text{II.19})$$

Los diagramas se pueden dividir en dos tipos: propios e impropios. Diagramas propios son aquellos que en los estados iniciales y finales involucran modos colectivos a y modos de partícula j ; pero no configuraciones de partícula-partícula que pueden reemplazarse por combinaciones de modos colectivos. Por ejemplo un estado inicial $\Gamma_a^\dagger c_k^\dagger |0\rangle$ corresponde a un diagrama propio, mientras que $c_k^\dagger c_{k'}^\dagger c_{k''}^\dagger |0\rangle$ corresponde a uno impropio. Esto se debe a que los estados impropios no son normalizables⁵⁾.

Los mismos argumentos dados hasta aquí valen para la situación en que las sucesivas interacciones tienen lugar entre dos líneas de agujero (fonón de remoción) o una de partícula y una de agujero.

Hasta aquí se ha considerado al núcleo como sistema aislado. Estudiemos ahora la situación en que el sistema nuclear interactúa con un campo externo. En este caso la interacción será proporcional al operador de un cuerpo

$$T = \sum_{j,j'} \langle j | T | j' \rangle c_j^\dagger c_{j'} \quad (\text{II.20})$$

Siguiendo el mismo tipo de argumento diagramático es fácil probar⁶⁾ que el operador T contiene no sólo un término fermiónico T_f sino también uno bosónico T_b

$$T = T_f + T_b$$

$$T_f = \sum_{j,j'} \langle j | T | j' \rangle c_j^\dagger c_{j'} \quad (\text{II.21})$$

$$T_b = \sum_a \langle \Gamma_a^\dagger | T | 0 \rangle \Gamma_a^\dagger + \langle 0 | T | \Gamma_a \rangle \Gamma_a$$

donde

$$\langle \Gamma_a^\dagger | T | 0 \rangle = \sum_{i,i'} \langle i | T | i' \rangle Y(a, i i') + \sum_{\kappa, \kappa'} \langle \kappa | T | \kappa' \rangle X(a, \kappa \kappa') \quad (\text{II.22})$$

LISTA DE FIGURAS

Fig.II.1: Diagramas que representan la propagación de un par partícula-partícula en los órdenes más bajos de teoría de perturbaciones.

Fig.II.2: Correspondencia entre la expansión diagramática de Feynman del propagador en el tratamiento fermiónico (izquierda) y los diagramas de Feynman asociados con el mismo propagador en la NFT (derecha).

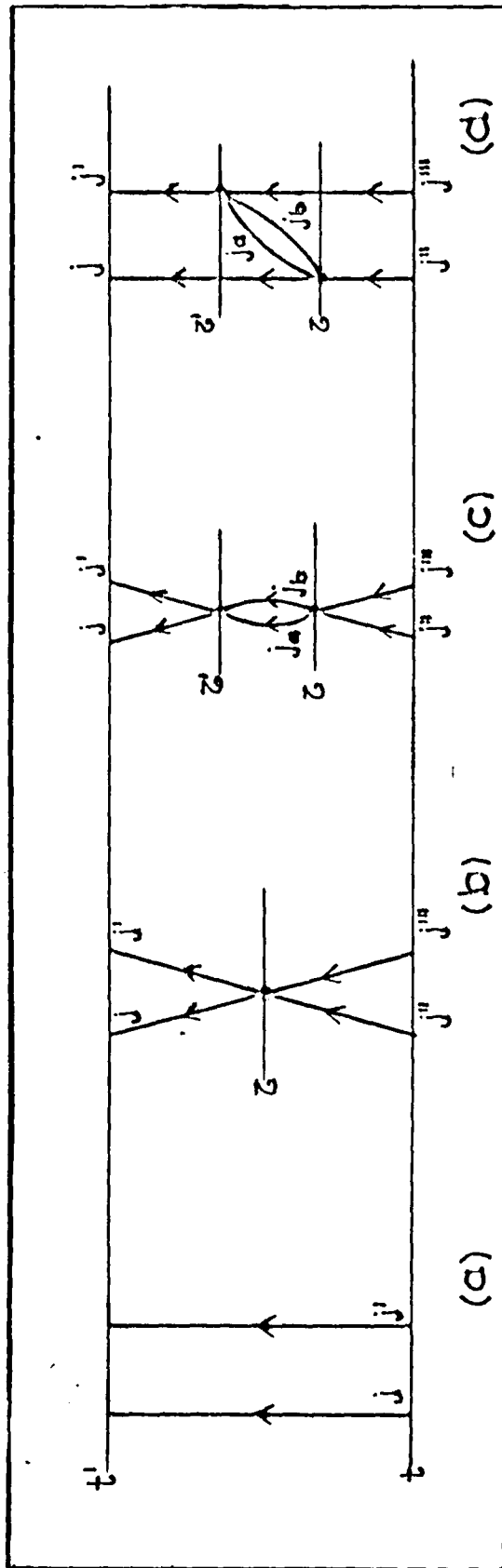


Fig. II.1.1

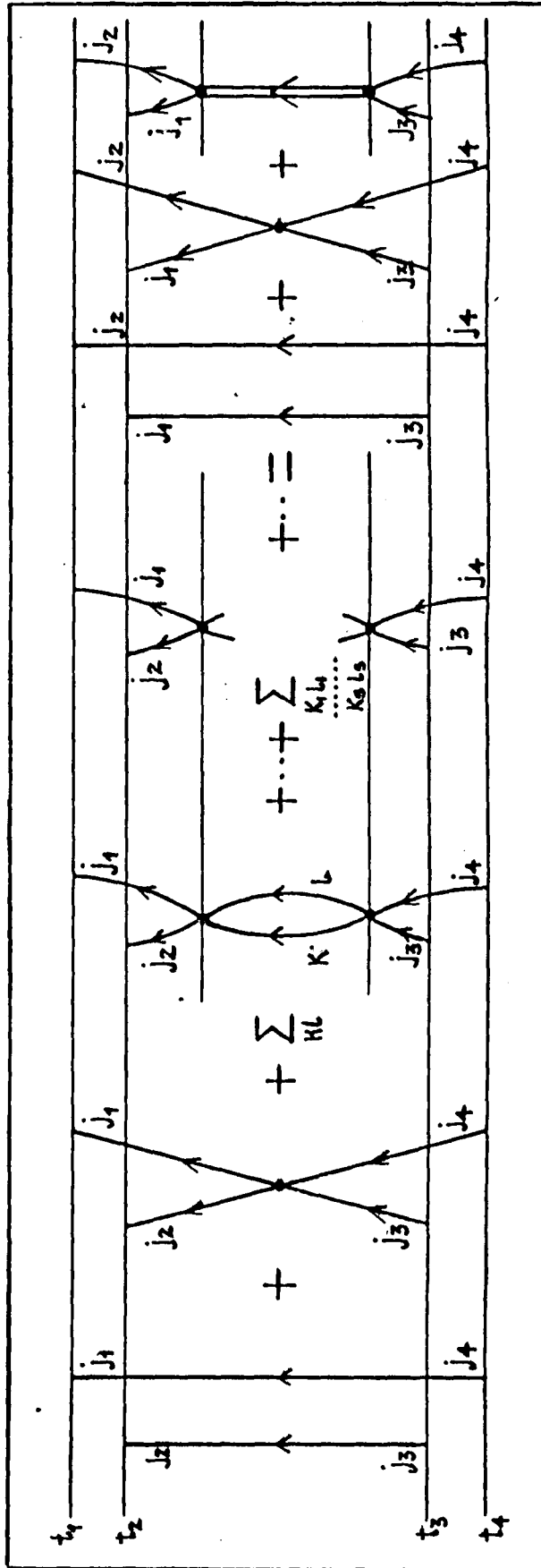


FIG. II.2

III. TEORIA DE PERTURBACIONES

En el capítulo II se ha descrito una teoría que permite tener en cuenta tanto grados de libertad fermiónicos como bosónicos en un problema de muchos cuerpos.

Ahora bien, para efectuar cálculos es necesario considerar los diagramas de la NFT en forma perturbativa. Por lo tanto, en el presente capítulo se efectuará una descripción de las distintas teorías de perturbaciones posibles.

III.1. Teoría de perturbaciones degenerada

Sea la ecuación de Schrödinger

$$H\psi = E\psi \quad (\text{III.1})$$

que no es posible resolver en forma exacta. Suponemos que H se puede dividir en

$$H = H_0 + V \quad (\text{III.2})$$

y que conocemos las soluciones de H_0

$$H_0 \phi_i = \epsilon_i \phi_i \quad (\text{III.3})$$

Expandamos ahora la verdadera función de onda ψ en un conjunto completo de estados no perturbados

$$\psi = \sum_i a_i \phi_i \quad (\text{III.4})$$

Reemplazando en (III.1) y tomando producto escalar con ϕ_j , resulta

$$(E - \epsilon_j) a_j = \langle \phi_j | V | \psi \rangle \quad (\text{III.5})$$

Definiremos ahora espacio físico o modelo como aquel que está formado por el conjunto de estados ϕ_i con $i=1,2,\dots,d$ con los cuales trabajaremos en forma explícita, es decir aquellos casi degenerados para los cuales escribiremos la matriz efectiva que luego diagonalizaremos. El resto de los estados del conjunto completo se incluirán implícitamente al construir los operadores efectivos, es decir obtendremos una interacción efectiva que reemplace a V . La suma en (III.4) se puede separar entonces en

$$\psi = \sum_{i=1}^d a_i \phi_i + \sum_{j=d+1}^{\infty} a_j \phi_j \quad (\text{III.6})$$

y usando (III.5)

$$\psi = \psi_d + \sum_{j=d+1}^{\infty} \frac{|\phi_j\rangle \langle \phi_j | V | \psi \rangle}{E - \epsilon_j} \quad (\text{III.7})$$

Aquí hemos definido ψ_d como la proyección de ψ sobre el espacio físico. Usualmente se normaliza ψ_d a la unidad.

Es cómodo y elegante definir los proyectores P y Q que proyectan dentro y fuera del espacio físico respectivamente.

$$\begin{aligned} P &= \sum_{i=1}^d |\phi_i\rangle \langle \phi_i| \\ Q &= \sum_{j=d+1}^{\infty} |\phi_j\rangle \langle \phi_j| \\ P + Q &= 1 \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

Estos operadores P y Q satisfacen las propiedades usuales de los proyectores, es decir

$$P^2 = P \quad P^\dagger = P \quad PQ = 0 \quad (\text{III.9})$$

Luego podemos reescribir (III.7) usando proyectores

$$\psi = \psi_d + \frac{Q}{E - H_0} V \psi$$

$$\psi_d = P \psi \quad (\text{III.10})$$

Definiremos ahora el operador de modelo Ω como

$$\psi = \Omega \psi_d \quad (\text{III.11})$$

y de (III.10) resulta

$$\Omega(E) = 1 + \frac{Q}{E - H_0} V \Omega(E) \quad (\text{III.12})$$

Pero si reemplazamos (III.10) en (III.5) y usamos la definición de ψ_d

$$(E - \epsilon_j) a_j = \langle \phi_j | V \Omega | \psi_d \rangle = \sum_{\kappa=1}^d \langle \phi_j | V \Omega | \phi_\kappa \rangle a_\kappa \quad (\text{III.13})$$

que en forma matricial resulta

$$(H_0 + \mathcal{V}(E) - E) \psi_d = 0 \quad (\text{III.14})$$

donde hemos definido como interacción efectiva $\mathcal{V}(E)$ a

$$\mathcal{V}(E) = V \Omega(E) \quad (\text{III.15})$$

Usando la relación (III.13) se obtiene una ecuación integral para $\mathcal{V}(E)$

$$\mathcal{V}(E) = V + V \frac{Q}{E - H_0} \mathcal{V}(E) \quad (\text{III.16})$$

que iterando resulta

$$\mathcal{V}(E) = V + V \frac{Q}{E - H_0} V + VQ \frac{1}{E - H_0} QVQ \frac{1}{E - H_0} QV + \dots \quad (\text{III.17})$$

Las expresiones (III.14) y (III.17) constituyen la forma habitual de la teoría de perturbaciones de Bloch-Horowitz⁷⁾.

III.2. Teoría de perturbaciones de diagramas plegados

En la sección anterior hemos visto como obtener un hamiltoniano efectivo, que resulta ser dependiente de la energía, en un espacio de interés dado. Dicha dependencia trae problemas en la convergencia de la serie perturbativa, cuando ésta se trunca a un cierto orden, por lo que se han desarrollado métodos que tratan de obtener hamiltonianos efectivos independientes de la energía.

El método de diagramas plegados^{*} consiste en expandir las diferencias de energía de los denominadores reagrupando la serie resultante según el parámetro perturbativo del problema. Supongamos por ahora el espacio físico degenerado con energía \mathcal{E} . El desarrollo en serie de Taylor para un denominador resulta

$$\frac{1}{E - H_0} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-)^m}{m!} \frac{d^m}{dE^m} \frac{1}{E - H_0} \Big|_{E=\mathcal{E}} (-\Delta E)^m = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{1}{E - H_0} \right)^{(m+1)} \Big|_{E=\mathcal{E}} (-\Delta E)^m \quad (\text{III.18})$$

Obviamente es posible aplicar el mismo desarrollo al operador $\mathcal{V}(E)$ que contiene muchos denominadores, resultando

$$\mathcal{V}(E) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-)^m}{m!} \frac{d^m}{dE^m} \mathcal{V}(E) \Big|_{E=\mathcal{E}} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_m}^d |\phi_{i_1}\rangle \langle \phi_{i_1} | -\mathcal{V}(E) | \phi_{i_2}\rangle \dots \langle \phi_{i_m} | -\mathcal{V}(E) \quad (\text{III.19})$$

Es fácil probar que el producto matricial sobre los estados físicos

no perturbados da el resultado correcto operando sobre ψ_d y utilizando

$$V(E)\psi_d = \Delta E \psi_d \quad (\text{III.20})$$

Empleando (III.19) para $\sqrt{V}(E)$ y sustituyendo iterativamente en el miembro de la derecha cada vez que $\sqrt{V}(E)$ aparezca, se obtiene una expresión que puede escribirse en la forma^{8,9)}

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{d^n}{dE^n} V(E) \Big|_{E=\epsilon} (-V)^n \quad (\text{III.21})$$

donde el producto matricial sobre los estados físicos no perturbados debe sobreentenderse. Este hecho nos permite usar la base no perturbada para escribir la matriz de la interacción efectiva que luego se diagonalizará. De esta manera, se ha eliminado el argumento E de \sqrt{V} ya que el resultado es formalmente independiente del corrimiento ΔE que deseamos calcular, es decir sólo aparecen denominadores con energías no perturbadas. Más aún, en la ref.10 se demuestra que todos los diagramas inconexos se cancelan.

El paso siguiente consiste en encontrar una interpretación diagramática de (III.21). La primera observación que surge es que debido a la existencia de productos matriciales sobre estados del espacio físico, aparecerán diagramas con estados intermedios pertenecientes a la base de dicho espacio. Esto representa un grave inconveniente ya que con las reglas diagramáticas usuales no es posible obtener los denominadores correctos, además de que existe la posibilidad de que algunos denominadores resulten cero. Es necesario por lo tanto introducir un nuevo tipo de diagramas que llamaremos diagramas plegados. Tomemos por ejemplo el diagrama "usual" de la Fig.III.1.a donde i, i' indican estados del espacio físico, mientras que j, j' indican estados del complementario. Este diagrama da origen a los diagramas plegados representados en las

Fig.III.1.b-c. El círculo sobre las líneas descendientes indica que se trata de estados de partícula del espacio físico y que debemos sumar sobre todos los estados de este tipo correspondientes al producto matricial indicado en (III.19). Las reglas con que se evalúan estos diagramas son las siguientes:

- 1) Se introduce un signo menos por cada plegado.
- 2) Los numeradores se calculan con las reglas usuales para diagramas de Feynman.
- 3) Los denominadores se obtienen haciendo actuar el operador $\frac{1}{\mathcal{E}-H_0}$ sobre los estados correspondientes considerando a este efecto las líneas plegadas como agujeros.

Para obtener la expresión correcta de cada contribución a (III.21) y evitar el doble conteo de los diagramas es necesario introducir una regla más:

- 4) La parte superior del diagrama plegado debe coincidir con la del no plegado.

Así por ejemplo, el diagrama de la Fig.III.1.d está prohibido.

Con la ayuda de este nuevo tipo de diagramas y las reglas recién enunciadas analicemos ahora los primeros órdenes de (III.21) para entender qué significan desde el punto de vista diagramático y cómo se produce la cancelación de los diagramas inconexos.

Para $n=0$, no hay plegado y se obtiene la serie

$$V + V \frac{Q}{\mathcal{E}-H_0} V + V \frac{Q}{\mathcal{E}-H_0} V \frac{Q}{\mathcal{E}-H_0} V + \dots \quad (\text{III.22})$$

Diagramas típicos que contribuyen a esta serie pueden observarse en la Fig.III.2 para el caso de dos partículas. Las Fig.III.2.c-d muestran dos diagramas inconexos cuyos denominadores pueden factorizarse (Ver Apéndice I).

Consideremos ahora el caso de $n=1$ en la expresión (III.21). Resulta

$$\left(V \frac{Q}{(\mathcal{E}-H_0)^2} V + V \frac{Q}{(\mathcal{E}-H_0)^2} V \frac{Q}{\mathcal{E}-H_0} V + V \frac{Q}{\mathcal{E}-H_0} V \frac{Q}{(\mathcal{E}-H_0)^2} V + \dots \right) \times \left(-V - V \frac{Q}{\mathcal{E}-H_0} V - \dots \right) \quad (\text{III.23})$$

El producto de los términos de segundo orden da, entre otros, los diagramas de la Fig.III.3.a y III.3.b. Recordando el signo menos que se tiene en la expresión (III.23) (un signo menos asociado a cada plegado) resulta claro que el diagrama de la Fig.III.3.a cancela exactamente a los de la Fig.III.2.c-d, por lo que estos diagramas inconexos desaparecen. Como ya se ha puntualizado este resultado es general.

Por supuesto, aparecen nuevos diagramas que se pueden escribir en forma plegada como muestra la Fig.III.3.c-d.

De la regla 4 resulta que la expansión (III.21) no es simétrica, ya que por ejemplo no hay diagramas equivalentes a los de la Fig.III.3.c-d, donde el plegado esté asociado al estado final, en lugar de estarlo al inicial. Al no ser la interacción efectiva \mathcal{V} hermítica, sus autovectores no serán ortonormales. Esto no es contradictorio con los postulados esenciales de la mecánica cuántica, ya que estos autovectores sólo representan las proyecciones sobre el espacio físico Ψ_d de las funciones de onda verdaderas.

Finalmente veamos como modificar las reglas de los diagramas cuando el espacio físico no está degenerado, es decir no existe una sola energía, tal como se supuso en el desarrollo anterior. Discutiremos en particular el diagrama de la Fig.III.3.b que da origen a los dos diagramas plegados de la Fig.III.3.c-d, uno de los cuales se reproduce en la Fig.III.4.a (el otro debe ser sobreentendido). En este diagrama las letras a, b, c y d representan los estados del espacio complementario, mientras que v' , v'' y v''' son estados del espacio físico.

Supongamos que los estados del espacio físico sean degenerados con

energía no perturbada \underline{e} y consideremos en la perturbación términos de ruptura de degeneración del tipo

$$\beta_{\nu} | \nu \rangle \langle \nu | + \beta_{\nu'} | \nu' \rangle \langle \nu' | \quad (\text{III.24})$$

que convertirán la energía \underline{e} en

$$e_{\nu} = e + \beta_{\nu} \quad e_{\nu'} = e + \beta_{\nu'} \quad (\text{III.25})$$

A primer orden en esta perturbación se obtienen los diagramas de la Fig.III.4.b-c-d cada uno de los cuales representa en realidad varios diagramas. Por empezar, la inserción β puede ocurrir en cualquiera de los estados físicos; esto da lugar a un factor 2. En segundo lugar, todos los ordenamientos de las interacciones consistentes con la estructura del plegado deben ser tenidos en cuenta, pudiendo éstos luego ser factorizados. Las líneas sin índice de las Fig.III.4.b-c-d corresponden a las del diagrama de la Fig.III.4.a. Sólo los denominadores de energía y las inserciones β son importantes para la demostración, luego la suma de los diagramas de la Fig.III.4 resulta

$$\frac{1}{(2e - e_a - e_b)(2e - e_c - e_d)^2} = \left\{ 1 - \frac{2\beta_{\nu'}}{2e - e_c - e_d} - \frac{2\beta_{\nu}}{2e - e_c - e_d} - \frac{2\beta_{\nu}}{2e - e_a - e_b} \right\} \quad (\text{III.26})$$

que es simplemente el primer orden de la serie que convierte los denominadores de energía del diagrama de la Fig.III.4.a en

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(2e_{\nu} - e_a - e_b)(2e_{\nu'} - e_c - e_d)(2e_{\nu} - e_c - e_d)} = \\ & = \frac{1}{(2e_{\nu} - e_c - e_d)(2e_{\nu} + 2e_{\nu'} - e_a - e_b - e_c - e_d)} \left\{ \frac{1}{2e_{\nu} - e_a - e_b} + \frac{1}{2e_{\nu} - e_c - e_d} \right\} \quad (\text{III.27}) \end{aligned}$$

Este último resultado se obtiene utilizando el teorema de factorización (Ver Apéndice I). Si ahora incorporamos los términos (III.24) al hamiltoniano no perturbado, el primero de los sumandos del

miembro de la derecha de (III.27) se obtiene aplicando el operador $(2e_{\nu} - H_0)^{-1}$ entre cada interacción del diagrama de la Fig.III.4.a, mientras que el de la izquierda se obtiene efectuando la misma operación sobre el diagrama de la Fig.III.3.d. Resulta muy interesante destacar que en toda esta discusión las energías e_{ν} , de las líneas salientes no intervienen, por lo que en el caso en que los estados físicos sean no degenerados, la interacción efectiva resulta no hermítica, aún cuando se consideren diagramas sin ningún plegado.

Un caso particular de esta teoría de perturbaciones es el que corresponde a tomar un espacio físico de dimensión uno. Se recupera entonces la teoría de perturbaciones de Rayleigh-Schrödinger.

III.3. Operadores efectivos

Para completar el análisis de las teorías de perturbaciones estudiaremos cómo calcular a partir de dichas teorías los elementos de matriz de operadores efectivos.

La expresión a calcular es

$$\frac{\langle \psi_{\alpha f} | \Omega_f^\dagger T \Omega_i | \psi_{\alpha i} \rangle}{(\langle \psi_{\alpha f} | \Omega_f^\dagger \Omega_f | \psi_{\alpha f} \rangle \langle \psi_{\alpha i} | \Omega_i^\dagger \Omega_i | \psi_{\alpha i} \rangle)^{1/2}} \quad (III.28)$$

donde nuevamente hemos utilizado el operador Ω definido en (III.11). Los factores que aparecen en el denominador corresponden a la normalización de las funciones de onda inicial y final. Consideremos por ahora cada factor de esta expresión por separado.

Nuevamente aquí, para obtener series independientes de la energía será necesario expandir los denominadores dependientes de la energía en serie, con la diferencia de que en este caso como aparece Ω^\dagger además de Ω serán necesarios plegados no sólo a derecha como los vistos en la

sección anterior, sino también a izquierda. Para facilitar la discusión siguiendo a Krenciglowa-Kuo¹¹⁾ definiremos la caja-Q, la caja-Q dividida y la caja-T. Una caja-Q se define como un conjunto de diagramas irreducibles, cada uno de los cuales contiene al menos un vértice de interacción del hamiltoniano del sistema, y que además está conectado con al menos una de las líneas que salen de la caja. Entendemos por irreducible a que los propagadores entre dos vértices sucesivos de interacción deben contener al menos un estado del espacio complementario. En la Fig.III.5 se muestran diagramas típicos contenidos en una caja-Q. Diagramáticamente estas cajas se indicarán con un cuadrado.

Una caja-Q dividida se compone de diagramas irreducibles cada uno de los cuales contiene al menos dos vértices de interacción, uno para $t > 0$ ($t=0$ instante de división de la caja) y otro para $t < 0$. Debe tener además un factor $(1/\epsilon)^2$ para $t=0$ (suponiendo el espacio físico degenerado). Un ejemplo de este tipo de cajas se muestra en la Fig.III.6. La expresión correspondiente al diagrama de la Fig.III.6.a es

$$\frac{|\langle V \rangle|^2}{(\epsilon_1 - \epsilon_a - \epsilon_b + \epsilon_c)^2} \quad (\text{III.29})$$

Una caja-T es similar a una caja-Q dividida salvo que contiene una interacción del operador cuyo elemento de matriz deseamos calcular en $t=0$, tal como se muestra en la Fig.III.7. En este caso la evaluación de los denominadores puede ser diferente según se trate de estados anteriores o posteriores a $t=0$, aún para espacios físicos degenerados, ya que los estados 1 y 2 no tienen por qué pertenecer al mismo espacio físico. El resultado que se obtiene para el diagrama de la Fig.III.7 es

$$\frac{\langle V \rangle \langle V \rangle \langle c | T | d \rangle}{(\epsilon_1 - \epsilon_a - \epsilon_b - \epsilon_c)(\epsilon_2 - \epsilon_a - \epsilon_b - \epsilon_c)} \quad (\text{III.30})$$

Usando las definiciones de los distintos tipos de cajas podemos

decir que el elemento de matriz

$$\langle \psi_{df} | \Omega_f^\dagger T \Omega_i | \psi_{di} \rangle = \langle \psi_{df} | F(T) | \psi_{di} \rangle \quad (\text{III.31})$$

puede expresarse como un conjunto de cadenas de cajas-Q y cajas-T, donde cada cadena posee una sola caja-T con su vértice T ubicado en $t=0$. Ahora bien, estas cadenas dan lugar a diagramas reducibles. En la ref.11 se demuestra que éstos pueden eliminarse (tal como se hace para la interacción efectiva) por medio de operaciones de plegado. La diferencia, como ya se ha indicado, respecto de la interacción efectiva es que aquí como existen procesos que ocurren entre $t_i (-\infty)$ y $t_0=0$, y procesos que ocurren entre $t_0=0$ y $t_f(+\infty)$ debemos introducir plegados a derecha que corresponden al intervalo de tiempos $(-\infty, 0)$ y plegados a izquierda correspondientes a $t=(0, +\infty)$, estando prohibido pasar con un vértice de plegado a derecha por encima de $t=0$ y viceversa. Esquemáticamente resulta entonces

$$\begin{aligned} \langle \psi_{df} | F(T) | \psi_{di} \rangle = & \left\{ \downarrow - \square + \square \int_L \square - \right. \\ & - \square \int_L \square \int_L \left\{ \square + \dots \right\} \int_L \square \times T \int_R \left\{ \uparrow - \square + \right. \\ & \left. + \square \int_R \square - \square \int_R \square \int_R \square + \dots \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

donde \int_L indica plegado a izquierda y \int_R plegado a derecha.

Finalmente para las normalizaciones el método a emplear es el mismo que para el elemento de matriz con sólo sustituir la caja-T por una caja-Q dividida.

LISTA DE FIGURAS

Fig.III.1:Diagramas asociados de teoría de perturbaciones de diagramas plegados. De la forma no plegada (a) se obtienen los diagramas plegados (b) y (c). En (d) se indica un diagrama prohibido.

Fig.III.2:(a) y (b) son diagramas que contribuyen a la interacción efectiva de dos cuerpos, mientras que (c) y (d) representan diagramas inconexos que no contribuyen.

Fig.III.3:(a) corresponde a un diagrama inconexo plegado que no contribuye a la interacción efectiva de dos cuerpos y (b) a un diagrama conexo que da origen a los diagramas plegados (c) y (d).

Fig.III.4:Los diagramas (b), (c) y (d) muestran la corrección más baja al diagrama (a) para remover la degeneración entre los estados del espacio físico.

Fig.III.5:Diagramas típicos contenidos en una caja-Q.

Fig.III.6:Diagramas típicos contenidos en una caja-Q dividida.

Fig.III.7:Diagramas típicos contenidos en una caja-T.

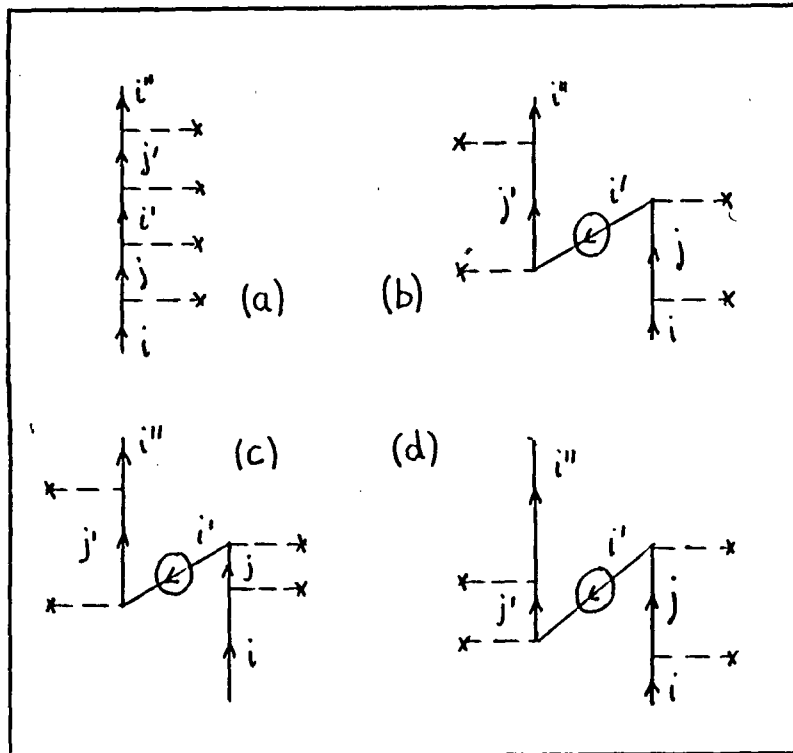


Fig.III.1

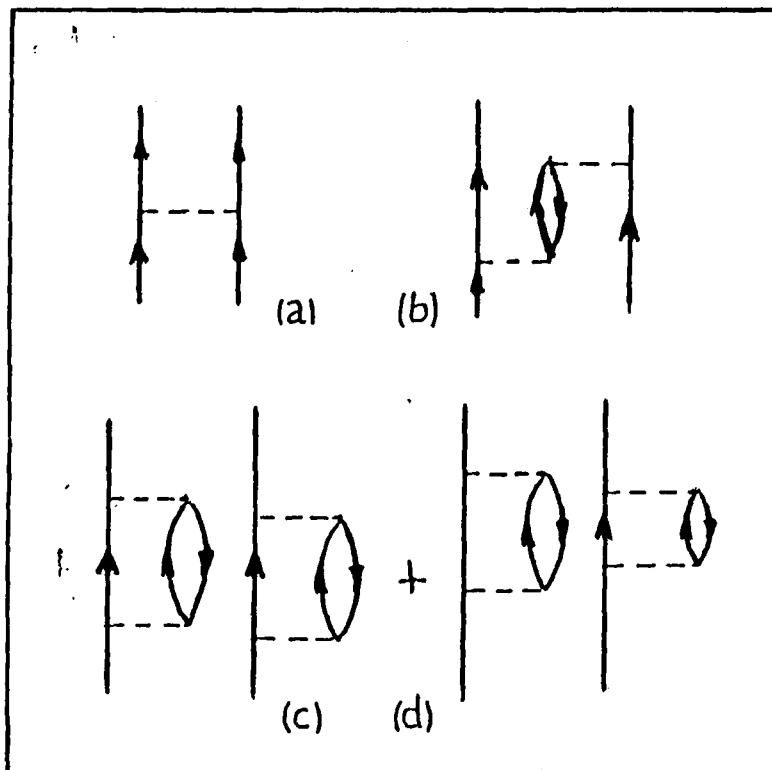


Fig.III.2

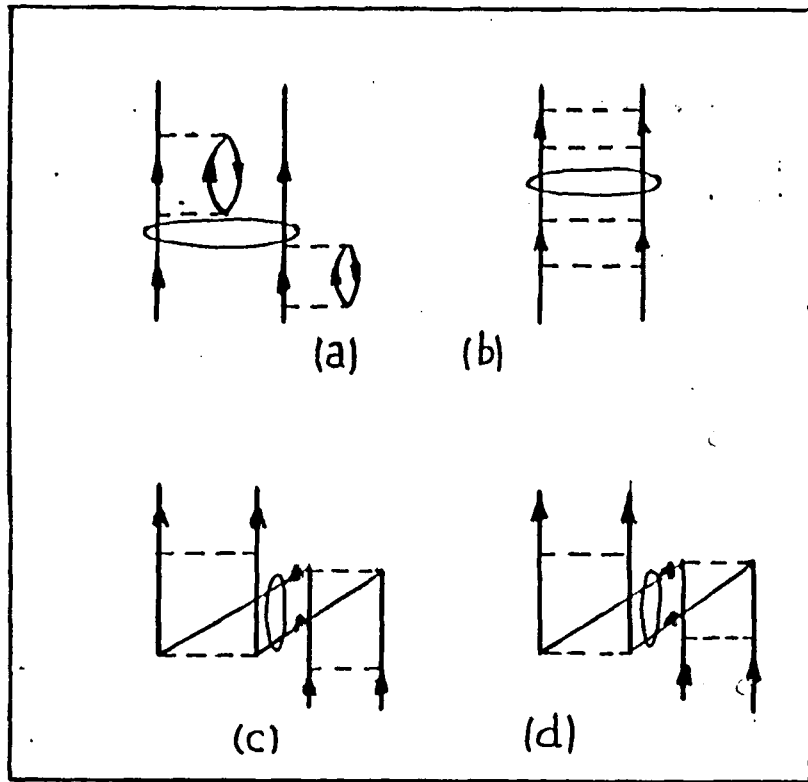


Fig.III.3

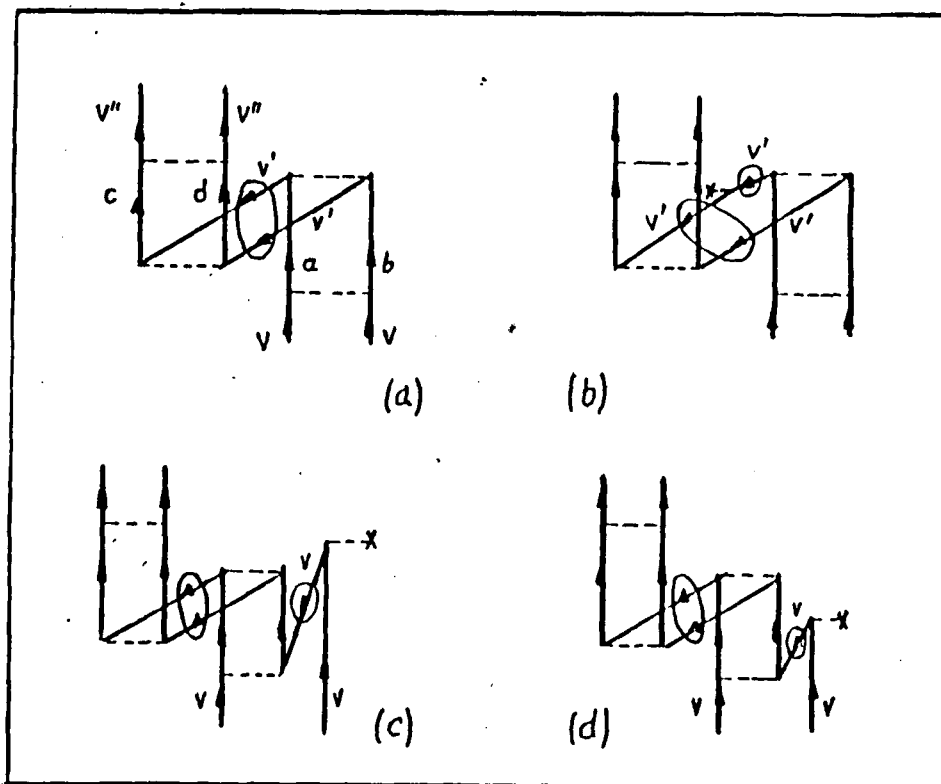


Fig.III.4

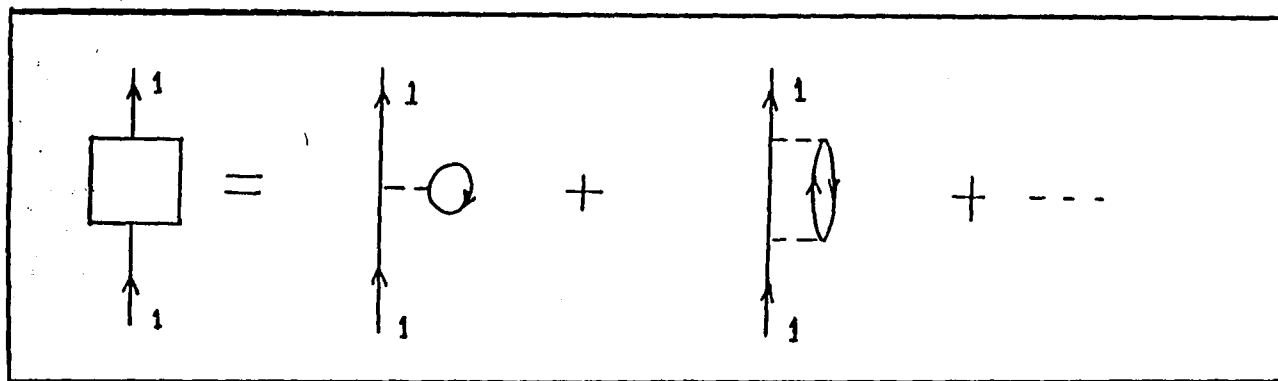


Fig.III.5

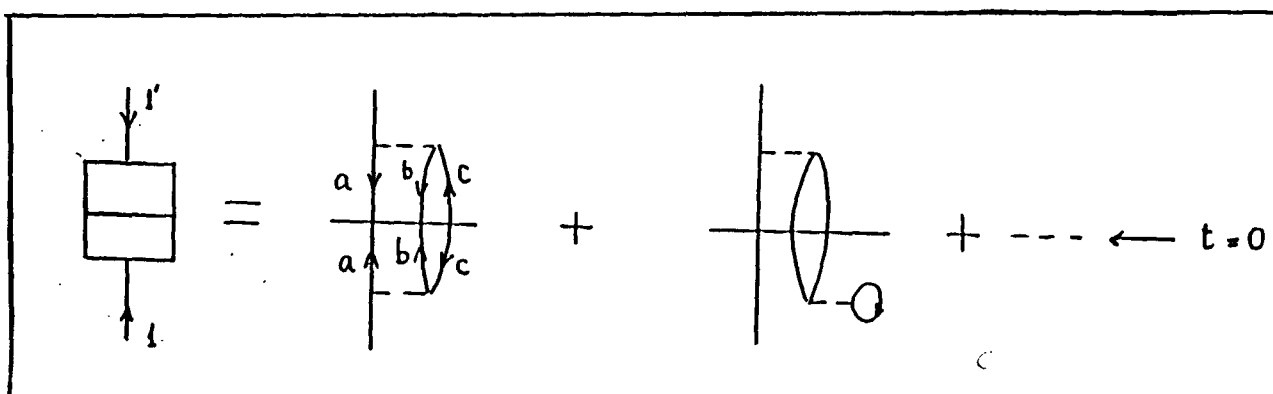


Fig.III.6

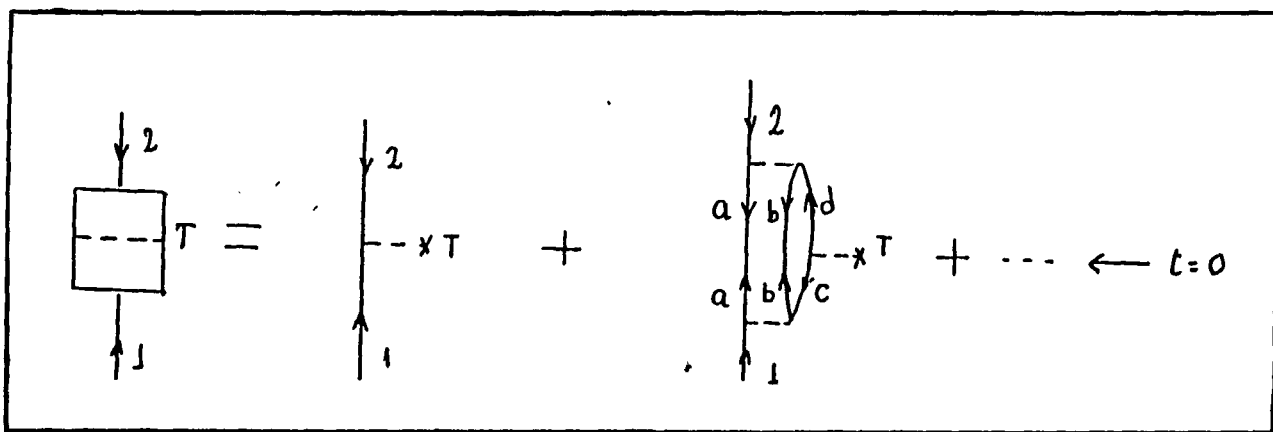


Fig.III.7

IV. APLICACION DE LA NFT A SISTEMAS DE CUATRO FERMIONES

Tal como se indicó en el capítulo I la convergencia de la NFT ha sido estudiada en dos casos diferentes^{1,2)} con resultados contradictorios. En ambos la corrección de primer orden está dada por el diagrama de la Fig.IV.1.a, que toma en cuenta los efectos del principio de Pauli asociados con el intercambio de una partícula entre los dos fonones.

En la sección IV.1 se discutirá como mejorar los resultados en el problema tratado en la ref.2 mediante la inclusión de diagramas de segundo orden y la utilización de espacios físicos de varias dimensiones. En la sección IV.2 se generalizarán los cálculos de la ref.1 utilizando fuerzas realistas, reproduciendo de esta manera el espectro de baja energía del ²⁰⁴Pb.

IV.1. El problema de cuatro partículas en una capa-j

IV.1.a. Construcción del hamiltoniano efectivo en el espacio físico

Comenzaremos tratando de determinar las amplitudes $X(a, jj')$ y $Y(a, jj')$ de los fonones, que por tratarse de un problema donde sólo existen partículas serán del tipo de apareamiento de adición. También por esta razón las amplitudes $Y(a, jj')$ resultarán nulas, por lo tanto la aproximación RPA se reduce a la aproximación Tammi-Dancoff (TDA). Las funciones de onda de los fonones se obtendrán entonces de la diagonalización de la interacción fermiónica residual H_{res} entre estados de dos partículas (j_1, j_2) acoplados a impulso angular J

$$|(j_1, j_2)^J\rangle = \frac{(c_{j_1}^\dagger c_{j_2}^\dagger)^J}{(1 + \delta_{j_2})^{1/2}} |0\rangle \quad (IV.1)$$

donde $|0\rangle$ es el estado vacío y c_j^+ es el operador de creación de una partícula. Distinguiremos mediante los números cuánticos (n, J) , $(n=1, 2, \dots)$ a los estados resultantes de la diagonalización. Estos estados, que poseen energías $w_{n, J}$, son creados por los operadores $\Gamma_{n, J}^+$ y resultan combinaciones lineales de los estados (IV.1)

$$|n, J\rangle = \sum_{j_1, j_2} X(n, J; j_1, j_2) |(j_1, j_2)^J\rangle \quad (\text{IV.2})$$

Los estados n, J estarán acoplados con los de partícula a través de la interacción partícula-vibración cuyos vértices (Fig. IV.2.a) se reducen a este caso a

$$M(n, J; j_1, j_2) = \sum_{j_1', j_2'} \frac{X(n, J; j_1', j_2')}{(1 + \delta_{12})^{1/2}} \langle (j_1', j_2')^J | H_{\text{res}} | (j_1, j_2)^J \rangle \quad (\text{IV.3})$$

mientras que los vértices fermiónicos puros (Fig. IV.2.b) resultan:

$$\frac{\langle (j_1', j_2')^J | H_{\text{res}} | (j_1, j_2)^J \rangle}{(1 + \delta_{12})^{1/2} (1 + \delta_{1'2'})^{1/2}} \quad (\text{IV.4})$$

Ha sido probado¹²⁾ que resulta conveniente clasificar los diagramas de acuerdo a un orden m dado por

$$m = \frac{1}{2} p + q - r \quad (\text{IV.5})$$

donde el número de vértices partícula-fonón, de vértices fermiónicos y de lazos fermiónicos se indican con p , q y r , respectivamente.

De esta manera, el diagrama de la Fig. IV.1.a resulta de primer orden mientras que los restantes de la Fig. IV.1 son de segundo orden. Esta clasificación tiene un significado físico preciso para fuerzas monopulares y excitaciones partícula-partícula degeneradas, en este caso el valor de cada diagrama resulta inversamente proporcional a Ω en forma

explícita, donde Ω es la degeneración de estados de dos partículas. El significado físico de esta clasificación se torna menos preciso cuando, ya sea el impulso angular del fonón o el espaciado en energía entre estados de partícula aumenta. Sin embargo, la clasificación de diagramas de acuerdo a \underline{m} tiene su sentido aún en estos casos, ya que por ejemplo en el caso de la ref.1 la contribución total de segundo orden (42 Kev) es pequeña respecto de la de primer orden (474 Kev), pese a ser resultado de la cancelación entre los gráficos de la Fig.IV.1.b-f (769 Kev) y el de la Fig.IV.1.g (-727 Kev). Por lo tanto la inclusión de todos los diagramas correspondientes a un mismo orden es de suma importancia para obtener una serie perturbativa convergente.

En el presente cálculo se incluyeron tanto los diagramas de primer como de segundo orden en la construcción de los elementos de matriz efectivos entre estados de un subconjunto seleccionado de estados físicos (por ejemplo, algunos estados de dos fonones). Existe cierta libertad para elegir estos estados, sin embargo se debe tener en cuenta que debido a que el procedimiento de diagonalización implica la inclusión efectiva de ciertos diagramas de órdenes superiores se debe tratar de minimizar el número de estados pertenecientes al subespacio físico, ya que como hemos visto existe en general una fuerte cancelación entre diagramas de un mismo orden. Los estados incluidos en el subespacio físico han sido determinados principalmente por consideraciones de energía.

Los numeradores de los diagramas se calcularon con las reglas diagramáticas usuales respetando el acoplamiento de impulsos angulares entre los estados correspondientes. Por ejemplo, para el diagrama de la Fig.IV.1.a resulta la expresión

$$\begin{aligned}
 & - M(n_1 J_1; \delta_1 j_1) M(n_2 J_2; j_2 j_4) M(n_3 J_3; j_1 j_3) M(n_4 J_4; j_2 j_4) \times \\
 & \times \frac{\langle (j_1 j_4) J_3, (j_2 j_3) J_4; I | (j_1 j_2) J_1, (j_3 j_4) J_4; I \rangle}{\text{DEN}}
 \end{aligned}
 \tag{IV.6}$$

donde I indica el impulso angular del estado de cuatro partículas y el coeficiente $\langle (j_1 j_4)_{J_3}, (j_2 j_3)_{J_4}; I \mid (j_1 j_2)_{J_1}, (j_3 j_4)_{J_2}; I \rangle$ representa el acoplamiento de impulsos angulares y se puede expresar como

$$\langle (j_1 j_4)_{J_3}, (j_2 j_3)_{J_4}; I \mid (j_1 j_2)_{J_1}, (j_3 j_4)_{J_2}; I \rangle = \hat{J}_1 \hat{J}_2 \hat{J}_3 \hat{J}_4 \left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & J_1 \\ j_3 & j_4 & J_2 \\ J_3 & J_4 & I \end{matrix} \right\} \quad (\text{IV.7})$$

donde el símbolo $\left\{ \right\}$ indica que se trata de un coeficiente 9-j y $J_i = (2J_i + 1)^{\frac{1}{2}}$. Los coeficientes 9-j se encuentran tabulados en la literatura¹³⁾.

Los denominadores a utilizar dependerán de la teoría de perturbaciones con que se trabaje. Hasta ahora dos prescripciones han sido utilizadas:

1) La del método de Bloch-Horowitz indicado en la sección III.1. Esta prescripción ha sido útil para casos en los cuales es posible calcular la expansión diagramática en todos los órdenes de perturbación. Sin embargo, tiene dos inconvenientes importantes: a) convergencia muy pobre: la inclusión de la energía exacta en los denominadores toma en cuenta en forma efectiva diagramas de orden superior en los cuales el estado intermedio pertenece al subconjunto de la base (diagrama de la Fig. IV.1.g) que usualmente tiene signo contrario al resto de los diagramas del mismo orden. Así, el método de Bloch-Horowitz toma en cuenta la contribución de diagramas de orden superior pero con el signo incorrecto; y b) los autovalores corresponden tanto al espacio físico como al complementario, que incluye estados impropios. En el orden más bajo de perturbaciones estas raíces espúreas no están bien separadas de las otras, por lo tanto es deseable eliminarlas del cálculo.

2) La energía exacta ha sido reemplazada por el promedio entre la energía inicial y final. Aunque esta prescripción ha dado algunos buenos resultados^{14,15)}, no tiene justificación desde el punto de vista teórico. Como ha sido indicado en la ref.2, este procedimiento puede dar lugar a

degeneraciones accidentales entre este promedio y la energía de los estados intermedios.

En este trabajo se eliminará la energía exacta E de los denominadores utilizando las técnicas de diagramas plegados desarrolladas en el capítulo II. De esta manera se introduce el diagrama de la Fig.IV.1.g, donde el estado de dos fonones plegado pertenece al subconjunto de estados físicos (mientras que el estado intermedio de dos fonones de la Fig.IV.1.f pertenece al subconjunto de estados complementarios). Las reglas para el cálculo de este diagrama son las enunciadas en la sección III.2.

En la aproximación TDA los diagramas de segundo orden resultan fáciles de calcular: aparte de las permutaciones triviales entre estados iniciales y entre estados finales, cada gráfico de las Fig.IV.1.b-f da lugar a muy pocos (≤ 3) diagramas diferentes. La situación es más complicada para el caso del diagrama plegado de la Fig.IV.1.g, ya que él da lugar a 272 permutaciones diferentes. En este caso es conveniente utilizar el teorema de factorización indicado en el Apéndice 1. Utilizando dicho teorema, resulta que la suma de todas las permutaciones puede obtenerse a partir de cualquiera de ellas reemplazando el correspondiente denominador de energía por

$$\sum_{g=d+1}^{f-1} \left(\prod_{v=d+1}^g \frac{1}{E_d - E_v} \prod_{w=1}^{d-1} \frac{1}{E_i - E_w} \prod_{r=g}^{f-1} \frac{1}{E_i - E_r} \right) \quad (\text{IV.8})$$

donde los sucesivos estados han sido indicados con $i, 1, 2, \dots, d-1, d, d+1, \dots, g, \dots, f$. Aquí, \underline{i} es el estado inicial, \underline{d} el estado plegado, \underline{g} el estado simultáneo con el vértice de plegado superior y \underline{f} el estado final ($d+1 \leq g \leq f-1$).

IV.1.b. Los elementos de matriz

Como ya se indicó en el capítulo I, los vértices de la NFT asociados con un operador T tienen componentes bosónicas y fermiónicas (Fig.IV.1.c-d). En el presente caso, estas últimas corresponden a los operadores de transferencia que crean dos partículas y dan lugar a un fonón. Los vértices correspondientes son:

$$T(n, J) = \sum_{j_1, j_2} t_{j_1, j_2}^{(J)} \chi(n, J; j_1, j_2) \quad \text{Fig.IV.2.d} \quad (\text{IV.9})$$

$$t_{j_1, j_2}^{(J)} (1 + \delta_{j_1, j_2})^{1/2} \quad \text{Fig.IV.2.e}$$

Las amplitudes $t_{j_1, j_2}^{(J)}$ están determinadas por consideraciones físicas a partir del proceso de transferencia. En el presente cálculo (efectuado para una sola capa- j) se ha tomado $t_{j_1, j_2}^{(J)}$ igual a 1, y por lo tanto los vértices de las Fig.IV.1.c-d tienen los valores 1 y $(2)^{1/2}$ respectivamente.

Los elementos de matriz de un operador T correspondientes a la transición entre dos estados ψ y ψ' pueden escribirse en términos de los elementos de matriz efectivos $\langle \phi'_j | T | \phi_i \rangle$ en el espacio físico y de las amplitudes a_i del estado físico no perturbado $|\phi_i\rangle$ en el estado ψ resultante de la diagonalización

$$\langle \psi' | T | \psi \rangle = \sum_{i, j} a_i a'_j \langle \phi'_j | T | \phi_i \rangle \quad (\text{IV.10})$$

donde

$$\sum_i |a_i|^2 = 1 \quad (\text{IV.11})$$

Los elementos de matriz $\langle \phi'_j | T | \phi_i \rangle$ también se obtienen diagramáticamente según se indica en la Fig.IV.3. En ella se utilizan los distintos tipos de cajas-Q definidas en la sección III.3.

En la teoría de perturbaciones de Bloch-Horowitz solamente el diagrama de la Fig.IV.3.a debe ser considerado. La energía exacta del estado inicial o final debe usarse en los denominadores según el estado intermedio aparezca antes o después de la introducción del operador T_j . Según se ha visto en la sección II.3 el método de diagramas plegados reemplaza estas energías exactas por la energía no perturbada del estado inicial o final e introduce los diagramas de las Fig.IV.3.b-c. En el diagrama de la Fig.IV.3.b (Fig.IV.3.c) el plegado ocurre antes (después) de la aparición de T y por lo tanto, el vértice superior (inferior) de la caja-T aparece por debajo (por arriba) del vértice correspondiente a T.

En el Apéndice 2 los elementos de matriz del operador unidad y del operador de transferencia de dos cuerpos están calculados en forma explícita.

Los estados Ψ no resultan correctamente normalizados por la condición (IV.9), ya que en ella se ignora la mezcla implícita de estados del espacio complementario que ocurre en los estados de la base. Los elementos de matriz correctamente normalizados se obtienen de (III.28). En el presente caso resulta

$$\langle \Psi' | T | \Psi \rangle_N = \frac{\langle \Psi' | T | \Psi \rangle}{(\langle \Psi' | \Psi' \rangle \langle \Psi | \Psi \rangle)^{1/2}} \quad (\text{IV.12})$$

donde, como ya se ha indicado, el factor $\langle \Psi | \Psi \rangle$ se calcula como $\langle \Psi' | T | \Psi \rangle$ reemplazando al operador T por el operador unidad. En el presente cálculo se utilizará el procedimiento sugerido en la ref.11, en el cual tanto el numerador como el denominador de (IV.10) se calculan hasta un cierto

orden de perturbaciones. Este método es mucho más simple que tratar de expresar al elemento de matriz normalizado como una sola expansión en serie, si bien tiene la desventaja de que algunos órdenes superiores son implícitamente tenidos en cuenta.

Los diagramas NFT necesarios al orden más bajo para el cálculo de los elementos de matriz de transferencia y normalización se indican en la Fig.IV.4.

IV.1.c. Cálculos

Fueron estudiadas dos capas, $j=7/2$ y $j=11/2$, correspondientes a $\Omega=4$ y $\Omega=6$ respectivamente. Como existe un sólo fonón de cada multipolaridad J , se eliminará el subíndice n que diferenciaba los fonones en la ec.IV.2. Se han calculado aquellos estados con impulso angular $I \leq 8$.

Las fuerzas han sido parametrizadas por las relaciones $W_0/W_2/\dots/W_{(2j-1)}$ entre las energías de los fonones W_J . La escala de energías en las Fig.IV.5-6 y Fig.IV.8-9 fue obtenida tomando $W_0=-10$. Tres fuerzas diferentes han sido consideradas: i) una fuerza prácticamente monopolar pura (MP); ii) una fuerza esencialmente independiente de la multipolaridad de los fonones (MIP) y iii) una fuerza monopolar más cuadrupolar (MQP).

IV.1.c.1. Fuerza monopolar (MP)

Las relaciones entre las energías de los fonones consideradas son $10/1/0.1/0.01/0.001/0.001$ y los resultados correspondientes se pueden observar en las Fig.IV.5-6.

Para los estados de energía más baja de impulso angular $I \leq j-1/2$ los cálculos fueron realizados utilizando teoría de perturbaciones de Rayleigh-Schrödinger, tomando como estado no perturbado la configuración

$|[\Gamma_0^+ \Gamma_I^+]^I\rangle$. Para $I=0$, los cálculos fueron repetidos incluyendo todos los estados $|[\Gamma_J^+ \Gamma_J^+]^0\rangle$ sin encontrarse diferencias significativas en los resultados.

El acuerdo obtenido en la ref.1 entre los resultados exactos y los de la NFT para el estado fundamental usando interacción MP se extiende de esta manera a todo el espectro en el presente cálculo. Aunque los resultados correspondientes al orden Ω^{-2} son mejores que los de Ω^{-1} , estos últimos ya son lo suficientemente satisfactorios, aún para una degeneración tan pequeña como $\Omega=4$. Por lo tanto para los estados $|[\Gamma_0^+ \Gamma_I^+]^I\rangle$ los efectos anarmónicos se reducen a tener en cuenta el principio de exclusión de Pauli en la superposición de los dos fonones que describen el estado y por este motivo los estados perturbados aparecen por encima de la energía no perturbada W_0+W_I .

Para el resto de los estados se diagonalizó la interacción efectiva dentro del espacio generado por el conjunto de estados $|[\Gamma_J^+ \Gamma_J^+]^I\rangle$ excluyendo los estados $|[\Gamma_0^+ \Gamma_I^+]^I\rangle$, y nuevamente el acuerdo obtenido resulta muy bueno. Para $j=11/2$, existe una sola inversión (entre los estados de $I=0$ y $I=8$) entre 14 estados concentrados en un intervalo de energías del orden de un décimo de la separación total. Para cada I , hay más estados en la base que estados reales en el espectro. Sin embargo, los estados espureos son fácilmente reconocibles ya que aparecen con energía prácticamente cero (energía de partícula independiente) o compleja.

En la ref.2 se encontró que la mayoría de los estados no pueden normalizarse utilizando la teoría de Rayleigh-Schrödinger (en el Apéndice 2 se muestra que esto ocurre para $j \leq 11/2$). Sin embargo, lo relevante desde el punto de vista físico son los elementos de matriz de estados físicos más que las constantes de normalización, y tal como se muestra en el mismo apéndice, en teoría de Rayleigh-Schrödinger el elemento de matriz normalizado del operador de transferencia de dos

cuerpos da una contribución de orden Ω^{-1} que puede ser calculada aún para valores de j muy pequeños. Por lo tanto, una posibilidad es seguir la sugerencia de Brandow¹⁰⁾ de lograr una sólo serie para el cociente que aparece en el elemento de matriz normalizado (ecuaciones (IV.12) y (A2.4)). Esto resulta muy complicado para los casos en que es necesaria una diagonalización, por lo que se optó por la solución alternativa de calcular por separado numerador y denominador de (IV.12) usando diagramas de primer y segundo orden. En todos los casos (aún para $j=7/2$) fue posible normalizar los estados.

Los resultados correspondientes a la interacción MP están representados en la Fig.IV.7 y la tabla 1. Los elementos de matriz bosónicos no perturbados del operador que destruye un fonón de impulso angular J entre estados de dos fonones $|\Gamma_0^+ \Gamma_I^+|^I$ y el estado de un sólo fonón $|J'\rangle$ son $(1 + \delta_{I,0})^{1/2}$ o cero. Para las pequeñas degeneraciones utilizadas aquí, los resultados exactos no se ajustan a este comportamiento tan simple (Fig.IV.7), sin embargo son bien reproducidos por los cálculos NFT. El ajuste fue estudiado a través de la desviación cuadrática media relativa

$$\Delta^{(m)} = \frac{\left[\sum (\langle J' | T_J | I, N \rangle^{(m)} - \langle J' | T_J | I, N \rangle_{\text{exacto}})^2 / \nu(\nu-1) \right]^{1/2}}{|\langle J' | T_J | I, N \rangle_{\text{exacto}}|_{\text{prom.}}} \quad (\text{IV.13})$$

En (IV.13) la suma se extiende sobre todos los elementos de matriz que tienen el mismo estado inicial de cuatro partículas (I,N) y diferentes valores de J y J' , donde N indica distintos estados con el mismo impulso angular I . El denominador es un promedio entre los valores absolutos de los elementos de matriz, y el índice m indica el orden al que fue realizado el cálculo.

Los valores de $\Delta^{(2)}$ en la tabla 1 son pequeños salvo para los estados excitados con $I=0$. Esta discrepancia no es debida a la normalización, ya que el promedio de las amplitudes en segundo orden se

compara muy bien con el valor exacto.

Consistentemente con lo indicado en el Apéndice 2, para $j=11/2$ es posible calcular a primer orden las amplitudes de transición que tienen el estado fundamental como estado inicial. En este caso, si bien el comportamiento relativo es bien reproducido, la normalización no se obtiene con suficiente precisión por lo que las amplitudes deben reducirse en un 50% para obtener los resultados exactos.

IV.1.c.2. Fuerza de apareamiento independiente de la multipolaridad (MIP)

Las relaciones de energía son en este caso 10/9/8/7.5/7.5/7.5, por lo que la utilización de Rayleigh-Schrödinger queda invalidada debido a la gran densidad de estados de dos fonones. Luego es necesario una diagonalización en el subespacio $|\{r_J^+ r_J^+, \}^I\rangle$ completo. El resultado de esta diagonalización es que todos los estados no espureos bajan su energía en un valor que es del mismo orden que la suma de la energía de correlación de los fonones individuales. Contrariamente, los estados espureos suben sus energías hasta valores cercanos a los de partícula independiente (Fig.IV.8-9). Si bien los resultados de primer orden son algo mejores que los de segundo orden, ambos son muy aceptables, ya que las discrepancias con los resultados exactos son muy pequeñas comparadas con el desplazamiento de cada nivel respecto de su posición no perturbada $W+W'$. Por otra parte el orden de los niveles es reproducido en forma correcta.

Debido a las mezclas a que da lugar la diagonalización, es posible calcular las normalizaciones aún en primer orden tanto para $j=7/2$ como

para $j=11/2$, por lo que los elementos de matriz de transferencia fueron calculados en ambos órdenes (tablas 2 y 3). El ajuste es en general bueno, si bien como para las energías los resultados NFT son algo mejores en primer orden que en segundo.

En el caso $j=7/2$, los peores resultados se obtienen para los dos estados de $I=4$ más bajos. Estos estados están casi degenerados en el cálculo exacto. Invertiendo estos estados se obtiene en segundo orden un mejor ajuste del espectro.

Como era de esperar los resultados mejoran notablemente para $j=11/2$. Nuevamente, es conveniente invertir entre sí, los dos estados más bajos de impulso angular $I=4$ e $I=6$. Como en el caso MP, las amplitudes de transferencia al estado $I=0$ excitado no resultan muy bien reproducidas.

IV.1.c.3. Fuerza monopolar más cuadrupolar (MQP)

En este caso se ha estudiado la misma interacción que en la ref.2, es decir $W_0/W_2=2$, $W_J=0$ ($J=0,2$), por lo que solamente podrán construirse los fonones con $J=0,2$. De esta manera, el subconjunto de estados base estará formado por $|\{r_J^+ r_{J'}^+\}^I\rangle$ ($J, J'= 0,2$) y $|\{r_J^+ [c_j^+ c_j^+]^{J'}\}^I\rangle$ ($J=0,2$; $J'=4,6,\dots$). Por supuesto, los estados de (un fonón)-(dos partículas) que pertenecen al subconjunto base, sólo deben incluirse como estados intermedios a través del mecanismo de plegado.

La degeneración existente entre estados del subconjunto base y estados impropios del espacio complementario hace que este cálculo sea especialmente inestable. Los estados $I=0,2$ más bajos podrían describirse usando el espacio generado por $(|\{r_0^+ r_1^+\}^I\rangle, |\{r_2^+ r_2^+\}^I\rangle)$, sin embargo la existencia de una degeneración entre el estado de la base $|\{r_2^+ r_2^+\}^I\rangle$ y el estado impropio $|\{r_0^+ [c_j^+ c_j^+]^I\}^I\rangle$ hace que sólo se pueda utilizar teoría de perturbaciones de Rayleigh-Schrödinger con los estados $|\{r_0^+ r_1^+\}^I\rangle$. Si

bien los resultados resultan malos en primer orden, en segundo orden el acuerdo obtenido es aceptable (Fig.IV.9-10). Vale la pena notar que en segundo orden los estados $|[r_2^+ r_2^+]^I\rangle$, se mezclan con los estados no perturbados $|[r_0^+ r_1^+]^I\rangle$ a través del diagrama de la Fig.IV.1.f.

Para $I=4$, el par de estados $|[r_0^+ [c_j^+ c_j^+]^4]^4\rangle$ y $|[r_2^+ r_2^+]^4\rangle$ están degenerados entre sí, al igual que el par $|[r_2^+ [c_j^+ c_j^+]^4]^4\rangle$ y $|[r_2^+ [c_j^+ c_j^+]^6]^4\rangle$ por lo tanto se realizó una diagonalización dentro de cada espacio de 2×2 , con resultados apenas satisfactorios. En segundo orden, la contribución a los elementos de matriz dentro del segundo subespacio no puede ser calculada debido a la degeneración entre los estados de la base y el estado impropio $|[r_2^+ [c_j^+ c_j^+]^2]^4\rangle$.

Para el primer subespacio, la diagonalización en segundo orden da como resultado autovalores complejos. En principio, es posible aplicar un esquema de perturbaciones que conduzca a matrices hermiticas como el desarrollado en la ref.16 donde se demuestra que a segundo orden el proceso de simetrización se reduce a tomar el promedio entre los elementos conjugados. Los resultados correspondientes están representados con líneas punteadas en la Fig.IV.10-11. Si bien el acuerdo es muy satisfactorio, es necesario hacer un estudio más sistemático de la aplicación de estas teorías de perturbaciones simétricas.

Para $I > 4$ todos los estados de la base son de la forma $|[r_j^+ [c_j^+ c_j^+]^{j'}]^I\rangle$. Si todos estos estados se incluyen en la base se obtiene un acuerdo perfecto con los resultados exactos, ya que las contribuciones de orden superior se cancelan orden por orden. Es interesante destacar que para $I=6$, caso en el que existen tres estados base, el procedimiento de Rayleigh-Shrödinger también puede utilizarse. En este caso, con el cálculo de segundo orden se obtienen los resultados exactos.

En las tablas 4 y 5 se muestran los resultados para las amplitudes de transición. Para $j=7/2$ y $I \leq 4$, las normalizaciones en primer orden

resultan imaginarias (ver discusión en el Apéndice 2). Si bien el estado $I=0, N=1$ es normalizable para $j=11/2$, la desviación cuadrática relativa $\Delta^{(1)}$ resulta muy grande. En segundo orden el acuerdo con los resultados exactos resulta razonable tanto para $j=7/2$ como $j=11/2$. Como para el caso de las energías, se usaron matrices simétricas para $I=4$.

Para $I > 4$, los resultados de primer orden de la NFT son exactos como ya se discutió anteriormente.

IV.2. Espectro de baja energía del ^{204}Pb

En esta sección se estudiará un problema realista: cuatro agujeros moviéndose en 6 niveles por debajo del ^{208}Pb e interactuando a través de dos tipos de interacciones diferentes. La primera es una fuerza de apareamiento multipolar como la utilizada por Bortignon et al¹⁾, cuyos resultados se generalizarán. La otra es una fuerza de apareamiento multipolar no separable realista obtenida a partir de la interacción nucleón-nucleón.

Se ha supuesto en el presente cálculo que el ^{208}Pb es un buen carozo de capa cerrada, por lo que los fonones se construirán en la aproximación TDA ya utilizada en las secciones anteriores. La interacción residual efectiva utilizada sólo tiene componentes de uno y dos cuerpos

$$H = H_1 + H_{12} \quad (\text{IV.14})$$

donde H_1 representa la interacción de los agujeros con el carozo del ^{208}Pb y puede tomarse como un operador diagonal cuyos autovalores fueron tomados del espectro de partícula independiente experimental del ^{207}Pb . Este espectro está indicado en la tabla 6.

En los cálculos realistas de secciones eficaces de transferencia de dos nucleones, las amplitudes de parentesco

$$\langle I^{\pi'}(^{204}\text{Pb}) \parallel \frac{(c_{j_1} c_{j_2})^{j'}}{(1+\delta_{12})^{1/2}} \parallel J^{\pi}(^{206}\text{Pb}) \rangle \quad (\text{IV.15})$$

dan la información de la estructura nuclear. Como en teoría de perturbaciones las funciones de onda no están bien normalizadas el elemento de matriz de $T = (c_{j_1} c_{j_2})^{j'} / (1+\delta_{12})^{1/2}$ debe calcularse según

$$\frac{\langle I^{\pi'}(^{204}\text{Pb}) \parallel T \parallel J^{\pi}(^{206}\text{Pb}) \rangle}{[\langle I^{\pi'}(^{204}\text{Pb}) \parallel I^{\pi'}(^{204}\text{Pb}) \rangle]^{1/2}} \quad (\text{IV.16})$$

donde la normalización de los estados $J^{\pi}(^{206}\text{Pb})$ no se incluye ya que estos estados son no perturbados. Los diagramas NFT de orden cero y uno correspondientes al numerador se pueden observar en la Fig. IV.4.a-b, respectivamente, mientras que los de primer orden correspondientes a la normalización en la Fig. IV.4.c. En los casos en que se usa teoría de perturbaciones no degenerada, el denominador de la expresión (IV.16) puede expandirse a orden Ω^{-1} para obtener de esta manera una expresión de primer orden totalmente consistente para el elemento de matriz normalizado. Las expresiones obtenidas por este procedimiento fueron utilizadas en lo que sigue para el cálculo de las amplitudes de parentesco.

IV.2.a. Cálculo con una fuerza de apareamiento monopolar

La interacción H_{12} utilizada en este caso es

$$H_{12}(j_1 j_1 j_2 j_2) = G_0 (j_1 + 1/2)^{1/2} (j_2 + 1/2)^{1/2} \quad (\text{IV.17})$$

donde el valor $G_0 = -0.13$ MeV fue ajustado para reproducir la energía del estado fundamental del ^{206}Pb .

La Fig. IV.12 muestra los cálculos de primer y segundo orden

realizados con la NFT, así como también los espectros no perturbado y exacto correspondientes a $I=0$. El espectro exacto fue obtenido mediante la diagonalización del modelo de capas.

Teoría de perturbaciones de Rayleigh-Schrödinger fue utilizada para el cálculo del estado fundamental (estado base $|\Gamma_{1,0}^+ \Gamma_{1,0}^+ \rangle^0$) y primer estado excitado (estado base $|\Gamma_{1,0}^+ \Gamma_{2,0}^+ \rangle^0$). El resto de los estados fue agrupado de a pares ($|\Gamma_{i,0}^+ \Gamma_{j,0}^+ \rangle^0$) de acuerdo a su energía no perturbada. En primer orden tanto la teoría de perturbaciones no degenerada como la semi-degenerada fueron utilizadas sin que se encontraran diferencias significativas. En segundo orden en cambio, algunos denominadores se hacen peligrosamente pequeños por lo que el procedimiento de diagonalización fue utilizado para cada par (casi degenerado) de estados.

Por lo tanto el cálculo del estado fundamental coincide con el efectuado en la ref.1. La excelente convergencia encontrada allí para dicho estado, se mantiene para el resto de los estados 0^+ . Una especial consideración merece el estado obtenido a partir del estado base $|\Gamma_{1,0}^+ \Gamma_{2,0}^+ \rangle^0$ (línea punteada en la Fig.IV.12) ya que este estado no converge a ninguno del cálculo exacto, sino que va a la energía de la configuración $(3p_{1/2})^4$ lo que indica que el estado renormalizado es espureo. Como las amplitudes $X(1,0;1/2,1/2)$ y $X(2,0;1/2,1/2)$ son 0.77 y -0.61 respectivamente, a priori se esperaría que estado $|\Gamma_{1,0}^+ \Gamma_{1,0}^+ \rangle^0$ incluyera más violación de Pauli que el estado $|\Gamma_{1,0}^+ \Gamma_{2,0}^+ \rangle^0$, sin embargo el resultado recién puntualizado indica que el procedimiento de perturbación convierte al primero en el verdadero estado fundamental, mientras que al segundo lo convierte en estado espureo.

La tabla 7 muestra las amplitudes de parentesco en orden cero y uno, así como también los valores exactos. El acuerdo entre los resultados de primer orden y los exactos es bueno. Las principales diferencias aparecen en las amplitudes correspondientes al nivel $3p_{1/2}$, para el cual la violación de Pauli está algo subestimada.

IV.2.b. Cálculo con una fuerza de apareamiento multipolar realista

En este caso, para los elementos de matriz de dos cuerpos se utilizaron los elementos de matriz de interacción realistas efectivos desarrollados para el espacio de valencia utilizado en el presente trabajo. Los elementos de matriz desnudos son derivados de la interacción nucleón-nucleón de Hamada-Johnston utilizando técnicas de matriz de reacción. A partir de ellos Kuo y Herling¹⁷⁾ tomaron en cuenta en forma efectiva el resto del espacio fermiónico, utilizando los elementos de matriz obtenidos para sus cálculos con modelo de capas. A su vez estos elementos han sido levemente modificados en forma empírica por Blomqvist¹⁸⁾ para obtener un buen ajuste del espectro del ^{206}Pb .

Los estados del ^{206}Pb dan origen a las amplitudes $X(n, J; j_1, j_2)$ en la construcción de los fonones. Llamaremos al estado de más baja energía de cada multipolaridad y paridad normal ($\pi = (-1)^J$) fonón colectivo, ya que para estos estados los elementos de matriz de transferencia de dos cuerpos están sistemáticamente favorecidos en las reacciones de pick-up respecto a otras configuraciones de agujeros cercanas. En verdad, estamos interesados en saber hasta qué punto el espectro de baja energía puede ser descrito en orden cero como la superposición de fonones colectivos, por lo tanto, solamente los fonones 0^+ , 2^+ y 4^+ colectivos han sido incluidos en la construcción de los estados físicos de dos fonones. En los cálculos de segundo orden se han incluido todas las multipolaridades con $J \leq 6$ y ambas paridades en los vértices fermiónicos intermedios (IV.4) o los vértices partícula-fonón (IV.3). Por razones de computación, el espacio de agujeros fue reducido a 5 niveles, verificándose la validez de esta aproximación para el estado fundamental y el primer estado 2^+ , encontrándose diferencias de menos de 10 Kev respecto del cálculo completo.

La Fig. IV.13 muestra el espectro en sus distintas aproximaciones

comparado con el exacto. Para el estado fundamental, aún cuando en primer orden se obtienen resultados semejantes a los de la fuerza monopolar, en este caso la corrección de segundo orden resulta despreciable. La explicación de este fenómeno es la componente octupolar fuertemente repulsiva de la interacción. En el cálculo NFT de segundo orden, la parte monopolar de la fuerza es muy pequeña y puede empujar la energía hacia arriba o hacia abajo dependiendo de la cancelación entre el diagrama IV.1.g y el resto (en efecto, para una fuerza monopolar pura y niveles de partícula independiente degenerados la cancelación es exacta). El resto de las componentes de la fuerza empujan la energía hacia abajo para una fuerza atractiva (todos los diagramas (b-f) son negativos como en el caso de la componente cuadrupolar). Por lo tanto, un incremento en la energía depende de la existencia de componentes repulsivas (como la componente octupolar de paridad positiva). Sin embargo, en este caso sólo los diagramas (b) y (e) son positivos mientras que los diagramas (c), (d) y (f) permanecen negativos. Por lo tanto, en segundo orden una fuerza repulsiva es en general subestimada ya que sus efectos tienden a cancelarse. En tercer orden, la situación se revierte por lo que es de esperar que los resultados mejoren en este orden.

Consistentemente con esta discusión, si se eliminan los elementos de matriz $\langle (j_1 j_2)^{3+} | H_{12} | (j_1 j_2)^{3+} \rangle$ en el cálculo exácto, la energía del estado fundamental baja de 28.96 MeV a 28.75 MeV, en excelente acuerdo con el cálculo NFT de segundo orden.

La energía de excitación del primer estado 2^+ es bien reproducida a pesar de que el parámetro Ω no está bien definido para momento angular diferente de cero, mientras que para su valor absoluto aparece el mismo inconveniente que para el estado fundamental.

Para los estados $J^\pi = 4^+$ la situación es algo diferente. En este caso, los dos primeros estados no perturbados $|\{[\Gamma_{1,0}^+ \Gamma_{1,4}^+]^4\rangle$ y $|\{[\Gamma_{1,2}^+ \Gamma_{1,2}^+]^4\rangle$ están casi degenerados. En primer orden, el cálculo perturbativo puede

efectuarse ya que no aparecen divergencias. El resultado no es muy bueno e inclusive aparece una inversión entre el primer estado 2^+ y el primer estado 4^+ . En los cálculos de segundo orden, los denominadores son proporcionales a la diferencia de energía entre los primeros dos estados no perturbados, por lo que es necesario utilizar un procedimiento de diagonalización para evitar divergencias. El método de diagramas plegados estandar no hermítico no es adecuado para este caso ya que conduce a autovalores complejos, por lo que el método de simetrización descrito en ref.16 fue nuevamente utilizado.

Debe notarse que algunos de los estados del espectro exacto no aparecen en nuestro cálculo. Dentro de nuestro esquema dichos estados involucran estados de dos agujeros no-colectivos, y que por lo tanto están fuera de nuestro espacio físico.

La comparación con el espectro de excitación exacto y el experimental indica que los cálculos de Liotta-Pomar¹⁹⁾ y los NFT de segundo orden son de una calidad semejante, si bien en los resultados NFT existe un corrimiento constante, tal como se discutió para el estado fundamental.

Las tablas 8, 9 y 10 muestran las amplitudes de parentesco correspondiente a los estados 0^+ , 2^+ y 4^+ de más baja energía, respectivamente. Se indican los resultados NFT de orden cero y primer orden, y también los exactos.

Para el estado 0^+ la convergencia es tan buena como la obtenida en el caso de la fuerza monopolar. Para los estados 2^+ y 4^+ más bajos, el orden cero es ya lo suficientemente bueno y sólo en aquellos casos donde la degeneración de la capa es pequeña el primer orden es significativo.

Para otros estados excitados aparecen degeneraciones accidentales, por lo que parece necesario aplicar procedimientos de diagonalización de segundo orden para poder obtener resultados satisfactorios.

LISTA DE FIGURAS

Fig.IV.1: Diagramas de primer orden (a) y segundo orden (b-g) utilizados en el cálculo de los hamiltonianos efectivos. Cada gráfico representa todas las permutaciones temporales del mismo.

Fig.IV.2: (a) y (b) representan los vértices del hamiltoniano NFT mientras que (d) y (e) los vértices de transferencia de dos nucleones. El diagrama (c) es una burbuja prohibida.

Fig.IV.3: Cálculo de un operador T_J con diagramas plegados.

Fig.IV.4: (a) representa el orden cero de transferencia de dos nucleones mientras que (b) indica los diagramas de primer orden. El diagrama (c) corresponde a la normalización a primer orden.

Fig.IV.5: Espectro de energía correspondiente a un nivel con $j=7/2$ e interacción MP.

Fig.IV.6: Espectro de energía correspondiente a un nivel con $j=11/2$ e interacción MP.

Fig.IV.7: Elementos de matriz de transferencia de dos partículas desde los estados $(I,1)$ con $I=0$ (a) y $I=2$ (b) correspondientes a $j=7/2$ e interacción MP.

Fig.IV.8: Espectro de energía correspondiente a un nivel con $j=7/2$ e interacción MIP.

Fig.IV.9: Espectro de energía correspondiente a un nivel con $j=11/2$ e interacción MIP.

Fig.IV.10: Espectro de energía correspondiente a un nivel con $j=7/2$ e interacción MQP.

Fig.IV.11: Espectro de energía correspondiente a un nivel con $j=11/2$ e interacción MQP.

Fig.IV.12: Espectro de energía correspondiente al cálculo con seis niveles e interacción monopolar pura.

Fig.IV.13: Espectro de energía correspondiente al cálculo con seis niveles e interacción realista no separable.

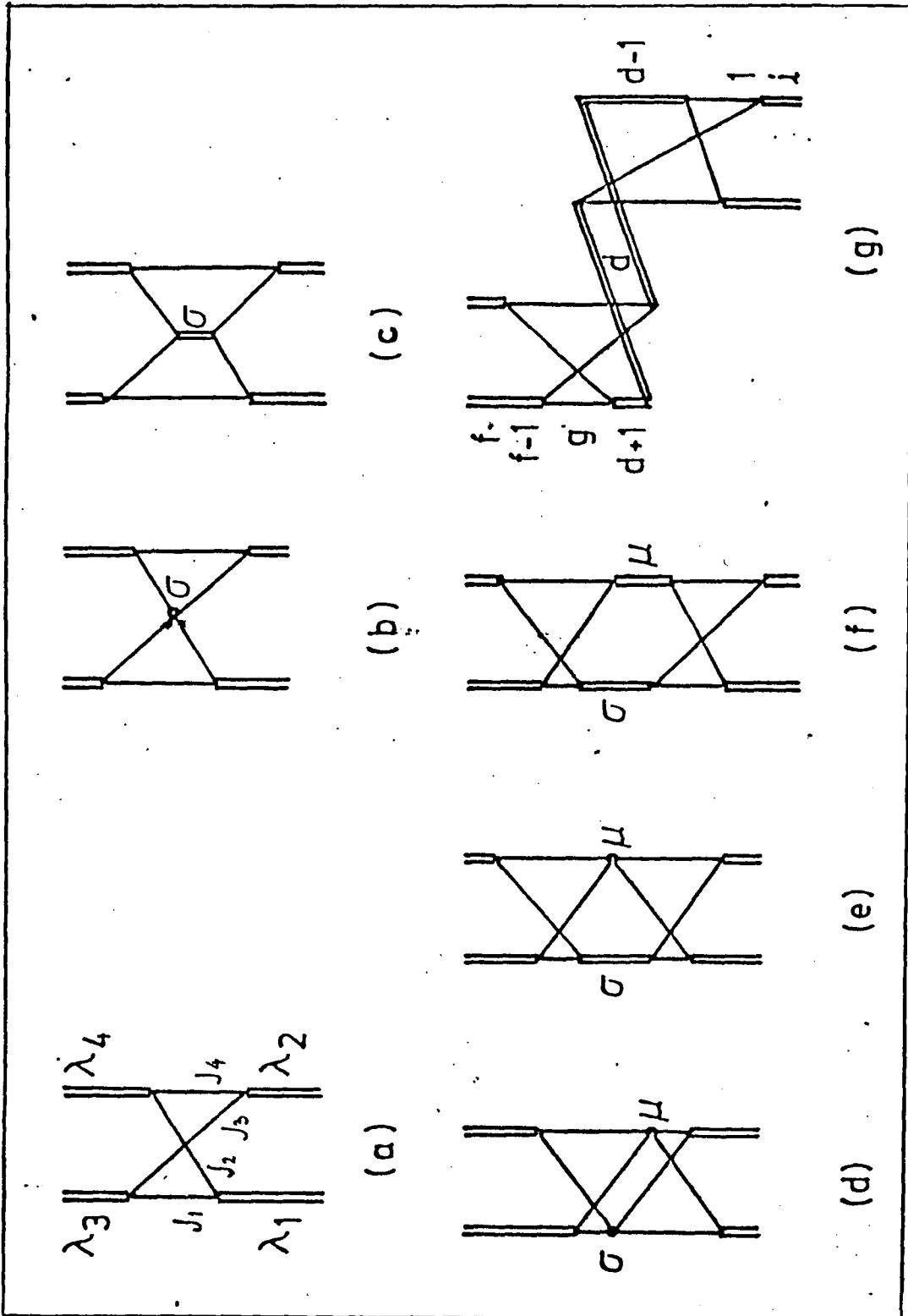


Fig. IV.1

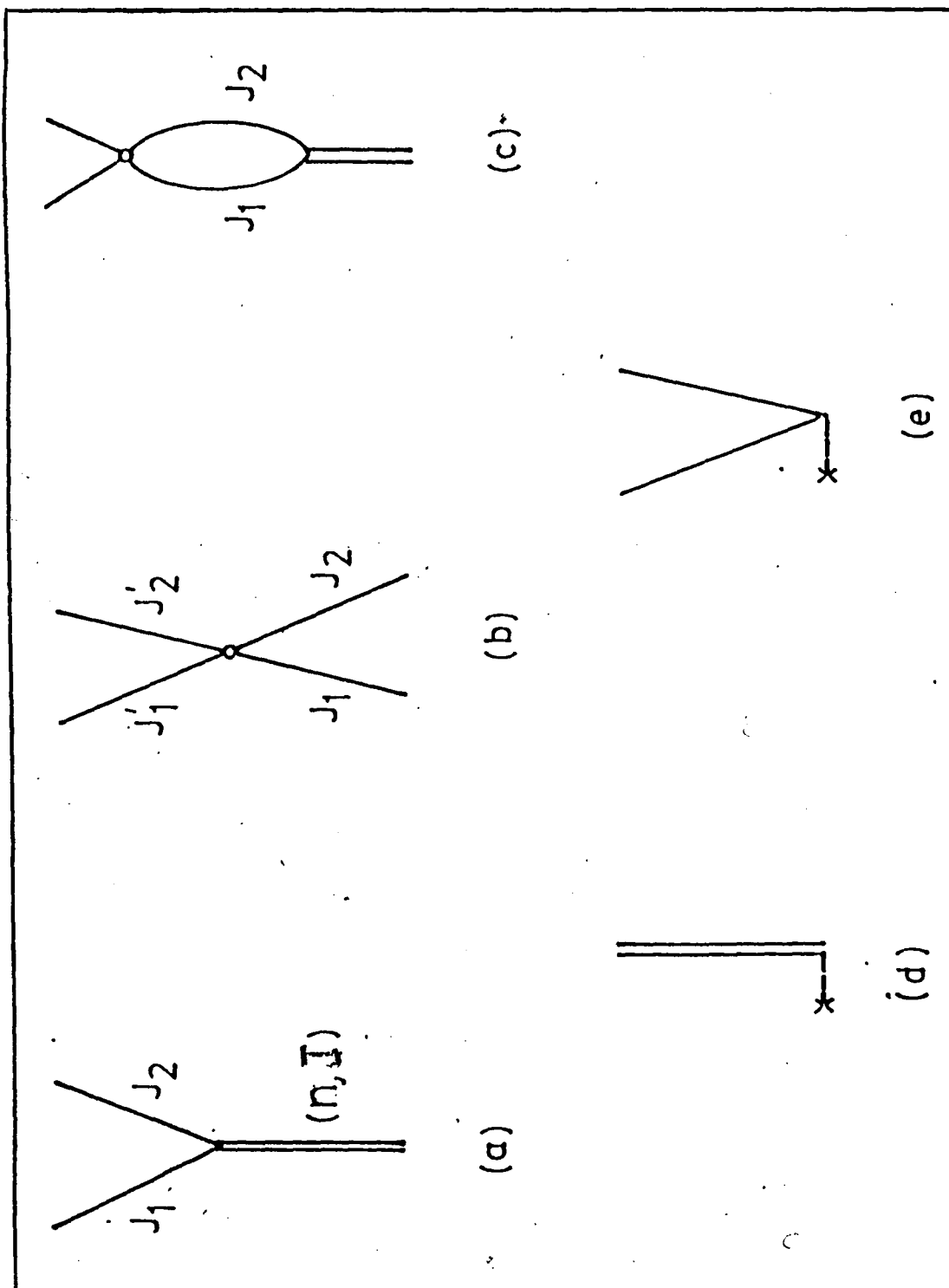


Fig. IV.2

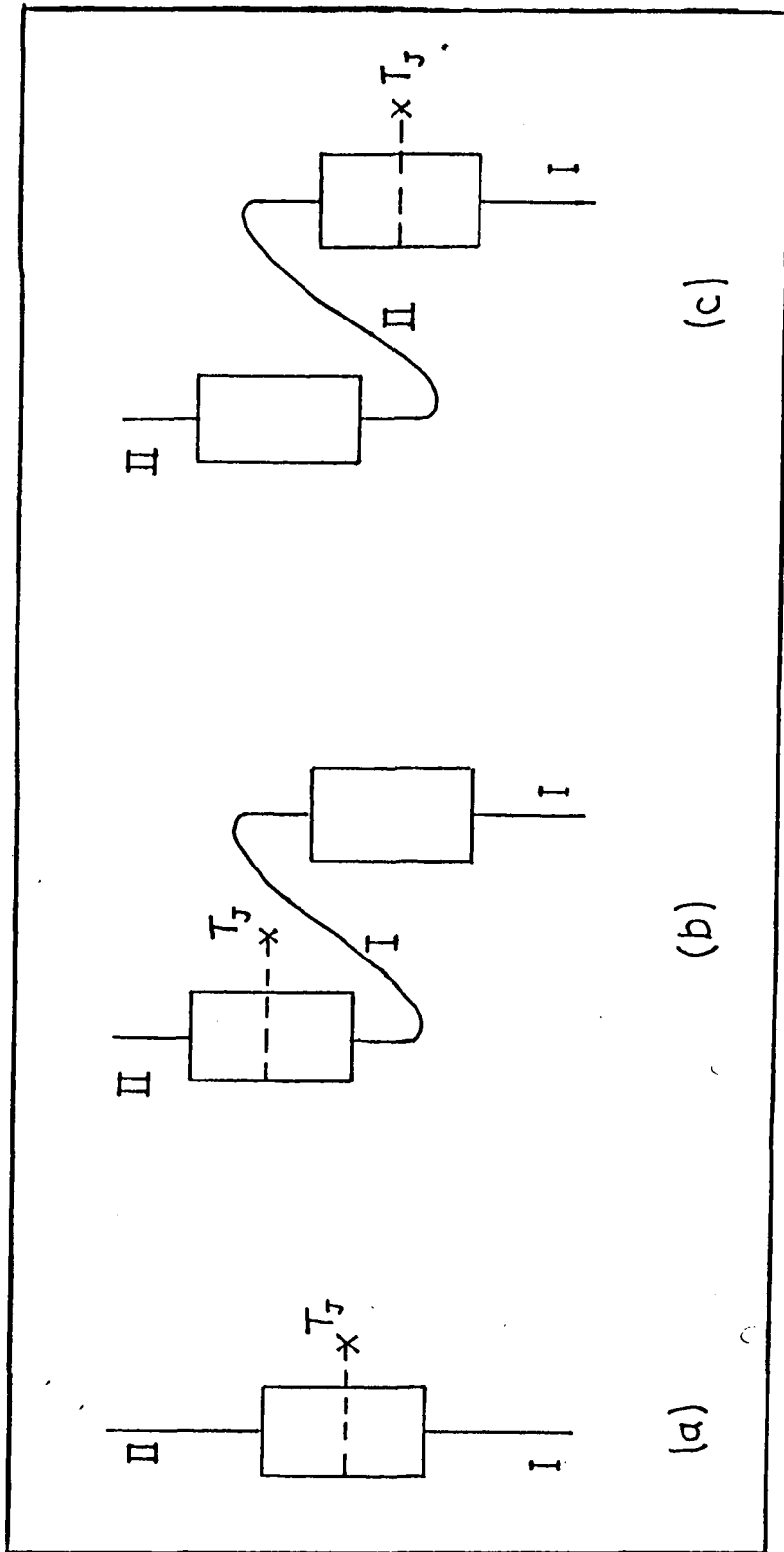


Fig.IV.3

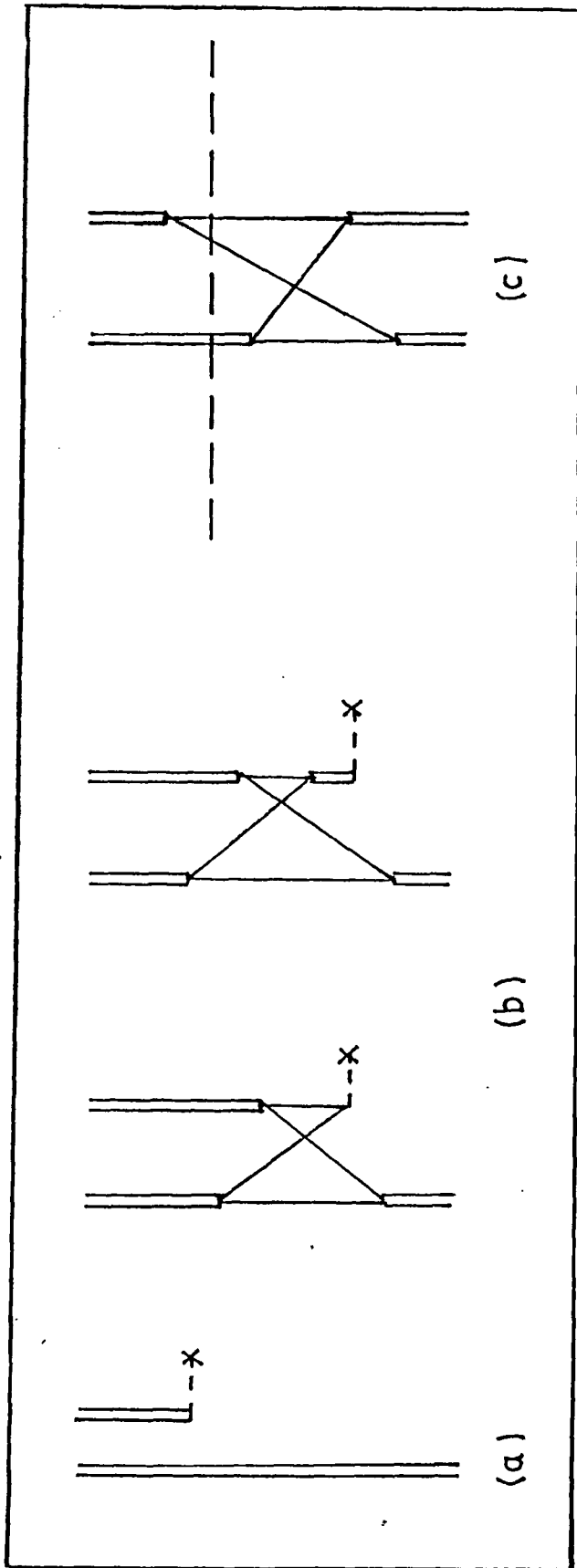


Fig.IV.4

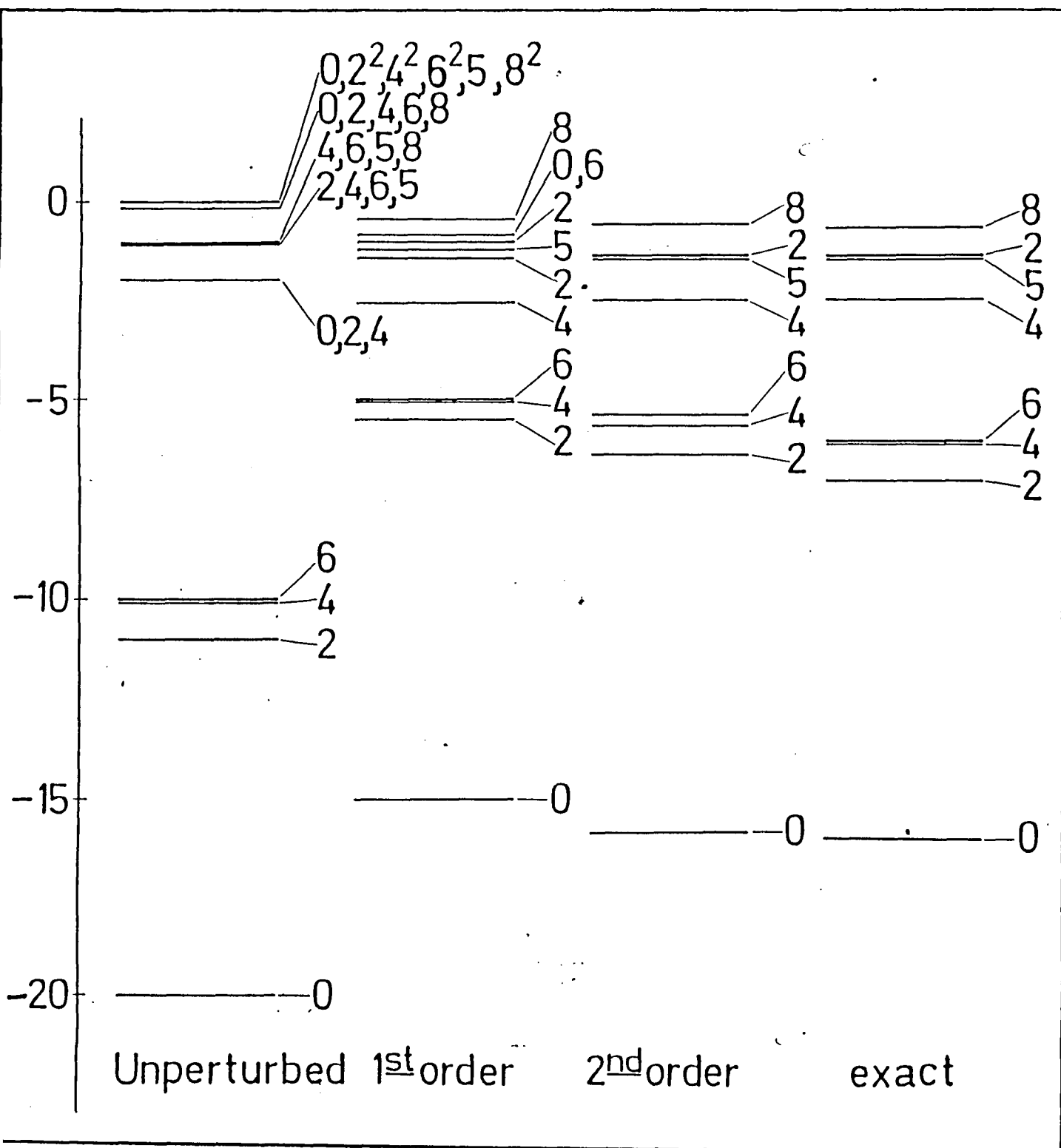


Fig. IV.5

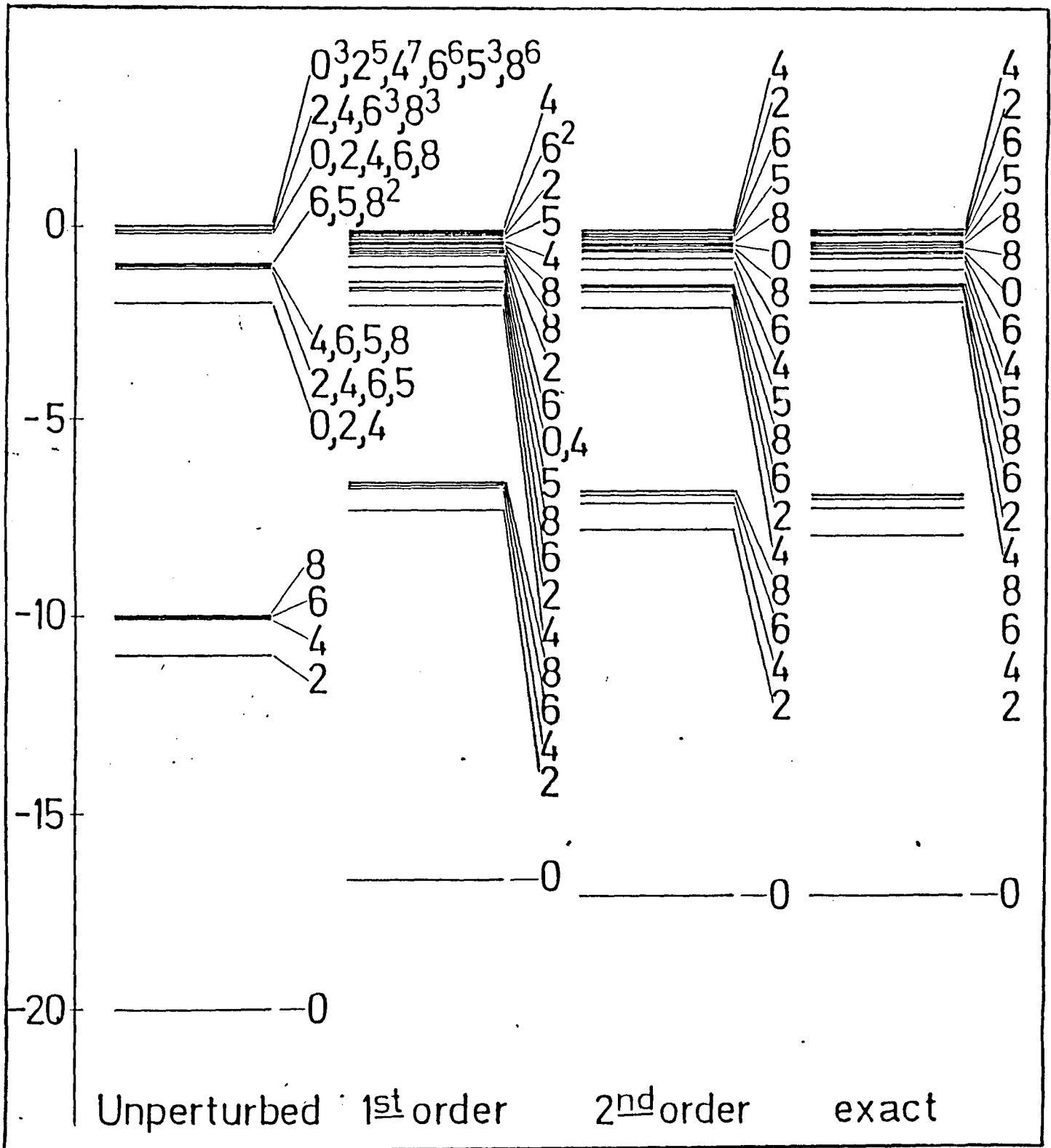


Fig. IV.6

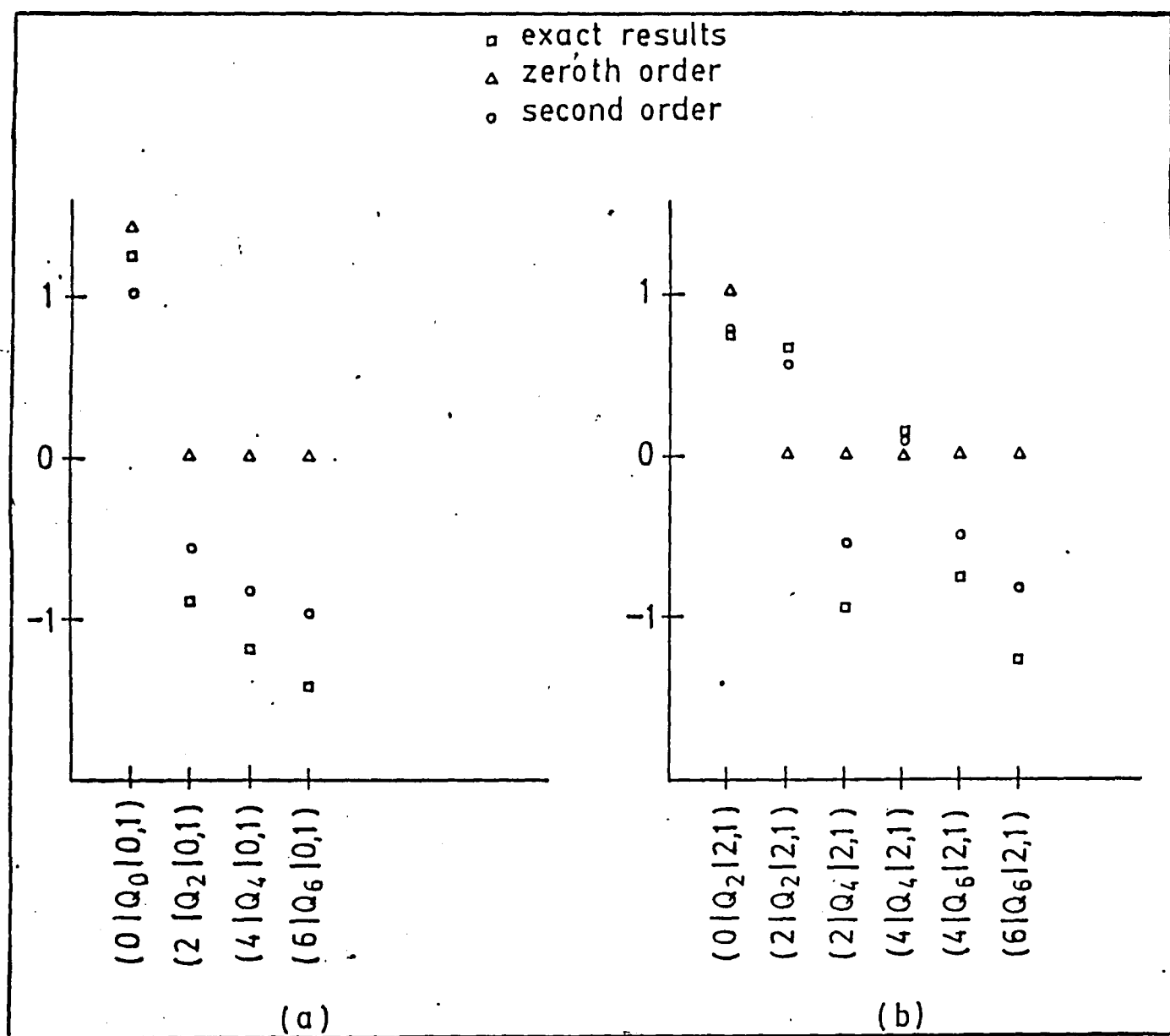


Fig.IV.7

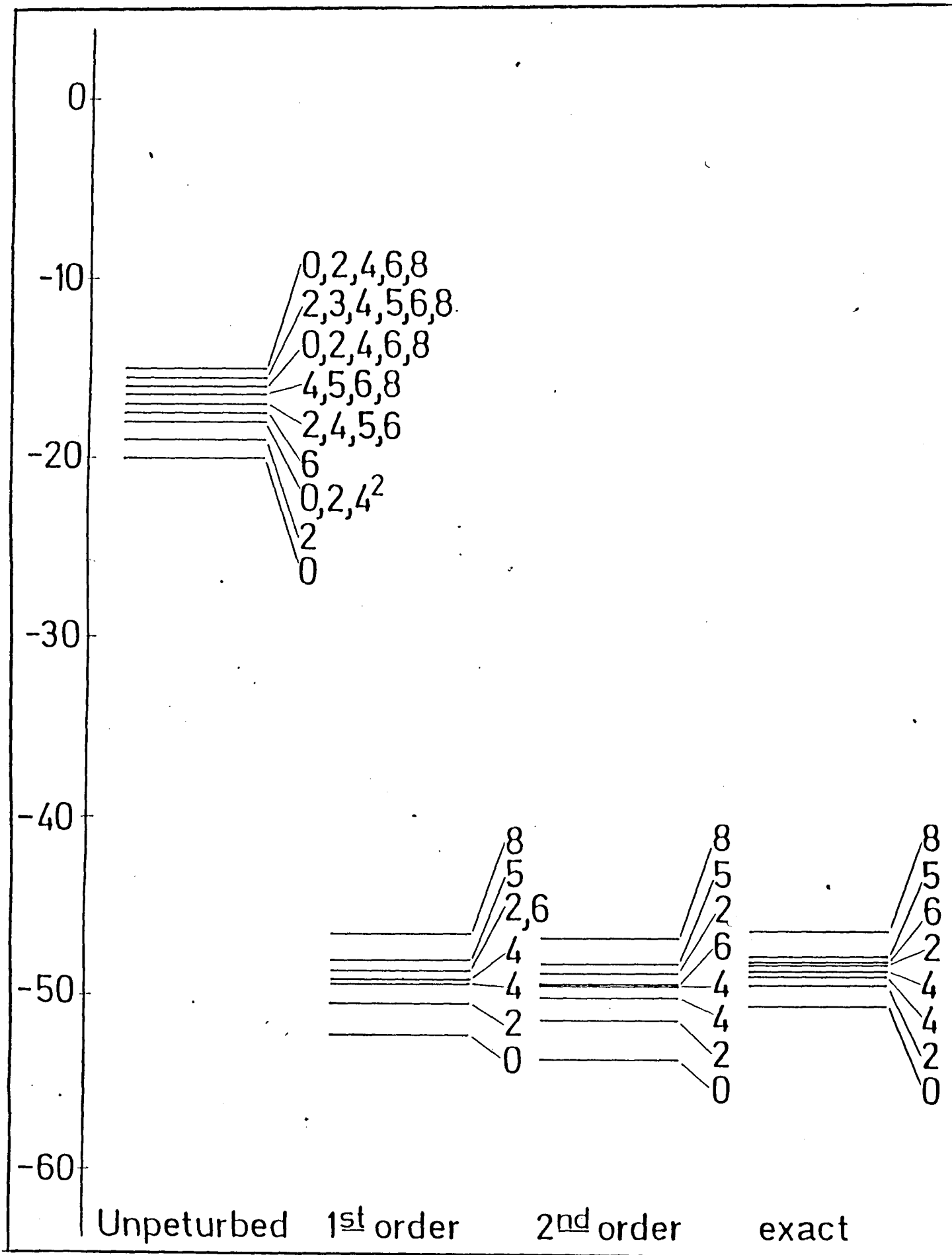


Fig.IV.8

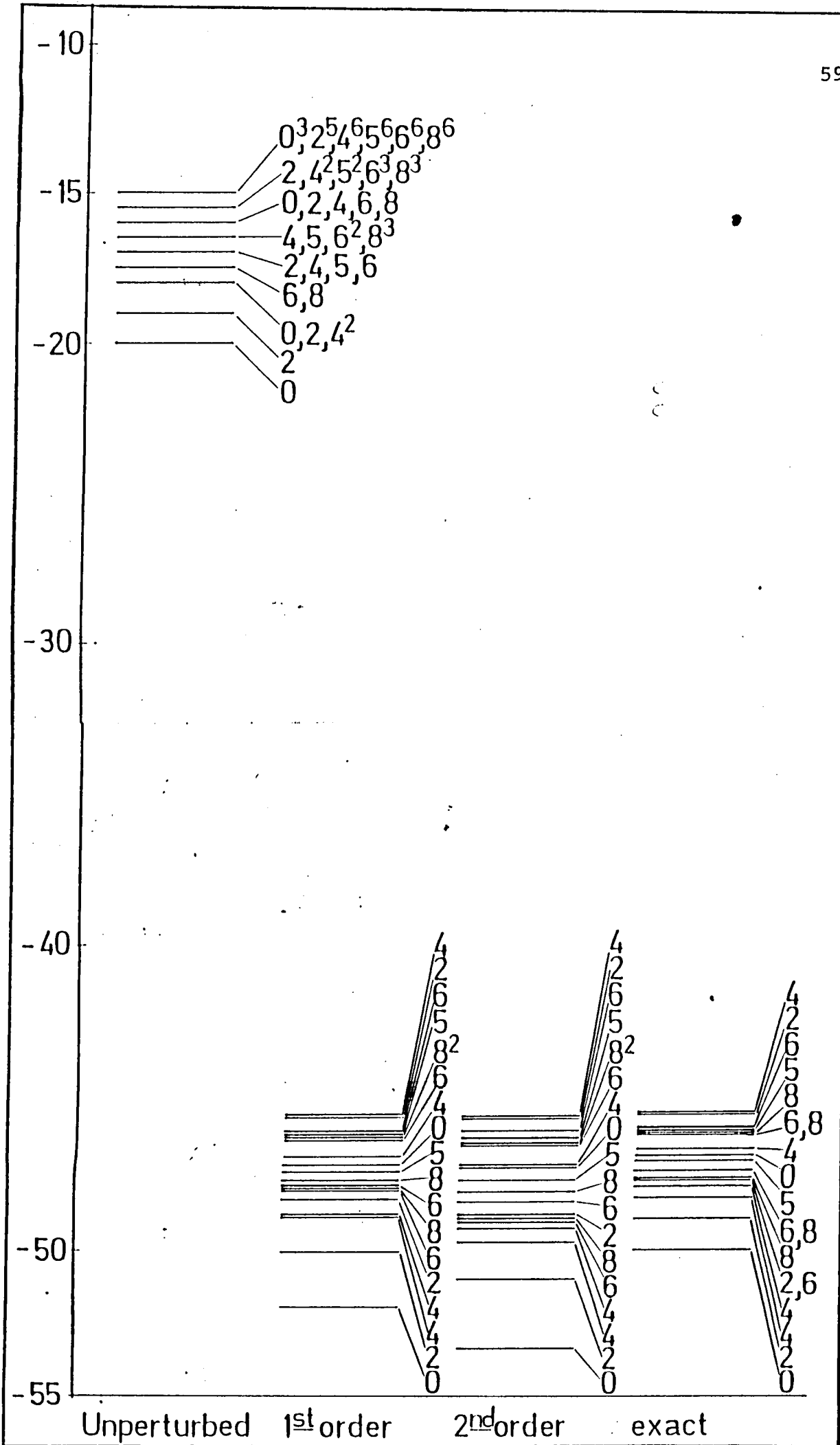


Fig.IV.9

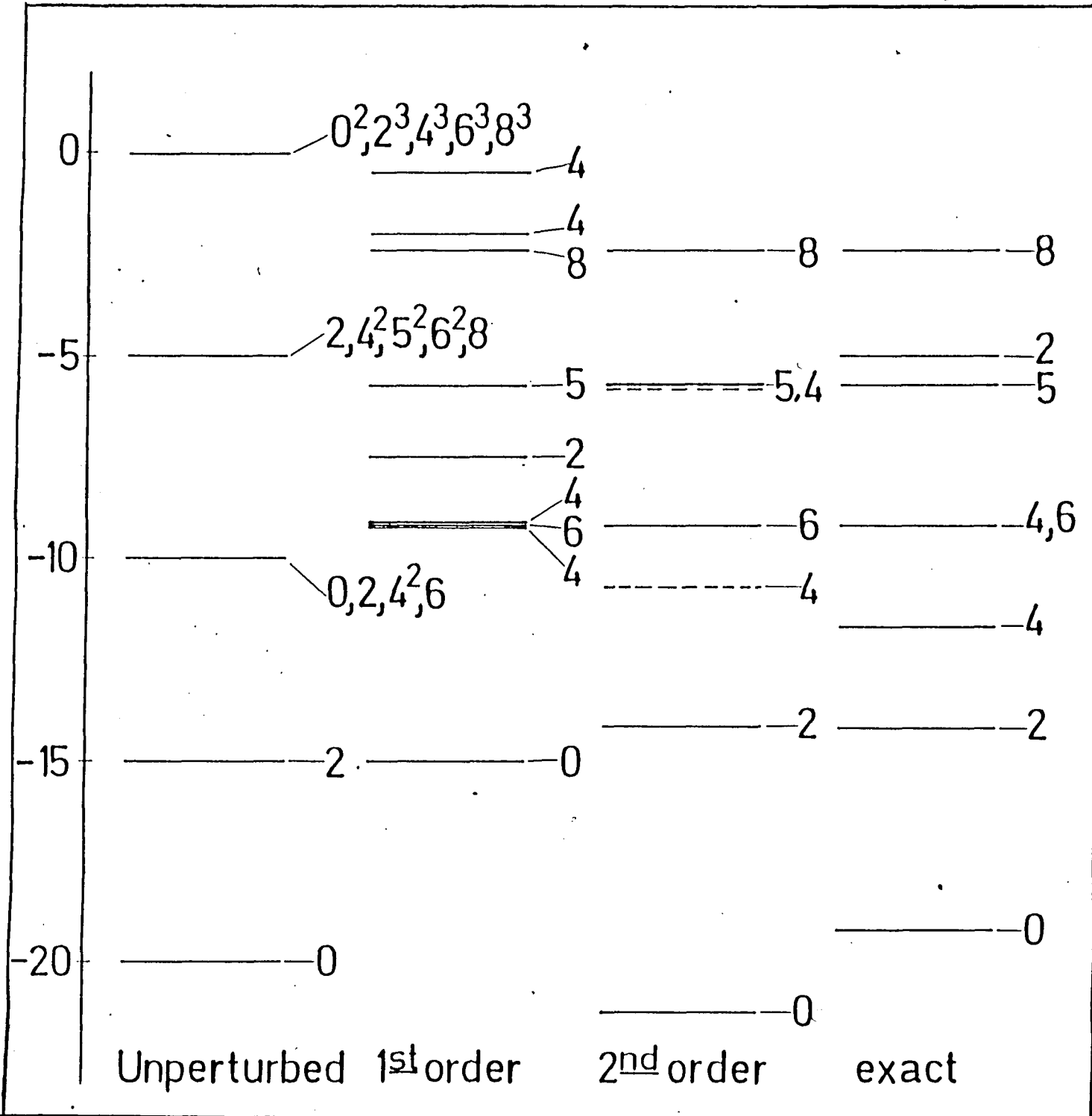


Fig.IV.10

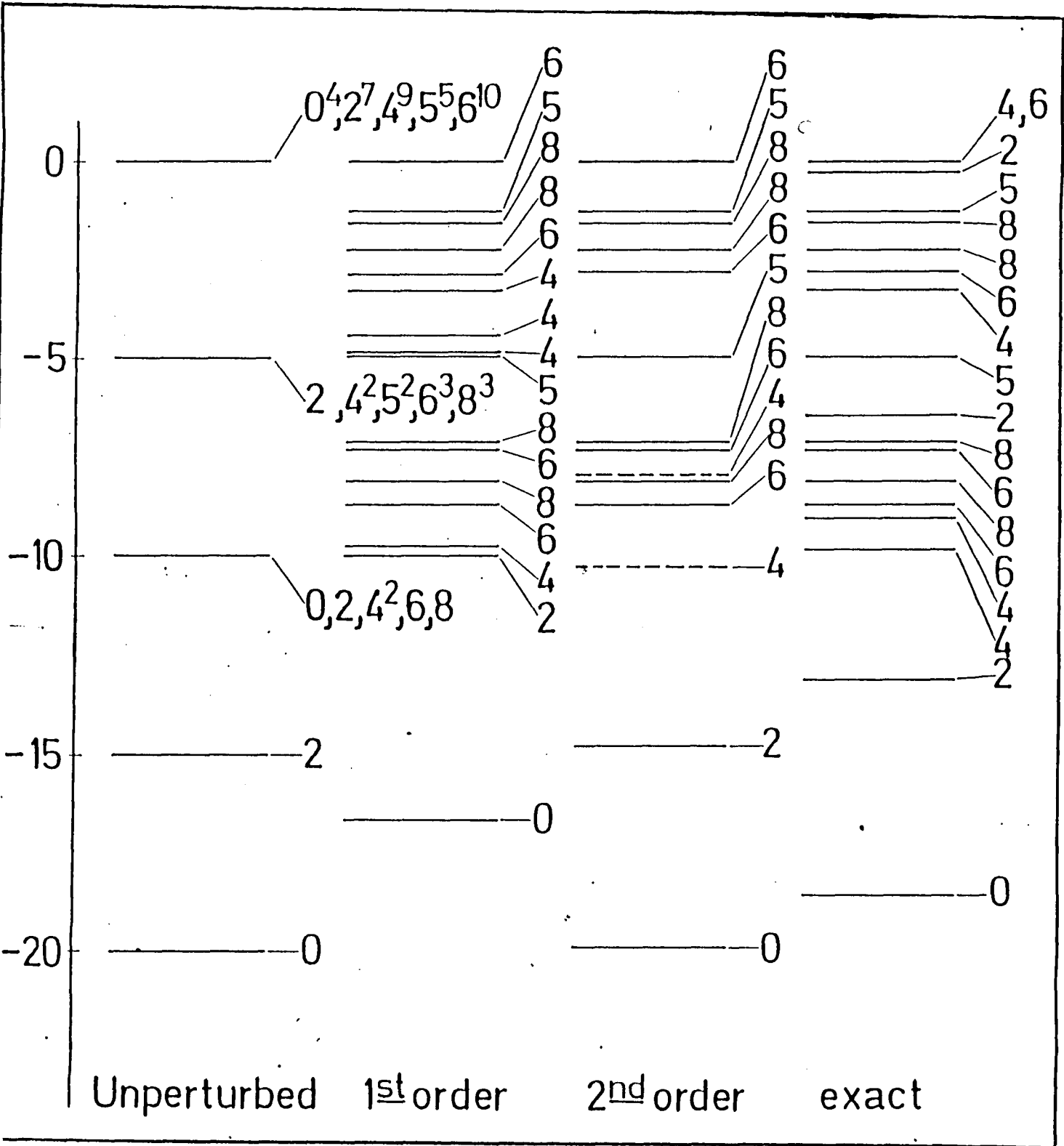


Fig. IV.11

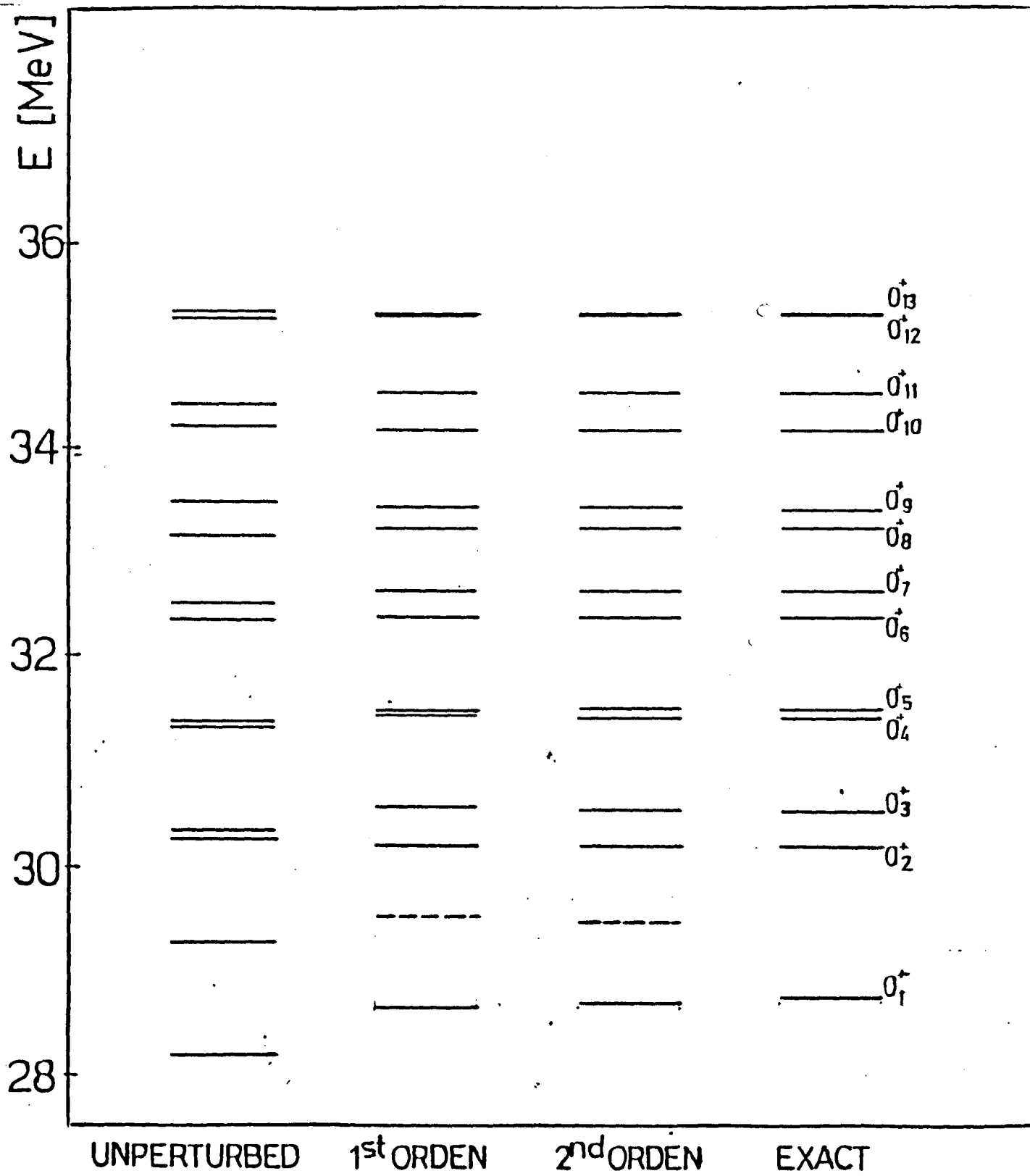


Fig.IV.12

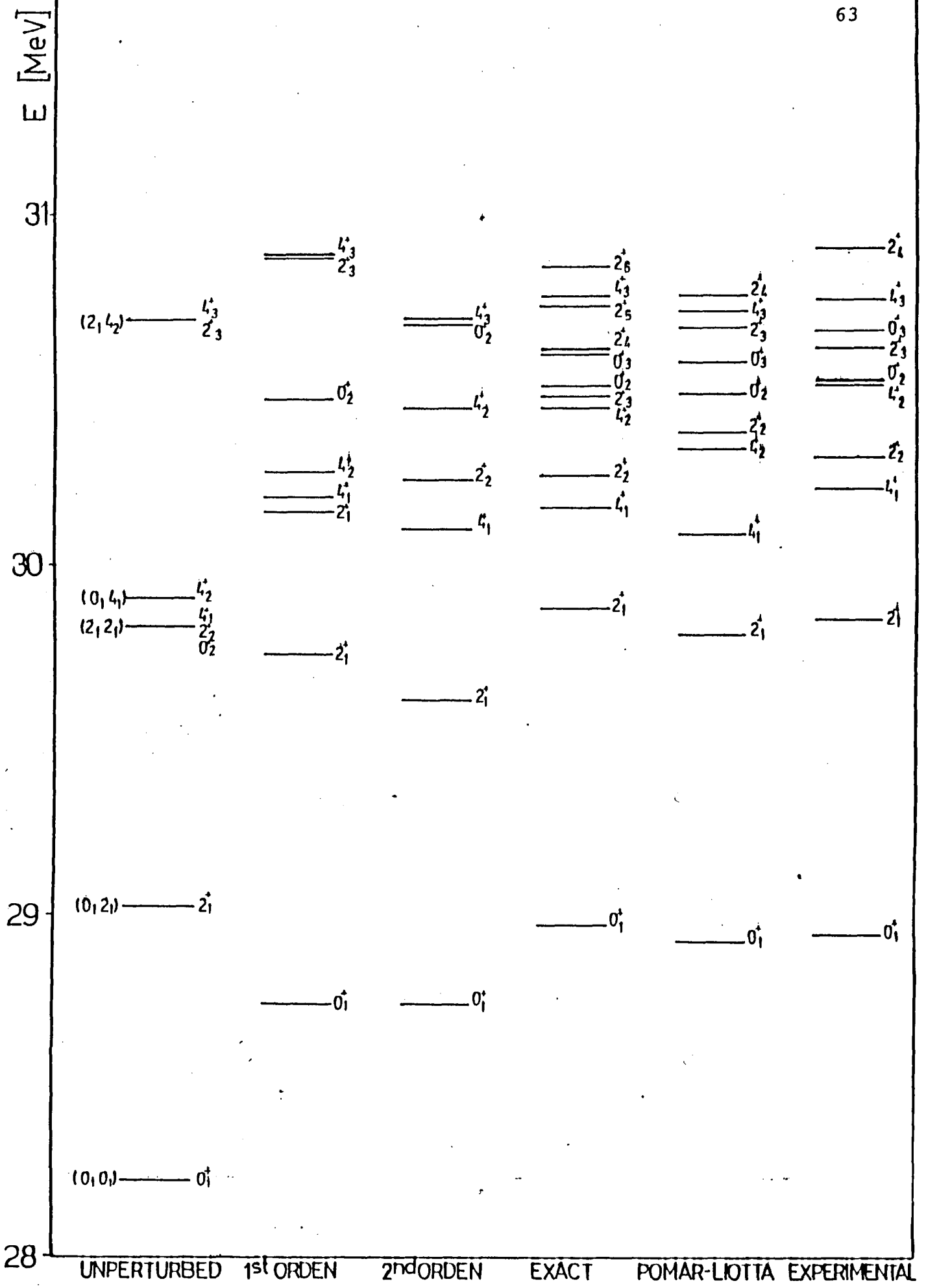


Fig. IV.13

V. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha estudiado la convergencia de la Teoría de Campos Nucleares (NFT) tanto en un modelo esquemático como en un caso realista.

Respecto del primer caso podemos decir que si bien ya había sido mostrado que para el caso de cuatro partículas moviéndose en una capa- j la NFT daba los resultados exactos si las series perturbativas se sumaban a orden infinito, el uso de teoría de perturbaciones de Rayleigh-Schrödinger a primer orden para el caso de una fuerza monopolar más cuadrupolar con una relación $w_0/w_2=2$ da un ajuste muy pobre con los resultados exactos²⁾. Es más, para $j=7/2$, la mayoría de los estados resultan no normalizables. En el presente trabajo, se ha extendido este cálculo (tanto para $j=7/2$ como para $j=11/2$) incluyendo: i) diferentes combinaciones de fuerzas de apareamiento multipolares, ii) diagramas de segundo orden y iii) métodos de diagonalización basados en técnicas de diagramas plegados.

Para una fuerza monopolar, la teoría de perturbaciones de Rayleigh-Schrödinger aplicada a los estados $[[\rho_0^+ \rho_1^+]^I]$ da resultados muy buenos tanto en primer orden como en segundo en lo que se refiere a energías, y en segundo orden para las amplitudes de transferencia de dos cuerpos. Para los otros estados con el procedimiento de diagonalización se obtienen resultados similares.

En el caso de la fuerza independiente de la multipolaridad, debido a la degeneración existente entre los posibles estados base siempre es necesaria una diagonalización. Los resultados NFT así obtenidos están en buen acuerdo con los exactos tanto en primer orden como en segundo.

Finalmente, la fuerza monopolar más cuadrupolar estudiada en la ref.2 presenta degeneraciones accidentales no sólo entre estados de la base, sino también entre algunos de estos estados y estados impropios que

necesariamente pertenecen al espacio complementario. Sin embargo, en segundo orden los resultados NFT (utilizando teoría de perturbaciones de Rayleigh-Schrödinger) son muy aceptables para los estados con $J=0,2$ más bajos. Para $J=4$, si bien en primer orden el procedimiento de diagonalización es satisfactorio, en segundo orden da autovalores complejos. Estos resultados pueden corregirse por medio de un esquema perturbativo simétrico.

En general, se puede concluir de los resultados obtenidos en el modelo esquemático que los diagramas de segundo orden son necesarios: i) en el cálculo de elementos de matriz de operadores cuando no se utilizan expresiones autoconsistentes a un orden dado, ii) en aquellos casos en que una diagonalización es necesaria (debido a la pequeña distancia entre estados de la base) pero imposible de ser efectuada (debido a la pequeña distancia entre algunos estados de la base y algunos estados de la base).

A partir de estas conclusiones se extendió el cálculo a casos realistas. En particular, se consideró el caso de cuatro agujeros moviéndose en 6 niveles por debajo del ^{208}Pb e interactuando a través de i) una fuerza de apareamiento monopolar pura y ii) una fuerza de apareamiento multipolar realista no separable. En el caso i) se encontró que la excelente convergencia obtenida en la ref.1 para el estado fundamental se extiende a todos estados excitados. En particular el primer estado excitado del cálculo NFT que no se corresponde con ningún estado del cálculo exacto, ya en primer orden converge a la energía del estado $(3p_{1/2})^4$ lo que indica claramente su naturaleza espúrea.

En el caso ii) el cálculo de primer orden es bastante aceptable si bien no se logra reproducir la energía de excitación de los estados 4^+ , siendo necesaria una diagonalización de segundo orden para mejorar la descripción de estos estados. Existen algunos inconvenientes al tratar de reproducir el valor absoluto de la energía de los distintos estados

debido a que en segundo orden las componentes repulsivas de la fuerza son subestimadas.

Tanto en el caso i) como en el ii) los cálculos de amplitudes de parentesco realizados con la NFT concuerdan muy bien con los exactos. Solamente para aquellos casos en los que un operador $c_{p\frac{1}{2}}$ aparece involucrado, existen diferencias algo significativas. En el caso ii) aparecen degeneraciones accidentales para los estados excitados correspondientes a cada impulso angular. En estos casos, parece ser necesaria la aplicación de un método de diagonalización consistente.

Podemos finalmente concluir que mediante la inclusión de diagramas de segundo orden y/o procedimientos de diagonalización se pueden obtener con la NFT buenos resultados no sólo en problemas esquemáticos sino en casos realistas. De esta manera, la extensión al cálculo de espectros de baja energía y probabilidades de transición en distintos núcleos cercanos a capa cerrada de la Teoría de Campos Nucleares parece posible, con la consiguiente ventaja conceptual que esta teoría posee respecto del modelo de capas en el entendimiento de los fenómenos nucleares.

APENDICE I: Teorema de factorización.

En este apéndice se demostrará el teorema de factorización que permite obtener una expresión compacta de la suma de permutaciones temporales de diagramas con un plegado, siendo posible generalizar los resultados para el caso de diagramas inconexos. Tomaremos el caso general en que el espacio físico sea no degenerado.

Consideremos el diagrama esquemático de la Fig.A1.1.a. donde por simplicidad hemos tomado al bloque de la izquierda con una sola interacción y hemos elegido plegados a derecha. Cada línea horizontal representa una interacción. Supongamos que el nivel superior de plegado es α ($\alpha=3$ en la Fig.A1.1.a) y que permitimos todos los ordenamientos temporales compatibles con esta restricción. Aparecerán entonces los diagramas de las Fig.A1.1.b-d cuyos denominadores, según veremos, podrán factorizarse. Obviamente, los numeradores de todos estos diagramas son iguales, por lo tanto sólo consideraremos los denominadores de energía para la demostración. Siguiendo las reglas de la sección III.2 se obtiene para la suma de diagramas

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} = & \left(\prod_{j=\alpha}^n \frac{1}{\epsilon_0 - \epsilon_j} \right) \left\{ \sum_{k=0}^{\alpha-1} \left(\prod_{j=1}^{\alpha-k} \frac{1}{\epsilon_f - \epsilon_j} \right) \left(\prod_{j=\alpha-k}^{\alpha} \frac{1}{(\epsilon_0 - \epsilon_{j'}) + (\epsilon_f - \epsilon_j)} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\epsilon_0 - \epsilon_{j'}} \left(\prod_{j=1}^{\alpha} \frac{1}{(\epsilon_0 - \epsilon_{j'}) + (\epsilon_f - \epsilon_j)} \right) \right\} \end{aligned} \quad (A1.1)$$

La suma, sobre \underline{k} se refiere a los casos en que la interacción inferior del bloque de la derecha ocurre al nivel \underline{k} , mientras que el último sumando corresponde al caso en que dicha interacción ocurre por debajo del nivel 1 (diagrama de la Fig.A1.1.a).

Multiplicando y dividiendo la expresión (A1.1) por $\prod_{j=1}^{\alpha} (\epsilon_f - \epsilon_j)$ se obtiene

$$Z = \left(\prod_{j=\alpha}^m \frac{1}{E_0 - E_\alpha} \right) \left(\prod_{j=1}^{\alpha} \frac{1}{E_f - E_j} \right) \left\{ \sum_{k=0}^{\alpha-1} \frac{1}{E_f - E_{\alpha-k}} \left(\prod_{j=\alpha-k}^{\alpha} \frac{E_f - E_j}{(E_0 - E_{j'}) + (E_f - E_j)} \right) + \frac{1}{E_0 - E_1} \left(\prod_{j=1}^{\alpha} \frac{E_f - E_j}{(E_0 - E_{j'}) + (E_f - E_j)} \right) \right\} \quad (A1.2)$$

Usando ahora la relación

$$\frac{1}{E_f - E_{\alpha-k}} = \frac{E_0 - E_{j'} + E_f - E_{\alpha-k}}{(E_f - E_{\alpha-k})(E_0 - E_{j'})} - \frac{1}{E_0 - E_{j'}} \quad (A1.3)$$

resulta

$$Z = \left(\prod_{j=\alpha}^m \frac{1}{E_0 - E_\alpha} \right) \left(\prod_{j=1}^{\alpha} \frac{1}{E_f - E_j} \right) \left[\frac{1}{E_0 - E_{j'}} + \frac{1}{E_0 - E_{j'}} \sum_{k=1}^{\alpha-1} \left(\prod_{j=\alpha-k+1}^{\alpha} \frac{E_f - E_j}{E_0 - E_{j'} + E_f - E_j} \right) - \frac{1}{E_0 - E_{j'}} \sum_{k=0}^{\alpha-2} \left(\prod_{j=\alpha-k}^{\alpha} \frac{E_f - E_j}{(E_0 - E_{j'}) + (E_f - E_j)} \right) - \frac{1}{E_0 - E_{j'}} \left(\prod_{j=1}^{\alpha} \frac{E_f - E_j}{(E_0 - E_{j'}) + (E_f - E_j)} \right) + \frac{1}{E_0 - E_{j'}} \left(\prod_{j=1}^{\alpha} \frac{E_f - E_j}{(E_0 - E_{j'}) + (E_f - E_j)} \right) \right] \quad (A1.4)$$

Los dos primeros términos del corchete de (A1.4) provienen del reemplazo del primer término de (A1.3), mientras que el tercero y el cuarto de la descomposición del sumando que resulta de reemplazar por el segundo término de (A1.3). Obviamente cuarto y quinto término de (A1.4) se cancelan entre sí, mientras que el segundo puede reescribirse

$$\frac{1}{E_0 - E_{j'}} \sum_{k=1}^{\alpha-1} \left(\prod_{j=\alpha-k+1}^{\alpha} \frac{E_f - E_j}{E_0 - E_{j'} + E_f - E_j} \right) = \frac{1}{E_0 - E_{j'}} \sum_{k=0}^{\alpha-2} \left(\prod_{j=\alpha-k}^{\alpha} \frac{E_f - E_j}{E_0 - E_{j'} + E_f - E_j} \right) \quad (A1.5)$$

por lo que cancela al tercer término de (A1.4).

Resulta finalmente

$$Z = \left(\prod_{j=\alpha}^m \frac{1}{E_0 - E_j} \right) \left(\prod_{j=1}^{\alpha} \frac{1}{E_f - E_j} \right) \frac{1}{E_0 - E_{j'}} \quad (A1.6)$$

que es el resultado deseado, ya que en (A1.6) se ha obtenido la factorización en un producto de denominadores de energía de la suma de todos los diagramas de la Fig.A1.

Esta expresión puede generalizarse para el caso en que el bloque de la derecha contenga varias interacciones aplicando sucesivamente el mismo

argumento, resultando que el denominador $(\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_1)$ de (A1.6) se convierte en $\prod_{j=1}^{n'} (\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_j)$ donde n' será el número de secciones del bloque de la derecha.

Los mismos argumentos de factorización valen para plegados a izquierda, siendo en este caso el nivel inferior de plegado.

Una generalización directa de este teorema es la utilización del mismo para diagramas no plegados inconexos. En este caso basta sustituir \mathcal{E}_f por la energía inicial de uno de los bloques y \mathcal{E}_0 por la inicial del otro.

LISTA DE FIGURAS

Fig.A1.1: Representación esquemática de distintas permutaciones temporales de un diagrama, las cuales pueden factorizarse por medio del teorema descrito en el Apéndice 1.

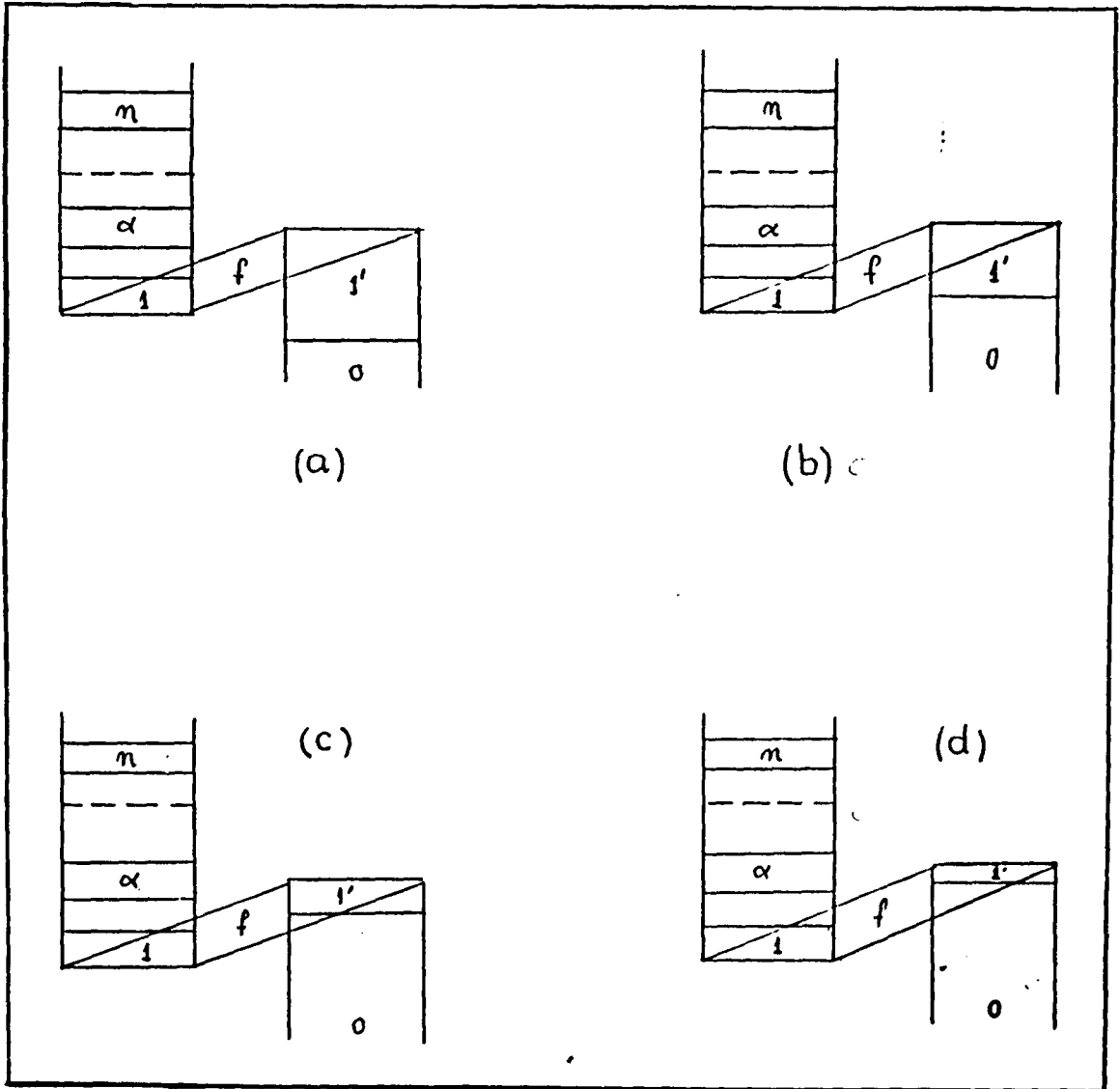


Fig.A1.1

APENDICE 2: Construcción de los elementos de matriz normalizados correspondientes a un proceso de captura de dos partículas entre el estado fundamental del sistema de dos partículas y el estado $[\Gamma_0^+ \Gamma_I^+]^I$ del sistema de cuatro partículas en una capa-j.

Consideremos el caso de teoría de perturbaciones no degenerada. Como ya se ha indicado en la sección III.3 la normalización se realiza introduciendo el operador unidad (línea punteada en la Fig.IV.4.c) entre cada estado intermedio de un diagrama que contribuya al hamiltoniano efectivo (Fig.IV.1). El resultado correspondiente al orden Ω^{-1} es:

$$\begin{aligned} \langle [\Gamma_0^+ \Gamma_I^+]^I | [\Gamma_0^+ \Gamma_I^+]^I \rangle^{(1)} &= -\frac{M_0^2 M_I^2}{1 + \delta_{0,I}} \langle (jj)I, (jj)0; I | (jj)I, (jj)0; I \rangle \times \\ &\times \frac{1}{\omega_0 + \omega_I} \left[\frac{2}{\omega_I^3} + \frac{2}{\omega_0^3} + \frac{2}{\omega_0^2 \omega_I} + \frac{2}{\omega_0 \omega_I^2} + \frac{1}{\omega_I^2 (\omega_0 + \omega_I)} + \frac{1}{\omega_0^2 (\omega_0 + \omega_I)} + \frac{2}{\omega_0 \omega_I (\omega_0 + \omega_I)} \right] = \\ &= -2 \left(1 + \frac{2\omega_I}{\omega_0} + \frac{2\omega_0}{\omega_I} \right) / \Omega (1 + \delta_{0,I}) \end{aligned} \quad (A2.1)$$

Por lo tanto, el cuadrado de la norma del estado $|\Gamma_0^+ \Gamma_I^+ \rangle^I$ resulta hasta el orden Ω^{-1}

$$\langle [\Gamma_0^+ \Gamma_I^+]^I | [\Gamma_0^+ \Gamma_I^+]^I \rangle = 1 - \frac{2 \left(1 + \frac{2\omega_I}{\omega_0} + \frac{2\omega_0}{\omega_I} \right)}{\Omega (1 + \delta_{0,I})} = \begin{cases} 1 - 5/\Omega & (I=0) \\ 1 - \frac{4\omega_0}{\Omega \omega_I} \left(\frac{\omega_0}{\omega_I} \gg 1 \right) & \end{cases} \quad (A2.2)$$

lo que implica que estos estados no son normalizables a menos que $j \gg 11/2$ si $I=0$, o para valores aún mayores si $\omega_0/\omega_I \gg 1$. Este resultado concuerda con la discusión de la ref.2 acerca de la imposibilidad de normalizar estos estados. En primer orden, los elementos de matriz correspondientes a la captura de dos partículas desde el estado fundamental $|j_0^+ \rangle$ del sistema de dos nucleones al estado $|\Gamma_0^+ \Gamma_I^+ \rangle^I$ resultan de la evaluación de los diagramas de las Fig.IV.4.b cuyo resultado es

$$\begin{aligned} \langle [r_0^\dagger r_I^\dagger]^I | T_I | 0 \rangle^{(1)} &= -\frac{M_0^2 M_I}{(1+\delta_{I,0})^{1/2}} \langle (jj)I, (jj)0; I | (jj)I, (jj)0; I \rangle \times \\ &\times \frac{1}{\omega_0 + \omega_I} \left[\frac{M_I}{\omega_0^3} + \frac{M_I}{\omega_0^2 \omega_I} + \frac{\sqrt{2}}{\omega_0^2} + \frac{2\sqrt{2}}{\omega_0 \omega_I} + \frac{\sqrt{2}}{\omega_I^2} \right] = \frac{-2 \left(1 + \frac{\omega_I}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{\omega_I} \right)}{\Omega (1+\delta_{I,0})^{1/2}} \quad (A2.3) \end{aligned}$$

Como no hay correcciones diagramáticas a los estados de dos partículas, su norma es uno. Por lo tanto, la expresión totalmente consistente a primer orden de los elementos de matriz de transferencia normalizados se obtiene multiplicando (A2.3) por el desarrollo a primer orden de la inversa de la raíz cuadrada de (A2.2), resultando:

$$\langle [r_0^\dagger r_I^\dagger]^I | T_I | 0 \rangle_N = (1+\delta_{I,0})^{1/2} \left[1 - \frac{1}{\Omega} (1+\delta_{I,0}) + \mathcal{O}(\Omega^{-2}) \right] \quad (A2.4)$$

Por lo tanto, la magnitud física $\langle [r_0^\dagger r_I^\dagger]^I | T_I | 0 \rangle_N$ no presenta ninguna dificultad especial aún para pequeños valores de j , pese a que la normalización (A2.2) (que no es una magnitud física) sí los presenta.

LISTA DE TABLAS

- Tabla 1: Energías y amplitudes de transferencia correspondientes al cálculo con un nivel con $j=11/2$ e interacción MP. Las columnas 3, 4 y 5 indican las energías exactas, en primer orden NFT y segundo orden NFT respectivamente. Las columnas 6 y 7 contienen el promedio de los valores absolutos de las amplitudes de transferencia, mientras que la columna 8 las desviaciones cuadráticas medias definidas por la ec.(IV.13). La última columna indica el número de elementos de matriz de transferencia utilizados en el cálculo de $\Delta^{(n)}$.
- Tabla 2: Energías y amplitudes de transferencia correspondientes al cálculo con un nivel con $j=7/2$ e interacción MIP. Ver descripción de la tabla 1.
- Tabla 3: Energías y amplitudes de transferencia correspondientes al cálculo con un nivel con $j=11/2$ e interacción MIP. Ver descripción de la tabla 1.
- Tabla 4: Energías y amplitudes de transferencia correspondientes al cálculo con un nivel con $j=7/2$ e interacción MQP. Ver descripción de la tabla 1.
- Tabla 5: Energías y amplitudes de transferencia correspondientes al cálculo con un nivel con $j=11/2$ e interacción MQP. Ver descripción de la tabla 1.
- Tabla 6: Energía de los niveles de partícula independiente utilizados para los cálculos en ^{204}Pb .

Tabla 7: Resultados del cálculo de coeficientes de parentesco para el caso de seis niveles e interacción monopolar pura. Las columnas 1 y 2 indican los números cuánticos que distinguen a los operadores c_{j1} y c_{j2} en la ec.(III.15). Los resultados a orden cero NFT, primer orden NFT y exactos del elemento de matriz $\langle \text{gs}(^{204}\text{Pb}) \| (c_{j1} \ c_{j2})^0 \| \text{gs}(^{206}\text{Pb}) \rangle / (1 + \delta_{12})^{1/2}$ se indican en las columnas 3, 4 y 5 respectivamente. Las columnas 6, 7 y 8 muestran los resultados de los mismos cálculos para los elementos de matriz entre el primer estado excitado en el ^{204}Pb y el estado fundamental del ^{206}Pb .

Tabla 8: Resultados del cálculo de coeficientes de parentesco entre el estado fundamental del ^{204}Pb y el estado fundamental del ^{206}Pb utilizando la interacción de Blomqvist. Ver descripción de la tabla 7.

Tabla 9: Resultados del cálculo de coeficientes de parentesco entre el primer estado 2^+ del ^{204}Pb y el estado fundamental del ^{206}Pb utilizando la interacción de Blomqvist. Ver descripción de la tabla 7.

Tabla 10: Resultados del cálculo de coeficientes de parentesco entre el primer estado 4^+ del ^{204}Pb y el estado fundamental del ^{206}Pb utilizando la interacción de Blomqvist. Ver descripción de la tabla 7.

Tabla 1

I	N	E_{ex}	$E^{(1)}$	$E^{(2)}$	$ \langle J^1 T_J I, N \rangle_{\text{exact}} _{\text{param.}}$	$ \langle J^1 T_J I, N \rangle^{(2)} _{\text{param.}}$	$\Delta^{(2)}$	γ
0	1	-17.1	-16.6	-17.1	0.97	0.87	0.05	6
0	2	-0.7	-0.7	-0.5	0.79	0.80	0.34	6
2	1	-8.0	-7.3	-7.8	0.57	0.44	0.07	10
2	2	-1.6	-1.6	-1.7	0.60	0.55	0.07	10
4	1	-7.3	-6.7	-7.2	0.43	0.39	0.06	13
5	1	-1.1	-1.1	-1.1	0.60	0.46	0.12	7
6	1	-7.1	-6.7	-7.0	0.41	0.38	0.05	14
8	1	-7.0	-6.7	-6.9	0.47	0.41	0.05	13



Tabla 2

I	N	E_{ex}	$E^{(1)}$	$E^{(2)}$	$\langle J^1 T_J I, N \rangle_{\text{ex.}} p_{100M}$	$\langle J^1 T_J I, N \rangle^{(0)} p_{100M}$	$\langle J^1 T_J I, N \rangle^{(2)} p_{200M}$	$\Delta^{(1)}$	$\Delta^{(2)}$	ν
0	1	-50.7	-52.4	-53.7	1.21	1.45	1.46	0.13	0.25	4
2	1	-49.7	-50.6	-51.4	0.74	0.89	0.94	0.11	0.19	6
2	2	-48.4	-48.7	-48.9	0.75	0.92	0.96	0.12	0.17	6
4	1	-49.0	-49.5	-48.7 ^{a)}	0.67	1.16	0.73	0.31	0.42 ^{a)}	8
4	2	-48.8	-49.1	-49.0 ^{a)}	0.67	0.93	1.12	0.78	0.49 ^{a)}	8
5	1	-48.0	-48.1	-48.4	0.96	1.18	1.23	0.17	0.24	3
6	1	-48.2	-48.7	-49.5	0.81	0.98	1.05	0.14	0.19	6
8	1	-46.5	-46.7	-46.9	1.03	1.25	1.34	0.13	0.21	4

a) El orden de los dos estados vecinos fue invertido para disminuir el valor de $\Delta^{(1)}$.

Tabla 3

I	N	E	E ⁽¹⁾	E ⁽²⁾	$\langle \mathcal{J} T_{\mathcal{J}} I, N \rangle_{\text{ex}} \rho_{\text{com.}}$	$\langle \mathcal{J} T_{\mathcal{J}} I, N \rangle^{(1)} \rho_{\text{com.}}$	$\langle \mathcal{J} T_{\mathcal{J}} I, N \rangle^{(2)} \rho_{\text{com.}}$	$\Delta^{(1)}$	$\Delta^{(2)}$	\checkmark
0	1	-50.0	-51.9	-53.3	0.97	1.13	1.17	0.11	0.21	6
0	2	-47.0	-47.2	-47.4	0.64	0.98	1.02	0.42	0.47	6
2	1	-49.0	-50.1	-51.0	0.56	0.67	0.73	0.08	0.15	10
2	2	-47.8	-48.4	-48.8	0.60	0.74	0.79	0.09	0.15	10
2	3	-45.6	-45.7	-45.8	0.52	0.64	0.69	0.09	0.14	10
4	1 ^{a)}	-48.3	-48.6	-49.3	0.51	0.54	0.63	0.32	0.15	13
4	2 ^{a)}	-47.9	-49.0	-49.8	0.44	0.63	0.70	0.39	0.34	13
4	3	-46.7	-47.0	-47.2	0.37	0.54	0.59	0.27	0.34	13
4	4	-45.6	-45.6	-45.6	0.44	0.53	0.56	0.08	0.12	13
5	1	-47.1	-47.4	-47.8	0.59	0.72	0.79	0.10	0.16	7
5	2	-46.1	-46.2	-46.3	0.57	0.68	0.73	0.11	0.17	7
6	1 ^{a)}	-47.8	-48.0	-48.4	0.41	0.51	0.54	0.25	0.13	14
6	2 ^{a)}	-47.5	-48.1	-49.1	0.44	0.54	0.58	0.25	0.14	14
6	3	-46.2	-46.4	-46.7	0.41	0.50	0.53	0.08	0.12	14
6	4	-46.1	-46.1	-46.2	0.43	0.51	0.54	0.08	0.12	14

a) El orden de los dos estados vecinos fue invertido para disminuir el valor de $\Delta^{(m)}$

Tabla 4

I	N	E_{ex}	$E^{(1)}$	$E^{(2)}$	$ \langle J^1 T_J I, N \rangle_{ex} _{norm.}$	$ \langle J^1 T_J I, N \rangle^{(1)} _{norm.}$	$ \langle J^1 T_J I, N \rangle^{(2)} _{norm.}$	$\Delta^{(1)}$	$\Delta^{(2)}$	ν
0	1	-19.2	-15.0	-22.3	1.20	a)	0.68	a)	0.29	4
2	1	-14.2	-7.5	-15.8	0.74	a)	0.23	a)	0.39	6
4	1	-11.7	-9.2	-10.8	0.67	0.84	0.68	0.30	0.31	7
5	1	-5.7	-5.7	-5.7	0.96	0.96	0.96	0.00	0.00	3
6	1	-9.2	-9.2	-9.2	0.80	0.80	0.80	0.00	0.00	6
8	1	-2.4	-2.4	-2.4	1.03	1.03	1.03	0.00	0.00	4

a) no normalizable

Tabla 5

I	N	E_{ex}	$E^{(1)}$	$E^{(2)}$	$ \langle J^1 T_J I, N \rangle_{ex} _{norm.}$	$ \langle J^1 T_J I, N \rangle^{(1)} _{norm.}$	$ \langle J^1 T_J I, N \rangle^{(2)} _{norm.}$	$\Delta^{(1)}$	$\Delta^{(2)}$	ν
0	1	-18.5	-16.7	-19.9	0.87	2.03	0.57	0.85	0.22	4
2	1	-13.0	-10.0	-14.8	0.46	a)	0.34	a)	0.38	6
4	1	-9.9	-9.8	-10.5	0.49	0.47	0.43	0.09	0.33	7
5	1	-5.0	-5.0	-5.0	0.59	0.59	0.59	0.00	0.00	7
6	1	-8.7	-8.7	-8.7	0.39	0.39	0.39	0.00	0.00	14
8	1	-8.1	-8.1	-8.1	0.47	0.47	0.47	0.00	0.00	14

a) no normalizable

Tabla 6

j	$P_{1/2}$	$f_{5/2}$	$P_{3/2}$	$i_{13/2}$	$f_{7/2}$	$h_{9/2}$
E (MeV)	7.37	7.94	8.27	9.00	9.71	10.77

Tabla 7

j		0_1			0_2		
j_1	j_2	orden cero	Ω^{-1}	exacto	orden cero	Ω^{-1}	exacto
$P_{1/2}$	$P_{1/2}$	1.05	0.66	0.55	0.00	- 0.28	- 0.38
$f_{5/2}$	$f_{5/2}$	0.66	0.73	0.88	0.00	0.17	0.26
$P_{3/2}$	$P_{3/2}$	0.39	0.43	0.43	0.00	0.06	0.09
$i_{13/2}$	$i_{13/2}$	- 0.45	- 0.49	- 0.45	0.00	- 0.05	- 0.07
$f_{7/2}$	$f_{7/2}$	0.25	0.27	0.25	0.00	0.03	0.04
$h_{9/2}$	$h_{9/2}$	0.20	0.21	0.19	0.00	0.02	0.03

Tabla 8

j_1	j_2	orden cero	Ω^{-1}	exacto
$p_{1/2}$	$p_{1/2}$	1.10	0.68	0.51
$f_{5/2}$	$f_{5/2}$	0.62	0.69	0.80
$p_{3/2}$	$p_{3/2}$	0.40	0.41	0.41
$i_{13/2}$	$i_{13/2}$	- 0.38	- 0.43	- 0.49
$f_{7/2}$	$f_{7/2}$	0.26	0.29	0.33
$h_{9/2}$	$h_{9/2}$	0.20	0.21	0.24

Tabla 9

j_1	j_2	orden cero	Ω^{-1}	exacto
$p_{1/2}$	$f_{5/2}$	0.83	0.58	0.33
$p_{1/2}$	$p_{3/2}$	- 0.42	- 0.21	- 0.24
$f_{5/2}$	$f_{5/2}$	0.21	0.23	0.50
$f_{5/2}$	$p_{3/2}$	- 0.17	- 0.17	- 0.24
$f_{5/2}$	$f_{7/2}$	- 0.06	- 0.06	- 0.08
$f_{5/2}$	$h_{9/2}$	0.09	0.08	0.11
$p_{3/2}$	$p_{3/2}$	0.13	0.13	0.21
$p_{3/2}$	$i_{13/2}$	0.13	0.13	0.16
$i_{13/2}$	$i_{13/2}$	- 0.11	- 0.12	- 0.16
$f_{7/2}$	$f_{7/2}$	0.06	0.06	0.08
$f_{7/2}$	$f_{7/2}$	0.01	0.01	0.02
$h_{9/2}$	$h_{9/2}$	0.04	0.04	0.06

Tabla 10

j_1	j_2	orden cero	Ω^{-1}	exacto
$p_{1/2}$	$f_{7/2}$	- 0.19	- 0.02	- 0.04
$p_{1/2}$	$h_{9/2}$	0.06	0.01	0.02
$f_{5/2}$	$f_{5/2}$	0.75	0.79	0.69
$f_{5/2}$	$p_{3/2}$	- 0.60	- 0.50	- 0.55
$f_{5/2}$	$f_{7/2}$	- 0.11	- 0.09	- 0.08
$f_{5/2}$	$h_{9/2}$	0.05	0.04	0.04
$p_{3/2}$	$f_{7/2}$	0.09	0.07	0.06
$p_{3/2}$	$h_{9/2}$	0.02	0.02	0.02
$i_{13/2}$	$i_{13/2}$	- 0.08	- 0.07	- 0.06
$f_{7/2}$	$f_{7/2}$	0.05	0.04	0.03
$f_{7/2}$	$h_{9/2}$	0.02	0.01	0.01
$h_{9/2}$	$h_{9/2}$	0.04	0.03	0.03

REFERENCIAS

- 1) P.F.Bortignon, R.A.Brogia y D.R.Bes, Phys.Lett.76B(1978)153.
- 2) C.L.Wu y D.H.Feng, Phys.Rev.C24(1981)727.
- 3) C.L.Wu, Nucl.Phys.A349(1980)114.
- 4) D.R.Bes, G.G.Dussel, R.A.Brogia, R.Liotta y B.R.Mottelson,
Phys.Lett.52B(1974)253.
- 5) D.R.Bes, G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo y H.M.Sofia,
Nucl.Phys.A307(1978)402.
- 6) D.R.Bes, Prog.Theor.Phys.74/75(1983)1.
- 7) C.Bloch y J.Horowitz, Nucl.Phys.8(1958)91.
- 8) J. des Cloizeaux, Nucl.Phys.20(1960)321.
- 9) B.H.Brandow, Phys.Rev.152(1966)863.
- 10) B.H.Brandow, Rev.Mod.Phys.39(1967)771.
- 11) E.M.Krenciglowa y T.T.S.Kuo, Nucl.Phys.A240(1975)195.
- 12) D.R.Bes, R.A.Brogia, G.G.Dussel, R.A.Liotta y R.P.J.Perazzo,
Nucl.Phys.A260(1976)1.

- 13) K.Smith y J.W.Stevenson, "A Table of Wigner 9-j Coefficients for Integral and Half Integral Values of the Parameter" (Argonne National Laboratory)
- 14) D.R.Bes y R.A.Brogia, Phys.Rev.C3(1971)2349.
- 15) R.A.Brogia, K.Matsuyanagi, H.M.Sofia y A.Vitturi, Nucl.Phys.A348(1980)237.
- 16) K.Suzuki y R.Okamoto, Prog.Theor.Phys.70(1983)439.
- 17) G.Herling y T.T.S.Kuo, Nucl.Phys.A181(1972)113.
- 18) J.Blomqvist, unpublished.
- 19) R.J.Liotta y C.Pomar, Nucl.Phys.A362(1981)137

PARTE II

"DECAIMIENTO ELECTROMAGNETICO DE LA RESONANCIA CUADROPOLAR
GIGANTE EN EL ^{208}Pb "

I. INTRODUCCION

Se denominan resonancias gigantes a ciertos modos de excitación del núcleo altamente colectivos, en los cuales una apreciable fracción de los nucleones se mueven en conjunto. Estos estados aparecen en general a una energía de excitación entre 10 y 30 MeV, dependiendo del núcleo y la resonancia particular de que se trate. Desde el punto de vista macroscópico, al igual que los modos colectivos de baja energía, las resonancias gigantes se describen por medio de oscilaciones de superficie, si bien en este último caso las frecuencias de oscilación son bastante superiores.

Resulta útil clasificar las resonancias gigantes de acuerdo con la multipolaridad λ de la oscilación.. Para una dada multipolaridad puede ocurrir que neutrones y protones se muevan en fase ($T=0$) siendo la resonancia de tipo isoescalar, o en contrafase ($T=1$), o sea del tipo isovectorial. A su vez, si la oscilación no distingue entre distintas orientaciones de spin ($S=0$), se la denomina de tipo eléctrico, siendo de tipo magnético ($S=1$) en caso contrario. Una representación esquemática de los distintos tipos de vibraciones para $\lambda \leq 2$ se puede observar en la Fig.I.1.

La primera resonancia gigante detectada en forma experimental¹⁾ fue la dipolar eléctrica isovectorial (GEDR). El experimento consistió en la medición de la sección eficaz de fotoabsorción. En la Fig.I.2 se muestra el resultado para ^{208}Pb . Se observa en dicha figura un ancho pico alrededor de 14 MeV que se indentifica con la GEDR, ya que es fácil estimar que para la longitud de onda asociada a la energía de la resonancia, los fotones crean un campo eléctrico sinusoidal aproximadamente uniforme en todo el núcleo que sólo pone en movimiento a los protones (todos ellos en fase entre sí) por lo que resulta un movimiento relativo de neutrones contra protones como el representado en

la Fig.I.1 para $\lambda=1$, $S=0$ y $T=1$.

El ancho del pico de la Fig.I.2 (que llamaremos ancho de la resonancia) está asociado a los modos de decaimiento de la resonancia y típicamente toma valores entre 3 y 5 MeV, según el núcleo y el tipo de resonancia. Como ya se ha indicado, las resonancias se encuentran por encima de 10 MeV de energía de excitación; ahora bien, la densidad de estados nucleares en dicho rango de energías es muy alta, de manera que existe un efecto de mezcla con otros tipos de excitaciones más complicadas. Estas mezclas dan lugar a un decaimiento de la resonancia llamado 'por núcleo compuesto' al cual se debe, en general, prácticamente todo el ancho de la misma. Una vez formado el núcleo compuesto éste decae principalmente emitiendo neutrones. Existe también la posibilidad de que los neutrones sean emitidos directamente desde la resonancia, sin embargo se comprueba experimentalmente que para núcleos pesados esta forma de decaimiento es mucho menos probable que la debida a núcleo compuesto.

Desde el punto de vista microscópico las resonancias gigantes se pueden interpretar mediante la mezcla de estados del modelo de capas. La Fig.I.3 muestra las transiciones entre estados de partícula independiente de un núcleo hipotético. Recordemos que las transiciones colectivas pueden obtenerse mediante la superposición coherente de muchas transiciones entre estados de partícula independiente utilizando, por ejemplo, la aproximación de fases al azar (RPA) descrita en el capítulo I de la Parte I de la presente tesis. Las capas principales se indican con N , $N+1$, ... y están separadas por una energía $\hbar\omega \simeq 41 \cdot A^{-1/3}$ MeV. Las resonancias gigantes pueden entenderse como el resultado de la transición de nucleones de una capa principal a otra, bajo la influencia de una interacción que ordena estas transiciones en forma coherente. El número de capas principales que el nucleón es promovido por la interacción externa es par o impar dependiendo de la paridad de la resonancia.

De esta manera, la GEDR será excitada por transiciones E1 de energía

$1\hbar\omega$, por que es de esperar que se encuentre aproximadamente a una energía de $41 A^{-1/3}$ MeV. Sin embargo, experimentalmente aparece a $77 A^{-1/3}$ MeV. Esta diferencia se debe a la dependencia de la interacción nucleón-nucleón en el isoespín que hace que los estados colectivos de $T=0$ disminuyan su energía y los de $T=1$ la aumenten respecto del valor anteriormente calculado.

Para las excitaciones cuadrupolares, dos tipos de transiciones diferentes están permitidas. La primera de ellas, de menor energía, corresponde a transiciones entre estados de una misma capa principal por lo que se las denominan transiciones $0\hbar\omega$. El segundo tipo corresponde a transiciones entre las capas N y $N+2$, o sea son las transiciones $2\hbar\omega$. Estas transiciones pueden estar por debajo o por encima de la energía $2\hbar\omega$ según se trate de excitar modos isoescalares o isovectoriales, respectivamente. Mientras que las excitaciones $E2$ tipo $0\hbar\omega$ se asocian con los estados 2^+ correspondientes a vibraciones de superficie, las del tipo $2\hbar\omega$ se asocian con las resonancias gigantes cuadrupolares (GQR).

Sin embargo, pese a estos argumentos a favor de la existencia de otros tipos de resonancias gigantes, durante varias décadas la única resonancia identificada fue la GEDR. Recién en 1971 Bertrand y sus colaboradores²⁾ establecieron en forma experimental la existencia de la GEQR isoescalar a una energía de excitación $63 A^{-1/3}$ MeV. A partir de entonces comenzaron aparecer evidencias de la existencia de otros tipos de resonancias como la monopolar isoescalar, la octupolar isoescalar y la cuadrupolar isovectorial. En general todos estos experimentos fueron efectuados mediante dispersión inelástica de electrones de mediana energía o de partículas nucleares como protones o partículas alfa. Con este tipo de proyectiles se excitan simultáneamente distintos tipos de resonancias como se puede observar en el espectro de dispersión inelástica de partículas α de 152 MeV sobre distintos blancos³⁾ que se muestra en la Fig.I.4. Para distinguir una resonancia de otra es

necesario recurrir a las distribuciones angulares realizando una comparación entre los datos experimentales y un cálculo del tipo de la aproximación de Born de ondas distorsionadas (DWBA). De esta manera numerosas resonancias fueron identificadas.

Este procedimiento de detección de resonancias gigantes tiene una considerable incerteza. Por un lado existe la incerteza en la extracción de la sección eficaz correspondiente a la resonancia gigante del gran continuo subyacente. Otra dificultad tiene que ver con los cálculos DWBA, ya que las secciones eficaces resultantes dependen de los parámetros ópticos utilizados y, más aún, la extracción de la probabilidad de transición de la dispersión inelástica depende del modelo y frecuentemente no concuerda con los resultados de excitación coulombiana o dispersión de electrones. Respecto de la selectividad en la excitación de diferentes resonancias gigantes, si bien es posible lograr algún tipo de selectividad modificando el tipo de partícula incidente (por ejemplo, la partícula $(T=0)$ solo excita la GEDR isovectorial por excitación coulombiana), en general, con dispersión inelástica no es posible seleccionar entre las distintas multipolaridades posibles.

Debido a estos inconvenientes, Bertrand y colaboradores^{4,5)} han estudiado recientemente el decaimiento electromagnético de las resonancias gigantes con la idea de mejorar la selectividad. En particular, los experimentos se realizaron excitando las resonancias gigantes del ^{208}Pb mediante la dispersión inelástica de ^{17}O a 380 MeV y detectando los rayos γ provenientes del decaimiento en coincidencia con los núcleos de ^{17}O salientes. La utilización de un ión pesado (^{17}O) como proyectil da lugar a secciones eficaces suficientemente intensas y a una muy buena relación pico a continuo para la GQR. Este experimento da información de la relación de decaimiento γ de la GQR a los distintos estados de la parte de baja energía del espectro, que resulta muy importante para poder estudiar las propiedades de la función de onda de

dicha resonancia. Ahora bien, en las reacciones directas en las cuales el decaimiento γ ocurre entre estados ligados, la vida media asociada a este decaimiento es mucho mayor que el tiempo en el cual ocurre la reacción. De esta manera, el decaimiento γ ocurre mucho después de que los núcleos interactuantes se separen y por lo tanto, la reacción nuclear sólo afecta al decaimiento γ a través de la manera en que ésta puebla los estados de distinta proyección de momento angular m del estado excitado. Sin embargo, la situación es diferente cuando el estado excitado es una resonancia gigante ya que, como se indicó anteriormente, ésta es inestable respecto al decaimiento por núcleo compuesto y por lo tanto, cualquier rayo γ que desexcite la resonancia debe emitirse antes de un tiempo del orden de la vida media de decaimiento por neutrones ($\approx 3 \cdot 10^{-22}$ seg.). Este tiempo es comparable con el tiempo en que ocurre la reacción directa, de manera que una apreciable fracción de los rayos γ son emitidos mientras el ^{208}Pb y el ^{17}O están interactuando entre sí.

En el capítulo II se propone un formalismo que toma en cuenta las dificultades recién puntualizadas y permite calcular las distribuciones angulares de los fotones provenientes del decaimiento, quedando las expresiones finales factorizadas en tres contribuciones: una debida al campo electromagnético, otra al mecanismo de reacción y una tercera debida a la estructura nuclear. En el capítulo III se estudia esta última contribución por medio de la Teoría de Campos Nucleares, obteniéndose expresiones que permiten calcular la relación de probabilidades de decaimiento electromagnético a los distintos estados de la zona de baja energía de excitación. En el capítulo IV se describen y discuten los resultados obtenidos para dichas relaciones comparando con los valores experimentales y teóricos existentes. Finalmente en el capítulo V se indican las conclusiones del trabajo.

LISTA DE FIGURAS

Fig.I.1: Representación esquemática de las distintas resonancias gigantes del núcleo con multipolaridad ≤ 2 .

Fig.I.2: Espectro de fotoabsorción donde se puede observar claramente la resonancia dipolar gigante del ^{208}Pb . Los puntos indican los datos experimentales, mientras que la línea llena es el ajuste de los datos por medio de una lorentziana.

Fig.I.3: Representación esquemática de las transiciones multipolares eléctricas entre estados de modelo de capas en un núcleo hipotético. Las capas principales se indican con $\mathcal{N}, \mathcal{N}+1, \mathcal{N}+2, \dots$ y están separadas por una energía $\hbar\omega \approx 41 A^{1/3}$.

Fig.I.4: Espectros de dispersión inelástica de partículas alfa de 152 MeV sobre núcleos de ^{208}Pb , ^{120}Sn , ^{90}Zr , ^{58}Ni y ^{46}Ti . La estructura de resonancias gigantes ubicada a una energía de excitación cercana a $63 A^{1/3}$ MeV ha sido descompuesta en la contribución de la GQR y la de la GMR. Los picos que aparecen en los espectros correspondientes a ^{208}Pb y ^{120}Sn a mayor energía de excitación se deben a impurezas de hidrógeno en el blanco.

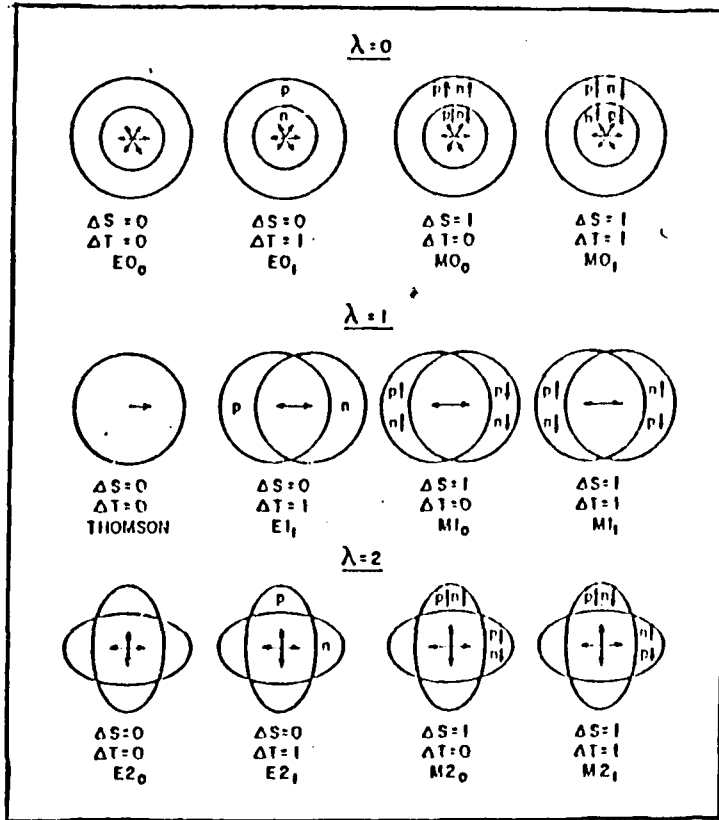


Fig. 1.1

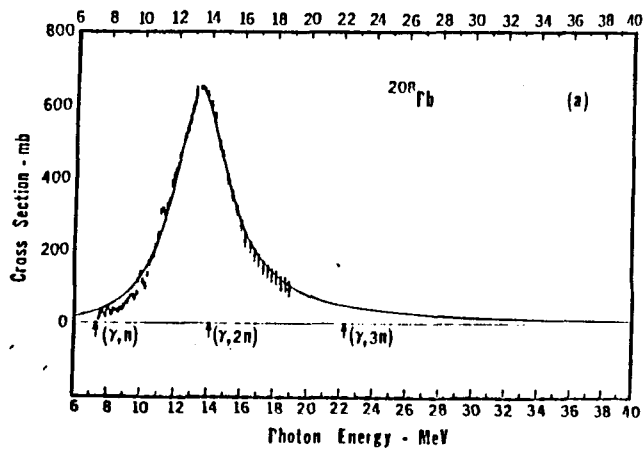


Fig. 1.2

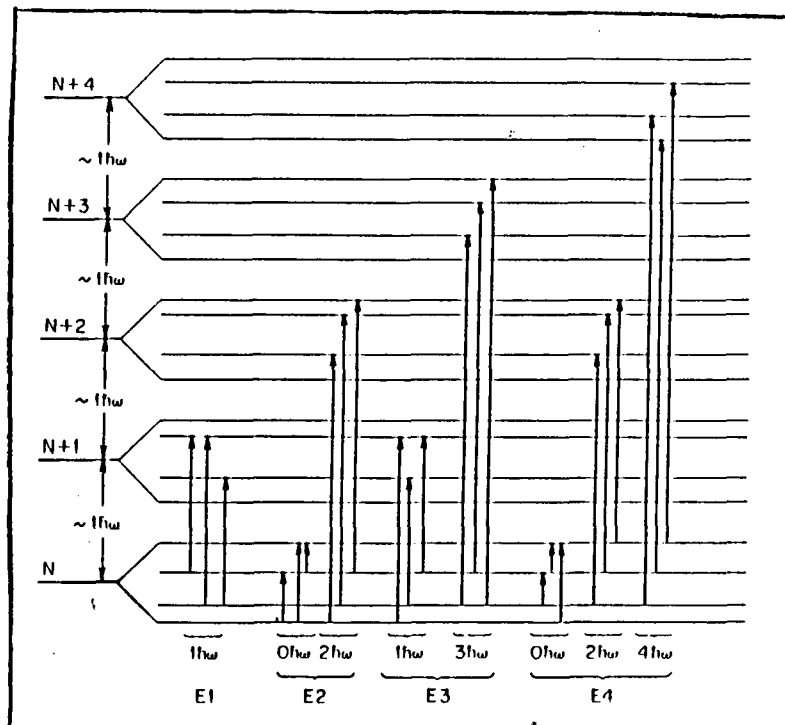


Fig. 1.3

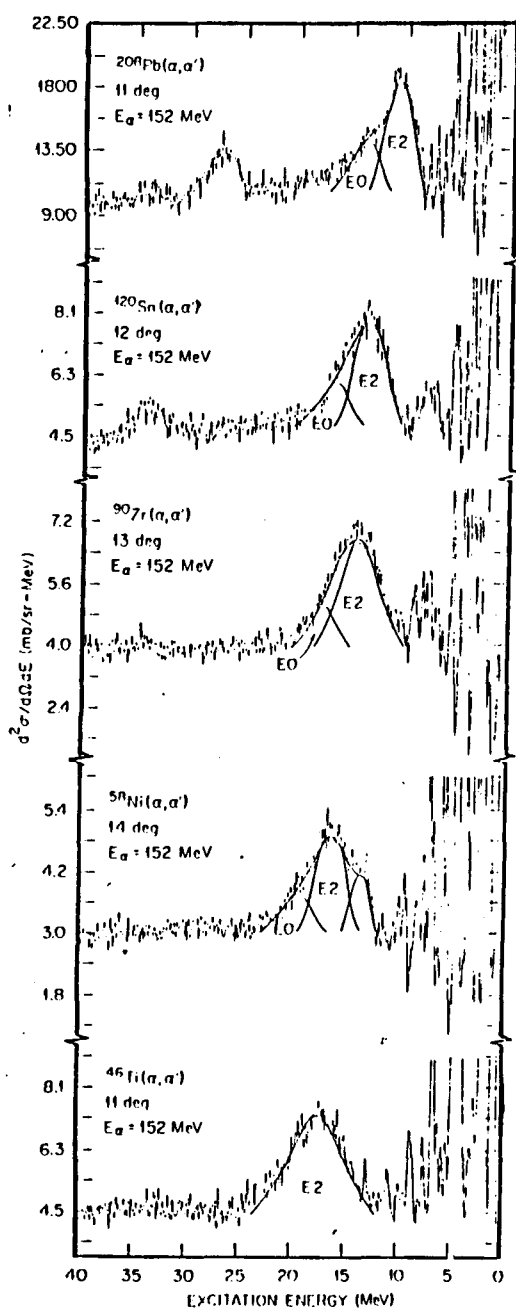


Fig. 1.4

II. FORMALISMO

Tal como se indicó en el capítulo anterior, se describirá aquí un formalismo que permite calcular la probabilidad de decaimiento Γ desde la GQR a los estados de baja energía en una reacción entre dos iones pesados. En particular se tratará la reacción ^{17}O sobre ^{208}Pb . Para describir el movimiento relativo de un ión respecto de otro se utilizará la DWBA incorporando un término constante de valor $-1/2\Gamma$ a la parte imaginaria del potencial óptico para tener en cuenta la pérdida de flujo debido al decaimiento por núcleo compuesto. La inclusión de este término constante es una hipótesis novedosa, quedando el valor de Γ determinado por el ancho de la resonancia, según se verá mas adelante. Por otra parte se supondrá que sólo el ^{208}Pb puede ser excitado, mientras que el ^{17}O permanece en su estado fundamental durante toda la reacción.

II.1. Obtención de las ecuaciones para el movimiento relativo

Si una onda plana que viaja a lo largo del eje Z es dispersada por un blanco que puede eventualmente excitarse a un estado de impulso angular $J=2$ con proyección m a lo largo del eje de incidencia, el sistema puede describirse por la función de onda

$$\psi = \varphi_{g.s.} \chi_0(\vec{r}) + \sum_m \varphi_{-m} \psi_m(\vec{r}) \quad (\text{II.1})$$

donde $\varphi_{g.s.}$ y φ_{-m} son las funciones de onda intrínsecas del blanco en su estado fundamental y excitado respectivamente, mientras que $\chi_0(r)$ y $\psi_m(r)$ simbolizan las funciones de onda del movimiento relativo en los canales elástico e inelástico, respectivamente

$$\chi_0(\vec{r}) = \langle ^{208}\text{Pb}_{g.s.} ^{17}\text{O} | \psi \rangle = \frac{1}{r} \sum_l f_l(r) Y_0^l(\vec{r}) \quad (\text{II.2})$$

$$\psi_m(\vec{r}) = \langle {}^{208}\text{Pb}_{\mathcal{E}, 2, -m} {}^{17}\text{O} | \psi \rangle = \frac{1}{r} \sum_l g_{lm}^{\mathcal{E}}(r) Y_m^l(\vec{r}) \quad (\text{II.3})$$

donde en los últimos términos se ha efectuado un desarrollo en ondas parciales. Las integraciones indicadas en los miembros izquierdos de las expresiones (II.2) y (II.3) se realizan sobre las coordenadas internas de los núcleos de ${}^{17}\text{O}$ y ${}^{208}\text{Pb}$ para un valor constante de la coordenada relativa r . Los índices \mathcal{E} , 2 y $-m$ indican respectivamente la energía de excitación, el momento angular y su proyección de la GQR en el ${}^{208}\text{Pb}$.

La función de onda ψ de la expresión (II.1) es solución de la ecuación de Schrödinger

$$(H^{\text{int}} + H^{\text{rel}} + V) \psi = E \psi \quad (\text{II.4})$$

donde H^{int} corresponde al movimiento intrínseco del ${}^{208}\text{Pb}$, H^{rel} al movimiento relativo del ${}^{17}\text{O}$ respecto del ${}^{208}\text{Pb}$, V es la perturbación que mezcla ambos tipos de movimientos y E es la energía total del sistema. Las autofunciones φ_i de H^{int} son solución de la ecuación

$$H^{\text{int}} \varphi_i = \epsilon_i \varphi_i \quad (\text{II.5})$$

El hamiltoniano del movimiento relativo H^{rel} será de la forma

$$H^{\text{rel}} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + \left[U(r) + iW(r) - i\Gamma \frac{\partial}{\partial r} \right] \quad (\text{II.6})$$

donde $\frac{\partial}{\partial r} = 0$ para χ_0 y $\frac{\partial}{\partial r} = 1$ para ψ_m y μ es la masa reducida del sistema ${}^{208}\text{Pb}-{}^{17}\text{O}$. Las funciones $U(r)$ y $W(r)$ son respectivamente la parte real e imaginaria del potencial óptico y la constante Γ , que sólo debe incluirse en el canal inelástico, está relacionada con el ancho de la resonancia.

Proyectando la expresión (II.4) sobre los estados intrínsecos φ_{gs} y

ψ_{-m} , y despreciando la realimentación del canal elástico y las transiciones entre estados excitados, se obtienen las ecuaciones:

$$\left\{ E + \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 - [U(r) + iW(r)] \right\} \chi_0(\vec{r}) = 0 \quad (\text{II.7})$$

$$(E - \epsilon_m + \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 - [U(r) + iW(r) - i\Gamma_2]) \psi_m(\vec{r}) = \langle \psi_{-m} | V | \psi_{gs} \rangle \chi_0(\vec{r}) \quad (\text{II.8})$$

Veamos ahora cómo obtener el hamiltoniano V de acoplamiento entre el movimiento relativo y el movimiento intrínseco. Para ello, consideremos la expresión usual del de la parte real del potencial óptico:

$$U_{op}(r) = \frac{U}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}} \quad (\text{II.9})$$

donde U es la profundidad del pozo de potencial, R es la suma de los radios nucleares del blanco R_p y proyectil R_t , y a es la difusividad del pozo. El modelo habitual⁶⁾ supone que el acoplamiento se debe a las vibraciones que el movimiento intrínseco produce en la superficie nuclear y, por lo tanto, en el parámetro R . Para el caso de vibraciones cuadrupolares, R puede escribirse

$$R = R_p + R_t = R_p^0 + R_t^0 \left(1 + \sum_m \beta_{2m} Y_m^2(\vec{r}) \right) \quad (\text{II.10})$$

ya que sólo el blanco puede vibrar. El parámetro $\beta_{2,m}$ indica la deformación cuadrupolar del blanco. Los radios medios R_p^0 y R_t^0 se determinan según $R_p^0 = r_0 A_p^{1/3}$, y $R_t^0 = r_0 A_t^{1/3}$, donde r_0 es el parámetro radial del potencial óptico y A_t y A_p son las masas del blanco y del proyectil respectivamente.

Desarrollando (II.9) a primer orden en $\beta_{2,m}$ y utilizando (II.10) se obtiene

$$U_{op} = U_{op}|_{\beta=0} - R_t \left. \frac{dU_{op}}{dr} \right|_{\beta=0} \sum_m \beta_{2m} Y_m^2(\vec{r}) \quad (\text{II.11})$$

Ahora bien, $U_{op}|_{\beta=0}$ es la parte esférica $U(r)$ del potencial óptico, la cual ya ha sido tenida en cuenta en H^{rel} (ver expresión (II.6)), mientras que el segundo término representa justamente el acoplamiento V buscado. Para simplificar la notación se designará la derivada $\left. \frac{dU_{op}}{dr} \right|_{\beta=0}$ con $U'(r-R_0)$, donde R_0 es el valor que toma la ecuación (II.10) para $\beta=0$.

Utilizando la expresión recién obtenida para V , el segundo miembro de (II.8) resulta

$$\begin{aligned} \langle \psi_{-m} | V | \psi_{gs} \chi_0(\vec{r}) \rangle &= -R_t U'(r-R_0) \sum_{\mu} \langle \psi_{-m} | \beta_{2\mu} | \psi_{gs} \rangle Y_{\mu}^2(\vec{r}) \chi_0(\vec{r}) \\ &= -R_t U'(r-R_0) \frac{\beta^E}{\sqrt{5}} Y_m^2(\vec{r}) \chi_0(\vec{r}) \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

donde β^E es elemento de matriz reducido definido por

$$\beta^E = \langle {}^{208}\text{Pb}_{\epsilon,2} \| \beta_2 \| {}^{208}\text{Pb}_{g.s.} \rangle \quad (\text{II.13})$$

Es necesario hacer notar que en todos los casos $Y_m^1 = i^l Y_m^1$ donde Y_m^1 son los armónicos esféricos usuales.

Utilizando las expresiones de la literatura⁷⁾ para la integral del producto de tres armónicos esféricos, es posible, a partir de las expresiones (II.7), (II.8) y (II.12), obtener las ecuaciones para la parte radial de las funciones de onda relativas (II.2) y (II.3). Estas resultan

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} + k_0^2 - \frac{2\mu}{\hbar^2} [U(r) + iW(r)] \right\} f_l(r) = 0 \quad (\text{II.14})$$

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} + k_E^2 - \frac{2\mu}{\hbar^2} [U(r) + iW(r) - i\Gamma/2] \right\} g_{lm}^E(r) = g_{lm}^E(r) \quad (\text{II.15})$$

donde k_0 y k_E son, respectivamente, los números de onda del canal elástico e inelástico. La función $g_{1,m}^E$ responsable del acoplamiento entre canales esta dada por

$$g_{lm}^E(r) = (-1)^{m+l} \frac{2\mu}{\hbar^2} R_t V'(r-R_0) \int_0^E \sum_{l'} \frac{i^{l'-l+2}}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{k'} f_{l'}(r) \langle l_0 2 0 | l' 0 \rangle \langle l-m 2 m | l' 0 \rangle \quad (\text{II.16})$$

La condición de contorno que deben cumplir las soluciones de la ecuación (II.14), es que para valores grandes de r la parte entrante de dichas funciones debe comportarse como la parte entrante de una onda coulombiana distorsionada. Por otro lado, las soluciones de la ecuación (II.15) deben comportarse como una onda amortiguada saliente para valores grandes de r . Estas soluciones pueden obtenerse mediante el método de las funciones de Green a partir de las soluciones de la versión homogénea de la ecuación (II.15).

Para terminar con la descripción de los factores que intervienen en las ecuaciones (II.14) y (II.15), veamos como obtener el valor de la constante Γ . Para ello partamos de la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo con un término imaginario constante:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi - iC \psi \quad (\text{II.17})$$

Multiplicando a izquierda por ψ^* , planteando la ecuación compleja conjugada de la ecuación resultante y restando ambas, se obtiene

$$\begin{aligned} i\hbar \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right) &= -\frac{\hbar^2}{2\mu} (\psi^* \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \psi^*) - i2C \psi^* \psi = \\ &= -\frac{\hbar^2}{2\mu} \text{div} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) - i2C \psi^* \psi \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Este resultado puede expresarse como una ecuación de continuidad en términos de una densidad ρ , una corriente \vec{j} y una velocidad de decaimiento λ .

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = -\frac{2C\rho}{\hbar} = -\lambda\rho \quad (\text{II.19})$$

por lo que resultan las identificaciones

$$\lambda = \Gamma/\hbar = 2C/\hbar \quad (\text{II.20})$$

siendo Γ el ancho correspondiente a la resonancia. Por lo tanto:

$$C = \Gamma/2 \quad (\text{II.21})$$

de manera que la constante C a incluir en el hamiltoniano es exactamente la mitad del ancho de la resonancia.

II.2. Estudio del decaimiento γ en vuelo

Consideraremos ahora el decaimiento γ de la GQR cuando el ^{17}O pasa junto al ^{208}Pb . La cuestión es ver hasta qué punto el movimiento del ^{208}Pb afecta la probabilidad de emisión de fotones.

Como el núcleo de ^{208}Pb saliente no es detectado, la probabilidad total de detectar un fotón de momento \vec{p}_γ , esta dada por la integral incoherente sobre todos los momentos finales \vec{p}_f del ^{208}Pb después de la emisión del fotón, o lo que es lo mismo, sobre todos los momentos iniciales \vec{P}

$$\vec{P} = \vec{p}_\gamma + \vec{p}_f \quad (\text{II.22})$$

donde \vec{P} es el momento del núcleo de ^{208}Pb excitado medido desde el sistema centro de masa. Dicha integral resulta

$$\int T(P) |\langle \vec{P} | \psi_m \rangle|^2 d^3P \quad (\text{II.23})$$

donde $T(P)$ es la probabilidad de emisión medida desde el sistema centro de masa. La dependencia del impulso del emisor se debe esencialmente al corrimiento por efecto Doppler de la frecuencia de la radiación emitida.

Ahora bien, la función de onda relativa del sistema $^{208}\text{Pb}-^{17}\text{O}$ en el espacio de momentos está dominada por valores de P en el rango

$$(2\mu E_r)^{1/2} \lesssim P \lesssim [2\mu(E_r + U)]^{1/2} \approx (2\mu E_r)^{1/2} + \left(\frac{\mu}{2E_r}\right)^{1/2} U \quad (\text{II.24})$$

donde E_r es la energía cinética asintótica en el sistema centro de masa, y U es la profundidad de la parte real del potencial óptico. La energía del fotón E_γ , medida en el sistema centro de masa, está relacionada con la energía E'_γ medida en el sistema en reposo respecto del ^{208}Pb por un factor de corrimiento Doppler del orden de:

$$1 \pm v/c = 1 \pm \frac{P}{M(^{208}\text{Pb})c} \quad (\text{II.25})$$

Como P varía en el rango (II.24), el rango de energías E'_γ para una energía E_γ es aproximadamente:

$$\Delta E'_\gamma \approx E_\gamma \frac{\Delta P}{M(^{208}\text{Pb})c} \approx E_\gamma \frac{(\mu/2E_r)^{1/2} U}{M(^{208}\text{Pb})c} \quad (\text{II.26})$$

Este rango de valores de E'_γ es pequeño comparado con el ancho de la resonancia:

$$\Delta E'_\gamma / \Gamma \approx (E_\gamma / \Gamma) \frac{(\mu/2E_r)^{1/2} U}{M(^{208}\text{Pb})c} \sim 0.005 \quad (\text{II.27})$$

para $E \sim 351$ MeV y $U \sim 50$ MeV. Ahora bien, $T(P)$ varía apreciablemente en un rango de energías del orden de Γ , por lo tanto, el hecho de que la relación (II.27) sea tan pequeña, implica que la probabilidad de emisión de fotones $T(P)$ es prácticamente constante en el rango de valores de E' que se barren cuando se realiza la integral incoherente sobre P alrededor de un valor promedio P_0 de su módulo. Por lo tanto, es posible realizar la siguiente factorización:

$$\int T(P) |\langle \bar{P} | \psi_m \rangle|^2 d^3P = T(P_0) \int |\langle \bar{P} | \psi_m \rangle|^2 d^3P \quad (\text{II.28})$$

Es posible ahora transformar la integral sobre P en una integral incoherente sobre la distancia relativa r

$$\int |\langle \bar{P} | \psi_m \rangle|^2 d^3P = \int \langle \psi_m | \bar{r} \rangle \langle \bar{r} | \bar{P} \rangle \langle \bar{P} | \bar{r}' \rangle \langle \bar{r}' | \psi_m \rangle d^3P d^3r d^3r' = \quad (\text{II.29})$$

$$= \int \delta(r-r') |\langle \bar{r} | \psi_m \rangle|^2 d^3r d^3r' = \int |\langle \bar{r} | \psi_m \rangle|^2 d^3r$$

El resultado final es que la probabilidad por unidad de tiempo de detectar un fotón con momento p_γ en el sistema centro de masa de los núcleos ^{208}Pb y ^{17}O es la misma que si el fotón fuese emitido por el núcleo de ^{208}Pb en su propio sistema.

La expresión (II.29) da el factor de ocupación de cada estado excitado con distinta proyección de impulso angular m , factor que se puede reescribir como $P_m^E (\beta^E)^2$ donde

$$P_m^E = \int |\langle ^{208}\text{Pb}_{\epsilon_1, 2, \dots, \omega} \ ^{17}\text{O}_{g_s} | \psi \rangle|^2 d^3r / (\beta^E)^2 = \sum_l \int_0^\infty |g_{lm}^E(r)|^2 dr / (\beta^E)^2 \quad (\text{II.30})$$

expresión que se obtiene utilizando (II.3).

Las integrales radiales de la ec.(II.30) resultan convergentes debido al decaimiento exponencial de las funciones $g_{lm}^E(r)$ para grandes valores de r . El motivo de haber separado explícitamente el factor β^E de

los parámetros de ocupación, es que este está relacionado con la parte de estructura nuclear del problema. Dicha factorización se puede realizar debido a la proporcionalidad del término $y_{lm}(r)$ respecto de β^E .

Una vez demostrada la validez de la separación efectuada en (II.28) es posible utilizar las expresiones estandar⁸⁾ para el decaimiento electromagnético de núcleos polarizados. La amplitud de emisión electromagnética de multipolaridad en la dirección θ resulta ser

$$T_{\lambda}^E (\beta^E)^2 \sum_m P_m^E W_{\lambda m}(\theta) \quad (II.31)$$

donde T_{λ}^E es la probabilidad de transición electromagnética usual para una radiación de multipolaridad λ y frecuencia $\omega = (E - E_f)/\hbar$ emitida en una transición desde un estado inicial $J_i=2$ con energía E a un estado final con espín J_f y energía E_f :

$$T_{\lambda}^E = \sum_{\mu} T_{i \rightarrow f}^{\lambda \mu} = \frac{8\pi(\lambda+1)}{5\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} \frac{1}{\hbar} \left(\frac{\omega E}{c} \right)^{2\lambda+1} |\langle E_f, J_f || \mu_{\lambda} || E, J_i=2 \rangle|^2 \quad (II.32)$$

$\langle E_f, J_f || \mu_{\lambda} || E, J_i=2 \rangle$ es el elemento de matriz reducido del operador multipolar μ_{λ} y

$$W_{\lambda m}(\theta) = \frac{5}{4\pi} (-)^{J_f-m} (2\lambda+1) \sum_{k \neq m} \langle \lambda 1 \lambda -1 | k 0 \rangle \langle 2 m 2 -m | k 0 \rangle \left\{ \begin{matrix} \lambda & \lambda & k \\ 2 & 2 & J_f \end{matrix} \right\} P_k(\cos \theta) \quad (II.33)$$

es la distribución direccional normalizada de la radiación, es decir satisface:

$$\int W_{\lambda m}(\theta) d\Omega = 1 \quad (II.34)$$

La velocidad de emisión por unidad de ángulo sólido en la dirección inducida por un haz incidente de flujo $(2E_r/\mu)^{1/2}$ [$\text{fm}^{-2} \text{seg}^{-1}$], estará dada por la suma incoherente de términos (II.31) sobre todas las energías intermedias de excitación E en el rango del ancho de la resonancia:

$$S_{\lambda}(\theta) = \sum_{\epsilon} T_{\lambda}^{\epsilon} (\beta^{\epsilon})^2 \sum_{m} P_m^{\epsilon} W_{\lambda m}(\theta) \quad (\text{II.35})$$

Si este ancho es suficientemente pequeño comparado con el rango de variación de los factores P_m^{ϵ} , es posible reemplazar estas cantidades por un valor promedio P_m . Si además se utiliza un valor promedio w para la frecuencia de los fotones, resulta que la velocidad de decaimiento total puede factorizarse en tres términos que corresponden respectivamente al mecanismo de reacción, al campo electromagnético y a la estructura nuclear:

$$S_{\lambda}(\theta) = \frac{8\pi}{5\lambda} \frac{\lambda+1}{[(2\lambda+1)!!]^2} \frac{1}{\hbar} \left(\frac{w}{c}\right)^{2\lambda+1} \times \sum_{m} P_m W_{\lambda m}(\theta) \sum_{\epsilon} (\beta^{\epsilon})^2 |\langle E_f J_f || \mu_{\lambda} || E_i, J_i=2 \rangle|^2 \quad (\text{II.36})$$

El factor $\sum_m P_m W_m$ correspondiente al mecanismo de reacción ha sido extensamente discutido en la ref.9 y es el que determina las distribuciones angulares de los fotones detectados. El factor correspondiente a la parte de estructura es el que determina los valores relativos de la intensidades de decaimiento a distintos estados finales del espectro de energía del ^{208}Pb . Hasta el momento estos valores relativos son la única información experimental de que se dispone (ref.4,5), de manera que la sección siguiente está dedicada al cálculo explícito de estos factores con el fin de establecer una comparación entre los valores teóricos y experimentales y de esta manera poner a prueba la validez del modelo microscópico propuesto para la descripción de las resonancias gigantes.

III. ESTUDIO DE LOS FACTORES DEPENDIENTES DE LA ESTRUCTURA NUCLEAR

Tal como se ha indicado en el capítulo anterior, dentro de ciertas aproximaciones la velocidad de emisión γ desde una resonancia gigante se puede factorizar en tres términos, uno correspondiente al mecanismo de reacción, uno al campo electromagnético y uno a la parte de estructura nuclear. En el presente capítulo se presentará un método para calcular este último factor basado en la Teoría de Campos Nucleares.

III.1. Obtención de los estados utilizados para describir la GQR

El factor correspondiente a la estructura nuclear que interviene en (II.36) puede escribirse como

$$\sum_{\epsilon} (\beta^{\epsilon})^2 B(\sigma, \lambda; \epsilon \rightarrow \epsilon_f) = \left(\frac{4\pi}{3R_0^2} \right)^2 \sum_{\epsilon} B(Q_2; g_s \rightarrow \epsilon) B(\sigma, \lambda; \epsilon \rightarrow \epsilon_f) \quad (\text{III.1})$$

donde β^{ϵ} ha sido definido en la expresión (II.13). La excitación del estado intermedio se efectúa a través del operador de masa Q_2 , mientras que la desexcitación se realiza a través del operador multipolar (σ, λ) .

Existen diversas descripciones microscópicas de los estados intermedios ϵ que conforman la resonancia y sobre los cuales se debe efectuar la sumatoria indicada en (III.1). La más simple, tal como fue puntualizado en el capítulo I, es identificar a la resonancia como un estado de un fonón partícula-agujero RPA, y al resto de los estados presentes dentro del ancho de la resonancia como estados de dos fonones. La RPA no sólo determina las propiedades de estos fonones, sino que también da en orden cero los elementos de matriz entre estados que difieren de un fonón. En su versión más simple, este modelo permite la excitación (y decaimiento al estado fundamental) del estado de un fonón

cuadrupolar, y el decaimiento desde un estado de dos fonones a uno de un fonón a través de la aniquilación del restante fonón. Esta descripción puede mejorarse de manera de poder obtener, por ejemplo, el ancho de la resonancia por medio del empleo de teoría de perturbaciones de segundo orden o de métodos de diagonalización^{10,11}). En la presente tesis, estos métodos no serán utilizados, sino que se calcularán las transiciones entre estados de un fonón o entre estados de dos fonones y el estado fundamental en forma perturbativa, utilizando la Teoría Nuclear de Campos cuya convergencia ha sido extensamente estudiada en la Parte I de la presente tesis.

Por lo tanto, dentro del formalismo utilizado, los estados de la base, tanto para los estados iniciales como para los finales, serán estados de uno o dos fonones. Como ya se ha indicado, las propiedades de estos fonones pueden obtenerse en la aproximación RPA, teniendo en cuenta la mezcla entre distintos estados de isoespín cuya importancia ha sido indicada en el capítulo I. Para distinguir los distintos fonones se utilizarán los números cuánticos (n, J) , donde n es número de la raíz correspondiente de la RPA y J es el spin. Solamente serán considerados los estados con paridad π normal ($\pi = (-1)^J$).

Ahora bien, los estados cuadrupolares relevantes en la ec.(III.1) que dan origen a decaimientos a estados finales de interés ($J^\pi = 1^-, 3^-$) deben tener energías de excitación \mathcal{E} comprendidas en el intervalo correspondiente al ancho de la GQR y pueden agruparse según: i) La raíz cuadrupolar RPA más colectiva ($n=5$ en la tabla 2); ii) la raíces cuadrupolares menos colectivas con energía dentro del mismo intervalo; y iii) un fonón dipolar y uno octupolar acoplados a impulso angular dos. Por lo tanto, dentro de este esquema sólo será necesario considerar fonones con $J^\pi = 1^-, 2^+$ y 3^- .

Si bien la RPA con mezcla de isoespín ha sido varias veces discutida en la literatura (por ejemplo en la ref.12), debido a las consideraciones

especiales que es necesario realizar para el caso dipolar por las fuertes cancelaciones que allí aparecen, resulta conveniente estudiar dicho caso en particular. Para ello repasemos brevemente las expresiones generales de la RPA isoescalar-isovectorial para luego particularizar para $J=1^-$.

La interacción residual se supondrá formada por la suma de interacciones de tipo separable

$$V_{RES} = \sum_J H'_J$$

$$H'_J = -\frac{1}{2} \gamma(J,0) \sum_M \Phi_{J,M,0} \Phi_{J,M,0}^\dagger - \frac{1}{2} \gamma(J,1) \sum_M \Phi_{J,M,1} \Phi_{J,M,1}^\dagger - \gamma'(J) \sum_M \Phi_{J,M,0} \Phi_{J,M,1}^\dagger \quad (III.3)$$

donde

$$\begin{aligned} \Phi_{J,M,0} &= \Phi_{J,M,\nu} + \Phi_{J,M,\pi} \\ \Phi_{J,M,1} &= \Phi_{J,M,\nu} - \Phi_{J,M,\pi} \\ \Phi_{J,M,\nu} &= -J^{-1} \sum_{j_1 j_2} \langle j_1 \| T_J \| j_2 \rangle \gamma_{J,M}^\dagger(j_1 j_2, \nu) \\ T_{J,n} &= \rho_J(r) Y_n^J(\vec{r}) \quad \gamma_{J,M}^\dagger(j_1 j_2, \nu) = [c_{j_1, \nu}^\dagger c_{j_2, \nu}]_M^J \end{aligned} \quad (III.4)$$

donde ν se utiliza para indicar neutrones y π para protones ($\nu = \nu, \pi$).

Como ya se ha indicado en la Parte I de la presente tesis, por medio de la RPA se construyen modos normales $\Gamma_{n,J,M}^\dagger$ que resultan ser combinaciones lineales de operadores de creación y aniquilación de pares partícula-agujero, $\gamma_{J,M}^\dagger(k, i; \nu)$, $\gamma_{J,M}(k, i; \nu)$ respectivamente, donde \underline{k} indica partículas e \underline{i} agujeros.

$$\Gamma_{n,J,M}^\dagger = \sum_{\kappa, i, \nu} X(n, J, \kappa, i, \nu) \gamma_{J,M}^\dagger(\kappa, i, \nu) - (-)^{J-M} \sum_{\kappa, i, \nu} Y(n, J, \kappa, i, \nu) \gamma_{J, -M}(\kappa, i, \nu) \quad (III.5)$$

Las amplitudes $X(n, J, \kappa, i, \nu)$ e $Y(n, J, \kappa, i, \nu)$ están dadas por

$$X(n, J, \kappa, i, \nu) = \Lambda(n, J, \nu) \frac{\langle \kappa \| T_J \| i \rangle}{\epsilon_{\kappa i}^{(\nu)} - W_{n,J}} \quad (III.6)$$

$$Y(n, J, \kappa, i, \nu) = \Lambda(n, J, \nu) \frac{\langle \kappa \| T_J \| i \rangle}{\epsilon_{\kappa i}^{(\nu)} + W_{n,J}}$$

Las energías $W_{n,J}$ y la relación entre los parámetros de acoplamiento $\Lambda(n,J,z)$ quedan determinados por las ecuaciones

$$\frac{\Lambda(n,J,\pi)}{\Lambda(n,J,\nu)} = \frac{1 - [\chi(J,0) + \chi(J,1) + 2\chi'(J)] S(n,J,\nu)}{[\chi(J,0) - \chi(J,1)] S(n,J,\pi)} =$$

$$= \frac{[\chi(J,0) - \chi(J,1)] S(n,J,\nu)}{1 - [\chi(J,0) + \chi(J,1) + 2\chi'(J)] S(n,J,\pi)}$$
(III.7)

donde

$$S(n,J,z) = \sum_{k,i} [X(n,J,k,i,z) + Y(n,J,k,i,z)] \frac{\langle k || T_J || i \rangle}{(2J+1) \Lambda(n,J,z)} =$$

$$= \frac{2}{2J+1} \sum_{k,i} \frac{|\langle k || T_J || i \rangle|^2 \epsilon_{ki}^{(z)}}{\epsilon_{ki}^{(z)2} - W_{n,J}^2}$$
(III.8)

En este caso la versión colectiva del operador multipolar resulta

$$Q_{J,n,z}^{(col.)} = \sum_n \langle n || Q_{J,z} || 0 \rangle \left(\Gamma_{n,J,M}^+ + (-)^{J-M} \Gamma_{n,J,M}^- \right)$$

$$\langle n || Q_{J,z} || 0 \rangle = \hat{J} \Lambda(n,J,z) S(n,J,z)$$
(III.9)

Debido a la invariancia del hamiltoniano intrínseco completo frente a traslaciones para $J=1^-$ se presenta un modo de frecuencia cero ($W_{1,1}=0$) ya que el movimiento dipolar colectivo isoescalar (neutrones en fase con protones) corresponde a una traslación del núcleo en conjunto. En este caso, la ec.(III.7) provee una relación entre los coeficientes de acoplamiento χ y la estructura de partícula independiente que determina el valor de $S(1,1,z)$.

La condición de que este modo corresponda a oscilación de la coordenada R del centro de masa del sistema neutrones-protones provee una segunda relación. Para obtenerla, partamos del hamiltoniano que debe estar asociado a este modo por ser una vibración de dicha coordenada

$$h(n=1) = \frac{\bar{p}^2}{2M} + \frac{1}{2} M \omega_{1,1}^2 \bar{R}^2 \quad (\text{III.10})$$

donde P es el momento lineal total y M es la masa total. Este hamiltoniano puede llevarse a su forma diagonal utilizando los modos normales $\Gamma_{1,1,M}^+$ y $\Gamma_{1,1,M}$, en función de los cuales los operadores R_M y P_M resultan

$$R_M = \frac{N}{A} R_{M,\nu} + \frac{Z}{A} R_{M,\pi} = (2M\omega_{1,1})^{-1/2} (\Gamma_{1,1,M}^+ - (-)^M \Gamma_{1,1,-M})$$

$$P_M = P_{M,\nu} + P_{M,\pi} = i(M\omega_{1,1}/2)^{1/2} (\Gamma_{1,1,M}^+ + (-)^M \Gamma_{1,1,-M}) \quad (\text{III.11})$$

donde se han introducido las coordenadas de centro de masa de los protones $R_{M,\pi}$ y de los neutrones $R_{M,\nu}$, y los impulsos correspondientes $P_{M,\pi}$, $P_{M,\nu}$. Ahora bien, dentro de la RPA los operadores R_M y P_M pueden escribirse como

$$R_{M,\nu} = \frac{\sqrt{4\pi}}{3N} \sum_{\kappa,i} \langle \kappa || r Y_1 || i \rangle [\gamma_{1,M}^+(\kappa,i,\nu) - (-)^M \gamma_{1,-M}(\kappa,i,\nu)] \quad (\text{III.12})$$

$$P_{M,\nu} = \frac{\sqrt{4\pi}}{3N} \sum_{\kappa,i} \langle \kappa || p Y_1 || i \rangle [\gamma_{1,M}^+(\kappa,i,\nu) + (-)^M \gamma_{1,-M}(\kappa,i,\nu)]$$

satisfaciéndose las reglas de conmutación

$$i = [R_{M,\nu}, P_{M,\nu}] (-)^M = \frac{8\pi}{9} \sum_{\kappa,i} \frac{\langle \kappa || p Y_1 || i \rangle \langle \kappa || r Y_1 || i \rangle}{N} \quad (\text{III.13})$$

Para los protones es posible obtener expresiones similares a (III.12) y (III.13).

Utilizando las expresiones (III.5), (III.11) y (III.12) es posible obtener expresiones alternativas para las amplitudes X e Y válidas para el fonón de frecuencia cero

$$X(1,1,\kappa,i,c) = -i \langle \kappa || p Y_1 || i \rangle (6M\omega_{1,1})^{-1/2} + \langle \kappa || r Y_1 || i \rangle \left(\frac{M\omega_{1,1}}{6} \right)^{1/2} / A$$

$$Y(1,1,\kappa,i,c) = -i \langle \kappa || p Y_1 || i \rangle (6M\omega_{1,1})^{-1/2} - \langle \kappa || r Y_1 || i \rangle \left(\frac{M\omega_{1,1}}{6} \right)^{1/2} / A \quad (\text{III.14})$$

Por lo tanto,

$$\sum_{\kappa_i} [\chi(1,1,\kappa_i,\nu) + Y(1,1,\kappa_i,\nu)] \langle \kappa_i | r | Y_{1,1} \rangle = \left(\frac{3}{8\pi M w_{1,1}} \right)^{1/2} \frac{1}{N} =$$

$$= \sqrt{3} \Lambda(1,1,\nu) S(1,1,\nu) \quad (\text{III.15})$$

La última igualdad, que se obtiene utilizando (III.8), si bien resulta estrictamente válida sólo para el caso en que la dependencia radial sea tipo multipolar ($f_1(r)=r$), es susceptible de ser generalizada a otros tipos de dependencia. Planteando una ecuación semejante para protones se obtiene una nueva relación que complementa a la (III.7)

$$\frac{\Lambda(1,1,\pi)}{\Lambda(1,1,\nu)} = \frac{2 S(1,1,\nu)}{N S(1,1,\pi)} \quad (\text{III.16})$$

Finalmente combinando las relaciones (III.7) y (III.16) se obtiene

$$\chi(1,0) = \frac{1 - [(N-2)/A]^2}{1 - b_1 [(N-2)/A]^2} \left[S(1,1,\nu) + S(1,1,\pi) \right] / 4 S(1,1,\nu) S(1,1,\pi)$$

$$\chi'(1) = \left\{ S(1,1,\pi) - S(1,1,\nu) + [S(1,1,\nu) + S(1,1,\pi)] \frac{(1-b_1) \frac{N-2}{A}}{1 - b_1 \frac{N-2}{A}} \right\} / 4 S(1,1,\nu) S(1,1,\pi)$$

(III.17)

donde

$$b_J = \chi(J,1) / \chi(J,0) \quad (\text{III.18})$$

Esta forma de determinar los valores de las constantes de acoplamiento χ complementa las discutidas en las ref.10,12. En particular (III.17) se aplica a cualquier estructura de capas, siempre que exista autoconsistencia entre la solución de Hartree-Fock y el hamiltoniano invariante frente a traslaciones original. Por ejemplo, para un oscilador armónico puro utilizando las expresiones aproximadas de la ref.13 se obtiene

$$S(1,1,\nu) = \frac{N_\nu^3}{4\pi m W_\nu^2} = \frac{3}{4\pi} \frac{N}{m W_\nu^2} \quad (\text{III.19})$$

resultando una expresión similar para protones. Más aún, si tanto los protones como los neutrones se mueven en capas con la misma frecuencia de oscilador ($W_p = W_n = W$), resulta

$$\chi(1,0) = \frac{4\pi m W^2}{3A} \left\{ 1 - b_1 \left[\frac{(N-2)}{A} \right]^2 \right\} \quad (\text{III.20})$$

$$\chi'(1) = - \chi(1,1) \frac{(N-2)}{A}$$

Los valores (III.17) pueden introducirse en las ec.(III.7) para obtener los fonones con $n > 1$. En este caso debe utilizarse el valor de b_1 indicado en la ec.(III.24).

Como el operador centro de masa \vec{R} no puede producir transiciones en el sistema nuclear intrínseco centrado en \vec{R} , conviene definir el operador \vec{R}' tal que

$$\vec{R}' = \vec{R}_p - \vec{R}_n \quad (\text{III.21})$$

Es posible verificar que este operador conmuta con el momento total \vec{P} . Ahora bien, dentro de la RPA el operador \vec{R}' tiene amplitud nula para el modo de frecuencia cero, mientras que son las amplitudes del operador \vec{R} las que se anulan para los modos con $n > 1$. Sin embargo, este hecho no se verifica exactamente debido a que el hamiltoniano total utilizado no tiene simetría de traslación, ya que si bien el potencial central armónico más la interacción residual dipolar pueden obtenerse de un hamiltoniano de dos cuerpos invariante traslacional con fuerzas armónicas, existen otras componentes del potencial central y la interacción residual para las cuales esto no es posible. En consecuencia la transiciones no físicas debidas al operador R deberán ser ignoradas.

La expresión de las amplitudes $\langle n || R' || 0 \rangle$ resulta

$$\langle n || R' || 0 \rangle = \frac{3}{\sqrt{4\pi}} \left[\frac{\Lambda(n,1,\nu) S(n,1,\nu)}{N} - \frac{\Lambda(n,1,\pi) S(n,1,\pi)}{Z} \right] \quad (\text{III.22})$$

Dentro de este mismo esquema es posible obtener también las cargas efectivas usuales para transiciones dipolares, las que resultan

$$\begin{aligned} e Z \bar{R}_n &= e Z (\bar{R} - \bar{R}' N/A) : \\ &= e_\nu N \bar{R}_\nu + e_\pi Z \bar{R}_\pi \quad \begin{cases} e_\nu = -e Z/A \\ e_\pi = e N/A \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

Para el caso de J arbitrarios, los valores de los parámetros han sido estimados^{10,12)} resultando las siguientes expresiones

$$\chi(J,0) = \frac{4\pi}{3} \frac{41}{(1.2)^{2J-2}} A^{-(1+J/3)} \left(\frac{\mu W}{\hbar} \right)^J \text{ MeV} \quad (\text{III.24})$$

$$b_J = -J - 3/2 \quad (\text{III.25})$$

$$\chi'(J) = -c \chi(J,1) \frac{N-Z}{A} \quad 0 \leq c \leq 1 \quad (\text{III.26})$$

De acuerdo con los argumentos anteriores, la incerteza en la constante c de la ec.(III.26) puede eliminarse para el caso dipolar (ec.(III.20)), donde resulta $c=1$.

III.2. Cálculo de los procesos de excitación y decaimiento

Al orden más bajo, los posibles caminos ir del estado fundamental a un estado final con $J^\pi=3^-$ están indicados en la Fig.III.1.a-b, mientras que los que conducen nuevamente al estado fundamental ($J^\pi=0^+$) aparecen en la Fig.III.1.c.

Como se discutió al comienzo de la sección anterior, para los

procesos que conducen a los estados finales de un fonón 3^- , por medio de la RPA sólo se obtienen los elementos de matriz correspondientes a la excitación del estado de un sólo fonón o a la deexcitación de un estado compuesto de un fonón dipolar y el fonón octupolar final acoplados a impulso angular dos (o sea, el primer factor de (III.1) si \mathcal{E} corresponde a un estado de un fonón o el segundo de dicha expresión si \mathcal{E} corresponde a un estado de dos fonones). Por lo tanto, el cálculo de los productos de la ecuación (III.1) requiere incluir procesos más complicados que los tenidos en cuenta en la RPA. Como ya sea indicado en la Parte I de la presente tesis, estos procesos pueden ser incluidos por medio de la NFT.

Dentro de este formalismo, la interacción partícula-vibración resulta

$$H_{pv} = -\hat{J} \sum_{\mathcal{E}} \Lambda(n, J, \mathcal{E}) \sum_M Q_{J, M, \mathcal{E}} \left[\Gamma_{n, J, M} + (-)^{J-M} \Gamma_{n, J, -M}^{\dagger} \right] \quad (\text{III.27})$$

donde los parámetros de acoplamiento $\Lambda(n, J, \mathcal{E})$ pueden obtenerse a partir de las ec. (III.7) y de la condición de normalización de los fonones. El operador multipolar $Q_{J, M, \mathcal{E}}$ es el definido en la expresión (III.4), salvo en el caso de $J^{\pi} = 1^-$ que debido a los problemas puntualizados al final de la sección anterior será discutido en detalle más adelante.

El conjunto de diagramas que contribuyen en el orden más bajo de la NFT a la transición entre estados de un fonón están representados en la Fig. III.2, mientras que los involucrados en la excitación de estados de dos fonones se indican en la Fig. III.3. En ambos casos, usando las reglas usuales para la evaluación de dichos diagramas se obtiene

$$\langle J \| Q_{\lambda, \mathcal{E}} \| J' \rangle = (-)^{n_h} \hat{J} \hat{J}' \Lambda(n, J, \mathcal{E}) \Lambda(n', J', \mathcal{E}) \sum_{j_1, j_2, j_3} \left\{ \begin{matrix} \lambda & J & J' \\ j_1 & j_2 & j_3 \end{matrix} \right\} \langle j_1 \| T_J \| j_3 \rangle \langle j_2 \| T_{J'} \| j_1 \rangle \langle j_3 \| Q_{\lambda, \mathcal{E}} \| j_2 \rangle / \text{dem} \quad (\text{III.28})$$

donde n_h es el número de agujeros y los estados j_1, j_2, j_3 pueden ser

partículas o agujeros dependiendo del ordenamiento temporal de los vértices.

Los denominadores de energía fueron evaluados por medio de la teoría de perturbaciones de Rayleigh-Schrödinger, resultando para el diagrama de la Fig.III.2

$$2 [W_{n,J} W_{n',J'} + \epsilon_{2,1} \epsilon_{3,1}] / (W_{n',J'}^2 - \epsilon_{2,1}^2) (W_{n,J}^2 - \epsilon_{3,1}^2)$$

III.2.a+b

$$2 [W_{n',J'} (W_{n',J'} - W_{n,J}) + \epsilon_{2,1} \epsilon_{3,2}] / (W_{n',J'}^2 - \epsilon_{2,1}^2) [(W_{n,J} - W_{n',J'})^2 - \epsilon_{3,2}^2] \quad (\text{III.29})$$

III.2.c+d

$$2 [W_{n,J} (W_{n,J} - W_{n',J'}) + \epsilon_{1,3} \epsilon_{2,3}] / (W_{n,J}^2 - \epsilon_{1,3}^2) [(W_{n,J} - W_{n',J'})^2 - \epsilon_{2,3}^2]$$

III.2.e+f

mientras que para los de la Fig.III.3

$$2 [W_{n',J'} (W_{n',J'} + W_{n,J}) + \epsilon_{1,2} \epsilon_{3,2}] / (W_{n',J'}^2 - \epsilon_{1,2}^2) [(W_{n,J} + W_{n',J'})^2 - \epsilon_{3,2}^2]$$

III.3.a+b

$$2 [W_{n,J} (W_{n,J} + W_{n',J'}) + \epsilon_{3,1} \epsilon_{3,2}] / (W_{n,J}^2 - \epsilon_{3,1}^2) [(W_{n,J} + W_{n',J'})^2 - \epsilon_{3,1}^2] \quad (\text{III.30})$$

III.3.c+d

$$- 2 [W_{n,J} W_{n',J'} - \epsilon_{2,1} \epsilon_{3,1}] / (W_{n',J'}^2 - \epsilon_{2,1}^2) (W_{n,J}^2 - \epsilon_{3,1}^2)$$

III.3.e+f

Por supuesto, también es necesario tener en cuenta los diagramas de renormalización que se obtienen reemplazando el vértice fermiónico correspondiente al operador $Q_{J,M,\zeta}$ por el vértice bosónico en cada uno de los diagramas de las Fig.III.2-3. En las Fig.III.2.a' y III.3.a' se muestran algunos de los diagramas obtenidos por este procedimiento. Para el caso de las fuerzas multipolo-multipolo es posible mostrar¹⁴⁾ que la suma de los diagramas de renormalización equivale a reemplazar las cargas (III.23) por otras cargas efectivas obtenidas según

$$e_z' = e_z \left[1 - \sum_n \Lambda(n, \lambda, z) \langle n || \hat{Q}_{\lambda, z} || 0 \rangle \frac{2W_{n, \lambda}}{(E_f - E_i)^2 - W_{n, \lambda}^2} \right] \quad (\text{III.31})$$

donde E_i y E_f son las energías de los estados iniciales y finales respectivamente.

Discutiremos ahora el caso de las transiciones dipolares. Tal como se indicó en la sección anterior en un cálculo en cual el campo central se obtiene en forma autoconsistente a partir de un hamiltoniano con invariancia traslacional, no existen transiciones inducidas por el operador centro de masa \vec{R} . En el presente formalismo esto se verifica por medio de la cancelación entre los diagramas que involucran al vértice fermiónico del operador \vec{R} y el correspondiente diagrama de renormalización para el fonón $n=1$ (Fig.III.4). Supondremos que dicha cancelación debe mantenerse para diagramas más complicados. Por lo tanto, dado un operador, como el operador de desplazamiento de protones ZR_η , primero se lo reescribirá en términos de \vec{R} y \vec{R}' (ec.(III.21)) y luego, para calcular el vértice fermiónico sólo se utilizará la componente en \vec{R}' , mientras que en el cálculo de los vértices de renormalización se incluirán exclusivamente los fonones $n \geq 1$.

En forma similar para obtener la interacción partícula-vibración para el caso dipolar, conviene reescribir la interacción residual (III.3) en términos de \vec{R} y \vec{R}'

$$H_{pv} = \frac{3}{4\pi} \left[-\frac{1}{2} \chi'(1,0) A^2 R^2 - \frac{1}{8} \chi'(1,1) A^2 R'^2 - \frac{1}{2} \chi''(1) A^2 \vec{R} \cdot \vec{R}' \right] \quad (\text{III.32})$$

donde

$$\begin{aligned} \chi'(1,0) &= \chi(1,0) + \chi(1,1) \left(\frac{N-2}{A} \right)^2 + 2 \chi'(1) \frac{N-2}{A} \\ \chi'(1,1) &= \chi(1,1) \left(\frac{4N-2}{A^2} \right)^2 \\ \chi''(1) &= \chi(1,1) 4N-2 \frac{N-2}{A^3} + \chi'(1) \frac{4N-2}{A^2} \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

De esta manera, la interacción partícula-vibración que involucra a los fonones $n \rangle l$ resulta

$$H_{pv} = -\frac{\beta}{4\pi} \left[\frac{1}{4} \chi'(1,1) \bar{R}' + \frac{1}{2} \chi''(1) \bar{R} \right] A^2 \bar{R}'^{(col.)} \quad (III.33)$$

y puede llevarse a la forma (III.27) definiendo los parámetros de acoplamiento efectivos

$$\Lambda(n, l, \zeta) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \left(\frac{1}{4} \chi'(1,1) + \frac{1}{2} \chi''(1) \frac{N}{A} \right) A^2 \langle n \| R' \| 0 \rangle & \zeta = \nu \\ \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \left(\frac{1}{4} \chi'(1,1) + \frac{1}{2} \chi''(1) \frac{2}{A} \right) A^2 \langle n \| R' \| 0 \rangle & \zeta = \pi \end{cases} \quad (III.34)$$

donde los elementos de matriz $\langle n \| R' \| 0 \rangle$ son los indicados en la ec. (III.22).

LISTA DE FIGURAS

Fig.III.1: Representación esquemática de los posibles caminos para la excitación cuadrupolar del estado fundamental (diagrama de la izquierda) y la consecuente emisión electromagnética $E\lambda$ (diagrama de la derecha) para los distintos estados finales $J^{\pi}=3^{-}$ ((a) y (b)) y el estado fundamental $J^{\pi}=0^{+}$ (c). Las líneas ondulantes corresponden a los fonones RPA, mientras que las líneas rectas indican estados fermiónicos. Las cruces simbolizan los vértices de los operadores.

Fig.III.2: Conjunto de diagramas que aparecen en el cálculo de los elementos de matriz de transición entre los estados de un fonón $|n, J\rangle$ y $|n', J'\rangle$. Se han omitido los diagramas en los cuales el rol de las partículas y los agujeros se intercambia. El diagrama (a') tiene en cuenta la renormalización que aparece cuando el vértice fermiónico del diagrama (a) se reemplaza por el vértice bosónico.

Fig.III.3: Diagramas involucrados en el cálculo de los elementos de matriz del operador cuadrupolar entre los estados de dos fonones $3^{-}1^{-}$ y el estado fundamental. Se utilizan las mismas convenciones que en la Fig.III.1.

Fig.III.4: Representación de un diagrama con un vértice fermiónico (línea punteada con una cruz) y el correspondiente diagrama de renormalización (línea ondulante).

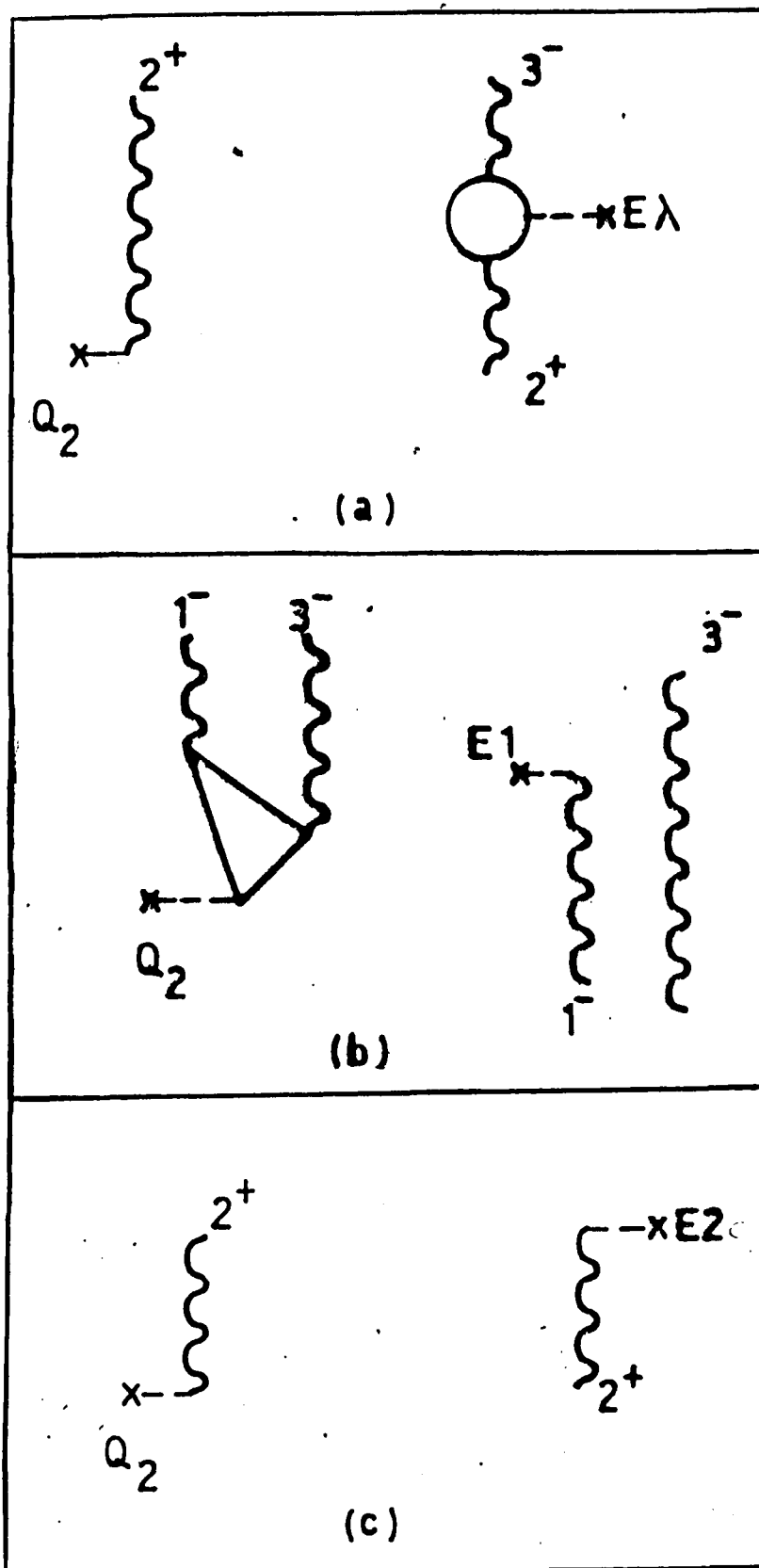


Fig.III.1

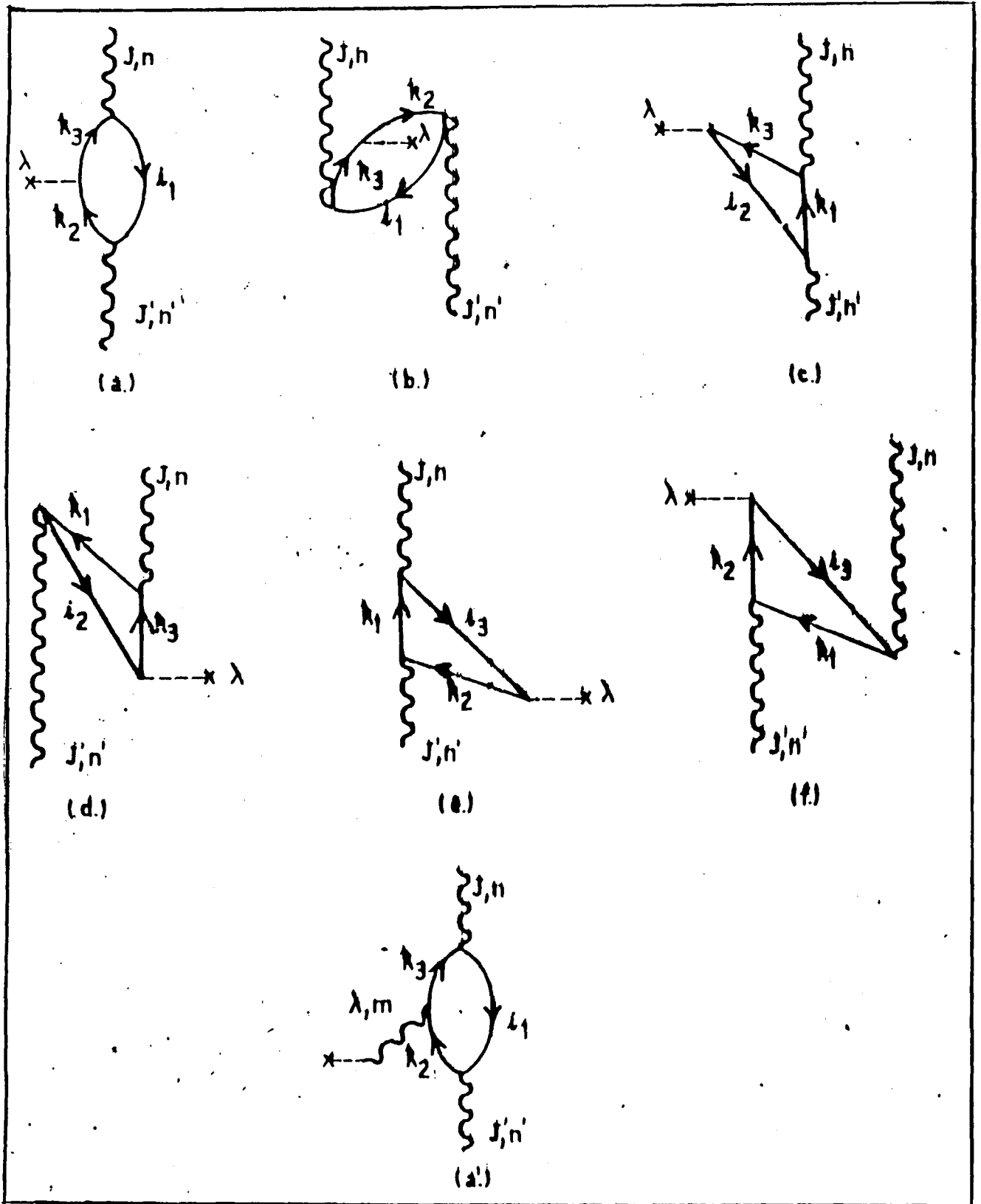


Fig.III.2

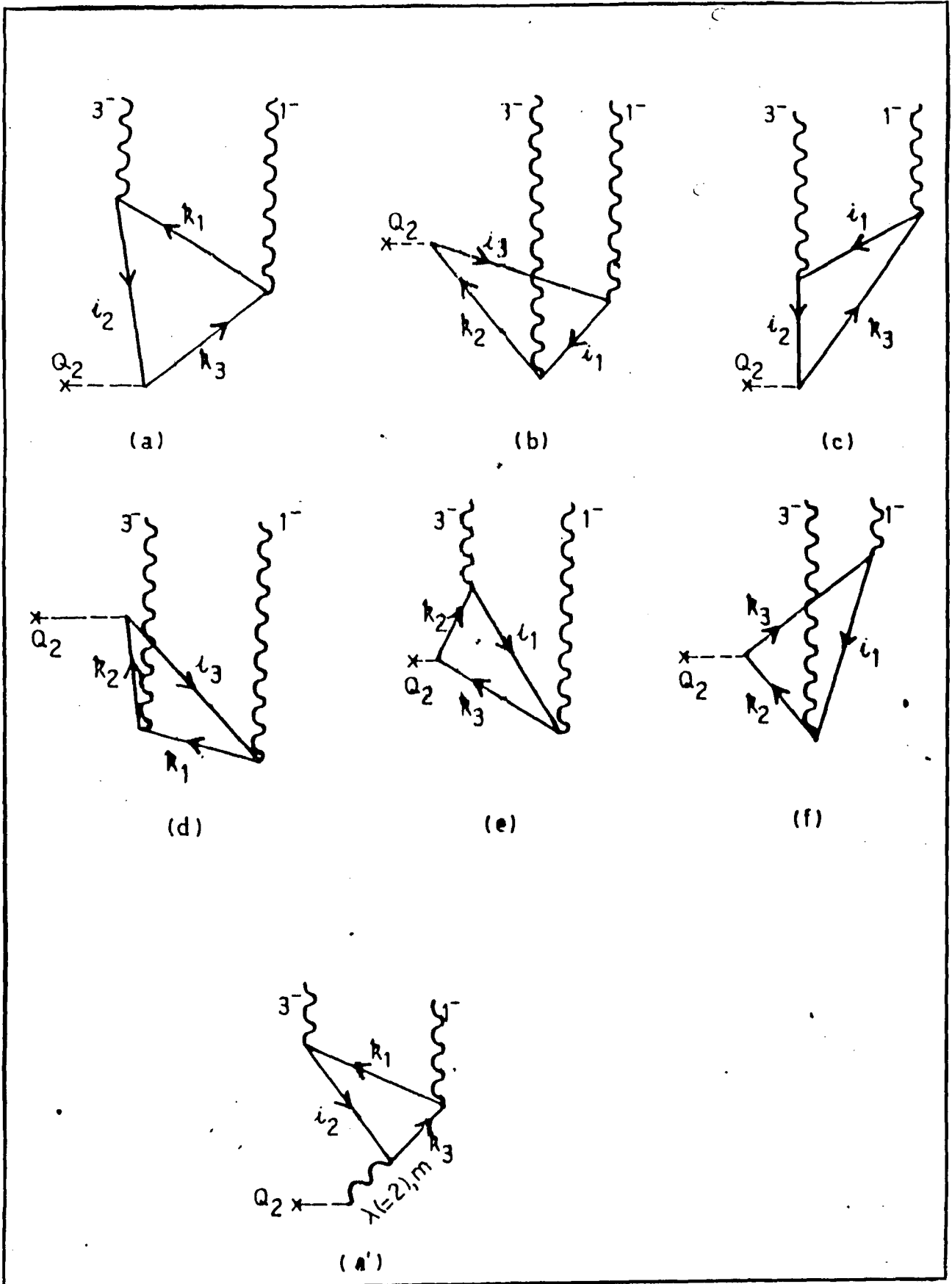


Fig.III.3

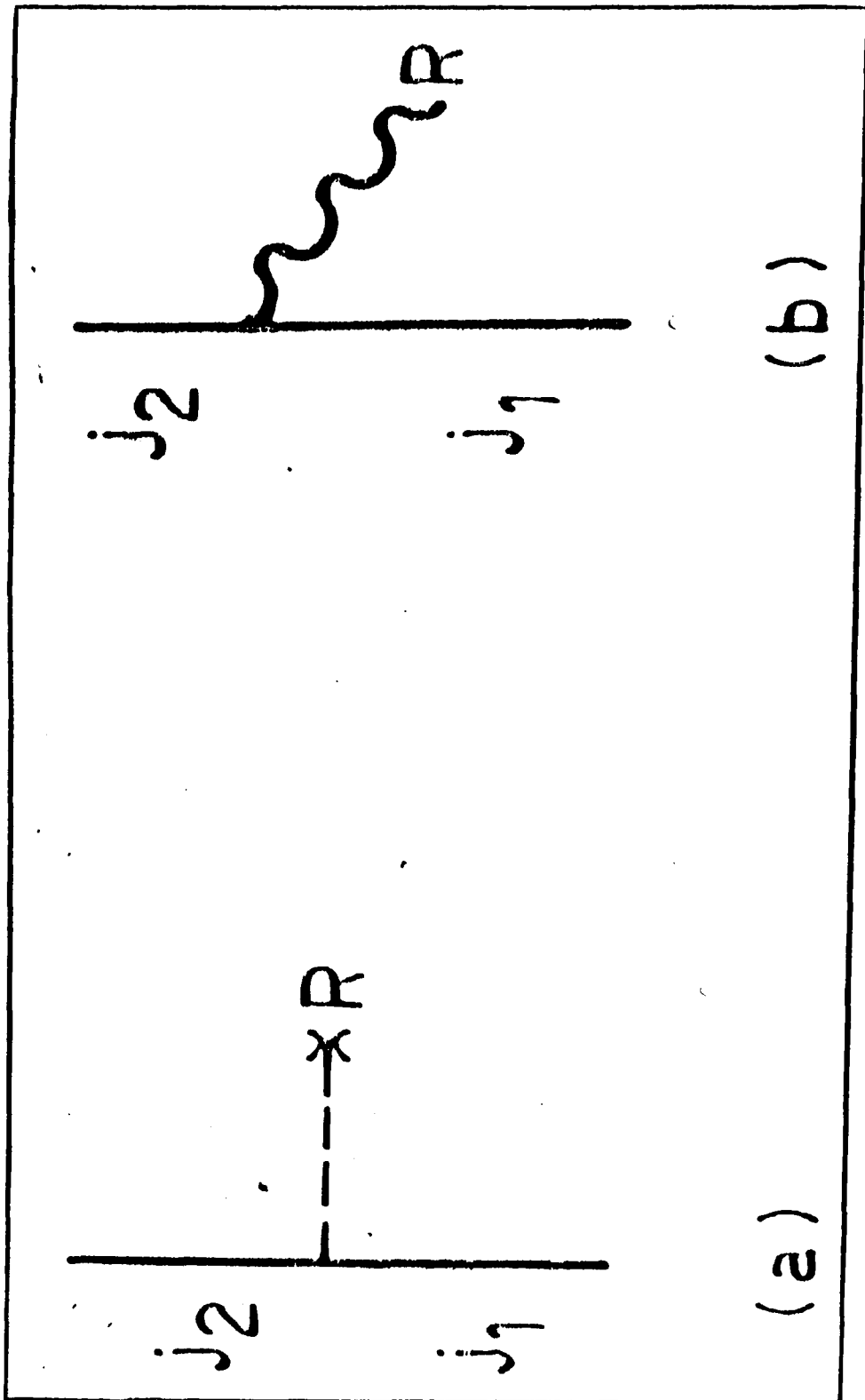


Fig.III.4

IV. CALCULOS Y DISCUSION DE LOS RESULTADOS

Para efectuar los cálculos RPA, las energías de partícula independiente de la capa inmediata superior e inferior al nivel de Fermi se obtuvieron de la manera usual a partir de los núcleos impares vecinos, mientras que las correspondientes a niveles de capas más altas o más bajas se calcularon a partir del potencial de partícula independiente

$$V_{\frac{1}{2}p}(r) = \frac{1}{2} m W^2 r^2 - \lambda \vec{\ell} \cdot \vec{S} - \mu \left[\ell^2 - \frac{1}{2} N(N+3) \right] \quad (\text{IV.1})$$

donde N es el número cuántico principal del oscilador y $\hbar W = 41 \text{ A}^{-1/3} \text{ MeV}$; $\lambda = 0.0636 \text{ hw}$ y $\mu = 0.0233 \text{ hw}$, y $\vec{\ell}$ y \vec{S} son los momentos angulares orbitales y de espín, respectivamente. Las capas con número cuántico N en el rango $3 \leq N \leq 9$ fueron incluidas en los cálculos. En todos los casos se utilizaron las funciones de onda radiales del oscilador armónico.

Las expresiones utilizadas para realizar la RPA son las indicadas en el capítulo anterior. Para el caso dipolar las constantes de acoplamiento se determinaron según las ecs.(III.20), mientras que para obtener los fonones cuadrupolares y octupolares se utilizaron las expresiones (III.24-26). Para la constante c de la ec.(III.26) se eligió el valor $c=1$ también en estos casos. El factor $[1 - b_J(N-Z)^2/A^2]$ que toma en cuenta el exceso neutrónico en la (III.20) fue incluido en la (III.24), obteniéndose de esta manera un valor para $\chi(3,0)$ que concuerda muy bien con el obtenido empíricamente a partir de pedir que el estado 3^- de menor energía esté a 2.62 MeV.

Los resultados de los cálculos RPA para los fonones $J^\pi = 1^-, 2^+$ y 3^- se indican en las tablas 1, 2 y 3 respectivamente. Tal como se discutió en la sección III.1, en la tabla 1 sólo se indican los elementos de matriz del operador R' definido en (III.21).

Con los resultados de la RPA para $J^\pi = 2^+$, es posible calcular el

decaimiento al estado fundamental. Los valores correspondientes de $B(E2)$, el ancho electromagnético y el producto $B(Q2).B(E2)$ se muestran en la primera fila de la tabla 4, cuyas tres primeras columnas indican la energía e impulso angular del estado final y la multipolaridad de la radiación emitida. Las columnas 4-6 corresponden al fonón cuadrupolar $n=5$ cuya contribución es, en principio, la más importante, mientras que en la columna 7 aparece el valor de la sumatoria (III.1) efectuada sobre todos los fonones menos colectivos $n=6,7,8$ cuyas energías están entre 10 y 12 MeV. Para el cálculo del factor electromagnético $(w/c)^{2\lambda+1}$ que aparece en la ec.(II.32) se utilizó una energía inicial de 10.5 MeV, correspondiente al centroide experimental de la resonancia.

En la tabla 4 se incluyen también los resultados del decaimiento dipolar a los estados 3^- . La principal incerteza existente en estos cálculos está asociada con las cancelaciones entre grandes números que en ellos aparecen (al menos para las transiciones entre fonones muy colectivos). En primer lugar existe una cancelación entre los diagramas que involucran la dispersión de una línea de partícula y aquellos en que se dispersa una línea de agujero (por ejemplo entre aquellos diagramas representados explícitamente en la Fig.III.2 y aquellos en los cuales hay dos líneas de agujero). En segundo lugar, existe una cancelación entre las contribuciones de protones y de neutrones, ya que estamos tratando transiciones dipolares isovectoriales entre estados casi puramente isoescalares. Finalmente, en el cálculo de las cargas dipolares efectivas siempre se presenta una cancelación entre la carga desnuda y la de la polarización, debido al hecho de que la interacción nuclear residual tiende a desplazar toda la fuerza isovectorial hacia la zona de las resonancias gigantes isovectoriales.

Tal como se indicó en la Parte I de la presente tesis, las mismas amplitudes X e Y (ec.III.6) que se utilizan en la RPA

(columnas 3-6 de las tablas 1, 2 y 3) deben usarse en el cálculo de los diagramas de la NFT, como por ejemplo los representados en las Fig.III.2-3. Estas amplitudes entran en un dado diagrama a través de la descomposición de un fonón en términos de sus componentes partícula-agujero. Si bien los correspondientes denominadores pueden ser pequeños, nunca dan lugar a divergencias espureas debido a que las amplitudes (III.6) siempre son finitas. Sin embargo, en los diagramas de las Fig.III.2.c-d aparecen otro tipo de denominadores, de la forma $w_{n,2}^{-1} w_{n,3}^{-1} k_{,i}$ que sí pueden dar origen a degeneraciones accidentales. Con el conjunto de energías de partícula independiente y las constantes de acoplamiento utilizadas solamente existe uno de esos factores cuyo valor absoluto es menor que 100 Kev y es el que involucra al fonón cuadrupolar más colectivo, a los fonones octupolares y al estado de partícula agujero de neutrones $[s_{3/2} p_{3/2}^{-1}]^1$. Los diagramas correspondientes han sido calculados excluyendo esta contribución, lo cual sólo es significativo para el decaimiento al estado 3^- de menor energía.

Como se discutió en la sección III.2, en el caso de fuerzas multipolo-multipolo el cálculo de aquellos diagramas en los cuales el vértice multipolar fermiónico se reemplaza por un vértice bosónico (por ejemplo Fig.III.2.a y III.3.a') equivale al cálculo de cargas efectivas (ec.(III.31)), las cuales en el caso dipolar involucran una sumatoria sobre todos los fonones isovectoriales ($n > 1$). En el límite en que la energía de la transición tiende a cero ($E_1 \sim E_f$), la suma sobre todos los fonones $n > 1$, salvo el más colectivo ($n=35$) es aproximadamente igual al 30% del valor correspondiente a la raíz $n=35$. La contribución total es similar a la que se obtiene considerando un modelo de niveles degenerados, en el cual solo aparece un modo isovectorial colectivo, equivalencia que por supuesto se hace menos válida a medida que la energía de transición aumenta. Ahora bien, en los denominadores de la ec.(III.31) también pueden aparecer ciertas degeneraciones accidentales,

las que en el caso del decaimiento desde la GQR al estado octupolar de menor energía están asociadas con el fonón octupolar $n=7$ cuya componente principal es el estado partícula-agujero de neutrones $[s_{1/2} p_{3/2}^{-1}]^1$. Para este caso se realizaron tres cálculos diferentes: i) se incluyeron todos los fonones dipolares; ii) se excluyó el fonón $n=7$; iii) se incluyó solamente el fonón $n=35$ renormalizando su contribución por un factor empírico de 1.3 para tener en cuenta el resto de los fonones en forma efectiva. Con cualquiera de estas prescripciones se obtienen resultados similares si el estado final no es el fonón octupolar más colectivo, ya que en dichos casos no aparecen degeneraciones accidentales.

El ancho electromagnético predicho para la transición al estado fundamental resulta unas 20 veces mayor que el correspondiente al decaimiento dipolar al estado 3^- colectivo, y por lo menos unas 3000 veces superior al ancho resultante para la transición a cualquier estado 3^- no colectivo de energía menor a 6 MeV. El primero de estos resultados concuerda muy bien con el límite experimental superior⁴⁾ obtenido para el decaimiento al 3^- colectivo y con los cálculos teóricos de la ref.15. Sin embargo, los presentes cálculos no son capaces de reproducir el ancho experimental relativamente grande asociado al decaimiento al estado 3^- de 4.97 MeV^{4,5)} (aproximadamente el doble del ancho correspondiente al decaimiento al estado fundamental). Este estado también resulta poblado en los experimentos de excitación inelástica¹⁶⁾, lo cual sugiere que tiene un carácter predominantemente de partícula-agujero. Como en la RPA realizada se han incluido explícitamente todos los estados de partícula-agujero, y si bien ni la RPA ni las fuerzas esquemáticas utilizadas aseguran una gran precisión en las funciones de onda de los estados no colectivos, resulta evidente que con ninguna combinación de los estados 3^- de un fonón con energía menor de 6 MeV se podría obtener un ancho de decaimiento mayor que el que resulta para el estado fundamental.

En los cálculos mencionados en los párrafos anteriores para los cuales el estado final tiene $J^{\pi}=3^{-}$, sólo se ha incluido en la sumatoria (III.1) el estado de un fonón cuadrupolar más colectivo ($n=5$). A pesar que el factor de excitación que aparece en dicha ecuación sugiere que ésta debe ser la contribución más importante, el hecho de que existan fuertes cancelaciones en los factores de decaimiento $B(E1)$ correspondientes hace que no sea posible despreciar a priori las contribuciones del resto de los estados intermedios posibles. Por lo tanto, se consideraron las otras raíces cuadrupolares con energía comprendida entre 8 y 12 MeV, que resultan ser las $n=6,7,8$. La columna 7 de la tabla 4 indica la suma de los productos $B(Q2).B(E1)$ sobre los estados intermedios recién mencionados. Para estos casos, la renormalización de las cargas se efectuó con el método iii).

Como ya se ha mencionado en la sección III.2, dentro del mismo orden de perturbaciones de los diagramas de la Fig.III.1, existe un camino alternativo para la población de los estados finales de un fonón, que es la población directa de un estado de dos fonones octupolar-dipolar (diagrama de la Fig.III.2) y el subsecuente decaimiento por medio de un elemento de matriz $E1$ obtenido en la RPA. Dentro del formalismo de la NFT, en el cálculo de los diagramas correspondientes al proceso de excitación aparecen muchas degeneraciones entre los fonones cuadrupolares intermedios y los fonones octupolares y dipolares finales (Fig.III.3.a'). Como consecuencia, las cargas efectivas (III.31) resultan funciones fuertemente oscilantes de la energía de los estados de fonones. Sin embargo, es posible obtener una estimación teórica utilizando una carga de renormalización cuadrupolar $+3e$, de acuerdo a si la energía del estado de dos fonones esta por debajo o por encima de la correspondiente al fonón cuadrupolar más colectivo $n=5$, es decir 8.95 MeV. Existen también algunas degeneraciones entre los estados de dos fonones relevantes y algunos estados de partícula-agujero acoplados a impulso angular dos.

Estas contribuciones fueron despreciadas en los casos en que el $B(Q_2)$ de excitación correspondiente resultara mayor que un quinto del valor correspondiente a la raíz cuadrupolar más colectiva. En la columna 8 de la tabla 4 se indican los valores de la sumatoria (III.1) para distintos estados 3^- finales calculados utilizando como estados intermedios a los estados de dos fonones con energía comprendida entre 8 y 12 MeV.

De la comparación de las tres últimas columnas se confirma en primer lugar el hecho de que los tres grupos de estados intermedios contribuyen en el mismo orden de magnitud a la sumatoria (III.1), si bien la contribución mayor corresponde a la raíz cuadrupolar más colectiva. Esta fue la única contribución incluida en la ref.15. En segundo lugar, se observa que el acuerdo con los datos experimentales para el caso del decaimiento al estado 3^- de menor energía se mantiene aún teniendo en cuenta los otros estados intermedios posibles. Finalmente, aún con la inclusión de los nuevos estados intermedios resulta imposible reproducir el fuerte decaimiento a la región cercana a 4.97 MeV.

De la relación experimental entre la intensidad electromagnética que puebla el estado de 4.97 MeV y la correspondiente al estado fundamental y del valor de $B(E_2)$ teórico, es posible obtener para la transición dipolar $B(E1; \xi \rightarrow 4.97 \text{ MeV}) \approx 1.2 e^2 \text{ fm}^2$. Este valor es en verdad muy grande, ya que es del orden de media unidad de Weisskopf, y unas cien veces mayor que la transición dipolar más rápida (no proveniente de la GDR) observada hasta el momento¹⁷⁾.

Si bien la existencia de un estado con un gran elemento de matriz $E1$ de protones en la región de 8 a 12 MeV es una condición necesaria (que nuestro modelo no verifica) para explicar los resultados experimentales, no es de ninguna manera condición suficiente, ya que de acuerdo a la ec.(III.1) este estado particular debería tener también un fuerte elemento de matriz isoescalar que lo conecte con el estado fundamental.

Ahora bien, de acuerdo a la ref.5, la información experimental que

se posee para el decaimiento al estado 3^- de 4.97 MeV es cualitativamente diferente de la que existe para el decaimiento al estado 3^- más bajo, ya que las cascadas de muchos pasos intermedios sólo han sido eliminadas para el último caso. En el cálculo descrito en la presente tesis se ha obtenido la probabilidad de excitación y posterior decaimiento por medio de un sólo fotón desde la zona de la GQR al estado final. Por lo tanto, el fuerte desacuerdo entre los resultados teóricos y experimentales parece indicar que el estado de 4.97 MeV no se puebla por el decaimiento a través de un sólo fotón, sino más bien a través de una cascada. Si por el contrario, se prueba experimentalmente que la transición es directa, será necesario efectuar una revisión de los modelos tradicionales de estructura nuclear.

Un cálculo similar al anterior se efectuó para el decaimiento a los estados finales con $J^\pi = 1^-$. Los resultados de dicho cálculo se pueden observar en la tabla 5. El ancho predicho para el decaimiento a todos los estados finales con energía final menor que 6.6 MeV es .02 eV, valor que resulta mucho menor al ancho experimental obtenido para el estado de 4.84 MeV (8.8-13.2 eV) y el de 6.31 MeV (22 eV) usando el mismo $B(E2)$ teórico que en los párrafos anteriores. Este valor resulta también mucho menor que el nuevo dato obtenido (ref.5) para los estados 1^- con energía en el intervalo de 5 a 7 MeV (120 eV). Tal como en el caso del decaimiento al estado 3^- de 4.97 MeV, los presentes cálculos no pueden aplicarse cuando la población se efectúa a través de cascadas de muchos pasos, por lo que es posible concluir que los estados 1^- prácticamente no se pueblan por emisión de un sólo fotón.

V. CONCLUSIONES

En el segundo capítulo se presentó un formalismo que permite calcular las distribuciones angulares de los rayos γ producidos en el decaimiento de la GQR después de haber sido esta excitada a través de la dispersión inelástica de iones pesados. El análisis del particular mecanismo de reacción involucrado en la excitación de la GQR y el posterior decaimiento electromagnético desde una fuente en movimiento antes de que se produzca una clara separación entre el proyectil y el núcleo residual, da lugar al estudio de varios efectos interesantes. En particular, el formalismo permite comparar los cálculos de estructura nuclear con los datos experimentales, ya que dentro del mismo se produce la factorización de las contribuciones a la probabilidad de emisión correspondientes al campo electromagnético, al mecanismo de reacción y a la estructura nuclear.

La presentación de un método para calcular los factores dependientes de la estructura nuclear, así como la comparación de los resultados obtenidos se realizó en los capítulos siguientes. Dicho método se basa en la aplicación de la Teoría de Campos Nucleares (NFT) descrita en la Parte I de la presente tesis. En todos los casos se calcularon las contribuciones en el orden más bajo de perturbaciones.

Los estados cuadrupolares que resultan relevantes como estados intermedios en la sumatoria (III.1) son las raíces de la RPA cuyas energías están comprendidas dentro del ancho de la GQR y los estados de dos fonones (uno dipolar y uno octupolar) acoplados a momento angular dos y con energías comprendidas dentro del mismo intervalo. En todos los casos, aunque en diferente grado, se presentan degeneraciones en los cálculos NFT, a pesar de lo cual es posible efectuar una estimación que indica que si bien la contribución del fonón cuadrupolar más colectivo es la más importante en el decaimiento a los estados 3^- , las contribuciones

de los otros estados cuadrupolares, así como la de los estados intermedios de dos fonones son también significativas.

Las conclusiones, válidas se incluya o no a los otros estados intermedios, son que el ancho predicho para el decaimiento al estado 3^- de menor energía es consistente tanto con el límite superior experimental para dicho valor, como con la predicción teórica de la ref.15; y que los valores de la transición dipolar al estado 3^- de $4.97 \text{ MeV}^{4)}$, así como a los estados 1^- con energía comprendida entre 5 y $7 \text{ MeV}^{4,5)}$ no pueden ser reproducidos en un cálculo donde se tome en cuenta sólo el decaimiento directo desde la región de la GQR.

LISTA DE TABLAS

- Tabla 1: Resultado de los cálculos RPA correspondientes a los estados 1^- . Las columnas 1 y 2 indican el número de raíz y la correspondiente energía. Las columnas 3 y 4 muestran respectivamente los valores de Λ_V y Λ_π definidos en (III.34), mientras que la columna 5 indica los elementos de matriz del operador R' definido en (III.21).
- Tabla 2: Resultado de los cálculos RPA correspondientes a los estados 2^+ . Para las columnas 1, 2, 3 y 4 ver descripción de la tabla 1. Las columnas 5 y 6 muestran los elementos de matriz de los operadores $Q_{2,0}$ y $Q_{2,1}$ definidos en (III.4).
- Tabla 3: Resultado de los cálculos RPA correspondientes a los estados 3^- . Ver descripción de la tabla 1.
- Tabla 4: Resultados del decaimiento gamma de la resonancia gigante al estado fundamental y a los estados 3^- . Las columnas 1 y 2 indican la energía e impulso angular de los estados finales. La columna 3 indica la multipolaridad de la radiación emitida. Las columnas 4, 5 y 6 muestran respectivamente los resultados para $B(E\lambda)$, el ancho electromagnético y el producto $B(Q2) \cdot B(E\lambda)$ cuando sólo se incluye en la sumatoria (III.1) el fonón cuadrupolar más colectivo $n=5$. La columna 7 indica la contribución de los otros fonones 2^+ con energía comprendida entre $8 \leq E \leq 12$ MeV, mientras que la columna 8 muestra la contribución de los estados de dos fonones cuyas energías están en el mismo intervalo.

Tabla 5: Resultados del decaimiento gamma a los estados 1^- . La columna 1 indica la energia del estado final. Las columna 2 y 3 muestra el $B(E1)$ y el correspondiente ancho electromagnético, mientras que la columna 4 indica los productos $B(Q2).B(E1)$.

Tabla 1

n	w_n [MeV]	$\Lambda_{\nu'}$ [(MW/h) ^{1/2} MeV]	Λ_{π} [(MW/h) ^{1/2} MeV]	(n R'' 0) [fm]
1	.18(-3)	.88(2)	.76(2)	-.39
2	5.45	.16(-1)	.58(-2)	.50(-1)
3	5.54	.55(-2)	.20(-2)	.18(-1)
4	5.81	.24(-1)	.73(-2)	.88(-1)
5	5.91	.17(-1)	.49(-2)	.66(-1)
6	6.06	.57(-1)	.15(-1)	.23
7	6.35	.83(-2)	.15(-2)	.37(-1)
8	6.47	.13(-2)	.20(-3)	.61(-2)
9	6.51	.31(-2)	.45(-3)	.15(-1)
10	6.83	.96(-2)	-.38(-2)	.80(-1)
11	6.83	.11(-1)	-.65(-2)	.11
12	6.85	.30(-2)	-.36(-1)	.25
13	7.18	.76(-1)	-.31(-2)	.46
14	7.26	.64(-2)	.25(-1)	.13
15	7.33	.12(-2)	-.13(-1)	.91(-1)
16	7.41	.53(-1)	-.39(-2)	.33
17	7.53	.45(-2)	.43(-1)	.26
18	7.66	.46(-4)	-.12(-2)	.80(-2)
19	7.81	.13(-2)	-.11(-1)	.81(-1)
20	8.15	.71(-2)	-.30(-1)	.24
21	8.23	.15(-1)	-.26(-2)	.10
22	8.57	.48(-2)	-.15(-1)	.13
23	8.67	.14(-1)	-.39(-1)	.33
24	8.88	.35(-1)	-.82(-1)	.74
25	9.25	.79(-1)	-.32(-1)	.66

n	w_n [MeV]	Λ_V [(MW/h) ^{1/2} MeV]	Λ_π [(MW/h) ^{1/2} MeV]	(n R' ₁ 0) [fm]
26	10.04	.14	- .11(1)	.18(1)
27	10.30	.41(-1)	- .15	.12(1)
28	10.75	.63(-1)	- .97(-1)	.10(1)
29	10.81	.44(-3)	- .60(-3)	.65(-2)
30	10.93	.12	- .89(-1)	.13(1)
31	11.32	.94(-1)	- .23	.20(1)
32	11.73	.27(-1)	- .35(-2)	.18
33	11.84	.43(-1)	- .39(-1)	.50
34	11.88	.28(-1)	- .76(-1)	.66
35	13.95	.57	- .77	.83(1)

Tabla 2

n	w_n [MeV]	Λ_n [(MW/h) MeV]	Λ_n [(MW/h) MeV]	$(n Q_{2,0} 0)$ [fm ²]	$(n Q_{2,1} 0)$ [fm ²]
1	4.75	.46(-1)	.63(-1)	43.33	11.40
2	5.55	.11(-1)	- .47(-2)	4.01	- 1.29
3	5.79	.11(-1)	.11(-1)	9.21	1.96
4	6.43	.54(-1)	.32(-3)	26.82	- 1.77
5	8.95	.92(-1)	.84(-1)	72.89	14.35
6	10.72	.17(-1)	- .22(-1)	1.26	- 5.04
7	10.93	.26(-3)	- .44(-1)	- 14.27	- 9.05
8	11.75	.49(-1)	.27(-1)	33.21	4.00
9	12.02	.42(-2)	.13(-2)	2.50	0.14

Tabla 3

n	w_n [MeV]	Λ_γ [(MW/h) MeV]	Λ_π [(MW/h) MeV]	$(n Q_{3,0} 0)$ [fm ³]	$(n Q_{3,1} 0)$ [fm ³]
1	2.62	.38(-1)	.44(-1)	865.28	199.75
2	3.99	.29(-2)	.21(-2)	54.50	9.25
3	4.45	.62(-2)	.17(-2)	93.53	7.35
4	4.72	.61(-3)	.84(-2)	78.28	38.53
5	4.90	.41(-2)	.32(-2)	79.65	14.29
6	5.12	.68(-2)	- .14(-2)	75.32	- 7.05
7	5.35	.53(-2)	.81(-2)	136.04	36.83
8	5.54	.56(-5)	- .57(-2)	- 47.91	- 26.29
9	5.60	.36(-2)	.11(-1)	133.52	47.81
10	5.80	.26(-2)	.23(-2)	53.08	10.48
11	5.88	.71(-3)	- .30(-3)	6.65	- 1.44

Tabla 4

E_f [MeV]	J_f	λ	$B(E\lambda)$ [$e^2 \text{fm}^{2\lambda}$]	Γ [eV]	$B(Q2)B(E\lambda)$ [$e^2 \text{fm}^{2\lambda+4}$]	$B(Q2)B(E\lambda)$ [$e^2 \text{fm}^{2\lambda+4}$]	$B(Q2)B(E\lambda)$ [$e^2 \text{fm}^{2\lambda+4}$]
gs	0	2	8.6(2)	8.8(1)	2.3(7)	1.2(6)	-
2.62	3	1	1.0(-2)	5.1	2.7(2)	-	-
			1.4(-2)	7.1	3.7(2)	-	-
			2.8(-2)	1.4(1)	7.4(2)	4.2(2)	1.7(2)
3.99	3	1	3.0(-6)	8.6(-4)	8.0(-2)	2.0	1.1(1)
4.45	3	1	7.8(-5)	1.8(-2)	2.1	2.1(1)	9.0
4.72	3	1	2.8(-4)	5.6(-2)	7.4	4.6	1.6
4.80	3	1	8.0(-7)	1.5(-4)	2.0(-2)	1.4	1.4
5.12	3	1	3.4(-4)	5.5(-2)	9.0	1.2	2.0(-1)
5.35	3	1	4.2(-5)	6.0(-3)	1.1	4.0	
5.54	3	1	1.9(-4)	2.4(-2)	5.1	2.0(-1)	
5.60	3	1	2.2(-4)	2.7(-2)	5.8	1.2	
5.80	3	1	1.2(-5)	1.3(-3)	3.2(-1)	1.8	
5.88	3	1	3.4(-7)	3.5(-5)	9.0(-3)	1.2	

Tabla 5

E_f [MeV]	$B(E1)$ [$e^2 \text{fm}^2$]	Γ [eV]	$B(Q2)B(E1)$ [$e^2 \text{fm}^6$]
5.45	1.3(-5)	1.7(-3)	0.3
5.54	2.4(-6)	3.0(-4)	0.1
5.81	1.6(-4)	1.7(-2)	4.3
5.92	1.3(-5)	1.3(-3)	0.3
6.06	1.2(-5)	1.1(-3)	0.3
6.35	6.6(-5)	4.9(-3)	1.7
6.47	4.6(-4)	3.1(-2)	1.2(1)
6.51	8.8(-5)	5.8(-3)	2.3

REFERENCIAS

- 1) W.Bothe y W.Gertner, Z.Phys.106(1937)236;112(1937)45.
- 2) M.B.Lewis y F.E.Bertrand, Nucl.Phys.A196(1972)337.
- 3) F.E.Bertrand, G.R.Satchler, D.J.Horen, J.R.Wu, A.D.Bacher, G.T.Emery, W.P.Jones, D.W.Miller y A.van der Woude, Phys.Rev.C22(1980)1832.
- 4) F.E.Bertrand, J.R.Beene y M.L.Halbert, Proc. of International Symp. on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Interactions,Osaka,Japan, March 21-24(1984).
- 5) J.R.Beene, F.E.Bertrand y M.L.Halbert, Fifth International Symp. on Capture Gamma-Ray Spect. and Related Topics,Knoxville,Tennessee, Sept. 10-14(1984).
- 6) T.Tamura, Rev. of Mod.Phys.37(1965)4.
- 7) A.R.Edmons,"Angular Momentum in Quantum Mechanics"(Princeton University Press,1960)
- 8) K.Siegbahn,"Alpha-Beta and Gamma-Ray Spectroscopy",Vol.2, Chap.XV, "Theory of Multipole Radiation" by S.A.Moszkowsky, p.863; Chap.XIX, "Angular Distribution of Nuclear Radiation" by H.Fraunfelder, R.M.Steffen, S.R.de Groot, H.A.Tolhoek y W.J.Huiskamp, p.997, (Amsterdam, North Holland,1966).
- 9) B.F.Bayman, D.R.Bes, P.Curutchet, O.Dragún, N.N.Scoccola y J.E.Testoni, a ser publicado.

- 10) A.Bohr y B.R.Mottelson, "Nuclear Structure"(W.A.Benjamin Inc., Reading Massachusetts,1975)
- 11) G.F.Bertsh, P.F.Bortignon y R.A.Broglia, Rev. of Mod.Phys.51 (1983)287.
- 12) D.R.Bes, R.A.Broglia y B.S.Nilsson, Phys.Rep.16C(1975).
- 13) D.R.Bes y R.Sorensen, Advances in Nucl.Phys. V.2, p.129, Ed. M.Baranger y E.Vogt (Plenum Press,New York,1969)
- 14) M.A.J.Mariscotti, D.R.Bes, S.L.Reich, H.M.Sofia, P.Hungerford, S.A.Kerr, K.Schreckenbach, D.R.Wagner, W.F.Davidson y W.Gelletly, Nucl.Phys.A407(1983)98
- 15) P.F.Bortignon, R.A.Broglia y G.F.Bertsh, Phys.Lett.
- 16) C.M.Lederer y U.S.Shirley, "Table of Isotopes"(Wiley,New York,1978).
- 17) C.Mittag, J.Fernandez-Niello, F.Relss y H.Putch, Workshop on Electromagnetic Properties of High-Spin Nuclear Levels, Rehovot,Israel,1984.

AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer a todo el personal del Departamento de Física de la Comisión Nacional de Energía Atómica que de una u otra manera ha participado en mi formación como investigador.

Especialmente deseo destacar el apoyo tanto científico como personal que he recibido del Dr. Daniel R. Bes durante toda mi permanencia en el Departamento de Física.

Finalmente deseo agradecer a los Drs. C.Pomar, R.Liotta y A.Etchegoyen por haberme permitido utilizar sus programas de diagonalización de modelo de capas y por las interesantes discusiones que con ellos he mantenido sobre la primera parte de la presente tesis, a los Drs. B.Bayman, O.Dragún, S.Reich, H.Sofia y J.Testoni por las discusiones sobre la segunda parte de la tesis que permitieron aclarar muchas de mis ideas, a la Srtas. L.Blanco y D.Torres por su ayuda y a los Lic. M.T.Mehr, A.Fendrik y P.Curutchet por todo lo anterior y mucho más.

AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer a todo el personal del Departamento de Física de la Comisión Nacional de Energía Atómica que de una u otra manera ha participado en mi formación como investigador.

Especialmente deseo destacar el apoyo tanto científico como personal que he recibido del Dr. Daniel R. Bes durante toda mi permanencia en el Departamento de Física.

Finalmente deseo agradecer a los Drs. C.Pomar, R.Liotta y A.Etchegoyen por haberme permitido utilizar sus programas de diagonalización de modelo de capas y por las interesantes discusiones que con ellos he mantenido sobre la primera parte de la presente tesis, a los Drs. B.Bayman, O.Dragún, S.Reich, H.Sofia y J.Testoni por las discusiones sobre la segunda parte de la tesis que permitieron aclarar muchas de mis ideas, a la Srtas. L.Blanco y D.Torres por su ayuda y a las Lic. M.T.Mehr y P.Curutchet por todo lo anterior y mucho más.